Szegedi Tudományegyetem, Bölcsészettudományi Kar,
Neveléstudományi Doktori Iskola

KELEMEN RITA

A MATEMATIKAI SZÖVEGESFELADAT-MEGOLDÓ KÉPESSÉG VIZSGÁLATA TÖBBSÉGI ÉS TANULÁSBAN AKADÁLYOZOTT 9–13 ÉVES TANULÓK KÖRÉBEN

PhD értekezés

Témavezető: Csíkos Csaba

Oktatáselmélet
doktori program

Szeged, 2010

TARTALOMJEGYZÉK

1 A MATEMATIKAI SZÖVEGES FELADATOK PROBLÉMAVILÁGA............18

1.1 Matematikai szöveges feladatok az oktatásban............18

1.2 A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség összetevőinek, a matematikai szöveges feladat folyamatának modelljei............19

1.3 Realisztikus matematikai szöveges feladatok............27

1.4 A matematikai szöveges feladatok felépítésének három szintje............30

2 A MATEMATIKAI SZÖVEGES FELADATOK MEGOLDÁSÁT MEGHATÁROZÓ KOGNITÍV TÉNYEZŐK............33

2.1 A problémareprezentáció............33

2.1.1 Mentális modellek............34

2.1.2 Képi problémareprezentáció a matematikai szöveges feladat megoldásához..35

2.2 Matematikai alapműveletek............36

2.2.1 Piaget kognitív fejlődéselmélete............36

2.2.2 Az elemi számolási készség Nagy József kognitív kompetencia-modelljében 37

2.2.3 A számolás neuropszichológiai megközelítése............39

2.2.4 A számlálás és az aritmetikai műveletek stratégiai fejlődése............39

3 A MATEMATIKAI SZÖVEGES FELADATOK MEGOLDÁSÁT BEFOLYÁSOLÓ MOTÍVUMOK ÉS HÁTTÉRVÁLTOZÓK............42

3.1 A matematika tantárgy iránti attitűd............42

3.2 A matematikai énkép............44

3.3 A matematikával kapcsolatos tanulói meggyőződések............48

3.3.1 A matematikai szöveges feladatok megoldását kísérő tanulói meggyőződések............49

4 A MATEMATIKAI NEVELÉS GYÓGYPEDAGÓGIAI VONATKOZÁSAI......52

4.1 A diszkalkulia............53

4.2 Matematikai tanulási zavar (MLD)............56

5 KUTATÁSI CÉLOK ÉS MÓDSZEREK............59

5.1 Hipotézisek............59

5.2 Kutatási koncepció............61

5.2.1 A feladatok strukturális, tartalmi és kontextuális szintjei............61

5.2.2 Összefüggések más tudásterületekkel és affektív változókkal............62

5.2.3 Tanulók közötti különbségek, különböző képességű tanulócsoportok............62

5.3 „A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődése” elnevezésű központi vizsgálat bemutatása 63
5.3.1 A minta 64
5.3.2 A mérőeszközök......67
5.4 A „Realisztikus matematika” elnevezésű kiegészítő vizsgálat bemutatása ...69
5.4.1 Kutatási cél 69
5.4.2 A minta 69
5.4.3 A mérőeszközök......70
5.5 A „Gondolkodási stratégiák – tanulói interjúk” elnevezésű kiegészítő vizsgálat bemutatása......72
5.5.1 Kutatási cél 72
5.5.2 A minta 73
5.5.3 A mérőeszköz 73
5.5.4 Változók 75
5.6 A „Tanulói meggyőződések” elnevezésű kiegészítő vizsgálat bemutatása.....76
5.6.1 Kutatási cél 76
5.6.2 A minta 77
5.6.3 A mérőeszköz 77
6 A MATEMATIKAI SZÖVEGESFELADAT-MEGOLDÓ KÉPESSÉG FEJLŐDÉSE......81
6.1 A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség életkori változásai 81
6.2 A mélystruktúra hatása a megoldottságra......84
6.3 A tartalmi szint hatása a megoldottságra 87
6.4 A kontextuális szint hatása a megoldottságra......89
7 A MATEMATIKAI SZÖVEGESFELADAT-MEGOLDÓ KÉPESSÉG KAPCSOLATA MÁS KOGNITÍV TERÜLETEKKEL......93
7.1 A szóolvasás 93
7.1.1 A szóolvasás teszt 93
7.1.2 A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség és a szóolvasás összefüggése 95
7.2 Szövegértés......100
7.2.1 A szövegértés teszt......100
7.2.2 A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség és a szövegértés összefüggése 102
7.2.3 A feladat szöveghosszának hatásai 106
7.3 A számolási készség 107
7.3.1 A számolási készség teszt......108
7.3.2 A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség és a számolási készség összefüggése 110

7.4 A Kritériumrendszer-modell ... 114
7.4.1 A Kritériumrendszer-modell szűrői ... 115
7.4.2 A szűrők lineáris kapcsolása ... 117
7.5 A Kritériumrendszer-modell empirikus bizonyítékai ... 118
7.5.1 A szűrők kritérium szerepe ... 118
7.5.2 A szűrők erőssége ... 119
7.5.3 A szűrők függetlensége ... 123
8 A MATEMATIKAI SZÖVEGES FELADATOK MEGOLDÁSÁT BEFOLYÁSOLÓ MOTÍVUMOK ÉS HÁTTÉRVÁLTOZÓK ... 126
8.1 A matematika attitűd és a matematikai teljesítmény kapcsolata ... 126
8.1.1 A matematika attitűd ... 126
8.2 A matematika énkép és a matematika teljesítmény kapcsolata ... 129
8.2.1 A matematika énkép ... 129
8.3 A háttérváltozók és a matematikai teljesítmény kapcsolata ... 133
8.3.1 A szülők iskolai végzettsége ... 133
8.3.2 Roma származás ... 137
8.3.3 Hátrányos helyzet ... 138
8.3.4 A hátrányos helyzet és a roma származás ... 140
8.3.5 Nemek közötti különbségek ... 145
8.3.6 Matematika osztályzat ... 146
8.3.7 Intelligencia hányados ... 150
8.3.8 A háttérváltozók szerep ... 153
8.4 Tanulói meggyőződések ... 157
8.4.1 A matematikával kapcsolatos meggyőződések ... 157
8.4.2 Egy matematikai szöveges feladat nehézségét illető tanulói meggyőződések ... 159
8.4.3 Egy matematikai szöveges feladat érdekességét illető tanulói meggyőződések ... 162
9 A MATEMATIKAI SZÖVEGES-FELADAT MEGOLDÓ KÉPESSÉG FEJLŐDÉSE TANULÁSBAN AKADÁLYOZOTT GYERMEKEK KÖRÉBEN 167
9.1 A tanulásban akadályozott tanulók teljesítménye a matematikai szöveges feladatokon ... 167
9.1.1 A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettsége ... 167
9.1.2 A tanulásban akadályozottság és az életkor hatásai ... 170
9.1.3 A tanulásban akadályozottak és többségi diákok teljesítményének évfolyamonkénti összehasonlítása ... 171
9.1.4 A tanulásban akadályozott és a többségi tanulók teljesítményének összehasonlítása az MSZF-teszt feladatain ... 175
9.2 A Kritériumrendszer-modell vizsgálata a tanulásban akadályozott tanulók részmintáján ... 181

9.3 Tanulók a többségi és a tanulásban akadályozott csoport határán 184

9.3.1 A két részminta IQ-eredményei 184

9.3.2 A két részminta matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlettségbeli különbségei az IQ függvényében 187

9.3.3 Azonos IQ övezetbe tartozó tanulásban akadályozott és többségi diákok háttérváltozói 193

9.3.4 Magas IQ mellett tanulásban akadályozottnak minősített diákok háttérváltozói 194

TÁBLÁZATOK JEGYZÉKE

1. táblázat. Az elemi számolási készség szenzomotoros, szóbeli és írásbeli szintje.......38
2. táblázat. A self-concept, a self-awareness és a self-image kulcsszavas előfordulásainak darabszáma az EBSCO adatbázisban 45
3. táblázat. Az évfolyam és a tanulásban akadályozottság szerinti részminták elemszáma 64
4. táblázat. A többségi minta évfolyamonkénti eloszlása az anya iskolai végzettsége szerint (%) 65
5. táblázat. A tanulásban akadályozott tanulók évfolyamonkénti eloszlása az anya iskolai végzettsége szerint (%) 66
6. táblázat. A vizsgálatban alkalmazott mérőeszközök 67
7. táblázat. Az MSZF-teszt reliabilitás mutatói a többségi mintán 68
8. táblázat. Az MSZF-teszt feladatainak átlagos megoldottsága évfolyamonként 82
9. táblázat. A realisztikus és a hagyományos feladatpárok átlagai 88
10. táblázat. Az szóolvasás teszt résztesztjeinek itemszáma és reliabilitásmutatói (Cronbach-α) évfolyamonként 94
11. táblázat. A szóolvasó készség teszt korrelációs együtthatói az matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel és a számolási készséggel korosztályonként..95
12. táblázat. A szövegértés teszt, valamint a résztesztek itemszáma és reliabilitásmutatója (Cronbach-α) évfolyamonként...............................100
13. táblázat. A szövegértés korrelációja a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel és a MSZF-teszt feladataival évfolyamonként...................102
14. táblázat. A számolási készség teszt résztesztjeinek itemszáma és reliabilitásmutatói (Cronbach-α) évfolyamonként................................108
15. táblázat. A számolási készség és részkészségeinek korrelációi a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel...110
16. táblázat. A szűrők magyarázóereje az MSZF-teljesítményre a 3. évfolyamon (p<0,001)..120
17. táblázat. A szűrők magyarázóereje az MSZF-teljesítményre az 5. évfolyamon (p<0,001)..121
18. táblázat. A szűrők magyarázóereje az MSZF-teljesítményre a 7. évfolyamon (p<0,001)..121
19. táblázat. A szűrők magyarázóereje a 6. és a 7. feladatban a 3. évfolyamon (p<0,001)..123
20. táblázat. A 60 százalékpontos kritériumváltozók szerinti részminták MSZF-átlagainak különbségei a teljes többségi mintán 124

21. táblázat. A matematika attitűd korrelációja a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességel és a számolási készséggel korosztályonként 127
22. táblázat. A matematika attitűd szerinti, a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségében szignifikánsan különböző részminták évfolyamonként 129
23. táblázat. A matematika énkép korrelációi a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel és a számolási készséggel korosztályonként 131
24. táblázat. A matematika énkép szerinti, matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségében szignifikánsan különböző részminták évfolyamonként 132
25. táblázat. Az anya iskolai végzettsége szerinti, a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségében szignifikánsan különböző részminták 134
26. táblázat. Az anya iskolai végzettsége szerinti részminták közül a számolási készség alapján szignifikánsan különbözők 136
27. táblázat. A roma származás szerinti részminták matematikai teljesítményeinek összevetése 138
28. táblázat. A hátrányos helyzet szerinti részminták matematikai teljesítményeinek összevetése 140
29. táblázat. A roma származás és a hátrányos helyzet változók hatása a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére a 3. osztályosok esetében 143
30. táblázat. A roma származás és a hátrányos helyzet változók hatása a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére az 5. osztályosok esetében 144
31. táblázat. A roma származás és a hátrányos helyzet változók hatása a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére a 7. osztályosok esetében 145
32. táblázat. Nemek szerinti különbségek a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségében évfolyamonként 146
33. táblázat. Nemek szerinti különbségek az számolási készség teljesítményben évfolyamonként 146
34. táblázat. A matematika osztályzat korrelációi a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel és a számolási készséggel korosztályonként 147
35. táblázat. Az 5. és a 7. évfolyam egy osztályzatértékben különböző részcsoportjai matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének összehasonlítása.. 149
36. táblázat. A matematika érdemjegy szerinti, a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségükben szignifikánsan különböző részminták évfolyamonként 149

37. táblázat. Az IQ korrelációi matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel és a számolási készséggel korosztályonként 151
38. táblázat. Az IQ %p változóból képzett kvartilisek határai korosztályonként 152
39. táblázat. A nem, az anya iskolai végzettsége, a hátrányos helyzet és a roma származás magyarázóereje a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére a 3. évfolyamon (F=5,869, p<0,001).................. 154
40. táblázat. A nem, az anya iskolai végzettsége, a hátrányos helyzet és a roma származás magyarázóereje a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére az 5. évfolyamon (F=3,472, p<0,05).................. 154
41. táblázat. A nem, az anya iskolai végzettsége, a hátrányos helyzet és a roma származás magyarázóereje a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére a 7. évfolyamon (F=6,147, p<0,001).................. 155
42. táblázat. A 2. modellben vizsgált háttérváltozók magyarázóereje a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességre (3.o.: F=9,622, p<0,001; 5.o.: F=18,244, p<0,001; 7.o.: F=35,966, p<0,001) 156
43. táblázat. A realisztikus feladatokra adott realisztikus reakciók (RR) aránya és a társított meggyőződés Reusser és Stebler (1997) modelljéből................ 158
44. táblázat. A feladatnehézséget vizsgáló kérdés feladatváltozatainak áttekintése 159
45. táblázat. A feladatok sorrendbe állításakor kiadott helyezések mediánjai 160
46. táblázat. Jellemző sorrendmintázatok és gyakoriságuk 161
47. táblázat. A feladatváltozatok karakterszámai.. 162
48. táblázat. A feladatok érdekességének értékelésére adott válaszok gyakorisági eloszlása (%)... 163
49. táblázat. A feladattípusok érdekességének átlagértéi (zárójelben a szórás) a matematika iránti attitűd szerinti részmintákon 165
50. táblázat. A teljes és az „anya iskolai végzettsége = általános iskolát befejezte” részminták MSZF-teljesítményének hányadosai évfolyamonként.......... 170
51. táblázat. A tanulásban akadályozottság és az életkor együttes hatása a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére................ 170
52. táblázat. A szűrők magyarázóereje az MSZF-teljesítményre a 3. osztályos tanulásban akadályozott tanulóknál (F=42,145, p<0,001) 182
53. táblázat. A szűrők magyarázóereje az MSZF-teljesítményre az 5. osztályos tanulásban akadályozott tanulóknál (F=11,723, p<0,001) 182
54. táblázat. A szűrők magyarázóereje az MSZF-teljesítményre a 7. osztályos tanulásban akadályozott tanulóknál (F=33,226, p<0,001) 183
55. táblázat. Az IQ átlag és szórás értékei a tanulásban akadályozott és a többségi részmintán korosztályonként (%p) 184

56. táblázat. A tanulásban akadályozott és többségi diákok MSZF-teljesítményének összehasonlítása az 55-ös, 65-ös, 75-ös IQ-osztályközökön, 3.évfolyamon 189
57. táblázat. A tanulásban akadályozott és többségi diákok MSZF-teljesítményének összehasonlítása az 55-ös, 65-ös, 75-ös IQ-osztályközökön, 5.évfolyamon 190
58. táblázat. A tanulásban akadályozott és többségi diákok MSZF-teljesítményének összehasonlítása az 65-ös, 75-ös, 85-ös IQ-osztályközökön, 7. évfolyamon 192
59. táblázat. A tanulásban akadályozottságot magyarázó független változók regresszió-analízise 3. évfolyamon (F=12,715, p<0,001) 193
60. táblázat. Magas IQ-val rendelkező tanulásban akadályozott diákok háttérváltozói 195

ÁBRÁK JEGYZÉKE

1. ábra. Számtani szöveges feladatok megértésének modellje (Hegarty, Mayer és Monk, 1995, 20. o.) 23
2. ábra. A sikeres feladatmegoldók Schoenfeld-i viselkedésmintázata (Kelemen, Csíkos és Steklács, 2005, 352. o.) 25
3. ábra. Az elemi számolási készség helye a személyiség pszichikus rendszerében 38
4. ábra. A matematika tantárgyi attitűd változása az 5. és 11. évfolyam között egy keresztmetszeti és egy longitudinális vizsgálat eredményei alapján 43
5. ábra. A tanulási korlátok típusai (Gaál, 2000, 434.o.) 52
6. ábra. Az interjú során használt realisztikus matematika feladat 74
7. ábra. A feladatok nehézségének megítélését mérő kérdés feladatváltozatai 78
8. ábra. A feladatok érdekességének megítélését mérő kérdés feladatváltozatai 79
9. ábra. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődése 81
10. ábra. A 7. feladat mélystruktúrája folyamatábrával szemléltetve 84
11. ábra. Az MSZF-teszt feladatainak átlaga és szórása a 3. évfolyamon 85
12. ábra. Az MSZF-teszt feladatainak átlaga és szórása az 5. évfolyam 86
13. ábra. Az MSZF-teszt feladatainak átlaga és szórása a 7. évfolyam 87
14. ábra. A szóolvasás szubtesztjeinek évfolyamonkénti átlagos megoldottsága 94
15. ábra. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség a szóolvasó készség függvényében 3. osztályban 96
16. ábra. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség a szóolvasó készség függvényében 5. osztályban 97
17. ábra. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség a szóolvasó készség függvényében 7. osztályban 98
18. ábra. Az MSZF-teszt teljesítményátlagai a szóolvasó készségteszt 10 osztályközén a 3. osztályos tanulók körében 99
19. ábra. A szövegértés fejlődése 101
20. ábra. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség a szövegértés függvényében 3. osztályban 103
21. ábra. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség a szövegértés függvényében 5. osztályban 104
22. ábra. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség a szövegértés függvényében 7. osztályban 105
23. ábra. Az MSZF-teszt teljesítményátlagai a szövegértés teszt 10 osztályközén a 3. osztályos tanulók körében 106

24. ábra. Az MSZF- teszt feladatainak korrelációs együtthatói a szövegértés teszt eredményével a feladat szövegének hossza szerinti sorrendben évfolyamonként 107
25. ábra. A számolási készség fejlődése 109
26. ábra. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség a számolási készség függvényében 3. osztályban 111
27. ábra. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség a számolási készség függvényében 5. osztályban 112
28. ábra. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség a számolási készség függvényében 7. osztályban 113
29. ábra. Az MSZF-teszt teljesítményátlagai a számolási készség teszt 10 osztályközén a 3. osztályos tanulók körében 114
30. ábra. A Kritériumrendszer-modell 116
31. ábra. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség és az egyes szűrők kapcsolatát mutató pontfelhők jellemző mintázata 119
32. ábra. A matematika és az irodalom attitűd életkori változásai 127
33. ábra. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képességfejlettsége a matematika attitűd függvényében mindhárom korosztályra 128
34. ábra. A matematika és az irodalom énkép életkori változása 130
35. ábra. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettsége a matematika énkép függvényében 132
36. ábra. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettsége az anya iskolai végzettsége szerinti részmintákon 134
37. ábra. A számolási készség átlagok az anya iskolai végzettsége szerinti részmintákon 135
38. ábra. A roma és nem roma tanulók matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlődése 137
39. ábra. A hátrányos és többségi tanulók matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlődése 139
40. ábra. A hátrányos helyzet és a roma származás szerinti részminták matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlettsége a 3. évfolyamon 141
41. ábra. A hátrányos helyzet és a roma származás szerinti részminták matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlettsége az 5. évfolyamon 142
42. ábra. A hátrányos helyzet és a roma származás szerinti részminták matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlettsége a 7. évfolyamon 143
43. ábra. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettsége a matematika jegy függvényében 148
44. ábra. Az IQ (100,15) sztenderdizált változó eloszlása szórásnyi osztályközökön .. 150

45. ábra. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettsége az IQ függvényében a 3., 5. és a 7. osztályos korosztályban 153
46. ábra. A legkönnyebbnek és legnehezebbnek ítélt feladatok a választás gyakorisága szerint 159
47. ábra. A feladatváltozatok érdekességének megítélése átlagpontszámokban 163
48. ábra. A tanulásban akadályozott és a többségi tanulók matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlődése 168
49. ábra. Az „anya legmagasabb iskolai végzettsége=általános iskolát befejezte” tanulásban akadályozott és többségi részminták matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlődése (minden részmintára: 50 < n < 80) 169
50. ábra. A tanulásban akadályozott és a többségi diákok százalékos aránya az MSZF-teljesítmény kvartilis csoportjain belül évfolyamonként................... 172
51. ábra. A 3. évfolyamos tanulásban akadályozott és többségi diákok eloszlásgörbéje az MSZF-teljesítmény öt osztályközén............................... 172
52. ábra. Az 5. évfolyamos tanulásban akadályozott és többségi diákok eloszlásgörbéje az MSZF-teljesítmény öt osztályközén............................... 173
53. ábra. A 7. évfolyamos tanulásban akadályozott és többségi diákok eloszlásgörbéje az MSZF-teljesítmény öt osztályközén............................... 174
54. ábra. A 7. osztályos tanulásban akadályozott és a 3. osztályos többségi diákok MSZF-teljesítményének eloszlása.. 175
55. ábra. A 3. feladat eredményei a tanulásban akadályozott és a többségi diákok részmintáján évfolyamonként 176
56. ábra. A 4. feladat eredményei a tanulásban akadályozott és a többségi diákok részmintáján évfolyamonként 177
57. ábra. Az 5. feladat eredményei a tanulásban akadályozott és a többségi diákok részmintáján évfolyamonként 178
58. ábra. A 6. feladat eredményei a tanulásban akadályozott és a többségi diákok részmintáján évfolyamonként 179
59. ábra. A 7. feladat eredményei a tanulásban akadályozott és a többségi diákok részmintáján évfolyamonként 180
60. ábra. A szóolvasás, a szövegértés és a számolási készség fejlődése a tanulásban akadályozott tanulók részmintáján 181
61. ábra. A 3. évfolyamos többségi és a tanulásban akadályozott részminták eloszlása az IQ (%p) változó tíz osztályköze szerint.. 185
62. ábra. Az 5. évfolyamos többségi és a tanulásban akadályozott részminták eloszlása az IQ (%p) változó tíz osztályköze szerint.................................... 186

63. ábra. A 7. évfolyamos többségi és a tanulásban akadályozott részminták eloszlása az IQ (%p) változó tíz osztályköze szerint.. 187
64. ábra. A 3. osztályos többségi és tanulásban akadályozott diákok MSZF-teljesítménye az IQ függvényében (az n > 10 részminták esetében)............. 188
65. ábra. Az 5. osztályos többségi és tanulásban akadályozott diákok MSZF-teljesítménye az IQ függvényében (az n > 10 részminták esetében)............. 189
66. ábra. A 7. osztályos többségi és tanulásban akadályozott diákok MSZF-teljesítménye az IQ függvényében (az n > 10 részminták esetében)............. 191

BEVEZETÉS

Jelentős törekvések figyelhetők meg nemzetközi és hazai viszonylatban is a világ változásaival lépést tartó matematikaoktatás kialakítására (*Csapó*, 2005; *OECD*, 2003). A *Nemzeti Alaptanterv* a matematikaoktatás céljai és feladatai közül elsősorban a megszerzett matematikatudás iskolán kívüli használhatóságát, valamint az önálló gondolkodás, a problémalátás fejlesztésének, a problémamegoldói stratégiák elsajátításának fontosságát hangsúlyozza. A magyar közoktatásban is jelentkező törekvés: a nagy mennyiségű ismeretanyag átadása helyett a produktív képességek fejlesztésére kell helyeznünk a hangsúlyt. A matematikára vonatkoztatva ez azzal a következménnyel jár, hogy az egyenletek, az algoritmikus, szimbólumokat használó, számolós feladatok mellett jobban előtérbe kerülnek a valós környezetbe ágyazott problémák, melyek egyaránt eleget tesznek a „valóság-modellező” és a „problémamegoldó” elvárásoknak (*Felvégi*, 2005; *Molnár*, 2006).

A szöveges feladatok megoldása egyike a matematika azon területeinek, ahol az absztrakt fogalmak kézzel fogható haszna megmutatható, alkalmazásokra, valós problémák vizsgálatára kerülhet sor. A szöveges feladatok megoldásának kutatása a matematikai nevelés terén folytatott vizsgálatok között az egyik legintenzívebb irányvonalnak tekinthető (*Csíkos*, 2002, 2003; *Csíkos* és *Dobi*, 2001; *De Corte*, 1997; *Józsa* és *Székely*, 2004; *Kelemen*, *Csíkos* és *Steklács*, 2005; *Sternberg* és *Ben-Zeev*, 1998; *Vidákovich* és *Csapó*, 1998; *Wyndhamn* és *Säljö*, 1997).

A szöveges feladatok megoldására irányuló első és mind a mai napig legnagyobb volumenű hazai vizsgálat *Nagy József* nevéhez kötődik. Kutatásában elvégezte az egyszerűbb, egy vagy két alapművelettel megoldható szöveges feladatok rendszerezését, a megoldási módok struktúrájának feltárását. A kutatás eredményeként tesztelméleti paraméterekkel ellátott szöveges feladatbank jött létre, ismertté vált a képesség fejlődési folyamata (*Nagy* és *Csáki*, 1976).

A szöveges feladatok sikeres megoldásához számos készség és képesség megfelelő szintű fejlettsége szükséges. Elengedhetetlen a matematikai alapkészségek, mint például a számolási készség optimális begyakorlottsága (*Nagy,* 2007), de emellett a problémareprezentáció is nagy szerepet kap (*De Corte*, 2001, *Mayer* és *Hegarty*, 1998). A szövegként közölt információk felvétele nyilvánvalóan megkívánja az szóolvasás készségének, a szöveg értelmezése és megértése pedig a szövegértés megfelelő szintű fejlettségét (*Józsa*, 2006).

A matematikai szöveges feladatok megoldásának sikerességében egyáltalán nem elhanyagolható szerep hárul a tanulók feladatmegoldással kapcsolatos motívumaira, énképére, attitűdjeire (*Dobi*, 2002). Sok esetben a tanulók már a feladat látványa alapján azt mondják, hogy ezt ők úgy sem fogják tudni megcsinálni, és neki sem kezdenek a probléma végiggondolásának. Ez az averzív motívum – mely a tanulók sokaságában kialakul – gátját képezi a szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődésének. Az eredményes matematikatanítás egyik, és talán legfontosabb eleme ezeknek az elkerülő motívumoknak a megszüntetése (*Józsa*, 2007). Dolgozatomban a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség, valamint a matematikai szöveges feladatok megoldásának jellemzőit járom körbe, vizsgálom empirikus kutatások keretében. Ismereteim szerint Magyarországon még nem zajlott olyan kutatási program, amely a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség átfogó vizsgálatát, a képesség működését befolyásoló külső, illetve mentális tényezők spektrumának feltárását valósította volna meg.

A matematikai szöveges feladat megoldásának tárgyalását három szempont köré építem fel. (1) Elemzem, hogy a matematikai szöveges feladatok szerkezetének három szintje, a mélystruktúra, a tartalom és a kontextus hogyan befolyásolja a feladatmegoldást. (2) Vizsgálom a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség összefüggéseit más matematikai készségekkel, a szóolvasással, a szövegértéssel, az intelligenciával, valamint affektív tényezőkkel, motívumokkal és szociális háttérváltozókkal. (3) Feltárom a tanulásban akadályozott gyermekek matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének jellegzetességeit, és eredményeiket összehasonlítsam a többségi társaikéval.

A dolgozat empirikus munkájának gerincét alkotó 1550 fős, nagymintás keresztmetszeti vizsgálat eredményeként feltárul a szóolvasás, a szövegértés, a számolási készség, az intelligencia, a matematikára vonatkozó affektív tényezők, a matematika attitűd, a matematikai énkép matematikai szöveges feladatok megoldására gyakorolt hatása. A keresztmetszeti vizsgálat lehetővé teszi ezen jelenségek életkori sajátosságainak leírását.

A matematikai szövegesfeladat-megoldó képességet befolyásoló kognitív készségek, képességek és a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség összefüggései alapján egy modellben foglalom össze a matematikai szöveges feladat megoldásához elengedhetetlen tudáselemeket. A modell neve, *Kritériumrendszer-modell*, ami arra utal, hogy a matematikai szöveges feladatok megoldásához szükséges tudáselemek, hipotézisem szerint, kritériumokat jelentenek, melyek rendszerben írhatók le. A *Kritériumrendszer-modellt* empirikus módszerekkel tesztelem és igazolom.

A mintában a 3., 5. és 7. osztályos többségi tanulók mellett részt vettek ugyanezekhez a korosztályokhoz tartozó tanulásban akadályozott gyermekek is. A tanulásban akadályozott tanulók matematikatudásáról nincsenek nagymintás hazai empirikus eredmények. Elemzéseim által ismertté válik a tanulásban akadályozottság szerepe a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség, valamint a számolási készség esetében. A vizsgálati elrendezés előnye, hogy ugyanazon mérőeszközökkel történt a többségi és a tanulásban akadályozott diákok esetében az adatfelvétel, így összehasonlító adatokat közlök a többségi és a tanulásban akadályozott gyermekek matematikai szövegesfeladat-megoldó képességéről, számolási készségéről. A legújabb integrációs törekvések szerint az egyes készségek, képességek fejlődésének feltérképezése a tanulásban akadályozott diákok esetében, illetve fejlődésük összehasonlítása a többségi diákok fejlődésével elengedhetetlen a sikeres integráció szempontjából. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség és a számolási készség vizsgálatával ezen törekvésekhez kívánok csatlakozni.

Munkám empirikus részét a nagymintás mérés mellett három kiegészítő vizsgálat elemzése is támogatja, melyek mindegyike a matematikai szöveges feladatok megoldására fókuszál, de azt különböző szempontokból világítja meg.

A „Realisztikus matematika” nevet viselő kutatás, mely a tartalmi szinten módosított, realisztikus matematikai szöveges feladatok megoldásának sikerességét vizsgálta 126 7. osztályos tanuló bevonásával. A hagyományos és a realisztikus matematikai szöveges feladatokon nyújtott teljesítmény összevetése mellett lehetőséget ad a matematikai szöveges feladatok megoldását kísérő tanulói meggyőződések vizsgálatára is.

A „Gondolkodási stratégiák – tanulói interjúk” vizsgálat módszertani szempontból eltér a többitől, mert amíg azok papír-ceruza teszteket és kérdőíveket felhasználó kvantitatív jellegű kutatások, ez a vizsgálat az interjú módszerrel kvalitatív jellegű mérést is lehetővé tett. A interjúk alatt a diákok feladata az volt, hogy egy összetett, valóságközeli feladatot oldjanak meg hangosan gondolkodással (*think aloud*). A 15 perces interjúk 20 4. osztályos tanulóval készültek, melyeket videokamera rögzített a későbbi részletes elemezhetőség céljából. A vizsgálat a feladatok tartalmi és kontextuális szintjeinek vizsgálatához szolgál eredményül.

A harmadik kiegészítő vizsgálat, mely a „Tanulói meggyőződések” nevet viseli, a tanulók matematikai szöveges feladatokra vonatkozó meggyőződéseire fókuszál a feladat nehézségével és a feladat érdekességével kapcsolatban. Tartalmi szinten módosított, különböző szövegezésű, de azonos matematikai művelettel megoldható feladatok esetén 5. osztályos tanulókat arra kértünk, hogy véleményezzék azokat a feladat érdekessége és a feladatmegoldás nehézsége szerint. Az elemzésben 3650 kitöltött kérdőív adatai szerepelnek.

A matematikai szöveges feladatok megoldásának több szempontú vizsgálata a diákok kognitív fejlődését, a különböző készségek, képességek sajátosságait feltáró neveléstudományi kutatásokhoz csatlakozik. A többségi tanulók mellett a tanulásban akadályozott gyermekek vizsgálata a gyógypedagógia és a többségi pedagógia közötti kapcsolat, az összehasonlítható kutatási eredmények gazdagítását szolgálja (*Józsa* és *Fazekasné*, 2006a, 2006b, 2009).

Munkámmal célom továbbá, hogy a matematikai szöveges feladatok közoktatásban való sikeres alkalmazását segítsem. A matematikai szöveges feladatok a mai közoktatás céljainak szolgálatában egyre kiemelkedőbb szerepet kapnak, ezért elengedhetetlen a kutatás alapú oktatásirányítás számára a téma sok szempontú elemzése, átfogó vizsgálata. Ennek egyik feltétele, hogy ismerjük a tanulók matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének jellemzőit. A vizsgálatból származó következtetések rámutathatnak a közoktatási gyakorlat és a kutatási eredmények közti disszonanciális pontokra, a produktív irányváltás lehetőségeire.

1 A MATEMATIKAI SZÖVEGES FELADATOK PROBLÉMAVILÁGA

1.1 Matematikai szöveges feladatok az oktatásban

A XXI. századi iskoláknak szükségszerűen szembe kell nézniük azzal a problémával, hogy a tudásalapú társadalom szereplőiként milyen tudáselemeket, milyen módszerek alkalmazásával, milyen értékelési eljárások alkalmazása mellett adjanak át a felnövekvő generációknak. Régóta ismert, és talán egyre szélesebb körben elfogadott elv (*Csapó*, 1992), hogy ma csaknem lehetetlen körülhatárolni azoknak az ismereteknek a körét, amelyekre a következő generációknak szükségük lesz. Egyre kevésbé tűnik definiálhatónak a jövőben szükséges készségek, képességek köre. Mivel a tudás, így a matematikatudás minőségének is fontos mutatója annak működőképessége, alkalmazhatósága (*Csapó*, 1999, 2003a), az kétségbevonhatatlan, hogy az életben való boldoguláshoz néhány évtized múlva is szükséges lesz a hatékony információ-feldolgozásra, a tanulással kapcsolatos ismeretek és készségek megszerzésére, valamint a komplex problémamegoldásra (*Molnár*, 2006a).

A matematikaoktatás céljaira vonatkoztatva ez azzal a következménnyel jár, hogy az egyenletek, az algoritmikus, szimbólumokat használó, számolós feladatok mellett jobban előtérbe kerülnek a szöveges, valós környezetbe ágyazott problémák, melyek egyaránt eleget tesznek a „valóság-modellező” és a „problémamegoldó” elvárásoknak.

A nemzetközi mérések hátterét adó elméleti keretben, tudáskoncepcióban és az alkalmazott, matematikai tudásmérést célzó mérőeszközökben is jelentős változások figyelhetők meg. A tantervi tartalmak helyett a modern társadalom által elvárt, az életben alkalmazható tudást jelölő műveltség mérése a deklarált cél (*Csíkos*, 2005; *Molnár*, 2006b), ehhez pedig olyan valóságközeli szöveges problémák alkalmazása szükséges, melyeknél a mechanikus, rutinszerű megoldás helyett valamilyen megoldási terv, stratégia alkalmazása szükséges (*OECD*, 2007).

A hagyományos matematikaoktatással szembeni kritikák leggyakrabban a matematikaoktatás módszertanát és céljait (céltalanságát) támadják. A XX. század második felében meginduló matematikaoktatási reformmozgalmak közös törekvése, hogy az iskolai matematikaoktatás a gondolkodás fejlesztésére, az értelem kiművelésére koncentráljon, valamint az életben hasznosítható tudást közvetítsen (*Csapó*, 2003a). Az 1990-es években fogalmazta meg *Wyndhamn* és *Säljö* (1997) azt a vissza-visszatérő célt, miszerint a modern matematikaoktatás fő célkitűzése, hogy felkészítse az embereket az úgynevezett való életből vett feladatok megoldására.

A hazai oktatásirányítás is a matematikaoktatás megújítását pártolja, alapdokumentumában a matematika tantárgy céljai között a következő olvasható: „Alapvető célunk a megértésen alapuló gondolkodás fejlesztése, a valóságos szituációk és a matematikai modellek közötti kétirányú út megismertetése, és azok használatának fokozatos kialakítása” (*Oktatási és Kulturális Minisztérium*, 2007). A célok között tehát előtérbe kerül a megszerzett matematikatudás „világi”, iskolán kívüli használhatósága, valamint az önálló gondolkodás, a problémalátás fejlesztése, a problémamegoldói stratégiák elsajátításának fontossága.

Romberg (1992) szerint a tantárgyi változások egyik motorja az üzleti élet lehet. Azaz egy késleltetett visszacsatolás által a közoktatásnak rá kell döbbennie arra, hogy napjaink munkaerőpiacán az elemzők, problémalátók, -megoldók iránt nagy a kereslet, ezen képességeknek nagy a piaci értéke, tehát az oktatásban egyre nagyobb hangsúlyt érdemes fektetni az ilyen jellegű képességek kiművelésére.

A hazai és a nemzetközi szinten kitűzött célok tehát egyaránt a szöveges feladat matematikaoktatásban való reneszánszára hívják fel a figyelmet, hiszen mindazon elvárások megvalósításában, melyek a modern matematikaoktatással szemben megfogalmazódnak, a jól megválasztott szöveges feladatok nagy szerepet kaphatnak. A hangsúly a jól megválasztott szöveges feladatokon van, mert bár minden olyan matematikai jellegű problémát szöveges feladatnak nevezhetünk, mely szövegként van megfogalmazva, nem mindegyikre mondható, hogy valóságot leképező szituációt ír le, és az sem, hogy a fent említett célokat szolgálná. Az iskolában a tanulók számára kitűzött szöveges feladatok túlnyomó többsége a tanult matematikai témakörök szerint tagolódik, és a szöveges feladatok sok esetben épp a rutinszerű, mechanikus műveletek, matematikai eljárások begyakoroltatását szolgálják.

1.2 A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség összetevőinek, a matematikai szöveges feladat folyamatának modelljei

Ebben a fejezetben összefoglalom azokat az elméleti megközelítéseket, illetve elméleti modelleket, melyek a matematikai szöveges feladatok megoldásához szükséges tudáselemek, készségek és képességek rendszerbe foglalására, vagy a feladatmegoldás folyamatának modellezésére vállalkoznak. Mindezek előtt definiálom a matematikai szöveges feladat és a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fogalmát.

Matematikai szöveges feladatnak (MSZF) tekintendő minden olyan probléma, mely megfogalmazása szöveges, és a megoldásához elengedhetetlen a matematika valamely területének alkalmazása. Ily módon megfogalmazhatók a matematika legkülönbözőbb területeit érintő szöveges feladatok. Elképzelhető, hogy a matematikai szöveges feladat mélystruktúrája a számelméleten, magasabb algebrán, vagy akár a függvényanalízisen alapszik, de az általános iskolai és középszintű oktatás matematika óráinak témái közül is említhető a kombinatorika, a valószínűségszámítás, vagy a geometria. A következőkben a matematikai szöveges feladatok körét mégis leszűkítem azokra a problémákra, melyek mélystruktúrájukban aritmetikaiak, alapműveletekre épülnek. Ezeknek köre számtani szöveges feladatoknak is nevezhető (*Csíkos*, 2003).

Matematikai szövegesfeladat-megoldó képességnek (MSZF-K) azt az összetett képességet nevezem, mely szükséges a különféle matematikai szöveges feladatok megoldásához. A személyiség *Nagy József-i* pszichikus komponensrendszerében (2000) a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség a kognitív kompetencia egyik összetett képességeként helyezhető el. *Vidákovich* és *Csíkos* (2009) a matematikai tudást gyűjtőfogalomként használja és érti alatta mindazon pszichikus komponensek halmazát, melyek fontosak a matematika iskolai tanulása, valamint a matematikai tanulmányok iskolai és iskolán kívüli alkalmazása szempontjából. Bár ezen gyűjtőfogalmon belül a komponensek helyzetét, relációit és csoportjait nem definiálják, feltételezhető, hogy a matematikai szöveges feladatok megoldásához szükséges komponensek által alkotott részhalmaznak kiemelt szerepet tulajdonítanak. Ezt igazolja, hogy a matematikai tudás kognitív összetevőire irányuló kutatások leírásának egyik pilléreként a matematika problémamegoldást célzó matematikai szöveges feladatok vizsgálatait választották.

A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség bonyolultsága, összetettsége nem vitás, a képesség működéséhez szükséges összetevők, készséges, ismeretek, képességek elkülönítése annál még bonyolultabb. Bár a pedagógiai szempontú képességvizsgálatok egyik nagy kérdése az, hogy az összetettebb képességek visszavezethetők-e egyszerűbb (elemi) képességekre, készségekre, és ha igen, milyen módon. *Csíkos* és *Dobi* (2001) szerint nem áll rendelkezésre olyan komplex rendszer, mely a matematikai képességek explicit leírására vállalkozna, mely a matematikai készséges és képességek összetevőit rendszerbe foglalná. A következőkben áttekintem azon elméleteket, melyek elméleti keretet adnak a matematikai szöveges feladatok megoldásához szükséges tudáselemek meghatározására.

Pólya György (1962) a matematikai problémák megoldására egy általános megoldási sémát írt le. A folyamatban több fázist különített el, melyek közül az első a *megértés*. A megértés azt jelenti, hogy világossá válik a probléma lényege, a feladatmegoldó számára kiderül, hogy mire kell választ kapnia. A második lépés az adatok között rejlő összefüggések feltárása. A feladatban rejlő adatok és a megválaszolandó kérdés összefüggéseinek megismerése elengedhetetlen pontja a sikeres problémamegoldásnak. A *Pólya-i* modell egyik kulcsszereplője, a *tervezés* a következő fázis. Jelentőségét Pólya is többször hangsúlyozza (*Pólya*, 2000). A tervezést a terv végrehajtása követi. Az utolsó, de az egyik legfontosabb fázis az *ellenőrzés*, azaz annak megvizsgálása, hogy a kapott eredmény valóban a probléma megoldása-e, a kérdésre választ ad-e, valamint ide tartozik annak leellenőrzése, hogy a végeredmény megfelel-e a megoldással szemben támasztott kritériumoknak. A megértés, tervezés, ellenőrzés fázisainak hangsúlyozásával napjaink metakognícióra irányuló kutatásaiban találkozhatunk, ahol az önmagunk gondolkodására vonatkozó gondolataink, megfigyeléseink irányításában kapnak nagy szerepet (*Csíkos*, 2007).

Lénárd Ferenc (1987) a matematikai problémamegoldás pszichológiai szempontú megközelítését követte. Modelljét empirikus kutatási eredmények alapján állította fel. A problémamegoldás kilenc fázisát különböztette meg, melyek a következők: ténymegállapítás, a probléma módosítása, megoldási javaslat, kritika, mellékes mozzanatok említése, csodálkozás és tetszés, bosszankodás, kételkedés, a munka feladása. Megállapítása szerint ezekbe a fázisokba a problémemegoldás minden mozzanata besorolható. A fázisok áttekintése alapján egyértelmű, hogy ezek sorrendje nem kötött, sőt az sem szükségszerű, hogy minden fázis megjelenjen egy feladatmegoldásban.

Kintsch és *Greeno* (1985) a matematikai szöveges feladatok megoldásának menetét számítógépes analógiával, algoritmikus úton modelleze. A hiányzó adat (a feladat kérdése) és a megfogalmazás jellege szerint számos feladattípust különböztettek meg. Leírták, hogy egy adott matematikai művelethez – a megfogalmazás lehetséges eseteit figyelembe véve – milyen lépések egymásutánjával történik a feladatmegoldás.

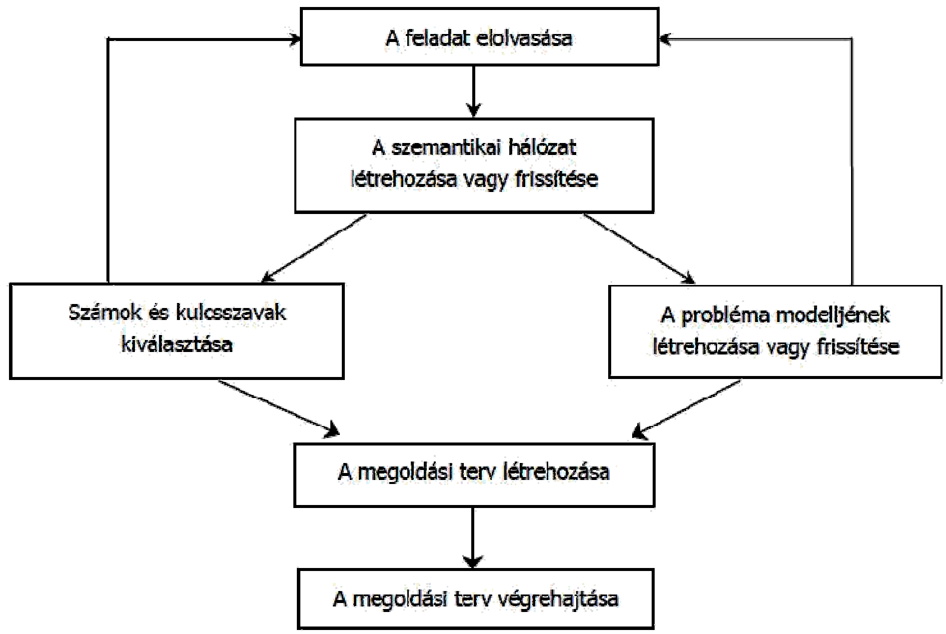
A modell két fő jellegzetessége, hogy a feladatmegoldást szekvenciálisan, azaz a lépések egymás utáni sorozataként írja le, valamint figyelembe veszi a rövid távú memória korlátjait, azaz egyenes összefüggést feltételez a szükséges lépések száma és a feladatmegoldás nehézsége között. A modell egyik megkerülhetetlen hibája, hogy a feladatmegoldás a tartalom-függetlenségre épül, melynek cáfolatát számos kognitív pszichológiai kutatás támasztja alá (*Csapó*, 2003b).

A képességek neurokognitív megközelítésével foglalkozik *Geary* (1998) a matematikai képességek rendszerbe foglalásával. A biológiai és a kulturális tényezőknek az egyéni fejlődésre való hatásának vizsgálata céljából megkülönböztet biológiailag elsődleges képességeket, melyek faj-specifikusak, azaz kultúra-függetlenek, illetve biológiailag másodlagos képességeket, melyek kultúra-specifikusak. Ennek megfelelően definiálja a biológiailag elsődleges és másodlagos matematikai képességeket. Az elméleti modell gyakorlati célja az, hogy magyarázatot adjon a nemzetek közötti matematikateljesítményben megjelenő különbségekre. Példaként a kelet-ázsiai és az amerikai populációk összehasonlítását említi. Ha az ázsiai gyermekek előnye az elsődlegesnek definiált területeken is megmutatkozik, akkor *Geary* szerint feltételezhető egy „ázsiai matematikai gén” (*Geary*, 1998, 153.o.), és egy amerikai matematikai gén létezése, melyek a különbségekért felelősek. Ha az elsődleges matematikai képességekben nem jelenik meg a különbség, de a másodlagos területeken jelentős teljesítménykülönbségek tapasztalhatók, akkor azt nagy valószínűséggel a kulturális tényezők, az iskoláztatás sajátosságai és a matematikához való hozzáállás okozza.

A neurokognitív irányzathoz kapcsolódó kutatások közül több is igazolta, hogy a matematikai problémamegoldás, amit nemzetközi összehasonlító vizsgálatokban legtöbbször aritmetikai és algebrai szöveges feladatokkal mérnek, biológiailag másodlagos kognitív képesség. Ezt bizonyítja az a tény, hogy a pszichometria módszereit alkalmazó kutatások a matematikai gondolkodás faktort – ellentétben a numerikus készségfaktorral – csak olyan fiatalok esetében tudták kimutatni, akik több matematikai kurzuson vettek részt (*Geary*, 1993). Egy olyan komplex matematikai képesség, mint ami a matematikai szöveges feladatok megoldásához szükséges, a formális iskolai oktatás keretei között alakul ki, következésképpen a kulturális hatások miatt az egyes nemzetek teljesítményében is nagy különbségek lehetnek. Ez magyarázza azt a tényt, hogy a nemzetközi vizsgálatokban az országok között az egyszerű aritmetikai feladatok esetében nincsenek olyan jelentős különbségek, mint az összetettebb, problémamegoldást kívánó, szöveges feladatok esetén (*Geary*, 1998).

Mayer és *Hegarty* (1998) a szöveges feladatok megoldásának folyamatát a problémareprezentációs stratégiák mentén írták le. Véleményük szerint abban különbözik egy szöveges feladat a nem szöveges feladatok megoldásától, hogy a helyes feladatmegoldásnak elengedhetetlen feltétele a probléma helyes reprezentálása, majd matematikára fordítása. A reprezentáció fontossága mellett a modell másik alapvető gondolata a feladatmegoldás folyamatának ciklusokkal, elágazásokkal való leírása, mely ciklusok és elágazások a feladat szövegének olvasása és a megoldási terv készítése között jelennek meg. Az általuk felállított modellt az 1. *ábra* szemlélteti.

A feladatmegoldónak a problémához való viszonyulása szerint a megoldási stratégiák között két lényegesen eltérőt különböztetnek meg. A feladatmegoldók egyik csoportja a *közvetlen transzlációs stratégiát* követi, ami azt jelenti, hogy szöveges feladatok megoldása során első lépésként a számokat és a kulcsszavakat ragadják ki a feladatból, és ez alapján próbálnak aritmetikai műveleteket kitűzni. Ez a megközelítési mód röviden úgy foglalható össze, hogy „előbb számolunk, s csak azután gondolkodunk” vagy utána sem. Azaz a kvalitatív megfontolásokat megelőzik a kvantitatív gyorsstratégiák.



1. ábra

Számtani szöveges feladatok megértésének modellje

(Hegarty, Mayer és Monk, 1995, 20. o.)

A másik leírt probléma-megoldási eljárás a *problémamodellező stratégia*. Azok a problémamegoldók, akik ezzel a megközelítéssel látnak munkához, először a problémában leírt helyzet megértésével foglalkoznak, majd a szituáció reprezentációján nyugvó megoldási tervet szerkesztenek. Ez esetben a probléma modellezése a probléma megértésén alapuló, elmélyülő racionális megközelítés, tehát a problémaszituáció kvalitatív megértésének kialakításából áll. A matematikai problémamodellezési eljárás követi a problémareprezentáció lépéseit (transzláció, integrálás, tervezés), és ezek helyes elvégzése vezet célhoz.

Mayer és *Hegarty* (1998) a szöveges problémák megoldásának kutatása alapján az alábbi konklúziót vonja le: a szöveges problémák megoldásbeli nehézségeinek forrása inkább a problémák reprezentálásában van, mint a megoldási eljárás végrehajtásában, a problémák reprezentálásának nehézsége inkább a kapcsolatteremtő kijelentések értelmezése, mint a kijelöléseké. A kapcsolatteremtő kijelentések értelmezési nehézségei pedig a közvetlen transzlációs stratégiával szemben a problémamodellező stratégia használatát kívánják.

A matematikai szöveges feladatok megoldásának első hazai átfogó vizsgálata *Nagy József* nevéhez fűződik, akinek vezetésével közel félszáz évvel ezelőtt elkezdődött a matematikai készségek és képességek empirikus mérése, melynek keretei közt létrehoztak a feladatmegoldás fejlettségének mérése céljából egy matematikai szöveges feladatokból álló feladatbankot is (*Nagy*, 1973).

A matematikai szöveges feladatok megoldásához szükséges kognitív tudáselemek empirikus vizsgálatának következő mérföldkövét az ezredforduló előtti években a *Szegedi Neveléstudományi Műhelyben* folyó, a településtípus és az iskolatípus szerint országosan reprezentatív mintán végzett felmérések adják (*Vidákovich* és *Csapó*, 1998). A kutatás az 1972-ben végzett vizsgálat újramérése. A kutatók az alkalmazott matematikai szöveges feladatokat az eltelt 15 év társadalmi és pedagógiai változásaihoz igazították.

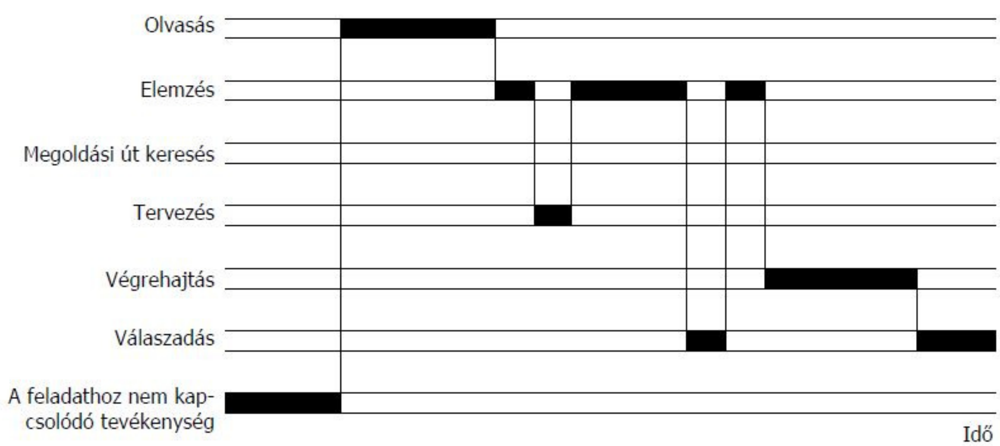
A vizsgálat hátterét adó elméleti modellben *Vidákovich* és *Csapó* (1998) a matematikai szöveges feladatok megoldásához szükséges tudáselemeket matematikai szövegesfeladat-megoldó készségekként említik. A matematikai szöveges feladatok megoldásának folyamatát szekvenciálisan írják le, a megoldás menetének négy lépését ragadták meg. A megoldási folyamat egyes szakaszaihoz társították a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség részkészségeit azt feltételezve, hogy a megoldás egyes szakaszaiban a megfelelő részkészségek működése a domináns. A részkészségek a következők voltak: (1) tartalommegértés; (2) mértékváltás, rejtett vagy felesleges adat; (3) műveletkijelölés; (4) műveleti sorrendiség.

A kutatásban 4., 6., 8. és 10. évfolyamon tanulók vettek részt, évfolyamonként nagyjából 3300 fő. Mivel a mérés a 70-es években végzett felmérésben használt feladatbank részhalmazával dolgozott, ezért lehetőség nyílt a két vizsgálat eredményeinek összevetésére. Érdekes eredmény, hogy az ezred végén a 4-10. osztályos diákok jobbak a matematikai szöveges feladatok megoldásában, mint a 25 évvel korábban iskolába járók. A képesség fejlődésének szakaszaiban is változás mutatkozott. A *Nagy József* által 1972-ben végzett méréskor a fejlődés legintenzívebb szakasza a 8. és 10 évfolyam esett, ami *Vidákovich* és *Csapó* 1997-es mérése szerint hamarabb, 4. és 6. osztály között történik meg (*Vidákovich* és *Csapó*, 1998).

A leírt részkészségek mint a matematikai szöveges feladatok megoldásához szükséges építőelemek általánosítása nem minden matematikai szöveges feladatra lehetséges. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség ezen összetevőkre való bontása olyan feladatokat feltételez, melyek ezen szerkezeti szempontok szerint készültek. A megközelítés azt sugallja, hogy a matematikai szöveges feladat megoldásához szükséges tudáselemek azonosítása a megoldási folyamat tevékenységeinek mentén lehetséges. Ezért a következőkben áttérek a matematikai problémamegoldás vizsgálatának egy másik koncepciójára, mely a megoldási folyamat tevékenységeit direkt módon vizsgálja.

Schoenfeld 1997-ben publikált kutatásában a matematikai problémamegoldás hat résztevékenységét azonosította, melyek a következők: (1) *olvasás* (*reading*); (2) *elemzés* (*analyzing*); (3) *útkeresés* (*exploring*); (4) *tervezés* (*planning*); (5) *kivitelezés* (*implying*); (6) *ellenőrzés* (*verifying*). A kezdők és a szakértők problémamegoldásának különbségeit felnőtt mintán vizsgálta, egyetemisták és matematikus professzorokra jellemző problémamegoldás tevékenységmintázatát hasonlította össze. Az eredmények szerint a sikeres, szakértőkre jellemző mintázat egyik jellemzője, hogy a tevékenységek nem kötött sorrendben követik egymást, hanem ciklusok, visszalépések figyelhetők meg. A feladat elolvasás, a szöveg értelmezése nem csupán a problémamegoldás elején történik meg, hanem a folyamat során többször a megoldás egyes szakaszaiban. *Mayer* és *Hegarty* (1998) egy érdekes kísérlet eredményeként ugyanerre a megállapításra jutott: a sikeres problémamegoldás együtt jár azzal, ha a tanuló többször is elolvassa a feladat szövegét.

A *Schoenfeld-i* tevékenységmintázatokat vizsgálta *Kelemen*, *Csíkos* és *Steklács* (2005) 5. osztályos diákok matematikai szöveges feladatok megoldása közben. A tanuló hangos gondolkodással végzett feladatmegoldásáról készült videofelvétel segítségével 15 másodpercenként kategorizálták a megfigyelhető tevékenységet. Az eredmények egybevágnak a tevékenységmintázatokban korábban deklarált (*Schoenfeld*, 1997) különbségekkel. A feladatot sikeresen megoldó diákokra az egyes tevékenységek sűrűbb váltakozása, illetve a feladat elolvasásának és elemzésének az időben hosszabb megjelenése a jellemző (*2. ábra*).



2. ábra

A sikeres feladatmegoldók Schoenfeld-i viselkedésmintázata

(Kelemen, Csíkos és Steklács, 2005, 352. o.)

A számolási tudáselemek feltárását orvosi szemszögből közelítő empirikus kutatásról számol be *G. Tóth, Horváth és Bocskai* (1998). A vizsgált területet számolási készségek terminológiával illetik. Kvantitatív eszközökkel végzett vizsgálatuk célja a számolási zavart okozó egyes diszfunkciós területek papír-ceruza teszttel való feltárása. Az általuk számolási készségeknek nevezett tudás tíz összetevőjét ragadták meg, mely komponensek egzisztenciális kérdéseivel nem foglalkoznak, hanem területeknek nevezik őket: (1) sík-tér-időbeli tájékozódás; (2) síkidom-felismerés, alak-konstancia; (3) globális számfelismerés; (4) számjegy-mennyiség-számnév egyeztetés vizuális, auditív és manipulatív módon; (5) mennyiségi relációk; (6) számjegyírás, felismerés, kiegészítés; (7) helyiérték; (8) alapműveletek manipulatív módon és számjegyekkel; (9) soralkotás és sorozatok; (10) szöveges feladatok. Bár a szerzők számolási képességnek és ezen képesség területeinek nevezik a fenti komponenseket, ezek a területek a pedagógiai értelemben vett számolási készségeknél jóval átfogóbb halmazt alkotnak, legközelebb *Vidákovich* és *Csíkos* (2009) által definiált matematikai tudás fogalmához vannak. A vizsgálatban 369 alsós tanuló vett részt. Ezeket az eredményeket a meghatározott területeknek megfelelő szubtesztek szerint közlik, melyekből szembetűnő, hogy a legalacsonyabb megoldottsági szint mind a négy évfolyamon a matematikai szöveges feladatok esetén adódott.

Végül az iskoláskorú gyermekek tudásmérésére koncentráló, nemzetközi felmérések közül az egyik legjelentősebbnek, a *PISA* vizsgálatnak a matematikai tudáskoncepciójára és terminológiájára térek rá, de előtte rövid áttekintést adok a nemzetközi projekt általános jellemzőiről, sajátosságairól (*Adams* és *Wu*, 2002; *OECD*, 1999, 2004, 2007).

Az *OECD* (*Organisation for Economic Co-operation and Development*) nemzetközi szervezet több mint negyven éve a világ egyik legnagyobb és legmeghatározóbb gazdasági intézménye, mely alapvető feladataként a tagországok kormányzati irányításának segítését, különféle területeken – gazdasági, szociális, oktatásügyi – végzett felmérések adataival, az adatok statisztikai elemzéseiből származó trendek ismertetésével való támogatását tűzte ki célul. Az *OECD* a tag- és partner országai oktatásügyének támogatására a komplex elemzésekhez adatokat szolgáltató és a nemzetek összehasonlítására alkalmas *PISA* (*Programme for International Assessment*) programot hívta életre. A vizsgálat célja, hogy a 15 éves diákok alkalmazható tudását mérje a matematika, a szövegértés és a természettudományi műveltség területén. A mérés koncepciója szerint minden alkalommal meghatároznak egy kiemelten vizsgált területet. 2006-ban 57 ország részvételével a harmadik *PISA* vizsgálat zajlott le, mely a három műveltségi területből kiemelten a természettudománnyal foglalkozott. 2003-ban a matematika, míg 2000-ban a szövegértés műveltségi terület kapott nagyobb hangsúlyt. A kiemelt műveltségi területtel kapcsolatos attitűdök, szokások alapos feltérképezése is része a mérésnek. A műveltségi területeken való teljesítmény mérése mellett a *PISA* vizsgálat nagy hangsúlyt fektet a gyermek környezetének, családi hátterének megismerésére kulturális, gazdasági, szociális szinten egyaránt. Az iskolákról való adatgyűjtés is része a vizsgálatnak, melyben többek közt az intézmények gazdasági helyzetére, felszereltségére, tantestületére vonatkozó változók felvételére kerül sor.

Minden felmért diákhoz a műveltségi területeken való teljesítményét leíró adatok mellett, több száz háttérváltozó áll az elemzők rendelkezésére, melyek átfogó képet adnak a diákok kognitív fejlődését befolyásoló környezeti tényezőkről.

A vizsgálat kutatásmódszertani háttere szempontjából fontos jellemző, hogy az egyes műveltségi területeken való teljesítmény összegét a *PISA* képességpontoknak nevezett változókba transzformálja, melyeknek az *OECD* tagországaira számított átlaga 500, szórása pedig 100. Ez a normatív skála összehasonlításokra, a különbségek kezelésére ad lehetőséget. A képességpontok a teszten való abszolút teljesítményről – hány százalékosan teljesített egy diák, vagy átlagosan egy osztály – nem hordoznak információt. Viszont lehetőséget adnak arra, hogy egy diák pontszámát egy csoport átlagos teljesítményéhez viszonyítsuk, illetve az országok átlagos teljesítményét a képességpontok alapján sorba rendezhessük. A skála beállításával, mely az *OECD* átlaghoz és szóráshoz igazítja az 500 pontot, illetve a 100 pontnyi intervallumot, egyszerűvé válik annak eldöntése, hogy az *OECD* országok összességéhez képest egy diák, egy iskola, egy nemzet teljesítménye a többszázezer európai, azonos életkorú diák átlagától jobb, vagy rosszabb, az átlagtól hány szórásnyira helyezkedik el.

A több száznyi háttérváltozóból származó információk tömörítéséhez és eredményesebb elemzéshez a *PISA* kutatói a felvett változók csoportjaiból indexeket képeznek. Több nyers változóból súlyozással összevont index például „*az otthoni javak*” (*index of home possessions*), melyben a diákok a tanulásban segítő javak: az otthoni internet, a saját szoba, a saját íróasztal birtoklása vagy a könyvek száma éppúgy benne van, mint a család háztartásának felszereltségére vonatkozó kérdések: mosogatógép birtoklása, autók, mobiltelefonok száma. Az indexeket úgy alakították ki, hogy az *OECD* országokra minden index átlaga 0, szórása pedig 1 legyen.

Az *OECD* a megváltozott társadalmi környezetnek megfelelően a 15 éves diákok tudását mérő *PISA* vizsgálatokban a korábbi nemzetközi vizsgálatokkal ellentétben nem a tantervi, szaktudás jellegű ismeretek, készségek és képességek elsajátítási szintjének megállapítására fókuszál, hanem az iskolában tanult tudáselemeknek egy hétköznapi helyzetben való összetett alkalmazásának sikerességét vizsgálja a matematika, a szövegértés és a természettudomány területén (*Csíkos*, 2005).

1.3 Realisztikus matematikai szöveges feladatok

A „realisztikus” jelző bizonyos matematikai szöveges feladatok előtt *Verschaffel, De Corte* és *Lasure* 1994-es publikációja óta az érintett szakirodalomban azt jelenti, hogy bizonyos feladatok helyes megoldásához a diákoknak a valós, hétköznapi helyzetekben szerzett tapasztalataikat, ismereteiket feltétlenül aktivizálniuk kell. Tehát a „realisztikus” jelleg ebben az esetekben a feladatnak nem a kontextusára, hanem a tartalmára, azaz a megoldáshoz szükséges tudáselemre és annak alkalmazására vonatkozik.

A kilencvenes években sokasodtak meg azok a kutatások, melyek középpontjában annak vizsgálata állt, hogy a diákok iskolai környezetben matematikai szöveges feladatok megoldásakor mennyire és miként alkalmazzák (illetve hanyagolják el) a valós világról szerzett ismereteiket, tapasztalataikat. Az első eredmények sokkolóan hatottak. Rövid időn belül egyre több szakember kezdett a jelenség vizsgálatával foglalkozni.

Az eltelt több mint 10 év alatt számos olyan kutatási eredmény született, mely bőséges bizonyítékkal szolgál afelől, hogy a diákok iskolai környezetben matematikai szöveges feladatok megoldása közben tendenciaszerűen elhanyagolják a valóság-közeli meggondolásokat, és probléma-megoldásukból kizárják a valós világról szerzett ismereteiket, tapasztalataikat. Sőt, az tapasztalható, hogy a józan ésszel való gondolkodást, a realisztikus megfontolásokat a diákok egy átlagos szöveges feladat megoldásában inkább ártalmasnak, mint hasznosnak vélik.

A realisztikus szöveges problémák vizsgálatával kapcsolatban három úttörő szerepet betöltő, megkerülhetetlen tanulmány említendő: *Greer* (1993*)*, *Verschaffel, De Corte* és *Lasure* (1994), *Reusser* és *Stebler* (1997). Jelentőségük – a kutatási eredmények mellett – abban óriási, hogy meghatároztak egy olyan módszertani rendszert, mellyel az addig sok esetben anekdotikus megfigyelések helyett empirikus módon, nemzetközi szinten vizsgálhatóvá vált a diákok iskolai környezetben történő realisztikus probléma-megoldása.

A kutatás mérőeszközét egy 10 feladatpárból álló teszt adta. A párok egy hagyományos feladatból és egy realisztikus, azaz a valós világgal összevetést igénylő problémából álltak. A hagyományos feladatok egy, vagy esetenként több aritmetikai művelet egymás utáni alkalmazásával könnyen megoldhatók voltak, míg a velük mélystruktúrájukban párhuzamos, de tartalmukat tekintve realisztikus feladatok megoldása matematikai modellezési problémákat rejtett, legalábbis annak, aki azokat a valós világgal kapcsolatos információkat, melyeket a feladatok szövege tartalmazott, komolyan számításba vette. Összetett kódolási rendszer alapján a paralel problémákra adott realisztikus reakciókat mérték. A kutatás egyik legfőbb jelentősége e 20 feladatnak a nemzetközi szinten való publikálása, és egyben bevezetése a szakmai köztudatba. Megjelenése után számos országban került sor ezen 10 feladatpár adaptációjából álló teszt használatára. A nemzetközi összehasonlításokat lehetővé tevő felmérésekben többek közt svájci, belga, ír, kanadai, japán és magyar gyerekek szerepeltek.

Az eredmények – melyeket számos nemzetközi és hazai (*Csíkos*, 2003; *Kelemen*, 2004) kutatások erősítenek meg – azt mutatják, hogy a realisztikus feladatokra – feladattól függően – a diákok maximum 20-50 százaléka ad realisztikus reakciót.

Ezen nemzetközi kutatások együttvéve széleskörűnek mondhatók, az eredmények pedig egybehangzóak ahhoz, hogy a tézist, miszerint a diákok matematikai szöveges feladatok megoldása közben erős tendenciát mutatnak a realisztikus meggondolások, illetve a valós világgal kapcsolatos ismeretek figyelmen kívül hagyására, bizonyítottnak és elfogadottnak tekintsük.

Az életszerű szituációk, valós problémák matematikaórán történő felvetésére, a matematika absztrakt fogalmainak gyakorlati használatának megmutatására alkalmasak a szöveges feladatok (*Józsa* és *Székely*, 2004). Nem egyértelmű azonban, hogy egy matematikai szöveges feladatot vagy problémát mikor tekintünk életszerűnek, avagy realisztikusnak. Lehet olyan leírást adni, amelyben a hétköznapi élet jelenségeit, viszonyait szerepeltetjük, és ezek matematikai modellezését várjuk el a tanulótól, de egy ilyen meghatározás meglehetősen kultúrafüggő és más okokból is pontatlan lenne. A matematikai feladatok életszerűségének verbális deskripciója helyett célszerű *Greer* (1997) gondolatmenetét követni. *Greer Freudenthal* egyik vizsgálatát idézi föl, amelyben a következő feladat szerepelt: *„Kovács úr hentesüzletében 26 kg hús van, és rendel még hozzá 10 kg-ot. Mennyi hús van most az üzletében?"* Ha a feladatot valóban a minket körülvevő valóság leírásának tekintjük, akkor akár úgy is okoskodhatunk, hogy bizonyos időbe telik, amíg megérkezik a 10 kg hús, és addig valószínűleg sikerül eladni a meglévő készletből. *Greer* szerint a matematikai szöveges feladatoknak van egy sajátos megjelenési formája, stílusa, amelyet szükséges ismerni ahhoz, hogy azokat a tanuló meg tudja oldani. Ez a megjelenési forma generálja azokat a tanulói meggyőződéseket, amelyeket *Reusser és Stebler (1997)* részletesen feltártak.

A tanulói meggyőződések között szerepel, hogy a szöveges feladatoknak mindig van egy helyes megoldása, amelyet a feladat szövegében szereplő számadatok felhasználásával, legtöbbször egy vagy két alapművelet elvégzésével megkaphatunk. Teljesen mindegy tehát, hogy 26 kg hús mellé 10 kg-ot rendel a hentes vagy 26 üveggolyó mellé 10 darabot kapok ajándékba. Nem a valóságban, a hétköznapi életben szereplő dolgok és viszonyok modellezése a tényleges feladat, hanem a feladat típusának, „zsánerének" a felismerése. Amikor *Verschaffel*, *Greer* és *De Corte* (2000) arról értekeznek, hogy a matematikai szöveges feladatok társadalmi-kulturális környezetükben értelmezendők, olyan feladatokat is bemutatnak, amelyek az ókortól kezdve a matematikai nevelés eszközei voltak, és amelyek valóban hétköznapi problémák matematikai modellezését igényelték. A folyammenti kultúrák öntözőárkainak megtervezése valóban életszerű feladat. Attól a pillanattól kezdve viszont, amikor a gyakorlás eszközévé válik, és a tartalma tetszőlegesen módosítható a matematikai szerkezet megtartása mellett, már nem feltétlenül érdemes életszerűnek tekintenünk.

Alapelv lehet a kutatások és az iskolai gyakorlat számára is, hogy egy realisztikus feladat ne csupán egy hétköznapi szituációba burkolt aritmetikai vagy algebrai feladat legyen, hanem a feladat életszerű megoldásához a valóság egyes elemeit: jelenségeit, szabályszerűségeit is figyelembe kelljen vennünk. Ezen elemek figyelembe vétele megjelenhet a feladat egészével kapcsolatos döntésben (pl. nem megoldható, nem értelmes a feladat), a feladat megoldásaként elvárt válasz jellegének meghatározásában (pl. nincs értelme 12,5 buszról beszélni), vagy a feladatmegoldás folyamatának bármelyik pontján. A valóság figyelembe vétele egyrészt gondolkodásunk magasabb szintű komponenseinek felhasználását jelenti, másrészt a feladattal kapcsolatos kontextuális jellemzők adekvát kezelését.

1.4 A matematikai szöveges feladatok felépítésének három szintje

A matematikai szöveges feladat esetében azon jellemzők megragadására törekszem, melyek befolyásolják a megoldás sikerességét. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség vizsgálatához a feladatok szerkezetében három szintet különböztetek meg: (1) a feladat mélystruktúráját, mely a feladatban rejlő, általában aritmetikai műveleteket jelent, (2) a feladat tartalmi szintjét, mely a vázolt szituációval kapcsolatos, és (3) a feladatmegoldás kontextusát, ami azon környezeti tényezőket írja le, melyek a feladatmegoldás folyamata alatt a feladatmegoldót és a feladat körülményeit jellemzik.

(1) *Matematikai mélystruktúra* alatt azokat a matematikai elemeket értem, melyet adott esetben matematikai nyelvre lefordítva egy algebrai, aritmetikai matematikai jelekből álló példát kapunk. A mai matematikaoktatás a matematika órán alkalmazott szöveges feladatokat azok mélystruktúrája szerint csoportosítja, és egy-egy művelet (összeadás, kivonás, szorzás, osztás) megtanulása után a műveletvégzés begyakoroltatására használja. Annak ellenére, hogy a diákok az iskolában a szöveges feladatoknak a mélystruktúra szerinti felosztásával találkoznak, ők maguk ezt a csoportosítást igen nehezen tudják elvégezni (*Kercood*, *Zentall* és *Lee*, 2004). Az alsó tagozat végére a diákok többsége gond nélkül oldja meg a szöveges feladatokként tálalt aritmetikai műveleteket. Ezt a tényt igazolják azok a kutatások, melyek a realisztikus feladatok mellett egy vagy két aritmetikai művelettel megoldható hagyományos feladatokat is alkalmaztak vizsgálataik során (*Verschaffel*, *De Corte* és *Lasure*, 1994; *Csíkos*, 2002, 2003; *Russer* és *Stebler*, 1997; *Kelemen*, 2004).

(2) Egy feladat *tartalmi* megjelenése a feladat szövegére vonatkozó tulajdonság. A gondolkodás – de bármilyen más kognitív működés – tanítása sok esetben egy elvont tartalmi síkon történik annak reményében, hogy ezáltal a megtanult folyamatok nem kötődnek egy konkrét tartalomhoz, hanem könnyen transzferálható tudást eredményeznek, bár kevés bizonyíték van arra vonatkozólag, hogy ezek a programok hosszú távon valóban eredményesek lennének (*Csapó*, 1999a). Ezzel szemben köztudott,

hogy a mélystruktúrájukat tekintve izomorf feladatok közül azt tudjuk sikeresebben megoldani, amelyik a feladatmegoldó számára ismerősebb témába van ágyazva (*Eysenck* és *Keane*, 1997).

Példaként a „fordított kulcsszavas" szöveges feladatokat említem, melyek jellegzetessége a megszövegezésükben rejlik, de logikailag ez is a tartalom témakörébe sorolható. Fordított kulcsszavas feladatokon olyan problémákat értünk, melyekben a használandó műveletre vonatkozó kulcsszó, illetve a feladat által megkívánt művelet nem „egyirányú". *„A Mamut Moziban a 'Gyűrűk ura - A király visszatér' című filmre egy jegy 1290 Ft-ba kerül. A Corvin mozi jegyáránál ez 200 Ft-tal több. Ha hárman megyünk a Corvinba, a hármunk jegye összesen mennyibe kerül?"*

Tehát a feladat megfogalmazásában a „több" kulcsszó szerepel, a feladat matematikára fordításakor mégis a „-" jelet kell alkalmazni. A fordított kulcsszavas feladatok terén történő kutatásokból az derül ki, hogy a diákok nagyobb valószínűséggel rontják el a fordított kulcsszavakkal leírt feladatokat. Ennek oka a számokat és a kulcsszavakat kiragadó stratégia, melynek következménye, hogy a probléma megértésén és helyes reprezentálásán nyugvó műveletek helyett a kulcsszavakhoz társított – a fordított kulcsszavas feladatok esetében helytelen – műveleteket végzik el (*Stern*, 1993; *Mayer* és *Hegarty*, 1998; *Kelemen*, 2004).

(3) A szöveges feladatok *kontextusán* a feladatok prezentálásának körülményeit értjük, azaz a feladathelyzetre vonatkozó verbális és nem verbális kommunikációt. *Butterworth* (1993) szerint a kontextusnak nincs széles körben elfogadott definíciója, de a kontextus alatt általában egy feladat megjelenésének fizikai, szociális és kulturális jellemzőit értjük. Gyakori az olyan értelmezés, amelyben a feladat kontextusa alatt a feladat tartalmi összetevőit értik. Ebben az értelmezésben hallhatjuk, hogy a tanulók nem képesek egy matematikai képlet felhasználására, ha az adott feladat fizika- vagy kémiaórán kerül elő.

A kontextus meghatározásában legtöbbször a kulturális és szociális tényezők kapnak szerepet. A kultúra szerepének elemzésében központi helyet kap a nyelvi tényezők vizsgálata, mivel a kultúra átvitelében a nyelvnek meghatározó szerepe van. *Mercer* (1993) nyelvészeti szemszögből úgy véli, hogy legtágabb értelemben a kontextus egy adott kijelentéshez kapcsolódó relevánsnak vélt külső tulajdonságok halmazát jelenti, amely külső tényezők befolyásolják egy kijelentés nyelvi analízisét. A nyelv ugyanakkor konkrét fizikai megjelenési formákhoz köthető. Ezért nagyon fontos a kontextus értelmezésében a figyelem jelentőségét, továbbá az intra- és interperszonális aspektusokat egyaránt kiemelni (*Butterworth*, 1993; *Roazzi* és *Bryant*, 1993).

Számos olyan nemzetközi (japán, flamand, ír és német) vizsgálat ismert *(Verschaffel, Greer és De Corte*, 2000), amelyekben kísérletet tettek a diákok realisztikus válaszainak növelésére a papír-ceruza tesztelés keretein belül azáltal, hogy a feladatmegoldás kontextusát változtatták. Ezek, a papír ceruza tesztelés keretein belül maradó kontextusváltoztatások lényegében hatástalannak bizonyultak, nem eredményeztek jelentős növekedést a diákok realisztikus reakciói terén. Ilyen kontextusváltoztatás a tesztlap elején egy arra vonatkozó figyelmeztetés, hogy a feladatok között lehetnek becsapós feladatok, vagy olyanok, amelyeknek nincs megoldása. A tesztlap címének változtatásával: „Matematika teszt”, „Matematikai rejtvények”, „Becsléses feladatok” sem sikerült szignifikáns javulást eredményezni a realisztikus válaszok terén. Más esetben a kísérletvezető szóban hívta fel a diákok figyelmét a lehetséges buktatókra, de ez a módszer sem bizonyult sikeresnek a megoldás hatékonyságának a szempontjából (*Reusser* és *Stebler*, 1997; *Verschaffel*, *De Corte* és *Lasure*, 1999; *Verschaffel* és *De Corte*, 2000).

2 A MATEMATIKAI SZÖVEGES FELADATOK MEGOLDÁSÁT MEGHATÁROZÓ KOGNITÍV TÉNYEZŐK

2.1 A problémareprezentáció

Általánosnak mondható az a megfigyelés, hogy a tanulók jóval nehezebben oldanak meg szöveges problémákat, mint aritmetikai, számolós feladatokat (*De Corte,* 2001*; Dobi,* 2002). Feltételezhető tehát, hogy a probléma megértése, illetve annak „matematikára fordítása” okoz nehézséget, ami figyelmünket a matematikai problémamegoldás folyamatának két fő szakasza (*reprezentáció*, *kivitelezés*) közül a problémareprezentáció vizsgálata felé fordítja.

Problémareprezentáció alatt a megoldási eljárás olyan mozzanatait értjük, melyek a probléma feltérképezésével, megértésével, matematikai műveletekre való fordításával, egy lehetséges megoldási terv készítésével állnak összefüggésben, míg a megvalósítás a reprezentáció során kitűzött aritmetikai, algebrai műveletek elvégzését jelenti (*Mayer* és *Hegarty,* 1996).

A reprezentáció összetett halmaza a közelebbi megismerés céljából tovább bontható a *transzláció*, az *integrálás* és a *tervezés* folyamataira. A transzláció a problémában rejlő minden fontos kijelentés reprezentációjának előállítását jelenti. Az integrálás a problémabeli helyzet felismerését, a problémában szereplő jelenségek egymáshoz való viszonyainak megállapítását foglalja magában. A tervezés a probléma megoldásának megszerkesztését jelenti.

Az a tény, hogy a tanulók sok esetben eredményesen szerkesztenek meg és hajtanak végre olyan számolási terveket, melyek a probléma helytelen reprezentálásán alapulnak, a transzláció és az integrálás fontosságára és egyben nehézségeire mutatnak rá. Feltehető, hogy a problémamegoldás egy fontos kulcsa azokban a folyamatokban rejlik, amelyekben a tanulók a matematikai problémák megértésére törekszenek, hiszen az esetek túlnyomó többségében a megvalósítás rutinszerű, de a reprezentáció nem az. Összességében állítható, hogy a matematikai szöveges feladatok megoldásában a probléma jelentésének felismerése a legkreatívabb mozzanat, és a megoldás sikeressége a helyes reprezentálási stratégia megválasztásán múlik *(Mayer* és *Hegarty,* 1998).

2.1.1 Mentális modellek

A mentális modellek elmélete az egyik lehetséges megközelítése a matematikai szöveges feladat esetében is történő problémareprezentációnak. A verbális és nem verbális tudáselemek integrált rendszereit és a kétféle tudástípus egymást támogató szerepét többféle fogalmi keretben vizsgálták az elmúlt évtizedek kutatásai. Ilyen fogalmi keretek: a vizuális és verbális kognitív stílusok leírása (*Kozhevnikov, Hegarty* és *Mayer*, 2002; *Kozéki* és *Entwistle*, 1986; *Révész, Bernáth* és *Séra*, 1995) és a *Johnson-Laird*-i mentális modell elmélet.

A nyolcvanas évektől terjedt el a mentális modell kifejezés, elsősorban *Johnson és Laird* (1983) munkássága nyomán. Mentális modellek alatt olyan reprezentációkat értünk, amelyek a verbális tudáselemek és az analóg reprezentációk között mintegy átmenetként értelmezhetők. A mentális reprezentációkat leíró elméletekben kétféle tudásformaként szerepelnek a szavakkal leírható tudáselemek (más néven a verbális információ vagy propozicionális tudás) és az analóg képzetek (*Eysenck* és *Keane*, 1998). Az analóg reprezentációk között a vizuális és auditív képzetek a legmeghatározóbb jelentőségűek (*Csapó*, 1992).

A mentális modellek az analóg reprezentációkhoz, például a vizuális képzetekhez hasonlóak a konkrétság és meghatározottság szempontjából. Viszont a verbális propozíciókhoz hasonlatosak abból a szempontból, hogy verbálisan leírható információtartalmuk van. *Eysenck* és *Keane* (1998) példája szerint az a mondat (verbális propozíció), hogy „A könyv a polcon van”, sokféle helyzetű és kinézetű könyv és polc esetén igaz lehet, ám a hozzá kapcsolódó mentális modellben (vagyis ahogyan elképzeljük a mondat tartalmát) általában egy konkrét kép jelenik meg előttünk, amelyen például a könyv álló helyzetben van, akár a polc közepén, akár a végén. A matematikai szöveges feladatokban tárolt verbális információ is valamilyen módon mentális modellek formájában reprezentálódhat a tanulók elméjében.

A mentális modellek fejlődése és fejlesztése szempontjából további fontos kérdés, hogy a saját mentális modelljeinkről milyen módon és milyen pontossággal tudunk beszámolni. A metareprezentáció kifejezés arra utal, hogy az ember képes a saját mentális reprezentációit megismerni, képes azokról többé-kevésbé pontos verbális leírást adni. *Sperber* (1999) átfogó értelmezését adja a fogalomnak: olyan reprezentációk, amelyek tárgyai mentális reprezentációk.

2.1.2 Képi problémareprezentáció a matematikai szöveges feladat megoldásához

A matematikai szöveges feladatok esetében a képi problémareprezentáció stratégiája vizsgálatához elengedhetetlen a problémamegoldás során készített rajzok típusainak és szerepének ismerete (*Van Meter* és *Garner*, 2005). *Goldin* és *Kaput* (1996) kiemelik a belső és külső matematikai reprezentációk közötti interakciók jelentőségét. A külső és belső reprezentációk közötti kapcsolatok egy része aktív és tudatos értelmezést nyer, míg más részük automatikusan és passzívan illesztődik hozzá a meglévő tudáshoz. A külső és belső reprezentációk tudatos interakciójának egyik bizonyítékát *Diezmann* (2005) kutatása szolgáltatta, amely vizsgálatban 3. és 5. osztályos tanulók szerepeltek, és már a harmadik osztályosok is képesek voltak a találgatási szint fölött megfeleltetést találni matematikai feladatok és ábrák között. A matematikai feladatok során felhasználható rajztípusokat *Berends* és *van Lieshout* (2009) négy rajzkategória határozásával kategorizálta: (1) *csupasz kép* (pl. szimbólumok), (2) *haszontalan*, (3) *segítő* és (4) *lényeges információt tartalmazó* ábrázolás. Az utóbbi típus esetén a kép lényeges adatot tartalmaz a feladat megoldásához. A második és harmadik típus közötti különbségtétel igazán lényeges, hiszen a *Kozhevnikov*, *Hegarty* és *Mayer* (2002) által megkülönböztetett sematikus és piktoriális típusok köszönnek vissza.

Van Meter, *Aleksic*, *Schwartz* és *Garner* (2006) tanulmánya 4. és 6. osztályos tanulók bevonásával készített vizsgálatról ír, akik a matematikához közvetlenül nem kapcsolt szöveges feladatokhoz tartozóan rajzokat készítettek a megoldás elősegítésére. A kutatás a tanuló saját tevékenységének nyomon követése során megvalósuló rekurzív folyamatokat mutatott ki, amelyekben a verbális és a nem verbális (rajzos) információ duális természete kap főszerepet. Az eredményekkel összhangban a jelenséget a tanulói rajzkészítés generatív modelljével írták le, amely szerint a tanuló által önállóan készített rajzok nem pusztán a nem verbális információval foglalkozást jelentik, hanem szükségszerűvé teszi a verbális és nem verbális információ integrálását.

A problémamegoldás esetében a képi, térbeli problémareprezentációt hangsúlyozza *Geary* (1998), aki kiemeli a matematikai problémamegoldás és a térbeli képességek kapcsolatát. „A matematikai szöveges feladatok megoldása megköveteli, hogy képesek legyünk a matematikai viszonyokat térben elhelyezni.” (*Geary*, 1998, 155.o.) A matematikai szöveges feladatokban rejlő probléma viszonyainak térbeli elképzelése, diagramon való ábrázolása a sikeres megoldás kulcsa lehet. Több empirikus munkára hivatkozva állítja, hogy a térbeli képességek a matematikai szöveges feladatok megoldásához szükséges elsődleges képességek (l. 1.2 fejezet).

2.2 Matematikai alapműveletek

Ebben a fejezetben azon elméleti megközelítéseket és modelleket foglalom össze, melyek a matematikai tudás (*Vidákovich* és *Csíkos*, 2009) alapvető összetevőivel az alapműveletekkel és számokkal foglalkoznak. A műveletvégzés fejlődésének rövid áttekintése után, a számolási készséget elhelyezem a személyiség pszichikus komponensrendszerében. Ezt követően a neuropszichológia számolással kapcsolatos legfontosabb eredményeit ismertetem, majd az elemi számolási, aritmetikai műveletvégzés egy másik megközelítését követve, a stratégiák bemutatására is kitérek.

2.2.1 Piaget kognitív fejlődéselmélete

Az a kognitív terület, amit ma elemi számolási készségként ismerünk, a genfi kutatólabor egyik fontos kutatási iránya volt. *Piaget* és munkatársai foglalkoztak először a logikai-matematikai műveletek azonosításával és feltárásával. *Piaget* (1970) kognitív fejlődéselmélete organikus abban az értelemben, hogy nagy hangsúlyt kapnak a biológiai alapok, a biológiai érés. Univerzális, azaz a műveleti struktúrák kialakulását a környezet, a kulturális háttér befolyásától függetlennek írja le, de univerzális abban az értelemben is, hogy a műveletek működését illetően nem számol azok tartalmával. Azt feltételezi, hogy a műveletek tartalomtól függetlenül fejlődnek, és ha kifejlődtek, akkor bármely tartalmon egyformán működnek (*Molnár* és *Csapó*, 2003). *Piaget* elméletének legjellemzőbb tulajdonsága a szakaszos jellege. A fejlődés nem folytonos, hanem jól körülhatárolható szintjei vannak, melyekhez iránymutatóként biológiai kor is köthető. A szakaszok sorrendje kötött, az alsóbb beépül a következőbe, tehát integrálódik, a műveletek struktúrákba szerveződnek. Az asszimiláció-akkomodáció váltakozása a szakaszok közötti átmenetet adja, tehát a fejlődés motorja ez a dinamikus egyensúlyra való törekvés.

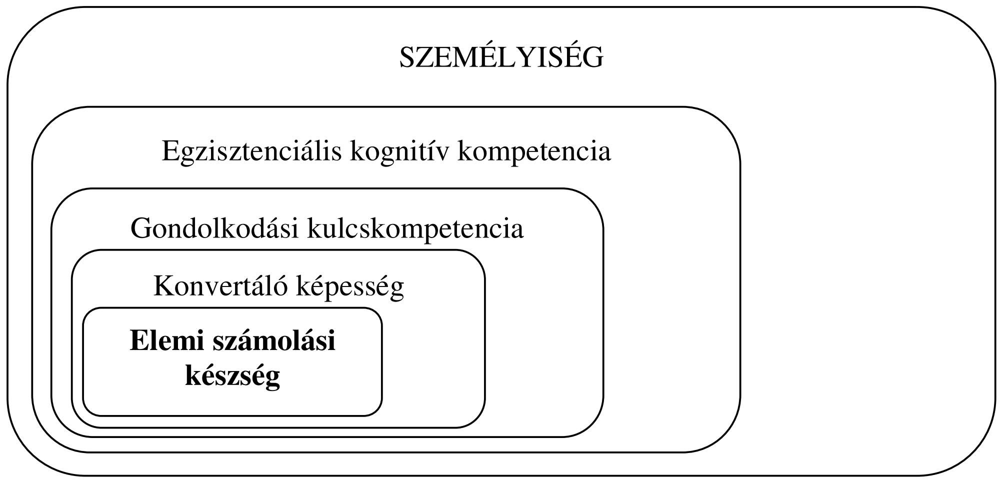
Piaget fejlődéselméletének alapját a műveletek képezik. A fejlődési szakaszait a műveletvégzés alapján kategorizálja (műveletek előtti, konkrét műveletek és formális műveletek). Az értelem működését műveletek mentén képzeli és, a műveletet pedig „belső cselekvésként”, azaz a környezeti interakció belső lenyomataként írja le. Egy cselekvés azzal válik műveletté, ha reverzibilis, azaz megfordítható (*Piaget*, 1970). A gondolkodás műveleteinek számbavételére a matematika, a logika rendszerét hívja segítségül. A gondolkodás struktúrái szükségszerűen megegyeznek a matematikai struktúrákkal, hiszen mindkettő ugyanazon valóság szerkezetét képezi le (*Piaget,* 1997). A soralkotás, az osztályozás, a logikai bennfoglalás műveletei például a konkrét műveleti szintre jellemzők, míg a formális szinten a műveletek már az ítéleteken működnek, melyhez társítható a matematikai logika 16 műveletből álló rendszere (*Piaget*, 1967).

2.2.2 Az elemi számolási készség Nagy József kognitív kompetencia-modelljében

A hetvenes években a *Piaget*-kutatásokból gyökerezve a *Szegedi Neveléstudományi Műhelyben* előtérbe került a *Piaget* által műveleteknek nevezett kognitív konstruktumok empirikus kutatása. Az új koncepció sajátossága, hogy a műveletek helyett a műveleteket végző pszichikus rendszer került a vizsgálódások középpontjába (*Nagy*, 2003), és megindult a pszichikus rendszer elemeit képező műveleti képességek és készségek szisztematikus vizsgálata, mely napjainkig meghatározó kutatási területként jellemzi a szegedi *Neveléstudományi Intézet* kutatócsoportját. A készség- és képességmérések kezdete után évtizedekkel később érdekes felmérésre vállalkozott *Nagy Zsuzsanna* (2010). Visszatérve a *Piaget-i* gyökerekhez, középsőcsoportos óvodások bevonásával összehasonlító vizsgálatot végzett a *Piaget* feladatokon elért teljesítmény és az iskolaérettséget vizsgáló alapkészségeket feltérképező *DIFER Programcsomag* (*Nagy*, *Józsa*, *Vidákovich* és *Fazekasné*, 2004) eredményei közt. Az eredmények azt mutatták, hogy a gyermekek *DIFER*-rel mérhető elemi alapkészségeinek fejlettsége és a *Piaget* feladataival meghatározható értelmi érettség erős összefüggést mutattak, tehát feltehetően közös kognitív területekre fókuszálnak. Tehát a *Nagy József* nevével fémjelzett képességekből, készségekből álló pszichikus rendszer paradigmája úgy tűnik, hű maradt a piaget-i eredethez. *Piaget* nagy hangsúlyt fektetett a konkrét műveletek stádiumát jellemző műveletekre, ami szintén az elemi alapkészségek fontosságát támasztja alá.

Nagy József a készség, képességek rendszerében megkülönböztet olyan kritikusnak nevezett elemeket, melyek optimális elsajátítása nélkül nem sajátíthatók el komplexebb tudáselemek. Az alapok hiánya miatt, mint egy homokra épült vár dől össze bármilyen további készség, képesség elsajátítása (*Nagy*, 2007). A matematikából merítve példát, ilyen elemi vagy kritikus készség a százas számkörben való optimális szinten való számlálás. Akinek ez a készsége nem fejlődött megfelelő szintre, annak a későbbi matematikatanulás lényegében értelmetlen, csupán kellemetlen élményt eredményez. A következőkben áttekintem, hogy a matematika területén melyek azok a elemi készségek, melyek elengedhetetlenek a sikeres matematikatanuláshoz.

A személyiség pszichikus komponensrendszerében az elemi számolási készség az egzisztenciális kognitív kompetencián belül a gondolkodás kulcskompetencia egyik képességének, a konvertáló képességnek építőeleme. A számolási készségnek a személyiség pszichikus rendszerében elfoglalt helyét a *3. ábrával* szemléltetem.



3. ábra
Az elemi számolási készség helye a személyiség pszichikus rendszerében

A kognitív kompetencia információkezelése szerint az aktivitás absztrakcióját tekintve *Nagy* (2007) négy szintet határoz meg: szenzoros (észleleti vagy befogadó), szenzomotoros (cselekvő), nyelvi (ezen belül szóbeli és írásbeli), valamint a formalizált (tevékeny). Az aktivizációs szinteknek megfeleltethető négy kognitív kulcskompetencia, melyek részben átfedik egymást. A számolás mint a gondolkodási kulcskompetencia eleme, a szenzomotoros, a nyelvi szóbeli, illetve nyelvi írásbeli absztrakciós szinteken válik fontossá (*1. táblázat*). A szenzomotoros, majd a szóbeli szint természetesen a kisebb, kisiskolás gyermekeknél tekinthető kritikus készségnek, az írásbeli absztakciós szint elemeinek optimális működése a 4. osztály végére válik alapvetővé.

1. táblázat. Az elemi számolási készség szenzomotoros, szóbeli és írásbeli szintje

ELEMI SZÁMOLÁSKÉSZSÉG	
Szenzomotoros és (nyelvi) szóbeli szint	*(Nyelvi) írásbeli szint*
Számlálás Manipulatív számolás Számképfelismerés Számolvasás	Számírás Mértékváltás Összeadás Kivonás Szorzás Osztás

2.2.3 A számolás neuropszichológiai megközelítése

Napjainkra a kognitív tudomány olvasztótégelyévé vált számos információelméleti, pszichológiai, pedagógiai, gyógypedagógiai, biológiai, orvosi tudományterületnek. Míg jó ideig az emberi gondolkodás tanulmányozásának alapja csupán a megfigyelhető viselkedés, a teljesítmény volt, a technika fejlődésével a modern tudományos eszközök által lehetőség nyílt a korábban fekete dobozként emlegetett emberi agy közvetlen tanulmányozására. A neuropszichológiai kutatások hajtóereje sok esetben a nem tipikus működés okainak felderítése. A számolás agyi meghatározottságának kutatását is a számolási zavarok okainak beazonosítása motiválta. Az elsődleges feladat a számolás agyféltekéjének meghatározása volt. Kezdetekben a bal agyfélteke szerep tűnt erőteljesebbnek, de további kutatások rávilágítottak arra, hogy mindkét agyfélteke károsulása okozhat számolási zavart (*Csépe*, 2005; *Luria*, 1973; *Márkus*, 2007).

Napjainkban a kognitív neuropszichológiában a számok agyi feldolgozására és kezelésére *Dehaene* (2003) hármas kódolású (triple-code) modellje a legelfogadottabb (*Csépe*, 2005). A modell három független reprezentációs formáját azonosítja a számoknak.

A (1) *vizuális számreprezentáció* a leírt számok vizuális reprezentációja. Ez valamelyest kultúrafüggő, hiszen egy szám leírása kultúránként változhat. Mi az arab számjegy vizuális képét tároljuk, ez hozzásegít minket egy szám jelentésének gyors eléréséhez. A nagyobb számok azonosítása esetében a vizualizálás nagy szerepet játszik. Működésében mindkét agyfélteke részt vesz, de a bal oldali területek nagyobb szerepet vállalnak.

A (2) *verbális számreprezentáció* szintén kultúra, sőt nyelvfüggő, mert a számok, matematikai fogalmak, műveletek verbális reprezentációján az adott nyelven azt a hangsort értjük, mellyel kimondjuk, megnevezni tudjuk a számfogalmat. A számokkal kapcsolatos bevésésekben (pl. szorzó tábla, másodfokú megoldóképlet, definíciók) játszik nagy szerepet. Működése a bal agyfélteke nyelvi területeihez kapcsolódik.

Az (3) *analóg nagyságreprezentáció* teszi lehetővé, hogy a számok nagyságát jelentésként felfogjuk. Egy virtuális számegyenesen térbeli asszociációval helyezzük el a számokat, a számegyenesen a beosztást a számok verbális, vagy vizuális reprezentációjából kapott címkék adják. A nagy, ritkán használt számok esetében pontatlanabb a számegyenesen való elhelyezés.

2.2.4 A számlálás és az aritmetikai műveletek stratégiai fejlődése

A számlálás alapelveinek gyermekkori megértését évtizedekkel ezelőtt kezdték vizsgálni. *Gelman* és *Gallistel's* (1978) szerint a gyermekek számlálási készsége a tapasztalatokból leszűrt szabályszerűségek megértésével fejlődik, melyek a következő implicit alapelvekkel írhatók le:

(1) „*egy az egyhez kapcsolat*” (*one-to-one correspondence*), azaz a megszámlálása közben egy és csak egy szó (pl: „egy”, „kettő”) utal minden megszámolandó elemre;

(2) „*kötött sorrend*” (*stable order)*, azaz a szavak sorrendje („egy, „kettő”, „három”,…) kötött bármely megszámolandó sorozat esetén;

(3) „*számosság*” (*cardinality)*, azaz a számosságot a végső szó értéke meghatározza;

(4) „*elvonatkoztatás*” (*abstraction)*, azaz a számlálást nem befolyásolják a megszámolandó elemek tulajdonságai, bármilyen típusú elemeket össze lehet gyűjteni és meg lehet számolni;

(5) „*kötetlen sorrend*” (*order irrelevance)*, a számláláskor az elemek sorrendje irreleváns.

A számlálás fejlődésének első lépése az (1), a (2) és a (3) alapelv elsajátítása. Ezek meghatározzák a számolás szabályait, ezzel egyben lehetőséget adnak a további fejlődésre (*Gelman* és *Meck*, 1983). A számlálás szabályszerűségeinek elsajátítása során a gyermekek a felnőttek számolási viselkedésének megfigyelésével, és az abból származó tapasztalatok indukcióval történő általánosításával is előidézik kognitív fejlődésüket (*Fuson*, 1988). Az indukcióból fakadó hibák feltehetőleg bonyolítják és nehezítik a számlálás sikerességét, hiszen olyan jellemzőkre is vonatkozhatnak, melyek valójában nem lényegesek (*Geary*, 2004). A számlálás lényegtelen jellemzője például „*egyenes irány*” (*standard direction)* szabály, mely szerint a számlálásnak az objektumhalmaz egyik meghatározott végpontján kell kezdődnie. A számlálás szempontjából szintén lényegtelen a „*közelség”* (*adjacency)*, mely helytelen vélekedés szerint az elemeket egymást követően kell megszámolni egyik elemről a közvetlen mellette lévőre lépve. A kutatások azt mutatják, hogy a gyermekek öt éves korukra általában ismerik a számlálás *Gelman* és *Gallistel's* által leírt alapvető tulajdonságait, de ugyanakkor az egyenes irányt és a közelség elvét is szabálynak tekintik. Ez utóbbi két téves vélekedés azt jelzi, hogy a fiatal gyerekeknél a számolás fogalmi megértése meglehetősen merev és éretlen, és a felnőttek mindennapi számlálási folyamatainak megfigyelése a fejlődésüket erősen befolyásolja (*Geary*, 2004).

A számfogalom és a számlálás kialakulása megteremti a lehetőséget a számokon való műveletvégzésre. A nemzetközi szakirodalomban nagy számban találhatók a gyermekek problémamegoldása során használt műveletekre vagy stratégiákra vonatkozó kutatások a fejlődésfeltárás és iskolai fejlesztés céljából (*Ashcraft*, 1982; *Carpenter* és *Moser*, 1984; *Geary*, 1994; *Siegler*, 1996; *Siegler* és *Shrager*, 1984).

Az összeadás esetében az egyik legegyszerűbb stratégia az *ujjakon való számolás* (*finger counting strategy)*, amikor a számokat a gyermek a kezén reprezentálja (*Siegler* és *Shrager*, 1984). Az elemi alapműveletek egy másik korai stratégiája a *hangosan számolás* (*verbal counting strategy)*, ami a számok fennhangon történő kimondásán alapul. Az összeadás elvégzéséhez a két leggyakrabban használt művelet a „*továbbszámlálás*" (*counting on)* és az „*elölről számlálás*" (*counting all)* (*Fuson*, 1982). Az első azt a műveletvégzési eljárást jelenti, amikor a gyermek a nagyobb összeadandó értékből kiindulva addig számol, amíg a továbblépések értéke el nem éri a kisebb összeadandó értékét, például a 4+2 megoldása esetén 5, 6. A fejletlenebb műveletvégzés az „elölről számlálás", amikor egytől indulva mindkét összeadandót végigszámolja. A műveleti kompetenciák fejlődése részben kapcsolatban áll a gyerekek számolásra vonatkozó fogalmi megértésével, részben pedig kifejezi a fokozatos elmozdulást a „elölről számlálás" használata felől a „továbbszámlálás" felé (*Geary* és *Widaman*, 1992).

A számolási készség fejlődéséhez hozzátartoznak az egyszerű és sokszor elvégzett műveletek eredményeinek, például 5+3=8, a hosszú távú memóriába való leképezése (*Siegler* és *Shrager*, 1984). Az aritmetikai tényekre vonatkozó két leggyakoribb stratégia a „*közvetlen felidézés"* (*direct retrieval*) és a „*felbontással történő felidézés*" (*decomposition*). Közvetlen felidézés esetén a gyermek a hosszú-távú memóriában közvetlenül az adott művelettel összekapcsolt számot hívja elő, például a 7+2 esetén a 9-et. A felbontás esetében a választ egy részösszeg visszakeresésének segítségével rekonstruálja, például a 6+7 megoldásához a 6+6 műveletet használja mankóként, melynek az eredményét direkt felidézéssel tudja, majd ehhez a részösszeghez ad hosszá még 1-et.

Ha kialakultak ezek a hosszú távú leképezések, azok a munkamemória terheltségét csökkentik, ily módon elősegítik az összetettebb problémamegoldási folyamatok sikerességét (*Geary*, 2004). A matematikai szöveges feladatok tipikusan olyan problémák, melyekbe egyszerűbb részfeladatok, aritmetikai műveletvégzések beágyazódnak. Az alapvető aritmetikai tények automatikus visszakeresése tehát a komplexebb problémák megoldásakor, így a szöveges feladatok esetében is csökkenti a hibák valószínűségét. (*Geary* és *Widaman*, 1992).

A leghatékonyabb a stratégiák kevert alkalmazása (*mixed-strategies*), mert a megfelelő biztonsággal elsajátított tények esetében a felidézés a leggyorsabb és egyben a munkamemória tárhelyével a legtakarékosabb, így a hosszú távú memóriában nem tárolt vagy bizonytalan eredmények esetén a műveletvégzéshez nagyobb kapacitás szabadul fel (*Geary*, *Bow-Thomas*, *Liu*, és *Siegler*, 1996).

3 A MATEMATIKAI SZÖVEGES FELADATOK MEGOLDÁSÁT BEFOLYÁSOLÓ MOTÍVUMOK ÉS HÁTTÉRVÁLTOZÓK

3.1 A matematika tantárgy iránti attitűd

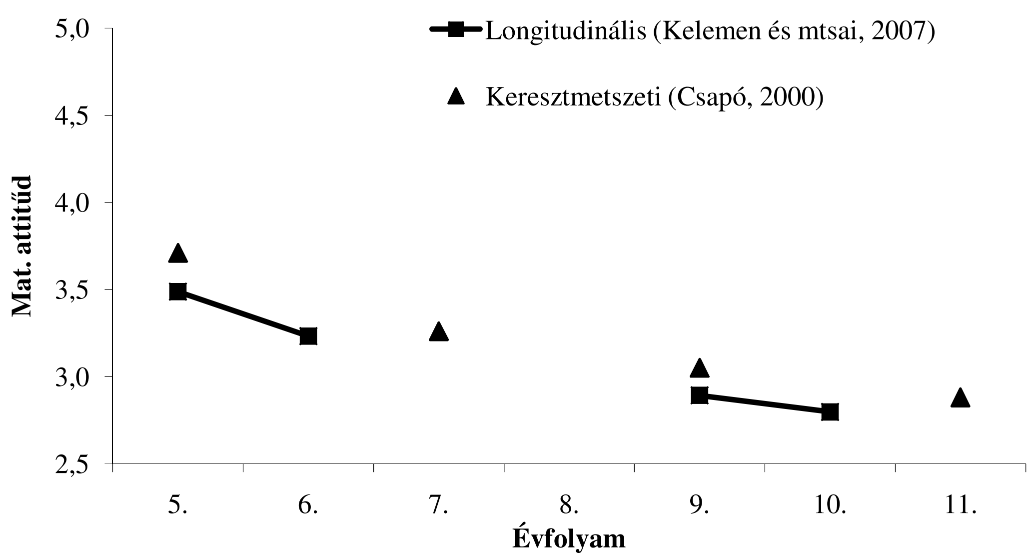
Az diákok iskolai teljesítményét befolyásoló affektív tényezők közül az egyik legáltalánosabb, legtöbbet vizsgált terület a tantárgyi attitűd. Számos kutatás támasztotta alá a tantárgyi attitűdök és a tantárgyi teljesítmények erős kapcsolatát (*Csapó*, 2000; *OECD*, 2004, 2007, 2009).

A tantárgyi attitűdök vizsgálata általában kérdőíves felméréssel történik, ahol a diák egy Likert-skálán értékeli azt, hogy mennyire szereti az egyes tantárgyakat. A feldolgozásban a belső összefüggések feltárására a korreláció-számítás, a klaszter-analízis az elterjedt, de találunk olyan elemzést is, mely Galois-gráfokkal modellezi a tantárgyi attitűdök összefüggéseit (*Takács*, 2001). A tantárgyi attitűdök belső összefüggéseit, életkori változásait feltáró hazai vizsgálatok egybehangzó eredményeit a következőképpen foglalhatjuk össze (*Csapó*, 2000;; *Józsa* és *Pap-Szigeti*, 2006; *Kelemen*, *Csíkos*, *B. Németh* és *Csapó*, 2007; *Papp* és *Józsa*, 2000; *Takács*, 2001).

(1) A tantárgyi attitűdök az évek előre haladásával tendenciózusan romlanak,
(2) legkevésbé romlik – sőt néhány részmintán javul – az idegen nyelv attitűd,
(3) tantárgy attitűd szempontjából legrosszabb helyzetben a fizika, kémia tantárgyak vannak,
(4) a középiskola végére a népszerűség tekintetében elkülöníthető egymástól két tantárgyi csoport, a népszerűbb csoportba az idegen nyelv, irodalom, történelem, biológia, földrajz, rajz tartozik, míg a népszerűtlenebbek közé a fizika, kémia, matematika, nyelvtan,
(5) az általános iskolával kapcsolatos affektív változó, hogy mennyire szeret a diák iskolába járni, erős összefüggést mutat az összes tantárgyi attitűddel.

A tantárgyi attitűdök egyik jelentősége, vizsgálatuk előtérbe kerülése a tantárgyi teljesítménnyel való összefüggésükben áll. Általában az iskolához, de konkrétan egy-egy tantárgyhoz kapcsolódó affektív változóknak a kognitív területekkel, a tantárgyi teljesítménnyel való kapcsolata nyilvánvaló. „A motiváció és a tantárgyi elkötelezettség a tanulás motorja” – állapítja meg az *OECD* (2007) a kognitív teljesítmények mellett az iskolához, a tantárgyakhoz kapcsolódó affektív változók bevonásával végzett nemzetközi vizsgálata alapján. Felmerül a kérdés, hogy a teljesítmény és az attitűd közötti kétirányú kapcsolatban melyik irány az erősebb. Aki szereti az adott tantárgyat, annak javul a teljesítménye? Vagy a sikerélmény, a jó jegyek miatt szereti meg a diák az adott tantárgyat? Ezekre a kérdésre longitudinális vizsgálati elemzéssel lehet válaszolni, hiszen ez ad lehetőséget arra, hogy nyomon kövessük ugyanazon diákok teljesítmény- és attitűdváltozásait. *Kelemen*, *Csíkos*, *B. Németh* és *Csapó* (2007) az attitűdök belső kapcsolatait, az attitűdök változásait, a tantárgyakkal való kapcsolatát bemutató longitudinális vizsgálatról számolnak be, mely a *Szegedi Tudományegyetem Oktatáselméleti Kutatócsoportjának* keretei közt folyó nagymintás longitudinális felmérés részét képezte. A kutatás két korosztályban – 5. és 9. évfolyamokról indulva – vette fel egy év elteltével újra a tantárgyi attitűdüket. Az elemzés választ keresett többek közt arra, hogy egy év alatt mennyit változnak a tantárgyi attitűdök, mennyire stabilak vagy változékonyak a tantárgyi attitűdök, és a teljesítmény-attitűd kétirányú hatás közül melyik a dominánsabb?

A attitűdök változásában a longitudinális elemzés nem hozott új eredményeket a korábbi keresztmetszeti vizsgálathoz képest. A *4. ábrán* a matematika tantárggyal kapcsolatos attitűdértékeket láthatjuk egy korábbi keresztmetszeti és a longitudinálisan mért adatok alapján.



4. ábra

A matematika tantárgyi attitűd változása az 5. és 11. évfolyam között egy keresztmetszeti és egy longitudinális vizsgálat eredményei alapján

A longitudinális vizsgálat felfedte, hogy a tantárgyi attitűdök nem mondhatók stabil változóknak. Mindkét korosztályban az egyes tantárgyaknak a két mérési pontban mért attitűdváltozói között közepes (0,4-0,6 körüli) korrelációkat mértek. A matematika tantárgy esetében az 5.-6. évfolyam között 0,520, a 9.-10. évfolyam között 0,555 ez a korrelációs érték.

A teljesítmény-attitűd kapcsolatát vizsgálva a szerzők azt az eredményt kapták, hogy a jegyeknek nagyobb befolyása van az attitűdre, mint az attitűdnek a jegyekre. A szerzők kiemelik az attitűdök meglepő változékonyságát. Ha a tantárgyi attitűdök – legalább is ezekben a korosztályban – nem megszilárdult változók, akkor reményteli lehet az, ha az oktatás direkt módon megcélozza a tantárgyi attitűdök javítását, ami pozitív változást okozhat a tantárgyi teljesítményekben is.

A matematika tantárgyhoz való viszonyulás tárgyaláskor érdemes az *OECD PISA*, azon belül is a *PISA 2003* vizsgálatainak vonatkozó eredményeit is röviden áttekinteni. A *PISA 2003*-as mérésében a matematika kiemelt terület volt, így a matematikához kapcsolódó attitűdöt is részletesen, több változó mentén mérték, és egy összevont indext képeztek „matematikai érdeklődés és a matematika szeretet" névvel. A nemzetközi rangsorban az utolsók között vannak a magyar 15 évesek ezen index szerint. Vannak olyan országok – Törökország, Tunézia, Dánia, Brazília – ahol a diákok 60-70 százaléka pozitív választ adott mind a négy matematikai érdeklődést, tantárgyi attitűdöt mérő kérdésre. Ezzel szemben sajnálatos módon a magyar 15 évesek 40 százaléka állította azt, hogy érdeklik azok a dolgok, amikről matematika órán tanul. A magyar diákok csupán 24 százaléka várja a matematika órát, és a diákok 27 százalék mondta azt, hogy azért szokott foglalkozni a matematikával, mert élvezi azt (*OECD*, 2004). A nemek közötti különbségek tekintetében a magyar fiúk és lányok között a matematika kedveltségében igen csekély a különbség. A fiúk átlagosan egy kicsivel jobb attitűdöt fejeztek ki matematika iránt, de ez a különbség nem szignifikáns, annak ellenére, hogy az országok közel felénél a fiúk szignifikánsan pozitívabb válaszokat adtak a matematikával kapcsolatos affektív kérdésekre.

Az összevont indexnek a matematika teljesítményre való hatását is kiolvashatjuk az *OECD* adatai közül. Az *OECD* tagállamainak matematika teljesítményében az index magyarázóereje 1,5 százalék. (Az *OECD* nem adja meg a teljes modellt, tehát nem tudjuk, milyen más változókat vont be a regresszióba. Az adatok az országok közötti összehasonlítást szolgálják.) A magyar diákokra vonatkozó magyarázóerő az *OECD* átlag alatt van, 0,9 százalék. Az érdekesség az, hogy vannak olyan országok – Korea, Norvégia, Finnország –, ahol ez az érték 10 százalék fölött van.

3.2 A matematikai énkép

Az, hogy egy gyermek mennyire tartja magát jónak, „okosnak" matematikából, egyrészt sok komponens eredménye, másrészt hatása is többrétű. Bonyolult összefüggésrendszerben van kognitív teljesítményével, az iskola, a tantárgy, a tantárgyat tanító tanár iránti affektív viszonyulásaival, énképének különböző aspektusaival, a környezete adta viszonyítási alap megítélésével, a körülötte lévő fontos, másoktól származó visszajelzésekkel. A matematika tantárgyi énkép beágyazásához röviden áttekintem az énkép kutatásának elméleti megközelítéseit és empirikus munkákból származó eredményeit, a témával foglalkozó igen nagyszámú hazai és nemzetközi szakirodalom néhány meghatározó munkája mentén.

A mai énkép-kutatás alapjai a 18. századig nyúlnak vissza, amikor az én mibenlétének filozófiai megközelítéseiben az emberben lévő abszolút „én” helyett teret nyert az egyén pszichikus rendszerében megjelenő én-reprezentáció szemlélete, melynek természete szubjektív és változó (*Nagy*, 1994). A témával foglalkozó hazai és nemzetközi publikációkban soktucatnyi különböző megnevezés szerepel. Az angol nyelvű fogalmak*: self-image*, *self-awareness*, *self-concept*, *self-knowledge*, *self-percept*, *self-understanding*, *self-idea* közül az *EBSCO* adatbázisaiban a kulcsszavas keresések a *self-concept* kifejezés erős dominanciáját mutatják. A kifejezések közül a három leggyakoribb előfordulásának darabszámát tekinthetjük át a 2. *táblázatban*. A *self-concept*-re a legkorábbi találat 1876-ból való, amikor a *Nation* folyóirat *Renan's Dialogues* című filozófikus cikk tér ki a *self-concept* fontosságára.

2. *táblázat. A self-concept, a self-awareness és a self-image kulcsszavas előfordulásainak darabszáma az EBSCO adatbázisban*

	self-image (db)	self-awareness (db)	self-concept (db)
1876-2010	10429	8228	65743
2000-2010	5487	5033	21763

A self-concept fogalom magyar nyelvű megfelelőjében nem egységes a szakirodalom. *Nagy József* (1994, 2000) éntudatnak nevezi az önmagunkra vonatkozó ismeretek és önmotívumok tanult rendszerét, melyek az ismeretek mellett különféle, például ikonikus reprezentációkból, attitűdökből és meggyőződésekből állnak. A magyar szakirodalomban egyre többet találkozhatunk a *self-concept* énképként való fordításával is. *Józsa Krisztián* (2007) az énképet azon meggyőződések, vélekedések, ismeretek összességeként definiálja, melyeket az egyén önmagára vonatkozóan igaznak vél, s melynek alaptulajdonsága, hogy sokdimenziós és hierarchikus rendszerű. Ez azt jelenti, hogy az énkép nem egy egységes konstruktum, hanem sok területspecifikus elemből áll, melyek valamilyen módon egymáshoz kapcsolódva vertikálisan szerveződnek.

Az énkép szerkezetére, struktúrájára vonatkozóan az évtizedek folyamán több, egymástól lényegesen különböző elképzelés került publikálásra. A modellek között találunk olyat, mely az énképet egy egytényezős konstruktumként írja le, de olyat is, mely szerint sok, egymástól teljesen független faktor jellemzi (*Szenczi*, 2008). *Szenczi Beáta* az énképkutatás nemzetközi tendenciáit és meghatározó modelljeit összefoglaló munkájában az énkép-kutatás folyamatán párhuzamba állítja az intelligencia-kutatással. Ebből érzékelhető, hogy az énkép – az intelligenciához hasonlóan – egy igen összetett, bonyolult rendszer, melynek összetevőire bontása, modellezése vitákat generáló nagy kihívás a szakma számára. Az énkép strukturális modelljei a jelen munkát annyiban érintik, hogy a tanulmányi, tantárgyi énkép hogyan jelenik meg bennük. Ebből a szempontból tekintem át az énkép-kutatásban mérföldköveknek tekinthető három kiemelkedő fontosságú énkép-modellt *Szenczi* (2008) munkája alapján.

Az első átfogó modellt *Shavelson*, *Hubner* és *Stanton* 1976-ban publikálta. A modell három szintes, hierarchikus. A hierarchia csúcsán az általános énkép áll, melynek négy összetevője közül az egyik a tanulmányi énkép (továbbiak: szociális, érzelmi, fizikális), mely anyanyelvi és matematikai, természettudományos és történelemre vonatkozó összetevőkből áll (*Marsh* és *Shavelson*, 1985). A tanulmányi énképre fókuszáló empirikus vizsgálatok azonban azt mutatják, hogy a diákokra nem jellemző egy általános tanulmányi, iskolával kapcsolatos énkép, hanem a tantárgyi területeknek megfelelően elkülönülnek az egyes komponensek, jellemzően a reál és a humán tartárgyak kapcsolódó énképösszetevők is (*Józsa*, 2007; *Marsh*, *Byrne* és *Shavelson*, 1992). Ez ellentmond *Shavelsonék* modelljének, ahol egy egységes tanulmányi énkép komponens szerepel.

A probléma orvoslásaként jelent meg a *Marsh-Shavelson*-modell, mely megőrizte a sok összetevős, hierarchikus jellegét, de a tanulással kapcsolatos komponenseket lényeges változás érte. Kiemelték a matematikai és az anyanyelvi tanulmányi énképet és kutatásaik alapján megállapították, hogy a matematikai és az anyanyelvi tanulmányi énkép olyan messze állnak egymástól, hogy azokat nem lehet egy közös tanulmányi énképbe összehozni (*Marsh* és *Shavelson*, 1985). Faktoranalízisek sorával tökéletesítették az énkép struktúráját leíró modellüket, amiben az általános énkép alatt három összetevő jelenik meg: a tanulmányokhoz nem kapcsolódó énkép, az anyanyelvi énkép és a matematikai énkép. Az általános tanulmányi énkép a harmadik szinten jelenik meg, és az anyanyelvi és a matematikai énképhez is kapcsolódik. A modell kiemeli a szülők szerepének jelentőségét. Ez a faktor kapcsolódik a nem tanulmányi és mindkét tanulmányi – anyanyelvi, matematikai – énképhez is.

A harmadik jelentős modellt *Nagy József* (2000) publikálta. A modell szintén egy soktényezős, hierarchikus struktúra, aminek tetején a központi éntudat áll. Két összetevője a személyes és a szociális éntudat. Sem tanulmányi énkép, sem tantárgyi énkép nem szerepel a modellben, helyette egy tágabban értelmezett kompetencia éntudat jelenik meg, mely a személyes éntudat egyik faktora. A kompetencia éntudat az iskolához direkt módon nem kötött, az egyén személyes (pl. autóvezetés), speciális (pl.

foglalkozás, hivatás) és kognitív kompetenciáira vonatkozó önismeretét és önminősítését jelenti.

A tanulási, tanulmányi énkép, tehát mint láttuk, nem egy egységes, jól definiálható konstruktum. Sokkal inkább az egyes tantárgyakhoz kapcsolódó tantárgyi énképek tűnnek vizsgálható alapelemeknek. Az egyes tantárgyi énképek közötti laza, vagy éppen kimutathatatlan kapcsolatokat több empirikus munka kapta eredményül (*Józsa*, 1999; *Kőrössy*, 1997; *Marsh*, *Byrne* és *Shavelsom*, 1992). Nem csupán két faktor, a reál és a humán tantárgyakhoz kapcsolódó énkép elkülönüléséről van szó, hanem feltételezhetők az egyes tantárgyakhoz kapcsolódó faktorok is. *Józsa* (1999) arra mutat példát vizsgálatában, hogy két reál tantárgy, a matematikai és a fizikai énkép között is csak közepesen gyenge összefüggés van. A tanulási, vagy tanulmányi énképet ezek tükrében *Józsa* (2007) a gyermek iskolai tanulásával kapcsolatos önmagára vonatkozó ismereteinek, meggyőződéseinek, beállítódásainak összességeként definiálja. Azaz egységes tanulmányi énkép híján a különböző tantárgyi énképek unióját nevezzük tanulmányi énképnek.

A tanulási énkép, mivel az egyén egy speciális önpercepciója, nem egy velünk született, abszolút, merev valami, hanem szubjektív, sok hatás függvényében változó rendszer. A tanulási énképet befolyásolják az iskolával, tanulással kapcsolatos korábbi tapasztalatok, sikerek, kudarcok (*Józsa*, 2007). Egy gyermek iskolai, tantárgyi eredményeinek értelmezésében a személyiségjegyek mellett nagy szerepet játszik az társas környezet hatása. A szülők, a tanár, a társak visszajelzéseinek jelentősége mellett a referenciakeret jelentőségét emeli ki *Marsh* (1987). A gyermekek a saját teljesítményüket nyilvánvalóan a társaik teljesítményéhez mérik, és az így kialakult benyomást beépítik az énképükbe (*Szenczi*, 2008).

Az énképet alakító tapasztalatok, helyzetértelmezések a jövőre is természetesen hatással vannak. Egy következő hasonló szituációban az énképünk előrevetítheti a helyzet kimenetelét, abban a saját szerepünk alakulását, tehát a cselekedeteink, viselkedésünk viszonyítási alapjául szolgál, azaz motívumként működik (*Józsa*, 2007). A tanulási énképre ugyanezek elmondhatók iskolai kontextusba adaptálva. A tanulási énkép az egyén számára nem csupán előrejelzi egy feladat sikerességét, de döntéseinek alapja lehet, viselkedését befolyásolja, tehát mint motívum szerepet játszik a személyiség fejlődésében (*Józsa*, 2007).

A tanulási, tanulmányi énkép hatásai közül a teljesítményre gyakorolt befolyása az iskolai kontextusban talán ez egyik legjelentősebb szempont. A tanulmányi eredmény és a tanulási énkép igen szoros kapcsolata nyilvánvaló (*Hansford* és *Hattie*, 1982). A kérdés, hogy melyik hat erősebben a másikra. Az énképfejlesztő modell a pozitív énkép teljesítményre gyakorolt erős hatását hangsúlyozza, míg a készségfejlesztő modell szerint a tanulásban elért sikerek, pozitív megerősítések vonják maguk után a kívánatos énképelemeket. A reciprok-hatás modell szerint a tanulmányi énkép és az iskolai teljesítmény közötti kapcsolat nem írható le egyirányú hatással, hanem kölcsönösen egymást befolyásolják (*Szenczi*, 2008). Bár az ok-okozati kérdés megválaszolására fókuszáló longitudinális vizsgálatok azt mutatták, hogy a tanulási énkép befolyása a jövőbeli tanulmányi eredményre erőteljesebb, mint a teljesítmény hatása az énképre (*Niemivirta*, 1997).

Igen érdekes a tanulási énkép mellett a teljesítményt két változóra, az iskolai osztályzatokra és az iskolai értékeléstől független tantárgyi tudásszintmérő teszteken elért eredményre bontva vizsgálni. A vizsgálatok azt mutatják, hogy az énképnek az iskolai osztályzatokkal van szignifikáns kapcsolata, az iskolába bevitt tudásmérő teszten elért eredményt illetően csak kicsi az előrejelző hatása. A hatás fordítva sem érvényesül, azaz a tudásszintmérő teszten mért tantárgyi tudásnak sem mutatható jelentős szerepe a tantárgyi motívumra, a tantárgyi énképre (*Józsa*, 1999; *Szenczi* és *Józsa*, 2009).

3.3 A matematikával kapcsolatos tanulói meggyőződések

A matematikai meggyőződések (*mathematical beliefs*) vizsgálata élénk kutatási terület az utóbbi egy-másfél évtizedben. A *belief* kifejezés olyan tudáselemekre vonatkozik az angol nyelvű szakirodalomban, amelyek összeköttetést jelentenek az affektív és kognitív szféra között, vagyis olyan ismeretek, amelyekhez szorosan kapcsolódnak motívumok vagy érzelmek. Más szempontból a meggyőződések, amelyek szubjektívek, vagyis egyénenként változók, egyúttal gyakran a saját tudásra vagy a tudás természetére vonatkozó megállapítások, és így a metakognitív folyamatokban is fontos szerepet játszanak.

Magyar nyelven gyakran előfordul fordításként a hit és a hiedelem is. Amennyiben a szerzők vagy a fordítók tudatosan választják e két szó valamelyikét, nem lehet kifogásolni használatukat, a hit azonban általában valamilyen transzcendens jelenségvilágra utal, a hiedelem pedig gyakran negatív konnotációt kap. Ezért következetesen a *meggyőződés* szót használom a *belief* magyar megfelelőjeként.

A matematikai meggyőződések tárgyalását az általános értelemben használt meggyőződés kifejezés értelmezésével kezdem. Ezt követően a matematikai jelző jelentése a meggyőződés tárgyának matematikai jellegére, matematikához kötődésére fog utalni.

Andrews, Diego-Mantecon, Vankuš, Op 't Eynde és *Conway* (2008) tanulmánya széles körűen áttekinti a meggyőződések definíciós problémáit, arra a következtetésre jut, hogy a meggyőződéseket érdemes szubjektív, tapasztalaton alapuló, gyakran implicit ismeretekként kezelni. A szubjektivitás és a tapasztalaton alapuló jelleg a már említett affektív elemeket jelenti, hiszen az egyéni tapasztalatok kétségkívül tartalmaznak nem kognitív elemeket. Az implicit jelző arra utal, hogy az egyén gyakran nem vagy csak nehezen képes pontosan megfogalmazni meggyőződéseit, így esetenként nem közvetlenül a meggyőződések kutathatók, hanem az egyén teljesítménye alapján lehet következtetni arra, hogy milyen meggyőződések munkáltak benne egy adott teljesítmény kapcsán.

Mindezek fényében a matematikai meggyőződésekre úgy tekintek, mint az egyén szubjektív, tapasztalaton alapuló ismereteire a matematikaórákról, a matematika-tanulásról és önmagáról mint matematikát tanulóról.

3.3.1 A matematikai szöveges feladatok megoldását kísérő tanulói meggyőződések

A matematikai szöveges feladatokkal kapcsolatos tanulói meggyőződések feltárását a realisztikus matematikai szöveges feladatok kutatása (l. 1.3 fejezet) inspirálta. A kutatók arra keresték a választ, hogy mi lehet az oka, hogy a diákok a válaszaikban ilyen nagy arányban mellőzik a realisztikus megfontolásokat. *Verschaffel, De Corte* és *Lasure* (1994) előirányzott kutatási célkitűzésként fogalmazták meg a jelenség mélyén húzódó mozgatórugók, részletek feltárására összpontosítottak.

A jelenség elemzésével foglalkozó „második kutatási generáció” munkáinak egyik jelentős eleme a *Reusser* és *Stebler* (1997) által publikált, svájci szakemberek által végzett kutatássorozat. Céljuk a már megfigyelt és bizonyított, nem realisztikus meggondolások és a valós világ kizárására vonatkozó tanulói tendenciák mélyén húzódó előítéletek, meggyőződések megismerése, vagyis az osztálytermi környezetben történő problémamegoldás jellegzetességeinek, szabályainak feltérképezése volt. *Reusser* és *Stebler* (1997) kísérletsorozatának első kísérlete *Verschaffel* és mtsai (1994) már klasszikusnak mondható 10 feladatpárjára (l. 1.3 fejezet) épült, kiegészítve a tesztlap alján elhelyezett, a feladatok nehézségéről, a feladatok megoldhatóságáról érdeklődő kérdéssorral. A kísérletet beszélgetés követte, melynek témája két kérdés körül mozgott. Az egyik, hogy vajon mi az oka annak, hogy a feladatokat a diákok úgy oldották meg, hogy bele sem gondoltak abba, hogy esetleg azok nem megoldhatóak. A másik pedig, hogy vajon hogyan történhet az, hogy – mint utóbb kiderült – sok diák észrevette a nehézségeket, de mégsem foglalkozott velük. A diákok részéről ilyen, és ezekhez hasonló vélekedések hangzottak el:

- *„Azt gondoltam, hogy ez egy számolási feladat. Annak pedig mindenképpen kell, hogy legyen megoldása.”*

- *„Soha nem futott még át az agyamon annak a gondolata, hogy megkérdőjelezzem egy feladat megoldhatóságát.”*
- *„Mi ezelőtt soha nem oldottunk meg ilyen fajta feladatokat.”*
- *„Észrevettem, hogy nem stimmel valami, de hát mégis csak meg kellett oldanom a feladatot. A matek könyvünkben nincsenek ilyen feladatok.”*

A gyermekek téves eredményei annak ellenére, hogy többen jelezték, hogy a problémamegoldás közben feltűnt nekik, hogy valami nincs rendben a feladattal, azzal magyarázhatók, hogy a feladatmegoldók többsége a feladatmegoldáshoz használt stratégiát a tapasztalatára alapozva választotta ki. Ha egy stratégia a matematikai szöveges feladatok megoldása során már több alkalommal jól funkcionált, akkor a feladatmegoldó előszeretettel azt választja, mert nagy valószínűséggel az adott szituációban is jó lesz (*Carr* és *Jessup*, 1995).

A kísérlet eredményeként a kutatók a valós világ kizárására vonatkozó tanulói tendenciák mélyén húzódó előítéleteket, meggyőződéseket, *Nagy József* (2000) kifejezésével élve metakognitív attitűdöket, egy szabályrendszerben foglalták össze, mely bár végigkíséri a matematikai szöveges feladatok megoldását, megítélésük szerint általában nem tudatosan működik. A meggyőződésekből fakadó és a feladatmegoldást stratégiai szinten befolyásoló szabályrendszer a következő:

(1) Ne kérdezd meg, hogy vajon korrekt-e egy feladat, vagy nincs-e adathiány;
(2) Fogadjuk el, hogy minden problémának van „helyes” megoldása;
(3) Használd fel a feladat minden számadatát az eredmény kiszámolásához;
(4) Ha úgy tűnik, hogy egy probléma nem eléggé egyértelmű, vagy nem megoldható, keress valami nyilvánvaló értelmezést a feladat szövege nyomán, illetve a matematikai műveletekre vonatkozó tudásod felhasználásával;
(5) Ha nem érted a problémát, keress kulcsszavakat, vagy korábban már megoldott feladatokat, hogy meghatározd, hogy milyen műveletet kell elvégezni.

A kutatócsoport további kísérletei is a *Verschaffel* és mtsai (1994) által kidolgozott feladatsoron alapulnak. Egy 439 fős mintán vizsgálták azt, hogy két fontos tényező, az iskolatípus, és a feladat kitűzésének módja hogyan befolyásolja a realisztikus reakciók arányát. E célból a kísérletben résztvevő osztályokat – és így az osztályokban tanuló diákokat – az iskolatípus szerint három csoportba sorolták: alapszint (*Realschule*), középhaladó (*Secundarschule*), haladó (*Gymnasium*).

A feladat-megoldási kontextusát változtatva háromféle tesztet készítettek.

(A) teljes mértékben megegyezik a *Verschaffel* és mtsai (1994) által használt eredeti teszttel; (B) a kutatássorozat „A” vizsgálatában szereplő mérőeszközöket alkalmazó teszt, és emellett a feladatsor után pár kérdésben a példák minőségét (érthetőség, megoldhatóság) kellett a diákoknak értékelniük; (C) vastag betűs figyelmeztetés állt a feladatsor előtt: „Légy figyelmes! Az alábbi feladatokból néhány nem is annyira könnyű, mint amilyennek látszik. Még az is előfordulhat, hogy bizonyos feladatoknak a megoldhatósága is kérdéses.”

Az eredményeket vizsgálva az állapítható meg, hogy a realisztikus reakciók száma szignifikáns kapcsolatot mutat az iskolai szinttel, vagyis „elitebb” iskolába járó diákok várhatóan kevésbé zárják ki a valóság alkalmazását matematikai problémák megoldásánál. Kevésbé jellemző rájuk az a meggyőződés, miszerint minden matematikai feladatnak biztosan van megoldása. Ez a kapcsolat magyarázható a feltételezhetően magasabb általános értelmi képességekkel, a jobb szövegértéssel, pontosabb problémalátással, és esetleg azzal az öntudatos bátorsággal, ami így írható le: „én egy jó iskola okos diákja vagyok”.

Ugyanez nem mondható el a feladatokat kísérő utasítások, kommentárok hatását mérő faktorról. Ez esetben egyáltalán nem mutatható ki kapcsolat a realisztikus reakciók számával. Azt mondhatjuk, hogy a matematikai feladatok megoldásakor a valóságban megismert dolgok figyelmen kívül hagyása olyan erős tendencia, amely ellenáll a tesztlapon szereplő bármiféle figyelemfelkeltő szöveg „súgó” hatásának. További kísérletekből kiderült, hogy a szóbeli figyelmeztetés sem eredményesebb. (*Verschaffel*, *Greer*, *De Corte*, 2000)

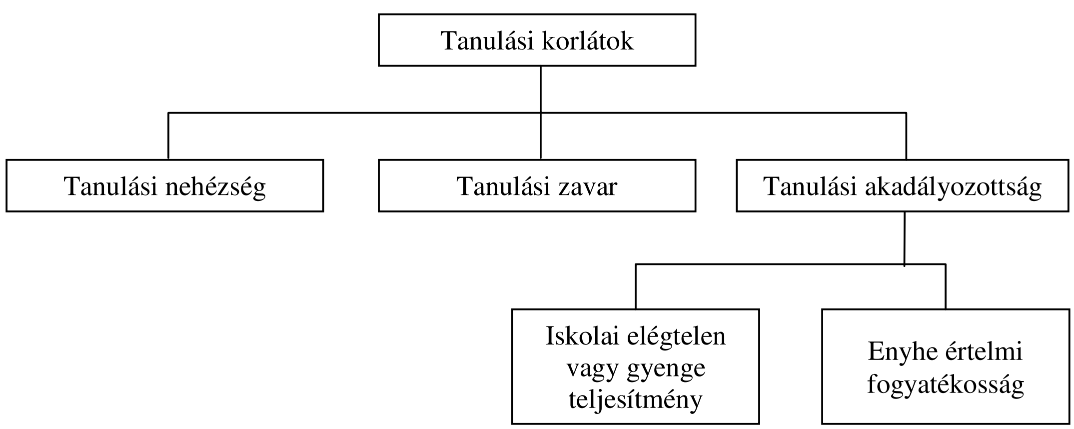
Reusser és *Stebler* (1997) kutatássorozatának utolsó kísérlete azt vizsgálta, hogy kimutatható-e kapcsolat a realisztikus reakciók és a diákoknak a megoldhatatlan, vagy rosszul meghatározott, információhiányos feladatok terén szerzett tapasztalataik között. E tekintetben szignifikánsan pozitív és magas összefüggést találtak. Tehát azok a tanulók, akik osztálytermi környezetben már találkoztak nem megoldható, vagy hiányos matematikai feladattal, nagy valószínűséggel jobban tudják alkalmazni a valós világ szabályait, és hangot adnak a feladatban rejlő problémáknak, a feladat megoldhatatlanságának. Ezek az eredmények arra mutatnak rá, hogy a matematikai szöveges feladatokhoz kapcsolódó téves meggyőződések kialakulása feltehetően a matematikaoktatás egy jellegzetes melléktermékeként jelenik meg, és mint kialakulása, így a leépítése is befolyásolható, ha a diákok megfelelő számban találkoznak olyan problémákkal, melyek a meggyőződéseikkel nem illenek össze, hanem azokra ellenpéldaként szolgálnak (*Csíkos*, 2009).

4 A MATEMATIKAI NEVELÉS GYÓGYPEDAGÓGIAI VONATKOZÁSAI

Dolgozatom központi vizsgálatának egyik jelentősége, hogy nagymintás felmérésben hasonlítja össze tanulásban akadályozott és többségi diákok kognitív fejlődését, affektív jellemzőit és motívumait. Ennek megfelelően a dolgozat egyik empirikus fejezete a tanulásban akadályozott gyermekek matematikai fejlődésére fókuszál. Elméleti háttérként ebben a szakirodalmi fejezetben betekintést nyújtok a vonatkozó gyógypedagógiai és matematikai fejlődéssel foglalkozó elméleti munkákba.

A matematika gyógypedagógiai vonatkozásaival kapcsolatban több kutatási terület és terminológiai megközelítés találkozik. A témához kapcsolódik a matematikából *gyengén teljesítők* csoportja, a *diszkalkulia* témaköre, a nemzetközi *matematikai tanulási zavar* (*mathematics learning disabilities*, *MLD*) gyűjtőfogalom és a tanulásban akadályozott gyermekek kognitív fejlődése is. A hazai szakirodalomban az említett területek közül a diszkalkuliával találkozhatunk legtöbbet. Az MLD nemzetközileg felkapott megnevezés, a hazai szakirodalomban még nincsen egyértelmű megfelelője. A tanulásban akadályozottak matematikateljesítményét, matematikai fejlődését vizsgáló hazai nagymintás empirikus kutatás pedig nem került publikálásra.

A többségi populáció kognitív fejlődését, az iskolai tanulást érintő egyéni problémák legátfogóbb halmazát *Gaál* (2000) tanulási korlátoknak nevezi. Ezen igen széles spektrumot átölelő fogalomnak három jól elkülöníthető csoportját szemlélteti az *5. ábra*.



5. ábra

A tanulási korlátok típusai (Gaál, 2000, 434.o.)

A tanulási nehézségről beszélhetünk, ha bizonyos tantárgyak esetén egy rövidebb időre lelassul a gyermek iskolai fejlődése, aminek oka az iskolából való kimaradás, vagy környezeti tényezők (*Gaál*, 2000). A hangsúly az átmenetiségen van, és a probléma akár magától, akár rövidebb kiegészítő egyéni megsegítéssel áthidalható. Ezzel szemben a tanulási zavarra már nem lehet jellemző az átmenetiség. A tanulási zavar összefoglaló megnevezése annak, ha egy vagy esetleg több képességterületen tartós és súlyos problémák jelentkeznek. A matematika specifikus tanulási zavart sok esetben a diszkalkulia megnevezéssel azonosítják.

A *tanulásban akadályozottak* – *Mesterházi* (1997) meghatározása alapján – azok a gyermekek és fiatalok, akik a tanulási képesség fejlődési zavara miatt tartósan és feltűnően nehezen tanulnak. A tanulásban akadályozottság több képességterületre kiterjedő, tartós tanulási korlát. A fogalmat a tanulási problémák megfigyelési tapasztalatai alapján vezette be a szaktudomány (*Mesterházi*, 2008), ami érthetővé teszi a tanulásban akadályozottság gyűjtőfogalom jellegét. Egy részhalmazát a szakértői és rehabilitációs bizottságok által enyhe értelmi fogyatékosnak ítélt gyermekek alkotják. Bár hátrányuk nem csupán az intellektus területén jelentkezhet, az enyhe értelmi fogyatékos gyermekekre a kognitív funkciók lassúbb fejlődése és az 50-69 közötti IQ jellemző (*Mesterházi* és *Gerebenné*, 1998). Napjainkban a biológiai kritériumok hangsúlyozása helyett a szakma figyelme a tanulási képesség felé fordult (*Papp*, 2004). Ennek következtében a tanulásban akadályozott gyermekek csoportjába tartoznak azokat a tanulók is, akikre bár az enyhe értelmi fogyatékosság kritériumai nem igazak, de tartósan és feltűnően nehezen tanulnak. Köztük igen nagy arányban fordulnak elő hátrányos helyzetű és kedvezőtlen szociokulturális változókkal leírható családokból származó gyermekek (*Gaál*, 2000). A következő fejezetekben áttekintem a matematikát érintő gyógypedagógiai területeket. Bár egyre erőteljesebb törekvések figyelhetők meg a hazai és a nemzetközi szakirodalom terminológiáinak azonosítására (*Fejes* és *Szenczi*, 2009; *Gordosné*, 2004; *Kelemen*, *Szenczi* és *Fejes*, 2009; *Mesterházi*, 1998) a fogalmak megfeleltetése nem egyértelmű, ezért elsőként a hazai diszkalkulia, majd a nemzetközi MLD fogalmakat és a kapcsolódó szakirodalmi eredményeket mutatom be.

4.1 A diszkalkulia

A matematika tantárgy fontossága sem az oktatásirányítás, sem a társadalom részéről nem vitás, aminek következménye, hogy a matematika a közoktatás teljes spektrumában nagy hangsúlyt kap. A nemzetközi szintű felmérésekben (*IEA*, *TIMMS*, *PISA*) központi szerepet kapott a matematika, akár mint a további tanuláshoz szükséges eszköztudás, akár, mint a társadalmi életben való sikeres beilleszkedéshez szükséges alkalmazható tudás egyik szelete. A hazai közoktatásnak is számos pontján megmutatkozik a matematika tantárgy hangsúlya. A kulcskompetenciák között a 4., 6. és 8. osztályos kompetenciamérésekben, a középiskolai központi felvételikben a magyar mellett egyedül a matematika kap helyet. Gondolhatunk továbbá a matematika tantárgynak az érettségi tárgyak közötti megkérdőjelezhetetlen jelenlétére.

Az oktatás másik legitimizáló szerve, a társadalom részéről is igen határozott vélemények vannak jelen a matematika tantárgy jelentőségéről. Talán a matematika tantárgyat éri legtöbbször az a vád, akár a diákok, akár a szülők részéről, hogy „nagyon nehéz". A matematikából gyengén teljesítők, mintha nem a sok közül egy tantárgyból lennének „rosszak", hanem a közvélemény sok esetben az általános kognitív képességeiket ítéli meg a matematika jegyük alapján. Ugyanígy, az általános vélekedés szerint, a matematikából ötös minősítés szinte garancia arra, hogy a diák okos.

Talán emiatt is vált olyan könnyen és gyorsan népszerűvé a szakmai körökön kívül is a diszkalkulia. A matematikából gyengén teljesítők és környezetük számára az iskolai sikertelenség affektív hatásai és a társadalom negatív megítélésének súlya a diszkalkulia lehetőségének felvetésével könnyíthető, a diszkalkuliát igazoló papír felmutatásával teljes mértékben hárítható. Néhány évtizede még csak a szakma számára voltak ismerősek a tanulási zavar „disz-" előtagú fogalmai, ma egy sokkal tágabb kör használja tévesen ezeket a kifejezéseket, értve alatta valamely tantárgyhoz kapcsolódó tanulási problémát. Az interneten számos olyan oldalt találhatunk, melyek azt kínálják, hogy egy gyors online kérdőívvel diagnosztizálják gyermekünk diszlexiás, diszkalkuliás, vagy diszgráfiás nehézségét. A „disz-problémák" virágkorukat élik. Hazai becslés szerint a diszkalkulia a populáció 4-5 százalékát érint (*G. Tóth, Horváth* és *Bocskai*, 1998) nemzetközi vizsgálatok 6,6 százalékos (USA) és 1,3 százalékos (Anglia) arányról is beszámolnak (*Márkus*, 2000). *Csépe* (2005) nemzetközi átlagként a 3,5-6 százalékos arányt közöl.

A diszkalkuliáról itthon *Raunschburg Pál* (*Biczó*, 2006) írt először aritmaszténia néven, melyet az aritmetikai műveletek zavarára vonatkoztatott. A diszkalkulia áttételes meghatározásának tekinthető *Sarkadi* és *Zsoldos* (1992) tanulási zavar definíciója, amiben a tanulási zavart az intelligencia szint alapján elvárhatónál lényegesen alacsonyabb tanulási teljesítményként határozzák meg. Ez a definíció a nemzetközi *learning disabilities* (LD) fogalomra rímel amiatt, hogy a definícióban megjelenik az intelligenciaszint mint viszonyítási lehetőség. *Sarkadi* és *Zsoldos* kiemeli, hogy valamely tanulási zavar tünetei megjelenhetnek társult tünetként enyhe értelmi fogyatékosság mellett is.

A *BNO* a diszkalkuliát (*Dyscalculia*, *F81.2*) az alábbi definícióval határozza meg: „Az aritmetikai készségek károsodása alakul ki, ami nem magyarázható egyszerűen mentális retardációval, vagy nem megfelelő oktatással. A zavar vonatkozik alapvető feladatokra, mint az összeadás, kivonás, szorzás, osztás, illetve később érinti a sokkal absztraktabb feladatokat, mint az algebra, trigonometria, geometria vagy kalkulációk"

Hazánkban a diszkalkuliai mint tanulási zavar törvényileg is elismert, az 1996. évi *Közoktatási Törvényben* jelenik meg (*Dékány*, 2001).

Bődör Jenő (1999) a diszkalkulia definícióját a terápia irányából közelíti meg. Megfogalmazása szerint diszkalkuliásnak tekinti azon tanulókat, akiknél olyan matematikatanulási zavarok mutatkoznak, melyek leküzdése tartós segítséget, egyéni bánásmódot, differenciált oktatásszervezést, korrekciós fejlesztő eljárásokat igényel.

A diszkalkuliával foglalkozó hazai gyógypedagógus szakma *Mesterházi Zsuzsa* (1999a) szerkesztésében megjelent kötetben áttekintést ad a diszkalkulia hazai vizsgálati eredményeiről, a diagnózis, a fejlesztés és a prevenció gyógypedagógiai gyakorlatáról. A hazai diszkalkuliával foglakozó szakirodalom egy másik gyakorlatorientált munkája *Juhász* és *Dékány* (2007) kézikönyve, mely beszámol a *Gyakorló Beszédjavító Intézetben* több mint egy évtizede folyó diszkalkuliás gyermeket vizsgáló empirikus munkáról. Az eredmények esettanulmányok és az azokhoz kapcsolódó vizsgálati eredmények elemzéséből állnak össze. A tapasztalatok alapján kidolgozásra került diszkalkulia prevenciós vizsgálat is, mely óvodáskorú gyermekek esetében ad megbízható becslést az esetlegesen várható tanulási zavarról (*Dékány*, 1989).

A *BNO* diszkalkulia meghatározásában tehát az alapműveletek mellett szerepelnek a matematikának összetettebb képességeket, nagyobb absztrakciót megkívánó területei is, illetve olyan témák, mint például a geometria, melynek sikeres műveléséhez a számok világától már egy igen távol eső képesség, a térbeli tájékozódás, illetve a térszemlélet szükséges.

Felmerül a kérdés, hogy akinek nehezen megy például a számfelismerés, a számfogalom, vagy az összeadás, biztos, hogy annak egy térgeometriai feladat, vagy egy bizonyításos algebrai feladat majd nehézséget okoz? Ellenpéldaként gondolhatunk *Einsteinre*, aki miután gyerekkorában megbukott matematikából, egy olyan rendszert épített ki, ami elképzelhetetlen zseniálisan művelt magasabb matematika nélkül. Természetesen az sem igaz, hogy aki kisiskolás korában ügyesen számol, az predesztináltan sikeres lesz a magasabb matematikában is.

A matematikát érintő zavarok osztályozásának orvosi megközelítésére több példát is találhatunk. *Csépe Valéria* (2005) szerint a diszkalkulia esetei a kognitív fejlődés-neuropszichológiai vizsgálatok eredményei alapján három jól elkülöníthető csoportba sorolhatók. Az egyik osztály, melyet szám-diszkalkuliának is nevez, a számok reprezentációjának zavarát jelenti. A számítási tényekre vonatkozó zavarok osztálya a leggyakrabban előforduló alcsoport. A nehézségek oka a számítási tények reprezentációjának, a tények hosszú távú memóriában való tárolásának és előhívásának nem megfelelő működésében keresendő. A harmadik csoportot műveleti diszkalkuliának nevezi, melyben a tervezés, a részeredmények megtartása, a műveletek megfelelő sorrendiségének funkciója sérült.

Márkus Attila (2007) számolászavarnak nevezi a matematikához köthető hátrányokat, és az agyi lebeny károsodásának megfelelően lokalizáció szerint osztályozza annak formáit. A kognitív diszfunkciók szerint pedig elkülöníti a (1) számok olvasásának zavarát, (2) a számok leírásának, (3) a számok szóban való kifejezésének, (4) a számok hangzás utáni megértésének zavarát. Gyakorlati szempontból célravezetőnek tartja a zavar eredetére vonatkozó megkülönböztetést, a fejlődési diszkalkulia és a szerzett diszkalkulia szétválasztását.

Mesterházi (1999b) a matematikát érintő tanulási zavarokat tekinti át *Wilms* (1973) munkája alapján. Hangsúlyozza, hogy a matematikát nehezen tanulók körében az egyes témakörök, feladattípusok esetében a tanulói teljesítmények között nagy különbségek lehetnek. A matematikatanulás zavarait az elkövetett hibák alapján négy osztályba sorolja: (1) a nyelvi nehézségekkel összefüggő problémák; (2) az absztrakt gondolkodási folyamatok gyengesége; (3) a számok, számrendszerek gyenge értelmezése; (4) a szimbolikus jelek használatának nehézségei. *Mesterházi* (2009) álláspontja szerint a diszkalkulia elsősorban az aritmetikai területeket érintő gyengeség, és a *matematikai tanulási zavar* (*mathematics learning disabilities*) lehet az a terminológia, mely összefoglaló megnevezése a matematikai gyengeségnek.

A nemzetközi szakirodalom a matematikával kapcsolatos gyengeség több alfaját is tárgyalja (*Geary*, 2004), de azt láthatjuk, hogy általában tartózkodik a diszkalkulia megnevezéstől, hanem helyette a matematikai tanulási zavar (*mathematics learning disabilities*, *MLD*) gyűjtőfogalmat használja, amin belül megkülönböztet egyes alcsoportokat, például az alapműveletekkel kapcsolatos, vagy a matematikai fogalmak megértésével kapcsolatos zavartípusokat.

4.2 Matematikai tanulási zavar (MLD)

Bár az *MLD* matematikai képességzavarnak fordítható, de mivel ezen átfogóbb fogalomnak sincs a hazai szakirodalomban elterjedt megfelelője, az angol *MLD* rövidítést használom.

A *learning disabilities* (továbbiakban *LD*) az angolszász szakirodalomban a hatvanas évek körül terjedt el sokféle különböző értelmezéssel, egységesen nem definiált, igen tág fogalomként (*Mesterházi*, 2009). Az *LD* hagyományos kritériuma az intelligencia alapján az adott tantárgyi, vagy képességteszten elvártnál jóval alacsonyabb teljesítmény, melyet az „*IQ-tejlesítmény különbség*” (*IQ-achievement discrepancy)* követelmény ír le (*Geary*, 2004; *Ginsburg*, 1997; *Woodward*, 1991). Az LD meghatározása az IQ-diszkrepancia modell szerint akkor áll fenn, hogyha közepes, vagy magas IQ mellett mutat a diák valamely képességterületen alacsony teljesítményt.

Az újabb megközelítés egy adott tantárgy vagy képesség esetében a leszakadókat sorolja az *LD* kategóriájába (*Bryant* és *Bryant*, 2008). *Vaughn* és *Fuchs* (2003) írja le az *RtI* (*Response to Intervention*) modellt, mely egyben egy *LD* definiálási, megelőzési és diagnosztizáló eljárás. Egy adott populációból normaorientáltan választja ki többkörös fejlesztési és mérési eljárással azokat a diákokat, akik számára az adott tantárgyból a többségi tanulókat célzó oktatás, fejlesztés hatástalannak bizonyul. Az RtI filozófiájára épülő *3-Tier Reading Model* (*Wanzek* és *Vaughn*, 2010) a harmadik fejlesztési körben sem reagáló diákokat azonosítja *LD*-vel. A nemzetközi szakirodalmakban az a bevett gyakorlat, hogy az egységesen definiált fogalmak és kategóriák hiányában minden egyes esetben külön, a kutatás célcsoportjának részletes leírásával adják meg, hogy kik szerepelnek az empirikus munkában.

Az egyes tantárgyaknak, képességterületeknek megfelelően jelennek meg a speciális *LD*-k, mint például a matematika területét érintő tanulási problémák esetén a *MLD*. Az *MLD* – mivel az *LD*-ből származtatott – szintén egy nem, vagy nem egységesen definiált fogalom. *Geary* (2004) az *MLD* kapcsán olyan kognitív vagy tanulási nehézséget említ, mely hátráltatja a tanulót fogalmi vagy műveleti tanulási képességeiben a matematika egy vagy több területén. *Bryant* (2005) az *MLD* kapcsán olyan tanulókról beszél, akiknek a matematikai készségek és fogalmak megtanulása és alkalmazása nem sikerül a többségi társaiktól megszokott szinten.

Az *MLD* típusokat *Geary* (2004) a kognitív, neurális megközelítéssel csoportosítja. Az első csoportra (*Procedural Subtype*) a műveleti hiányosságok a jellemzők. A többlépcsős műveletvégzés közben a diák elveszti, hogy hol tart, aminek hátterében a munkamemória hiányosságai (*McLean* és *Hitch*, 1999), az információknak a nyelvi rendszerbe történő leképezésének és átalakításának hiányosságai és a figyelemzavar állhat. A második csoport (*Semantic Memory Subtype*) problémái elsősorban a matematikai tényeknek a hosszú távú memóriából való előhívása jelenti. Vannak, akiknél az összes művelethez köthető egyszerű eredmények rögzítése, van akiknél csak egy bizonyos, pl. kivonás művelet eredményinek a memóriában tárolása okoz gondot. A harmadik csoportba (*Visuospatial Subtype*) tartozó diákok matematikai megértésével és feladatmegoldásával kapcsolatos problémáit a vizuális-térbeli képességek hiányosságaihoz köti. Matematikai szöveges feladatokkal mért problémamegoldás esetén *Geary*, *Hamson* és *Hoard* (2000) összefüggést talált a mentális térbeli tájékozódás és a nagyon gyenge teljesítmény között. Ez a felosztás igen hasonló *Csépe* (2005) munkájához, és elképzelhető, hogy a különbség csupán terminológiai jellegű, azaz a *Csépe* által diszkalkuliának nevezett csoport az *MLD*-vel megfeleltethető.

A neurokognitív megközelítések után az *MLD*-s gyermekek matematikai részkészségeinek, képességeinek fejlettségével kapcsolatos vizsgálati eredményeket mutatom be.

Gersten, *Jordan* és *Flojo* (2005) az óvodáskortól a második osztályosokig terjedő korosztályon történő vizsgálatok eredményeit összegezte meta-analízisében. Megállapította, hogy a matematikai nehézségekkel küzdő gyermekek esetében a többségi társaikéhoz viszonyítva nagy hátrányok mutathatók ki az egyszerű aritmetikai tények, a számlálási stratégiák (*counting on*, *counting all*, l. 2.2.4 fejezetben), valamint a számfogalom területeken.

Az *MLD*-s tanulóknak a különböző matematikai területeken való teljesítményéről *Bryant*, *Bryant* és *Hammill* (2000) egy nagy életkori spektrumot átfogó, 2-12. osztályosokra kiterjedő felmérés eredményeként részletes képet rajzol az egyes matematikai részterületek helyzetéről. Az empirikus eredmények alapján egy sorrendet ad meg arról, hogy az *MLD*-s diákoknak a matematika mely területei jelentik a legnagyobb problémát. A rangsor 28 elemből áll. A legkevesebb problémát jelentő, azaz a rangsor alján álló elem a műveleti jelek (+, -) felismerése. A lista vége felé találhatók a matematikai nyelv megértésének és használatának nehézségei, vagy a többlépcsős aritmetikai feladatok megoldása. A rangsor tetején, azaz a legnagyobb kihívást jelentő elemként a matematikai szöveges feladat megoldása áll. Ez azt jelenti, hogy *Bryant*, *Bryant*, *Bryant* és *Hammill* (2000) tág életkori határok között megvalósuló kutatása alapján az *MLD*-s diákok számára a matematikával kapcsolatos legnagyobb nehézségeket a szöveges feladatok okozzák.

Bryant, *Smith* és *Bryant* (2008) az MLD-s diákok között pedagógiai módszerekkel mért eredmények alapján két csoportot különít el. Az egyiket a számolási készség nehézségei (*calculations difficulties*) jellemzi, a másikat a szövegesfeladat-megoldás nehézségei (*word problem-solving difficulties*). A számolási készség nehézségei közé sorolja az aritmetikai műveletjelek dekódolásának, a számfogalom meglétének, az egyszerű aritmetikai műveleti eredmények (6+3=9) felidézésének, a kommutativitás meg nem értésének, a tizedespont figyelmen kívül hagyásának deficitjeit. A szövegesfeladat-megoldás nehézségei közé az összetettebb tevékenységek elvégzése és a szükséges tudáselemek hiánya tartozik. A szerzők ide sorolják a probléma elolvasását (szóolvasás, dekódolás), a mondatok megértését (szövegértés), a probléma kérdésének megértését, a problémamegoldáshoz szükséges és irreleváns információk elkülönítését, a problémamegoldáshoz szükséges terv elkészítését és kivitelezését, több lépcsős megoldási folyamat végigjárását, a megoldáshoz szükséges számolási művelet alkalmazását. A felsoroltakat áttekintve egy olyan listát olvashatunk, mely nem csupán az *MLD*-s, hanem a legtöbb többségi diák számára is nehézséget okoz. Az *MLD* normaorientált, fejlesztésre alapuló diagnózisa szerinti *MLD*-s diákok abban különböznek a többségi társaiktól, hogy a többszöri, egyre célirányosabb és egyénre szabott fejlesztésre sem, vagy nem az elvárt módon reagálnak (*Bryant* és *Bryant*, 2008; *Vaughn* és *Fuchs*, 2003).

5 KUTATÁSI CÉLOK ÉS MÓDSZEREK

Dolgozatomban a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség jellemzőit járom körbe. Kvantitatív és kvalitatív kutatási módszereket alkalmazok. Célom, hogy a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődésének, jellemzőinek feltárásával a neveléstudományi alapkutatásokat gazdagítsam. Munkám csatlakozik azokhoz – a nemzetközi trendnek megfelelő – törekvéshez, melyek hidat emelnek a gyógypedagógia és a többségi pedagógia között, a lehetőségekhez mérten egységesen alkalmazott módszerekkel és eszközökkel megvalósított empirikus vizsgálat által. Kutatásommal a matematikai szöveges feladatok közoktatásban való sikeres alkalmazását is segíteni kívánom. Ennek egyik feltétele, hogy ismerjük a tanulók matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének jellemzőit, életkori sajátosságait, összefüggéseit más kognitív és affektív területekkel.

5.1 Hipotézisek

A dolgozat empirikus kutatási kérdései elsősorban alapkutatás jellegűek. A vizsgálatok eredményeivel kapcsolatos hipotéziseimet hat téma köré rendezem.

1. *A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség vizsgálata*
   a) A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettsége papír-ceruza teszttel a többségi és tanulásban akadályozott 3-7. osztályos tanulók körében vizsgálható.
   b) Készíthető olyan mérőeszköz, mely alkalmas a 3-7. évfolyamon a többségi és a tanulásban akadályozott diákok matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének összehasonlító vizsgálatára.
2. *A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődése*
   a) 3-7. osztályos korban a többségi diákok matematikai szövegesfeladat-megoldó képessége intenzíven fejlődik.
   b) 3-7. osztályos korban a tanulásban akadályozott diákok matematikai szövegesfeladat-megoldó képessége intenzíven fejlődik.

c) A tanulásban akadályozott tanulók matematikai szövegesfeladat-megoldó képességét a többségi társaikhoz viszonyított megkésettség jellemzi.

3. *A matematikai szöveges feladat szerkezetének befolyása a megoldottságra*
   a) A matematikai szöveges feladat mélystruktúrája befolyásolja a feladatmegoldást.
   b) A matematikai szöveges feladat tartalma befolyásolja a feladatmegoldást.
   c) Egy matematikai szöveges feladat realisztikus tartalma csökkenti a feladatmegoldás sikerességét.
   d) A feladatmegoldás kontextusa matematikai szöveges feladat esetén befolyásolja a feladatmegoldást.
4. *A Kritériumrendszer-modell*
   a) Felállítható és empirikusan igazolható egy olyan modell, mely a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség megfelelő működéséhez elengedhetetlen kognitív összetevőket írja le.
   b) A szóolvasás, a szövegértés és a számolási készség a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség elengedhetetlen feltételei.
   c) A szóolvasás, a szövegértés ás a számolási készség esetén megadható egy olyan kritikus fejlettségi szint, mely megléte nélkül a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség nem tud megfelelően működni.
   d) A Kritériumrendszer-modell a tanulásban akadályozott tanulók populációján is helytálló.
5. *A matematikai szöveges feladatok megoldását befolyásoló affektív változók, motívumok és meggyőződések*
   a) A matematika attitűd 3-7. osztályos korban jelentős mértékben csökken.
   b) A matematika attitűd 3-7. osztályos korban összefügg a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel és a számolási készséggel.
   c) A matematikai énkép 3-7. osztályos korban jelentős mértékben csökken.
   d) A matematika énkép 3-7. osztályos korban összefügg a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel és a számolási készséggel.
   e) Az 5. és a 7. osztályos korosztályban kimutathatók olyan matematikai szöveges feladatokkal kapcsolatos tanulói meggyőződések, melyek a matematikai szöveges feladatok megoldása során a realisztikus meggondolásokra gátlón hatnak.
   f) Az 5. osztályos tanulók megbízhatóan össze tudják hasonlítani az azonos mélystruktúrájú matematikai szöveges feladatok nehézségét.
   g) Az 5. osztályos tanulók az azonos mélystruktúrájú matematikai szöveges feladatok közül legkevésbé érdekesnek a csupán számokkal és matematikai jelekkel leírt feladatváltozatot tartják.
6. *A háttérváltozók hatása a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességre*

a) A szülők iskolázottsága befolyással van a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére.
b) A hátrányos helyzet befolyással van a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére.
c) A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségében a nemek közötti különbségek nem szignifikánsak.
d) A családi háttérváltozók közül a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességre legerősebb befolyása az anya legmagasabb iskolai végzettségének van.

5.2 Kutatási koncepció

Kutatásom központi kérdése a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődése és a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődése és a matematikai szöveges feladatok megoldását befolyásoló tényezők empirikus feltárása. Ennek megfelelően az empirikus vizsgálatokat a következő három szempontra fókuszálva végeztem: (1) a feladatok tartalmi és kontextuális szintjei; (2) összefüggések más tudásterületekkel, affektív és szociális változókkal; (3) egyéni különbségek, különböző képességű tanulócsoportok matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének jellegzetességei.

5.2.1 A feladatok strukturális, tartalmi és kontextuális szintjei

Egy kognitív készség, képesség esetében fontos kérdés, hogy milyen jellemzőkkel működik különböző tartalmakon és különböző kontextusokban. A matematikai szöveges feladatok megoldását kísérő mentális folyamatok megértéséhez a matematikai szöveges feladatok szerkezetében három szintet különböztetek meg: matematikai mélystruktúra, kontextus és tartalom.

Matematikai *mélystruktúrán* azt a szerkezetet értem, mely matematikai nyelvre fordítható és lefordításával egy matematikai jelekből álló példa adódik. Egy matematikai szöveges feladat *tartalmi szintje* a feladatban felvázolt szituációra, a feladat szövegére vonatkozó tulajdonság. A feladat *kontextusán* a feladatok prezentálásának körülményeit értem, azaz a feladathelyzetre vonatkozó verbális és nem verbális kommunikációt, a feladat megjelenésének fizikai, szociális és kulturális jellemzőit (*Kelemen*, *Csíkos* és *Steklács*, 2005).

Vizsgálataimmal választ keresek arra, hogy a matematikai szöveges feladatok tartalmi szintjének különbségei – realisztikus vagy iskolai, valóságközeli vagy elvont, a tanuló számára ismerős vagy ismeretlen –, illetve a feladatmegoldás kontextuális változóinak módosítása – iskolán kívüli vagy iskolai környezetbe ágyazott – hogyan befolyásolják a matematikai szöveges feladatok megoldásának menetét, sikerességét.

5.2.2 Összefüggések más tudásterületekkel és affektív változókkal

Vizsgálataim egyik kérdése a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség más kognitív területekkel és affektív elemekkel való összefüggéseire vonatkozik. A matematikai szöveges feladatok megoldásának sikerességét befolyásoló tényezők közül a szóolvasás, a szövegértés, a számolási készség és az IQ összefüggéseit tárgyalom. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képességet befolyásoló kognitív elemek feltérképezésére, modellbe foglalására vállalkozom.

A matematikai szöveges feladatok esetében a tudás szerveződését, a teljesítmény alakulását befolyásoló nem kognitív változók közül kiemelt szerepet kapnak a matematikára vonatkozó meggyőződések (*mathematical beliefs*), a tantárgyi attitűdök és a matematikai énkép. A matematikai meggyőződések vizsgálata élénk kutatási terület az utóbbi egy-másfél évtizedben (*Andrews*, *Diego-Mantecon*, *Vankuš*, *Op* ’t *Eynde* és *Conway*, 2008; Csíkos, 2002; *Kelemen*, 2004; *Reusser* és *Stebler*, 1997; *Verschaffel*, *Greer* és *De Corte*, 2000). A tantárgyi attitűdöknek a tantárgyi teljesítményekkel való erős kölcsönhatása közismert (*Csapó*, 2000). A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség esetében érdekes vizsgálati kérdés, hogy a matematikai matematika attitűd milyen összefüggést mutat a képesség működésével. A tanulói énkép fontosságát hangsúlyozandó, a teljesítményre gyakorolt bonyolult hatásrendszeréből az önbeteljesítő jóslat jelenségét és a motivációs tényezőket emelném ki (*Józsa* és *Fejes*, 2010). Kutatásaimban empirikus adatokkal vizsgálom a matematikai meggyőződések, a tantárgyi attitűd és a matematikai énkép összefüggéseit a matematikai szöveges feladatok megoldásának változóival.

5.2.3 Tanulók közötti különbségek, különböző képességű tanulócsoportok

A nemzetközi szakirodalomban a matematikából gyengén teljesítő, a többségi gyermekektől eltérő fejlődést mutató diákokkal kapcsolatban a matematikai tanulási zavar (*mathematics learning disabilities*, *MLD*) kifejezést találjuk (*Geary*, 2004, *Bryant* és *Bryant*, 2008). A hazai terminológia megkülönböztet tanulási zavart, mely ha a matematika területét érinti, akkor diszkalkuliáról beszélünk. Emellett létezik a tanulásban akadályozottság fogalma, mely alacsony IQ övezettel, illetve tartós és súlyos tanulási nehézséggel definiált (*Mesterházi,* 1997). Bár a hazai szakmai érdeklődés a diszkalkulia iránt egyre erőteljesebb (*Csépe*, 2005; *Márkus*, 2007, *Mesterházi*, 1999), a tanulásban akadályozott gyermekek matematikatudásáról, matematikai fejlődésük sajátosságairól igen kevés adat áll rendelkezésre.

Kutatásomban helyet kapott a tanulásban akadályozott és többségi diákok matematikai szövegesfeladat-megoldó képességfejlődésének tárgyalása. Választ keresek arra, hogy a tanulásban akadályozott gyermekek matematikatudása hogyan viszonyítható többségi társaikéhoz képest, fejlődésükben milyen mértékű megkésettség valószínűsíthető.

Kutatásom egy központi és három kiegészítő vizsgálatból áll. Mind a négy a matematikai szöveges feladatokra fókuszál, és lehetőséget ad arra, hogy a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességet a bemutatott szempont szerint vizsgáljam. Elsőként az empirikus elemzéseim vázát adó központi, nagymintás vizsgálat jellemzőit mutatom be, majd a további három vizsgálat sajátosságaira is kitérek.

5.3 „A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődése" elnevezésű központi vizsgálat bemutatása

Dolgozatom központi vizsgálata egy igen sok változót feldolgozó, nagymintás vizsgálat, mely egyrészről lehetőséget ad más kognitív terület (szóolvasás, szövegértés, számolási készség, IQ) és a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség összevetésére, összefüggéseiknek az elemzésére. Másrészről pedig a minta összetételéből fakadóan összehasonlítható a tanulásban akadályozott tanulók teljesítménye többségi társaikéval, elemezhetőek a két részmintára jellemző megoldásmenet sajátosságai. A vizsgálat egy nagy volumenű kutatási projekthez csatlakozott, mely az *Eötvös Loránd Tudományegyetem Bárczi Gusztáv Gyógypedagógia Kar* szervezésében*, Józsa Krisztián* témavezetésével zajlott.

A kutatási projekt általános célja a tanulásban akadályozott gyermekek kognitív és szociális készségfejlődésének és tanulási motivációjának feltárása, valamint a tanulásban akadályozott és a többségi gyermekek fejlődési folyamatának összehasonlítása. A mérőeszközök bősége lehetőséget ad a készségek, képességek, IQ, tanulási motiváció összefüggésrendszerének feltárására, a háttértényezők hatásának vizsgálatára (családi háttér, hátrányos helyzet, kisebbségi lét). A több mint nyolcszáz felvett változó között helyet kapott a matematikai szöveges feladatok teszt is, mely egyrészt lehetőséget ad a többségi gyermekek esetében számos más kognitív és nem kognitív területtel való összefüggés-vizsgálatára, másrészt a többségi és a tanulásban akadályozott gyermekek fejlődési különbségeinek mérésére.

5.3.1 A minta

A nagymintás vizsgálat keresztmetszeti adatfelvétele 3., 5. és 7. évfolyamos tanulókra terjedt ki. A kutatásban 730 tanulásban akadályozott és közel 940 többségi gyermek vett részt, összesen 1670 tanuló. Az évfolyam és a tanulásban akadályozottság szerinti kereszttábla segítségével e két meghatározó változó szerinti részminták elemszámát tekinthetjük át a *3. táblázatban*.

3. táblázat. Az évfolyam és a tanulásban akadályozottság szerinti részminták elemszáma

Minta	Évfolyam			Össz.
	3.	5.	7.	
Többségi	298	323	319	940
Tanulásban akadályozott	236	148	226	730
Össz.	534	471	545	1670

Elemzéseim egy részében a tanulásban akadályozott diákokat leválasztva csupán a többségi részmintát vizsgálom. A 940 többségi tanuló eleget tesz a mintára vonatkozó olyan fontos követelményeknek, melyek az eredmények általánosításához szükségesek. Elsőként a minta méretét említem, mely lehetőséget ad arra, hogy évfolyamonkénti bontásban is a részminták nagysága ideális legyen és eleget tegyen a neveléstudományi kutatásokhoz ajánlottaknak (*Csíkos*, 2009).

A *3. táblázatban* bemutatott többségi minta az anya iskolai végzettsége szerint országosan reprezentatív. Tudjuk, hogy az iskolával kapcsolatos változók szempontjából a családi háttérre vonatkozó változók közül az anya legmagasabb iskolai végzettségének mutatható ki a legerősebb összefüggés. A többségi minta anya iskolai végzettségére vonatkozó reprezentativitását évfolyamonkénti bontásban vizsgáltam. Az eredeti minta eloszlását összevetettem az országos reprezentativitást biztosító adatokkal (*Józsa*, 2003), melynek eredményeként kiderült, hogy mindhárom évfolyam mintakorrekcióra szorul. A mintakorrekciót 3. és a 7. osztályosoknál a legalsó változóérték (8 általános), az 5. évfolyamosoknál a két szélső változóérték (8 általános, egyetem) eseteiből megfelelő darabszám véletlenszerű elhagyással valósítottam meg, oly módon, hogy az elemzésben bent maradókra vonatkozóan az anya iskolai végzettség változó eloszlása szignifikánsan ne térjen el az országos eloszlástól. A mintakorrekció után a mintában szereplő diákok évfolyamonkénti szülői iskolai végzettségére vonatkozó eloszlások tekinthetők át a *4. táblázatban*.

4. táblázat. A többségi minta évfolyamonkénti eloszlása az anya iskolai végzettsége szerint (%)

Anya iskolai végzettsége	Évfolyam			Országos eloszlás*
	3.	5.	7.	
8 általános	10	9	12	8
Szakmunkás	27	30	26	22
Érettségi	33	34	36	40
Főiskola	18	18	16	22
Egyetem	12	9	10	8
χ^2 (p)	5,589 (0,232)	4,786 (0,310)	5,264 (0,261)	

* forrás: *Józsa* (2003)

Mindhárom évfolyam esetében a minta eloszlásáról az illeszkedésvizsgálatok eredménye alapján megállapítható, hogy az anya legmagasabb iskolai végzettsége tekintetében az országos eloszlástól szignifikánsan nem különbözik.

A tanulásban akadályozott diákok esetében is megfelelő méretűek az évfolyamonkénti részminták nagysága (v.ö. *Csíkos*, 2009). A tanulásban akadályozottak családi hátterére vonatkozó változók országos eloszlásáról kevés adat áll rendelkezésre. Nem ismertek olyan országos statisztikák, melyek a tanulásban akadályozott diákok szüleinek iskolázottságát írnák le. Az elemzések általánosíthatóságában a vizsgálat körültekintő mintavételi eljárására lehet támaszkodni. A vizsgálatba 19 speciális tantervű iskola vett részt. Mindegyik intézmény összes 3., 5. és 7. osztályos tanulója bekerült a mintába. Az intézmények az ország különböző térségeiből kerültek kiválasztásra, különféle méretű településekről. A 19 intézmény közül egy Budapesten, hét iskola öt különböző megyeszékhelyen található, és 11 intézmény településtípusa kisváros vagy község. A helyszínek sokszínűsége alapján, a településtípusok széles spektruma alapján, a minta mérete alapján, valamint az alapján, hogy minden bevont intézményből az összes érintett diák részt vett a mérésben, azt feltételezem, hogy a minta jól leképezi a tanulásban akadályozott 3., 5. és 7 évfolyamos tanulókat, így a mintán végzett elemzések, eredmények általánosíthatók a tanulásban akadályozott diákok populációjára.

A szülők iskolai végzettségével foglalkozó kérdés tartalmazza azt az információt, hogy a szülő járt-e egyáltalán iskolába, speciális tantervű vagy többségi iskolába járt, az általános iskolát befejezte-e. A tanulásban akadályozott diákok mintájának az anya iskolai végzettségére vonatkozó százalékos elosztását láthatjuk az *5. táblázatban* évfolyamonkénti bontásban.

5. táblázat. A tanulásban akadályozott tanulók évfolyamonkénti eloszlása az anya iskolai végzettsége szerint (%)

Anya iskolai végzettsége	Évfolyam		
	3.	5.	7.
Nem járt iskolába	1	2	2
Spec. tantervű iskolába járt, nem fejezte be	1	8	3
Spec. tantervűben az ált. iskolát befejezte	9	8	10
Többségi iskolába járt, nem fejezte be	15	10	16
Általános iskolát befejezte	37	42	48
Szakmunkás	20	17	10
Érettségi	7	12	8
Főiskola	5	1	3
Egyetem	2	0	0

Az eloszlások mindhárom évfolyamon a normáleloszlást közelítik, a legnagyobb relatív gyakoriság az „általános iskolát befejezte” változóértéknél adódott. A három évfolyam eloszlásaira páronként kétmintás Kolmogorov-Szmirnov próbákat végeztem arra keresve a választ, hogy a kapott eloszlások mennyire a véletlen művei, tehát feltételezhető-e egy olyan – nem ismert – eloszlása a populációnak, melynek mindhárom részminta jól reprezentáló mintája. Ehhez azt feltételezem, hogy a harmadikos, az ötödikes és a hetedikes tanulásban akadályozott tanulók anyukái egy populációt alkotnak, tehát az iskolai végzettségükben nincs szignifikáns különbség. A Kolmogorov-Smirnov próbák szerint az eloszlások között nincs szignifikáns különbség (3. és 5. osztály: Z=0,502, p=0,963; 3. és 7. osztály: Z=1,181, p=0,123; 5. és 7. osztály: Z=0,812, p=0,525). Feltételezem, hogyha az anya iskolai végzettsége szerint torz lenne a mintavétel, tehát a véletlen szerepet játszana, akkor az a három részminta esetén különbözőképp nyilvánulna meg, tehát egymástól szignifikánsak különbözők lennének az eloszlások. Ez az eljárás természetesen nem garantálja, hogy a mintánk az anya iskolai végzettsége szerint reprezentatív, de valószínűsíti azt.

5.3.2 A mérőeszközök

Minden tanuló – tanulásban akadályozott és többségi, 3., 5., 7. osztályos – ugyanazokat a teszteket, kérdőíveket töltötte ki. A komplex vizsgálat keretében tanulónként közel 1000 rögzített adat áll rendelkezésre, ebből a matematikai szöveges feladat vizsgálata szempontjából releváns mérőeszközöket tartalmazza a kitöltéshez felhasználható idővel és a mérőeszköz eredményeit leíró változók darabszámával a *6. táblázat*. A mérésben alkalmazott Tesztfüzet, melynek részét képezi az MSZF-teszt, az *1. Mellékletben*, a tanulói kérdőív a *2. Mellékletben*, a tanári kérdőív a *3. Mellékletben* tekinthető meg.

6. táblázat. A vizsgálatban alkalmazott mérőeszközök

Mérőeszköz	Maximális megoldási idő	Változók száma
Matematikai szöveges feladatok (MSZF)	40 perc	34
Számolási készség (mértékegységváltás, összeadás, kivonás, szorzás, osztás és arányfeladat, sorozat)	40 perc	96
Szövegértés („A dzsungel könyve", „Az elefánt", „Termékismertetők")	20+20+20 perc	49
Elemi olvasáskészség (szinoníma-olvasás, szójelentés-olvasás, képes szóolvasás)	15+15+15 perc	94
Raven-IQ	40 perc	35
Tanulási motiváció (tanulói önjellemzés)	30 perc	41
Énkép és attitűd	10 perc	12
Tanulási motiváció (pedagógusok töltik ki)	10 perc	41
Háttéradatok (pedagógusok töltik ki)	5 perc	61
Összesen	4 óra 40 perc	463

A matematikai szöveges feladatok teszt (MSZF-teszt)

A következőkben a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség mérésére létrehozott MSZF-tesztet mutatom be. A többi mérőeszköz bemutatása az empirikus részben, a mérőeszköz eredményeinek tárgyalása előtt található. A matematikai szöveges feladatok teszt (továbbiakban MSZF-teszt) öt feladatból állt. A teszt összeállításakor törekedtem arra, hogy (1) a feladatok eltérő nehézségűek legyenek, (2) a feladatok szövegének hossza szerint változatos legyen, (3) a feladatok megoldásához szükséges számolási feladatok felöleljék a számolási készség teszten mért műveleteket. Egyik feladathoz sem készült rajz vagy ábra, de a tesztlap elrendezése lehetőséget ad arra, hogy a diák a feladat mellé rajzot készítsen, illetve hogy a feladat szövege mellett jegyzeteket készítsen, írásbeli számolásokat végezzen. A tesztlapon szereplő első feladat a sorozatképzést, a második feladat az arányfogalmat mérte, ez a kettő nem része a matematikai szöveges feladat tesztnek, ezért az MSZF-teszt feladatainak sorszáma a 3.-tól a 7.-ig tart. A MSZF-teszt és annak feladatainak a többségi mintán mért reliabilitásmutatóit foglalja össze a *7. táblázat* évfolyamonkénti bontásban.

7. táblázat. Az MSZF-teszt reliabilitás mutatói a többségi mintán

Feladatok	Itemek száma	Többségi tanulók		
		3.	5.	7.
3.	4	0,89	0,92	0,95
4.	3	0,81	0,90	0,94
5.	3	0,79	0,82	0,87
6.	5	0,86	0,85	0,82
7.	4	0,71	0,89	0,93
MSZF-teszt	19	0,88	0,91	0,91

A kutatási projekt módszertani kérdése, hogy sikerül-e olyan mérőeszközöket alkalmazni, melyekkel a többségi és a tanulásban akadályozott mintát is jól lehet mérni. Ez elsősorban a tudásszintmérő tesztek esetén jelent nagy kihívást, hiszen ugyanazon tesztet töltötte ki a 3. osztályos tanulásban akadályozottak gyermek, akinek IQ-ja a 70 pont alatti övezetbe esik, és az a többségi 7. osztályos, aki a korosztályának élmezőnyéhez tartozik és intelligencia-hányadosa akár 120 feletti. A MSZF-teszt a tanulásban akadályozott gyermekek részmintán is megfelelő mérőeszköznek bizonyul, korosztályonkénti reliabilitása a tanulásban akadályozottak mintáján 0,87, 0,83 és 0,85.

Mint a teszt egészére vonatkozó értékek is, a feladatok szintjén is a tanulásban akadályozott diákok részmintáján a relabilitások a többségi gyermekek mintáján mérthez képest alacsonyabb értékeket mutatnak, de minden esetben megfelelőek.

5.4 A „Realisztikus matematika” elnevezésű kiegészítő vizsgálat bemutatása

Ezen vizsgálatban a matematikai szöveges feladatok megoldásának, illetve a tartalmi szinten módosított, realisztikus matematikai szöveges feladatok megoldásának sikerességét mértem 7. osztályosok körében, 126 tanuló bevonásával. Két tudásszintmérő teszt és egy háttérváltozókat rögzítő adatlap alkották a mérőeszközöket. A hagyományos és a realisztikus matematikai szöveges feladatokon nyújtott teljesítmény összevetése mellett a háttérváltozók elemzésére került a hangsúly. A vizsgálat eredményei az Iskolakultúra folyóirat 2004/11. számában jelentek meg (*Kelemen*, 2004).

5.4.1 Kutatási cél

A kutatás célja az volt, hogy további részleteket tárjon fel arról az általánosságban elfogadottnak mondható tényről, miszerint a diákok erős tendenciát mutatnak abban, hogy osztálytermi környezetben matematikai szöveges feladatok megoldásakor realisztikus meggondolások helyett előítéletekre, feltételezésekre (minden feladatnak van megoldása, minden feladat értelmes) hagyatkoznak (*Reusser* és *Stebler*, 1997).

A jelenség pedagógiai kezelésének, orvoslásának elengedhetetlen feltétele a mélyebb mozgatórugók feltérképezése, valamint annak ismerete, hogy kik, milyen tanulócsoportok hajlamosabbak az ilyen, nem-realisztikus hibák elkövetésére.

5.4.2 A minta

A vizsgálatot 126 fős mintán, egy vidéki (29 fő) és egy fővárosi (36 fő) általános iskolában, valamint egy kisvárosi hatosztályos gimnáziumban (61 fő) végeztem el 7. osztályosok körében. Mindhárom helyen két párhuzamos 7. osztály működik, tehát hat osztály vett vészt a felmérésben.

A minta összetételéről a mintát jellemző háttérváltozók áttekintésével szerezhetünk információkat. Az alábbiakban néhány jellegzetes, a minta megismerése szempontjából informatív háttérváltozót mutatok be. A változókat három kategóriába csoportosítottam: általános jellemzők, családi háttér, matematikai attitűd.

Az általános jellemzőket tekintve a nemek szerint a mintát kiegyensúlyozottnak mondhatjuk (66 fiú, 60 lány). A diákok túlnyomó többsége (96%) a vizsgálni kívánt 13-14 éves korosztályba tartozik.

A családi háttér egyik legjellemzőbb mutatója a szülők iskolai végzettsége, ami a jelen esetben 65 százalékban felsőfokú. Ezzel egybevág az, hogy a szülők körében a legnézettebb TV-műsor a hírek, és legkevésbé a valóságshowkat szeretik. A gyermekek több, mint 70 százaléka olyan környezetben nevelkedik, ahol 10 polcnál több könyv található, és 80 százalék fölötti az olyan tanulók száma, akik rendszeresen, évente több alkalommal járnak színházba. Ezekből az adatokból arra következtethetünk, hogy a mintában szereplő diákokra az értelmiségi családi háttér jellemző. A minta nem reprezentatív, összetétele több szempontból nem felel meg az országos jellemzőknek.

5.4.3 A mérőeszközök

Három mérőeszközt készítettem: Kérdőív (*6. Melléklet*), Matematikai tudásszintmérő (*5. Melléklet*), Szöveges feladatok (*4. Melléklet*).

A *Kérdőív* a háttérváltozók feltérképezésére hivatott. A változóit három nagy csoportra bonthatjuk. Az első egység a diák családi, szociális és kulturális hátteréről kívánt információkat gyűjteni, a második – az elsőhöz szorosan kapcsolódó – a gyermek értékrendjét vizsgálta, a harmadik rész kérdései a diákoknak a matematikával, matematikaórával kapcsolatos attitűdjét mérte fel.

A *Matematikai tudásszintmérő* kilenc feladatból állt, összesen 30 itemből. Ez a mérőeszköz egy – a 6., illetve a 7. osztályos tananyagot felölelő – hagyományos feladatsor. Tudásanyagában a *Nemzeti Alaptantervhez* (*Oktatási és Kulturális Minisztérium*, 2007), valamint a különböző 7. osztályosoknak szóló tankönyvek szintjéhez illeszkedik. A feladatok megoldásához a következő tudáselemek szükségesek: alapműveletek törtekkel és negatív számokkal, a hatványozás azonosságai, a legnagyobb közös osztó meghatározása, 4-gyel való oszthatóság megállapítása, százalékszámítás, egyenletrendezés, egyenlőtlenség megoldása, grafikon-értelmezés, a függvény definíciója, egy alakzat tükörtengelyeinek megállapítása, egy alakzat középpontos tükrözése. A teszt reliabilitása (Cronbach-α) 0,88. Ez eleget tesz a tudásszintmérő tesztekkel szemben támasztott követelményeknek. Feltételezhető a mérőeszköz jó validitása, mert tartalmában a *NAT*-ot és több szakmailag elismert tankönyv feladatait követi.

A *Szöveges feladatok* teszt adja a kutatás fókuszát, hiszen a vizsgálat tárgya ezzel a mérőeszközzel mérhető. A teszt nyolc szöveges feladatot tartalmaz, négy feladatpárt oly módon, hogy mind a négy realisztikus feladathoz tartozott egy hagyományos szöveges feladat. A következőkben a négy realisztikus feladatot tekintem át.

A „Fordított kulcsszavas" feladat

A feladat szövege a következő volt: *„A Mamut Moziban a 'Gyűrűk ura - A király visszatér' című filmre egy jegy 1290 Ft-ba kerül. A Corvin mozi jegyáránál ez 200 Ft-tal több. Ha hárman megyünk a Corvinba, a hármunk jegye összesen mennyibe kerül?"*

A feladat megfogalmazásában a több-kevesebb kulcsszavak fordítva szerepelnek a feladat valóságához képest. Tehát a „több" kulcsszónál „-" jelet, a „kevesebb"-nél pedig pont „+" jelet kell írni a feladat matematikára fordítása közben.

Az ilyen típusú feladatok megoldását vizsgálva *Mayer* és *Hegarty* (1996) azt állapította meg, hogy azok a tanulók, akik a problémareprezentációs megoldási utat követik, azaz akik a problémában leírt szituáció megértésére, majd annak modellezésére törekszenek, nagy eséllyel helyes választ adnak. A sikertelen problémamegoldók általában a közvetlen transzlációs problémamegoldási eljárást használják, ami azt jelenti, hogy a számok és a kulcsszavak alapján aritmetikai műveleteket hajtanak végre.

A „Realisztikus" feladat

A feladat szövege a következő volt: *„450 katonát kell buszokkal a gyakorlótérre szállítani. Egy katonai busz 36 katonát tud szállítani. Hány buszra van szükség?"*

A feladat buktatója, hogy a kapott végeredményt a valóssággal össze kell vetni. A feladat végeredménye – valósággal való összevetés nélkül – az, hogy 12,5 darab busz kell a katonák elszállítására.

Ez a példa egy híres 20 kérdéses nemzetközi felmérés magyar adaptációjából való (*Verschaffel, De Corte és Lasure,* 1994). A nemzetközi fórumon publikált realisztikus reakciók aránya ezen feladat esetében 49 százalék. *Csíkos Csaba* (2003) kutatásában résztvevő magyar diákok erre a feladatra 36 százalékban adtak realisztikus választ.

Az „Adathiányos" feladat

A feladat szövege a következő volt: *„Egy közepes méretű fenyőfa kivágása után a favágók a fenyőfát 12 db 5 m hosszú és 20 db 3 m hosszú deszkákká aprítják, majd a deszkákat egy teherautóra rakják. Ha a teherautó rakomány nélkül 1,5 tonna, akkor mennyit nyom a felpakolt deszkákkal együtt?"*

Ez a szöveges probléma a klasszikus „Hány éves a kapitány?” struktúrát követi, azaz sok-sok adat után olyasmit kérdez, ami a feladat alapján nem meghatározható.

Az „Ellentmondásos” feladat

A feladat szövege a következő volt: *„Gergő édesapjától és édesanyjától is kap zsebpénzt. Apukájától 500 Ft-tal többet kap, mint anyukájától. Miután mindkettőjüktől megkapta a pénzt, másnap a felén új lemezeket vásárolt. Így pont ugyanannyi pénze maradt, mint amennyit anyukájától kapott. Hány Forintot kapott az édesanyjától?”*

Egy olyan szöveges feladatról van szó, amely ellentmondásos. Ez a szövegéből nem egyértelműen derül ki, de matematikára fordítása után elkerülhetetlen a szembesülés.

A feladatok szövegezésében, témájában szempont volt, hogy azok gyakorlati, érthető, a valóságból kiemelt problémákat írjanak le, valamint az, hogy a feladatok könnyűek legyenek, hogy ne a feladatban rejlő matematikai nehézségektől függjön a helyes megoldás megtalálása.

5.5 A „Gondolkodási stratégiák – tanulói interjúk” elnevezésű kiegészítő vizsgálat bemutatása

Ez itt bemutatásra kerülő vizsgálat Csíkos Csabával és Steklács Jánossal közös kutatásunk, melynek eredményeiről a Magyar Pedagógia 2005/4. számában megjelent írásunkban számolunk be (*Kelemen*, *Csíkos* és *Steklács*, 2005). Ezen adatgyűjtés a feladat és a feladatmegoldás kontextuális szintjének kérdéseire összpontosít, a feladatmegoldás kontextuális szintű módosulásainak a feladatmegoldásra gyakorolt hatását mérte. Ez a vizsgálat módszertani szempontból eltér a többitől, mert amíg azok papír-ceruza tesztekkel és kérdőívekkel mérő kvantitatív jellegű kutatások, ez a vizsgálat az interjú módszerrel a kvantitatív típusú adatgyűjtés mellett kvalitatív jellegű mérést is lehetővé tesz. A vizsgálatban 20 tanuló vett részt, akikkel egyesével 15 perces interjút készítettem, melyeket a későbbi részletes elemezhetőség érdekében videokamera rögzített. A diákokat arra kértem, hogy egy összetett, valóságközeli feladatot oldjanak meg hangos gondolkodással.

5.5.1 Kutatási cél

A kutatásban 5. osztályos diákok realisztikus meggondolásait és metakognitív stratégiáit vizsgáltam matematikai szöveges feladat megoldása közben, interjú és hangos gondolkodtatás (*think-aloud*) módszerével. Feltételezésem, hogy az alkalmazott interjú helyzet mint feladatkontextus elősegíti a realisztikus meggondolások megjelenését, és lehetővé teszi a metakognitív stratégiák megfigyelését. A hangosan gondolkodtatás közben arra kértem a problémamegoldót, hogy a problémamegoldás közben próbálja tudatosan követni gondolatait, és a feladattal kapcsolatos gondolatairól – melyek például a tervezésre, a tanácstalanságra, a feladat elemzésére, konkrét számolások elvégzésére, vagy az eredmény ellenőrzésére vonatkoznak – folyamatosan számoljon be, mondja ki hangosan őket. A metakognitív stratégiák online vizsgálatára ez egy alkalmas és elterjedten használt módszer (*Veenman* és *Hout-Wolters*, 2003). Az interjúk videofelvétel rögzítésével lehetőség nyílt a megfigyelhető tanulói viselkedések utólagos leírására, ezáltal pedig az adatok kvantitatív, kvalitatív elemzésére is.

5.5.2 A minta

A kísérletben 20 Békés megyei 5. osztályos általános iskolai tanuló vett részt. Két osztályból véletlenszerűen került választásra tíz-tíz diákot. Két interjú értékelése technikai okból nem lehetett teljes, így 18 feldolgozott interjúval dolgoztam.

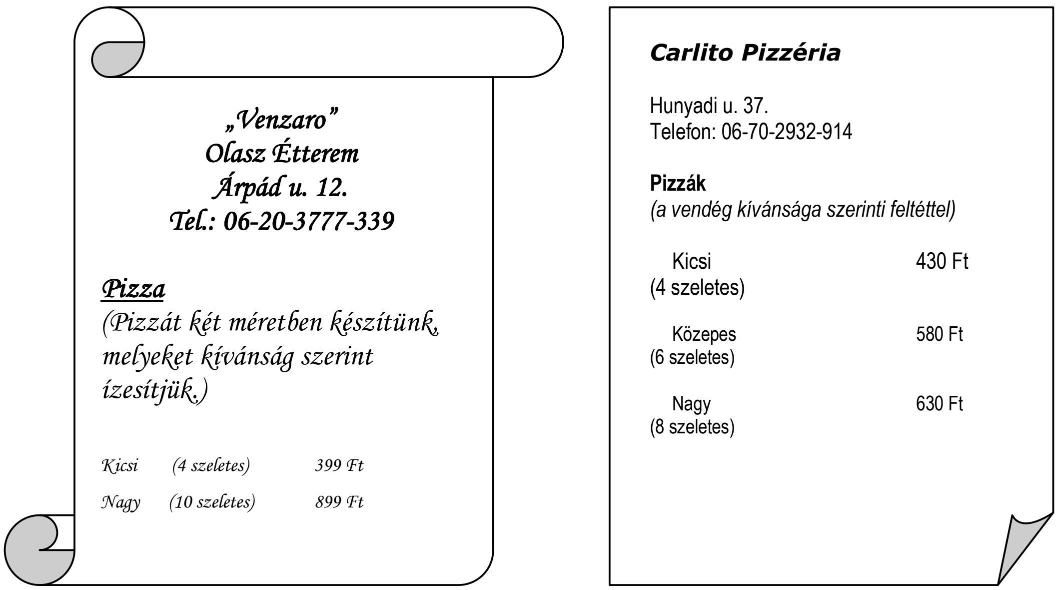
Az interjúk felvételére 2005 júniusában tanórai kereteken kívül, de az iskolán belül maradva került sor. A diákokat egyesével szólítottuk az akciószobába oly módon, hogy az interjún túl lévők és az interjú előtt állók között ne nyíljon lehetőség a kommunikációra. Az akciószobában az interjú alatt a diákon és az interjúkészítőn kívül más nem volt jelen.

5.5.3 A mérőeszköz

Az interjú a hangosan gondolkodásra való felkészítéssel kezdődött. Az interjúkészítő elmagyarázta a tanulónak, hogy a kísérlet elsősorban nem azt vizsgálja, hogy mennyire ügyesen oldja meg a feladatot, hanem az a célja, hogy minél több információt gyűjtsön arról, hogy mikor mire gondol a feladat megoldása közben. Miután a kísérletvezető pár példamondattal illusztrálta a hangosan gondolkodást, arra kérte a résztvevőt, hogy a feladat megoldása közben folyamatosan számoljon be lehetőleg minden gondolatáról. Az interjú alatt a diákok egy realisztikus matematikai szöveges problémát oldottak meg, mely *Kramarski, Mevarech* és *Lieberman* (2001) 7. osztályosok körében használt pizza-feladatának egyszerűsített adaptációja volt, melyet a *6. ábra* mutat be. A lap tetején a feladat szövege a következő volt:

„Az osztály osztálybulit szervez. Az üdítőkről az iskola gondoskodik, az ennivaló megszervezése az osztály feladata. A te feladatod a pizzák megrendelése. Az osztálypénzből erre 5000 Forint fordítható, amin minél több pizzát kellene rendelni. Itt láthatod két helyi pizzériának az étlapját és az árait. Hasonlítsd össze az árakat, válaszd ki a legkedvezőbbet, telefonon hívd fel a választott pizzériát és rendeld meg a pizzákat!"

A feladat szövegét és a két étlapot a diákok egy A3-as lapra nyomtatva kapták meg. Az A3-as méretet azért használtuk, hogy a videón is lehessen követni, hogy a diák mikor melyik területre néz, mivel foglalkozik.



6. ábra.

Az interjú során használt realisztikus matematika feladat

A feladat megoldására körülbelül 10 perc állt rendelkezésre. Ez nem volt szigorú időkorlát, de sok esetben azt eredményezte, hogy ha a diák elakadt a problémamegoldás valamely szakaszában, akkor az interjúkészítő segítő kérdésekkel, együttszámolással próbálta a megoldás menetét továbblendíteni.

Az adatfelvételi útmutatóban két segítségadási lehetőség került rögzítésre, melyeket az interjúkészítő abban az esetben alkalmazott, ha a diák a feladathoz hozzá sem tudott kezdeni. Az első segítség arra vonatkozott, hogy az életben általában „mi éri meg jobban", otthoni fogyasztásra az emberek (a diák családja) általában inkább kétliteres, vagy félliteres üdítőket vásárol, és vajon mi ennek az oka. A második segítségadási lépésre akkor volt szükség, ha az első segítségadással nem sikerült a diák problémamegoldását elindítani. Ez már a feladathoz direktebb módon kapcsolódott: a két étterem által kínált pizzák méretük és áruk alapján történő összehasonlítására vonatkozó kérdésekből állt. Minden diák azután hagyta el az akciószobát, ha adott egy általa jónak ítélt megoldást a feladatra.

5.5.4 Változók

Az interjúk kvantitatív elemzése *Schoenfeld* 1987-ben publikált kutatásán alapszik, ahol a kutatás vezetője egyetemi hallgatók és matematikusok probléma-megoldási stratégiáit vizsgálta oly módón, hogy a probléma-megoldási folyamatról készített videofelvételek alapján félpercenként meghatározta a problémamegoldó által alkalmazott stratégiák közül a dominánsat. A vizsgált stratégia kategóriák a következők voltak: 1. olvasás (*reading*), 2. elemzés (*analyzing*), 3. útkeresés (*exploring*), 4. tervezés (*planning*), 5. kivitelezés (*implying*), 6. ellenőrzés (*verifying*).

A kutatásban adaptálva és módosítva került alkalmazásra *Schoenfeld* (1997) kidolgozott módszertani rendszere. Az interjúk során 15 mp-es intervallumonként regisztráltuk a domináns viselkedéskategóriát, továbbá elhagytuk a 6. ellenőrzés kategóriát, mert az alkalmazott probléma, a vizsgált szituáció nem adott teret az eredmény ellenőrzésére, és helyét a „megoldásadás” kategória töltötte ki. Az interjú módszere elengedhetetlenné teszi a problémamegoldó és a kísérletvezető kommunikációját, ezért bevezettünk egy új kategóriát, mely azt jelölte, ha a feladatmegoldáshoz nem kapcsolódó tevékenység zajlott (pl. az interjúkészítő beszél, felvezeti a feladatot, vagy a diák a feladathoz nem kapcsolódó, esetleg a meghatározott kategóriák szerint értékelhetetlen tevékenységet mutat).

Az interjúk elemzése a következő hat változó mentén történt, melyek a realisztikus gondolkodáshoz, vagy a kognitív teljesítményhez köthetők:

(1) A feladat elolvasása során felolvassa-e az étlapon szereplő telefonszámokat?
– A telefonszámok a probléma megoldása szempontjából irrelevánsak.

(2) Kerekíti-e az étlapon szereplő árakat?
– A pizzák árai valós árakhoz hasonlóan kilencre, vagy 99-re végződtek, pl. 399 Ft, 899 Ft.

(3) Érti-e azt, hogy „megéri”?
– a gazdaságosság arányértékeinek belátása kulcsfontosságú a probléma megoldásához

(4) Telefonál-e?
– A feladat megoldása után az interjúkészítő megkérdezte a diákot, hogy biztos-e a megoldásában olyannyira, hogy akár fel is hívná a pizzériát. A legtöbben igennel válaszoltak. Ez esetben egy mobiltelefont adott a diák kezébe és arra kérte őt, hogy hívja fel a pizzériát, rendelje meg a pizzákat. A

diákok túlnyomó többsége ebben a valóságközeli szituációban megváltoztatta a véleményét, és azt mondta, hogy nem telefonál.

(5) Hány szelet pizzát rendel?

– Ez a változó mutatja, hogy a diák mennyire sikeresen oldotta meg a problémát, hiszen az volt a feladat, hogy minél nagyobb mennyiségű pizzát rendeljen.

(6) A tanulók előző évvégi matematika osztályzata, melyet utólag bocsátottak rendelkezésre az iskolák.

A kvalitatív elemzésben a megjelenő realisztikus elemek vizsgálata történt, illetve az, hogyan realizálódik, illetve ütközik a feladat és a valóság világa.

5.6 A „Tanulói meggyőződések” elnevezésű kiegészítő vizsgálat bemutatása

A bemutatásra kerülő vizsgálat témavezetőmmel, *Csíkos Csabával* közös munkánk, melynek eredményeiről az Iskolakultúra folyóirat 2009/2-3. számában megjelent cikkünkben beszámoltunk (*Csíkos* és *Kelemen*, 2009). Kutatásunk a *Szegedi Longitudinális Program* részeként, egy mérési pont fölhasználásával valósult meg.

5.6.1 Kutatási cél

A kutatásban adatokat gyűjtünk arra vonatkozóan, hogy a tanulók a saját szemszögükből milyennek látják a különböző típusú matematikai szöveges feladatokat. A vizsgálat célja tehát az, hogy felderítsük az ötödik osztályos tanulók matematikai meggyőződéseit két területen: a feladat érdekessége és a feladat nehézsége szempontjából.

(1) A vizsgálat első felében arra koncentráltunk, hogy a tanulók hogyan ítélik meg a különböző szövegezésű, de azonos matematikai művelettel megoldható feladatok esetén a megoldás nehézségi sorrendjét. Feltételezésünk, hogy legkönnyebbnek a szöveg nélküli, matematikai jelekkel leírt feladatkitűzést fogják találni, ennél nehezebbnek ítélik meg a verbálisan megfogalmazott feladatkitűzést. Még nehezebbnek tartják majd, amikor a realisztikusság első szintjének megfelelően „fedőtörténetként” szöveget illesztünk az elvégzendő művelethez, és végül legnehezebbnek fogják találni a fölösleges adatokat is tartalmazó intranszparens megfogalmazást (ld 1/f hipotézis).

(2) A vizsgálat másik célja, hogy a tanulók matematikai szöveges feladatok érdekességével kapcsolatos vélekedéseit feltárjuk. Az 1/g hipotézisben leírtaknak

megfelelően azt feltételezzük, hogy legkevésbé érdekesnek a matematikai jelekkel leírt, szöveget nem tartalmazó feladatkitűzést fogják tartani. A további három típussal kapcsolatban nem tudtunk előzetes hipotézist megfogalmazni, vagyis a második szintű realisztikusság definícióját kielégítő feladat, a mesebeli szövegszerkezetű „fedőtörténet" és a geometriai, vizuális mintázatot tartalmazó feladatkitűzések közötti sorrendet illetően kutatásunk feltáró jellegét emeljük ki.

(3) Három háttérváltozóval vizsgáljuk meg a mért matematikai meggyőződések kapcsolatait. A nemek közötti különbségek elemzése mellett a matematikai osztályzattal és a matematika tantárgy iránti attitűddel megfigyelhető összefüggéseket tárunk fel.

5.6.2 A minta

A vizsgálatban 4037 ötödik osztályos tanuló vett részt. A vizsgálatba bevont 5. osztályos tanulók régió és településtípus szerint reprezentatív országos mintát alkotnak. A tanulók matematikaórán töltötték ki a mérőeszközt, a felmérést lebonyolító pedagógusok számára részletes útmutatót készítettünk.

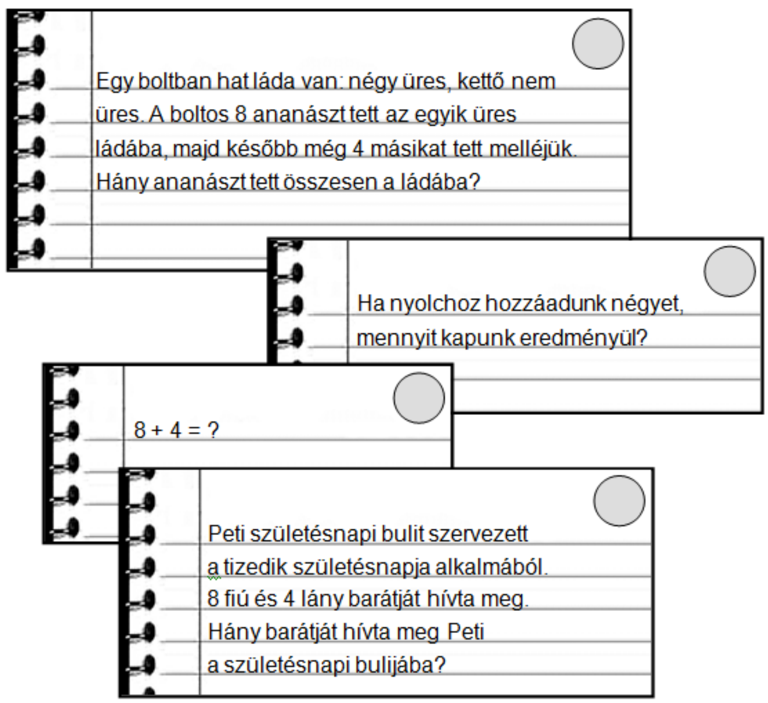
A kérdőívvel 3999 tanuló foglalkozott, közülük 199 diáknak az 1. kérdésre adott válasza hiányos (181 fő egyáltalán nem írt semmit, 17-en nem írtak mind a négy feladat mellé számot), 349 tanuló pedig nem jól értelmezte a kérdést, és ugyanazt a sorszámot több feladat mellé is odaírta. 3650 fő rakta valamilyen sorrendbe az 1. kérdésben bemutatott négy feladatot, így az elemzésekben az ő válaszaikkal dolgozunk.

5.6.3 A mérőeszköz

A felmérés papír-ceruza módszerrel történt. A mérőeszközünk annak ellenére, hogy matematika feladatokat tartalmazott, szakmailag mégsem egy tesztlap, hanem kérdőív volt. A diákoknak nem kellett megoldaniuk a feladatokat, csupán a feladatváltozatok véleményezését kértük tőlük. Erre a mérés folyamán az adatfelvevő minden esetben felhívta a tanulók figyelmét. A Kérdőív megfelelő részei a *7.* és a *8. Mellékletben* találhatók.

A feladat nehézsége

A feladatok nehézségéhez fűződő meggyőződéseket azonos szerkezetű, sőt azonos számadatokat tartalmazó feladatokról alkotott véleményezéssel mértük. Négy matematikai szöveges feladatot mutattunk a diákoknak, melyek matematikai mélystruktúrájukat tekintve azonosak, de tartalmi szinten különbözők. A feladatváltozatok a *7. ábrán* tekinthetők át. Az egyik csupán matematikai jelekkel kijelölt művelet („*aritmetikai kifejezés szimbólumokkal*”). A második feladat esetében a feladat szövegét az adja, hogy a számokat és a matematikai jeleket szavakkal kifejezve írtuk le („*aritmetikai kifejezés szöveggel*”). A *7. ábra* alján olvasható feladatváltozat egy hétköznapi történetbe foglalja a 8+4 műveletet („*szöveges feladat valós szituációba ágyazva*”). Az elsőként olvasható feladatról is elmondható, hogy egy szituációba ágyazza a műveletet, de emellett a feladat sajátossága, hogy további fölösleges számadatokat is tartalmaz („*szöveges feladat valós szituációba ágyazva fölösleges adattal*”).



7. ábra

A feladatok nehézségének megítélését mérő kérdés feladatváltozatai

Arra kértük a tanulókat, hogy a feladatok lapjának jobb felső sarkában lévő körökbe írják be az 1, 2, 3, 4 számokat úgy, hogy az 1-es kerüljön a legkönnyebb, a 4-es a legnehezebb feladat mellé.

A feladatnehézség megítélésének mérésére kapott adataink ordinális skálán helyezhetők el, így az elemzésekhez a rangszámok statisztikáit használtuk, továbbá a sorrendiségi mintázatokat elemezzük.

A feladat érdekessége

A feladatok érdekességével kapcsolatban szintén azonos matematikai szerkezetű, azonos számadatokat tartalmazó feladatok szubjektív megítélésére kértük a diákokat. Négy, mélystruktúrájában azonos, a tartalmai szinten különböző feladatokat mutattunk a diákoknak, melyeket az *8. ábra* közöl. Az $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ műveletsor matematikai szimbólumokkal való kifejezését adja a második feladatváltozat („*aritmetikai*”), ugyanezen műveletsor hétköznapi szituációba ágyazott változata az első feladatváltozat („*hétköznapi*”). A harmadik feladatváltozat tartalma a fantáziavilágba, Meseországba vezet („*mesebeli*”). A negyedik változat az egyetlen, ahol a feladat kiírásában nem jelennek meg a számok. Ennek ellenére ugyanazon műveletsor húzódik a probléma mögött, de a feladat területek összeadására vonatkozik („*geometriai*”).

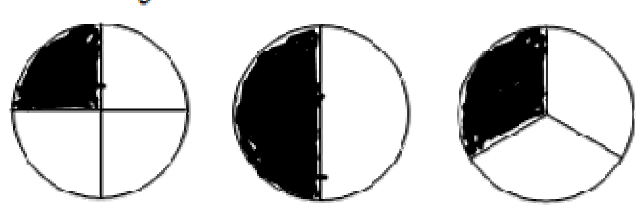
A feladatok érdekességének megítélésére ötfokozatú, Likert-jellegű skálát használtunk, amelyre az intervallum-változók esetén használható elemzési eljárásokat alkalmaztunk. Az 1 jelentése, hogy „egyáltalán nem érdekes”, az 5-é pedig, hogy „nagyon érdekes”.

Laci nagyon szereti a tejet. Minden reggel megiszik $\frac{1}{4}$ litert, napközben $\frac{1}{2}$ litert, este pedig $\frac{1}{3}$ litert. Hány liter tejet iszik Laci egy nap alatt?

$\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=$

Számországban együtt sétált az $\frac{1}{4}$, az $\frac{1}{2}$, és az $\frac{1}{3}$.
Úgy döntöttek, összeadással egyesítik erőiket. Mi lett az eredmény?

Az alábbi körök területe egy egység. Mekkora a besatírozott területek összege?



8. ábra

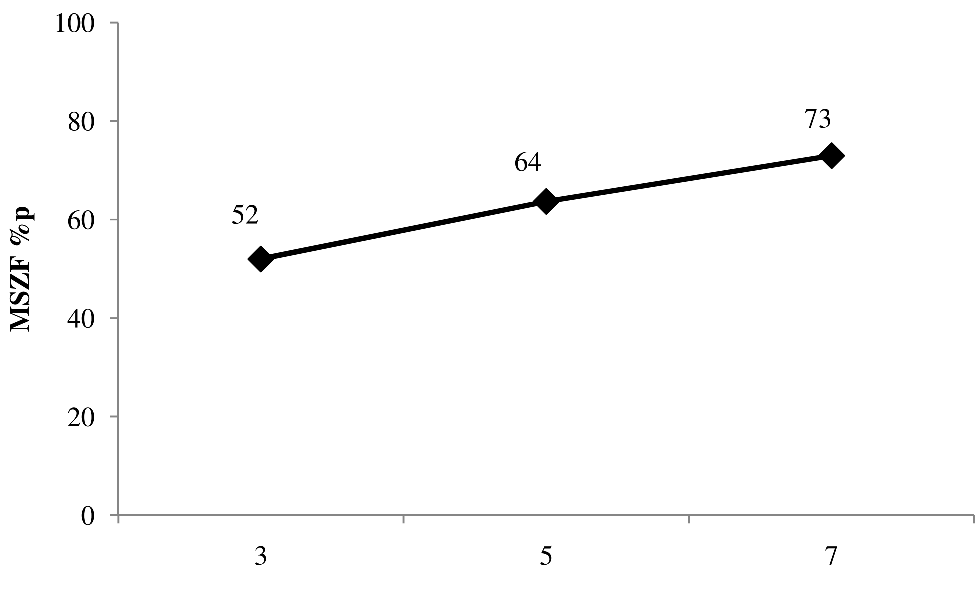
A feladatok érdekességének megítélését mérő kérdés feladatváltozatai

Annak köszönhetően, hogy egy nagyobb kutatási projekt részeként került sor a matematikai meggyőződések elemzésére, lehetőség nyílik összefüggés-vizsgálatokra olyan háttérváltozókkal, mint például a tanulók neme, matematika osztályzata és matematika iránti attitűdje. A háttértényezőkkel vett összefüggések elemzése kétféle módszerrel történt: a részmintákra bontás után létrejövő válaszmintázatok elemzése mellett a korrelációszámítás módszerét alkalmaztuk.

6 A MATEMATIKAI SZÖVEGESFELADAT-MEGOLDÓ KÉPESSÉG FEJLŐDÉSE

6.1 A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség életkori változásai

A következőkben az 5.3 fejezetben leírt nagymintás keresztmetszeti vizsgálat alapján a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség életkori változásait mutatom be. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére a matematikai szöveges feladatok teszt (MSZF-teszt) eredményei alapján adok becslést, azaz az MSZF-teszten nyújtott teljesítményt úgy interpretálom, mint a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségének mutatóját. A *9. ábra* a képesség fejlődését szemlélteti a 9-13 éves korosztályban.



9. ábra
A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődése

A keresztmetszeti vizsgálat eredményeivel becsült fejlődést szemléltető görbe szigorúan monoton növekvő, a vizsgált korosztályok közötti különbség 10 százalékpont körüli. A három évfolyam eredményére elvégzett variancia-analízis Tukey's-b utótesztje szerint mindhárom átlag szignifikánsan különbözik egymástól (F=50,841, p<0,001), azaz a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség a vizsgált, 9–13 éves korosztályban intenzív fejlődést mutat.

Az MSZF-összpontszám korosztályonkénti vizsgálata után az egyes feladatokon nyújtott teljesítmény életkori változásait vizsgálom. A *8. táblázat* a feladatokon elért eredmények évfolyamonkénti átlagát, és az azokon elvégzett variancia-analízis mutatóit foglalja össze. A feladatok az *1. Mellékletben* olvashatók. Az MSZF-teszt feladatainak számozása a tesztfüzet szerkezete miatt a hármas sorszámmal kezdődik.

A 3. feladat eredményei mindhárom évfolyamon a teljes teszt átlagait több, mint 10 százalékponttal felülmúlják, tehát ez egy relatíve könnyebb példa volt. Ennek ellenére érdekes, hogy a két felső tagozatos évfolyam között kicsivel nagyobb fejlődés mutatkozik, mint a 3. és az 5. évfolyam között. A variancia-analízis utóelemzése szerint a 3. és az 5. osztályosok átlagai között nem szignifikáns a különbség, de a 7. osztályosok eredménye már jelentősen eltér a két alsóbb vizsgált korosztály eredményétől.

8. táblázat. Az MSZF-teszt feladatainak átlagos megoldottsága évfolyamonként

Feladat	Átlag (%p)			ANOVA	
	3. évf.	5. évf.	7. évf.	F	p
3.	75	80	88	11,175	0,000
4.	65	79	87	27,369	0,000
5.	49	50	56	2,732	0,066
6.	51	73	81	59,611	0,000
7.	23	34	51	43,571	0,000

A 4. feladat esetében a teljesítmények szintén mindhárom évfolyamon a teljes teszten elért eredmények fölött vannak. A három korosztály eredményeit összehasonlítva szembetűnő a 3. osztályosok alacsony átlaga, ami 5. osztályra közel 15 százalékpontot ugrik. A felső két évfolyam között sokkal kisebb, csupán 8 százalékpont a fejlődés. A variancia-analízis Tukey’s-b utóelemzése szerint a három korosztály teljesítménye szignifikánsan elkülönül egymástól. Feltételezésem szerint a 3. és az 5. osztályosok közötti nagy teljesítménykülönbség egyik oka a feladat megoldásához szükséges kétjegyűvel való szorzás művelete lehet. Emellett ez a szöveges feladat egy viszonylag nehezebben reprezentálható szituációt ír le, aminek átlátása szintén problémát okozhatott a legkisebbeknek.

Az 5. feladat évfolyamonkénti eredményeiben tapasztalhatók a legkisebb különbségek. A 3. és az 5. osztályosok teljesítményátlaga lényegében egyforma, 50 százalékpont körüli, ez az érték 7. osztályra is csupán csak 6 százalékponttal növekszik. A három korosztály eredményei között a variancia-analízis nem mutatott ki szignifikáns különbséget, ami azt jelenti, hogy az 5. feladatot egy 9 és egy 14 éves diák is ugyanolyan valószínűséggel tudja sikeresen megoldani. A feladat ismeretében ebből az eredményből arra következtetek, hogy a feladatmegoldáshoz a legtöbben még a felsőbb évfolyamokon is a próbálgatás stratégiáját választották. Próbálgatással a helyes számokat nem nehéz megtalálni, ami magyarázza azt az érdekes együttállást, hogy annak ellenére, hogy az évfolyamok között nincs fejlődés, az átlagok nem alacsonyak. A feladat megoldottságában feltehetőleg idősebb korban következne be jelentős változás, amikor a stratégiaszint módosul, és a próbálgatást a kétváltozós egyenlet-rendszer felírásának stratégiája váltaná fel.

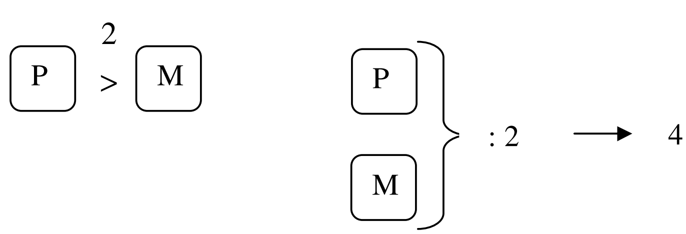
A 6. példa esetében az évfolyamok közötti különbségek jelentősek, mindhárom átlag szignifikánsan eltér a többitől. Intenzív fejlődés a 3. és az 5. osztály között érzékelhető, ahol a különbség 22 százalékpont. Ennek feltételezett oka, hogy az amúgy nem nehéz, rövid szöveggel leírt, könnyen reprezentálható, egyetlen osztást és a tízes szorzótábláról egy szorzást kérő feladat az ezres számkörben mozog, ami az 5. osztályos diákoknak már egyáltalán nem okozott akkora nehézséget, mint a 3. évfolyamos társaiknak. Ezzel magyarázható az is, hogy míg a 3. osztályosoknak a feladaton elért átlaga a teljes teszt átlagához nagyon közeli, a felsős évfolyamok ezen a feladaton a teljes teszten elért eredménynél átlagosan 10 százalékponttal is jobban teljesítettek.

Az utolsó feladat bizonyult a teszt legnehezebb példájának. Ezen a feladaton a 3. és az 5. évfolyamon a teljes teszten elért átlagos eredményhez képest 30 százalékponttal gyengébben teljesítettek a diákok. A legfelső korosztályban ez az arány némileg javulni látszik, ott a feladaton és az összpontszámon elért átlagok különbsége 22 százalékpont. A példa nehézségét a hosszú szöveg, a nehéz reprezentáció, a többlépcsős műveletvégzés jelenthette. A 3. osztályosok átlaga csupán 23 százalékpont, ami 5. osztályra is csak 34 százalékpontra nő. A változás 5. és 7. osztály között nagyobbá válik, a 7. osztályos diákok átlagosan 17 százalékponttal oldották meg sikeresebben ezt a feldatot, mint az 5. évfolyamos társaik. Az évfolyamok átlagai közti különbség szignifikáns, azaz a feladat által kívánt tudáselemekben a vizsgált korosztályban jelentősnek mondható a fejlődés.

6.2 A mélystruktúra hatása a megoldottságra

Az MSZF-tesztben szereplő feladatok mélystruktúráját minden esetben egy vagy több aritmetikai művelet alkotta. Ezen mélystruktúrák megoldásához elengedhetetlen az elemi számolási készség fejlettség. De a mélystruktúra által megkívánt tudáselemek a számolási készségnél mégis tágabb halmazt alkotnak, mert nem csupán egy-egy kiragadott művelet elvégzéséről van szó, hanem műveletláncolatok, több műveletből álló folyamatok sikeres elvégzése a cél. A matematikai szöveges feladat nehézségére természetesen nagy befolyással van annak mélystruktúrája, „matematikája”. A következőkben azt vizsgálom, hogy a feladatok különböző mélystruktúrái az egyes korosztályokban hogyan befolyásolják a feladat megoldottságát. Egy másik érdekes kérdés, hogy a három vizsgált évfolyam esetében a különböző mélystruktúrák hasonló hatással vannak-e a feladatmegoldásra, vagy évfolyamonként különböző mintázatok figyelhetők-e meg.

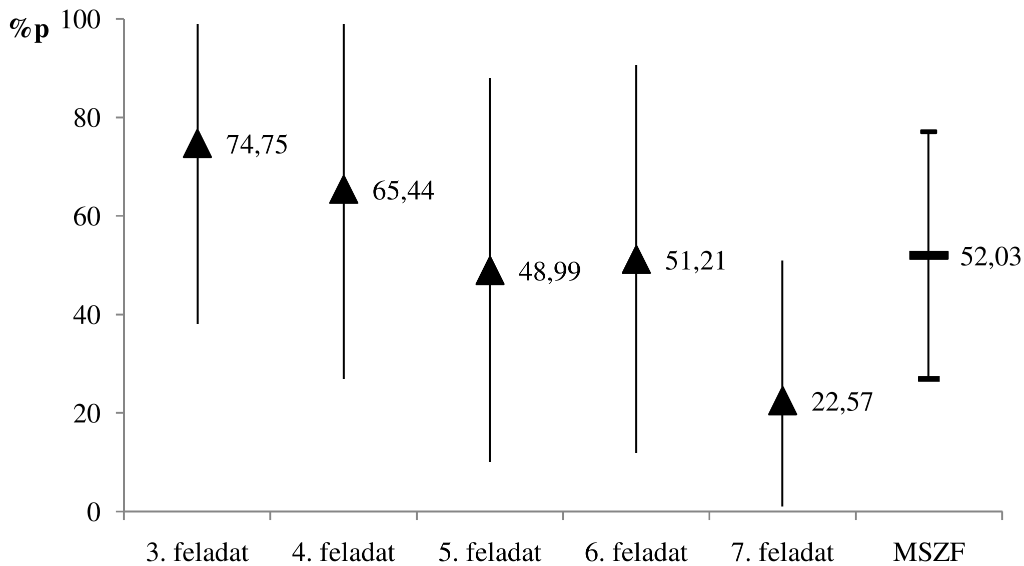
Mindenekelőtt az MSZF-teszt feladatainak mélystruktúráját tekintem át. A 3. példa mélystruktúrája a 4+1 és a 4+5 műveletekkel írható le. A 4. feladat a 14·4 szorzást kéri térbeli sokszorozás miatt. Bár az 5. feladat matematikai váza az x+y=1000 és x+200=y egyenletrendszer, a többváltozós egyenletrendszerek deklaratív ismerete és levezetése hiányában a diákok nagy hányada feltehetőleg próbálgatással, esetleg az egyenletrendszer nyitott mondattá alakításának stratégiájával állt neki a feladatmegoldásnak. A 6. feladat mélystruktúrája az 1000:5 és a 200·3 műveletek egymásutánjával írható le. A 7. feladat mélystruktúrája a legbonyolultabb. Matematikailag az $\frac{x+(x-2)}{2}=4$ egyenlettel írható le. A feladat megoldásához természetesen nem szükséges az egyenlet felírása. A mélystruktúra rajzzal, folyamatábrával is ábrázolható, mint ahogy a 7. feladat esetében erre a *10. ábra* mutat példát.



10. ábra

A 7. feladat mélystruktúrája folyamatábrával szemléltetve

A *11. ábra* a 3. osztályos diákoknak az MSZF-teszt feladatokon elért átlagait és szórásait szemlélteti. A háromszögek az átlagokat jelölik, a függőleges vonal hossza a szórás nagyságát jelzi. Az utolsó oszlopban a teljes teszt átlaga és szórása látható. A feladatlap összeállításakor az elrendezést a feladatok egyre nehezedő sorrendje határozta meg. A 3. évfolyam eredményei szerint ezt sikerült megvalósítani: a teszt legelső feladatának megoldottsága a legmagasabb, ami folyamatosan csökken. Egy kivétel van, a 6. feladat, aminek átlaga 2 százalékponttal magasabb az előtte álló példáénál.



11. ábra

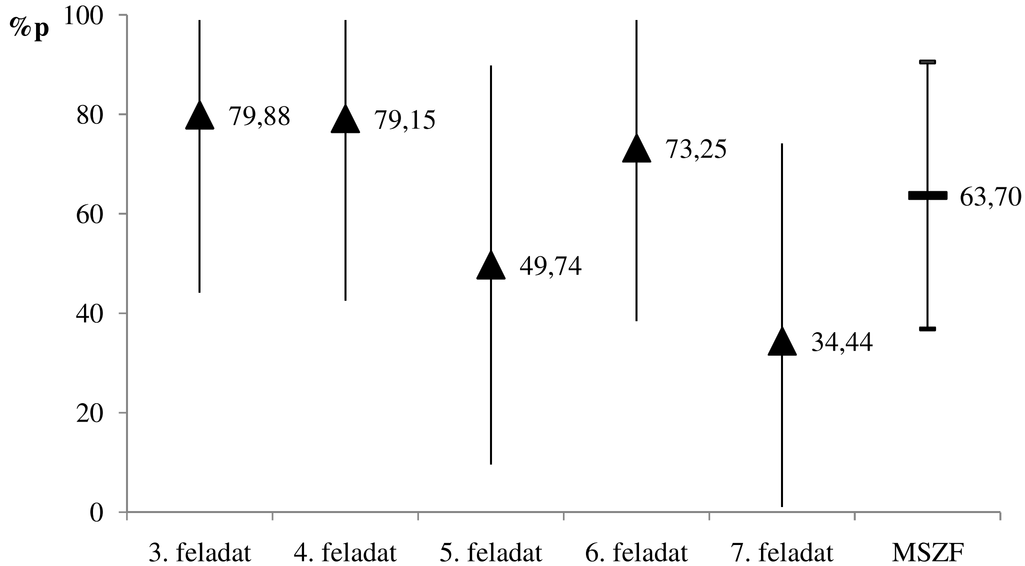
Az MSZF-teszt feladatainak átlaga és szórása a 3. évfolyamon

A feladatok átlagait páros t-próbákkal hasonlíthatjuk össze. Az $\binom{5}{2}=10$ elvégzett páros t-próbák szerint a minden feladat átlaga a többitől szignifikánsan különböző, kivéve az 5. és a 6. feladatokat, amelyeknek a megoldottsága nem tér el szignifikánsan egymástól. A középértékek különbségeit a Friedman-próba is igazolja (χ^2=336,577, p<0,001).

A 3. osztályosoknak tehát lényegesen könnyebb két tízes számkörben végzett összeadás egymásutánja, mint egy kétjegyű egyjegyűvel való szorzása. Ezeknél nehezebb az ezres számkörben mozogni, ahogy azt az 5. és a 6. feladat kérni. Legnehezebbnek a több egymás utáni művelet folyamatának végigkövetése tűnik, hiába csak a tízes számkörben van.

A mélystruktúra feladatmegoldásra gyakorolt hatásának 5. évfolyamon való elemzését a *12. ábra* segíti. Az alsóbb évfolyam diagramjához képest a szembetűnő változást a feladatok megoldottsági szintjének módosult sorrendje adja. Az 5. osztályosok számára az első két feladatnál eltűnt a nehézségbeli különbség. Ennek a korosztálynak egyformán könnyű az akár kétjegyű számot tartalmazó szorzás műveletének elvégzése, mint a tízes számkörben való összeadás. A 3. és a 4. feladat átlagai között sincs tehát szignifikáns különbség, de az összes többi lehetséges feladatpár esetében az 5. osztályosok eredménye egymástól szignifikánsan különbözik. A különbségeket a Friedman-próba is jelzi (χ^2=390,275, p<0,001)

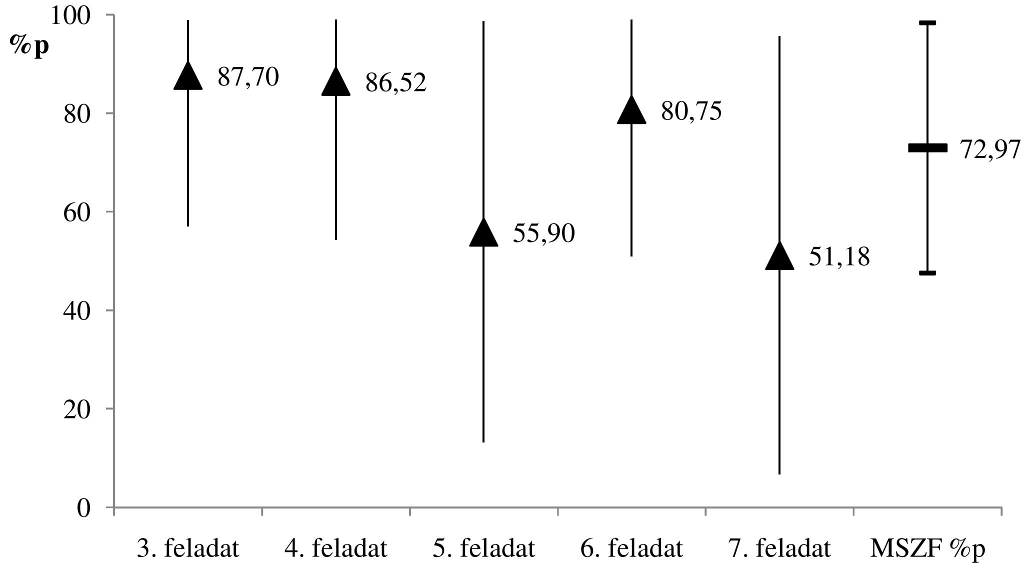
A 6. feladat magasabb megoldottsági szintje jelenti a 3. évfolyam diagramjához képest a másik nagy változást. Érthető módon az 5. osztályos diákoknak már nem okoztak problémát az ezres számkörben elvégzendő – amúgy a kerek számok (1000, 200) miatt igen könnyű – osztás és szorzás műveletek. A leggyengébb teljesítmény ebben a korosztályban is az utolsó feladaton adódott, amiből arra lehet következtetni, hogy az egyenlet felírásának stratégiája még nem váltotta fel az összetett nyitott mondat, a több lépcsős műveletvégzés alkalmazását.



12. ábra

Az MSZF-teszt feladatainak átlaga és szórása az 5. évfolyam

A 7. évfolyamnak az MSZF-teszt feladatain elért eredményeit a *13. ábra* mutatja be. A Friedman-próba szerint a középértékek között van olyan, ami a többitől szignifikáns különböző (χ^2=318,105, p<0,001). Az 5. évfolyam diagramjához képest nem sokat változott a kép. A statisztikai próbák sem alakulnak másképp: az elvégzett páros t-próbák szerint az első két feladat eredménye jelentősen nem különbözik, az összes többi összehasonlítása szignifikáns különbséget mutat. Bár a 7. feladat nem tudott az utolsó helyéről előrébb kerülni a megoldottsági sorrendben, de szembetűnő a felzárkózása. Az 5. feladattól csupán 5 százalékpont választja el. Ennek egyik oka a 7. osztályosok fejlettebb problémalátásában, problémareprezentációjukban keresendő. Több lépéses problémák átlátása minden bizonnyal már kevesebb kudarcot okoz. Emellett feltehetőleg ismereteik között megjelent az egyenlet, készségeik között az egyenletmegoldás, ami lényegesen megkönnyíthette a feladatmegoldást.



13. ábra

Az MSZF-teszt feladatainak átlaga és szórása a 7. évfolyam

6.3 A tartalmi szint hatása a megoldottságra

A tartalmi szint hatásának elemei közül empirikus módszerekkel a realisztikus matematikai szöveges feladatok megoldásának jellemzőit vizsgálom. Egy feladat realisztikus volta tartalmi jellemző, hiszen egy probléma realisztikussága a feladat azon közegét érinti, amibe a mélystruktúra beágyazódik.

A következőkben a 5.4 fejezetben bemutatott vizsgálat adatai alapján azt elemzem, hogy a matematikai szöveges feladatok esetében a tartalmi szinten eltérő, hagyományosnak és realisztikusnak nevezett problémák megoldottsága között milyen különbségek mutatkoznak. A vizsgálatban négy feladatpár szerepelt. A párhuzamos feladatpárok megalkotásánál a legfőbb szempont az volt, hogy a két feladat matematikai mélystruktúrájában és kontextusában is minél hasonlóbb legyen. Ennek tökéletes megvalósítása nem lehetséges, mert a feladatpárok azonos tesztlapon szerepeltek. Ezért arra törekedtem, hogy inkább a hagyományos feladatok mélystruktúrája eredményezze a nehezebb feladatmegoldást.

Ennek ellenére az eredmények a szakirodalommal (*Verschaffel*, *Greer* és *De Corte*, 2000) egyezően azt mutatják, hogy a diákok minden realisztikus feladaton lényegesen gyengébben teljesítettek, mint a párhuzamos, hagyományos feladaton.

A feladatpárok átlagait és az átlagok összehasonlítására szolgáló páros t-próbák eredményeit *a 9. táblázat* közli. Minden feladatpár esetében az átlagok nagy eltéréseket mutatnak, a hagyományos feladat átlagos megoldottsága 10, de akár 30 százalékponttal is a realisztikus párjának átlaga felett van. Úgy tűnik tehát, hogy a diákok számára a feladat tartalmi szintjének ilyen típusú eltérése a feladatmegoldás sikerességét erőteljesen csökkentik.

9. táblázat. A realisztikus és a hagyományos feladatpárok átlagai

Feladatpárok	Átlag (%)		Páros t-próba	
	Realisztikus	Hagyományos	t	p
„Fordított kulcsszavas”	52	77	7,372	0,001
„Valóságos”	64	94	9,541	0,001
„Hány éves a kapitány”	67	81	6,943	0,001
„Nincs megoldás”	29	59	9,126	0,001

A feladatpárok egymás közötti összefüggéseit Pearson-korrelációval vizsgáltam. A „nincs megoldás” feladatpár esetében adódott a legerősebb összefüggés, r=0,512 (p<0,001), ezt a „valóságos” feladatpár követi 0,453 (p<0,001) értékű korrelációval. A „fordított kulcsszavas” pár esetében az összefüggés gyengébb, a korreláció 0,312 (p=0,001). A feladatpárok megoldottsága tehát egymástól nem független, ami nem csoda, hiszen egymáshoz hasonló mélystruktúrával rendelkező feladatokról van szó. A realisztikus feladatok eredményeibe természetesen beleszól az a komplex képesség, ami matematikai szöveges feladatok megoldásához szükséges.

A realisztikus feladatok megoldása az 5.5 fejezetben bemutatott kvalitatív vizsgálatban is szerepelt. Interjúkat készítettem annak céljából, hogy a hangosan gondolkodtatás módszerével feltárjam a diákok matematikai szöveges feladatok megoldását kísérő gondolatait, meggyőződéseit. Az interjúk kvalitatív elemzése az interjúk anyagában rejlő, de a kvantitatív változókkal nehezebben megragadható információkra fókuszált. Az interjú módszer és a hangosan gondolkodtatás eredményeiből arra lehet következtetni, hogy egy realisztikus matematikai szöveges feladat megoldása közben a diákok gondolatai között – az eddig papír-ceruza tesztekkel mért eredményekkel ellentétben – igen gyakran jelennek meg realisztikus elemek. Feltételezésem szerint ezen realisztikus meggondolások kimutatására nem alkalmas a papír-ceruza teszt, illetve előfordulhat, hogy a papír-ceruza teszt megoldása során ezen realisztikus meggondolások figyelembe vétele inkább hátrányt jelent. A következő két szövegrész az általam készített interjúkból való, és erre a jelenségre mutat példát. Alex az idézett beszélgetésrészletben éppen arra keresi a választ, hogy a két pizzéria közül melyikből lenne érdemes rendelni.

Alex:	Én inkább a Carlito pizzériára tippelnék…
Kísérletvezető:	Látom, hogy jár a szemed, nézed mind a két étlapot. Mit nézel rajtuk?
Alex:	Hogy melyik étterem van közelebb.
Kísérletvezető:	Az iskolához?
Alex:	Igen, az Árpád utcai vagy a Hunyadi utcai.
Kísérletvezető:	És tudod hol van ez a két utca?
Alex:	Nem tudom.

Alex az alapján akart pizzériát választani, hogy melyik van közelebb az iskolához. Feltételezhető, hogy ha Alex tudta volna, hogy melyik cím a közelebbi, és döntését eszerint hozta volna meg – ami a valóságban egy jó, racionális döntésnek minősíthető – és ez a pizzéria nem az, ami épp olcsóbb, akkor a papír-ceruza teszt értékelésekor csak a helytelen válasz lenne látható, a háttérben húzódó racionális indokok, gondolkodások nem.

Dorka szintén egy olyan realisztikus meggondolásról számol be, amely a feladat matematikai értelemben való helyes megoldásában gátolta őt. „Inkább a drágábbat választanám, mert lehet hogy az akkor finomabb is." Dorka vélekedése a valóságban egy elfogadható érv lehet, de a papír-ceruza teszten való megoldása alapján azt gondolhatnánk, hogy Dorka nem tudta helyesen megítélni, hogy melyik pizzéria az olcsóbb, hiszen csak azt látnánk, hogy matematikailag épp a „rossz" pizzériát választotta.

6.4 A kontextuális szint hatása a megoldottságra

A matematikai szöveges feladatok kontextuális szintjének empirikus vizsgálatához a 5.5 fejezetben leírt, a hangosan gondolkodtatás és az interjú módszerét alkalmazó kutatás adatait elemzem.

A problémamegoldás, a matematikai szöveges feladatok esetében egy régóta, sokat vizsgált és vitatott kérdés a tartalom és a kontextus befolyása a problémamegoldásra. A kontextus ebben az esetben azt a szituációt, körülményt jelenti, melyben a feladatmegoldó a problémamegoldást végzi. Ide tartoznak az azonos tudáselemeknek a különböző tanórákra való transzferálási nehézségei, illetve az iskolai és az iskolán kívüli problémamegoldás kérdései. Számos vizsgálat (*Nunes*, *Schliemann* és *Carraher*, 1993; *Saxe*, 1988) írta le azt a jelenséget, hogy a diákok iskolán kívüli környezetben másképp viszonyulnak, sikeresebben oldanak meg problémákat, matematikai feladatokat. Az „utca matematikája" a legjelentősebb ilyen irányú hazai kutatás (*Tóthné*, 2001 *Tóthné* és*Váriné*, 2006). A kontextuális szint módosításai közül tehát az iskolai és a nem iskolai kontextuskülönbségnek a teljesítményre gyakorolt hatása miatt kiemelt szerepe van. De épp ez az a kérdés, amit a neveléstudományi kutatásokban általában alkalmazott iskolai, tanórai vizsgálatokkal szinte lehetetlen megbízhatóan mérni, hiszen épp a vizsgálni kívánt kontextust mint változót az iskolairól nem tudjuk iskolán kívülire módosítani, mert az iskola falai között nem lehet iskolán kívüli környezetet teremteni.

Az 5.5 fejezetben bemutatott, diákokkal készített interjúkból álló vizsgálatban a lehetőségekhez mérten mégis ezt próbáltam elérni. Az adatfelvétel ezért nem tanórán, hanem délutáni időszakban történt, egyéni interjú keretében. Az interjú alatt az interjúkészítő olyan provokatív kérdéseket is feltett a diákoknak, melyek az iskolai kontextusban történő feladatmegoldás jellemzőinek deklarálására késztettek, illetve melyek az iskolai és az iskolán kívüli világban történő problémamegoldás, helyzetkezelés szabályainak ütköztetését célozták.

Az általam készített interjúkból származó két következő részlettel arra szeretnék példát mutatni, amikor a diákok a matematikai szöveges feladatok megoldására vonatkozó szabályok és a valóság világ racionalitásának határára kerülnek, adott esetben váltanak a két világ között, ismerve mindkét világ szabályszerűségeit.

Az első eset szereplője Zsanett, aki miután kiválasztotta a pizzériát és a rendelendő pizza méretét is, azt számolja, hogy 5000 Ft-ból hány darabot tud rendelni. 8 darab pizza 5040 Ft-ba kerül. Amikor a kísérletvezető arról kérdezi, hogy ez a 40 Ft problémát jelent-e a matematika világában és problémát jelent-e a valóságban, a beszélgetés a következőképpen alakul:

Zsanett:	4440, és itt kell megállni, mert ha hozzáadok 600-at az már 5040.
Kísérletvezető:	És az baj?
Zsanett:	Igen, mivel csak 5000 Forint költhető.
Kísérletvezető:	És akkor mennyivel mennél tovább rajta?
Zsanett:	40 Forinttal.
Kísérletvezető:	És probléma az a 40 Ft?
Zsanett:	Nem probléma, de kiszabták, hogy csak 5000 Forintot lehet költeni. Itt a feladat azt írja, hogy 5000 Forint.
Kísérletvezető:	És a valóságban ez hogy működne?

Zsanett: A valóságban hozzáraknánk 40 Forintot.
Kísérletvezető: De ez nem a valóság?
Zsanett: Igen, itt a feladat azt írja, hogy nem plusz 40 Forint, hanem simán 5000.
Kísérletvezető: De a valóságban ez nem így van…
Zsanett: Igen.

Amikor egy diák befejezte a feladat megoldását, a kísérletvezető minden esetben megkérdezte tőle, hogy biztos-e olyannyira a megoldásában, hogy akár fel is hívná a pizzériát. A következő idézetben példát láthatunk arra a viselkedésre, amit a legtöbben mutattak: Kitti határozottan állítja, hogy ő felhívná a pizzériát, de akárcsak többi társa, amikor kézbe kap egy mobiltelefont, eláll a szándékától.

Kísérletvezető: Biztos vagy a megoldásodban annyira, hogy akár fel is hívnád a pizzériát? Ugye az van a feladatban, hogy a választott pizzériát hívd fel.
Kitti: Igen, én felhívnám.
Kísérletvezető: Felhívnád?
Kitti: Igen. Igen, én felhívom!
Kísérletvezető: Akkor adom a telefont [a kísérletvezető nyújtja neki a telefont]
Kitti: …
Kísérletvezető: Mi a baj, Kitti?
Kitti: Hát én nem merem felhívni!

Több olyan aspektusa is lehet a fent leírt telefonos szituációnak, melyek zavarba ejthetik, frusztrálhatják a kísérletben résztvevő diákot, és arra késztethetik őt, hogy ne telefonáljon. Ilyen kérdések lehetnek például, hogy ki fogja kifizetni a pizzákat, kik fogják megenni a pizzákat, hogy nem beszélték meg ezt az osztálybulit, vagy hogy ki fizeti a hívást. Ezen kívül belső tényezők is szólhatnak a telefonálás ellen: még soha nem rendelt pizzát, telefonon nem szívesen beszél idegenekkel, felnőttekkel stb. Ezek a körülményből fakadó dilemmák, nehézségek arra késztetnek egy ötödik osztályos diákot, hogy inkább ne hívja fel a feladatban szereplő pizzériát. A számunkra fontos kérdés inkább az lehet, hogy miért nem jelentek meg ezek a tényezők hamarabb. Amikor a kísérletvezető a mobiltelefon elővétele előtt megkérdezte a diákokat, hogy felhívják-e a pizzériát, 18 főből 16-an határozott igennel válaszoltak. Úgy tűnik tehát, hogy ezt a döntésüket nem befolyásolták a fent leírt frusztráló körülmények, csupán az, hogy a feladatmegoldásukat matematikai értelemben mennyire ítélték helyesnek. A 16 igennel válaszoló diák közül, mikor a kísérletvezető telefonálásra kérte őket, csupán három diák volt hajlandó telefonálni. Tehát miután élessé, reálissá vált a helyzet és tényleges telefonálásra került sor, azaz a matematika feladat világából átléptünk a valóságba, megváltoztak a döntést meghatározó szempontok: a megoldás matematikai értelemben vett jósága helyett a telefonálással kapcsolatos tényezők váltak dominánssá.

Ebben a fejezetben bemutatásra kerültek a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség életkori változásaira vonatkozó eredmények. Megállapítható, hogy a vizsgálat 9–14 éves korosztályban az matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség intenzív fejlődést mutat. A képesség fejlettségét befolyásoló tényezők közül ebben a fejezetben a matematikai szöveges feladat jellemzőit vizsgáltam. Elemeztem a feladat mélystruktúrájának szerepét a megoldottságra. A különböző mélystruktúrával rendelkező feladatok esetében a megoldottsági szint általában különböző, és a három vizsgált korosztályban sem azonos a feladatok átlagos megoldottsága.

A tartalmi szint szempontjából a hagyományos-realisztikus tengely mentén végeztem vizsgálatokat. Megerősítést nyert az a tény, hogy papír-ceruza teszt esetén a diákok matematikai szöveges feladatok megoldása közben nehezen ragadhatók meg a diákok realisztikus meggondolásai. A tanulók minden realisztikus feladaton szignifikánsan gyengébb teljesítményt mutattak, mint a párhuzamos, hagyományos feladatokon. Emellett az interjúkon a diákok hangosan gondolkodása felfedte, hogy realisztikus matematikai szöveges feladatok megoldása közben igen gyakran jelennek meg olyan realisztikus meggondolások, melyek a papír-ceruza teszttel nem érhetők tetten, vagy éppen hátrányként mutatkoznak. Ez alapján megállapítható, hogy a diákok realisztikus meggondolásainak vizsgálatára, azok megismerésére a realisztikus matematikai szöveges feladatokat tartalmazó papír-ceruza teszttel való mérés módszere nem alkalmas.

A feladatmegoldás kontextuális kérdésével kapcsolatban az iskolai és az iskolán kívüli kontextus feladatmegoldásra gyakorolt hatására összpontosítottam. Megállapítottam, hogy a diákok jól ismerik mind az iskolai matematikai feladatok világának, mind a valós világnak a szabályait, akárcsak a döntéshelyzetekben alkalmazható szempontokat. Ezt a két világot viszont éles határ választja el, ezt bizonyítja a diákok zavara, frusztrációja, amit egyrészt akkor mutattak, ha bizonytalanná váltak, hogy melyik világban kell mozogniuk, másrészt akkor, ha a két világ közti határ átlépésére kérték őket.

7 A MATEMATIKAI SZÖVEGESFELADAT-MEGOLDÓ KÉPESSÉG KAPCSOLATA MÁS KOGNITÍV TERÜLETEKKEL

Ebben a fejezetben az 5.3 fejezetben bemutatott vizsgálat alapján elemzem a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség (MSZF-K) és más kognitív területek összefüggéseit, valamint modellbe foglalom a matematikai szöveges feladat megoldásához szükséges kognitív összetevőket. Az elemzésekben a többségi minta adatait használom.

7.1 A szóolvasás

A szóolvasó készség a szöveg dekódolását, a betűk, a szavak ismeretét, azok hangokhoz, tartalomhoz rendelését jelentik. A szóolvasás részkészsége az olvasáskészégnek, más szóval olvasástechnikának, ami rutinok és ismeretek meghatározott rendszere. A szóolvasó készség két további készségből tevődik össze, a betűző és a rutinszerű szóolvasó készségből (*Nagy*, 2003).

7.1.1 A szóolvasás teszt

A szóolvasás teszt három szubtesztből állt össze. Ezeket a teszteket, és az általuk mért készségeket *Nagy József* (2006) mutatja be. Mindhárom szubteszt a szórutinok fejlettségét méri. A *képes szóolvasás* esetében a gyermekek feladata, hogy a megfelelő szavakat asszociálják a képhez. A *szinonima-olvasás* szubteszten a megadott szavak szinonimáit kell a diákoknak kiválasztaniuk több szó közül. A *szójelentés-olvasás* szubteszt esetében a szavak jelentésének a kiválasztása a feladat a megadott jelentésalternatívák közül.

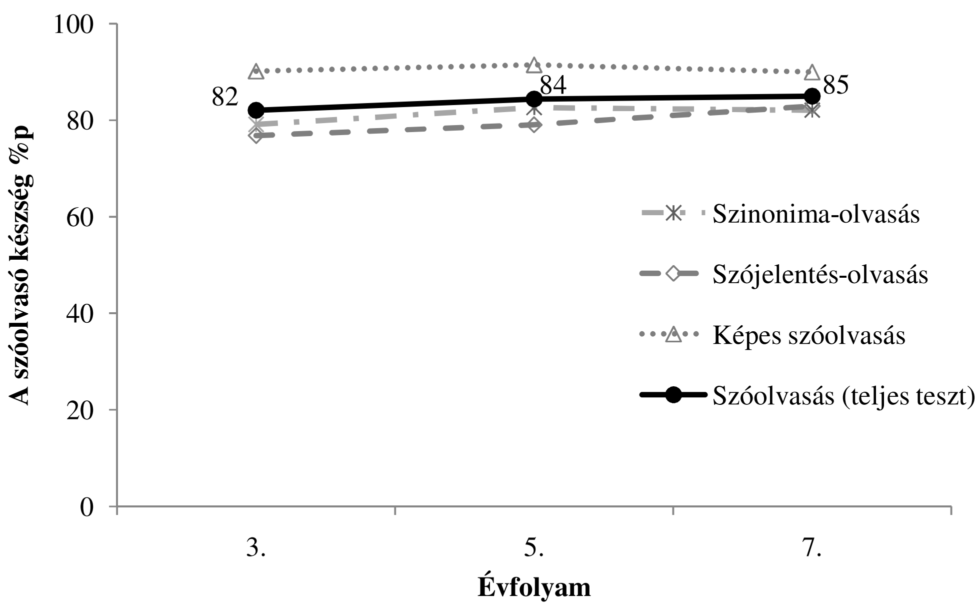
Az szóolvasás teszt résztesztjeinek itemszámát a *10. táblázat* mutatja be. Ugyanebben a táblázatban találhatók a résztesztek és a teljes teszt évfolyamonkénti reliabilitásmutatói. A teljes tesztre vonatkozó mutatók kimagaslóak, az egyes résztesztek mutatói is megfelelően magasak.

Az *14. ábra* a résztesztek és a teljes teszt átlagos megoldottságát mutatja be évfolyamonként. Mindegyik szubteszt esetén a plafon-effektus hatásai látható. Már 3. osztályban 80 százalékpont felett van a teljes teszten elért teljesítmény. Mindhárom évfolyamon a képes szóolvasás részteszt megoldottsága a legmagasabb, 90, illetve 91 százalékpontos eredménnyel.

10. táblázat. Az szóolvasás teszt résztesztjeinek itemszáma és reliabilitásmutatói (Cronbach-α) évfolyamonként

Tesztek	Itemek száma	Évfolyam		
		3.	5.	7.
Szinonima-olvasás	20	0,87	0,89	0,88
Szójelentés-olvasás	19	0,90	0,90	0,90
Képes szóolvasás	55	0,97	0,97	0,98
Szóolvasás teszt	91	0,97	0,97	0,98

Az évfolyamok között ennél a szubtesztnél a magas teljesítmények miatt nem is mutatkozik különbség. A tesztnek ezen, a legkönnyebbnek bizonyuló részén a 3. és az 5. osztályos diákok szignifikánsan jobban szerepeltek, mint a másik két részteszten, amit páros t-próbák igazolnak (3.o.: Képes-Szójelentés: t=-12,519, p>0,001; Képes-Szinonima: t=-12,157, p>0,001; 5.o.: Képes-Szójelentés: t=-11,108 p>0,001; Képes-Szinonima: t=-8,722, p>0,001). A három résztesztre végzett Friedman-próbák szerint mindhárom évfolyamon a középértékek szignifikánsan nem egyezők (3. o.: χ^2=192,106, p<0,001; 5.o.: χ^2=108,065, p<0,001; 7.o.: χ^2=60,840, p<0,001).



14. ábra

A szóolvasás szubtesztjeinek évfolyamonkénti átlagos megoldottsága

A három évfolyam teljes teszten elért eredménye egymástól szignifikánsan nem különböző (F=2,063, p=0,128). Abban, hogy a 7. osztályosoknak a teszten elért átlagos teljesítménye nem haladja meg szignifikánsan az 5. osztályosokét, a plafon-effektus mellett az is szerepet játszhat, hogy néhány tanuló feltehetően nem vette komolyan a számára könnyűnek tűnő tesztet.

7.1.2 A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség és a szóolvasás összefüggése

Az szóolvasás és a matematikai teljesítmény kapcsolatát elsőként korrelációszámítással vizsgálom. A *11. táblázat* a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség, a számolási készség és a szóolvasás korrelációs együtthatóit mutatja be. Mind a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség, mind a számolási készség valamennyi évfolyamon közepes-erős lineáris korrelációt mutat a szóolvasással. Bár mindkét matematikai teszt esetében az évek előre haladtával a korrelációs értékek csökkenek, a korrelációk különbsége nem szignifikánsak (az MSZF-K esetén z_{35} = 0,02; z_{37} = 0,66; z_{57} = 0,68; a számolási készség esetén z_{35} = 0,19; z_{37} = 0,54; z_{57} = 0,78).

A szóolvasás minden évfolyamon szignifikánsan magasabb összefüggést mutat a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel, mint a számolási készséggel (a 3. évfolyamon z = 2,49; az 5. évfolyamon z = 2,61; a 7. évolyamon z = 2,70). A számolási készséggel való összefüggés hátterében az általános értelmi képesség fejlettségének befolyása gyanítható, mivel a két teszt alapján mért tudáselemeknek nehezen található metszete.

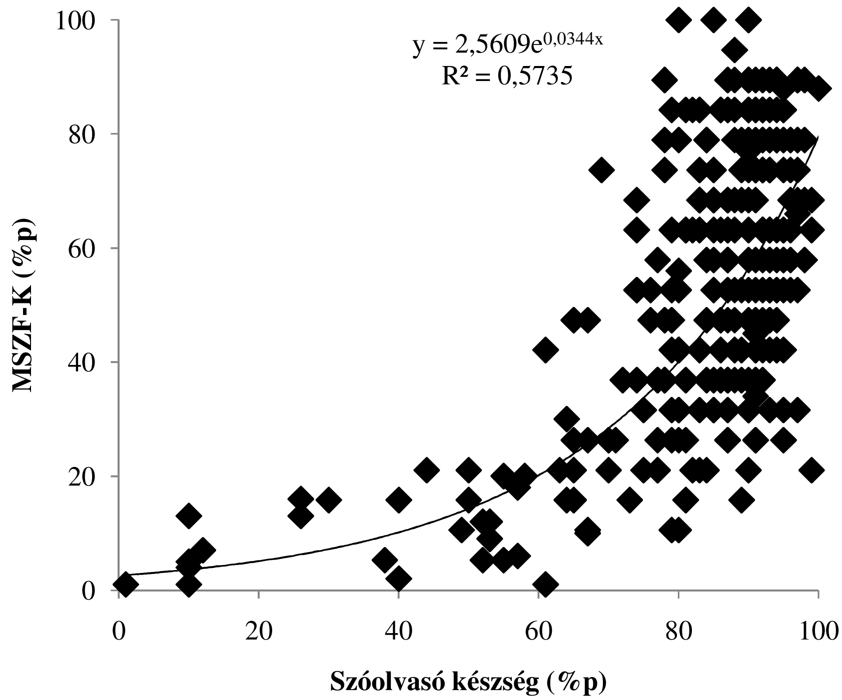
11. táblázat. A szóolvasó készség teszt korrelációs együtthatói az matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel és a számolási készséggel korosztályonként

Korrelációk	Évfolyam		
	3.	5.	7.
MSZF-K	0,612	0,610	0,575
Számolási készség	0,451	0,463	0,413

Minden érték 0,001 szinten szignifikáns.

A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség esetében érthető a magasabb összefüggés, hiszen egy matematika szöveges feladat szavakkal leírt formában kerül a feladatmegoldó elé. A megoldásához való hozzákezdés minden esetben a szöveg egészének vagy valamely részleteinek elolvasásával kezdődik. Ez alapján az feltételezhető, hogy a szóolvasás közvetlenül is hatást gyakorol az MSZF-teszten nyújtott teljesítményre.

A szóolvasó készség és a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség közötti összefüggés további vizsgálatához a két változó mentén évfolyamonként pontfelhővel ábrázolom a vizsgált mintát. A 3. évfolyam pontfelhőjét a *15. ábra* mutatja.



15. ábra

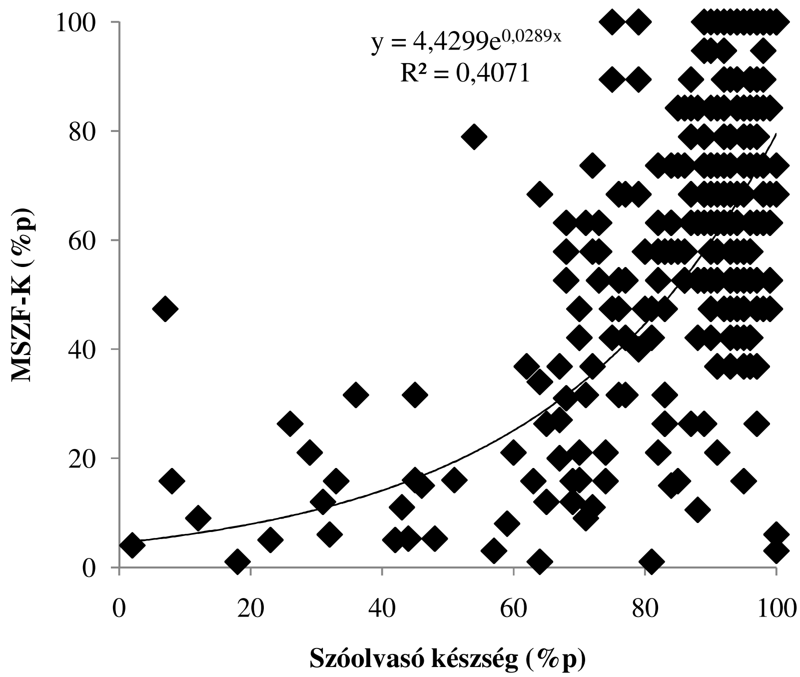
A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség a szóolvasó készség függvényében 3. osztályban

A pontfelhőre regressziós görbét illesztettem, melynek függvénytípusát úgy választottam meg, hogy az teljes megmagyarázott variancia a lehető legnagyobb legyen. A pontfelhőre mindhárom évfolyam esetében az exponenciális függvény alapú trendvonal illeszkedett legjobban.

A korrelációs értékek alapján a pontok az y=x egyenes mentén történő elhelyezkedése volt jósolható. A közepes-magas lineáris korrelációs együtthatók ellenére a pontfelhők alapján az látható, hogy a két változó között mégsem lineáris jellegű az összefüggés.

Az 5. osztályosok pontfelhője a 3. osztályosokéhoz hasonló képet mutat, bár a plafon-effektus érzékelhetővé kezd válni rajta. Az 5. évfolyam diagramját a *16. ábra* közli. Az alsó két évfolyam esetében a pontfelhő elrendeződésének jellege hasonló. A szóolvasás teszten gyengén teljesítők között nincs, vagy csupán egy-két diák, aki az MSZF-teszten 40, vagy akár 20 százalékpontnál jobb eredményt ért volna el. Akik tehát a készség fejlődésének – *Nagy József* (2007) terminológiáját követve – befejező szintjének alsó határát, 60 százalékpontot sem értek el, azok nagyon alacsony valószínűséggel érnek el az MSZF-tesztjén 20 százalékpontnál magasabb teljesítményt. A 3. évfolyamon egyetlen ilyen tanuló sincs.

A pontfelhők elhelyezkedése alapján az is megállapítható, hogy a szóolvasás teszten a magas, 80 százalékpontot meghaladó eredmény – ami a készségfejlettség optimális szintjét jelentheti – mellett is igen sok alacsony MSZF-teszten nyújtott teljesítmény fordul elő. A 3. és a 5. évfolyam ábráiról összefoglalva tehát leolvasható, hogy a szóolvasó készség megfelelő fejlettsége a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség egyik szükséges feltétele, de a szóolvasás magas szintű fejlettsége a matematikai szöveges feladatok megoldásához szükséges komplex képesség sikeres működtetéséhez önmagában természetesen nem elegendő.

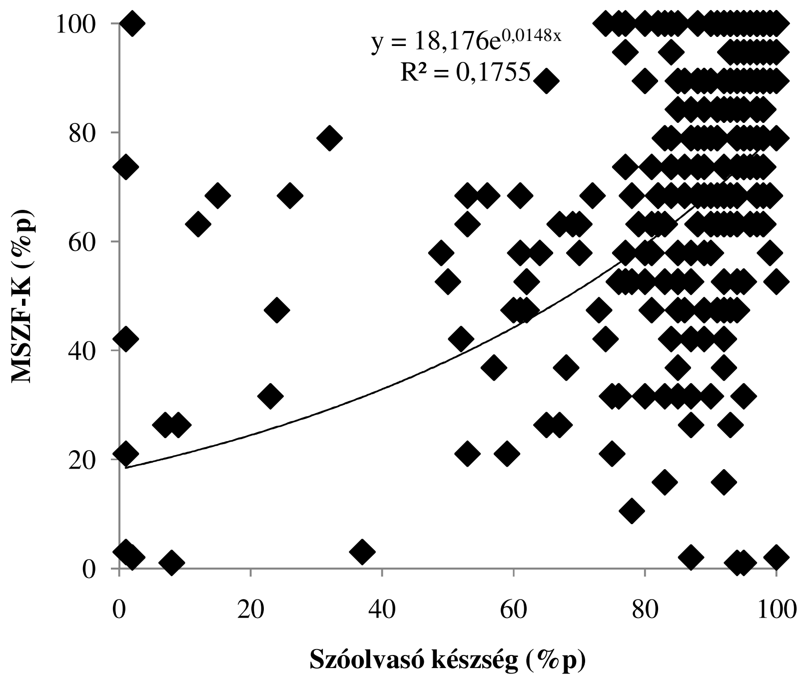


16. ábra

A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség a szóolvasó készség függvényében

5. osztályban

A 7. osztályos részmintára a szóolvasás és az MSZF-teszt eredményeinek pontfelhőit a *17. ábra* mutatja be. A pontfelhő képe az alsóbb évfolyamokéhoz képest megváltozott. A 14. és a 15. *ábra* összehasonlításakor megfigyelhető első jelenség, ami a szóolvasás teszten az alacsony eredményt mutató diákokra vonatkozott, a 7. osztályosok körében nem mutatkozik. Jóllehet, igen kevés diák tartozik a szóolvasás teszteredménye alapján a 60 százalékpont alatt teljesítők körébe. Ennek a korosztálynak már igen könnyűnek bizonyulhatott a teszt, és ennek következményeként előfordulhatott, hogy többen nem vették komolyan a számukra nagyon könnyű feladatokat. Néhány diák esetében alacsony szóolvasás és közepes vagy magas szintű matematikai szövegesfeladat-megoldó képességfejlettség olvasható le a diagramról (az ábra bal szélének felső részén lévő pontok jelzik ezeket a tanulókat). Ez az eredmény a már említett mérési hibának lehet következménye, ugyanis nem feltételezhető, hogy 10 százalékpont alatti szóolvasás esetén 60 százalékpontot meghaladó MSZF-teszten való teljesítmény érhető el.



17. ábra

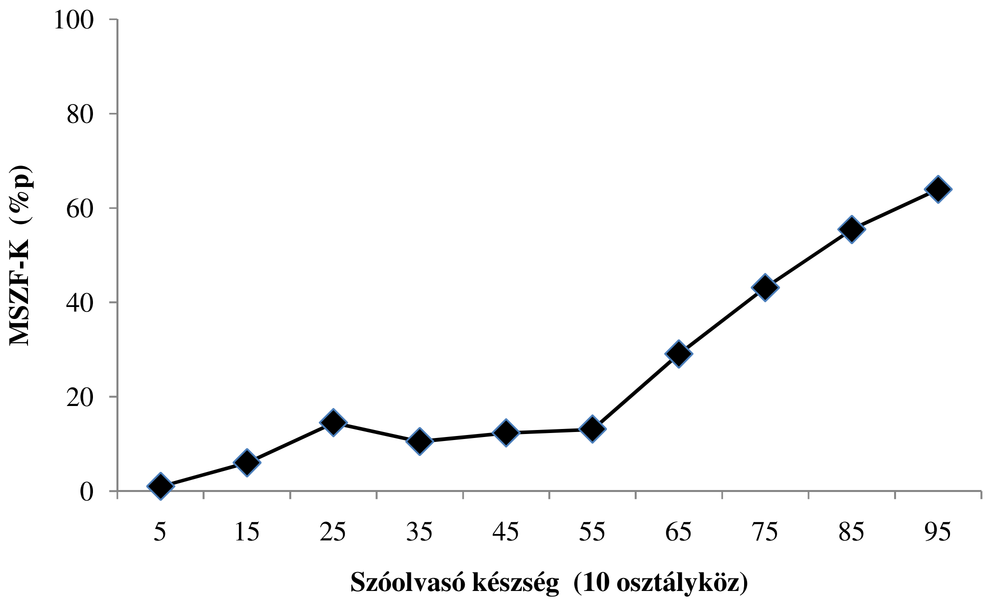
A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség a szóolvasó készség függvényében 7. osztályban

Bár a plafon-effektus hatása mindkét teszt irányában erőteljesen érzékelhető, a 3. és az 5. osztályosoknál leírt második jelenség, a magas szóolvasás teszteredménnyel rendelkező diákok MSZF-teszten való közel egyenletesen eloszlást mutató eredménye a 7. osztályosoknál is tetten érhető. A szóolvasás teszten 80 százalékpont felett teljesítő tanulók közül az MSZF-teszten sokan csupán 40 százalékpont körüli eredményt értek el.

A két teszt közötti összefüggés, és a felfedett jelenségek további vizsgálata céljából a tanulókat a szóolvasás készség tesztje szerinti tíz osztályközbe sorolva számítottam ki az MSZF-teszten való teljesítményük átlagát. A vizsgálatot a 3. osztályosok körében végeztem el, aminek egyik oka az volt, hogy ezen az évfolyamon sorolódott az alsóbb osztályközökbe is megfelelő számú diák, másrészt ezen a korosztályon volt legmarkánsabban megragadható a pontfelhők elemzésében leírt két megfigyelt jelenség.

A *18. ábra* a szóolvasás teszt szerinti tíz osztályközhöz tartozó MSZF-átlagot szemlélteti a 3. osztályos részmintán.

Az ábrán látható görbe tökéletesen szemlélteti és összefoglalja a pontfelhők elemzésénél leírtakat. Az egyéni különbségek helyett az általánosítható tendenciák rajzolódnak ki. Látható, hogy az alsó hat osztályköz esetében, ami a 60 százalékpontnál gyengébb szóolvasást jelenti, az MSZF-teszt átlagai igen alacsonyak, 20 százalékpont alatti szinten stagnálnak. Meredek emelkedés a felső négy osztályköz esetén tapasztalható.



18. ábra

Az MSZF-teszt teljesítményátlagai a szóolvasó készségteszt 10 osztályközén a 3. osztályos tanulók körében

A megfelelő fejlettségű szóolvasás tehát a matematikai szöveges feladatok sikeres megoldásának egyik feltétele. Ha a szóolvasó készség nem ér el egy kritikus értéket – a *18. ábrán* ez láthatóan 60 százalékpont körül lehet –, akkor a matematikai szöveges feladatok megoldása sikertelen lesz, az MSZF-pontszám igen alacsony érték alá szorul. Ez érthető, hiszen a szöveges feladatok általános jellemzője, hogy a feladat közlése szöveges formában történik, a feladatmegoldáshoz szükséges információk jelentős részét a feladatmegoldó betűkkel, szavakkal leírt szövegként kapja meg.

7.2 Szövegértés

Egy matematikai szöveges feladat szövegének feldolgozásakor a szavakban rejlő információknak a szóolvasó készség segítségével való kibontása után szükséges az információk megértése, értelmezése. A szövegben rejlő információk felvételében a dekódolást követő, komplexebb tudáselemeket igénylő fázis az olvasásképességhez, vagy más nevén szövegértéshez köthető (*Józsa*, 2006; *Józsa* és *Steklács*, 2009).

7.2.1 A szövegértés teszt

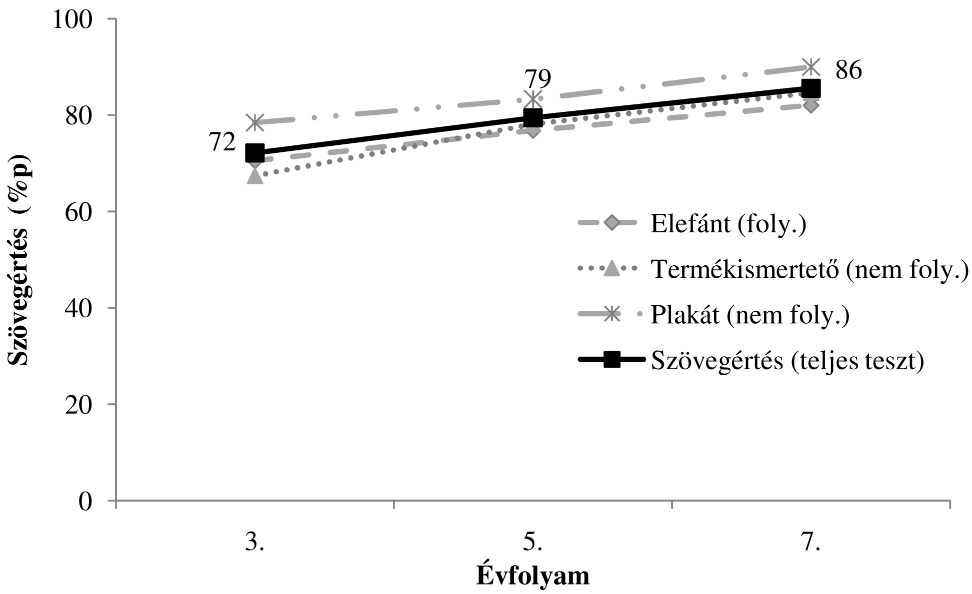
A vizsgálat a szövegértést három szubteszttel mérte. Az egyik szubteszt folyamatos, a másik kettő nem folyamatos szöveges tartalmazott. Mindhárom szövegben az információátadás funkciója a domináns (*Nagy*, 2006; *Molnár* és *Józsa*, 2006). A szubtesztek itemeinek többsége feladattipológiai szempontból feleletválasztós és rövid válasz típusú. A választott folyamatos szöveghez hasonló szövegekkel gyakran találkozhatnak a diákok a tanórákon. A plakát autentikus szöveg, egy színdarab szereposztását és rövid ismertetését tartalmazza. A másik nem folyamatos szöveg két termékismertetőt tartalmaz, egy keksz és egy joghurt csomagolásán található leírás. A két nem folyamatos szöveg tehát a hétköznapi életben előforduló szövegek megértését várta a tanulóktól. Ilyen típusú szövegekkel a tanulók iskolai tanulmányaik során ritkábban találkozhatnak. A nemzetközi mérések (*OECD*, 2009; *Józsa* és *Steklács*, 2009) terminológiáját használva eszköztudásnak tekintem a szövegértést.

A szövegértés teszt egyes résztesztjeinek itemszámát és évfolyamonkénti reliabilitás-mutatóit a *12. táblázat* foglalja össze. Valamennyi mutató elfogadható, a teljes tesztre vonatkozó reliabilitásmutatók alapján a mérőeszközt megbízhatónak tekinthetjük.

12. táblázat. A szövegértés teszt, valamint a résztesztek itemszáma és reliabilitásmutatója (Cronbach-α) évfolyamonként

Tesztek	Itemek száma	Évfolyam		
		3.	5.	7.
Elefánt (folyamatos)	22	0,92	0,89	0,86
Plakát (nem folyamatos)	16	0,93	0,89	0,85
Termékismertető (nem foly.)	9	0,82	0,91	0,85
Szövegértés	47	0,96	0,95	0,93

A szövegértés keresztmetszeti vizsgálata a teszteredmények lassú javulását mutatja mind az egyes részteszteken, mind a teljes teszten. A szubtesztek és a teljes teszt évfolyamonkénti átlagait a *19. ábra* szemlélteti. Az ábráról leolvasható, hogy az egyes résztesztek megoldottsága szorosan együtt változik. Mindhárom évfolyamon a plakát értelmezése sikerült a legjobban, a folyamatos szöveget és a termékismertetőt közel azonos szinten oldották meg a diákok (3.o.: Plakát-Elefánt: $t=6,891$, $p<0,001$; Plakát-Termékism.: $t=7,876$, $p<0,001$; 5.o.: Plakát-Elefánt: $t=7,339$, $p<0,001$; Plakát-Termékism.: $t=5,872$, $p<0,001$; 7.o.: Plakát-Elefánt: $t=10,131$, $p<0,001$; Plakát-Termékism.: $t=8,535$, $p<0,001$). Az évfolyamonként elvégzett Friedman-próbák szerint a három szubteszt középértékei szignifikánsan nem egyezők (3.o.: $\chi^2=59,479$, $p<0,001$; 5.o.: $\chi^2=51,445$, $p<0,001$;7.o.: $\chi^2=59,817$, $p<0,001$).



19. ábra

A szövegértés fejlődése

A szövegértés 3-7. évfolyamon egyenletes fejlődést mutat. Az alsó két és a felső két évfolyam átlagai között mindkét esetben 7 százalékpont a különbség. A változások a variancia-analízis szerint szignifikánsak, a Tukey's-b utóteszt a három évfolyam átlagát szignifikánsan különbözőnek mutatja ($F=43,117$, $p<0,001$).

7.2.2 A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség és a szövegértés összefüggése

A szövegértés és a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség összefüggését feladatonként is megvizsgáltam. A szöveges feladatoknak a szövegértéssel való korrelációját mutatja be a *13. táblázat*. Az összefüggések mindegyike szignifikáns, közepes-erős, de évfolyamonként és feladatonként eltérő.

A szövegértésnek az MSZF-teszt eredményével mutatott összefüggése minden évfolyamon közel azonos az olvasási készségével (l. *11. táblázat*). A magasabb évfolyamok felé haladva a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség és a szövegértés korrelációs együtthatója enyhe csökkenést mutat, de a különbség nem szignifikáns ($z_{35} = 0{,}18$; $z_{37} = 1{,}63$; $z_{57} = 1{,}46$).

A 7. feladat esetében a korrelációs együtthatók mindhárom évfolyamon a magasabb értékek közé tartoznak. Ennek a feladatnak a kiemelt vizsgálata azért is indokolt, mert a MSZF-teszt feladatai közül ez a feladat volt a leghosszabb szövegű. A 3. osztályosoknál igen magas, az egész tesztre számított korrelációnál is magasabb a 7. feladaton kapott érték, de a felsőbb évfolyamokra ez az összefüggés gyengül. Feltételezésem szerint, a háttérben a szövegértés fejlődése állhat. Alsó tagozatban egy többsoros matematikai szöveges feladat megoldásában igen nagy kihívást jelent a szöveg feldolgozása. A szövegértés fejlődésével a felsőbb évfolyamokon a szöveg mennyisége kevésbé határozza meg a feladat sikeres vagy sikertelen megoldását, így a feladat eredményének a szövegértéssel való összefüggése gyengül.

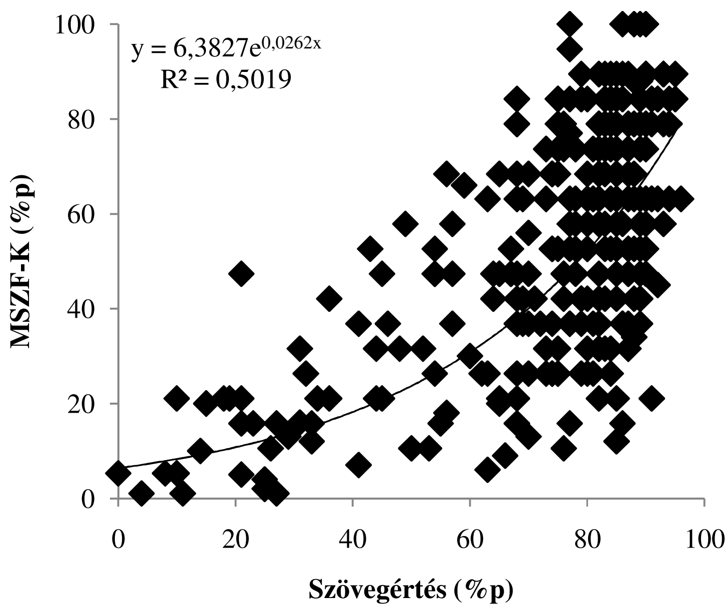
13. táblázat. A szövegértés korrelációja a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel és a MSZF-teszt feladataival évfolyamonként

Matematikai szöveges feladatok	Évfolyam		
	3.	5.	7.
3.	0,322	0,351	0,425
4.	0,551	0,505	0,471
5.	0,479	0,402	0,356
6.	0,287	0,356	0,416
7.	0,643	0,498	0,432
MSZF-K	0,611	0,602	0,522

Minden érték 0,001 szinten szignifikáns.

A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség és a szövegértés összefüggésének további vizsgálatához a diákokat a két teszten elért eredményük alapján pontfelhővel szemléltetem. A *20. ábra* a 3. osztályosokat helyezi el a két teszten elért eredményeik alapján.

A szövegértés és az MSZF-teszt eredményei közötti erős lineáris korrelációs együttható ellenére a pontfelhő segítségével az állapítható meg, hogy az összefüggés nem lineáris jellegű. A vízszintes tengely alsó szakaszánál elhelyezkedő, azaz a szövegértés teszten gyengén teljesítő diákok jelentős része az MSZF-teszten is igen gyengén szerepelt. A lineáris jellegű összefüggés szerint az lenne várható, hogy a szövegértés tesztet magas pontszámmal megoldó diákok az MSZF-teszten is jól teljesítettek, de ez nem így van. A szövegértés teszten jól, 60 százalékpont fölött teljesítő 3. osztályos tanulók MSZF-eredménye a 10 és 90 százalékpontos teljesítmény között egyforma valószínűséggel fordul elő. Ez azt jelenti, hogy a szövegértés alacsony fejlettsége gyenge matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel jár együtt, ugyanakkor a fejlett szövegértés önmagában nem elégséges a matematikai szöveges feladatok sikeres megoldásához.



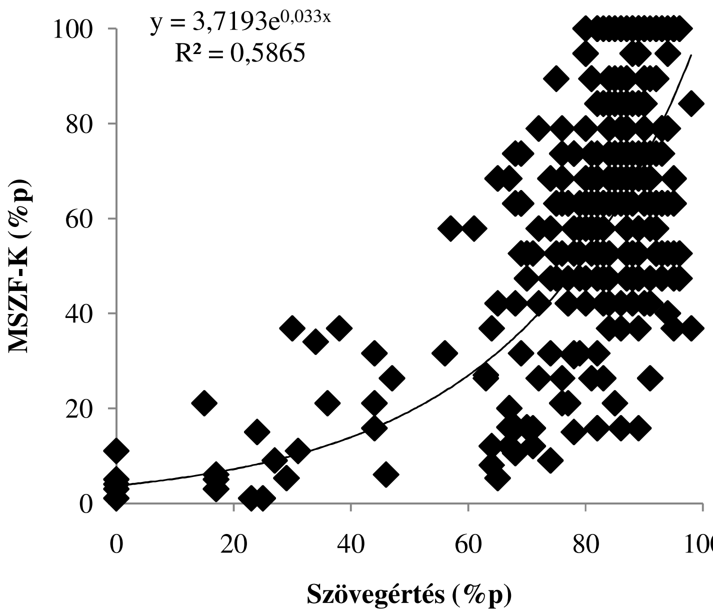
20. ábra

A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség a szövegértés függvényében 3. osztályban

Úgy tűnik, hogy létezik egy olyan kritikus szint a szövegértésben, amit ha elér egy diák teljesítménye, akkor van esélye arra, hogy az MSZF-teszten jó eredményt érjen el, de ez érthető módon nem jelent garanciát az MSZF-teszten való teljesítményére.

Az 5. osztályosok pontfelhője a 3. osztályosokéhoz igen hasonló (*21. ábra*). Az alacsony szövegértés megakadályozza azt, hogy az MSZF-teszten magasabb pontszámokat érjenek el a tanulók, igaz, kevesebben is kerültek a vízszintes tengely alsó szakaszára. A jó szövegértéssel rendelkező diákok az MSZF-teszt teljes spektrumát egyenletesen kitöltik.

Ebben a korosztályban már jelentkezik a plafon-effektus. Bár a diákok nagy része az MSZF-teszten 40 és 80 százalékpont között teljesített, többen vannak, akik maximális pontszámot értek el. Ők egytől egyig a magas szövegértési képességgel rendelkezők közé tartoznak. A szövegértés ezen a korosztályon is tehát a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség megfelelő fejlettségének szükséges, de nem elegendő feltételeként fogható fel.

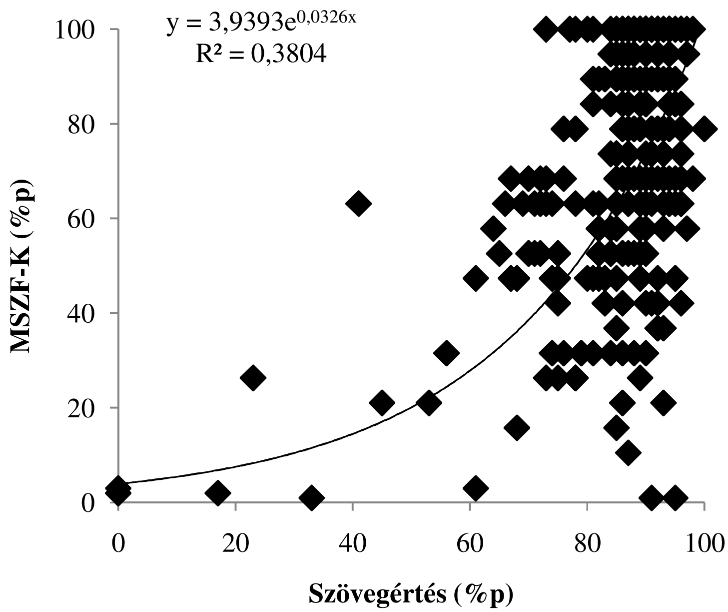


21. ábra

A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség a szövegértés függvényében 5. osztályban

A *22. ábra* a 7. osztályosok pontfelhőjét ábrázolja. Ezen az évfolyamon mindkét teszt szerint a plafon-effektus hatásai dominánsak. A fiatalabb diákokon megfigyelt jelenségeknek ez a diagram sem mond ellent, de a tendenciák nehezen érzékelhetők.

Gyenge szövegértés mellett itt sem sikerült egy tanulónak sem jól az MSZF-teszt, bár csupán néhány diákról beszélhetünk, mert a szövegértés teszten a 7. osztályosok igen jelentős hányada 60 százalékpont felett teljesített. A 3. osztályosok pontfelhőjénél megállapított szövegértési kritérium-feltétel itt szintén megfigyelhető.



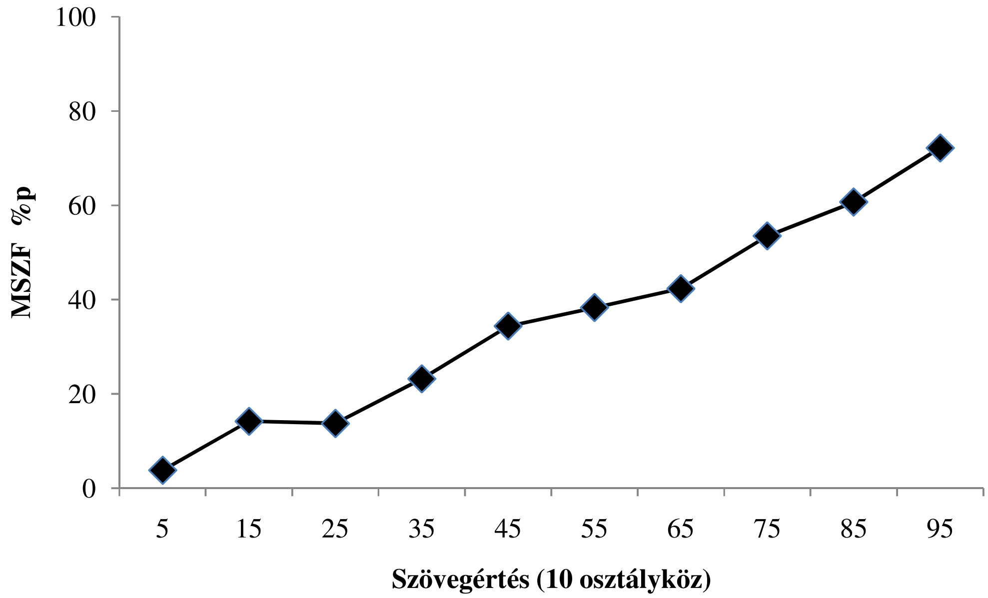
22. ábra

A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség a szövegértés függvényében

7. osztályban

Az MSZF-teszt ennek a korosztálynak már kevesebb kihívást jelentett, sok diáknak könnyűnek bizonyult, ami az eloszlásukat a jobb eredmények irányába tolja. Ennek tudatában a jó szövegértésű diákoknak a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség szerinti nem egyenletes eloszlása már értelmezhető úgy, hogy még a könnyebb matematikai szöveges feladatok megoldása is csak akkor lehet sikeres, ha a szövegértés megfelelő szintű fejlettsége megteremti a lehetőséget a feladatmegoldáshoz.

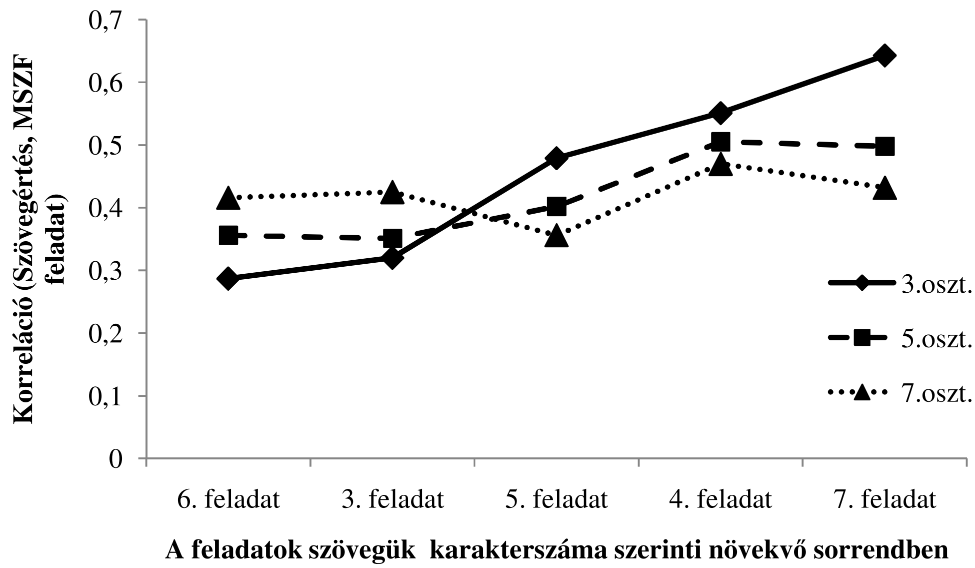
Az olvasáskészséghez hasonlóan a 3. évfolyamra járókat a szövegértés fejlettsége szerint is tíz teljesítményosztályra bontottam, majd kiszámítottam az egyes osztályokhoz tartozó tanulók MSZF-teszten mutatott átlagát. Az eredményt a *23. ábra* szemlélteti. A szövegértés 30 százalékpontos fejlettségi szintje alatt a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettsége 20 százalékpont alatt jósolható, majd 30 százalékpontos szövegértés teljesítmény felett a jósolt MSZF-teszteredmény megugrik és fokozatosan növekszik. Az 5. és a 7. évfolyamon a szövegértés 10 osztályköze szerinti elemzést nem közlöm, mert az alsó osztályközök alacsony elemszáma miatt az eredmény félrevezethető lehet.



23. ábra
Az MSZF-teszt teljesítményátlagai a szövegértés teszt 10 osztályközén a 3. osztályos tanulók körében

7.2.3 A feladat szöveghosszának hatásai

A szövegértés fejlettsége és a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség közötti kapcsolat vizsgálata céljából az egyes MSZF-teszt feladatainak szöveghosszát vizsgálom meg. A teszten szereplő matematikai szöveges feladatokat a szövegük karakterszáma szerint sorba rendeztem. A legrövidebb szövegű feladat a 6. számú, ami csupán 76 karakter hosszú. Ezt követi a 3. feladat, melynek szövege 95 karakternyi. Az 5. feladat leírása 114 karaktert használ, a 4. feladat 137 karakter hosszú. A korábban már kiemelten tárgyalt 7. feladat szövege a leghosszabb, 234 karakternyi. A *24. ábra* diagramja az egyes feladatoknak a szövegértés teszttel számított korrelációs együtthatóját ábrázolja évfolyamonként. A korrelációs értékeket jelölő pontok összekötése szigorúan véve nem megengedett, mert az x tengely nem intervallumskálát reprezentál. Az adatpontokat csupán a vizuális feldolgozás támogatásaként kötöttem össze, mert az egyes évfolyamokhoz tartozó adatok így könnyebben elkülöníthetők.



24. ábra

Az MSZF- teszt feladatainak korrelációs együtthatói a szövegértés teszt eredményével a feladat szövegének hossza szerinti sorrendben évfolyamonként

A vártnak megfelelően, a leglátványosabb eredmény a 3. osztályosok esetében látható. A korábbi elemzések szerint náluk egyik felvett teszt esetében sem mutatkozott az eredményeket torzító és az összefüggéseket gyengítő plafon-effektus, illetve az ő esetükben a szövegértés egy igen kritikus, domináns kognitív változónak tűnt. A diagramon közölt eredmények szerint az a nem meglepő összefüggés mutatkozik, hogy minél hosszabb egy matematikai szöveges feladat szövege, a szövegértés fejlettsége annál nagyobb szerepet kap a feladatmegoldásban. Egy hosszú szövegű feladat megoldásakor a sikeresség jóval nagyobb részben múlik a szövegértési képességen, mint egy rövid szövegű példánál.

7.3 A számolási készség

A számolás, az aritmetika, a számolási alapkészségek az általános iskolai, azon belül az alsó tagozatos matematika egyik kiemelt, talán leghangsúlyosabb területe. Olyannyira, hogy a laikusok sok esetben azonosítják is a matematikával. A kisiskolás korú gyermekek elemi számolási készségének fejlesztése nem véletlenül hangsúlyos, hiszen a fejlettsége amellett, hogy a mindennapi tevékenységekben, a személyes kompetenciához elengedhetetlenül szükséges, számos további matematikai terület sikeres művelésének is feltétele. Joggal feltételezhető tehát, hogy a számolási készség megfelelő szintű fejlettsége fontos eleme a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség sikeres működéséhez szükséges tudáselemeknek is.

7.3.1 A számolási készség teszt

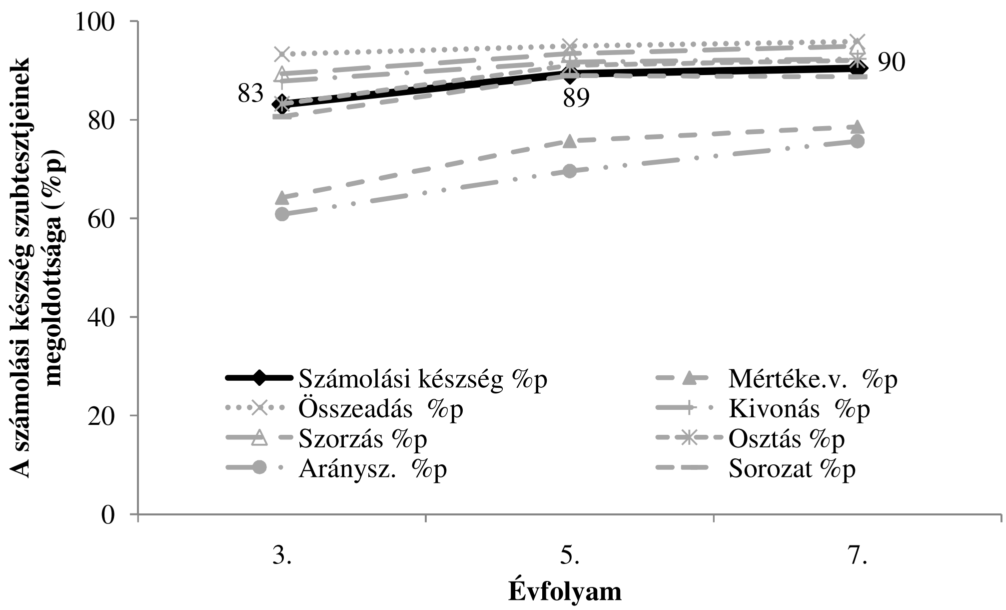
Az elemi számolási készség mérése összetett módon, több szubteszt segítségével történt. Ezek méréséhez *Nagy József* (2007) számolási készség tesztjei kerültek adaptálásra. A következő készségek mérésére került sor: alapműveleti számolási készég 100-as számkörben (összeadás, kivonás, osztás, szorzás), mértékegységváltás, (hosszúság, idő, tömeg, űrmérték). Ezen készségek fejlettségének vizsgálata kritériumorientált tesztekkel történt. Az arányfogalom és a matematikai sorozatképzés mérése saját fejlesztésű, normaorientált szubtesztekkel valósult meg.

A *14. táblázat* a szubteszteket foglalja össze, azok itemszámát közli, és évfolyamonként bemutatja a szubtesztek és a teljes teszt reliabilitás-mutatói. Az elemzésben hét részteszt eredményeit vontam be, melyek együttesen közel 100 itemet tartalmaznak. A reliabilitások mindhárom évfolyamon az arány szubteszt kivételével jónak mondhatók, az arány esetében elfogadhatók. A teljes tesztre számított jóságmutató mind a három részmintára kiváló.

14. táblázat. A számolási készség teszt résztesztjeinek itemszáma és reliabilitásmutatói (Cronbach-α) évfolyamonként

Tesztek	Itemek száma	Évfolyam		
		3.	5.	7.
Mértéke. v.	12	0,91	0,85	0,86
Összeadás	15	0,94	0,95	0,93
Kivonás	15	0,92	0,92	0,91
Szorzás	15	0,94	0,94	0,93
Osztás	15	0,94	0,94	0,92
Arány	4	0,77	0,77	0,77
Sorozat	18	0,94	0,93	0,92
Számolási készség	94	0,98	0,97	0,97

A teljes teszt és a szubtesztek három korosztályban történő keresztmetszeti vizsgálatának eredményeit a *25. ábra* szemlélteti. Mindhárom évfolyamon a mértékegység váltás és az arány szubtesztek bizonyultak a legnehezebbeknek. Az átlagos megoldottság ezeken a területeken 60-80 százalékpont közé esik, míg a többi részteszt eredményei 80 százalékpont fölöttiek már a 3. évfolyamon is. E két szubteszt eredményei a teljes teszthez képest szignifikánsan gyengébbek mindegyik korosztályban (3.o.: Arány: t=13,381, p<0,001; Mértéke.v.: t=14,434, p<0,001; 5.o.: Arány: t=12,919, p<0,001; Mértéke.v.: t=13,601, p<0,001; 7.o.: Arány: t=9,887, p<0,001; Mértéke.v.: t=13,218, p<0,001). A szignifikáns különbségeket a Friedman-próbák is jelzik (3. o.: χ^2=468,531, p<0,001; 5.o.: χ^2=466,040, p<0,001; 7.o.: χ^2=364,803, p<0,001).



25. ábra

A számolási készség fejlődése

A teljes teszt eredménye a 3. osztályosok körében átlagosan 83 százalékpontos, az 5. osztályok diákok átlaga 89 százalékpont, amit alig egy százalékponttal halad meg az 7. osztályos részminta átlagteljesítménye. A variancia-analízis szerint a 3. évfolyam eredménye szignifikánsan eltér a másik két korosztály eredményétől, de a két felsős évfolyam teljesítménye szignifikánsan nem különböző (F=15,316, p<0,001).

7.3.2 A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség és a számolási készség összefüggése

A következőkben a számolási készség és a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség összefüggéseit vizsgálom, elsőként korrelációszámítással (*15. táblázat*). A vizsgálatban elemzett többi kognitív terület közül a számolási készség kitüntetett szerepet játszik, hiszen a többivel ellentétben ez a készség a matematikához kapcsolódik.

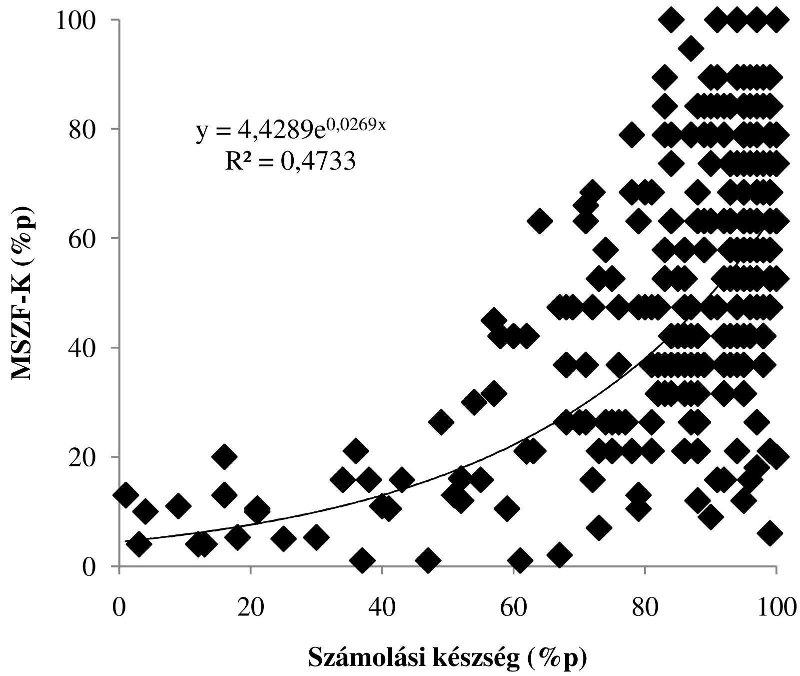
15. táblázat. A számolási készség és részkészségeinek korrelációi a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel

Összetevők	Évfolyam		
	3.	5.	7.
Mértéke. v.	0,625	0,644	0,601
Összeadás	0,395	0,392	0,272
Kivonás	0,472	0,483	0,342
Szorzás	0,510	0,446	0,295
Osztás	0,569	0,463	0,513
Arány	0,499	0,625	0,488
Sorozat	0,518	0,560	0,559
Számolási k.	0,640	0,599	0,575

Minden érték 0,001 szinten szignifikáns.

A korrelációs együtthatók többsége 0,4-0,5 érték körüli. Az korrelációk szinte minden szubteszt esetében a felsőbb évfolyamok felé csökkenő tendenciát mutatnak. Ez alól kivételnek számít a mértékegységváltás, az arány és a sorozat. Az MSZF-teszt feladatainak megoldásához szükséges számolásokban a három készség közül egyik sem jut kiemelkedő szerephez, ezért azt feltételezem, hogy a magasabb értékek hátterében nem a tudáselemek direkt összefüggése áll. Inkább arról lehet szó, hogy a számolási készség teszt szubtesztjei közül ezek voltak a legnehezebbek, a felsőbb évfolyamokban is kihívást jelentettek, így egyrészt a plafon-effektus nem gyengítette az összefüggést, másrészt azokat az általános értelmi képességeket, melyek a matematikai feladatokban előnyösek, ezek a szubtesztek jobban mérték.

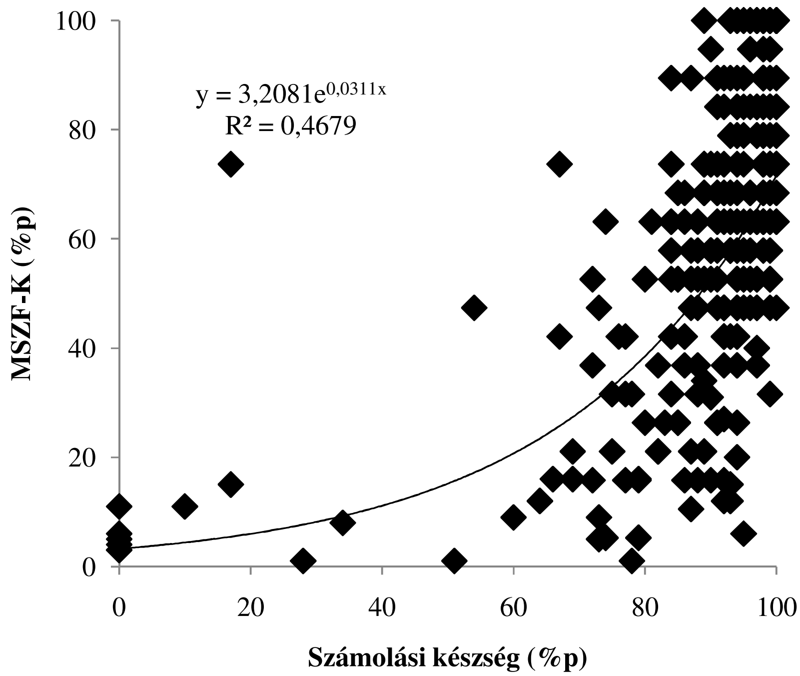
A többi kognitív tudáselemhez hasonlóan a számolási készségnek a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel való összefüggését a két változó által kifeszített koordinátarendszerben az eredmények alapján elhelyezett tanulók pontfelhőjével is megvizsgálom. A 3. osztályosok pontfelhőjét a *26. ábra* mutatja be.



26. ábra
A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség a számolási készség függvényében 3. osztályban

A pontfelhő formája hasonló a szóolvasás és a szövegértés esetében látottakhoz. Azok a diákok, akik a számolási készség teszten gyenge eredményt értek el, 50 százalékpont alatt teljesítettek, kivétel nélkül az MSZF-teszten is igen gyenge teljesítményt mutattak, 20 százalékpont alatti eredményt értek el. A számolási készség teszten jól teljesítő, 60 vagy 80 százalékpont felett szereplő tanulók az MSZF-teszten való eredményük szerint közel normál eloszlást mutatnak. A legtöbbjüknek a MSZF-teszten nyújtott teljesítménye a 30-90 intervallumban helyezkedik el, de vannak igen gyengén teljesítők, és páran maximális pontszámot elérők is.

Az 5. osztályosok pontfelhőjét a *27. ábra* mutatja. Ebben a korosztályban már nagyon kevesen vannak, akik a számolási készség teszten 60 százalékpont alatt teljesítettek, egy diák kivételével az MSZF-eredményük igen gyenge. 60 százalékpont felett nagyobb arányban jelennek meg az MSZF-teszten közepesen teljesítők és bár mind a két teszt esetében látszik a plafon-effektus, a számolási készség teszen 80 százalékpont feletti eredményt elérők között is sokan vannak, akik az MSZF-teszten 40 vagy akár 20 százalékpont alatt teljesítettek.



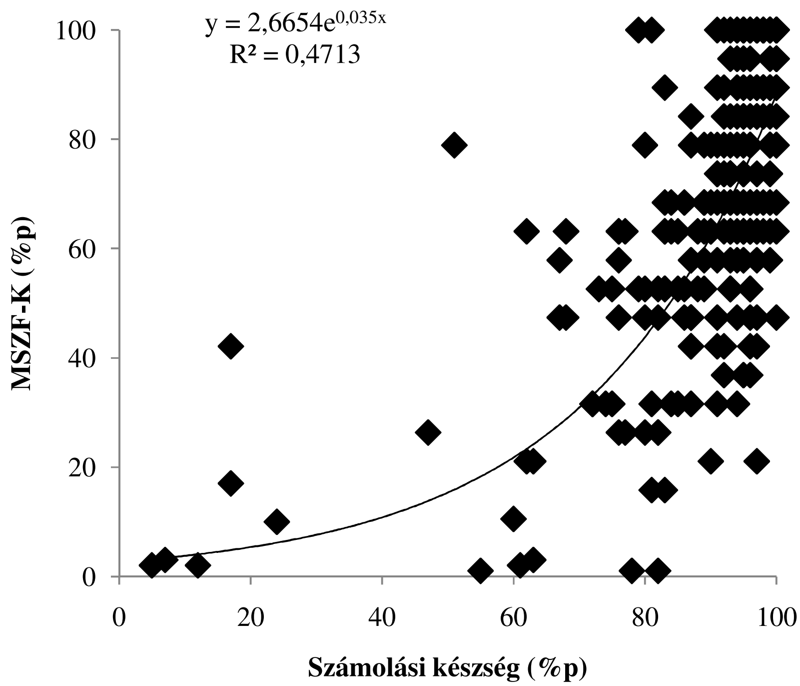
27. ábra

A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség a számolási készség függvényében 5. osztályban

Az egyik, illetve a másik teszten maximális pontszámot elérőket is érdemes szemügyre venni. Az MSZF-teszten a lehető legtöbb pontszámot elérők csak azok közül kerültek ki, akik a számolási készség teszten 80 százalék felett teljesítettek. Ezzel szemben a számolási készség tesztet számos olyan diák is 100 százalékosra írta meg, akik a szöveges feladatok megoldásában nem jeleskedtek, az MSZF-teszten akár 50 százalékpont alatti eredményt értek csak el.

A 7. osztályosok pontfelhője (*28. ábra*) nagyon hasonló az 5. osztályosokéhoz. A 7. osztályos diákok túlnyomó része a számolási készség teszten 80 százalékpont felett teljesített. A néhány kivétel esetében felmerülhet, hogy hetedikesként a feladatokat olyan könnyűnek találták, hogy annak megoldását nem vették komolyan, azaz az esetükben mérési hibáról van szó. A pontfelhő formáját ezen az évfolyamon is a plafon-effektusok dominálják.

A pontfelhő egyes vetületei szerint az eloszlások alapján megállapítható, hogy a többségi 7. osztályos diákok számára a számolási készség teszt – a megfelelő reliabilitás ellenére – már nem tekinthető jól mérő tesztnek, hiszen a diákok teljesítménye között alig tesz különbséget. Az MSZF-teszt esetében más a helyzet, annak ellenére, hogy a mintának a jobb eredmények felé való eltolódottsága és a plafon-effektus látható a pontfelhő függőleges irányú eloszlásán, a teszt jobban szórja a teljesítményeket.



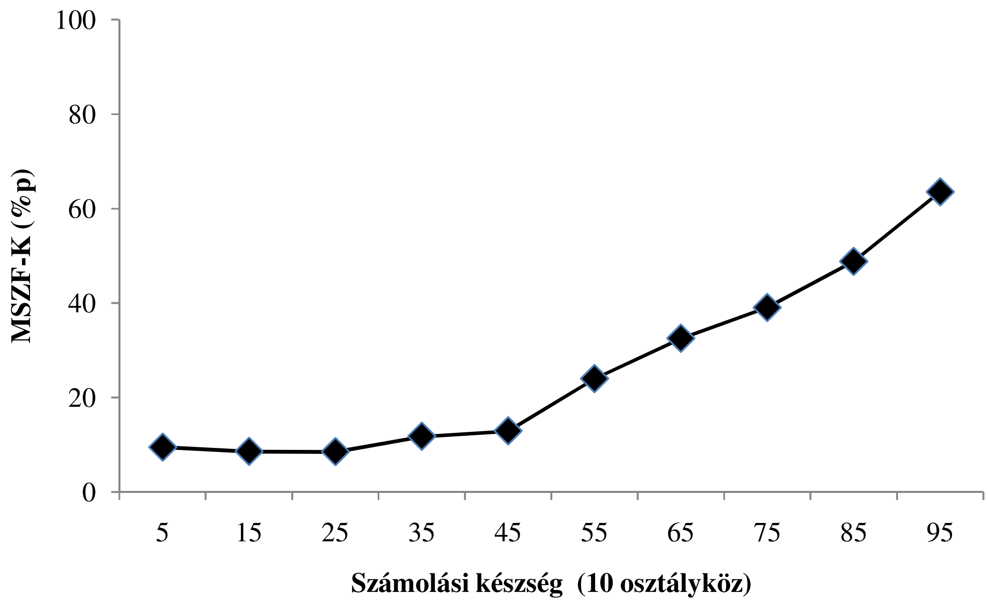
28. ábra

A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség a számolási készség függvényében 7. osztályban

A 3. osztályosok esetében mutatott a pontfelhő mutatja mindkét teszt szerint legegyenletesebb eloszlást, ezért a szóolvasás és a szövegértés készségekhez hasonlóan a számolási készség esetében is ezen a korosztályon végzem el az osztályközök szerinti elemzést. A számolási készség tíz osztályközének az MSZF-teszten nyújtott átlagát a *29. ábra* szemlélteti.

Jól látható, hogy a számolási készség 50 százalékpontos teljesítményszintjéig az MSZF-eredmények nagyon alacsony szinten stagnálnak. Az 50 százalékpont alatti számolási készség szint megakadályozza a diákot abban, hogy matematikai szöveges feladatokat sikeresen oldjon meg. Ez érthető, hiszen a számolási készség minden szöveges feladat esetében szükséges a feladat által indukált számolások, elemi alapműveletek elvégzéséhez. A görbe 50 százalékpont fölött hasonlóan a szóolvasás és a szövegértés esetében látottakhoz, emelkedni kezd.

A megfelelő fejlettségű számolási készség tehát a matematikai szöveges feladatok sikeres megoldásának egyik feltétele. Ha a számolási készség nem éri el ezt a szükséges szintet – ami a 3. osztályosok esetében 60 százalékpont körül lehet –, akkor a diáknak nincs esélye arra, hogy sikeresen oldjon meg matematikai szöveges feladatokat. A számolási készségnek a matematikai szövegesfeladat-megoldáshoz szükséges komplex képességben játszott fontos szerepe nem meglepő, hiszen ezekben a szöveges feladatok túlnyomó többségében a mély struktúrát egy vagy több aritmetikai művelet alkotja.



29. ábra

Az MSZF-teszt teljesítményátlagai a számolási készség teszt 10 osztályközén a 3. osztályos tanulók körében

7.4 A Kritériumrendszer-modell

A *Kritériumrendszer-modell* (KR-modell) a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség működéséhez szükséges kognitív készségekre, képességekre összpontosít. Célja, hogy összefoglalja és modellezze a matematikai szöveges feladatok megoldásához szükséges kognitív feltételeket. A modell csupán kognitív elemekkel operál, tehát az affektív szféra, az attitűd, a meggyőződés, az énkép, a motiváció – melyekről tudjuk, hogy fontos szerepet játszanak a problémamegoldásban – nem kap helyet a modellben. Tehát fontos hangsúlyozni, hogy a modell a matematikai szöveges feladatok megoldásához szükséges, de nem elégséges feltételeket tartalmazza.

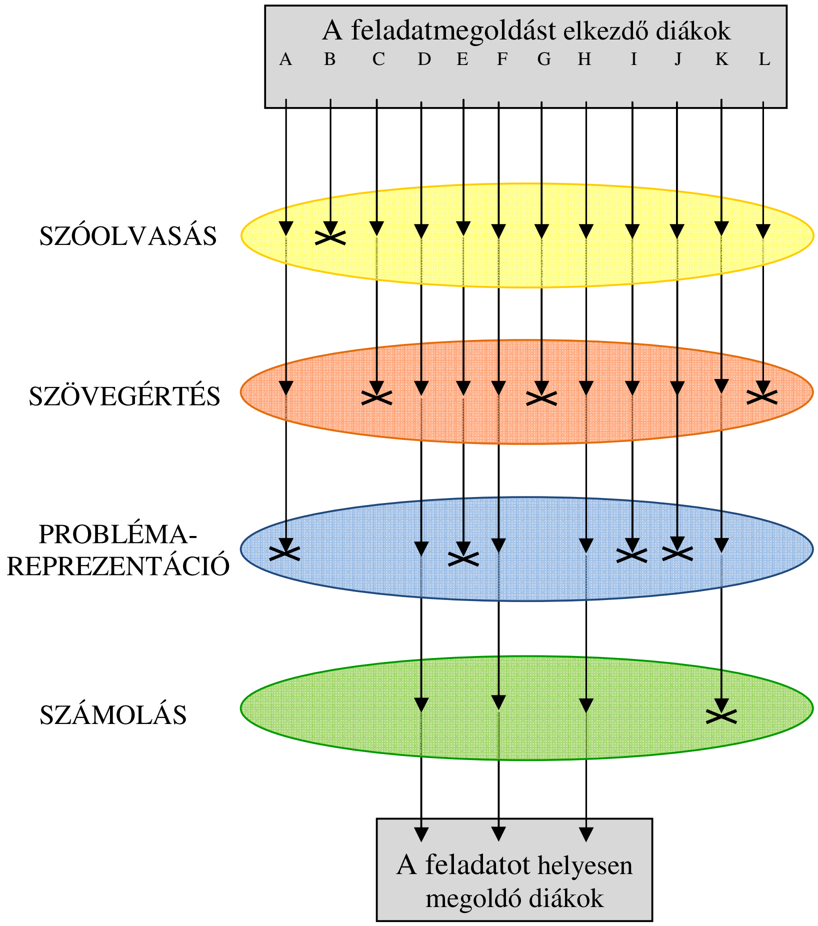
A matematikai szövegesfeladat-megoldás összetett kognitív tevékenység. A modell a megoldási folyamat során szerepet játszó azon kognitív területeket igyekszik megragadni, melyek optimálás működése elengedhetetlen feltétele a sikeres feladatmegoldásnak. A modell bizonyos értelemben lineáris, azaz a benne szereplő kognitív összetevőknek kötött a sorrendje: a feladatmegoldás feltételezett lefolyását követi. A modellbe bevont kognitív tudáselemek a feltétel-jellegük miatt szűrőknek nevezem. A matematikai szöveges feladatot megoldó diák akkor tud a feladatmegoldás folyamatában továbbjutni egy szűrőn, ha azt a készséget, képességet „elég jó” szinten tudja működtetni. Ha az adott készség, képesség a szükséges kritériumszint alatt van, a diák nem tud továbbjutni, fennakad a szűrőn. Ez nem azt jelenti minden esetben, hogy vége van a megoldási folyamatnak, hanem azt, hogy helyes, sikeres már nem lehet a végeredmény.

7.4.1 A Kritériumrendszer-modell szűrői

A Kritériumrendszer-modellben szűrőknek nevezem tehát azokat a tudáselemeket, melyek egy matematikai szöveges feladat megoldásához szükségesek, melyek a folyamat sikeres lefutásának a feltételei. A következőkben ezeket a szűrőket mutatom be, működésüket a *30. ábra* foglalja össze.

A megoldási folyamat első feltétele a feladat sikeres elolvasása. A szóolvasás az olvasás technikai szintjét, a betűk ismeretét, a betűkből a szótagok, szavak összeillesztését jelenti. Nyilvánvalóan elengedhetetlen ahhoz, hogy egy szövegként közölt információt felvegyünk. Az sem kétséges, hogy a megoldási folyamatban – a kognitív elemek közül – a linearitásban az első szűrőfeltételként szerepel, hiszen a szöveg tartalmához való hozzáférés alapvető feltétele.

A szöveg dekódolása után annak tartalmára kerülhet a hangsúly. Egy matematikai szöveges feladat sikeres megoldásához elengedhetetlen a szöveg tartalmának megértése, például a következő kérdésekre való biztos válaszadás: A szöveg miről szól? Milyen szituációt vázol? Mi a feladat kérdése? Ezen kérdések helyes megválaszolásához szükséges a megfelelő szintű szövegértés. A szövegértés a szóolvasás által megtörtént, dekódolásból kapott szöveg által közvetített tartalom megértésének, a szövegben rejlő összefüggések átlátásának összetett képessége. Egy szöveg megértésének nehézségét sok tényező befolyásolhatja. A matematikai szöveges feladatok esetében ki kell emelnünk, hogy előtérbe kerül a szituáció igen precíz, részletekre kiterjedő leírása, mely nem megszokott a hétköznapi szövegekben, tehát idegen az ilyen szövegekben nem jártas olvasó számára, ami minden bizonnyal negatívan befolyásolja a szöveg megértését. Elképzelhető, hogy egy hétköznapi szövegeket jól értő diák a matematika precízkedő, sajátságos stílusú feladatszövegét, mondanivalóját nehezen, vagy egyáltalán nem érti meg. Egy feladat szituációjának vázolása épp a feladat félreérthetőségének elkerülése érdekében való részletes, pontos leírása igen hosszúvá válhat, ami szintén hátrányosan befolyásolja a szövegértés sikerességét. Aki nem tud válaszolni arra, hogy miről szól a szöveg, vagy mi a feladat kérdése, vagy nem értette meg a szituációt, nem tud továbblépni a sikeres feladatmegoldás felé.



30. ábra

A Kritériumrendszer-modell

A matematikai szöveges feladatok megoldásában talán a legnagyobb és legnehezebb feladat a megértett hétköznapi szituációnak, az ahhoz kapcsolódó kérdésnek, problémának egy olyan kognitív transzformációja, mely a szituációt, a kérdést, a problémát a matematika számára „érthetővé", tárgyalhatóvá teszi. Ez a lépés elsősorban az absztraktcióról szól. Emellett fontos szerepet kap a szituációnak a megoldandó probléma szempontjából lényeges elemeinek a kiválogatása, az éles problémalátás, azaz a probléma megragadása és kiragadása a feladat által leírt helyzetből. Ez egy olyan belső kognitív tevékenység, melynek pedagógiai mérése jelenleg nagyon nehéznek tűnik. Ennek a lépésnek nincs minden esetben látható jele, produkciója. A problémát jól reprezentáló rajz, folyamatábra, vagy egy korábbról ismert feladattal meglátott analógia, vagy hasonlóság a probléma megfelelő mentális reprezentációjáról tanúskodik.

A probléma sikeres és helyes matematikára fordítása után már tisztán a matematika világában egy matematikai formulákkal leírt feladattal van dolga a tanulónak. A közoktatásban alkalmazott matematikai szöveges feladatok mélystruktúrája nagyrészt az éppen tanult matematikai tartalomra vonatkozik. Ezek a csupasz matematikai elemek az általános iskola első éveiben szinte kizárólag az elemi számoláshoz kötődnek. A számolási készség jelentősége az évek előre haladtával talán némileg csökken, de csak azért, mert a matematikaoktatás sikeresen elsajátított alapnak tekinti – tudjuk, hogy sok diák esetében tévesen (*Nagy*, 2007). Az utolsó szűrő tehát a számolás, amit az idősebb korosztályokat célzó matematikai szöveges feladatok esetében helyettesíthetünk a feladat matematikai mélystruktúrájához szükséges műveletvégzés tudáselemeivel.

7.4.2 A szűrők lineáris kapcsolása

A Kritériumrendszer-modellben az egyes szűrők láncolatot alkotnak, tehát a matematikai szöveges feladat megoldási folyamatában a továbbjutás feltétele, hogy az adott szűrőn sikeresen átjusson a feladatmegoldó. Ebből az is következik, hogy aki egy fentebbi szűrőn nem jut át, annak a később következő tudásterületeken való teljesítményéről a matematikai szöveges feladat megoldása alapján nem rendelkezünk információkkal. A *30. ábrán* bemutatott A, B, C, … L diákok szimulált feladatmegoldását tekintve, a B diák az szóolvasás szűrőn fennakadt, ami azt jelenti, hogy az ő elemi olvasáskészség fejlettsége nem éri el azt a kritériumot, hogy a feladatmegoldást érdemben tovább folytathassa. A szövegben rejlő információkhoz nem fér hozzá.

A szövegértés szűrő három diákot (C, G, L) akasztott meg a feladatmegoldásban. Ők a szóolvasás szűrőjén túljutottak, de a szövegben rejlő információk értelmezése, a szituáció megértése nem sikerült. A szimuláció szerint az ő szövegértésük nem érte el azt a kritériumot, ami feltétele a további sikeres feladatmegoldásnak. Fontos kiemelni, hogy a modell szerint a szövegértés szűrőn fennakadt diákok problémareprezentációjára, számolási készségére nem tudunk még becsült értéket sem adni. Elképzelhető, hogy közülük van olyan, akinek például a számolási készsége magasan átlag feletti, de az is lehetséges, hogy átlagos, vagy átlag alatti.

A szimuláció szerint a problémareprezentáció szűrő fogta meg a legtöbb feladatmegoldót, az A, E, I, J diákokat. Feltételezésem szerint a valóságban is ez a jellemző, a matematikai szöveges feladatok nehézségét a legtöbb diák számára a probléma matematikára való fordítása jelenti (*Mayer* és *Hegarty*, 1998). A problémareprezentációt négy diák (D, F H, K) végezte el sikeresen, számukra már csak egy szűrő, a számolás van hátra. A szimuláció szerint egyedül a K jelű diákra igaz, hogy az olvasás, a szövegértés, a problémareprezentáció szűrőkön átjutott, de nem jutott túl a számoláson, azaz a számolási készség szintje nem érte el azt a kritériumot, ami feltétele lenne a feladatmegoldásnak. Három diákra, a D, F és H jelű diákokra igaz, hogy mind a négy szűrőn átjutottak, így a feladatmegoldásuk sikeresen végződhetett.

7.5 A Kritériumrendszer-modell empirikus bizonyítékai

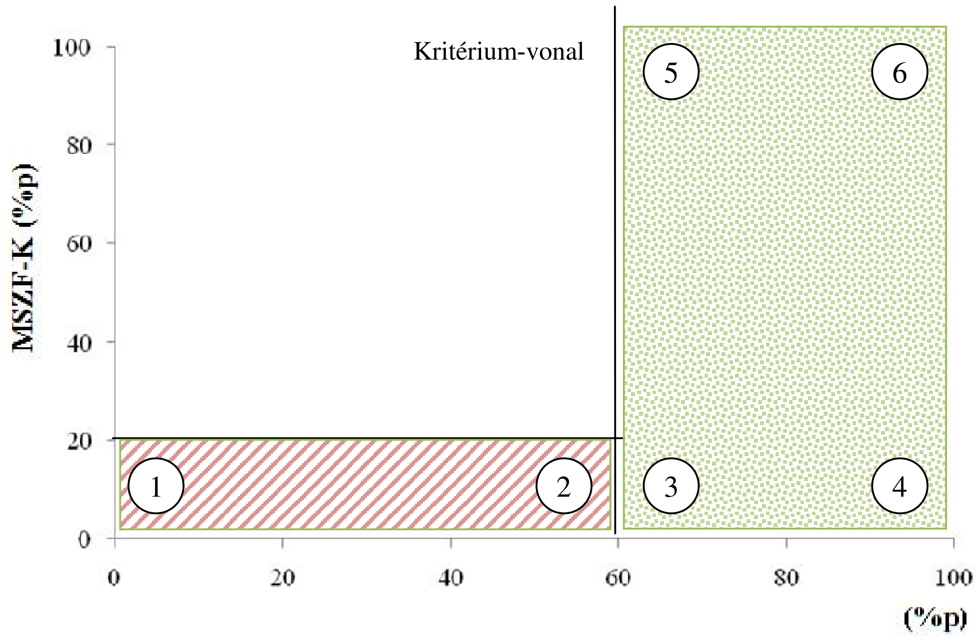
Empirikus vizsgálataimban a Kritériumrendszer-modell négy szűrője közül hármat, a szóolvasást, a szövegértést és a számolási készséget vizsgáltam. A problémareprezentációra vonatkozó mérések nem történtek, tehát annak empirikus ellenőrzése további kutatásokat kíván. A Kritériumrendszer-modell empirikus bizonyítékai közül elsőként a 7.1.2, a 7.2.2 és a 7.3.2 fejezetekben közölt eredményekre szeretnék utalni. Az egyes szűrőknek megfelelő tudásterületek és a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség közötti kapcsolatot bemutató pontfelhők elhelyezkedése megfelel annak, amit a modell szűrőinek működéséről feltételeztem. A következőkben ezen pontfelhők sematikus jellemzését mutatom be.

7.5.1 A szűrők kritérium szerepe

Mind a kilenc pontfelhőn (három évfolyam, három szűrő) a diákokat reprezentáló pontok döntő többsége a *31. ábrán* satírozással jelölt területeken helyezkedtek el. A *31. ábrán* két terület határolható el egymástól.

Az egyik, amit zöld pontozott satírozás jelöl, a kritériumvonaltól jobbra eső terület. Itt helyezkednek el azok a diákok, akik az adott szűrőfeltételnek megfelelnek. Az, hogy az egyes szűrők csupán feltételei a matematikai szöveges feladat sikeres megoldásának, abból látszik, hogy a diákokat jelölő pontok a pontozással jelölt terület alsó részén is találhatók (3-as, 4-es jelű terület), illetve egyenletesen helyezkednek el. Tehát a matematikai szöveges feladat megoldásának sikeressége szempontjából például a szövegértés fejlettsége csupán a kritérium megléte szempontjából fontos. A szűrő kritériumszintje felett nincsen lineáris kapcsolat, tehát a kiemelkedő szövegértés nem tud hozzátenni a matematikai szöveges feladat megoldásának sikerességéhez. Magas szövegértési szint esetén is lehet nagyon alacsony a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettsége (pl. 4-es terület).

A kritérium-jellegű kapcsolat tehát azt is jelenti, hogy az, hogy egy diák egy szűrőn eléri a kritériumot, nem jelenti azt, hogy a matematikai szöveges feladat megoldásában jó eredményt ér el. Bármelyik másik szűrőn fennakadhat, vagy akár a modellben nem tárgyalt más okok miatt nem teljesíthet sikeresen. A tudásterületek kritérium jellegét bizonyítja, hogy a pontfelhőkben a 2-essel és az 5-össel jelölt területeken is vannak a diákok.



31. ábra

A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség és az egyes szűrők kapcsolatát mutató pontfelhők jellemző mintázata

Összefoglalva tehát, a kritériumfeltétel alatt csak gyenge MSZF-teljesítmény lehet, de a kritérium meglétével bármekkora MSZF-teljesítmény lehetséges és ott a szűrőn való teljesítménynek nincs a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességre vonatkozóan előrejelző szerepe.

7.5.2 A szűrők erőssége

Érdekes kérdés annak vizsgálata, hogy a szűrők közül a különböző korosztályokban, vagy különböző feladatoknál melyik szűrő mennyire bizonyul „erősnek”, azaz relatíve mennyire dominálja a matematikai szöveges feladat sikeres megoldásának feltételrendszerét. E kérdéskör megismeréséhez a három szűrő mint független változó bevonásával az MSZF-teszt összpontszámára, mint függő változóra nézve regresszió-analíziseket készítettem.

Korosztály szerinti különbségek

Először arra keresem a választ, hogy a vizsgált korosztályokban hogyan változik a szűrők egymáshoz viszonyított erőssége, azaz a regresszió-analízisben az egyes szűrőknek mekkora a magyarázóereje a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségében.

A *16. táblázatban*, a *17. táblázatban* és a *18. táblázatban* a 3., az 5. és a 7. évfolyamra vonatkozó regresszió-analízis eredményeit olvashatjuk. A három vizsgált szűrő együttesen mindhárom korosztályban az MSZF-teljesítményt több, mint 50 százalékát magyarázza. A 3. osztályos részmintán a legmagasabb az R^2, itt 63 százalék, az 5. osztályosok körében a teljes megmagyarázott variancia 54 százalék, míg a legkisebb érték, 51 százalék a 7. évfolyamon adódott. Ezek az értékek elég magasnak mondhatók, tudva azt, hogy a matematikai szöveges feladatok megoldásában egy igen markáns szűrő, a problémareprezentáció nem kapott helyet a regressziós modellekben. Emellett még számos olyan akár kognitív, akár nem kognitív terület, illetve szociális hatás feltételezhető, ami befolyással lehet a matematikai szöveges feladatok megoldására.

16. táblázat. A szűrők magyarázóereje az MSZF-teljesítményre a 3. évfolyamon ($p<0,001$)

Szűrők	r	β	Magyarázóerő (%)
Szóolvasás	0,612	0,231	14
Szövegértés	0,611	0,333	20
Számolás	0,640	0,446	29
R^2 (%) =			63

Látható, hogy a szűrők magyarázóerejének arányaiban a három évfolyam között különbség van. A 3. osztályos részmintán a számolás területe adja a legmagasabb értéket, 29 százalék a magyarázóereje, ami azt jelenti, hogy a teljes megmagyarázott variancia közel 50 százalékáért a számolási készség fejlettsége felel. Ezt magyarázhatja az, hogy a matematikai szöveges feladatok között szerepeltek olyanok, melyekhez szükséges számolási apparátus ennek a korosztálynak még nagy kihívást jelenthetett, így csak a fejlett számolási készséggel rendelkezők tudták ügyesen megoldani a feladatokat.

17. táblázat. A szűrők magyarázóereje az MSZF-teljesítményre az 5. évfolyamon (p<0,001)

Szűrők	r	β	Magyarázóerő (%)
Szóolvasás	0,610	0,210	13
Szövegértés	0,602	0,335	20
Számolás	0,599	0,335	21
R^2 (%) =			54

Az 5. osztályosok körében a számolás szűrő jelentősége csökkenni látszik, feltehetően a szöveges feladatokban rejlő számolások sikeres elvégzése kevésbé jelentett kihívást ennek a korosztálynak. Emellett azt láthatjuk, hogy a szövegértés szűrő jelentősége ugyanakkora maradt.

Ugyanez a tendencia folytatódik a 7. osztályos korosztálynál is. A számolás magyarázóereje tovább csökkent, míg a szövegértésé állandó marad. Így a két szűrő jelentősége 7. osztályra kiegyenlítődik.

18. táblázat. A szűrők magyarázóereje az MSZF-teljesítményre a 7. évfolyamon (p<0,001)

Szűrők	r	β	Magyarázóerő (%)
Szóolvasás	0,575	0,204	12
Szövegértés	0,522	0,379	20
Számolás	0,575	0,334	19
R^2 (%) =			51

Ezekből az eredményekből arra következtethetünk, hogy a matematikai szöveges feladat esetében az évek előre haladásával a minden életkorban szükséges szóolvasás és szövegértés mellett a számolás jelentősége csökken. Míg 3. osztályban a szükséges aritmetikai ismeretek a mérvadóbbak, addig a 7. évfolyamra a számolási készség fejlettebbé válik. A szóolvasás befolyásában minimálisan csökkenő tendencia vehető észre, a szövegértés szerepe nem csökken, mindhárom korosztályban 20 százalék. Így 7. évfolyamra a szövegértés viszi el a vizsgált regressziós modell teljes megmagyarázott varianciájának közel 40 százalékát.

Feladattípusok szerinti különbségek

A szűrők dominanciaarányait a matematikai szöveges feladat sajátosságai is befolyásolhatják, azaz különböző feladatoknál különböző lehet az az arány, ami a szűrőknek az adott feladat nehézségében betöltött szerepét írja le. Bizonyos matematikai szöveges feladatok nehézségét az idegen vagy hosszú szavak adhatják, míg másik nehézsége a nehezebben érthető, hosszú szöveg, vagy a körülményes megfogalmazás lehet. De lehet, hogy a feladatban rejlő aritmetikai műveletek elvégzése jelenti a feladatmegoldás legnehezebb pontját.

Az egyes feladatokra elvégezve a szűrők regresszió-analízisét azt tapasztaltam, hogy a különböző feladatoknál a szűrők dominanciaaránya más és más. A következőkben két matematikai szöveges feladat esetében mutatom be a szűrők erősségét, azaz a regresszió-analízisben a magyarázóerejüket. Az elemzéseket a 3. évfolyamon végzem, mert a fenti eredmények szerint ott a legkisebb a plafon-effektus hatása, és feltehetően ott történt a legkisebb hibával a mérés.

A 6. és a 7. feladat elemzését ismertetem. A 6. feladat a legrövidebb szövegű, fél sor hosszú, egyetlen rövid világos állításból áll. Ezzel szemben a 7. feladat szövege a leghosszabb, három soros, és a szöveg összetett mondatokból áll, az események több időpontban történnek. Feltehető, hogy ennek a feladatnak a szövege kívánja meg a legfejlettebb szövegértési szintet.

A két feladat a sikeres megoldáshoz szükséges számolási apparátusban is különbözik. A 6. feladatban ezres számkörben kell először egy osztás, majd egy szorzást elvégezni. Annak ellenére, hogy kerek számokkal történik a műveletvégzés, ez a 3. osztályosok számára semmiképpen sem nevezhető könnyűnek. A 7. feladat a hosszú szövege ellenére nem kíván nehéz számolási munkát. Tíz alatti szorzást, majd szintén a tízes számkörben való összeadást kíván.

A részletesebb összehasonlító elemzéshez azért is választottam ezt a két feladatot, mert a szűrők által felállított regressziós modellben a teljes megmagyarázott variancia a két feladat esetében igen hasonló. A *19. táblázatban* a két feladat regressziós modelljét mutatom be.

Látható, hogy a két feladat esetében a teljes megmagyarázott variancia értéke közel van egymáshoz, a 6. feladatnál ez az érték 34 százalék, míg a 7. feladat R^2 értéke 2 százalékkal alacsonyabb csupán, 32 százalék. Ennek ellenére a független változók magyarázóereje különbözik a két modellben. A 6. feladatnál a legerősebb szűrőnek a számolás mutatkozik, 17 százalékban magyarázza a függő változót, ami azt jelenti, a feladat sikeres megoldása a regressziós-modellben részt vevő változók közül elsősorban a számolás szűrőn múlik. Ez egybevág azzal a ténnyel, hogy ebben a feladatban egy könnyű szöveg párosult viszonylag nehezebb számolási műveletekkel. A 7. feladat esetében a magyarázóerők aránya éppen fordítva látszik.

19. táblázat. A szűrők magyarázóereje a 6. és a 7. feladatban a 3. évfolyamon (p<0,001)

Szűrők	Magyarázóerők (%)	
	6. feladat	7. feladat
Szóolvasás	8	7
Szövegértés	10	17
Számolás	16	8
R^2 (%) =	34	32

Legerősebbnek a szövegértés szűrő mutatkozik, tehát a modellben részt vevő változók közül elsősorban a szövegértésen múlt a 7. feladat sikeres megoldása. A szövegértés magyarázóereje 17 százalék, míg a számolásé csupán 8 százalék. A 7. feladat valóban egy hosszú, nehéz szövegből állt, aminek a feldolgozása után néhány igen egyszerű számolást kellett a feladatmegoldónak elvégezni, tehát teljes mértékben érthető, hogy a feladat sikere nem csupán a számoláson, hanem – a vizsgált változók közül – elsősorban a szövegértésen múlhatott.

7.5.3 A szűrők függetlensége

A Kritériumrendszer-modell további vizsgálatához a szűrőkhöz kritériumértékeket határoztam meg. A jelen empirikus adatok alapján mindhárom szűrőnél a 60 százalékpontot állapítottam meg kritériumküszöbnek. Ez a 60 százalékpont ezekre a tesztekre és erre mintára jellemző érték, megállapítására a pontfelhők alapján került sor. Mindhárom szűrőnél a kritérium két részmintára bontja a vizsgált mintát aszerint, hogy a diák az adott tudásterületen 60 százalékpont alatt (0), vagy felett (1) teljesített. Így a három szűrőnek megfelelő három darab két értékű (0 vagy 1) kritériumváltozó kombinációs lehetőségéből létrejövő nyolc (2^3) részminta MSZF-teszten mutatott teljesítményének különbségét vizsgáltam a teljes többségi mintán varianciaanalízissel. A Kritériumrendszer-modellben a szűrők kritérium-jellegének megfelelően azt várom, hogy mindhárom tudásterületen a kritériumszintnek megfelelően teljesítő diákok MSZF-teszten elért összpontszáma lényegesen magasabb lesz, mint az összes többi részmintáé. A kritériumváltozók szerinti részminták áttekintését, a részminták MSZF-átlagát és a varianciaanalízis eredményét mutatja a *20. táblázat*.

20. táblázat. A 60 százalékpontos kritériumváltozók szerinti részminták MSZF-átlagainak különbségei a teljes többségi mintán

Szűrők	Részminták							
Olvasás	0	1	0	0	1	1	0	1
Szövegértés	0	0	1	0	1	0	1	1
Számolás	0	0	0	1	0	1	1	1
MSZF (%p)	9	7	47	30	36	40	52	69
Szign. különbségek	[(000),(100)]	<	[(010),(001),(110),(101),(011)]				<	[(111)]

A varianciaanalízis Tukey’s-b utóelemzése a várt eredményt hozta. Az (111) részminta MSZF-teszten elért eredménye szignifikánsan jobb, mint a többi hét részminta eredménye. Ez igazolja a modell azon tulajdonságát, hogy mindhárom szűrőkritérium együttes megléte ad lehetőséget a matematikai szöveges feladatok sikeres megoldására. Az eredményekből az is látszik, hogy a matematikai szöveges feladatok sikeres megoldása szempontjából irreleváns, hogy egy vagy két kritérium megléte hiányzik. A többinél sokkal gyengébb eredményt a (000) és az (100) részminták mutatnak. Mivel az elemzésben 3., 5. 7. osztályos tanulók is szerepeltek, ezért a csupán olvasásból kritériumszint felett teljesítők (100), és az egyik szűrőkritériumon sem átmenők (000) részmintájának MSZF-eredményei nem meglepő módon hasonlók. Feltehetően a (000) és az (100) részminták mindhárom területen mutatott gyenge eredményük az általános értelmesség alacsony szintjével magyarázható.

Ebben a fejezetben a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség sikeres működéséhez szükséges tudáselemek vizsgálatára összpontosítottam. Feltártam a szóolvasás, a szövegértés és a számolási készség összefüggéseit a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel.

Egy modellben foglaltam össze, melyet Kritériumrendszer-modellnek neveztem, a matematikai szöveges feladatok megoldásához elengedhetetlen kognitív feltételeket. Empirikusan igazoltam a modellben szűrőnek nevezett elemek között a szóolvasás, a szövegértés és a számolási készség helyét. Megállapítottam, hogy a szűrőkre jellemző a kritérium-tulajdonság, azaz minden szűrő esetében létezik egy olyan kritikus fejlettségi szint, mely megléte nélkül a matematikai szöveges feladatok megoldása nem lehet sikeres. A kritérium tehát szükséges, de természetesen nem elégséges feltétel. Az egyes szűrők kritérium-szintje feladatfüggő, ezen kívül a szűrők dominanciaaránya a feladatmegoldók életkora szerint is különbözhetnek. A modell empirikus vizsgálatai nem térnek ki a problémareprezentáció szűrőre, melynek mérése és empirikus vizsgálata további kutatómunkát igényel.

8 A MATEMATIKAI SZÖVEGES FELADATOK MEGOLDÁSÁT BEFOLYÁSOLÓ MOTÍVUMOK ÉS HÁTTÉRVÁLTOZÓK

8.1 A matematika attitűd és a matematikai teljesítmény kapcsolata

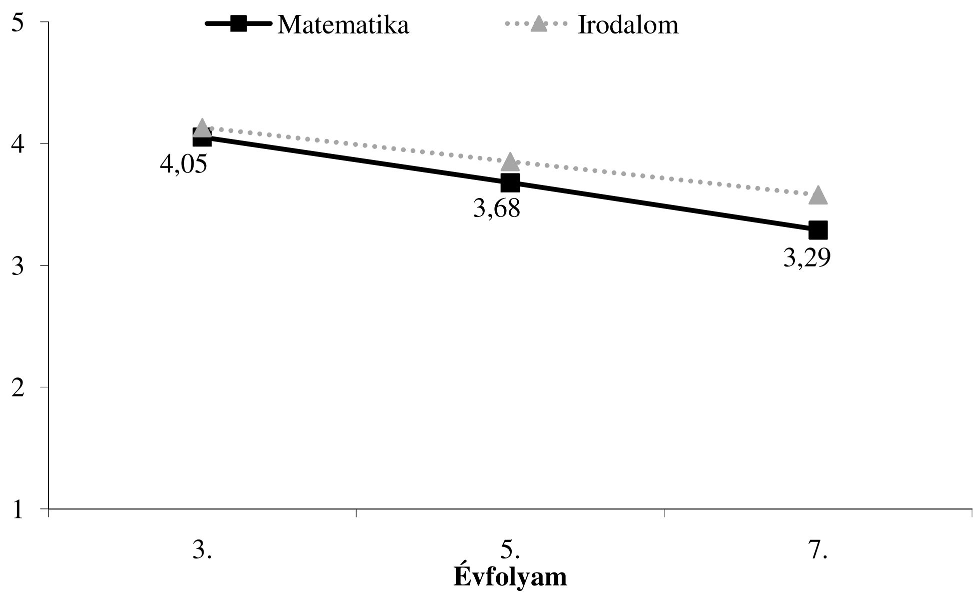
A matematika attitűd talán a leggyakrabban vizsgált matematikához kötődő affektív változó. Az attitűdvizsgálatok az iskolai évek előrehaladásával szinte minden tantárgy esetében csökkenő tendenciát mértek ki (*Csapó*, 2000; *Kelemen*, *Csíkos*, *B. Németh* és *Csapó*, 2007). A matematika általában a kevésbé kedvelt tárgyak között szerepel, és negatív tendenciája is erőteljes.

8.1.1 A matematika attitűd

Az 5.2 fejezetben bemutatott nagymintás vizsgálatban a háttérváltozók között a tantárgyi attitűdök is szerepeltek. Mivel a kérdőív ezen részét csak a többségi diákok töltötték ki, ezért használható volt az attitűd-vizsgálatokban megszokott adatgyűjtési módszer. Arra kérdésre, hogy mennyire szeretik az adott tantárgyat, a diákok ötfokú Likert-skála értékeivel válaszoltak tantárgyanként. Az 1 jelentése „egyáltalán nem szeretem”, a 2 érték jelentése „nem szeretem”, a 3 jelentette, hogy „közömbös”, a 4-es a „szeretem”, és az 5 érték a „nagyon szeretem” jelentéssel bírt.

A *32. ábrán* a matematika attitűd életkori változását tekinthetjük át a 3., az 5. és a 7. osztályosok körében mért értékek alapján. Az ábrán viszonyítás céljából tüntettem fel az irodalom tantárgy attitűdjének értékeit.

A szakirodalom alapján vártnak megfelelően a matematika attitűd mindhárom keresztmetszeti pont között határozott csökkenő tendenciát mutat. A viszonyításként bemutatott irodalom attitűd kevésbé meredeken csökken. A 3. osztályban még majdnem azonos értékek az 5. és a 7. évfolyamra eltávolodnak egymástól és a különbségek szignifikánssá válnak (3. o.: t=0,843, p=0,400; 5.o.: t=2,294, p=0,022; 7.o.: t=3,408, p=0,001).



32. ábra

A matematika és az irodalom attitűd életkori változásai

A matematika attitűd matematikai teljesítménnyel való összefüggését az attitűd és két matematikai kognitív mutató, a matematikai szöveges feladat és a számolási készség teszt eredményeinek korrelációival becslem. A *21. táblázatban* a matematikai szöveges feladat és a számolási készség teszt és a matematika attitűd korrelációit tekinthetjük át évfolyamonként.

21. táblázat. A matematika attitűd korrelációja a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességel és a számolási készséggel korosztályonként

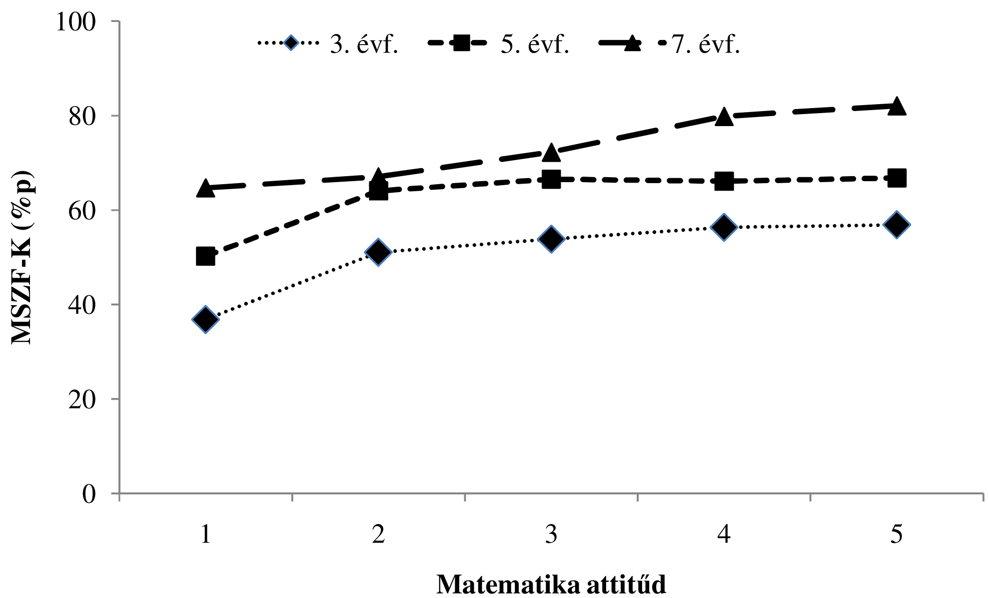
Korrelációk	Évfolyam		
	3. évfolyam	5. évfolyam	7. évfolyam
MSZF-K	0,174	0,169	0,249
Számolási készség	0,231	0,228	0,257

Minden érték 0,05 szinten szignifikáns.

A matematika attitűdnek a számolási készséggel mindhárom évfolyamon szignifikánsan magasabb korrelációs értékei adódtak, mint a matematikai szöveges feladatokon nyújtott teljesítménnyel. Ez nem meglepő, hiszen az attitűdkérdés a matematika tantárgyra vonatkozik, amit főképp a 3. és 5. osztályos életkorban a számoláshoz asszociálhatnak a diákok. 7. évfolyamra megerősödik a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel való korreláció is, eltűnik a számolás előnye.

Ebben az időszakban a matematikaoktatásban már nem domináns a számolási készség direkt fejlesztése, ami azt eredményezheti, hogy a diákokban is kezd kialakulni a számolásról leváló matematika képe, és önmagukban pedig a matematikához való viszonyulás sem egyezik meg teljes mértékben a számolás szeretetével. Felsőbb osztályokban a diákok számára a matematika gyűjtőfogalomba már nagyobb szerepet kaphatnak a szöveges feladatok. Ebből kifolyólag erősödhet meg a matematika attitűd és az MSZF-teljesítmény korrelációja.

A matematika attitűd és az MSZF-teszteredmény összefüggésének további vizsgálatához a matematika attitűd függvényében elemzem a szöveges feladatokon nyújtott teljesítményt. A *33. ábra* az attitűdváltozó által képzett részminták MSZF-teszt összpontszámának százalékpontos átlagát jeleníti meg a három vizsgált korosztályban.



33. ábra

A matematikai szövegesfeladat-megoldó képességfejlettsége a matematika attitűd függvényében mindhárom korosztályra

A matematika attitűd 1-es változóértékéhez tartozókban azonosíthatók a matematikából leszakadók, akik nagyon nem szeretik a tantárgyat és a teljesítményük is a leggyengébb a korosztályukban. Őket leszámítva meglepően „laposak” a görbék, főleg a 3. és az 5. évfolyamon. Ez azt jelenti, hogy a „nagyon nem szeretem” véleményt kivéve az MSZF-teljesítmény szempontjából nem meghatározó, hogy a diáknak milyen a matematika attitűdje.

A *22. táblázatban* az attitűdváltozó változóértékei alapján képzett részminták MSZF-teljesítményei közül a szignifikánsan különböző részmintákat tüntettem fel. Ez alapján látható, hogy a 3. évfolyamosok körében csak az 1-es attitűdértékhez tartozó diákok képességfejlettsége tér el szignifikánsan a többiekétől (F=2,569; p=0,039). Az 5. osztályos mintán nem mutatható ki szignifikáns különbség az egyes attitűdértékekhez tartozó MSZF-teljesítmények között (F=1,328; p=0,259).

22. táblázat. A matematika attitűd szerinti, a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségében szignifikánsan különböző részminták évfolyamonként

Évfolyam	Szignifikánsan különböző részminták		
3.	[nagyon nem szeretem (1)]	<	[szeretem (4), nagyon szeretem (5)]
5.	[nagyon nem szeretem (1), nem szeretem (2), közömbös (3) szeretem (4), nagyon szeretem (5)]		
7.	[nagyon nem szeretem (1), nem szeretem (2)]	<	[szeretem (4), nagyon szeretem (5)]

7. osztályra a kapcsolat markánsabbá válik, amit a *21. táblázat* vonatkozó korrelációja is előrevetített. Itt a variancia-analízis Tukey’s-b utótesztje szerint az [1,2] részminták átlaga szignifikánsan alacsonyabb a [4,5] részmintákéhoz képest (F=5,455; p<0,001).

8.2 A matematika énkép és a matematika teljesítmény kapcsolata

8.2.1 A matematika énkép

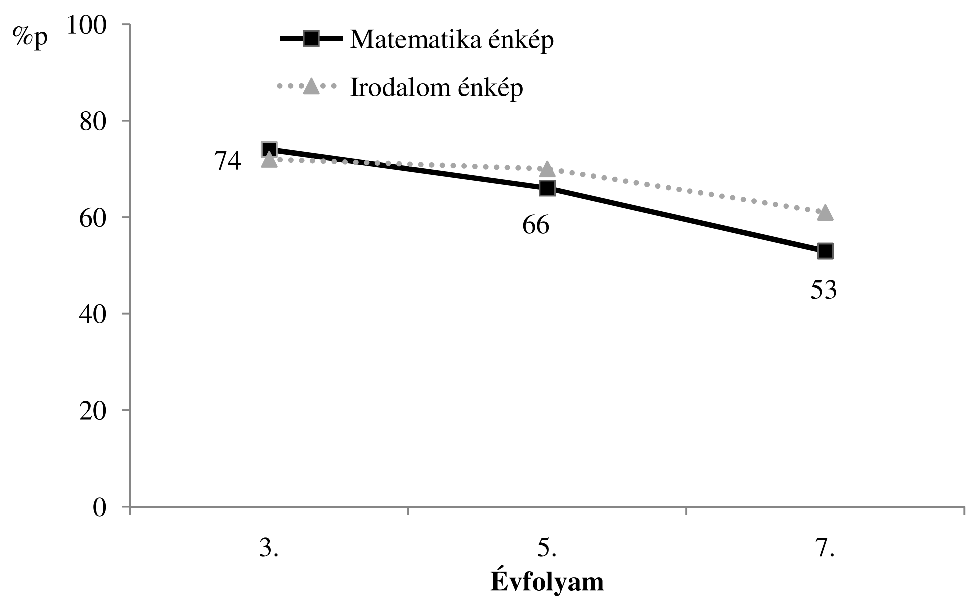
Az énkép vizsgálatához az adatok felvétele a *Self-Description Questionnaires 1.* változatának (*Marsh*, 1992) magyar adaptációjával (*Szenczi*, 2009) történt. A tanulók egy ötfokú Likert-skálán értékelik az állításokat annak megfelelően, hogy mennyire tartották igaznak azt magukra nézve. A kérdőív a pszichometriai ajánlásoknak megfelelően tartalmaz negatív állításokat is. Az állítások nyolc alskálába csoportosulnak. Ezek egyike a matematika tantárgyra vonatkozó énkép. A matematikára vonatkozóan – a kérdőív több állítása között elszórva – tíz állítás található. A teljes kérdőív reliabilitása 0,95, a matematika énképre vonatkozó alskála reliabilitása 0,91. A matematika énképpel kapcsolatos állítások a következők:

1. Utálom a matematikát.
2. A matematika könnyű számomra.

3. Mindig előre várom a matematika órát.
4. Jó jegyeim vannak matematikából.
5. Érdekel a matematika.
6. Gyorsan tanulom a matematikát.
7. Szeretem a matematikát.
8. Jó vagyok matematikából.
9. Szívesen oldok meg matematika feladatokat.
10. Reménytelen vagyok matematikából.

A továbbiakban e tíz állításból – a két negatív állítás megfordítása után – képzett összevont index életkori változásait mutatom be, majd vizsgálom a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség és a számolási készség összefüggéseiben.

A *34. ábrán* a matematika énkép átlagai láthatók százalékban kifejezve. Az irodalom tantárgyra vonatkozó adatokat viszonyítás céljából jelenítem meg az ábrán.



34. ábra

A matematika és az irodalom énkép életkori változása

Az életkori változás a 3., 5. és 7. osztály között az attitűdhöz hasonlóan mindkét tantárgynál csökkenő tendenciát mutat. A *32.* és a *34. ábra* abban is megegyező, hogy a matematikára és az irodalomra vonatkozó változók átlagai a 3. osztályosok körében igen közeliek, szignifikánsan nem különbözők (t=-1,099; p=0,273). A matematika meredekebb lejtőt vesz, 5. osztályra a matematika énkép már 4 százalékponttal az irodalom alá kerül, igaz, a különbség még nem válik szignifikánssá (t=1,791; p=0,075). A 7. osztályosok körében a két tantárgyra vonatkozó énkép egyre nagyobb különbséget mutat a matematika kárára, itt a két átlag közötti 8 százalékpont már jelentősnek mondható ($t=3,529$; $p<0,001$).

A matematikai énképnek és a matematika teljesítménynek az összefüggéseit először korrelációszámítással vizsgálom. A matematikai énképnek MSZF-teszten nyújtott teljesítménnyel, valamint a számolási készséggel való korrelációit tekinthetjük át évfolyamonkénti bontásban a *23. táblázatban*.

23. táblázat. A matematika énkép korrelációi a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel és a számolási készséggel korosztályonként

Korrelációk	Évfolyam		
	3.	5.	7.
MSZF-K	0,248	0,302	0,352
Számolási készség	0,252	0,249	0,264

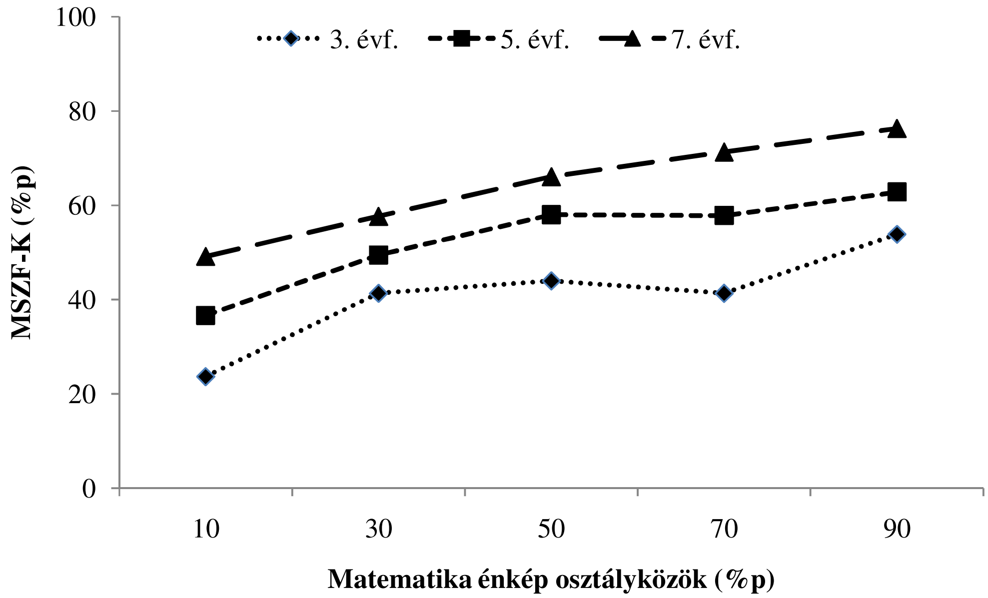
Minden érték 0,001 szinten szignifikáns.

Vessük össze az énkép és a matematika attitűd ugyanazon változókkal vett korrelációit (*22. táblázat* és *23. táblázat*)! Elsőként az tűnik fel, hogy az énkép esetében minden érték magasabb. Ennek kutatásmódszertani oka az lehet, hogy az énkép több, egymást erősítő változó összevont indexéből áll össze, míg az attitűdöt egyetlen kiemelt változó méri.

A korrelációk évfolyamonkénti tendenciáját vizsgálva az látható, hogy a szöveges feladatok és a számolási készség esetében is az életkor előre haladtával a kognitív teljesítmény és az énkép kapcsolata erősödik. Az MSZF-teljesítmény esetében ez az erősödés erőteljesebb, a 3. és a 7. osztályosokra vonatkozó korrelációk között több, mint egy tized a növekedés.

Az attitűdre és az énképre vonatkozó korrelációk összevetésekor feltűnik, hogy az MSZF-teljesítmény és az énkép az életkor függvényében erősödő tendenciája azt eredményezi, hogy míg az attitűd vizsgálatának esetében 5. osztályban még a számolási készség mutatott erősebb összefüggést, az énképpel már 5. osztályban is a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség korrelációja a magasabb.

A matematika énkép és az MSZF-teljesítmény összefüggésének részletesebb feltárásához a matematika énkép öt osztályközén vizsgáltam az MSZF-teljesítményt. Az átlagokat a *35. ábra* mutatja be.



35. ábra

A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettsége a matematika énkép függvényében

A 3. osztályos az énkép első osztályközébe tartozó diákok teljesítményben való leszakadása, és a legmagasabb osztályköz tanulóinak kiemelkedő teljesítményátlaga szembetűnő. A *24. táblázatban* bemutatott varianciaanalízis szerint a két szélső osztályköz átlaga szignifikánsan különböző a három középső osztályköz átlagától (F=2,799; p=0,028). A három középső osztályköz teljesítményátlaga nem különbözik szignifikánsan, a görbe közel vízszintes.

A felsőbb évfolyamoknál – ahogy azt a *23. táblázatban* közölt korrelációk előrevetítették – a görbék egyre inkább kiegyenesednek és egyre meredekebbé válnak.

24. táblázat. A matematika énkép szerinti, matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségében szignifikánsan különböző részminták évfolyamonként

Évfolyam	Szignifikánsan különböző részminták		
3.	[10] <	[30,50,70]	< [90]
5.		[10,30,50,70,90]	
7.	[10,30] <	[30,50,70]	< [50,70,90]

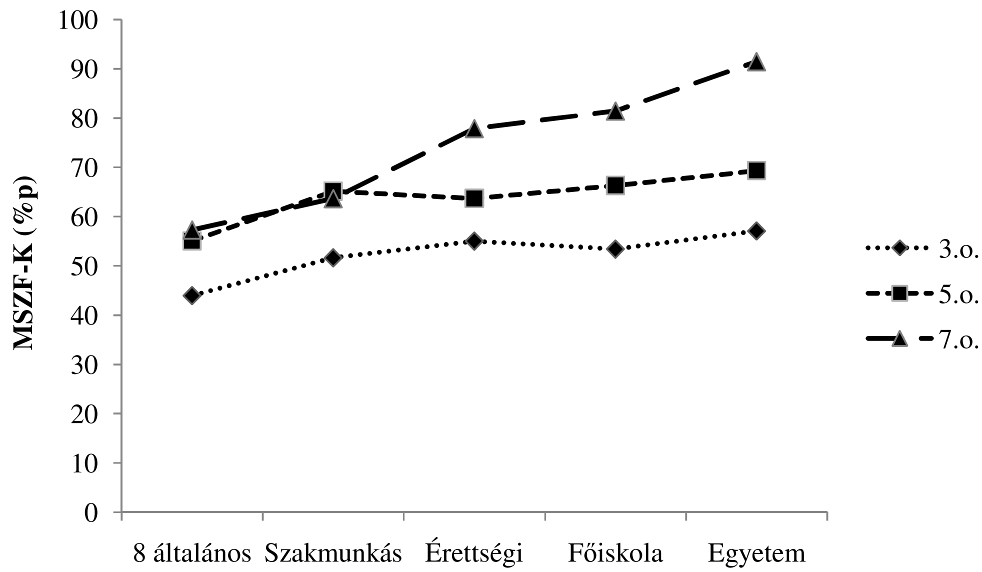
Bár 5. évfolyamon a varianciaanalízis szerint nincsenek szignifikáns különbségek az osztályközök átlagos teljesítménye között ($F=2,297$; $p=0,060$), 7. évfolyamra egy közel lineáris összefüggést mutat a matematikai énkép osztályközein a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség. Az alsó osztályköz szignifikánsan különbözik a felső háromtól, a [30]-as osztályköz a [90]-estól ($F=7,102$; $p<0,000$). A variancia-analízis eredménye szerint tehát a szomszédos osztályközök között nincs, de a nem szomszédos osztályközökkel – a [30] és a [70] kivételével – szignifikánssá válnak a különbségek, ami a kiegyensúlyozott, fokozatos meredekség jellemzője.

8.3 A háttérváltozók és a matematikai teljesítmény kapcsolata

8.3.1 A szülők iskolai végzettsége

A gyermek családi hátterére vonatkozó változók közül az egyik legtöbbet vizsgált változó a szülők iskolai végzettsége (*Csapó*, 2003). Jelen vizsgálatban az anya legmagasabb iskolai végzettségét vizsgálom. Az adatfelvételkor az anya iskolai végzettségére vonatkozóan lényegesen gazdagabb adatokat sikerült gyűjteni, ezért kiterjedtebb elemzések végezhetők az anya iskolai végzettségét leíró változóval. Emellett a két szülő legmagasabb iskolai végzettsége között a vártnak megfelelően igen magas, 0,849 ($p<0,001$) a korreláció, ami azt biztosítja, hogy az anya legmagasabb iskolai végzettsége jó becslést ad az apa legmagasabb iskolai végzettségére, és a két érték átlagára is.

A matematika teljesítményen belül elsőként a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségét elemzem az anya iskolai végzettsége szerinti részmintákon. A *36. ábra* évfolyamonként mutatja az anya legmagasabb iskolai végzettsége szerinti részmintákhoz tartozó MSZF-teszten elért eredményeket. A pontok összekötése kutatásmódszertani szempontból kétes, mert az x-tengely nem intervallumskálát reprezentál. Ennek tudatában alkalmazom a görbékkel történő ábrázolást amiatt, hogy az évfolyamként összetartozó értékek kezelését, a tendenciák azonosítását támogassák.



36. ábra
A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettsége az anya iskolai végzettsége szerinti részmintákon

Az anya iskolai végzettsége szerinti részminták átlagos teljesítménye mindhárom évfolyamon növekvő tendenciát mutat. A 3. és az 5. évfolyamon lankás a görbe, azaz nincsenek nagy különbségek az egyes részminták teljesítménye között. Mindkét alsóbb évfolyamon a különbségek vizsgálatára alkalmazott variancia-analízis az általános iskolai végzettségű és az egyetemi végzettségű anyák gyermekeinek MSZF-teljesítménye közt talált szignifikáns különbséget (3. o.: F=2,816; p=0,027; 5. o.: F=4,330; p<0,001). Az évfolyamonkénti variancia-analízisek Tukey's-b utóelemzésével kapott szignifikánsan különböző részmintákat a *25. táblázat* jeleníti meg.

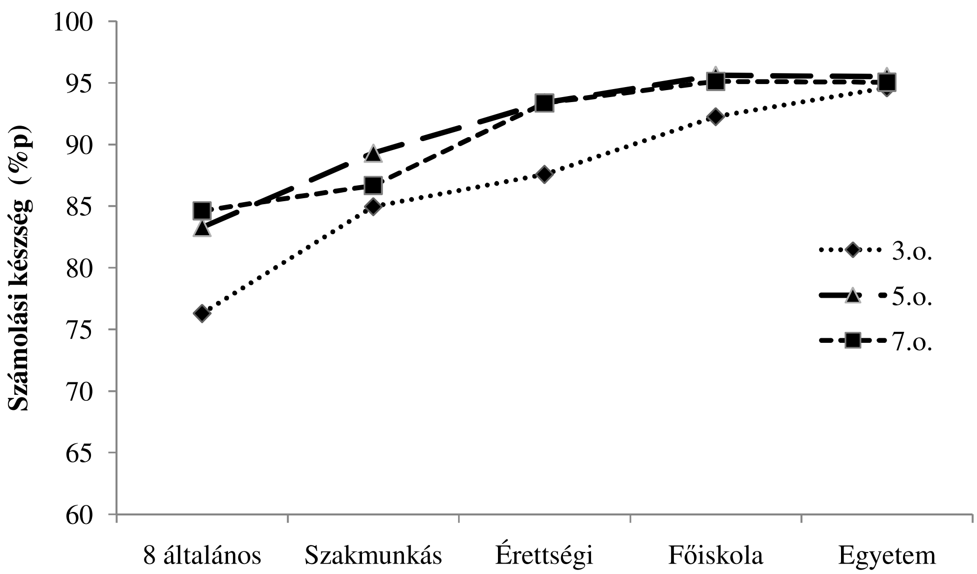
25. táblázat. Az anya iskolai végzettsége szerinti, a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségében szignifikánsan különböző részminták

Évfolyam	Szignifikánsan különböző részminták				
3	[8 általános, szakmunkás]		<		[egyetem]
5	[8 általános]		<		[egyetem]
7	[8 általános, szakmunkás]	<	[érettségi, főiskola]	<	[egyetem]

7. osztályra a különbségek látványosan megnőnek, amit a variancia-analízis eredménye is alátámaszt. Az érettségivel nem rendelkező anyák gyermekeinek

teljesítménye leszakad, szignifikánsan elkülönül. A skála másik végén, a legképzettebb, egyetemet végzett anyák gyermekei pedig jelentősebb mértékben fejlődnek, az ő eredményük is szignifikánsan különböző a korosztály többi részmintájától (F=25,943; p<0,001). A *36. ábra* görbéi alapján érdekes megfigyelni, hogy az alsó két részmintába tartozó 5. osztályos és 7. osztályos tanulók matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlettsége megegyező. Úgy tűnik, mintha felső tagozatban csupán a közép- vagy felsőfokú végzettséggel rendelkező anyák gyermekeinek matematikai szövegesfeladat-megoldó képessége fejlődne, és alacsony iskolai végzettségű szülői háttérrel a diákok teljesítménye stagnál. Az ábra vizuálisan is mutatja a „nyíló olló" társadalmi jelenséget, azaz a rosszabb szociális háttérrel rendelkezők iskolai teljesítménye egyre jobban lemarad a jó társadalmi státuszú családban élő gyermekek iskolai előrehaladásával szemben.

A matematika teljesítmény és a szülő iskolai végzettsége közötti kapcsolat további elemzéséhez, illetve a fent leírt jelenség más kognitív területeken való vizsgálatához a számolási készség eredményeit mutatom be és elemzem az anya iskolai végzettsége szerint bontott részmintákon. A *37. ábra* a számolási készség teszten nyújtott teljesítmény átlagait ábrázolja évfolyamonként, illetve az anya legmagasabb iskolai végzettsége szerinti részmintákon.



37. ábra

A számolási készség átlagok az anya iskolai végzettsége szerinti részmintákon

Az évfolyamokon belüli különbségek, illetve az anya legmagasabb iskolai végzettsége szerinti részminták az évek előre haladtával történő fejlődése más képet mutat, mint a matematikai szöveges feladatok esetében. A számolási készség esetén az évfolyamokon belüli legnagyobb különbségek a 3. osztályoknál láthatók. A leggyengébb és a legjobban teljesítő részminták átlagai között közel 20 százalékpont a különbség. Az általános iskolát végzett anyák gyermekei a számolási készség szempontjából már 3. osztályos korban leszakadnak társaiktól, részmintájuk átlaga szignifikáns különbözik a felsőfokú végzettséggel rendelkező anyák gyermekeinek eredményétől (F= 2,816; p=0,027).

Az 5. és a 7. osztályosok eredményei szinte teljes mértékben megegyeznek. Szignifikáns különbség 5. évfolyamon az általános iskolát végzett és a felsőfokú végzettséggel rendelkező anyák gyermekeinek teljesítménye között adódott (F= 3,146; p=0,015), míg a 7. osztályosnál a két alsó részminta teljesítménye szignifikánsan különböző a felső három részmintától (F=7,555; p<0,001). A részminták szignifikáns különbségeit mutató Tukey's-b utóteszt eredményeit a *26. táblázat* foglalja össze.

A felső tagozaton tanulók eredményei alapján arra következtethetünk, hogy a diákok számolási készsége ebben a korosztályban már nem fejlődik. A közép- vagy felsőfokú iskolai végzettséggel rendelkező anyák gyermekei esetében a plafon-effektus realizálható, de sajnálatos módon az érettségivel nem rendelkező anyák gyermekei esetében a fejlődés megreked 90 százalék alatt. Ezen alapkészség esetében, mely a többi alapkészséghez hasonlóan számos további készség és képesség elsajátításának, illetve az életben való sikeres boldogulásnak egyik feltétele, a felső tagozatos teljesítményt a szülők iskolai végzettsége dominálja az évfolyam változóval szemben. Fontos észrevenni, hogy a legjobban teljesítők, az egyetemet végzett anyák gyermekeinek átlaga már 3. osztályra eléri a 95 százalék körüli értéket, ami a plafon-effektus miatt az évek előre haladtával már nem tud emelkedni.

26. táblázat. Az anya iskolai végzettsége szerinti részminták közül a számolási készség alapján szignifikánsan különbözők

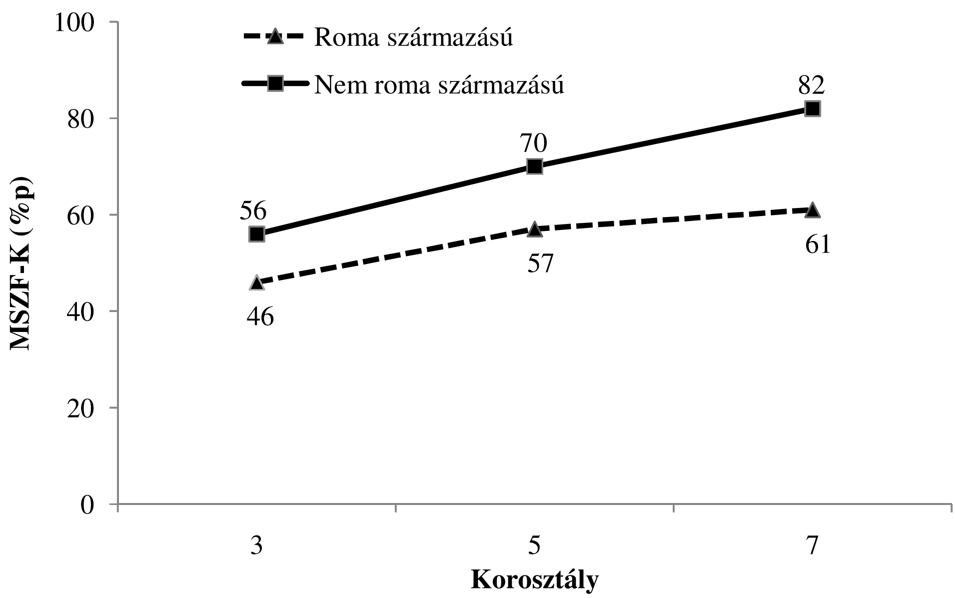
Évfolyam	Szignifikánsan különböző részminták		
3.	[8 általános]	<	[főiskola, egyetem]
5.	[8 általános]	<	[főiskola, egyetem]
7.	[8 általános, szakmunkás]	<	[érettségi, főiskola, egyetem]

Az anya legmagasabb iskolai végzettsége szerinti részminták MSZF-teszten és a számolási készség teszten nyújtott teljesítményét ábrázoló diagramok (*36.* és *37. ábra*) eltérő mintázatának alapja a két kognitív terület különböző természetéből eredeztethető. A számolási készség intenzív fejlődési időszaka alsó tagozatra tehető, a fejlődés a felső tagozatban minimális (l. *25. ábra*). Ezzel szemben a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődése 3., 5. és 5., 7. osztály között is intenzív (l. *9. ábra*).

8.3.2 Roma származás

A kulturális különbségek nehezen mérhető változók (*Fejes* és *Józsa*, 2006), amik az iskolai keretek között végzett neveléstudományi kutatások háttérváltozói közül általában hiányzanak. A vizsgálatunkban – több családi és szociális kérdés között – a roma származásra vonatkozó kérdés a tanári kérdőíven szerepelt (*3. Melléklet*). A vizsgált 1550 gyermek közül a megkérdezett pedagógusok 1392 esetben válaszoltak a gyermek roma származására vonatkozó kérdésre.

A mintában a roma tanulók aránya 47 százalék, ami az országos arányt a romák szempontjából magasan felülreprezentálja. Ennek a magas aránynak az elsődleges magyarázata a tanulásban akadályozott tanulók jelenléte a mintában. Ismert, hogy a speciális iskolákban a roma származású gyermekek aránya jóval magasabb, mint a többségi iskolákban (*Józsa* és *Fenyvesi*, 2006). A többségi részmintában ez az érték 22 százalék. A roma és nem roma származású diákok teljesítményét ábrázolja a *38. ábra.*



38. ábra

A roma és nem roma tanulók matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlődése

Mindhárom korosztályban alacsonyabb teljesítményt értek el a roma származású tanulók, mint a nem roma származásúak. Az évek előre haladtával a különbségek egyre nőnek, a két görbe a „nyíló olló" jelenségét mutatja. A 3., az 5. és a 7. osztályosok esetében is a nem roma származású tanulók az MSZF-teszten szignifikánsan jobban teljesítettek, mint a roma származású társaik. A roma és nem roma származású részmintáknak az MSZF-teszten és számolási készség teszten nyújtott teljesítményátlagait, illetve azok összevetését a *27. táblázat* mutatja be.

A 3. osztályban a különbség 10 százalékpont, ami az 5. osztályosok körében néhány százalékponttal nagyobb. Az olló 5. és 7. osztály között nyílik jelentősebben. A keresztmetszeti vizsgálat alapján azt feltételezhetjük, hogy ebben az időszakban a nem roma diákok matematikai szövegesfeladat-megoldó képessége fejlődik, teljesítményük nyolc százalékpontot javul. A roma származású részminta esetében a két korosztály teljesítménye között nincs lényeges különbség, a képesség fejlődése megáll. Az MSZF-teljesítmény szerinti szakadék a roma és nem roma származású diákok között 7. osztályra 20 százalékponttá szélesedik.

27. táblázat. A roma származás szerinti részminták matematikai teljesítményeinek összevetése

Teszt	Évf.	Roma		Nem roma		Levene		Kétmintás t/d	
		átlag	szórás	átlag	szórás	F	p	t/d	p
MSZF-K	3.	46	25	56	24	0,115	0,735	3,648	0,000
	5.	57	25	70	27	1,273	0,260	1,971	0,050
	7.	61	24	82	25	0,033	0,855	5,505	0,000
Számolási készség	3.	79	23	86	19	11,279	0,001	3,010	0,003
	5.	90	18	91	16	0,433	0,511	0,690	0,491
	7.	89	16	92	15	0,971	0,325	1,737	0,084

A számolási készség esetében a roma származású diákok mindhárom korosztályban szintén rosszabbul teljesítettek a nem roma származású társaikhoz képest. Ám a különbségek messze nem akkorák, mint a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség esetében. A különbség 3. osztályban a legnagyobb, a két részminta teljesítményátlaga közötti különbség a kétmintás t-próba szerint szignifikáns. Mint láttuk az anya legmagasabb iskolai végzettsége szerinti részminták bontásánál, a legjobban teljesítő diákok már 3. osztályra 90 százalékpont körüli eredményt értek el a számolási készség teszten. A készség fejlődése ekkor a legintenzívebb. Felső tagozatban a különbség csak 6 százalékpont, de az még mindig szignifikáns eltérést jelent.

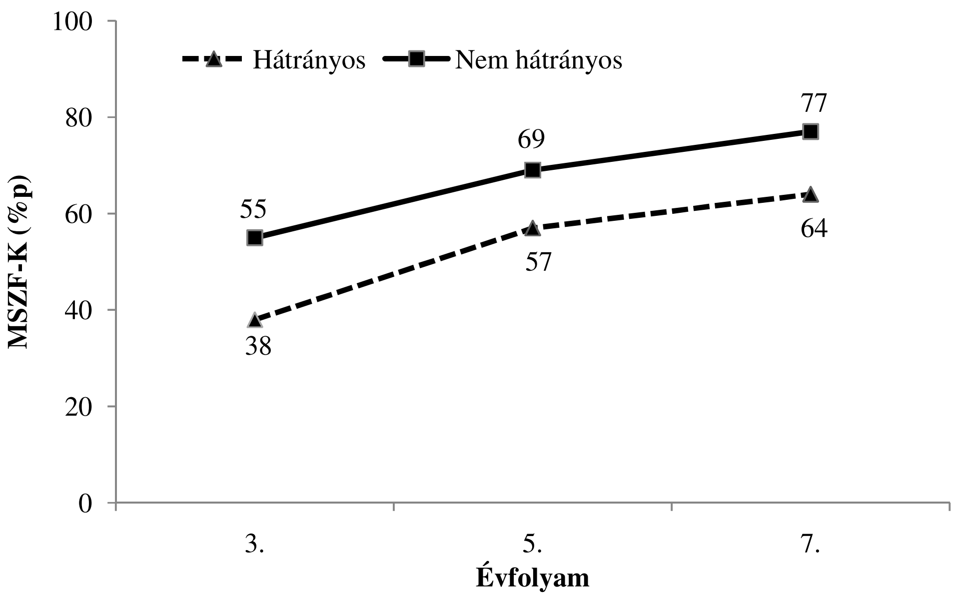
8.3.3 Hátrányos helyzet

A hátrányos helyzetet törvényi alapon a település jegyzője nyilvánítja ki azon gyermekeknek, akik olyan családban élnek, ahol az egy főre jutó havi jövedelem 35 ezer Forint alatt van. A gyermek hátrányos helyzetére vonatkozóan – a roma származáshoz hasonlóan – szintén a pedagógusok által kitöltött tanári kérdőív (*3.*

Melléklet) egyik változója szolgáltat adatokat. A megkérdezett pedagógus az 1550-ből 38 esetben nem jelölt meg választ erre a kérdésre. A gyűjtött adatok szerint 346 diák, a minta 22 százaléka hátrányos helyzetű. A hátrányos helyzetűnek minősített tanulók nagyobb része, 65 százaléka tanulásban akadályozottak gyermek.

A következőkben a többségi minta matematikai teljesítményét elemzem a hátrányos helyzet szempontjából. A *39. ábra* a hátrányos és a nem hátrányos helyzetű részminták matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlődését mutatja be évfolyamonként.

A hátrányos helyzetű tanulók mindhárom évfolyamon átlagosan alacsonyabb teljesítményt értek el a többségi társaikéhoz képest, a különbségek szignifikánsak. A két részminta átlagai közötti eltérések a három vizsgált korosztályban nagyjából azonosak, 12 és 17 százalékpont között ingadoznak.



39. ábra

A hátrányos és többségi tanulók matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlődése

A részminták MSZF-teszten elért átlagát, szórását és az eredmények összevetésére alkalmas t-próbák adatait a *28. táblázat* foglalja össze. A matematikai teljesítmény másik vizsgált mutatójaként a számolási készség teszten elért eredményt is megvizsgáltam a hátrányos helyzet szerinti részmintákon. A hátrányos helyzetű diákok a számolási készég esetében is mindhárom korosztályban szignifikánsan gyengébben teljesítettek többségi társaikhoz képest.

A tendenciák a számolási készség esetén más jellegűek, mint amit az MSZF-teszt eredményei mutattak. Itt a 3. osztályosok közötti nagy, 20 százalékpontos különbség után a felső tagozatra a hátrányos és nem hátrányos helyzetű diákcsoportok teljesítménye közelebb kerül egymáshoz, a különbség 5. osztályra csupán 6 százalékponttá redukálódik, ami megmarad 7. osztályra is. A plafon-effektus hatása tapasztalható más tempóban fejlődő csoportokra.

28. táblázat. A hátrányos helyzet szerinti részminták matematikai teljesítményeinek összevetése

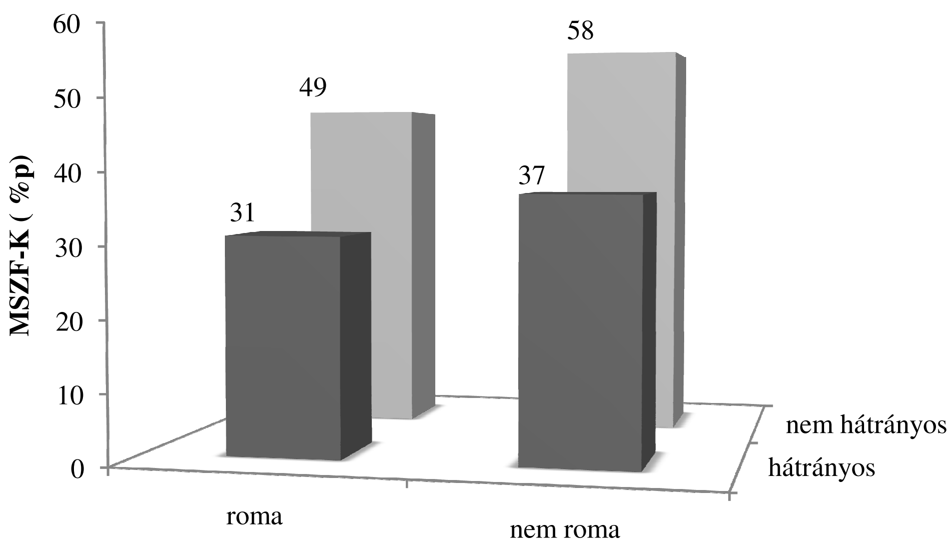
Teszt	Évf.	Hátrányos		Nem hátrányos		Levene		Kétmintás t/d	
		átlag	szórás	átlag	szórás	F	p	t/d	p
MSZF-K	3.	38	28	55	24	3,231	0,073	4,478	0,000
	5.	57	27	69	25	0,311	0,577	3,601	0,000
	7.	64	26	77	24	0,194	0,660	4,281	0,000
Számolási készség	3.	68	27	86	17	22,901	0,000	4,636	0,000
	5.	85	22	91	15	9,921	0,002	2,309	0,023
	7.	86	18	92	13	11,150	0,001	3,022	0,003

Arra következtethetünk, hogy a hátrányos helyzetű gyermekek esetében a számolási készség tekintetében a fejlődés megtörténik, csak több éves megkésettséggel. Azt az intenzív fejlődési szakaszt, amin a többségi diákok feltehetően már 3. osztály előtt átesnek, a hátrányos helyzetű diákok a 3. és 5. osztály között érik el. Halmozódó problémát a számolási készség eszköztudás természete jelent. Az alsó tagozat utolsó éveinek matematika tananyaga, de számos más tantárgyi tartalom is, épít a számolási készség elvárt fejlettségi szintjére, annak nem megfelelő fejlettsége a további tananyag sikeres elsajátítását gátolhatja.

8.3.4 A hátrányos helyzet és a roma származás

Az előzőekben bemutatott, a roma származás és a hátrányos helyzet szerinti elemzések több ponton hasonló képet mutatnak. Ezek az eredmények, illetve az a társadalmi jelenség, mely szerint a tanulók körében a roma származás, és a hátrányos helyzet nagy metszettel átfedő fogalmak (*Bernáth*, *Kereszty*, *Perlusz*, *Szórádi* és *Torda*, 2008; *Erős* és *Kende*, 2008; *Gerő*, *Csanádi* és *Ladányi*, 2006) inspirálták annak vizsgálatát, hogy a két változó közül melyik a domináns, a kettő közül melyik határozza meg markánsabban az iskolai teljesítményt. A 8.3.2 és a 8.3.3 fejezetekben az rajzolódott ki, hogy a roma származás és a hátrányos helyzet is határozottan negatívan befolyásolja egy iskolához köthető kognitív készség vagy képesség fejlődését, egy iskolai teszten mérhető teljesítményt. A kérdés tehát, hogy a roma származásnak, vagy a hátrányos helyzetnek van nagyobb szerepe a lemaradásban.

Elsőként a roma származás és a hátrányos helyzet változók szerint alkotott négy részmintát választom külön és vizsgálom a négy részminta matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejelettségét. A *40. ábra* a 3. osztályos tanulók négy csoportjának matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlettségét szemlélteti. A 3. évfolyam eredményeiből kirajzolódik, hogy mindkét változó felelős a rosszabb teljesítményért. A nem hátrányos helyzetű tanulók és a hátrányos helyzetű tanulók csoportjára is igaz, hogy a roma származásúak gyengébben teljesítenek. A másik sík mentén szemlélve az ábrát, ugyanez a jelenség látható: úgy a roma, mint a nem roma származású tanulók között a hátrányos helyzet a teljesítményben negatívumként jelenik meg. A 3. osztályosok eredményei alapján úgy tűnik, mindkét változó felelős a gyengébb teljesítményért és a két változó negatív hatása kumulálható, azaz a roma származású és hátrányos helyzetű gyermekek teljesítménye a leggyengébb.

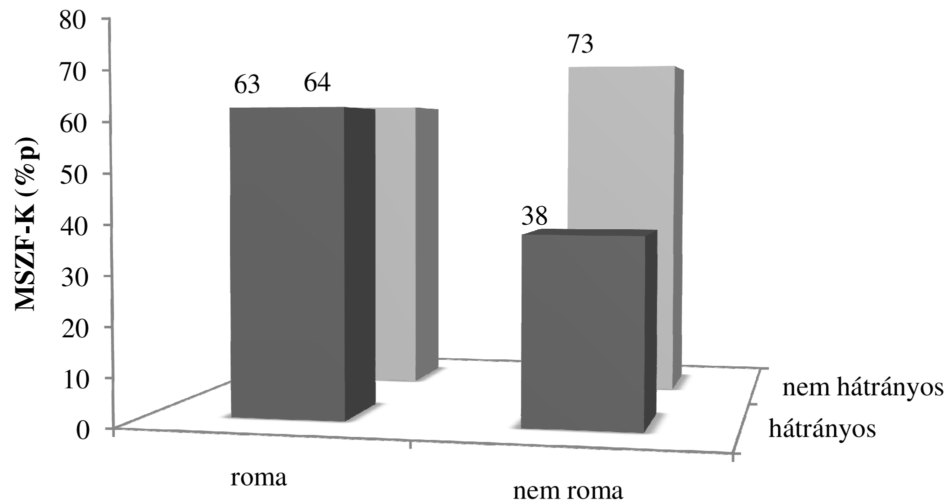


40. ábra

A hátrányos helyzet és a roma származás szerinti részminták matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlettsége a 3. évfolyamon

A felsőbb évfolyamokon a roma származás és a hátrányos helyzet szerinti részminták MSZF-teszten elért eredményeit bemutató diagramok meglepően más képet mutatnak. Az 5. évfolyam eredményeit a *41. ábra*, a 7. évfolyam részmintáinak átlagát a *42. ábra* szemlélteti.

Szembetűnő a *41. ábrán*, hogy a roma származású szelet két részmintájának teljesítménye lényegében azonos. Valós különbség a nem roma származású hátrányos és nem hátrányos helyzetűek között adódik. Nem vehető észre a 3. osztályosoknál tapasztalt kumulálódó hátrány, éppen ellenkezőleg, a hátrányos helyzetű gyermekek közül sokkal jobb a roma származású részminta teljesítménye. Míg a roma származású szeletnél a hátrányos helyzetnek nincs a teljesítményre hatása, addig a nem roma származású szelet esetében óriási a különbség a hátrányos a nem hátrányos helyzetű diákok teljesítménye között.

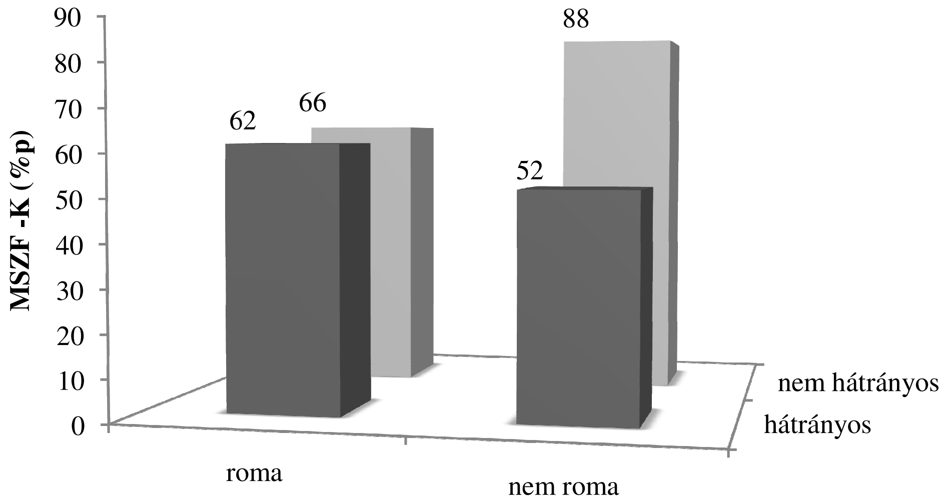


41. ábra
A hátrányos helyzet és a roma származás szerinti részminták matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlettsége az 5. évfolyamon

Ezen nem várt jelenségnek oka lehet, ha a roma származású gyermeket könnyebben minősítik hátrányos helyzetűvé. A hátrányos helyzetben lévő családok esetében a gyermek iskolai teljesítményét tekintve a roma származás furcsa módon előnyt jelent.

A roma kisebbség kulturális szokásai és szociális helyzete alapján elképzelhető, hogy relatíve jobb életkörülményű a hátrányosnak minősített gyermek, mint a hasonló helyzetben lévő nem roma társa. Elképzelhető, hogy a nem roma származású hátrányos helyzetű gyermek családja társadalmi, etnikai közösséghez nem tartozik, ezáltal jobban a társadalom perifériájára szorul.

A 7. osztályos korosztály esetében a roma származás és a hátrányos helyzet szempontjából osztott részminták matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlettségét bemutató diagram esetében hasonló a kép, mint az 5. osztályosoknál. Magasan a legjobb teljesítményt a nem roma származású és nem hátrányos helyzetű diákok mutatják, náluk gyengébb eredményt produkáltak a roma gyermekek, akik között a hátrányos helyzetűnek való minősítés nem eredményezett az MSZF-teljesítményükben szignifikáns különbséget.



42. ábra

A hátrányos helyzet és a roma származás szerinti részminták matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlettsége a 7. évfolyamon

Leggyengébben a nem roma származású és hátrányos helyzetű diákok teljesítettek. Az ő MSZF-eredményük 7. osztályos korukra (52 %p) sem éri el azt a szintet, amit a nem hátrányos helyzetű társait 3. osztályos korukban teljesítenek (58 %p). Tehát a nem roma származású diákoknál a hátrányos helyzet iskolai teljesítményre való befolyása jelentős. A vizsgált kognitív területen a lemaradásuk években kifejezve több, mint négy év.

A következőkben két-szempontos variancia-analízissel vizsgálom azt, hogy a roma származást és a hátrányos helyzetet leíró változók függvényében hogyan módosul az MSZF-teszt összpontszáma. A *29. táblázat* a 3. osztályos mintán elvégzett kétszempontos varianciaanalízis eredményeit mutatja be.

29. táblázat. *A roma származás és a hátrányos helyzet változók hatása a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére a 3. osztályosok esetében*

Hatások	Önálló magyarázóerő (%)	Parciális magyarázóerő (%)	Szign.
Roma	4	16	0,000
Hátrányos	9	28	0,000
Interakció	-	-	0,721
Teljes magyarázóerő (η^2):	12 %		

Az interakció nem szignifikáns, ami azt jelenti, hogy a két változó egymástól független hatásként befolyásolja a vizsgált MSZF-teljesítményt. A parciális magyarázóerők közül a hátrányos helyzet változóé nagyobb, 28 százalék, míg a roma származás változó magyarázóereje 16 százalék. A modell teljes magyarázóereje 12 százalék.

Az 5. és a 7. évfolyamra vonatkozóan a roma származás és a hátrányos helyzet mint független változók és a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség mint függő változók bevonásával felállított kétszempontos variancia modell adatait a *30. táblázat* és a *31. táblázat* mutatja be. Mint ahogy azt a *41.* ás a *42. ábrák* sejtették, az 5. és a 7. évfolyamon a két változó hatása befolyásolja egymást, amit a kétszempontos variancia-analízis az interakció szignifikanciájával jelez.

Az interferencia azt jelenti, hogy a két változó tehát nem független egymástól, és emiatt a függő változóra való hatásukat csak az általuk kifeszített kétdimenziós tér 2x2-es modelljében érdemes értelmeznünk. A *41.* és a *42.* ábrák épp e 2x2-es térben mutatják be az átlagokat.

30. táblázat. A roma származás és a hátrányos helyzet változók hatása a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére az 5. osztályosok esetében

Hatások	Önálló magyarázóerő	Parciális magyarázóerő	Szign.
Roma	2	8	0,036
Hátrányos	3	14	0,028
Interakció	-	-	0,000
Teljes magyarázóerő (η^2): 8 %			

A parciális magyarázóerőket áttekintve látható, hogy az 5. és a 7. osztályos korosztályban is a hátrányos helyzet változó parciális magyarázóereje magasabb, mint a roma származást leíró változóé. Tudjuk, hogy a nem roma származású mintán a hátrányos helyzet nagyon nagy lemaradást eredményez, ami érthetővé teszi a hátrányos helyzet magas magyarázóerejét.

A kétszempontos variancia-analízis becslést ad arra, hogy a független változók a függő változó varianciájából mekkora részt magyaráznának egy olyan regressziós modellben, ahol független változóként ketten szerepelnek. A *29. táblázatban*, a *30. táblázatban* és a *31. táblázatban* ezeket az értékeket az önálló magyarázóerő oszlopban tüntettem fel.

31. táblázat. A roma származás és a hátrányos helyzet változók hatása a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére a 7. osztályosok esetében

Hatások	Önálló magyarázóerő	Parciális magyarázóerő	Szign.
Roma	11	24	0,000
Hátrányos	14	31	0,000
Interakció	-	-	0,000
Teljes magyarázóerő (η^2): 26 %			

Míg a parciális magyarázóerő esetében a másik változó hatását kontroll alatt tartjuk, addig az önálló magyarázóerőnél a befolyás nincs kiküszöbölve. Mindhárom évfolyamon mindkét változó esetében azt figyelhetjük meg, hogy a parciális magyarázóerő nagyobb, mint az önálló. Ez azt jelenti, hogy a változó magyarázóereje a másik változó hatásának kiszűrésével minden esetben nő.

8.3.5 Nemek közötti különbségek

A vizsgált többségi mintában a nemek eloszlása egyenletes. A 3. évfolyamon a fiúk aránya 52 százalék, az 5. osztályosok között 54 százalék, a 7. osztályos tanulók között 48 százaléka a fiúk aránya. A következőkben azt vizsgálom, hogy a nemek szerint van-e különbség a mért matematikai teljesítményben. Elsőként az MSZF-teszten mért eredményeket hasonlítom össze, melyekhez az adatokat a *32. táblázat* szolgáltatja.

Az alsó két évfolyamon az MSZF-teszten a fiúk teljesítettek jobban. Igaz, ez a különbség kismértékű, nem szignifikáns. 7. osztályra a lányok mutatkoznak ügyesebbnek, bár az ő előnyük sem szignifikáns, tehát lehet, hogy csak a véletlen műve. A fiúk 3. és 5. osztályban megjelenő jobb teljesítményükben – a véletlen mellett – szerepe lehet a fiúkra ebben a életkorban jellemző pozitívabb matematika attitűdnek (fiúk átlaga: 4,22; lányok átlaga 3,85), illetve általában a komplexebb matematika feladatok megoldásában való sikeresebb teljesítményüknek.

32. táblázat. Nemek szerinti különbségek a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségében évfolyamonként

Részminta		Átlag	Szórás	Levene		Kétmintás / d	
Évf.	Nem			F	p	t/d	p
3.	fiú	49	26	0,037	0,842	,976	0,335
	lány	44	26				
5.	fiú	62	26	0,514	0,475	1,163	0,241
	lány	57	24				
7.	fiú	64	25	,043	0,833	-,558	0,570
	lány	68	25				

A számolási készség teszten a különbségek mindhárom évfolyam esetében eltűnnek (*Csapó*, 2002). A számolási készségre vonatkozó adatok a *33. táblázatban* tekinthetők meg.

33. táblázat. Nemek szerinti különbségek az számolási készség teljesítményben évfolyamonként

Részminta		Átlag	Szórás	Levene		Kétmintás / d	
Évf.	Nem			F	p	t/d	p
3.	fiú	78	24	0,010	0,920	-0,072	0,931
	lány	78	23				
5.	fiú	87	21	0,046	0,831	-0,061	0,959
	lány	87	20				
7.	fiú	89	9	0,078	0,781	-0,436	0,660
	lány	90	14				

8.3.6 Matematika osztályzat

A matematika osztályzat az együttműködő pedagógusok segítségével került felvételre. A 3. osztályos részmintáról nem áll rendelkezésre matematika osztályzat, hiszen ebben a korosztályban – törvényi szabályozás szerint – még nem kaptak a gyermekek érdemjegyeket, és sem félévkor, sem évvégén nem fejezték ki a teljesítményüket számszerű értékletben. A matematika jegy leíró statisztikai mutatóit nem mutatom be, hiszen ezek nem a vizsgálat keretében született eredmények, szubjektív értékek, különféle skálán, különféle teljesítmény minősítésére születtek. Épp ezért a következőkben a matematika jegy és a vizsgálatban mért matematikai teljesítmény összefüggéseinek eredményei csak óvatosan értelmezhetők. Nem csupán a vizsgálatban felvett matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség és a számolási készség természetéről hordoznak információt. Tekinthetjük ezeket a változókat egy objektív, egységes tartalmat, egységes skálán mérő mutatóknak, melyekhez a iskolai érdemjegyek alakulása viszonyítható.

Elsőként a korrelációs együtthatókkal kifejezve vizsgálom a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség és a számolási készség összefüggését a matematika érdemjeggyel. Ezen korrelációs együtthatókat tartalmazza a *34. táblázat*.

34. táblázat. A matematika osztályzat korrelációi a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel és a számolási készséggel korosztályonként

Korrelációk	Évfolyam	
	5.	7.
MSZF-K	0,359	0,398
Számolási készség	0,410	0,385

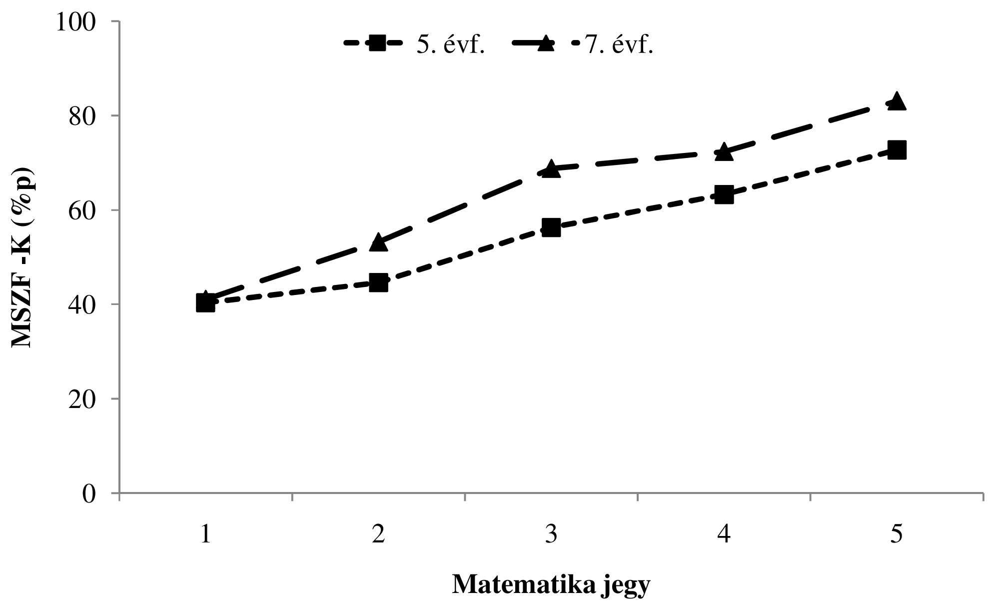
Minden érték 0,01 szinten szignifikáns.

A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség és a matematika érdemjegy korrelációja mérsékelt, közepes erősségű. Elképzelhető, hogy a matematika osztályzat dominánsan a mindenkori tananyaghoz kapcsolódó teljesítményt tükrözi, illetve ezen teljesítménynek a pedagógus által történő szubjektív értékelését. A közepes korrelációk emellett magyarázhatók az iskolai érdemjegyeknek a már említett nem objektív tulajdonságával. Tudjuk, hogy az iskolák közötti szelekció igen nagy (*Csapó*, 2003a), amihez feltehetően az osztályozás is igazodik. Egyes iskolákban, egyes osztályokban teljesen más tartalma lehet az osztályzatoknak. Ez egyik iskolában matematikából jó vagy jeles diák elképzelhető, hogy egy másik iskolában megbukna. A vizsgált minta heterogenitása emiatt feltehetően gyengíti a korrelációs összefüggéseket.

A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség és a matematika jegy korrelációja 7. osztályban magasabb, mint az 5. évfolyamon. Ennek oka lehet az – a már többször említett – tény, hogy a felsőbb évfolyamok matematika tanterveiben a szöveges feladatok egyre nagyobb szerepet kapnak, és ezáltal az értékeléskor is fontossá válhatnak.

A számolási készségnek a matematika osztályzattal való összefüggése az életkor előre haladtával érthető módon csökken, hiszen az matematika tantárgynak egyre kevésbé direkt célja a számolási készség fejlesztése és ebből fakadóan a mérése, értékelése sem meghatározó az érteklet alakításában.

A korrelációs együtthatók után az összefüggés vizsgálatát az érdemjegy szerint részminták MSZF-teszten nyújtott teljesítményének vizsgálatával folytatom. A *43. ábra* az 5. és a 7. évfolyam esetében mutatja be a matematika osztályzat szerint részminták MSZF-átlagát. A két részminta teljesítményét természetesen nem indokolt összekötni, de ennek tudatában azért alkalmaztam mégis a görbével történő ábrázolást, mert a görbék segítik az azonos évfolyamhoz tartozó értékek azonosítását, a tendenciák követését. A pontok összekötése előtt kiemelném, hogy az x-tengely nem intervallumskálát reprezentál, ebből kifolyólag a görbék torzulhatnak. Az adatpontokat csupán a vizuális feldolgozás támogatása céljából kötöm össze.



43. ábra

A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettsége a matematika jegy függvényében

Mindkét évfolyam esetében a görbék szigorúan monoton növekedést mutatnak. Emellett szembetűnő, hogy az 5. és a 7. osztályban matematikából elégtelennel értékelt diákok matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlettsége lényegében azonos. Ez sarkítva azt jelenti, hogy azok a diákok, akik 7. osztályban megbuknak, megbukhattak volna 5. osztályban is, hiszen a mért matematika teljesítményük nem különbözik.

A másik szembetűnő jelenség a diagramon, hogy a két görbe párhuzamosan és igen közel halad egymáshoz. Egyik osztályzatnál sem látszik a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességben nagy különbség a két korosztály között. A két görbe emelkedése épp annyit jelent, hogy a két évfolyam képességfejlettségében egy osztályzatnyi legyen a különbség. Azt láthatjuk, hogy például az 5. osztályosok közül a matematikából hármas és a 7. osztályosok közül a kettes tanulók ugyanazon a fejlettségi szinten vannak a matematikai szöveges feladatok megoldása terén. A *35. táblázat* az 7. osztályosok egyes részmintájához a náluk eggyel jobb matematika érdemjeggyel rendelkező 5. osztályosok MSZF-teszten elért eredményét hasonlítja.

35. táblázat. Az 5. és a 7. évfolyam egy osztályzatértékben különböző részcsoportjai matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének összehasonlítása

Részminta			Átlag	Levene		Kétmintás / d	
Évf.	M.jegy	N		F	p	t/d	p
5.	3	61	56	2,418	0,123	-0,665	0,508
7.	2	61	53				
5.	4	56	63	0,249	0,618	0,581	0,115
7.	3	60	68				
5.	5	42	72	1,626	0,206	-0,068	0,946
7.	4	40	72				

A elvégzett kétmintás t-próbák eredménye azt mutatja, hogy az összehasonlított részminták teljesítménye között nincs szignifikáns különbség. A mért kognitív területen egy osztályzat két évnyi fejlettségbeli különbséget jelent.

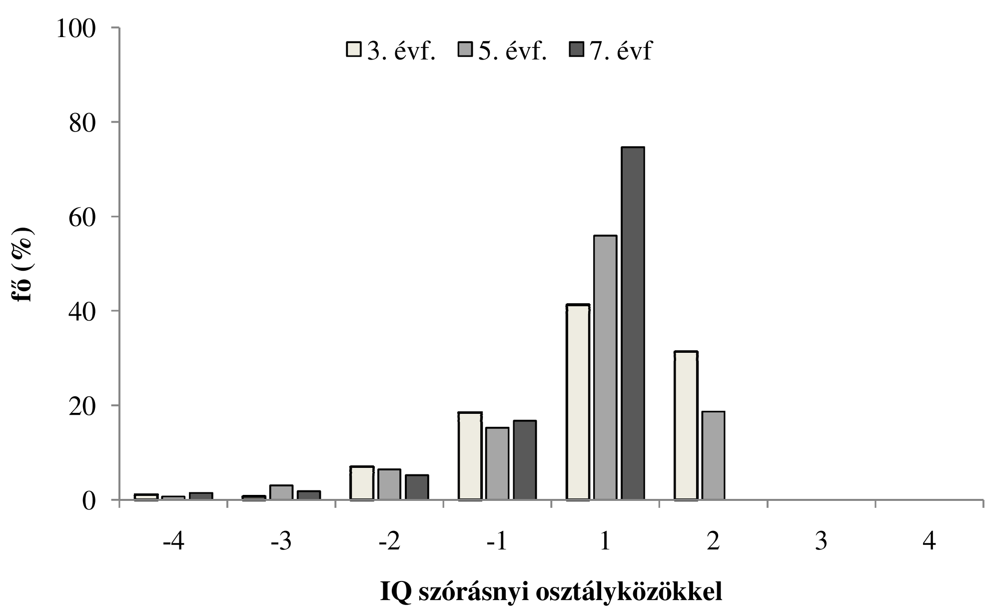
36. táblázat. A matematika érdemjegy szerinti, a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségükben szignifikánsan különböző részminták évfolyamonként

Évfolyam	Szignifikánsan különböző részminták		
5.	[1, 2]	<	[5]
7.	[1, 2]	<	[3, 4, 5]

Az osztályzat szerinti részminták teljesítményét variancia-analízissel hasonlítottam össze. Az egymástól szignifikánsan különböző részmintákat a *36. táblázat* foglalja össze. Az 5. osztályosok körében az egyes, kettes érdemjeggyel minősített diákok matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlettsége különbözik szignifikánsan a jeles tanulókétól. 7. évfolyamra a különbségek markánsabbá válnak. Az MSZF-teszten nyújtott teljesítményükben szignifikáns különbség választja el a matematikából közepes, jó, vagy jeles diákokat az elégséges vagy elégtelen minősítést kapó társaikétól.

8.3.7 Intelligencia hányados

A vizsgálatban a tanulók intelligencia hányadosa Raven-teszttel került felvételre. Az eredményeket a többségi diákok által évfolyamonként sztenderdizáltam (100, 15) normáleloszlásra. Így minden évfolyamon a többségi diákok átlaga 100 pont, a szórás pedig 15 lett. A felvett teszten a felsőbb éves többségi diákoknál a nyerspontszámokon megfigyelhető a plafon-effektus, ezért a sztenderdizációval kapott új változó nagyban torzítja az adatokat. A három évfolyam többségi diákjainak IQ eloszlása látható az *44. ábrán*.



44. ábra

Az IQ (100,15) sztenderdizált változó eloszlása szórásnyi osztályközökön

Látható, hogy erősen jobbra eltolódott eloszlásról van szó. De a plafon-effektust a sztenderdizáció úgy kezeli, hogy a szórás szerinti osztályközök közül az alacsonyabb értékek felé tolja a mintát. A minta átlaga a nyers változón magas volt, így a legjobb – akár 100 százalékosan teljesítő – diákok sem tudnak a sztenderdizált skálán annak 100 pontos átlagától felfelé elkülönülni. A 3. és az 5. osztályosoknál az átlagtól jobbra 3 és 4 szórásnyira, a hetedikes korosztályban már a jobbra 2 szórásnyira lévő osztályközök is üresek. Ez a hetedikesek esetében azt jelentené, hogy a mintában nincs olyan diák, akinek az IQ-ja 115 felett lenne. Ez feltehetően téves, de mindenképpen félrevezető adat, már csak azért is, mert ebből a korosztályból 40 diák maximális pontszámmal teljesítette a tesztet. Az ő intelligencia-hányadosukra a mérés nem tud becslést adni.

A sztenderdizált változó félrevezető volta miatt a továbbiakban az IQ teljesítmény százalékospontos kifejezésével végzem az elemzéseket. A plafon-effektus az eredmények általánosíthatóságát gyengíti, de a félrevezető eredmények így kiküszöbölhetők. A százalékpontos IQ változónak a 3. osztályos tanulók körében az átlag értéke már 82 százalékpont,, szórása 16 százalékpont. 5. osztályra az átlag két százalékpontot emelkedik, így 84 százalékpont lesz, a szórás 16 százalékpont marad. A plafon-effektus hatás miatt az átlag 7. osztályra sem tud jelentősen változni, ezen a részmintán az átlag 87 százalékpont, a szórás 15 százalékpont. A 35 itemes Raven-teszt reliabilitása 3. és 5. évfolyamon 0,89, 7. évfolyamon 0,91.

Az IQ és a matematikai teljesítmény összefüggései közül elsőként a korrelációs együtthatókat mutatom be. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség, valamint a számolási készség teszten elért eredmények intelligencia hányadossal való korrelációi láthatók a *37. táblázatban*.

37. táblázat. Az IQ korrelációi matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel és a számolási készséggel korosztályonként

Korrelációk	Évfolyam		
	3.	5.	7.
MSZF-K	0,415	0,459	0,531
Számolási készség	0,525	0,433	0,519

Minden érték 0,001 szinten szignifikáns.

A plafon-effektus ellenére a korrelációs együtthatók közepesen erősnek mondhatók. Érdekes megfigyelni, hogy a 3. évfolyamon az IQ-nak a számolási készséggel való összefüggése erősebb, mint a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel. Az 5. és a 7. osztályosoknál ez a reláció megváltozik, a két korreláció szignifikánsan már nem különbözik. Ez magyarázható lehet azzal, hogy alsó tagozatban a számolási feladatokon nagyobb hangsúly van. A felsőbb évfolyamokon a jobb általános értelmi képességgel rendelkező diákok előnye teret kaphat a komplexebb szöveges feladatok megoldásában.

A következőkben az IQ változó mentén bontott részminták matematikai szövegesfeladat-megoldó képességfejlettségének összehasonlításával kívánom az intelligencia és a matematika szöveges feladatok megoldásának további összefüggéseit feltárni. Az eddigi elemzéseimben alkalmazott osztályközökre bontás ez esetben nem jól funkcionál, mert a minta eloszlásának jobbra tolódása miatt az alsóbb osztályközök elemszáma nem lenne elegendő az összehasonlító elemzésekhez elvégzéséhez. Az osztályközök helyett a kvartilisekre bontás módszerét választottam. A *38. táblázat* közli évfolyamonként a három kvartilis értékét.

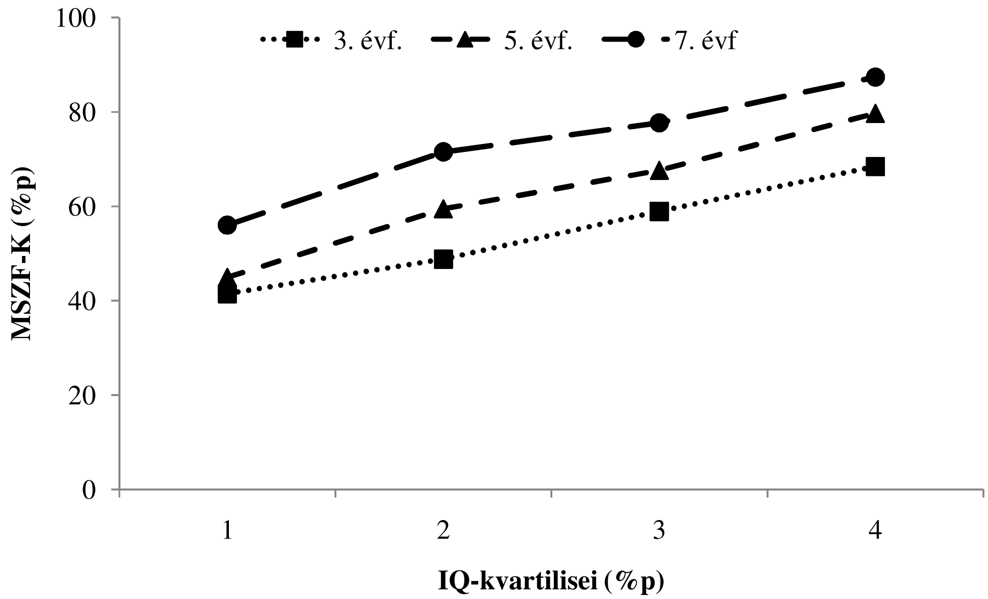
Az eloszlások jobbra tolódottsága a kvartilisek értékein is megmutatkozik. A legkisebbeknél a normaorientált értékelés szerint közepes intelligencia-hányadossal rendelkező diákok is 85-86 százalékpont körül teljesítettek. Látható, hogy az egyre idősebb évfolyamokban a kvartilisek egyre magasabb értékeket vesznek fel. A 7. évfolyamosok felső 25 százaléka hibátlanra, vagy épp csak egy-két százalékpontos tévesztéssel teljesítette a tesztet.

38. táblázat. Az IQ %p változóból képzett kvartilisek határai korosztályonként

Kvartilisek	Évfolyam		
	3.	5.	7.
$Q_{1/4}$	74,29	77,14	82,86
$Q_{1/2}$	85,71	88,57	91,43
$Q_{3/4}$	94,28	94,29	97,14

Az IQ-kvartilisek évfolyamonkénti matematikai szövegesfeladat-megoldó képességfejlődését a *45. ábra* szemlélteti. A pontok összekötése kutatásmódszertani szempontból kétes, de a görbék alkalmazása segíthet az egy évfolyamként összetartozó értékek kezelésében, a tendenciák azonosításában.

A görbék szinte azonosak, ami az intelligenciának az életkori normaorientált rendszerén túl, az egyén szintjén megjelenő viszonylag állandó értékére utal. A korosztályukhoz képest azonos intelligencia-hányadossal rendelkező, különböző évfolyamra járó diákok teljesítménykülönbségei szinte azonosak. Azaz a 2. kvartilisbe tartozó 3., 5. és 7. osztályos tanulók MSZF-teljesítményének aránya szinte teljes mértékben azonos a 3. vagy a 4. kvartilis évfolyamonkénti részmintáinak teljesítményarányaival.



45. ábra

A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettsége az IQ függvényében a 3., 5. és a 7. osztályos korosztályban

Ez arra enged következtetni, hogy az IQ egy stabilnak mondható egyéni tulajdonság, aminek az matematikai szövegesfeladat-megoldó képességre való hatása számottevően nem változik az évek folyamán.

8.3.8 A háttérváltozók szerep

A következőkben az eddig vizsgált háttérváltozók együttes vizsgálatára vállalkozom. A háttérváltozók együtt történő elemzésével célom annak feltárása, hogy a matematikai teljesítményre, azon belül is a matematikai szöveges feladatok sikeres megoldására mely változók vannak a legnagyobb hatással, a vizsgált háttérváltozók hatása hogyan viszonyul egymáshoz. A hatások vizsgálatához regresszió-analízist alkalmazok, az elemzéseket továbbra is a többségi részmintán végzem évfolyamonként.

Elsőként a gyermek szempontjából adott, általa nem változtatható háttérváltozóknak a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére gyakorolt hatását elemzem (1. modell). Az eddig vizsgált háttérváltozók közül ebbe a csoportba sorolom a roma származást, az anya legmagasabb iskolai végzettségét, a hátrányos helyzetet és a nem változót. A 8.3.5 fejezetben bemutatott eredmények szerint az MSZF-teljesítményben nincsenek szignifikáns különbségek a nem szerint, ezért ezt a változót a továbbiakban nem vizsgálom. A *39. táblázat* – a nem kivételével – a fent felsorolt háttérváltozók mint független változók és a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség mint függő változó bevonásával felállított, a 3. osztályosok mintáján elvégzett regressziós modell eredményeit mutatja be.

39. táblázat. A nem, az anya iskolai végzettsége, a hátrányos helyzet és a roma származás magyarázóereje a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére a 3. évfolyamon (F=5,869, p<0,001)

Független változók	r	β	Magyarázóerő (%)	Szign. szint
Anya iskolai végzetsége	0,359	0,283	10	0,010
Hátrányos helyzet	-0,341	-0,168	6	0,046
Roma származás	-0,119	-0,132	2	0,068
R^2 =			19	

A bevont független változók közül két változónak, az anya legmagasabb iskolai végzettségének, és a hátrányos helyzetnek van szignifikáns magyarázóereje. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség teljes varianciájának a modell által magyarázott hányada 19 százalék. Ennek több mint felét az anya legmagasabb iskolai végzettsége magyarázza.

40. táblázat. A nem, az anya iskolai végzettsége, a hátrányos helyzet és a roma származás magyarázóereje a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére az 5. évfolyamon (F=3,472, p<0,05)

Független változók	r	β	Magyarázóerő (%)	Szign. szint
Anya iskolai végzetsége	0,245	0,244	6	0,018
Hátrányos helyzet	-0,156	-0,385	6	0,009
Roma származás	-0,273	-0,220	6	0,005
R^2 =			18	

A *40. táblázat* által bemutatott, az 5. évfolyamra vonatkozó adatok alapján látható, hogy elkezdődik a független változók hatáserősségének átrendeződése. A nem változónak továbbra sincs magyarázóereje, de a roma származás szignifikáns hatássá válik. Az anya legmagasabb iskolai végzettségének befolyása csökken. A három szignifikáns magyarázóerővel bíró változó a 18 százaléknyi teljes megmagyarázott varianciát harmadolva osztják.

A 7. évfolyamon az 5. osztályosok körében tapasztalt, a független változók hatásváltozásának tendenciája tovább folytatódik. A vonatkozó adatokat a *41. táblázat* közli. A nem változónak a 3. és az 5. osztályosok körében mérthez hasonlóan továbbra sincs hatása a teljesítményre. De ezen kívül nincs több hasonlóság, a többi független változó magyarázóereje gyökeresen megváltozott.

41. táblázat. A nem, az anya iskolai végzettsége, a hátrányos helyzet és a roma származás magyarázóereje a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére a 7. évfolyamon (F=6,147, p<0,001)

Független változók	r	β	Magyarázóerő (%)	Szign. szint
Nem	0,057	0,134	1	0,439
Anya iskolai végzetsége	0,113	0,246	3	0,043
Hátrányos helyzet	-0,198	-0,555	11	0,000
Roma származás	-0,317	-0,157	5	0,008
R^2 =			20	

Az anya legmagasabb iskolai végzettsége helyett a hátrányos helyzet változó veszi át a domináns szerepet. A teljes megmagyarázott variancia több mint felét a hátrányos helyzet magyarázza, aminek az alsóbb évfolyamokban nem volt meghatározó szerepe.

A felsőbb évfolyamokban a hátrányos helyzet mellett a roma származás teljesítményre gyakorolt hatása is nőtt. A 3. osztályosoknál csupán 2 százalékban magyarázta az MSZF-teszten való sikerességet, ez az érték az 5. évfolyamon duplájára nőtt, és a roma származás a 7. osztályosok eredményeit is 5 százalékban magyarázza.

A következőkben az eddigi független változókat további kognitív változókkal és a matematikai énképet leíró változóval bővítem ki, vizsgálom regresszió-analízissel (2. modell). A felvett kognitív változók közül a dolgozatban elemzett területeket vonom be a független változók közé: szóolvasás, szövegértés, számolási készség, IQ. Korábban, a 7.5.2 fejezetben a bevont kognitív változókat független változókként szerepeltetve évfolyamonként részletesen vizsgáltam a hatásrendszerüket, az 1. modellben pedig a háttérváltozók MSZF-teljesítmény varianciájára gyakorolt magyarázóerejüket elemeztem.

A redundancia elkerülése céljából a 2. modell esetében csak az egyes évfolyamokra vonatkozó regresszió-analízisek adatainak csupán a tendencia jellegű eredményeinek elemzésére vállalkozom. Ennek megfelelően a *42. táblázat* a három évfolyamon külön-külön elvégzett regresszió-analízisekben kapott magyarázóerők összegzését adja.

42. táblázat. A 2. modellben vizsgált háttérváltozók magyarázóereje a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességre (3.o.: F=9,622, p<0,001; 5.o.: F=18,244, p<0,001; 7.o.: F=35,966, p<0,001)

Független változók	Magyarázóerők (%)		
	3. évf.	5. évf.	7. évf.
Anya iskolai végzetsége	10	6	3
Hátrányos helyzet	4	6	12
Roma származás	1 (ns)	5	7
M. énkép	3	5	8
IQ	7	9	12
Szóolvasás	8	4	2 (ns)
Szövegértés	15	14	14
Számolás	22	17	10
R^2 =	70 %	66 %	66 %

Minden magyarázóerő p<0,05 szinten szignifikáns.

A 2. modell magyarázóereje mindhárom évfolyamon igen magas, 70 és 66 százalékos. A családra vonatkozó, a gyermek szempontjából rajta kívül álló, általa nem befolyásolható hatások, az anya legmagasabb iskolai végzettsége, a család hátrányos helyzete, illetve a roma származás magyarázóereje az évek előre haladtával egyre nagyobb, az együttes magyarázóerejük 3. osztályban 15 százalék, az 5. osztályosok körében 17 százalék, és 7. osztályra 22 százalékossá nő.

A matematikai énkép hatása egyre markánsabb. Jóllehet, a 3. osztályosoknál éppen a szignifikancia határán a hatás mértéke csupán 3 százalék, a legidősebb korosztálynál a magyarázóerő 8 százalékra duzzad.

Az intelligencia MSZF-teljesítményre való befolyása is növekvő tendenciát mutat. Az alsóbb korosztályoknál a kognitív változók közül a készség tesztek – azon belül is a szövegértés és a számolás – magyarázóereje lényegesen magasabb az IQ által magyarázott résznél. 7. évfolyamon az IQ, a szövegértés és a számolás hatásai kiegyenlítődnek, az intelligencia szerepe megnő.

A szóolvasásnak, a szövegértésnek, a számolási készségnek sz MSZF-teszt összpontszámára gyakorolt együttes hatását a 7.5.2 fejezetben részletesen tárgyalom. A három kognitív készség magyarázóereinek egymást közti hatása a 6.5.2 fejezetben bemutatottakhoz képest lényegesen nem változott. A korábbi eredményeknek megfelelően a három kognitív változó együttes hatása az életkor növekedésével egyre csökken.

Összességében tehát megállapítható, hogy bár a mért intelligencia által magyarázott hányad növekszik, magasabb életkorban a készségtesztekkel mért tudás együttes magyarázóereje határozottan csökken. Emellett a gyermek családi háttérváltozóinak csoportja – azon belül kiemelten a hátrányos helyzet – az életkor előre haladtával egyre erőteljesebben befolyásolja a matematikai szöveges feladatok sikeres megoldását. Ismerve a hátrányos helyzet iskolai teljesítményre gyakorolt hatását (8.3.3), ez az eredmény arra figyelmeztet, hogy az életkor változásával a hátrányok az iskolához köthető kognitív teljesítményekben kumuláltan növekszenek.

8.4 Tanulói meggyőződések

8.4.1 A matematikával kapcsolatos meggyőződések

A matematikával, azon belül is a matematikai szöveges feladatokkal kapcsolatos meggyűződések indirekt vizsgálatára adnak lehetőséget a realisztikusnak nevezett szöveges feladatok (*Csíkos* és *Kelemen*, 2009; *Kelemen*, 2004). A következőkben az 5.4 fejezetben bemutatott „Realisztikus matematika” elnevezésű vizsgálat vonatkozó eredményeit mutatom be.

Négy realisztikus feladat esetében hasonlítom össze a realisztikus reakciók arányát és társítom a feladat megoldását feltételezhetően befolyásoló meggyőződést. A realisztikus feladatokra adott realisztikus reakciók arányát és a megfelelő meggyőződéseket a *43. táblázat* foglalja össze.

43. táblázat. A realisztikus feladatokra adott realisztikus reakciók (RR) aránya és a társított meggyőződés Reusser és Stebler (1997) modelljéből

Feladat	RR aránya (%)	Indukált meggyőződés *Reusser* és *Stebler* modelljéból
Fordított kulcsszavas	52	„Ha nem érted a problémát, keress kulcsszavakat, vagy korábban már megoldott feladatokat, hogy meghatározd, hogy milyen műveletet kell végezni!”
Realisztikus	64	„Ez egy matek órai matek feladat, aminek a valósághoz nincs semmi köze.”
Adathiányos	67	„Ne kérdezd meg, hogy vajon korrekt-e egy feladat, vagy nincs-e adathiány!” „Használd fel a feladat minden számadatát az eredmény kiszámolásához!”
Ellentmondásos	29	„Fogadjuk el, hogy minden problémának van „helyes” megoldása!” „Ha úgy tűnik, hogy egy probléma nem eléggé egyértelmű, vagy nem megoldható, keress valami nyilvánvaló értelmezést a feladat szövege nyomán, illetve a matematikai műveletekre vonatkozó tudásod felhasználásával!”

A négy realisztikus feladat közül a legalacsonyabb realisztikus reakció szint az „ellentmondásos” feladatnál adódott (29%). A „fordított kulcsszavas” feladatot a diákok közel fele (52%) feltehetőleg helytelen problémareprezentáció miatt rosszul értelmezte. A „realisztikus” és az „adathiányos” példák valamivel könnyebbnek bizonyultak. Itt a realisztikus reakciók száma 64% és 67%.

Az eredmények azt mutatják, hogy a realisztikus válaszok aránya magasabb, mint amit az eddigi felmérések mutattak (*Csíkos*, 2002, 2003), de nem elhanyagolható az a tény, hogy a szakirodalmi adatokban említett 9-10 évesek helyett, ebben a vizsgálatban három évvel idősebb korosztályról, 13-14 éves tanulókról van szó.

Tehát a vizsgálat azt mutatja, hogy a realisztikus meggondolások hiánya, illetve a metakognitív meggyőződések alkalmazása szöveges feladatok megoldása közben olyan erős tendencia, ami 13-14 korra sem törlődik el, csak veszít egy keveset az erejéből. A *Reusser* és *Stebler* (1997) által megfogalmazott szabályrendszer elemei tehát ennen a korosztálynak a szöveges feladatok megoldásában is tetten érhető.

8.4.2 Egy matematikai szöveges feladat nehézségét illető tanulói meggyőződések

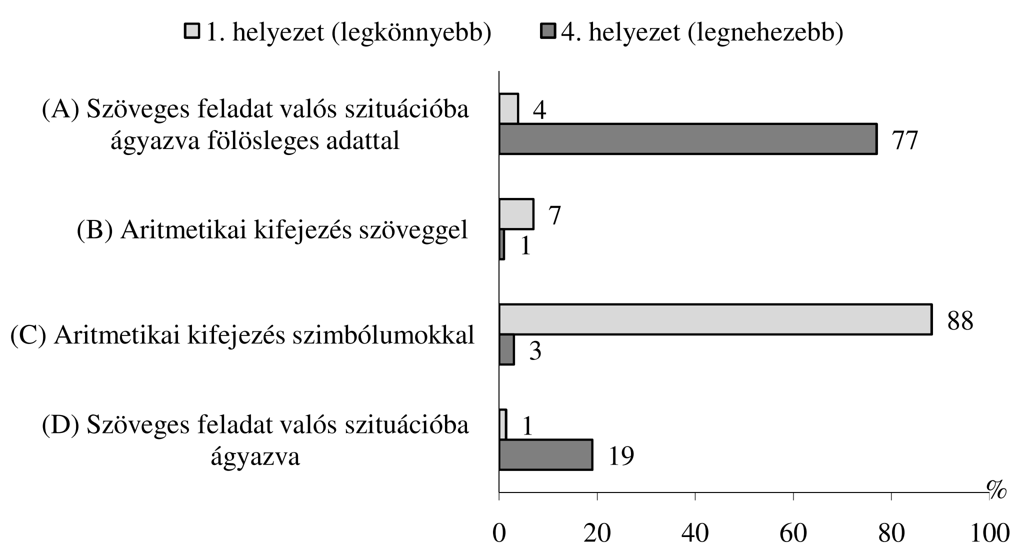
Ebben és a következő alfejezetben az 5.6 fejezetben ismertetett, a tanulói meggyőződésekre vonatkozó kutatás eredményeiből mutatom be a vonatkozó részeket. Az 1. kérdés feladatváltozatainak (*7. Melléklet*) jelölését és áttekintését adja az *44. táblázat*.

44. táblázat. A feladatnehézséget vizsgáló kérdés feladatváltozatainak áttekintése

A feladat jele	A feladat tartalmi szintje
A	Szöveges feladat valós szituációba ágyazva fölösleges adattal
B	Aritmetikai kifejezés szöveggel
C	Aritmetikai kifejezés szimbólummal
D	Szöveges feladat valós szituációba ágyazva

A válaszokat vizsgálva elsőként a legnehezebbnek és a legkönnyebbnek ítélt feladatot keressük. Az *46. ábra* a helyezések gyakorisági eloszlásai közül csak az 1. helyezett, azaz a legkönnyebbnek ítélt, illetve a 4. helyezett, azaz a legnehezebb gyakoriságát összegzi.

Az *46. ábráról* leolvashatjuk, hogy a diákok túlnyomó többsége a „C" feladatváltozatot – mely számokkal, szimbólumokkal volt megadva (8+4=…) – ítélte a legkönnyebbnek.



46. ábra

A legkönnyebbnek és legnehezebbnek ítélt feladatok a választás gyakorisága szerint

A legnehezebb feladat kiválasztásakor is kimagasló eredmény született: a diákok 77 százaléka az „A” feladatváltozatot tartotta a legnehezebbnek, mely fölösleges adatokkal tűzdelt, valós szituációt leíró szöveges feladat. Az eddigi adatokkal összhangban meghatározható a feladatok nehézségi sorrendje a helyezések mediánja alapján. A *45. táblázat* a mediánokat közli. A (C) feladat a legkönnyebb, ezt követi a (B), majd a (D) következik, és végül az (A) feladat a legnehezebb. A feladatok betűjelét növekvő nehézségi sorrendben egymás mögé írva kapjuk a CBDA mintázatot, mely mintázat gyakoriságát a következőkben pontosabban megvizsgáljuk.

45. táblázat. A feladatok sorrendbe állításakor kiadott helyezések mediánjai

Feladatváltozatok	Helyezések mediánja
(A) Szöveges feladat valós szituációba ágyazva fölösleges adattal	4
(B) Aritmetikai kifejezés szöveggel	2
(C) Aritmetikai kifejezés szimbólumokkal	1
(D) Szöveges feladat valós szituációba ágyazva	3

A feladatok nehézségének megítélésében talált különbségek a Friedman-próba szerint szignifikánsak (χ^2 = 7804,75, p < 0,001), és minden páronkénti összehasonlítás is ugyanilyen szinten szignifikáns a Wilcoxon-próbák sorozata szerint.

A következőkben a feladatváltozatok sorrendbe állításának mintázatait vizsgáljuk. Egy sorrend jelölésére a feladatok betűjelének a nehézség szerinti növekvő sorrendbe állításával kapott betűsort használjuk, tehát például a BDAC sorrend azt jelenti, hogy a diák a (B) feladatot gondolta legkönnyebbnek, a (D) feladatot tette a második helyre, az (A) feladat mellé írta a hármas számot, és a (C) feladatot ítélte a legnehezebbnek.

A *46. táblázat* a matematikailag lehetséges 24 sorrend közül azt a hét sorrendet és a hozzátartozó gyakoriságot mutatja, melyek a válaszokban leggyakrabban fordultak elő. A diákok közel 95 százaléka jelölte meg e hét közül valamelyiket. Az olyan sorrendeket, melyeket a diákok kevesebb mint 1 százaléka választotta, nem tüntettük föl a táblázatban.

A nehézségi sorrendek közül magasan kiemelkedik a CBDA, mely sorrend dominanciáját a mediánok értékei is sugallták. A diákok több mint 68 százaléka ezt a sorrendet adta meg. A CBDA sorrend magas választási arányának valószínűsíthető okai közül természetes módon adódik a feladatváltozatok tartalmi elemzése.

46. táblázat. Jellemző sorrendmintázatok és gyakoriságuk

Sorrendmintázatok (a feladatok betűjelével kifejezve)	Gyakoriság	
	db	%
CBDA	2496	68,4
CBAD	474	13,0
BCDA	144	3,9
CDBA	138	3,8
CABD	86	2,4
ADBC	59	1,6
BCAD	51	1,4
Egyéb (gyak. < 1%)	202	5,5
Összesen	3650	100

Ennek alapján a CBDA sorrend kiemelkedő dominanciája azt a hipotézist támasztja alá, mely szerint a tartalmi szintek a tanulók által megítélt feladatnehézség szempontjából a következőképpen követik egymást:

(C) aritmetikai kifejezés szimbólumokkal,
(B) aritmetikai kifejezés szöveggel,
(D) szöveges feladat valós szituációba ágyazva,
(A) szöveges feladat valós szituációba ágyazva fölösleges adattal.

A CBDA után a következő leggyakoribb sorrend a CBAD volt, melyet a diákok 13 százaléka jelölt meg. A két sorrend az (A) és a (D) feladatok helyezésében tér el egymástól, tehát érdemes e két feladatváltozatot külön megvizsgálni. Mindkét feladat a 8+4=12 művelet valós szituációba ágyazása, de az (A) feladat több olyan számot is tartalmaz, melyek nem szükségesek a feladat helyes megoldásához. A fölösleges adatoknak a feladatmegoldást nehezítő hatása egyértelmű, tehát ez lehet az egyik oka annak, hogy a diákok többsége az (A) jelű szöveges feladatot tartotta nehezebbnek a (D)-vel szemben.

A két feladatváltozat szituációja alapján is nehézségi különbség feltételezhető. Az (A) feladat a piacon játszódik, főszereplője egy piaci árus, aki ládákat pakol. A (D) feladat egy fiúról szól, Petiről, aki szülinapi bulit rendez. Valószínűsíthetjük, hogy a megkérdezett 5. évfolyamos diákok számára a (D) feladat szituációja, a születésnapi buli szervezése sokkal ismerősebb tartalom, mint az (A) feladaté. Tehát a (D) változat könnyebbnek ítélésében szerepet játszhatott a felvázolt szituáció közelsége, ismerőssége is.

A CBDA sorrend kiemelkedő gyakoriságát még egy érdekes tényező magyarázhatja. A feladatszövegek karakterszámának növekvő sora is épp a CBDA sorrendet adja, ahogy az a *47. táblázatban* is látható.

47. táblázat. A feladatváltozatok karakterszámai

Feladatváltozat	A feladat karakterszáma (szóközzel)
C	9
B	57
D	161
A	178

Ez az összefüggés a matematikai szöveges feladatok és az olvasás, illetve a szövegértés fontos kapcsolatára mutat rá. Az eredmények alapján nem zárható ki, hogy a diákok számára az azonos mély struktúrájú matematikai feladatok nehézségének megítélése többek között a feladat szövegének hosszán is múlik.

8.4.3 Egy matematikai szöveges feladat érdekességét illető tanulói meggyőződések

A különböző tartalomba ágyazott feladatok nehézségének megítélése mellett ugyanezen vizsgálat keretei között a diákok tartalmi szinten különböző feladatok érdekességéről alkotott véleménye is felmérésre került. A kérdőív második részében (*8. Melléklet*) arról gyűjtöttünk információkat, hogy a diákok mennyire látják érdekesnek matematikai feladatok tartalmát.

A feladatok érdekességének megítéléséhez egy újabb, a feladat nehézségének megítéléséhez használttól különböző feladatcsokrot alkalmaztunk. Egy számokkal és szimbólumokkal kifejezett aritmetikai, egy ábrával kísért geometriai és két szöveges feladatot tartalmazott a kérdés. A négy feladatváltozat mély struktúrája közös.

Arra keresve a választ, hogy a megkérdezettek melyik feladatot mennyire tartották érdekesnek, a feladatokra adott értékelések gyakorisági eloszlása alapján válaszolhatunk.

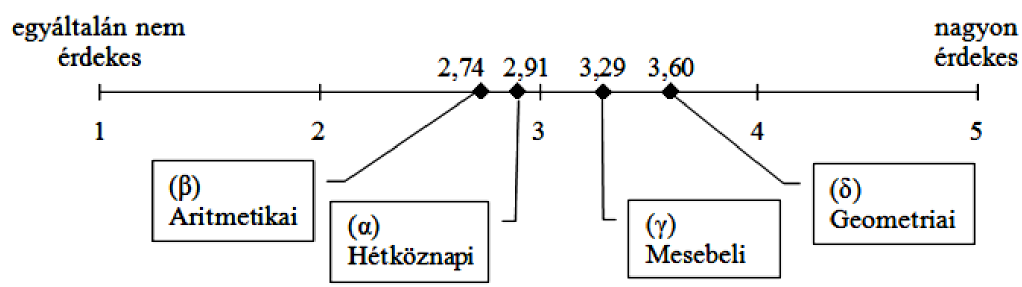
Az *48. táblázatból* leolvasható, hogy a „hétköznapi” feladat érdekességét – mely feladat tartalma egy fiú napi tejfogyasztásáról szólt – a diákok többsége hármas fokozatúnak értékelte. Az egyetlen feladatváltozat, mely esetében a legtöbb szavazat az „egyáltalán nem érdekes” minősítésre érkezett, a törtek összeadásának csupasz aritmetikai megjelenése. A „mesebeli” és a „geometriai” feladatváltozatnál a magasabb gyakorisági érték a „nagyon érdekes”, ötös fokozatra adódott.

48. táblázat. A feladatok érdekességének értékelésére adott válaszok gyakorisági eloszlása (%)

Feladatváltozat	1 (egyáltalán nem érdekes)	2	3	4	5 (nagyon érdekes)
Hétköznapi	20	18	29	19	15
Aritmetikai	29	17	21	17	16
Mesebeli	15	14	21	24	26
Geometriai	14	10	16	22	39

Összességében az a kép rajzolódik ki, hogy a diákok az „aritmetikai” változatot egyáltalán nem tartották érdekesnek, a „hétköznapi” feladattartalmat közepesen érdekesnek látták, a „mesebeli” és a „geometriai” változatot pedig kifejezetten érdekesnek ítélték. A „geometriai” feladatnak a legerőteljesebb a pozitív megítélése.

A válaszadó diákoknak az egyes feladatváltozatok érdekességéről alkotott véleményét összesítik a válaszok alapján adódó átlagok, melyek lehetővé teszik a feladatok érdekesség szerinti rangsorba állítását is. A *47. ábra* a feladatok értékelésének átlagát helyezi el az 1–5 skálán. Az átlagértékek közötti különbségek mind egészében, mind pedig a páronkénti összehasonlítások során szignifikánsak ($p<0,05$).



47. ábra

A feladatváltozatok érdekességének megítélése átlagpontszámokban

Nem meglepő módon az „aritmetikai” változatot ítélték a diákok a legkevésbé érdekesnek. Ezután következik a sorban a „hétköznapi” feladatváltozat, mely egy hétköznapi szituációt vázol fel. A „mesebeli” verzió, mely a törteket egy fiktív világba helyezi, és ott megszemélyesíti őket, majd metaforikusan helyet ad egy összeadásnak, hármas feletti átlagos értékelést kapott. A legérdekesebbnek a „geometriai” feladatot látták a megkérdezett tanulók, mely feladatváltozatban a körlap $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ és $\frac{1}{4}$ részét képező körcikkek területének összege volt a kérdés.

A „geometriai” változat sikerének hátterében az állhat, hogy egyedül ezt a feladatot kísérte ábra, melyen látszik a ceruzával való satírozás, az emberi kéz munkája. A feladatváltozat egy másik szempontból is kakukktojás a többi között: ebben a feladatváltozatban nem szerepel egyetlen szám sem. Ez szintén oka lehet a feladat magas érdekességi mutatójának.

Nemek közötti különbségek

A nemek szerinti különbségek elemzése a következő képet tárja elénk. Az első kérdésben, melyben a diákoknak négy feladatváltozatot kellett a nehézségük szerint sorrendbe állítaniuk, a válaszokban nemek szerinti különbségek adódtak. A lányok az első, „A” jelű feladatváltozatot nehezebbnek ítélték meg, mint a fiúk ($p<0,001$). Az eltérés egy lehetséges oka a feladat fölösleges adataival magyarázható. Ez alapján elképzelhető, hogy a lányok jobban felismerték a feladat fölösleges adatokkal való feldúsításában rejlő nehézségeket.

A második kérdésnél, melyben a különböző tartalmakba ágyazott feladatok érdekességéről kellett dönteni, szintén különbségek mutatkoztak a nemek szerint. A lányok minden feladatot érdekesebbnek tartottak, mint a fiúk, ez a különbség minden esetben szignifikánsnak is mondható ($p<0,05$). A lányok összességében is jobb pontszámokat adtak a feladatok érdekességének megítélésekor ($t= -5,31$, $p<0,001$).

Matematika osztályzat

A matematika osztályzat összefüggései érdekes képet rajzolnak elénk. A feladatnehézség megítélésében ugyanis nincs jelentős különbség az osztályzat szerint kialakult részcsoportok között. Egyetlen kivétel van: az elégtelen osztályzatúak többen választották legnehezebbnek a „fedőtörténet” jellegű, „D” jelű szöveges feladatot, mint a fölösleges adatokat is tartalmazó, „A” jelű szöveges változatot. Ők feltételezhetően, nem azonosították a fölösleges, zavaró adatokból származó nehézséget. A feladatok érdekességének megítélésében is ugyanez a kép tárul elénk: a teljes mintával megegyezően alakul a feladatok érdekességének megítélése minden osztályzatnál, kivéve az elégtelen osztályzatúakat, akiknél a hétköznapi tartalmú feladat volt a legkevésbé érdekes.

Matematika attitűd

A matematika iránti attitűdöt ötfokozatú, Likert-jellegű skálán vettük föl a vizsgálatban. A feladatnehézség megítélésében az attitűd szerint kialakuló részmintákon hasonlót tapasztalhatunk, mint a teljes tanulócsoportban, azonban az attitűd és a feladatok érdekességének megítélésében érdekes kapcsolatot mutatkozik.

Megállapítható, hogy minél jobban szereti egy tanulók a matematikát, annál érdekesebbnek ítéli meg a feladatokat. Ezen területre vonatkozó eredményeket foglalja össze az *49. táblázat*. A variancia-analízis utóelemzése szerint a részminták átlagainak enyhe növekedése jelenik meg statisztikailag is. A „hétköznapi” és a „mesebeli” feladatváltozat esetében a Tukey’s-b utóelemzés az [1,2,3] < [3,4] < [4,5] eredményt adta, az „aritmetikai” feladatváltozatnál a részminták szignifikáns különbségeire az [1,2,3] < [2,3,4] < [4,5] jellemző.

49. táblázat. A feladattípusok érdekességének átlagértéi (zárójelben a szórás) a matematika iránti attitűd szerinti részmintákon

Matematika attitűd		Hétköznapi	Aritmetikai	Mesebeli	Geometriai
1 (N = 179)		2,58 (1,49)	2,42 (1,56)	3,04 (1,58)	3,52 (1,56)
2 (N = 289)		2,56 (1,32)	2,65 (1,35)	3,07 (1,42)	3,41 (1,47)
3 (N = 824)		2,76 (1,32)	2,59 (1,40)	3,23 (1,38)	3,63 (1,43)
4 (N = 1197)		2,97 (1,25)	2,79 (1,40)	3,32 (1,34)	3,64 (1,39)
5 (N = 799)		3,17 (1,28)	2,91 (1,46)	3,51 (1,37)	3,67 (1,43)
Összesen (N=3288)		2,91 (1,31)	2,74 (1,43)	3,31 (1,38)	3,62 (1,43)
ANOVA	F	19,741	7,967	8,861	2,088
	p	0,000	0,000	0,000	0,080

A matematikát legkevésbé szerető részminta adataiban feltűnő, hogy a geometriai feladatot ugyanolyan érdekesnek találták, mint a többiek, nincs szignifikáns különbség a részminták átlagai között. A tanári tapasztalat is alátámasztja azt a megfigyelést, miszerint a matematikát legkevésbé kedvelők relatíve a geometriát kedvelik a legjobban. Ez az eredmény összhangban van azzal a kutatói meggyőződésünkkel, miszerint a képi reprezentációk mint a szöveges feladatok matematikai modelljei fontos és integráns részét jelenthetik a fejlesztő munkának.

Ebben a fejezetben a matematikai attitűd, a matematikai énkép, a tanulói háttérváltozók matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel való összefüggése állt a középpontban. A tanulók matematikai szöveges feladatokra vonatkozó meggyőződéseiket, a feladat érdekességére és nehézségére vonatkozó vélemények feltárására irányuló vizsgálat eredményei is ebben a fejezetben kaptak helyet.

Az eredmények közül kiemelem a matematikai énképre vonatkozó eredményeket. A vizsgálatok azt mutatják, hogy a matematikai énképnek a matematika attitűdnél erősebb az összefüggése a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel, mely kapcsolat az évek előre haladtával erősödik.

Az anya legmagasabb iskolai végzettségének a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére való hatása kimutatható mindhárom vizsgált évfolyamon. 7. osztályra az anya legmagasabb iskolai végzettsége szerint három csoport különül el az alapján, hogy az MSZF-teszten nyújtott teljesítményük szignifikánsan különböző.

A hátrányos helyzetű tanulók matematikai szövegesfeladat-megoldó képessége mindhárom évfolyamon szignifikánsan gyengébb, mint a nem hátrányos helyzetű társaiké. A két részminta közötti az egyes életkorokban közel azonos. A becsült lemaradásuk életkorban kifejezve két évnyi. A hátrányos helyzettel ellentétben a roma származás szerinti részminták között az évek előre haladtával a különbségek nőnek. 7. osztályra a roma származású tanulók lemaradása a 3. osztályosokéhoz képest megkétszereződik.

A háttérváltozók bevonásával készített regresszió-analízis vizsgálatok arra hívják fel a figyelmet, hogy az MSZF-teszten nyújtott teljesítményt mindhárom korosztályban 20 százalékban magyarázzák olyan háttérváltozók, melyek a gyermek által nem befolyásolhatók mint az anya legmagasabb iskolai végzettsége, a roma származás és a hátrányos helyzet.

9 A MATEMATIKAI SZÖVEGES-FELADAT MEGOLDÓ KÉPESSÉG FEJLŐDÉSE TANULÁSBAN AKADÁLYOZOTT GYERMEKEK KÖRÉBEN

Dolgozatom utolsó fejezetében a tanulásban akadályozott gyermekekre vonatkozó adatok bemutatására és elemzésére helyezem a hangsúlyt. Ennek módja legtöbb esetben a tanulásban akadályozott diákok teljesítményének, eredményének a többségi társaikhoz való hasonlítása. Az 5.3 fejezetben bemutatott kutatási projekt kiemelt fókusza a tanulásban akadályozott diákok fejlődősének mérése volt. Hazánkban nem ismert olyan nagy mintás mérés, mely egy azon mérőeszközökkel vett volna fel adatokat tanulásban akadályozott és többségi gyermekekről egyszerre. A kutatás keretei közt számos olyan mérőeszköz került kipróbálásra, melyekkel kapcsolatban az elsődleges kérdés az volt, hogy alkalmas-e ilyen életkori spektrumon tanulásban akadályozottak és többségi gyermekek együttes mérésére. A fejezet eredményei között ezen kérdések megválaszolására is kitérek.

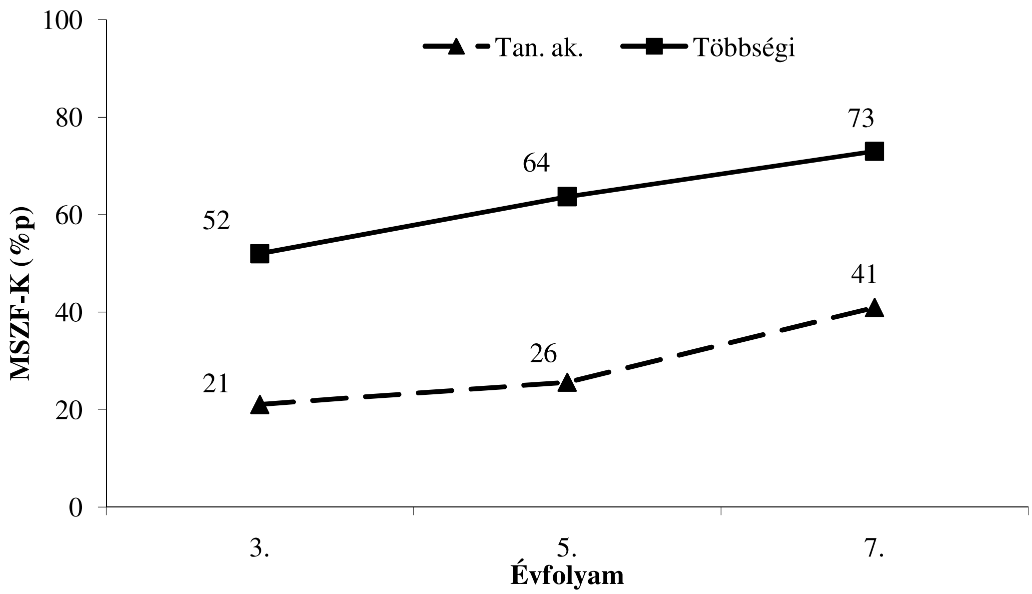
9.1 A tanulásban akadályozott tanulók teljesítménye a matematikai szöveges feladatokon

9.1.1 A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettsége

A tanulásban akadályozott gyermekek eredményei közül elsőként a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségét elemzem. A *48. ábra* a tanulásban akadályozott és a többségi részminta MSZF-teszten elért eredményeit mutatja be évfolyamonkénti bontásban.

Elsőként megállapítható, hogy a teszt alkalmas volt a két részminta mérésére, illetve teljesítményeik összehasonlítására. Mindkét részminta mindhárom korosztályának MSZF-átlaga a skála belsejében helyezkedik el, nincsenek sem 0, sem 100 százalékponthoz közeli értékek. A várt eredményeknek megfelelően a tanulásban akadályozott diákok gyengébben teljesítettek, de magasabb évfolyamokban javul a teljesítményük.

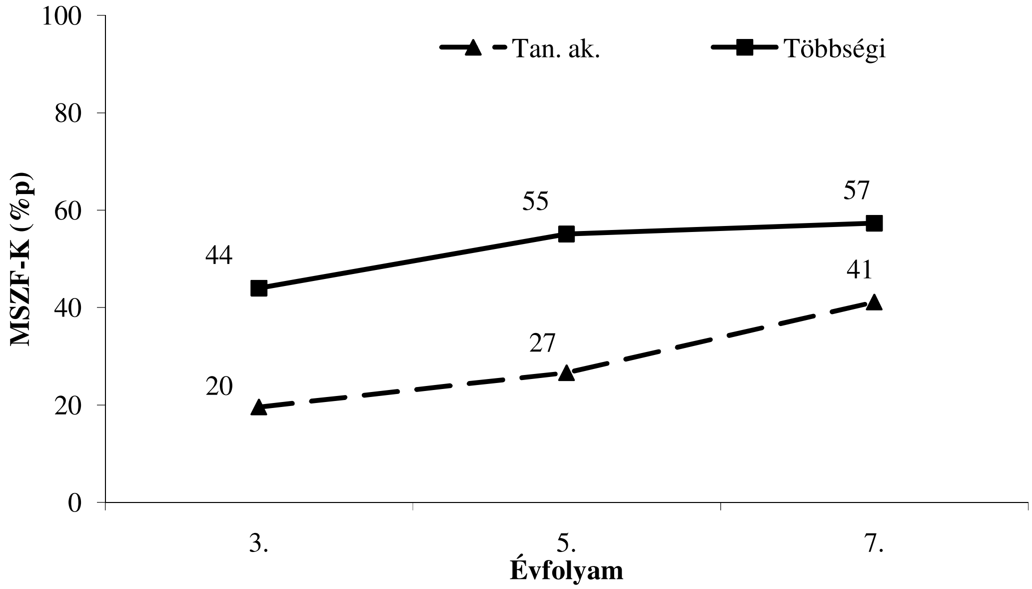
A tanulásban akadályozott diákok matematikai szöveges feladat teszten elért eredményei mindhárom évfolyamon jóval a többségi minta átlagai alatt vannak. A különbségek jelentősek, statisztikailag szignifikánsak (3.o.: F=25,078, p<0,001, d=16,082, p<0,001; 5.o.: F=20,675, p<0,001, d=17,685, p<0,001; 7.o.: F=4,227, p=,040, d=15,470, p<0,001). A tanulásban akadályozott gyermekek MSZF-teljesítményében – a többségi társaikhoz hasonlóan – megfigyelhető egy szigorúan monoton növekvés. De a két részminta fejlődési útvonala eltérő. Míg a többségi mintára egy egyenletesebb fejlődési tendencia jellemző, a tanulásban akadályozott gyermeknél a korosztályok közötti teljesítményváltozás nem azonos. A fejlődés a 3. és az 5. osztály között nem olyan nagy, mint a többségi diákoknál, az átlag csupán 5 százalékpontot emelkedett. Azonban a fejlődés mértéke 5. és 7. osztály között a korábbinak háromszorosára ugrik. A variancia-analízis Tukey's-b utótesztje szerint a három átlag szignifikánsan különbözők egymástól (F=57,669, p<0,001). .



48. ábra

A tanulásban akadályozott és a többségi tanulók matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlődése

A két részminta eredményei tehát mindhárom évfolyamon jelentősen különböznek. Tudjuk, hogy a két részminta háttérváltozói közül a szülők iskolai végzettségében nagy különbségek vannak. Felmerül a kérdés, hogy a tanulásban akadályozott tanulók teljesítményben való lemaradását valóban az ő tanulásban akadályozottságuk okozza-e, a hátrány nem magyarázható-e a szülők iskolai végzettségének a különbségeivel. A kérdés megválaszolására kiválasztottam az iskolai végzettséget leíró változó értékei közül azt, amihez mindkét részminta esetében megfelelően nagy elemszám tartozik. Az „általános iskolát befejezte" változóértéknél adódott mindkét részminta mindhárom évfolyamáról megfelelő mintaméret. A 3. osztályos tanulásban akadályozott diákok közül 72 főnek, az 5. osztályosok közül 51 főnek, a 7. évfolyamról 86 főnek az édesanya legmagasabb iskolai végzettsége „befejezett általános iskola”. Az eredeti[1] többségi részmintában 51 3. osztályos, 64 5. osztályos és 70 7. osztályos tanulónak az anyukája rendelkezik legmagasabb iskolai végzettségként általános iskolai bizonyítvánnyal. Az eredményeket az *49. ábra* mutatja.



49. ábra

Az „anya legmagasabb iskolai végzettsége=általános iskolát befejezte” tanulásban akadályozott és többségi részminták matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlődése (minden részmintára: 50 < n < 80)

A *48.* és a *49. ábra* láthatóan hasonló, tehát azt feltételezhetjük, hogy a teljes mintán végzett összehasonlításban a tanulásban akadályozott diákok hátránya nem magyarázható az anya iskolai végzettségével. A hasonlóság számszerűsítése céljából a teljes és az „anya legmagasabb végzettsége = általános iskolát befejezte” részmintákra képeztem a többségi és a tanulásban akadályozott diákok teljesítményátlagának hányadosát évfolyamonként. A hányadosokat az *50. táblázat* hasonlítja össze.

A táblázat szerint a teljes mintán és a legmagasabb végzettségként nyolc általánossal rendelkező anyák szeletén a többségi és tanulásban akadályozott részminták hányadosai szinte azonosak, azaz a két részminta teljesítményarányai hasonlók. A 3. és az 5. osztályosok esetében a többségi diákok teljesítménye valamivel több, mint kétszer akkora, mint az azonos korosztályhoz tartozó tanulásban akadályozott társaiké. A 7. évfolyamon az anya legmagasabb iskolai végzettsége szerinti teljes mintán és a kiválasztott szeleten is ez az arány néhány tizeddel kettő alatt marad. Mindkét mintán

[1] Az elemzésekben az anya legmagasabb iskolai végzettsége szerint az országos reprezentatív eloszláshoz igazított redukált mintával dolgozom (ld. 4. táblázat). A mintára vonatkozó „eredeti” jelző a redukció előtti mintára utal.

tehát a tanulásban akadályozott tanulók teljesítménye jóval lemarad a többségi társaikéhoz képest, a kiválasztott szelet eredményei a teljes minta által mutatott képtől arányaiban nem különböznek.

50. táblázat. A teljes és az „anya iskolai végzettsége = általános iskolát befejezte" részminták MSZF-teljesítményének hányadosai évfolyamonként

Vizsgált minta	Évfolyam		
	3.	5.	7.
Teljes	$\frac{52}{21}=2{,}50$	$\frac{64}{26}=2{,}46$	$\frac{73}{41}=1{,}78$
Anya ált. isk.	$\frac{44}{20}=2{,}20$	$\frac{55}{27}=2{,}04$	$\frac{57}{41}=1{,}39$

9.1.2 A tanulásban akadályozottság és az életkor hatásai

Ha egy készség vagy képesség kapcsán a tanulásban akadályozott diákok kognitív fejlődését a többségi társaik fejlődéséhez hasonlítjuk, felmerül a kérdés, hogy lemaradásuk magyarázható-e úgy, mint egy életkori megkésettség. A készség- vagy képességfejlődés szempontjából hasonlítható-e a tanulásban akadályozott diák egy nála valahány évvel fiatalabb többségi társához? Ezen igen nehéz kérdés megválaszolásához a két-szempontos variancia-analízissel történő elemzéssel próbálok közelebb kerülni. Azt vizsgálom, hogy a tanulásban akadályozottság, illetve az évfolyam változók függvényében hogyan változik a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettsége. A modellt az *51. táblázat* mutatja be.

51. táblázat. A tanulásban akadályozottság és az életkor együttes hatása a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére

Hatások	Önálló magyarázóerő	Parciális magyarázóerő	Szign.
Tanulásban akadályozottság	30	54	0,000
Évfolyam	8	28	0,000
Interakció	-	-	0,000
Teljes magyarázóerő (η^2): 38 %			

Az eredmények közül ez esetben az interakció kérdése a mérvadó. A modell szerint a két független változó interferál egymással, az interakciójuk szignifikáns. A két-szempontos variancia-analízis értelmezése szerint ez alapján arra lehetne következtetni, hogy a két változó befolyásolja egymást. A jelen esetben ez persze kizárt a változók természetéből fakadóan. Ehelyett azon értelmezés alkalmazható, mely a képi megjelenésre vonatkozik. *Székely* és *Barna* (2005) szerint a két-szempontos variancia-analízis szignifikáns interakciója úgy is deklarálható, hogy a *48. ábrán* látható elrendezésben a tanulásban akadályozott és a többségi diákok matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlettségét bemutató görbék nem párhuzamosak. A képességek fejlődését leíró logisztikus görbe ismerete ezzel az eredménnyel összeegyeztethet, és azt sugallja, hogy két részminta fejlődése eltér egymástól, időben máskor történnek meg a fejlődésbeli változások.

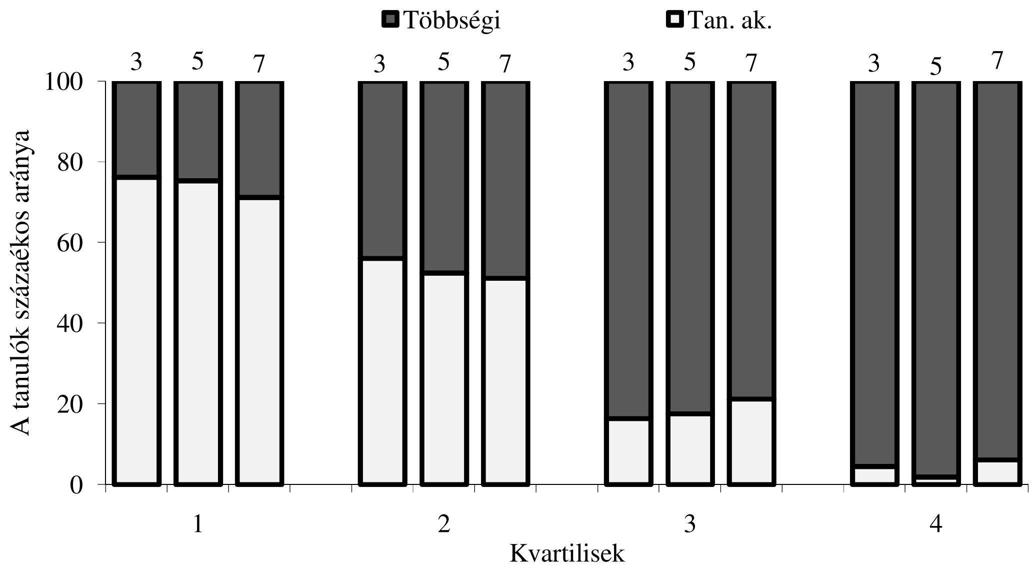
Az interakcióból, illetve a tanulásban akadályozottság változó parciális magyarázóerejének nagyságából az következik, hogy csak a két változó által kifeszített kétdimenziós tér 2x3-as modelljében érdemes vizsgálni az MSZF-teszten nyújtott teljesítmény alakulását. Az évfolyamok összemosása az eredményeket erőteljesen torzítaná.

9.1.3 A tanulásban akadályozottak és többségi diákok teljesítményének évfolyamonkénti összehasonlítása

A következő elemzésben tovább vizsgálom a különböző korosztályokban a tanulásban akadályozottság matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére való hatását. E célból a tanulásban akadályozott és a többségi gyermekek évfolyamonkénti együttes mintájából az MSZF-teszten nyújtott teljesítmény alapján négy egyenlő létszámú csoportot, kvartilist képeztem. A négy csoport összetételét vizsgáltam évfolyamonként a tanulásban akadályozottság szempontjából.

Az *50. ábrán* az egyes kvartilisekhez tartozó tanulói összetétel látható. A három korosztály részmintáit egymás mellé helyeztem az azonos kvartilisekhez tartozó tanulók arányának könnyebb összehasonlítása céljából.

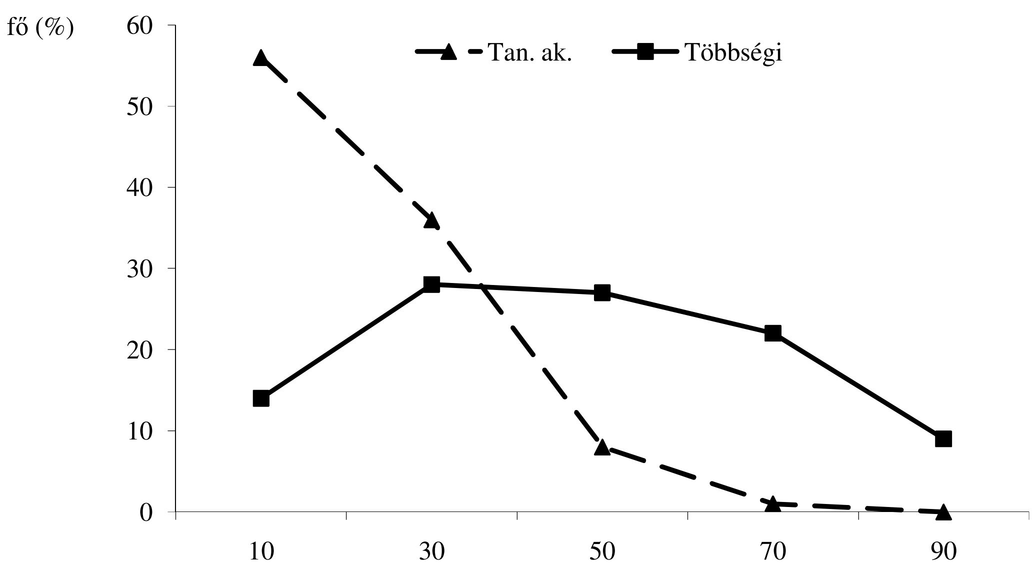
Az arányokat szemléltető oszlopok szerint a kvartiliseken belül a tanulásban akadályozott és a többségi diákok aránya évfolyamonként nagyon hasonlóak alakul. Ez megerősíti azon korábbi eredményemet, hogy a két részminta közötti MSZF-teljesítményben való különbség az évek előre haladtával keveset változik, bár a 7. osztályosok körében megfigyelhető, hogy tanulásban akadályozott diákok az alsó kvartilisekbe kisebb, a felsőkben pedig nagyobb arányba kerültek, ami egy enyhe felzárkózó tendenciát sejtet.



50. ábra

A tanulásban akadályozott és a többségi diákok százalékos aránya az MSZF-teljesítmény kvartilis csoportjain belül évfolyamonként

A jelenséget tovább vizsgálom abszolút skálán képzett csoportokon. Az MSZF-teljesítmény alapján öt osztályközt képeztem. A két részminta osztályközök szerinti eloszlását hasonlítom össze évfolyamonként. Az *51. ábra* a 3. osztályosok eloszlásgörbéit mutatja be.

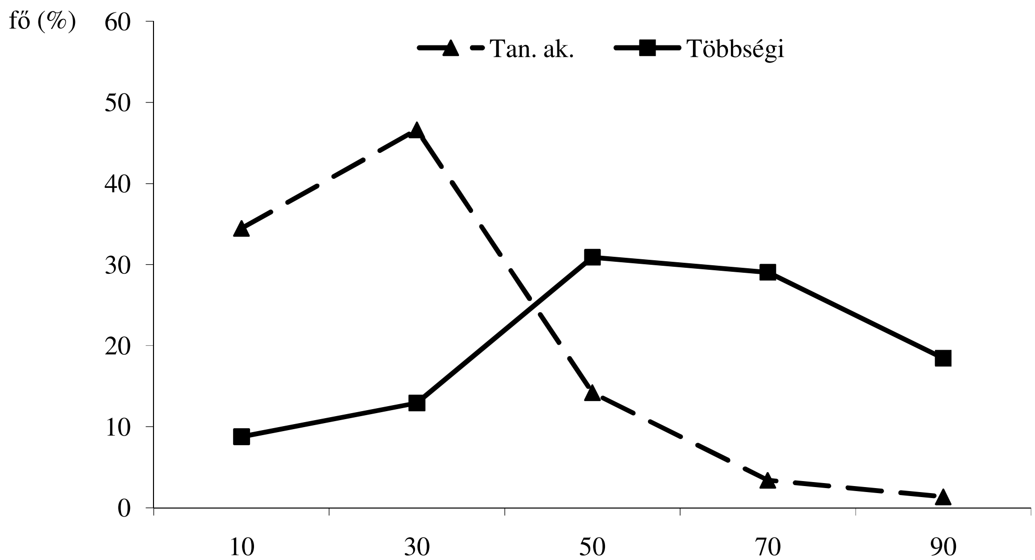


51. ábra

A 3. évfolyamos tanulásban akadályozott és többségi diákok eloszlásgörbéje az MSZF-teljesítmény öt osztályközén

A 3. osztályos többségi diákok a haranggörbéhez hasonló normáleloszlást mutatnak az MSZF-teljesítményükben. Legkevesebben a két szélső osztályközbe kerültek, és a legtöbb diák a második vagy a harmadik osztályközbe esett. A tanulásban akadályozott gyermekek eloszlásgörbe más formát vesz fel. Az eloszlásuk erősen balra tolódott, a diákok több, mint fele a legalsó osztályközbe került, azaz teljesítményük 20 százalékpont alatti. Összesen a diákok 9 százalékának eredménye jobb 40 százalékpontnál, és csupán a minta egy százaléka teljesített 60 százalékpont fölött.

5. osztályra a többségi diákok eloszlása enyhén jobbra tolódottá válik. Legtöbben a középső osztályközben vannak, de a két alsó osztályközbe a diákok csupán 20 százaléka került, míg a felső két osztályköz a tanulók közel felét tartalmazza. Az 5. osztályosok eloszlásgörbéit az *52. ábra* mutatja be.



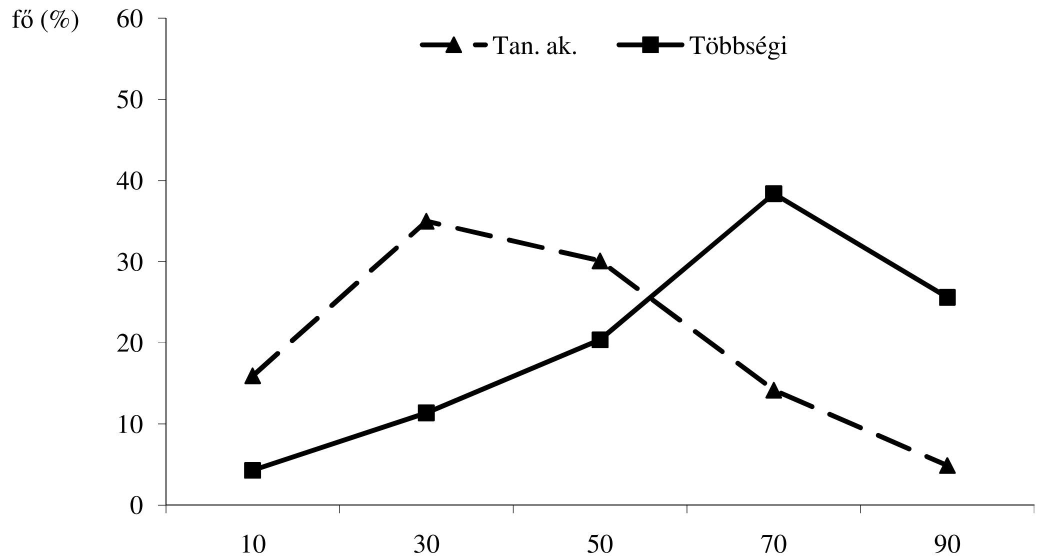
52. ábra

Az 5. évfolyamos tanulásban akadályozott és többségi diákok eloszlásgörbéje az MSZF-teljesítmény öt osztályközén

A tanulásban akadályozott gyermekek részmintáját 5. osztályban továbbra is az erősebb balra tolódott eloszlás jellemzi. Bár a legtöbb diák már a második osztályközbe esett, a tanulók nagy hányadának, több, mint 80 százalékuknak az MSZF-teszten való teljesítménye 40 százalékpont alatt maradt.

Az *53. ábra* 7. osztályos tanulásban akadályozott és többségi gyermekek MSZF-teljesítményük eloszlását mutatja be. A többségi gyermekek ebben az életkorban már könnyűnek ítélhették a feladatsort, eloszlásuk erősen jobbra tolódik. Legtöbben a negyedik osztályközbe kerültek, a diákok csupán 16 százaléka teljesített 40 százalékpont alatt, míg 25 százalék felett van a 80 százalékpontnál jobb eredményt elérők aránya.

A tanulásban akadályozott diákok eloszlása enyhén balra tolódott, de legtöbben a második, illetve a középső osztályközben szerepelnek és a szélső osztályközökben a diákok kisebb arányban fordulnak elő. Ez azt jelenti, hogy a tanulásban akadályozott tanulók az MSZF-teljesítményük alapján ebben életkorban közelítik a normál eloszlást.

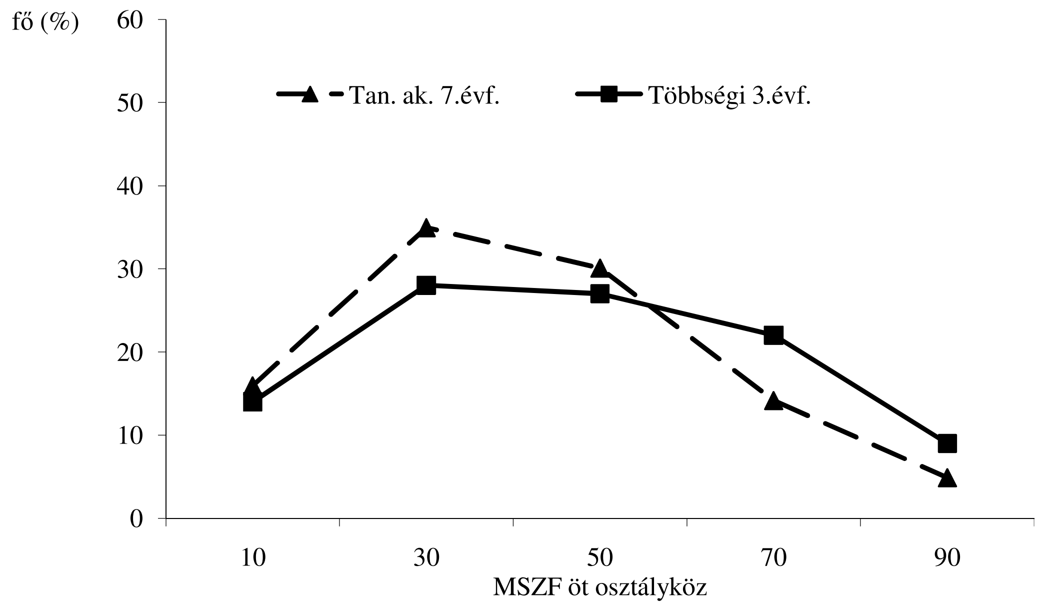


53. ábra

A 7. évfolyamos tanulásban akadályozott és többségi diákok eloszlásgörbéje az MSZF-teljesítmény öt osztályközén

Az *54. ábrán* a bemutatott görbék közül két hasonlót láthatunk: a 7. osztályos tanulásban akadályozott és a 3. évfolyamos többségi gyermekek eloszlásának összehasonlítását segíti a diagram.

Mindkét görbe a normál eloszláshoz közeli, a 3. osztályos többségi diákok eloszlása alig, a 7. osztályos tanulásban akadályozottak gyermekek eloszlása kicsivel erőteljesebben balra tolódott. Az egymintás Kolmogorov-Szmirnov próba szerint mindkét eloszlás különbözik a normál eloszlástól (7.o. tan.ak.: Z=3,188, p=0,000; 3. o. többségi: Z=3,131, p=0,000) és a kétmintás Kolmogorov-Szmirnov eloszlásvizsgálat szerint pedig a két eloszlás egymással sem egyező (Z=2,522, p<0,001). A hasonlóság szerint tehát az a következtetés vonható le, hogy eloszlásukban a tanulásban akadályozott diákok 7. osztályban közelítik meg – bár átlagosan nem érik el – azt a teljesítményszintet, ahol többségi társaik 3. osztályban voltak.



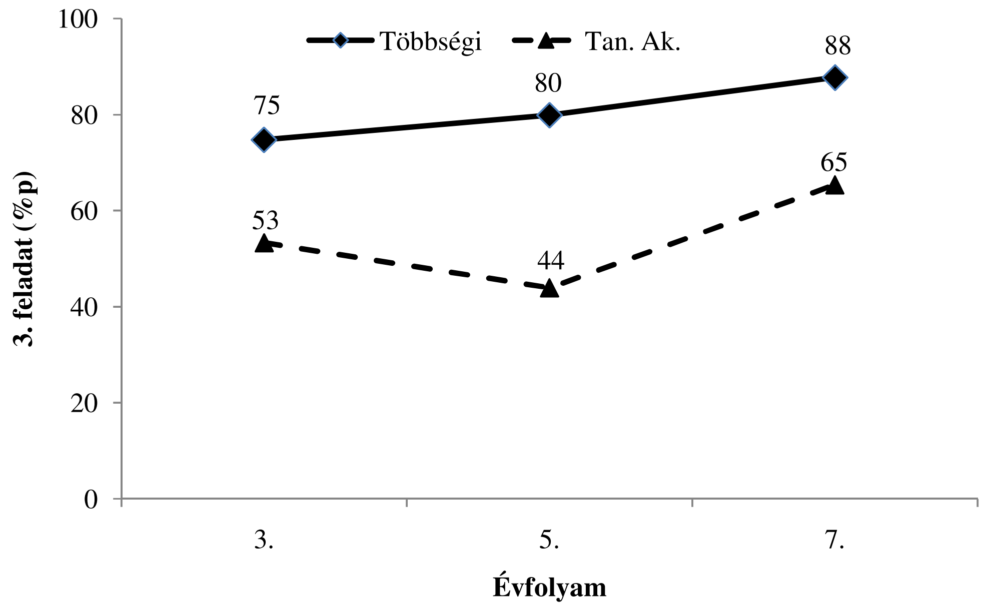
54. ábra

A 7. osztályos tanulásban akadályozott és a 3. osztályos többségi diákok MSZF-teljesítményének eloszlása

Az MSZF-tesztre vonatkozóan az 5.3.2 fejezetben bemutatott jó reliabilitások kiegészítéseként megállapítható, hogy a vizsgálatban mintaként szereplő igen széles spektrumot – mely a legfiatalabb tanulásban akadályozott gyermektől a 7. osztályos többségi tanulóig terjed – a lehetőségekhez képest jól mérte.

9.1.4 A tanulásban akadályozott és a többségi tanulók teljesítményének összehasonlítása az MSZF-teszt feladatain

Ebben a fejezetben az MSZF-teszt feladatain végighaladva vizsgálom a tanulásban akadályozott és többségi diákok teljesítményét évfolyamonként. Ez az elemzés lehetőséget ad annak feltárására, hogy a különböző feladatokon milyen különbségek tapasztalhatók a két részminta teljesítménye között, mik lehetnek egy matematikai szöveges feladatnak azon tulajdonságai, amik erőteljesebb hátrányt eredményeznek a tanulásban akadályozottak diákoknak. Az MSZF-összpontszáma alapján rajzolt diagramtól (*48. ábra*) való eltérésre keresem tehát a választ az egyes feladatok sajátosságai alapján.



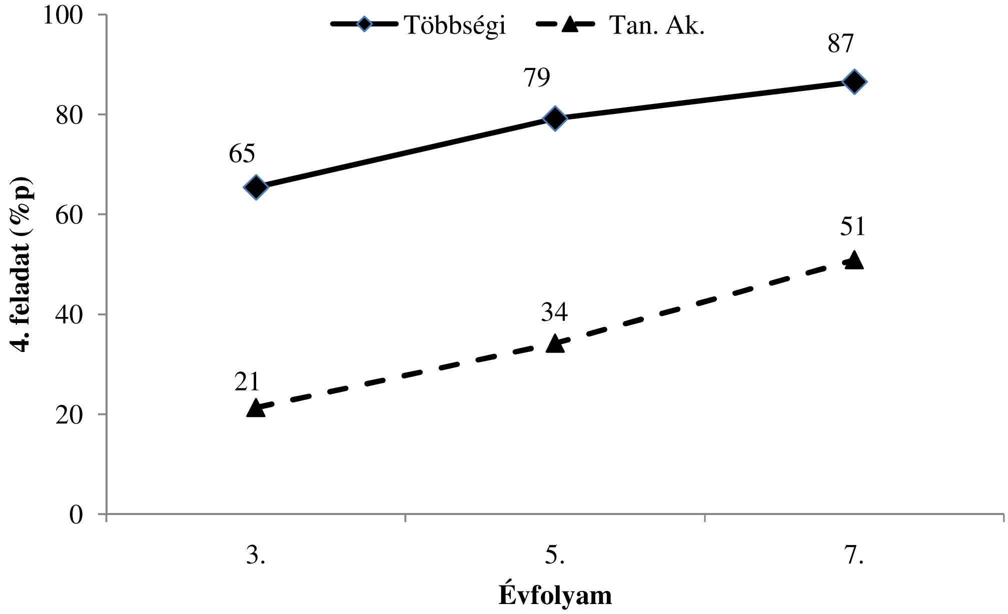
55. ábra

A 3. feladat eredményei a tanulásban akadályozott és a többségi diákok részmintáján évfolyamonként

Az MSZF-teszt első feladata (3. feladat) két tízes számkörben történő összeadást kért, szövege rövid, egyszerű volt. A feladaton elért átlagokat az *55. ábra* szemlélteti. Mind a hat részminta az összpontszámhoz képest jobban teljesített. Az azonos korosztályú tanulásban akadályozott és többségi gyerekek teljesítményátlagai között kisebb a különbség, mint a teljes teszten elért teljesítmények esetében.

A többségi diákok esetében a teljes teszten a korosztályok szerint egyenletes teljesítménynövekedés tapasztalható (*48. ábra*), amihez hasonló tendencia látható a 3. feladat esetében is. A tanulásban akadályozott tanulók görbéje azonban eltérő képet mutat. Közülük a 7. osztályosok oldották meg legnagyobb sikerrel a feladatot, és őket a 3. évfolyamon tanulók követik. Leggyengébbek az 5. osztályosok voltak. Ennek okát a jelen vizsgálat keretében nem találtam meg.

A 4. számú feladat egy asztalokkal teli ebédlőnek a vizuális reprezentációját, a két szereplő szám összeszorzásának kitűzését és egy kétjegyű egyjegyűvel való szorzásának elvégzését kívánta. A feladaton nyújtott teljesítmények átlagait az *56. ábra* közli.



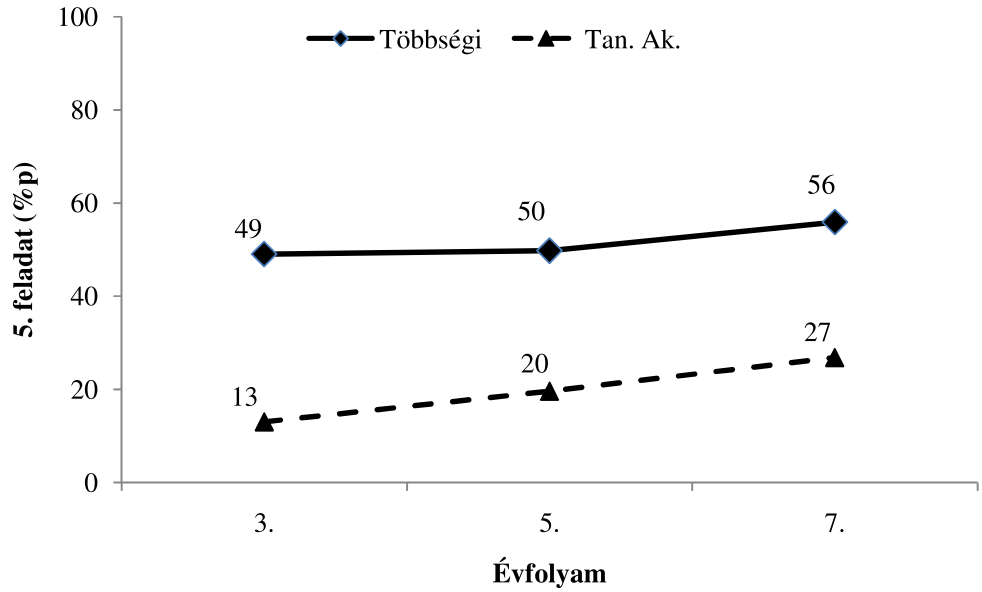
56. ábra

A 4. feladat eredményei a tanulásban akadályozott és a többségi diákok részmintáján évfolyamonként

A többségi diákok teljesítményváltozását az összpontszám esetében látott tendencia jellemzi, bár mindhárom korosztály esetében a teljesítmények 13-15 százalékponttal jobbak. A többségi diákok számára tehát ez a feladat a könnyebbek közül való.

A tanulásban akadályozott diákok eredményeit vizsgálva szembetűnő a fejlődési görbéjük meredeksége. Az MSZF-teszt összpontszámán mutatott évfolyamonkénti átlagok között a különbségek mindkét esetben kisebbek, mint a 4. feladat esetében. A 3. osztályosok 4. feladaton elért átlaga éppen megegyezik az összpontszámon mutatott teljesítményükkel. 5. évfolyamon az átlag már nyolc százalékponttal meghaladja a teszteredményt, és 7. osztályra a különbség már 10 százalékpontra duzzad. A feladat tehát széthúzza az évfolyamok teljesítményét, ami érthető, hiszen olyan aritmetikai műveletet kíván (kétjegyű szorzását), ami a 3. osztályosok számára még kihívást jelent, de a felső tagozaton a diákok nagy része rutin műveletként végzi.

Az 5. feladaton elért eredményeket az *57. ábra* mutatja be. A feladat szövege egy igen egyszerű kétváltozós egyenletrendszer megoldását kéri, melyet a feladatot sikeresen megválaszoló diákok nagy része feltehetően próbálgatással oldott meg. A feladatban szereplő számok a százas számkörbe vezetnek. Vélhetően a kívánt problémareprezentáció, illetve a nagy számok okozták mindkét részmintán, mindhárom évfolyamban az alacsony teljesítményszintet.



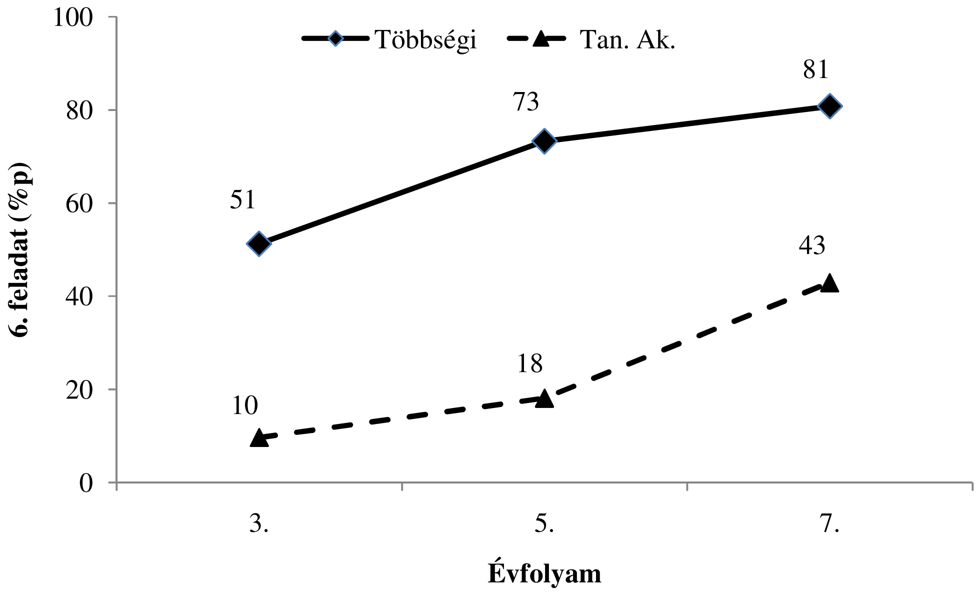
57. ábra

Az 5. feladat eredményei a tanulásban akadályozott és a többségi diákok részmintáján évfolyamonként

A többségi diákok eredményei mindhárom évfolyamon jóval a teljes teszten mért teljesítmények alatt maradnak. A részminta fejlődésgörbéje igen lankás, az évfolyamok átlagai közötti különbségek minimálisak, szignifikánsan nem különbözők ($F=2,732$, $p=0,066$). Ennek oka feltehetően az, hogy a feladat tantárgyi tartalmakhoz kevésbé köthető, inkább fejlettebb problémareprezentációt, problémamegoldást igényel.

A tanulásban akadályozott gyermekeknek a feladaton elért évfolyamonkénti teljesítménye szintén az egész tesztre jellemző átlagok alatt maradnak. Bár az átlagok igen alacsonyak, a korosztályonkénti eredmények a többségi társaikéihoz képest markánsabb fejlődést mutatnak. A vizsgált évfolyamok között mindkét esetbe 7 százalékpontnyi az eltérés, ami a korosztályok teljesítménye között szignifikáns javulást eredményez ($F=20,339$, $p<0,001$). A tanulásban akadályozott diákok tehát meglepő módon relatíve nagyobb fejlődést mutatnak ezen a – mindenki számára nehéznek bizonyuló – feladaton.

A 6. feladat a teszt legrövidebb szövegezésű példája. Mély struktúrájában az ezres számkörben elvégzendő egyjegyűvel való osztás (1000:5), és egy egyjegyűvel való szorzás ($200 \cdot 3$) elvégzését kívánja. A feladaton elért teljesítményeket az *58. ábra* közli. A diagramon feltűnő a két részminta görbéinek nagy távolsága. A többi feladathoz képest itt tapasztalhatók a tanulásban akadályozott és a többségi részminta teljesítményei közötti legnagyobb különbségek.



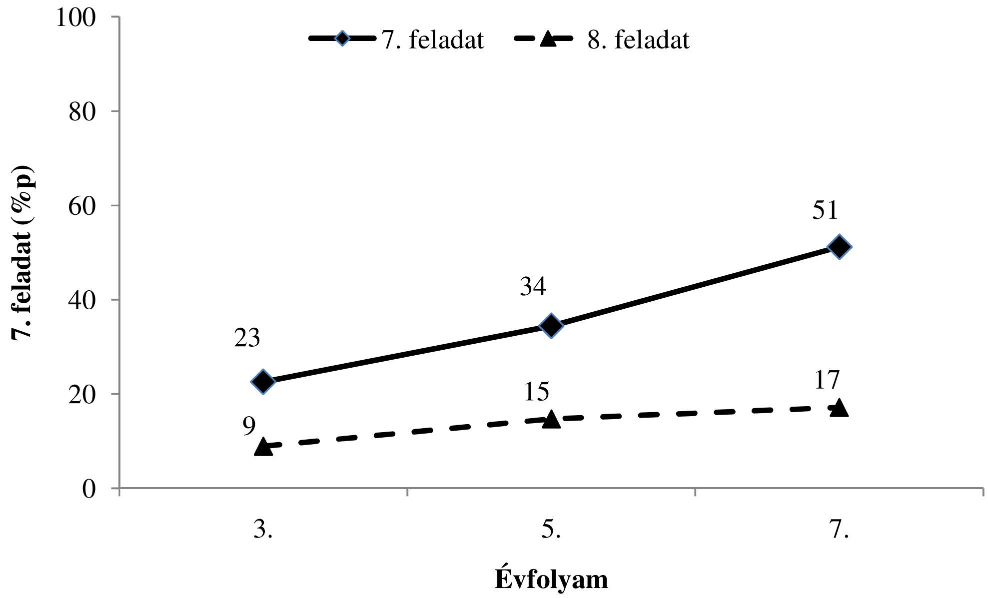
58. ábra

A 6. feladat eredményei a tanulásban akadályozott és a többségi diákok részmintáján évfolyamonként

Míg a 3. és az 5. osztályos többségi diákok átlagai között igen nagy, 22 százalékpont a különbség, 7. osztályra a tanulók teljesítménye átlagosan 9 százalékponttal fejlődik. Ez azt jelenti, hogy a feladat által kívánt tudáselemekben a többségi gyermekek esetében az intenzív fejlődés a 3. és az 5. osztály közé tehető.

A feladaton a tanulásban akadályozott gyermekek évfolyamonkénti átlagai között is nagy különbségek láthatók. A teszt összpontszámán a 3. és a 7. osztályosok teljesítménye között csupán 20 százalékpont a különbség, a 6. feladat esetében a fejlődés mértéke több mint 30 százalékpontnyi. Bár a két alsó évfolyamon a feladaton elért eredmények az összpontszám átlagai alatt maradnak, 7. évfolyamra a feladaton elért teljesítmény a többi feladat eredményei közül kimagaslik. Míg a 3. és az 5. osztályosok átlagai közötti különbség csupán 8 százalékpont, felső tagozatban a fejlődés igen erőteljes. A 7. osztályosok feladaton elért teljesítménye az 5. évfolyamon mérthez képest 25 százalékponttal javult. Ezek alapján arra következtethetünk, hogy a tanulásban akadályozott tanulók esetében a feladat megoldásához szükséges ismeretek, készségek és képességek a felső tagozaton indulnak radikális fejlődésnek. A két részminta teljesítménygörbéinek tendenciáit összehasonlítva tehát az látható, hogy a többségi társaikhoz képest a tanulásban akadályozott diákok fejlődése megkésettséget mutat, az alsó tagozat vége helyett a felső tagozat alatt történik meg az intenzív változás.

Mindkét részminta számára az utolsó feladat bizonyult a legnehezebbnek. Ez magyarázható azzal, hogy a probléma mély struktúrája egy több műveletből álló egyenlettel írható le, melyet a feladatot sikeresen megválaszoló diákok nagy része próbálgatással oldott meg. A műveletek szöveg alapján történő azonosítása a feladat problémareprezentációját nehezíti. A példa szövege is igen hosszú, közel három soros. A diákok 7. feladaton való teljesítményét az *59. ábra* szemlélteti.



59. ábra

A 7. feladat eredményei a tanulásban akadályozott és a többségi diákok részmintáján évfolyamonként

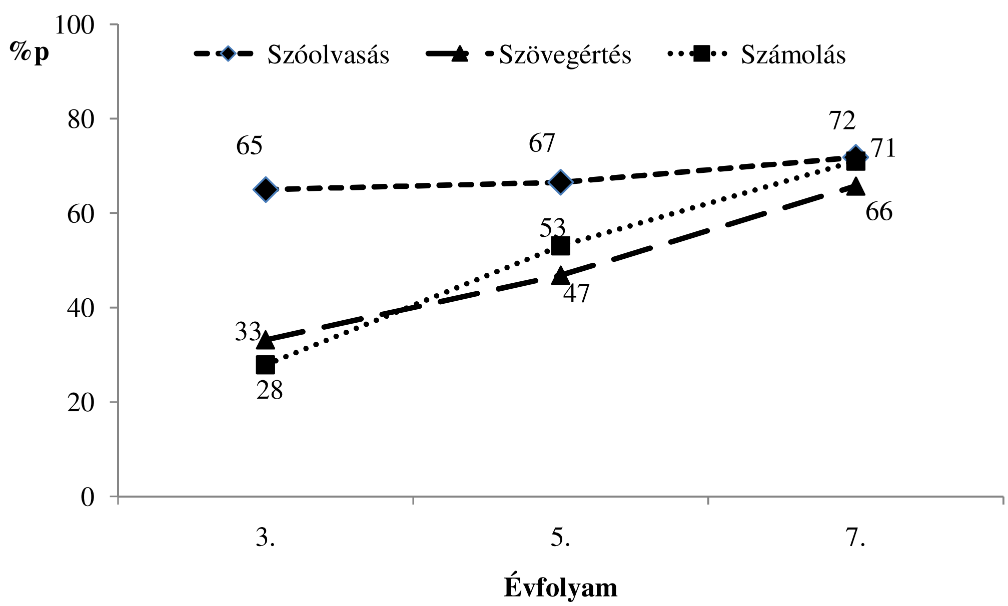
A többségi diákok részmintájának alacsony átlagai ellenére a korosztályok szerinti teljesítményekben jelentős változások figyelhetők meg, az évfolyamátlagok szignifikánsan különbözők ($F=43,571$, $p<0,001$). A 3. osztályosok 23 százalékpontos átlagához képest az 5. osztályosok 11 százalékponttal jobban teljesítettek. A felső tagozatban a javulás tovább nő, az eredmények átlagosan 17 százalékponttal emelkednek.

A tanulásban akadályozottak teljesítménye mindhárom évfolyamon gyenge. A teljesítményátlag 7. osztályra sem éri el a 20 százalékpontot. Bár a teljesítmények az életkor előre haladtával szigorúan monoton növekszenek, az alacsony átlagok nem tudnak egymástól szignifikánsan elkülönülni ($F=1,879$, $p=0,127$). Úgy tűnik tehát, a 7. feladat nehézsége éri el azt a szintet, ami bár a többségi tanulóknak is kihívást jelentett, de az életkor szerint mégis jelentős különbségek figyelhetők meg a teljesítményükben. A többségi társaikkal ellentétben a tanulásban akadályozott gyermekek mindegyike számára ez a feladat olyan nehéznek bizonyult, hogy az életkori különbségek a teljesítményükben nem tükröződnek.

9.2 A Kritériumrendszer-modell vizsgálata a tanulásban akadályozott tanulók részmintáján

A Kritériumrendszer-modell (KR-modell) leírása, bemutatása és a többségi mintán vizsgált empirikus bizonyítékai a 7.4 és a 7.5 fejezetekben olvashatók. Jelen fejezetben a tanulásban akadályozott gyermekek mintáján vizsgálom a KR-modell érvényességét. A modell szűrőinek hatását vizsgáló regresszió-analízisek évfolyamonkénti elemzése előtt, az egyes kapcsolódó készségek fejlettségét összegzem. Az eredményeket az *60. ábra* foglalja össze.

A vártnak megfelelően mindhárom készség esetében a tanulásban akadályozott diákok a többségi társaikhoz képest jelentősen gyengébb eredményeket értek el. A szóolvasás teszt esetén a fejlődés megrekedése érzékelhető, a 3. osztályos diákok 65 százalékpontos teljesítményét az 5. osztályosoké csupán 2, a 7. osztályosok pedig csak 7 százalékponttal haladta meg. Az átlagok közötti különbségek kicsik, a varianciaanalízis utótesztje szerint szignifikánsan a 7. osztályosoké különül el az alsóbb két évfolyamétól ($F=7{,}797$, $p<0{,}001$). A másik két készségteszt esetén a mért évfolyamok között igen nagy különbségek tapasztalhatók. A szövegértés esetében 14 százalékpont választja el a 3. és az 5. osztályosokat jellemző teljesítményátlagokat. 7. osztályra a szövegértés teszt eredmény átlagosan további 19 százalékponttal javul. Az évfolyamátlagok közötti különbségek szignifikánsak ($F=114{,}910$, $p<0{,}001$).



60. ábra

A szóolvasás, a szövegértés és a számolási készség fejlődése a tanulásban akadályozott tanulók részmintáján

A számolási készséget jellemzi a legnagyobb fejlődés. A 7. osztályosok átlagosan 71 százalékpontot értek el, ami 43 százalékponttal jobb, mint a 3. évfolyam átlagos eredménye. A többségi részmintával ellentétben az egyes korosztályok számolási készség teszten elért átlagai szignifikánsan különbözők ($F=218,458$, $p<0,001$).

A következőkben a KR-modell szűrőinek (szóolvasás, szövegértés, számolás) a matematikai szöveges feladatokon elért teljesítményre gyakorolt hatását vizsgálom évfolyamonként regresszió-analízis segítségével. Két kérdésre keresem a választ: a KR modell alkalmazható-e a tanulásban akadályozott diákok populációjára, és ha igen, akkor a vizsgált korosztályokban hogyan változik a szűrők egymáshoz viszonyított erőssége.

52. táblázat. *A szűrők magyarázóereje az MSZF-teljesítményre a 3. osztályos tanulásban akadályozott tanulóknál ($F=42,145$, $p<0,001$)*

Szűrők	r	β	Magyarázóerő (%)
Szóolvasás	0,356	0,176	6
Szövegértés	0,508	0,282	14
Számolás	0,545	0,377	21
R^2 =			41

Minden magyarázóerő $p<0,05$ szinten szignifikáns.

Az *52. táblázat*, az *53. táblázat* és az *54. táblázat* a 3., az 5. és a 7. évfolyamra vonatkozó regresszió-analízis eredményeit foglalja össze. A vártnak megfelelően a tanulásban akadályozott diákok mintáján a KR-modell magyarázó értéke a többségi mintán mért értékekhez képest jelentősen gyengébbek. A független változók hatása így is mindhárom évfolyam esetében 30 százalék felett van.

53. táblázat. *A szűrők magyarázóereje az MSZF-teljesítményre az 5. osztályos tanulásban akadályozott tanulóknál ($F=11,723$, $p<0,001$)*

Szűrők	r	β	Magyarázóerő (%)
Szóolvasás	0,269	0,187	5
Szövegértés	0,495	0,275	14
Számolás	0,425	0,466	20
R^2 =			39

Minden magyarázóerő $p<0,05$ szinten szignifikáns.

Ami a többségi mintára jellemző, az a tanulásban akadályozott diákok esetében is igaz, azaz teljes megmagyarázott variancia az életkor előre haladtával folyamatosan csökken. A tanulásban akadályozott diákok részmintáján a modell a 3. évfolyamosok esetében adja a legnagyobb teljes magyarázóerőt, 41 százalékot. A másik két korosztályban a modell által magyarázott variancia egyre kisebb.

54. táblázat. A szűrők magyarázóereje az MSZF-teljesítményre a 7. osztályos tanulásban akadályozott tanulóknál (F=33,226, p<0,001)

Szűrők	r	β	Magyarázóerő (%)
Szóolvasás	0,364	0,038	1 (ns)
Szövegértés	0,446	0,292	13
Számolás	0,507	0,362	18
R^2 =			32

Minden magyarázóerő p<0,001 szinten szignifikáns.

Az egyes szűrők magyarázóerejének változásait is érdemes górcső alá venni. A legkisebb magyarázóerőt mindhárom évfolyamon a szóolvasás adja. Mint a többségi diákok, a szóolvasás, a szövegértés és a számolás készség tesztek közül a tanulásban akadályozott gyermek is a szóolvasás teszten teljesítettek a legjobban. Az eredményeikben az évek előre haladtával alig történik változás, az átlagérték megreked 70 százalék körül. A regressziós modellekben a szóolvasás elenyésző magyarázóerejének ez lehet az egyik oka.

A szövegértés és a számolás szűrők magyarázóerejében enyhe csökkenés látszik az évek előre haladtával. A legerősebb magyarázóerővel mindhárom évfolyamon a számolás szűrő rendelkezik. Ez beleillik abba a képbe, ami a többségi gyermekek vizsgálata alapján rajzolódott ki, miszerint a készségek alacsonyabb fejlettségi szintjénél a számolási készség magyarázóereje dominál. A többségi mintán mért eredményekhez hasonlóan, itt is fellelhető az a tendencia, hogy a számolás szerepe csökken a legmarkánsabban – feltehetően ez fejlődik a legjobban a vizsgált korosztályokban – és a szövegértés szerepe relatíve nő, hiszen amellett, hogy a modell magyarázó értéke csökken, a szövegértés magyarázóereje állandó marad.

Az elvégzett regresszió-analízisek teljes megmagyarázott varianciái alapján és a magyarázó erőkben felismerhető többségi mintára jellemző tendenciák alapján feltételezhető, hogy a matematikai szöveges feladatok megoldásának folyamatára a KR-modell a tanulásban akadályozott gyermekek populációján is érvényes.

9.3 Tanulók a többségi és a tanulásban akadályozott csoport határán

9.3.1 A két részminta IQ-eredményei

A tanulásban akadályozottság meghatározása hazánkban döntő mértékben az intelligencia alapján történik. A tanulásban akadályozottság elsődleges kritériuma, hogy az egyén intelligenciája a 70 alatti, 50 fölötti övezetbe essen (*Józsa* és *Fenyvesi*, 2006). A gyermeket szakértői vélemény alapján minősítik tanulásban akadályozottnak, emiatt a tanulásban akadályozott tanulók között is lehet magasabb IQ-val rendelkező, és a többségi gyermek között is akadhat, akinek 70 alatti az IQ-ja. Nem várható tehát éles hatás a tanulásban akadályozott és a többségi gyermekek IQ-szintje között, hanem egy zónán belül átfedés feltételezhető. A következő elemzésekben azokat a többségi és tanulásban akadályozott diákokat vizsgálom, akiknek IQ-szintjében nincsen lényeges különbség. Az IQ sztenderdizált változója a 8.3.7 pontban leírtak miatt nem használható. A plafon-effektus ebben az övezetben nem befolyásolja a mérést, ezért a felvett Raven IQ-teszt százalékpontos változóját veszem alapul.

Az *55. táblázat* a tanulásban akadályozott és a többségi részminta IQ átlagát mutatja be évfolyamonként. Mindhárom évfolyamon a két részminta IQ átlaga között igen nagy, 30 százalékpont körüli a különbség, aminek szignifikanciáját a kétmintás t-próbák bizonyítják.

55. táblázat. Az IQ átlag és szórás értékei a tanulásban akadályozott és a többségi részmintán korosztályonként (%p)

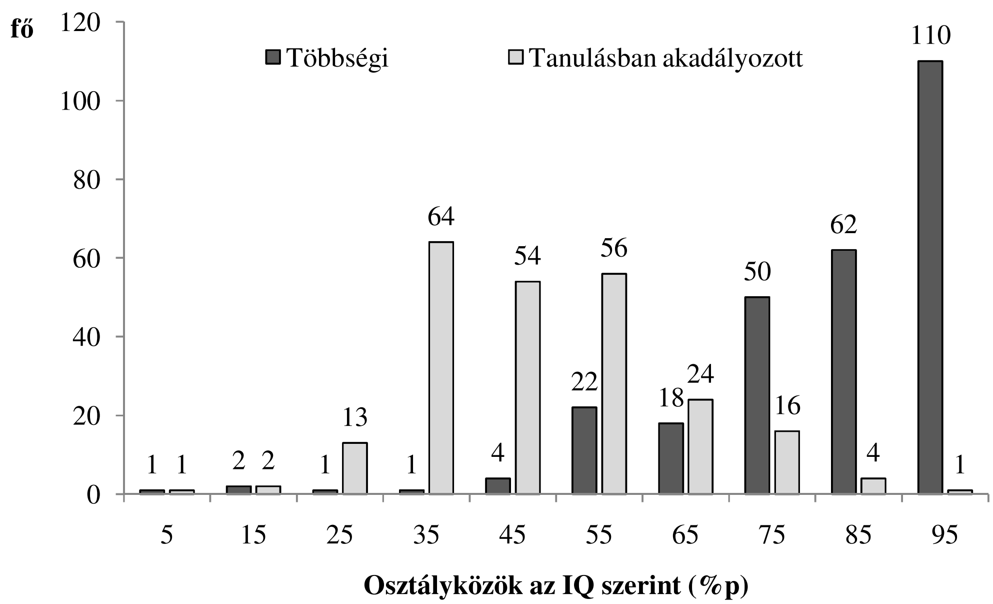
Évf.	Részminta	Átlag	Szórás	Levene		Kétmintás t / d	
				F	p	t/d	p
3.	Tan.ak.	49	15	0,093	0,760	24,320	0,000
	Többségi	82	16				
5.	Tan.ak.	53	17	1,711	0,192	19,028	0,000
	Többségi	84	16				
7.	Tan.ak.	61	18	24,999	0,000	17,153	0,000
	Többségi	87	15				

A tanulásban akadályozott tanulók körében az évfolyamok átlagos intelligenciahányadosa között is mindhárom esetben szignifikáns a különbség ($F=32{,}180$, $p<0{,}001$). Bár a többségi részmintán az életkor előre haladtával az IQ növekedése kevésbé markáns, a 7. osztályosok átlaga mégis szignifikánsan elkülönül az alsóbb évfolyamos társaikétól ($F=7{,}075$, $p=0{,}001$).

A tanulásban akadályozottság határaként megállapított 70 IQ a százalékpontos változó használata miatt nem értelmezhető, ezért azt a százalékpontban kifejezhető IQ intervallumot keresem, amibe megfelelő mennyiségben esnek tanulásban akadályozott és többségi gyermekek is.

Ennek céljából az IQ százalékpontos változójának tíz osztályközén elemzem a két részminta eloszlását. Az *61. ábrán* látható diagram a tanulásban akadályozott és a többségi 3. osztályosok eloszlását szemlélteti.

A tanulásban akadályozott diákok adatsora normál eloszláshoz közeli eloszlást mutat. Ezzel szemben a többségi részminta eloszlása erősen jobbra tolódott. A két részminta eloszlásának különbözősége ellenére egyáltalán nem fedezhető fel éles határ a két minta IQ-ját illetően. A tanulásban akadályozott és a többségi diákok aránya a 65-ös és a 75-ös osztályköz között fordul. Annak ellenére, hogy a 70 százalékpont fölötti IQ-val rendelkező diákok túlnyomó része a többségi részmintához tartozik, 21 tanulásban akadályozott diák is idesorolódott. Ugyanígy az alsóbb osztályközökbe is kerültek többségi gyermekek. Mindkét részmintából megfelelő mennyiségű tanuló az 55-ös, a 65-ös, a 75-ös osztályközben található.

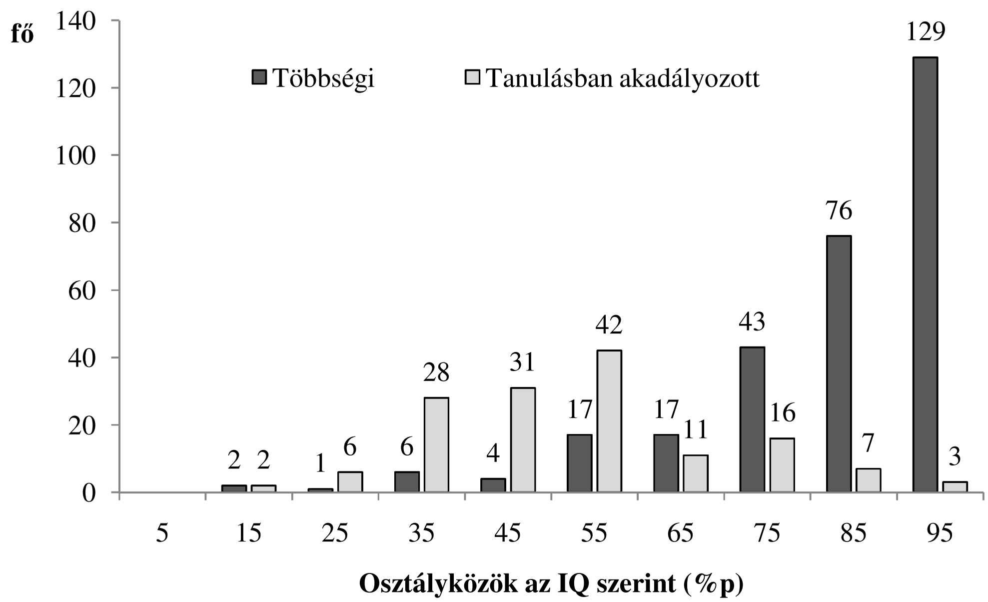


61. ábra

A 3. évfolyamos többségi és a tanulásban akadályozott részminták eloszlása az IQ (%p) változó tíz osztályköze szerint

Az 5. évfolyamos többségi és tanulásban akadályozott gyermekek IQ szerinti eloszlását a *62. ábra* mutatja be. A két részminta adatsora tendenciájában a 3. osztályosokéhoz hasonló. A mérésben résztvevő 5. osztályos tanulásban akadályozott diákok elemszáma a 3. és 7. osztályos társaikéhoz képest 80 fővel kevesebb. Az eloszlásuk szintén normál eloszlást követő. A többségi diákok eloszlása egyre erőteljesebben jobbra tolódik. A részminta több, mint felének az intelligenciája 80 százalékpont fölötti.

A két részminta között az IQ alapján ebben a korosztályban sem észlelhető éles határ. A többségi és a tanulásban akadályozottak részmintájának aránya az 55-ös és a 65-ös osztályközök között fordul át. Ennek ellenére a tanulásban akadályozott 5. osztályosok 25 százalékának az IQ-ja e határ fölött helyezkedik el. Az 55-ös, a 65-ös és a 75-ös osztályközöket választom ki további elemzésekre, mert ezekben az osztályközökben található megfelelő számban elegendő tanuló mindkét részmintából.



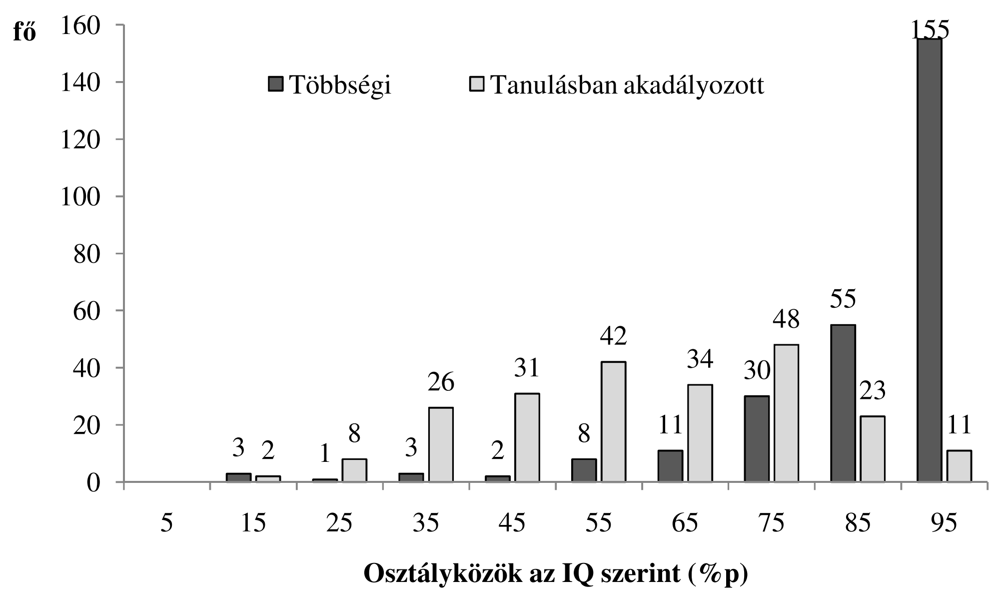
62. ábra

Az 5. évfolyamos többségi és a tanulásban akadályozott részminták eloszlása az IQ (%p) változó tíz osztályköze szerint

A legidősebb korosztály részmintáinak eloszlásait a *63. ábra* szemlélteti. Ebben az életkorban, 7. osztályra a tanulásban akadályozott diákok eloszlása is enyhén jobbra tolódik. Az alsó három osztályközbe már közülük is igen kevesen kerültek. A többségi mintához tartozó diákok IQ-ja jellemzően 60 százalékpont feletti, közel felének az intelligenciája 90 százalékpont felett van.

Nem meglepő módon ezen az évfolyamon sem húzható éles határ a tanulásban akadályozott és többségi diákok IQ-szintje közé. A két részminta osztályközökön belüli aránya a 75-ös és a 85-ös osztályköz között fordul át. A tanulásban akadályozott részmintában 34 olyan diák található, akinek az intelligenciája meghaladja ezen 80 százalékpontos határt.

Természetesen a többségi gyermekek közül is többen e határ alá, sőt néhányan még a legalsóbb osztályközökbe is kerültek. A 7. évfolyamon tanulók a további vizsgálatokhoz a két részmintából megfelelő arányban és megfelelő elemszámban a 65-ös, 75-ös és a 85-ös osztályközökben fordulnak elő.



63. ábra

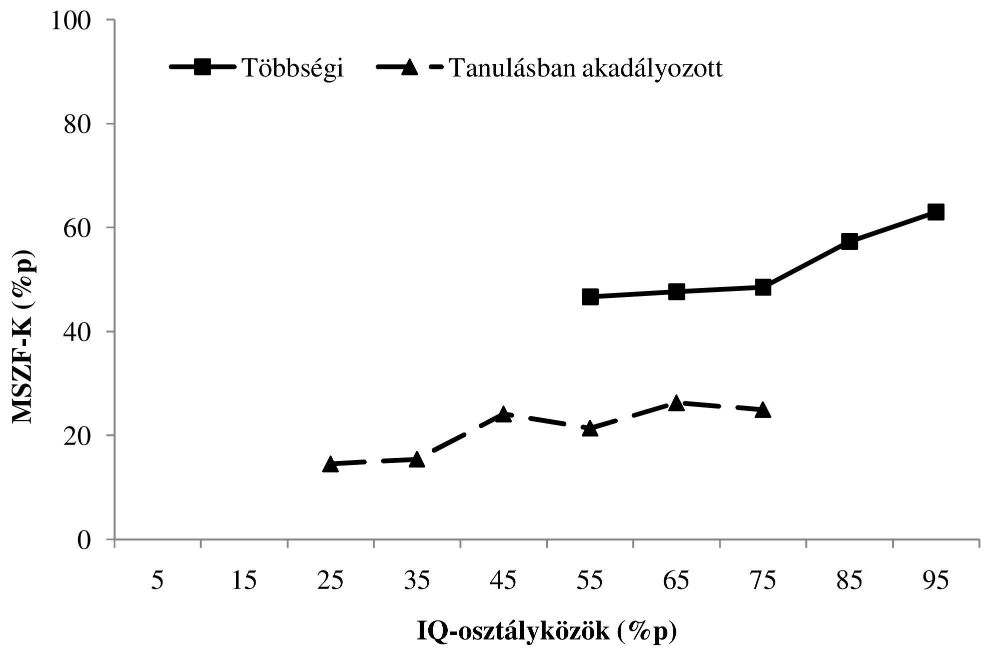
A 7. évfolyamos többségi és a tanulásban akadályozott részminták eloszlása az IQ (%p) változó tíz osztályköze szerint

9.3.2 A két részminta matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének fejlettségbeli különbségei az IQ függvényében

A dolgozat témájának megfelelően a következőkben az IQ alapján 10 osztályközbe sorolt mintán a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségét vizsgálom. A *64*., *65*. és a *66. ábra* diagramján mindkét részminta esetében azon osztályközöknek az MSZF-átlagát ábrázolom, melyek elemszáma 10-nél nagyobb.

A 3. évfolyam két részmintájára vonatkozó eredményeket a 64. ábra közli. A 3. osztályosok körében a 20 és 80 százalékpont közötti IQ-val jellemezhető tanulásban akadályozott diákok MSZF-teljesítményét szemléltető görbe lankás. Az elvégzett variancia-analízis szerint a hat osztályköz MSZF-teszten elért átlaga között nincs szignifikáns különbség (F=2,104, p=0,064).

A többségi diákok görbéje az 55-ös IQ-osztályköztől indul. A leggyengébben teljesítő 55-ös osztályköz MSZF-átlaga több, mint 20 százalékponttal meghaladja az MSZF-teszten legjobban teljesítő tanulásban akadályozott 65-ös osztályköz átlagát. A többségi minta MSZF-teljesítményét ábrázoló görbe első három ponthoz tartozó szakasza szinte vízszintes. Látható emelkedést a 85-ös, majd a 95-ös osztályköz mutat. A variancia-analízis Tukey's-b utótesztje szerint a 95-ös osztályköz átlaga különül el szignifikánsan az alsó három (55, 65, 75) osztályköz MSZF-eredményétől (F=8,355, p<0,001).



64. ábra

A 3. osztályos többségi és tanulásban akadályozott diákok MSZF-teljesítménye az IQ függvényében (az n > 10 részminták esetében)

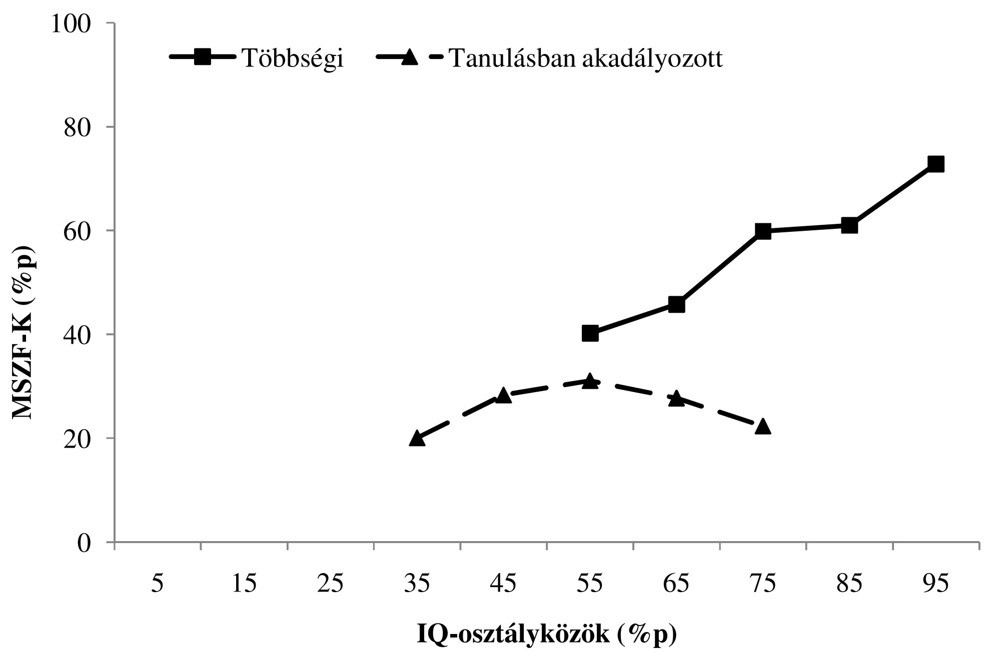
A 3. osztályosok körében az *61. ábra* alapján kiválasztott 55-ös, 65-ös és 75-ös osztályközökön a tanulásban akadályozott és a többségi gyermekek eredményeit vizsgálva feltűnik az MSZF-teljesítményükben való igen nagy különbség.

A különbségek részletesebb elemzésének adatait az *56. táblázat* közli. Mindhárom osztályközön az átlagok különbsége 20 százalékpont felett van, amit természetesen a kétmintás t-próbák szignifikánsnak minősítenek. A nagy különbségek okai bár szertágazóak lehetnek, az azonos IQ-val rendelkező diákoknak egy iskolához közeli kognitív teljesítményében való ily nagymértékű eltérése rámutat a tanulásban akadályozott gyermekeknek a szegregált oktatásból származó hátrányaikra.

56. táblázat. *A tanulásban akadályozott és többségi diákok MSZF-teljesítményének összehasonlítása az 55-ös, 65-ös, 75-ös IQ-osztályközökön, 3.évfolyamon*

IQ oszt.köz	Részminta	Átlag	Szórás	Levene		Kétmintás t / d	
				F	p	t/d	p
55	Tan.ak.	21	20	0,496	0,483	4,833	0,000
	Többségi	47	22				
65	Tan.ak.	26	22	0,224	0,638	2,994	0,000
	Többségi	48	24				
75	Tan.ak.	25	23	0,537	0,466	2,728	0,000
	Többségi	49	24				

Az 5. évfolyamon a tanulásban akadályozott és a többségi gyermekek részmintájának az IQ szerinti tíz osztályközén kapott MSZF-teljesítménygörbéit a *65. ábra* mutatja be.



65. ábra

Az 5. osztályos többségi és tanulásban akadályozott diákok MSZF-teljesítménye az IQ függvényében (az n > 10 részminták esetében)

A tanulásban akadályozott diákok részmintáján az alsó három és a felső két osztályközbe tíznél kevesebb diák esett, ebből kifolyólag a 35-75 osztályközök MSZF-átlagait ábrázolja a diagram. A teljesítményüket szemléltető görbe meglepő módon kupolaszerű ívet rajzol, ami azt jelenti, hogy 60 százalékpontos IQ felett az MSZF-teszten elért pontszám átlagosan csökken. Igaz, a variancia-analízis szerint ezek a különbségek nem jelentősek, azaz az öt osztályköz átlagainak eltérései nem szignifikánsak (F=1,695, p=0,155).

Az 5. osztályos többségi diákok MSZF-teljesítményét ábrázoló görbe jellege eltér a 64. ábrán látható 3. osztályosok eredményeit szemléltető görbétől. Meredeksége erőteljesebb, a legalsó, megfelelő elemszámmal rendelkező, 55-ös osztályköz és a legfelső 95-ös osztályköz MSZF-átlaga között több, mint 30 százalékpont van. A nagyobb különbségeket a variancia-analízis is érzékenyen jelzi, Tukey's-b utóelemzése szerint a 55-ös és 65-ös osztályköz eredménye szignifikánsan elkülönül a felső három osztályköz átlagától (F=13,298, p<0,001).

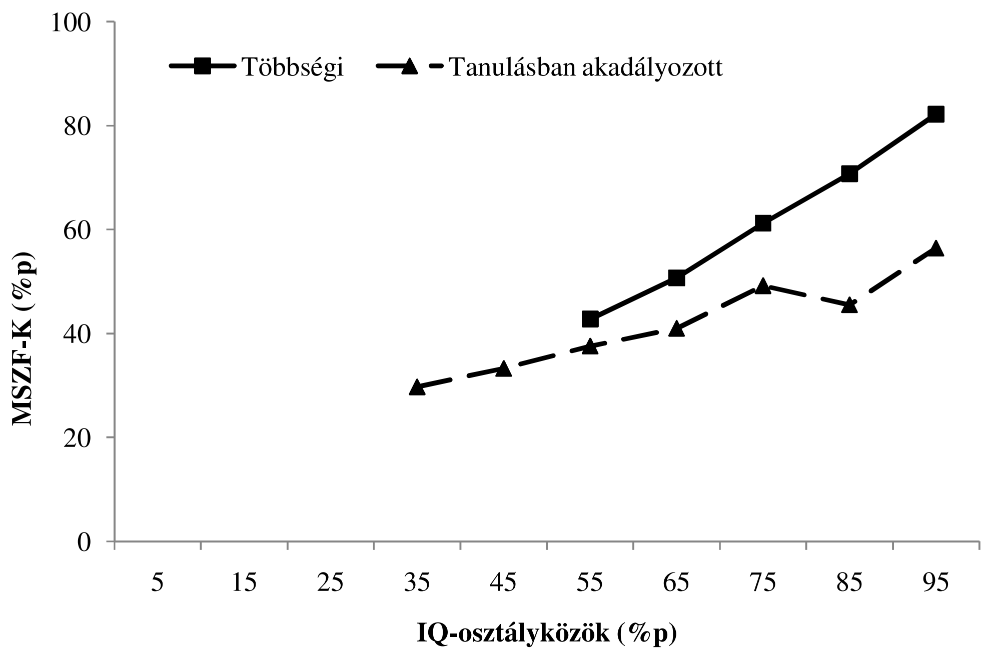
Az tíz IQ-osztályközön az eloszlások szerint (*62. ábra*) a tanulásban akadályozott és a többségi részminta összehasonlítására a megfelelő elemszám és megfelelő arány alapján az 5. osztályosoknál is az 55-ös, a 65-ös és a 75-ös osztályközt választottam ki. Az *57. táblázat* a három kiválasztott osztályközön mutatja be az MSZF-eredmények összehasonlítását.

57. táblázat. A tanulásban akadályozott és többségi diákok MSZF-teljesítményének összehasonlítása az 55-ös, 65-ös, 75-ös IQ-osztályközökön, 5.évfolyamon

IQ oszt.köz	Részminta	Átlag	Szórás	Levene		Kétmintás t / d	
				F	p	t/d	p
55	Tan.ak.	31	20	4,005	0,050	1,247	0,225
	Többségi	40	28				
65	Tan.ak.	28	16	1,462	0,238	2,562	0,017
	Többségi	46	20				
75	Tan.ak.	22	14	0,885	0,351	6,700	0,000
	Többségi	60	21				

A 3. osztályosoknál tapasztalt eredményekkel ellentétben az 5. osztályosoknál az egyes osztályközökben a két részminta átlagainak különbségei egymástól igen eltérők. Az 55-ös osztályköz esetén a többségi diákok csupán 9 százalékponttal teljesítettek jobban az MSZF-teszten a tanulásban akadályozott társaikhoz képest. Ez az eltérés a hipotézis-vizsgálat szerint nem is szignifikáns. A felsőbb osztályközökben a különbségek erőteljesen nőnek és ezzel szignifikánssá is válnak.

A 7. osztályosoknál mindkét részminta görbéje a magasabb IQ övezet felé az MSZF-teljesítményben folyamatos növekedést mutat. A legidősebb korosztály két részmintájának az IQ-osztályközök szerinti MSZF-teljesítményét a *66. ábra* diagramja ábrázolja.



66. ábra

A 7. osztályos többségi és tanulásban akadályozott diákok MSZF-teljesítménye az IQ függvényében (az n > 10 részminták esetében)

A tanulásban akadályozott diákok ebben az életkorban a 35-ös osztályköztől a legfelső osztályközig 10-nél nagyobb elemszámban szerepelnek. Az osztályközök MSZF-átlagát – a 85-ös osztályköz kivételével – enyhe, de egyenletesnek mondható emelkedés jellemzi. A variancia-analízis utóelemzése is a csoportok közötti enyhe növekedésre jellemző eredményeket hozta (F=4,261, p<0,001). Az egymáshoz közeli osztályközök átlagaiban nincs szignifikáns különbség, de a távolabb lévő osztályközök eredményei szignifikánsan elkülönülnek egymástól. Összefoglalva tehát a Tukey's-b utóelemzés eredményeit: [35,45,55,65,85] < [45,55,65,75,85] < [65,75,85,95].

A 7. osztályos többségi diákok 55-ös osztályköztől induló görbéje erőteljes, szigorúan monoton növekedést mutat. Az egymás melletti osztályközök MSZF-átlaga között minden esetben 10 százalékpont körüli a különbség. Az elvégzett variancia-analízis is elkülöníti egymástól az osztályközöket oly módon, hogy minden osztályköz eredménye a szomszédja kivételével a többi osztályköz átlagával szignifikáns különbséget mutat ($F=16,197$, $p<0,001$).

A két részminta görbéjének egymáshoz való viszonya a 7. osztályosoknál más képet mutat, mint az alsóbb évfolyamokon. Az újszerű jelenség lényegét az egyes osztályközökben a tanulásban akadályozott és a többségi diákok MSZF-átlagainak lényegesen kisebb különbsége adja. A magasabb osztályközbe tartozó tanulásban akadályozott diákok eredménye több esetben eléri az alacsonyabb osztályközbe tartozó többségi diákok MSZF-átlagát.

A *63. ábra* oszlopdiagramja alapján kiválasztott 65-ös, 75-ös és 85-ös osztályközökbe eső tanulásban akadályozott és többségi diákok átlagát, szórását és az elvégzett kétmintás t-próbák eredményét az *58. táblázat* foglalja össze. Bár a két részminta MSZF-eredménye csak a 65-ös osztályközben nem mutat szignifikáns különbséget, és magasabb IQ értékeknél az eltéréseket a hipotézis-vizsgálatok szignifikánsnak értékelték, összességében az eredmények azt a képet sugallják, hogy azonos IQ esetén a tanulásban akadályozott tanulók eredményei 7. osztályra a többségi társaikéhoz közelítenek. Ez arra enged következtetni, hogy a tanulásban akadályozottak diákok matematikai szövegesfeladat-megoldó képességét megkésettség, a felső tagozatban intenzívebbé váló fejlődés jellemzi.

58. táblázat. A tanulásban akadályozott és többségi diákok MSZF-teljesítményének összehasonlítása az 65-ös, 75-ös, 85-ös IQ-osztályközökön, 7. évfolyamon

IQ oszt.köz	Részminta	Átlag	Szórás	Levene		Kétmintás t / d	
				F	p	t/d	p
65	Tan.ak.	41	17	2,330	0,134	1,488	0,144
	Többségi	51	25				
75	Tan.ak.	49	24	0,255	0,615	2,163	0,034
	Többségi	61	23				
85	Tan.ak.	46	20	0,442	0,508	4,815	0,000
	Többségi	71	22				

9.3.3 Azonos IQ övezetbe tartozó tanulásban akadályozott és többségi diákok háttérváltozói

A következőkben bemutatásra kerülő két kiegészítő elemzés a matematikai szöveges feladatok fókuszától kicsit eltávolodva a tanulásban akadályozottsággal összefüggő háttérváltozókat vizsgálja. A dolgozat központi témájához, hipotéziseihez a téma bár csak érintőlegesen kapcsolódik, a tanulásban akadályozott diákokra vonatkozó nagymintás empirikus kutatás eredményei közé e két érdekes kiegészítő vizsgálat helyet kíván magának. Az első vizsgálatban arra keresem a választ, hogy az azonos IQ-val rendelkező diákok háttéradatai közül melyek lehetnek azok a változók, amelyek befolyásolják azt a – gyermek egész életére igen nagy hatással lévő – döntést, hogy őt tanulásban akadályozottnak minősítik. A 3. osztályosoknál az 50-80 százalékpontig terjedő IQ övezetben lévő többségi és tanulásban akadályozott diákok adatait veszem górcső alá, mert ez a korosztály áll időben legközelebb ahhoz a döntési eseményhez, melynek összefüggéseit vizsgálom. Az 55-ös, a 65-ös és a 75-ös osztályközbe együttesen 90 többségi és 96 tanulásban akadályozott diák tartozik.

Regresszió-analízissel vizsgálom, hogy vajon a gyermek családi hátterére vonatkozó, néhány társadalmi szempontból meghatározó változó befolyásolja-e azt, hogy a gyermek tanulásban akadályozottként vesz részt a közoktatásban. A független változók közé bevontam az MSZF-K változót is, mint egy iskolai, kognitív teljesítmény változót. Az eredményeket a *59. táblázat* mutatja be

59. táblázat. A tanulásban akadályozottságot magyarázó független változók regresszió-analízise 3. évfolyamon (F=12,715, p<0,001)

Független változók	r	β	Magyarázóerő (%)	Szign. szint
Roma származású	0,357	0,301	11	0,000
Hátrányos helyzetű	0,227	0,261	6	0,001
Anya iskolai végzettsége	0,134	0,146	2	0,066
MSZF-K	0,366	0,265	10	0,001
R^2 =			29	

A regressziós modell a tanulásban akadályozott besorolást közel 30 százalékban magyarázza. A független változók közt szereplő kognitív teljesítményt leíró változó magyarázóereje ennek egyharmadát teszi ki. A bevont háttérváltozók közül, meglepő módon, az anya legmagasabb iskolai végzettségének a függő változóra nincs szignifikáns hatása. E helyett a roma származás magyarázóereje tűnik dominánsnak, a tanulásban akadályozottak közé való besorolásra a változó hatása 11 százalék. A társadalmi különbségekkel, a szegregáció kérdésével foglalkozó tanulmányok (*Bernáth*, *Kereszty*, *Perlusz*, *Szórádi* és *Torda*, 2008; *Szűgyi*, 2009) kiemelik a tanulásban akadályozottnak minősítettek csoportjában a roma gyermekek magas arányát. *Erőss* és *Kende* (2008) arra hívja fel a figyelmet, hogy a roma gyermekek tanulásban akadályozottnak címkézése és a speciális tantervű iskolákba való elkülönítése kimeríti az etnikai szegregáció fogalmát. Az összképet tovább színezi a tanulásban akadályozottságot szociokulturális tényezők függvényében felmérő, Zala megyében végzett nagymintás vizsgálat eredménye, mely szerint a tanulásban akadályozottság szempontjából a roma származás önmagában nem meghatározó (*Mesterházi*, 2009).

9.3.4 Magas IQ mellett tanulásban akadályozottnak minősített diákok háttérváltozói

A 7. osztályos tanulásban akadályozott diákok közül 42 fő az IQ teszten 80 százalékosan vagy annál jobban teljesített. A következőkben arra keresem a választ, hogy kik ők, milyen családi és szociális háttérrel rendelkeznek. Természetesen az is nagy kérdés, hogy miért sorolták őket a tanulásban akadályozottak csoportjába.

A háttérváltozókon az eloszlásokat vizsgáltam meg, mely alapján ezen – 80 feletti IQ mellett tanulásban akadályozottnak minősített – diákok családi és szociális jellemzőit foglalom össze. Azon változók értékeit említem, melyek lényegesen eltérnek a többségi eloszlástól. A *60. táblázat* közli a értékeket és összeveti a többségi és a tanulásban akadályozott diákok részmintájával.

Felmerülhet az a gondolat, hogy ők az integráltan oktatott tanulásban akadályozott diákok, de közülük csak 2 fő integráltan oktatott, 40 szegregáló iskolába jár. A fiúk aránya ebben a csoportban 60 százalék, ami megfelel a tanulásban akadályozottak jellemző nemi arányára. Tanulási zavarral, beszédhibával nem küzdenek, nem látássérültek és nem hallássérültek. Nem a beilleszkedési zavar, vagy magatartászavar miatt kerültek a tanulásban akadályozottak csoportjába (2 fő magatartászavaros). Nem mozgáskorlátozottak.

Ezzel szemben 30 százalékuk roma származású, 21 százalékuk hátrányos helyzetű, a vizsgált csoport fele anyagi szempontból hátrányos, amit indokol az a tény, hogy a vizsgált csoport 55 százalékának az édesapja, 44 százalékának az édesanyja, 26 százalékuknak mindkét szülőjük munkanélküli. Ez nem meglepő annak tudatában, hogy a vizsgált csoport 21 százalékának az édesapja és az édesanyja is analfabéta.

93 százalékuk rendezetten érkezik iskolába, de 26 százalékuk gyakran fáradt és több, mint 10 százalékuk éhes. Ez az arány a többségi gyermekeknél 1 százalék alatt van. A csoport felére igaz, hogy a szüleik nem járnak szülői értekezletre, nem érdeklődnek a gyermekről a pedagógusoknál, a gyermek nevelésében a tanárral nem partnerek. A szülők közel 70 százalékát nem zavarja, hogy a gyermek enyhe értelmi fogyatékos, és az sem, hogy speciális tantervű iskolába jár. Az anyák 33 százaléka nem fejezte be az általános iskolát és a számos szociális hátrány mellett – a többségi mintára jellemző 2,11 átlaggal szemben – a családban átlagosan 2,81 gyermek él.

60. táblázat. Magas IQ-val rendelkező tanulásban akadályozott diákok háttérváltozói

Háttérváltozók	Relatív gyakoriság (%)		
	Tan.ak. magas IQ-val	Többségi	Tan.ak.
Roma	30	14	49
Hátrányos helyzetű	21	17	26
Anyagilag hátrányos	50	38	56
Mindkét szülő munkanélküli	26	18	36
Mindkét szülő analfabéta	21	2	24
Anya az ált. iskolát nem fejezte be	33	8	30
Iskolába fáradtan érkezik	26	11	23
Iskolába éhesen érkezik	12	1	13
Érzelmileg elhanyagolt	49	39	48
Szülei nem beszélgetnek vele	47	21	45
Nem szívesen megy haza	57	19	47

A pedagógusok a csoportból minden második gyermeket érzelmileg elhanyagoltnak látnak. A pedagógus véleménye szerint 77 százalékuknak a szülei nem mesélnek, nem játszanak a gyermekkel, 47 százalékukkal nem is beszélgetnek. Talán ezek után nem csoda, hogy a csoport nagyobb része, 57 százalék nem szívesen megy haza.

A családi és szociális háttérváltozókat áttekintve szembeötlő, hogy a vizsgált csoport háttérváltozói eltérnek a többségi részminta jellemzőitől, és minden esetben a tanulásban akadályozott részminta értékeihez állnak közelebb. Ennek a 42 diáknak bár az IQ-ja a többségi társaikéhoz hasonló, az életkörülményeik a tanulásban akadályozottak csoportjába kényszerítették őket.

Dolgozatom utolsó fejezetében a tanulásban akadályozott diákokra vonatkozó vizsgálati eredményeket foglaltam össze. A mérés elsődleges módszertani célja egy olyan mérőeszköz készítése volt, mely megbízhatóan méri a 3-7. korosztály többségi és tanulásban akadályozott diákjait egyaránt. Ez teljesült, a nagymintás vizsgálat mutatói szerint az évfolyam és a tanulásban akadályozottság változók mentén létrejött mind a hat részminta esetében az MSZF-teszt reliabilitás mutatója jó, vagy elfogadható szintű.

Az MSZF-teszttel mért matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődését keresztmetszeti vizsgálattal mértem 3., 5. és 7. évfolyamon. A tanulásban akadályozott gyermekek részmintáját tekintve megállapítható, hogy a vizsgált évfolyamok között a képesség fejlettségében szignifikáns javulás megy végbe. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség 3. és 7. évfolyam között a tanulásban akadályozott diákok esetében is intenzív fejlődésen megy keresztül.

A képesség fejlettségi szintje a tanulásban akadályozott diákok esetében mindhárom korosztályban szignifikáns gyengébb többségi társaikéhoz képest olyannyira, hogy a tanulásban akadályozott diákok átlagos eredménye még 7. évfolyamra sem éri el a 3. osztályos többségi gyermekek fejlettségi szintjét. A vizsgálati eredmények arra engednek következtetni, hogy a tanulásban akadályozott és a többségi részminta fejlődése eltér egymástól, időben máskor történnek meg a fejlődésbeli változások. A tanulásban akadályozott diákok fejlődésbeli megkésettsége a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség esetén minimum négy életévnyi.

A Kritériumrendszer-modellt a tanulásban akadályozott diákok mintáján is teszteltem. Bár a szűrők szerepe a többségi minta eredményeihez képest gyengébbnek mutatkozott, a modell ezen tanulócsoporton is igazolást nyert. Feltételezhető, hogy a tanulásban akadályozott gyermekek esetében a kognitív funkciókat, azok egymást befolyásoló hatását körültekintőbben, több változó bevonásával érdemes vizsgálni.

Ebben a fejezetben kapott helyet a tanulásban akadályozottságnak az IQ és a háttérváltozók függvényében történő vizsgálata. Az eredmények azt mutatják, hogy az IQ alapján nem vonható határozott vonal a tanulásban akadályozott és a többségi gyermekek közé. Kiemelten vizsgáltam azokat a gyermekeket, akiknek a besorolása bár tanulásban akadályozott, intelligencia-szintjük a tanulásban akadályozottakra jellemző értékeknél jelentősen magasabb. Ezen diákok családi és szociális háttérváltozói igen kedvezőtlenek, így feltételezhető, hogy ebben az esetben nem a gyermek kognitív lehetőségei, hanem a rossz életkörülmények és társadalmi hátrányok kényszerítik őket a tanulásban akadályozottak közé.

ÖSSZEGZÉS

Dolgozatomban a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség elméleti hátteréről adtam áttekintést, valamint empirikus vizsgálatokkal több szempontból elemeztem a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség természetét 9-13 éves diákok körében. Egy központi és három kiegészítő vizsgálat tette lehetővé a problémakör alapos körüljárását. A dolgozat gerincét adó központi vizsgálat a szülők iskolai végzettsége szerint reprezentatív mintán, 940 többségi és 730 tanulásban akadályozott diák bevonásával valósult meg. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődése, életkori sajátosságai mellett vizsgáltam a képesség más kognitív készségekkel, képességekkel, intelligenciával, affektív tényezőkkel, motívumokkal, meggyőződésekkel, háttérváltozókkal való összefüggését. Az empirikus eredmények alapján egy modellt állítottam fel, mely a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség megfelelő működéséhez elengedhetetlen tudáselemeket foglalja össze. Munkámban kitértem a tanulásban akadályozott diákok matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének vizsgálatára, az eredményeket a többségi társaikkal való összevetés mentén elemeztem. A következőkben a dolgozat empirikus vizsgálatainak kiindulópontjául szolgáló hipotézisek mentén tekintem át munkám főbb eredményeit.

(1a) Dolgozatom nagymintás vizsgálatában 3., 5. és 7. osztályos diákok alkotta mintán vizsgáltam papír-ceruza tesztekkel a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségét. A mérőeszköz évfolyamonkénti reliabilitás mutatói szerint a teszt mindhárom korosztályban megbízhatóan mért. A kutatási projekt kiterjedt a tanulásban akadályozott diákokra is, akiknél a reliabilitás mutatók szintén megfelelőnek mondhatók mindhárom évfolyamon.

(1b) Ugyanazon mérőeszközökkel történt az adatfelvétel tanulásban akadályozott és a többségi részmintán. A két részmintára számított jó reliabilitás mutatók, illetve a teszteredmények szerinti eloszlások azt mutatják, hogy sikerült egy olyan mérőeszközt fejleszteni, mely a vizsgált korosztályokban megfelelően becslést ad a tanulásban akadályozott és a többségi diákok esetében is a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére, lehetőséget ad a két részminta jellemzőinek összehasonlítására.

(2a) A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődését keresztmetszeti vizsgálattal mértem 9-13 évesek körében. Az adatfelvétel 3., 5. és 7. évfolyamon történt. A többségi részmintán kapott eredmények szerint a vizsgált életkorban ezen képesség intenzíven fejlődik. A teszttel mért eredmények szerint jelentős különbségek vannak az évfolyamok között.

(2b) A képesség fejlődése a tanulásban akadályozott diákok esetében is nyilvánvaló. A vizsgált évfolyamok között a képesség fejlettségében szignifikáns javulás tapasztalható. Megállapítható tehát, hogy a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség 3. és 7. osztály között a tanulásban akadályozott gyermekek esetében is intenzív fejlődésen megy át.

(2c) A tanulásban akadályozott diákok mindhárom évfolyamon jelentősen gyengébb teljesítményt mutattak, mint azonos korú többségi társaik. A tanulásban akadályozott diákok eredménye még 7. osztályra sem érte el a 3. osztályos többségi gyermekek fejlettségi szintjét. A többségi diákok esetében a fejlődés intenzívebb szakasz a 3. és az 5. osztály közé esik. Az 5. és 7. osztály között a fejlődés lassabbá válik. Ezzel szemben a tanulásban akadályozott diákok részmintáján mért eredmények szerint az ő esetükben a fejlődésének intenzívebb szakasza felső tagozatra tehető. A kisebb mértékű, 3. és 5. osztály között tapasztalt változás az 5. és 7. osztály közötti időszakban megháromszorozódik. Vizsgálataim szerint feltételezhető, hogy a két részminta fejlődése eltér egymástól, időben máskor történnek meg a fejlődésbeli változások. A tanulásban akadályozott gyermekek matematikai szövegesfeladat-megoldó képessége a többségi társaikhoz viszonyítva átlagosan minimum négyévnyi megkésettséget mutat.

(3a) A matematikai szöveges feladatok szerkezetében három szintet különböztettem meg: a feladat mélystruktúráját, a feladat tartalmát és a feladatmegoldás kontextusát. A feladat mélystruktúrája a probléma vázát adó absztrakt matematikára vonatkozik. A különböző mélystruktúrával rendelkező feladatok esetében igen különböző tanulói teljesítmények mutatkoztak. Bizonyos mélystruktúrák mellett az évfolyamok közötti különbségek számottevőek voltak, mások mellett pedig jelentéktelenek. A mélystruktúra feltételezhetően oly annyira befolyásolja a megoldás sikerességét, hogy a mélystruktúrára jellemző fejlődési útvonal is kimutatható.

(3b) A dolgozat vizsgálataiban a matematikai szöveges feladatok tartalmi szintjének egyik szempontja, a feladat realisztikus volta szerinti különbségek kerültek elemzésre. A tartalmi szint jellemzésére több dimenzió is elképzelhető. A szöveges feladatok esetében ilyen tartalmi jellemzőnek tekinthető a feladat szövege által felvázolt szituáció jellege, az iskola falain belül a különböző tantárgyak tartalmai, szintúgy, mint az iskolán belüli és az iskolán kívüli tartalmak különbségei.

(3c) A tartalmi szint realisztikussággal való módosításának a feladatmegoldásra gyakorolt hatását egyik kiegészítő vizsgálatomban mértem 7. osztályos diákok körében. A diákok azonos feladatmegoldási kontextusban azonos mélystruktúrájú, de realisztikus és hagyományos tartalmú matematikai szöveges feladatokból álló tesztet oldottak meg. A realisztikus feladatok helyes megoldásához minden esetben szükséges volt a való világ szabályszerűségeinek figyelembevétele. Az ebben az értelemben realisztikus feladatok megoldottsági szintjét minden esetben jelentősen alacsonyabbnak találtam, mint az azonos mélystruktúrájú hagyományos feladatokét. A tartalmi szint azon speciális esetére, amikor a tartalom változtatása a realisztikusság mentén történik, elmondható, hogy az jelentősen befolyásolja a feladatmegoldást, méghozzá a realisztikus tartalom rontja a sikeresség esélyét.

(3d) A kontextuális szint módosulatai közül az iskolai és az iskolán kívüli környezet hatásait, szabályszerűségeit vizsgáltam. Bár az iskola falain belül nem lehet iskolán kívüli környezetet teremteni, az egyéni interjú módszerét alkalmazva, a hangosan gondolkodtatás technikájával 5. osztályos diákoknak a problémamegoldást kísérő gondolatait, az iskolai és az iskolán kívüli matematikai jellegű feladatokra vonatkozó meggyőződéseit vizsgáltam. A hangosan gondolkodtatás eszközével az iskolai és az iskolán kívüli feladatmegoldás jellemzőinek deklarálására késztettem őket. Az interjúk által feltárt jelenségek azt igazolták, hogy a diákok ismerik az iskolai kontextusban történő feladatmegoldás kimondatlan szabályait. Emellett tisztában vannak az iskolán kívüli kontextus, a mindennapi életben történő problémamegoldás lehetőségeivel is. A két világot viszont éles határ választja el, és a diákok számára zavaró és frusztráló, ha a két szabályrendszer közötti határ átlépésére kérik őket, azaz ha iskolai kontextusban a valóságban történő problémamegoldás sajátosságai jelennek meg.

(4a) A matematikai szövegesfeladat-megoldó képességet befolyásoló kognitív területek összegzéseként felállítottam a Kritériumrendszer-modellt, mely a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség működéséhez elengedhetetlen kognitív feltételeket modellezi. A modellben szűrőknek neveztem azokat a készségeket és képességeket, melyek a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség feltételeként szerepelnek. A modellben négy szűrőt azonosítottam, a szóolvasást, a szövegértést, a problémareprezentációt és a számolási készséget. Empirikus úton három szűrő, a szóolvasás, a szövegértés és a számolási készség bevonásával bizonyítottam a modell jellemzőit.

(4b) Igazoltam, hogy a szóolvasás, a szövegértés és a számolási készség befolyásolja a matematikai szöveges feladatok megoldásának sikerességét, méghozzá a modellben definiált szűrők tulajdonságainak megfelelően.

(4c) A szűrő legfőbb jellemzője a kritérium jellege. Ez egyrészt azt jelenti, hogy a készség, képesség esetében megadható egy olyan kritikus fejlettségi szint, mely megléte nélkül a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség nem tud sikeresen funkcionálni. A szóolvasás, a szövegértés, és a számolási készség matematikai szöveges feladatok megoldására gyakorolt hatásának természetét vizsgálva azt találtam, hogy eleget tesznek ennek a definíciónak. Mindhárom tudásterület esetében kirajzolódott egy olyan kritériumszint, mely felett a diákok jóval nagyobb eséllyel teljesítettek jól a matematikai szöveges feladatok teszten, mint a kritériumszint alatt.

A kritérium tulajdonság másfelől azt jelenti, hogy a kritérium teljesítése felett a szűrő hatása nem mérvadó, azaz azok között a diákok között, akik elérik a kritériumszintet ugyanúgy találhatók a matematikai szöveges feladat teszten jól, közepesen és gyengén teljesítők egyaránt. Az empirikus eredmények alapján a szóolvasás, a szövegértés és a számolási készség ezen feltételnek is eleget tettek, tehát a Kritériumrendszer-modellben szűrőként való szerepük bizonyítottá vált. A szűrők kritérium tulajdonságából fakadóan következik, hogy az összes szűrőkritérium együttes megléte ad lehetőséget a matematikai szöveges feladat sikeres megoldására. Igazoltam, hogy mindhárom szűrőn a kritériumszint felett teljesítő diákok matematikai szöveges feladatok teszten elért teljesítménye szignifikánsan különböző azoknak a tanulóknak a teljesítményétől, akik valamely szűrőn nem feleltek meg. A matematikai szöveges feladat megoldásának sikeressége szempontjából irreleváns, hogy egy vagy több kritérium megléte hiányzik.

A szűrők szerepét különböző életkorokban és különböző feladattípusok esetén is vizsgáltam. Azt találtam, hogy az életkor előre haladtával a szóolvasás és a szövegértés szerepe állandó, de a számolási készség szerepe csökken. A feladattípusok szerinti elemzés eredményei is azt mutatják, hogy különböző feladatoknál a szűrők dominanciaaránya más és más. Mindez azt jelenti, hogy a szűrők szerep, az egyes szűrőkre vonatkozó kritériumszintek függnek a vizsgált mintától és a matematikai szöveges feladat jellemzőitől.

(4d) A Kritérim-rendszer modellt a tanulásban akadályozott diákok részmintáján is teszteltem. A modell ezen a tanulócsoporton is igazolást nyert, bár a szűrők meghatározó szerepe gyengébbnek mutatkozott, mint a többségi részmintán. Feltételezhető, hogy a tanulásban akadályozott gyermekek esetében a kognitív funkciókat, azok egymást befolyásoló hatását körültekintőbben, több változó bevonásával érdemes vizsgálni.

(5a) A matematikai szövegesfeladat-megoldó képességet befolyásoló affektív tényezők közül elsőként a matematikára vonatkozó tanulói attitűdök eredményeit mutattam be. Kimutattam a vizsgált korosztályban a matematika attitűd jelentős csökkenését. A 3. és az 5., valamint az 5. és a 7. évfolyamok között nagyjából azonos mértékű csökkenő tendencia rajzolódott ki.

(5b) A matematika attitűdnek a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel gyenge, de szignifikáns a kapcsolata. Az összefüggés a magasabb évfolyamok irányába erősödik. Ennek ellenére – a két szélső attitűdértéket leszámítva – a matematika attitűd szerinti mintabontásban a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségében még 7. osztályban sem találtam szignifikáns különbségeket. A matematika attitűdnek a számolási készséggel vett korrelációja mindhárom évfolyamon nagyobb, mint a matematikai szöveges feladatok teszt eredményével.

(5c) A matematikai énkép esetében is csökkenő tendenciát mutattam ki a vizsgált korosztályban. Az évfolyamok közötti negatív irányú változás szignifikáns eltéréseket eredményez. A csökkenés az 5. és a 7. osztály között markánsabbá válik, mint 3. és 5. osztály között.

(5d) A matematikai énkép és a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség való kapcsolata évfolyamonként eltérő, az idősebb korosztályok felé az összefüggés erősödik. Az összefüggés mindhárom évfolyamon szignifikáns, a 3. osztályosok körében gyengének, a 7. osztályosok esetében már közepesnek mondható. A számolási készség esetében a korrelációs együttható az egyes évfolyamokon lényegesen nem különbözik, az összefüggés gyenge.

(5e) A matematikára vonatkozó tanulói meggyőződéseket indirekt módon realisztikus matematikai szöveges feladatokból álló teszttel vizsgáltam 7. osztályosok körében. A feladatok jellegéhez a feladat realisztikus megoldását gátló meggyőződést társítottam. Ily módon a feladatra adott realisztikus reakciók aránya információval szolgált a társított meggyőződés működéséről, annak erősségéről. Az eredmények szerint mindegyik azonosított meggyőződés feladatmegoldást kísérő jelenléte igazolást nyert.

(5f) A matematikai szöveges feladatok nehézségének megítélésére irányuló vizsgálat 5. osztályosok körében elemezte az azonos mély struktúrájú matematikai szöveges feladatokkal kapcsolatos vélekedéseket. Mindegyik feladat a 8+4 egyszerű matematika műveletre épült. A legkönnyebbnek a csupán számokkal és szimbólumokkal leírt aritmetikai feladatot tartották a diákok. Ezt követi a szöveggel leírt, de tartalomba nem ágyazott aritmetikai kifejezés. Ennél nehezebbnek ítélték a tanulók a valósszituációba ágyazott szöveges feladatot, és legnehezebbnek a fölösleges adatokkal is teletűzdelt, valós szituációba foglalt szöveges feladat tűnt. A feladat szövegének karakterszáma is a feladatoknak ugyanezen sorrendjét eredményezi, ami rámutatott arra, hogy a diákok a szöveg hosszát is figyelembe vehetik, amikor egy matematikai szöveges feladat nehézségét ítélik meg.

(5g) A matematikai szöveges feladatok érdekességének megítélésére vonatkozó vizsgálat szintén 5. osztályosok körében zajlott. A tanulók négy azonos mélystruktúrájú, de különböző tartalmú szöveges feladatról döntötték el, hogy melyik mennyire érdekes számukra. A feladatok a $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ műveletsorra épültek. A diákok a legkevésbé érdekesnek a csupán számokkal és műveleti jelekkel kitűzött példát találták. Az érdekesség szempontjából ezt követte a mindennapi szituációba ágyazott feladat. A számokat egy mesebeli világban megszemélyesítő feladat volt a következő a sorban, és legérdekesebbnek a geometriai taralommal felöltöztetett példát találták a diákok. Az legérdekesebbnek ítélt geometria tartalmú feladat esetében fontos megjegyezni, hogy ezt a feladatot géppel és kézzel rajzolt ábra kísérte, valamint a feladatváltozatok közül egyedül ennél a feladatnál nem szerepelt a feladat szövegében szám.

(6a) A nagymintás vizsgálat egy nagyobb kutatási projekt részét képezte, ez lehetőséget adott arra, hogy számos háttérváltozónak elemezzem a matematikai szöveges feladatok megoldására gyakorolt hatását. Dolgozatomban kitértem a szülők iskolai végzettségének, a roma származásnak a hátrányos helyzetnek, a nemek közötti különbségeknek, a matematika osztályzatnak és az intelligenciának a szerepére. Az eredmények közül elsőként az anya legmagasabb iskolai végzettségére vonatkozókat emelem ki.

A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettsége mindhárom évfolyamon szignifikáns összefüggést mutat az anya legmagasabb iskolai végzettségével. Az összefüggés mértéke különböző, az életkor előre haladtával egyre erősebbé válik. A 7. osztályosok körében az anya legmagasabb iskolai végzettsége szerinti alsó kettő, középső kettő és legfelső kategóriákba tartozó diákok matematikai szöveges feladatok teszten nyújtott teljesítménye szignifikáns különbséget mutat.

(6b) A hátrányos helyzetű diákok matematikai szövegesfeladatok-megoldó képessége mindhárom évfolyamon szignifikánsan gyengébb, mint a nem hátrányos helyzetű társaiké. A két részminta közötti különbség az egyes életkorokban azonos. A hátrányos helyzetű diákok eredményei nagyjából két évnyi lemaradással érik el a nem hátrányos diákok képességfejlettségét.

Az adatok lehetőséget adtak arra, hogy a kulturális szempontjából is megvizsgáljam az eredményeket. A gyermek roma származására vonatkozóan a pedagógusok által kitöltött kérdőív tartalmaz információkat. A roma származású diákok mindhárom évfolyamon szignifikánsan gyengébb teljesítményt mutattak, mint a nem roma származású társaik. A hátrányos helyzettel ellentétben a roma származásnál az életkor előre haladtával a különbségek növekednek. 7. osztályra a roma tanulóknak a nem roma társaiktól való lemaradása a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségében kétszer akkora, mint a 3. osztályban. A két részminta görbéi a nyíló olló jelenségét mutatják. Kétszempontos variancia-analízissel vizsgáltam a hátrányos helyzet és a roma származás változók együttes hatását a matematikai szöveges feladatok megoldottságára. Megállapítottam, hogy a két változó nem független egymástól, és felső tagozatra a hátrányos helyzet válik meghatározóbb befolyásoló tényezővé a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségében.

(6c) A fiúk és a lányok teljesítménye között sem a matematikai szöveges feladatok, sem a számolási készség teszten nem mutatkozott egyik évfolyamon sem szignifikáns különbség.

(6d) A gyermek családi és szociális háttérváltozói együttes vizsgálatával kerestem a választ arra a kérdésre, hogy a háttérváltozók közül melyik mennyire erősen befolyásolja a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségét. A 3. osztályosok körében az anya legmagasabb iskolai végzettsége a legmeghatározóbb a vizsgált háttérváltozók közül. Az életkor változásával az anya legmagasabb iskolai végzettségének gyengülő befolyása mutatkozott, aminek helyét az egyre dominánsabb hátrányos helyzet vette át. Mindhárom évfolyamon a matematikai szöveges feladatok teszten nyújtott teljesítmény 20 százaléka az anya legmagasabb iskolai végzettsége, a roma származás és a hátrányos helyzet változók együttes hatása szerint meghatározott.

További kutatási feladatnak látom a matematikai szöveges feladatok hármas szintű szerkezeti tagolásában (mélystruktúra, tartalom és kontextus) a szintek lehetséges módosulatainak leírását, rendszerbe foglalását. Ezután szükség lenne olyan vizsgálatokra, melyek szigorúan rögzített két szint mellett vizsgálják a harmadik szinten módosított feladatok megoldottságát, jellemzőit.

A Kritériumrendszer-modell igazolása további empirikus bizonyítékokat igényel. Fontos kutatói feladatnak és egyben nagy kihívásnak tartom a problémareprezentációra fókuszáló vizsgálatok megtervezését, lefolytatását. A modell általánosítása, kiterjesztése megkívánja a matematikai szöveges feladatok megoldásához szükséges további kognitív területek feltárását, modellbe illesztését.

A legtöbb kutatási feladat a tanulásban akadályozott diákok matematikai fejlettsége terén látom. Az elmúlt években új lendületet vett hazánkban a tanulásban akadályozott diákok körében a különböző kognitív készségek és képességek fejlettségének empirikus adatok alapján történő leírása. A készségekre lebontott diagnosztikus vizsgálati módszerek elengedhetetlenek a sikeres integrációhoz. Mindezek előtt szükségesek azok a nagymintás feltáró alapkutatások, melyek az egyes területek, így a matematikai tudásra vonatkozóan is meghatározzák a populációra jellemző sztenderdeket és a lehetőségekhez mérten összehasonlítási alapot adnak a tanulásban akadályozott és a többségi gyermekek fejlettségének összevetésére.

IRODALOMJEGYZÉK

Adams, R. és Wu, M (2002, szerk.): *PISA 2000 Technical Report*. OECD Publishing, Paris.

Andrews, P., Diego-Mantecon, J., Vankuš, P., Op 't Eynde, P. és Conway, P. (2008): A tanulók matematikai meggyőződéseinek értékelése: Egy három országot érintő összehasonlító vizsgálat. *Iskolakultúra Online*,**1.** 2, 141-159.

Ashcraft, M. H. (1982): The development of mental arithmetic: A chronometric approach*. Developmental Review*, **2.** 213–236.

Berends, I. E. és van Lieshout, E. C. D. M. (2009): The effect of illustrations in arithmetic problem-solving: Effects of increased cognitive load. *Learning and Instruction*, **19.** 345–353.

Bernáth Gábor, Kereszty Zsuzsa, Perlusz Andrea, Szórádi Ildikó és Torda Ágnes (2008): Roma ≠ hátrányos helyzetű ≠ tanulási nehézséggel küzdő ≠tanulási zavaros ≠ enyhefokú értelmi fogyatékos. In: Bernáth Gábor (szerk.): *Esélyegyenlőség – deszegregáció – integráló pedagógia*. Educatio Kht., Budapest. 103–109.

Biczó Zalán (2006): *Győri orvoséletrajzi lexikon. 1. kötet. A kezdetektől 1945-ig*. Magánkiadás, Győr.

Bődör Jenő (1999): A diszkalkulia pszichológiája. In: Mesterházi Zsuzsa (szerk.): *Diszkalkuliáról – pedagógusoknak*. Eötvös Loránd Tudományegyetem Bárczi Gusztáv Gyógypedagógiai Főiskolai Kar, Budapest.

Bryant, B. R. és Bryant, D. P. (2008): Introduction to the special series: mathematics and learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*. **31**. Winter 3–8.

Bryant, D. P. (2005): Commentary on early identification and intervention for students with mathematics difficulties. *Journal of Leaming Disabilities*, **38.** 340–345.

Bryant, D. P., Bryant, B. R. és Hammill, D. D. (2000): Characteristic behaviors of students with LD who have teacher-identified math weaknesses. *Journal of Learning Disabilities*, **33.** 2.sz. 168–177.

Bryant, D. P., Smith, D. D. és Bryant, B. R. (2008): *Teaching students with special needs in inclusive classrooms*. Allyn & Bacon, Boston.

Bull, R. és Johnston, R. S. (1997): Children's arithmetical difficulties: Contributions from processing speed, item identification, and short-term memory. *Journal of Experimental Child Psychology,* **65**. 1–24.

Butterworth, G. (1993): Context and cognition in models of cognitive growth In: Light, P. és Butterworth, G. (szerk.): *Context and cognition*. Lawrence Erlbaum Associated, Publishers, Hillsdale - New Jersey - Hove - London.

Carpenter, T. P. és Moser, J. M. (1984): The acquisition of addition and subtraction concepts in Grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, **15.** 179–202.

Carr, M. és Jessup, D. L. (1995): Cognitive and metacognitive predictors of mathematics strategy use. *Learning and Individual Differences,* 3. sz. 235–247.

Csapó Benő (1992): *Kognitív pedagógia.* Akadémiai Kiadó, Budapest.

Csapó Benő (1998, szerk.): *Az iskolai tudás*. Osiris Kiadó, Budapest.

Csapó B. (1999a): Improving thinking through the content of teaching In: Hammers, J. H. M., Van Luit, J. E. H. és Csapó, B. (szerk.): *Teaching and learning thinking skills.* Swets és Zeitlinger, Lisse - Abindon – Exton - Tokyo. 37–62.

Csapó Benő (1999b): A tudás minősége. *Educatio*, 3. sz. 473–487.

Csapó Benő (2000): A tantárgyakkal kapcsolatos attitűdök összefüggései. *Magyar Pedagógia*, **100.** 3. sz. 343–365.

Csapó Benő (2003a): Oktatás az információs társadalom számára. *Magyar Tudomány* 12. sz. 1478–1485.

Csapó Benő (2003b): *A képességek fejlődése és iskolai fejlesztése.* Akadémiai Kiadó, Budapest.

Csépe Valéria (2005): *Kognitív fejlődés-neuropszichológia*. Gondolat Kiadó, Budapest.

Csíkos Csaba (2002): Hány éves a kapitány? Matematikai szöveges feladatok megértése. *Iskolakultúra,* **12.** 12. sz. 10–15.

Csíkos Csaba (2003): Matematikai szöveges feladatok megértésének problémái 10–11. éves tanulók körében. *Magyar Pedagógia*, **103.** 35–55.

Csíkos Csaba (2005): A matematikai tudáskoncepció a 2003-as PISA vizsgálatban. In: Kósa Barbara és Simon Mária (szerk.): *Új vizsga – új tudás? Az új érettségi hatása az iskolakezdéstől a záróvizsgáig.* Országos Közoktatási Intézet. 2010. május 28-i megtekintés http://www.oki.hu/oldal.php?tipus=cikk&kod=uj_vizsga_uj_tudas-1szakmai-csikos]

Csíkos Csaba (2007): *Metakogníció – A tudásra vonatkozó tudás pedagógiája*. Műszaki Kiadó, Budapest.

Csíkos Csaba (2009): Mentális modellek és metareprezentációk matematikai szöveges feladatok megoldásában. Egy fejlesztőkísérlet elméleti alapjai. In: Kozma Tamás és Perjés István (szerk.): *Új kutatások a neveléstudományokban 2008*. MTA Pedagógiai Bizottsága, Budapest. 109–117.

Csíkos Csaba (2009): *Mintavétel a kvantitatív pedagógiai kutatásban.* Gondolat Kiadó, Budapest.

Csíkos Csaba és Dobi János (2001): Matematikai nevelés. In: Báthoty Zoltán és Falus Iván (szerk.): *Tanulmányok a neveléstudomány köréből 2001.* Osiris Kiadó, Budapest. 355–372.

Csíkos Csaba és Kelemen Rita (2009): Matematikai szöveges feladatok nehézségének és érdekességének megítélése 5. osztályos tanulók körében. *Iskolakultúra*, **19.** 3-4. sz. 14–25.

Csíkos Csaba, Szitányi Judit és Kelemen Rita (2009): Promoting 3rd grade children's mathematical problem solving through learning about the role of visual representations. Paper presented at the 13th European Conference for Research on Learning and Instruction. Amsterdam, The Netherlands, August 25-29.

De Corte, E. (2001): Az iskolai tanulás: A legfrissebb eredmények és a legfontosabb tennivalók. *Magyar Pedagógia,* 101. sz. 413–434.

Dehaene, S. (2003): *A számérzék. Miként alkotja meg az elme a matematikát?* Osiris Kiadó, Budapest.

Dékány Judit (1989): A dyscalculia prevenció vizsgálata és terápiája. *Gyógypedagógiai Szemle*, 3. sz. 203–212.

Dékány Judit (2001): A diszkalkuliáról. *Gyógypedagógiai Szemle*, Különszám 1. 64–66.

Diezmann, C. M. (2005): Primary students' knowledge of the properties of spatially-oriented diagrams. In: Chick, H. L. és Vincent, J. L. (szerk.): *Proceedings of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.* PME, Melbourne. 281–288.

Dobi János (2002): Megtanult és megértett matematikai tudás. In: Csapó Benő (szerk.): *Az iskolai tudás.* Osiris Kiadó, Budapest. 177–199.

Erőss Gábor és Kende Anna (2008, szerk.): *Túl a szegregáción. Kategóriák burjánzása a magyar közoktatásban*. L'Harmattan Kiadó, Budapest.

Eysenck, M. W. és Keane, M. T. (1997): *Kognitív pszichológia.* Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

Fejes József Balázs és Szenczi Beáta (2009): Tanulási korlátok a magyar és az amerikai szakirodalomban. Kézirat. SZTE, Neveléstudományi Intézet.

Felvégi Emese (2005): Gyorsjelentés a PISA 2003 összehasonlító tanulói teljesítménymérés nemzetközi eredményeiről. *Új Pedagógiai Szemle* 1. sz. 63-85.

Fuson, K. C. (1988): *Children's counting and concepts of number*. Springer, New York.

G. Tóth Viktória, Horváth Csilla és Bocskai Zsolt (1998): Számolási képesség vizsgálatának tapasztalatai általános iskolásoknál. *Gyógypedagógiai Szemle*, 1–2. sz. 1–10.

Gaál Éva (2000): A tanulásban akadályozott gyermekek az óvodában és az iskolában. In: Illyés Sándor (szerk.): *Gyógypedagógiai alapismeretek.* Eötvös Loránd Tudományegyetem Bárczi Gusztáv Gyógypedagógiai Főiskolai Kar, Budapest, 429–461.

Geary, D. C. (1993): Mathematical disabilities: Cognitive, neuropsychological, and genetic components*. Psychological Bulletin*, **114.** 345–362.

Geary, D. C. (1994): *Children's mathematical development: Research and practical applications*. American Psychological Association, Washington.

Geary, D. C. (1998): Biológia, kultúra és a nemzetek közti különbségek a matematikai képességben. In: Sternberg, R. J. és Ben-Zeev, T. (szerk.): *A matematikai gondolkodás természete*. Vince Kiadó, Budapest. 147–141.

Geary, D. C. (2004): Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, **37.** 4–15.

Geary, D. C. és Brown, S. C. (1991): Cognitive addition: Strategy choice and speedof-processing differences in gifted, normal, and mathematically disabled children. *Developmental Psychology,* **27.** 398–406.

Geary, D. C. és Widaman, K. F. (1992): Numerical cognition: On the convergence of componential and psychometric models. *Intelligence*, **16.** 47–80.

Geary, D. C., Bow-Thomas, C. C., Liu, F. és Siegler, R. S. (1996): Development of arithmetical competencies in Chinese and American children: Influence of age, language, and schooling. *Child Development*, **67.** 2022–2044.

Geary, D. C., Hamson, C. O. és Hoard, M. K. (2000): Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology,* **77.** 236–263.

Gelman, R. és Gallistel, C. R. (1978): *The child's understanding of number*. Harvard University Press, Cambridge.

Gelman, R. és Meck, E. (1983): Preschooler's counting: Principles before skill. *Cognition*, **13.** 343–359.

Gerő Zsuzsa, Csanádi Gábor és Ladányi János (2006): *Mobilitási esélyek és a kisegítő iskola*. Új Mandátum Könyvkiadó, Budapest.

Gersten, R., Jordan, N. C. és Flojo, J. R. (2005): Early identification and intervention for students with mathematics difficulties. *Joumal of Leaming Disabilities*, **38.** 4. sz. 293–304.

Ginsburg, H. P. (1997): Mathematics learning disabilities. A view from developmental psychology. *Journal of Learning Disabilities*. **30.** 1. sz. 20–32.

Goldin, G. A. és Kaput, J. (1996): A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In: Steffe, L., Nesher, P., Cobb, G. és Greer, B. (szerk.): *Theories of mathematical learning*. Erlbaum, Hillsdale. 397–430.

Goldman, S. R. és Hasselbring, T. S. (1997): Achieving meaningful mathematics literacy for students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*. **30.** 2. sz. 198–209.

Gordosné Szabó Anna (2004): *Bevezető általános gyógypedagógiai ismeretek*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

Greer, B. (1993): The modeling perspective on wor(l)d problems. *Journal of Mathematical Behavior,* 12. sz. 239–250.

Greer, B. (1997): Modelling reality in classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction*, 7. 293–307.

Hansford, B. C. és Hattie, J. A. (1982): The relationship between self and achievement/performance measures. *Review of Educational Research*, **52.** 123–142.

Hegarty, M. és Kozhevnikov, M. (1999): Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, **91.** 684–689.

Hegarty, M., Mayer, R. E. és Monk, C. (1995): Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology*, **87.** 18–32.

Johnson-Laird, P. N. (1983): *Mental Models: Toward a Cognitive Science of Language, Inference and Consciousness*. Harvard University Press, London.

Jordan, N. C. és Montani, T. O. (1997): Cognitive arithmetic and problem solving: A comparison of children with specific and general mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities,* **30.** 624–634.

Jordan, N. C., Levine, S. C. és Huttenlocher, J. (1995): Calculation abilities in young children with different patterns of cognitive functioning. *Journal of Learning Disabilities,* **28***.* 53–64.

Józsa Krisztián (1999): Mi alakítja az énértékelésünket fizikából? *Iskolakultúra*, **9.** 10. sz. 72–80.

Józsa Krisztián (2003): *Idegen nyelvi készségek fejlettsége angol és német nyelvből a 6. és 10. évfolyamon a 2002/2003-as tanévben. Függelék: országos adatok, statisztikák.* Országos Közoktatási Értékelési és Vizsgaközpont, Budapest.

Józsa Krisztián (2006, szerk.): *Az olvasási képesség fejlődése és fejlesztése*, Dinasztia Tankönyvkiadó, Budapest.

Józsa Krisztián (2007): *Az elsajátítási motiváció*. Műszaki Kiadó, Budapest.

Józsa Krisztián és Fazekasné Fenyvesi Margit (2006a): A DIFER Programcsomag alkalmazási lehetősége tanulásban akadályozott gyermekeknél – I. rész, *Gyógypedagógiai Szemle* 2. sz. 133-141.

Józsa Krisztián és Fazekasné Fenyvesi Margit (2006b): A DIFER Programcsomag alkalmazási lehetősége tanulásban akadályozott gyermekeknél – II. rész, *Gyógypedagógiai Szemle* 3. sz. 161-176.

Józsa Krisztián és Pap-Szigeti Róbert (2006): Az olvasási képesség és az anyanyelvhasználat fejlődése 14-18 éves korban. In: Józsa Krisztián (szerk.): *Az olvasási képesség fejlődése és fejlesztése*, Dinasztia Tankönyvkiadó, Budapest. 131–153.

Józsa Krisztián és Székely Györgyi (2004): Kísérlet a kooperatív tanulás alkalmazására a matematika tanítása során. *Magyar Pedagógia*, **104.** 3. sz. 339–362.

Juhász Ágnes és Dékány Judit (2007): *Kézikönyv a diszkalkulia felismeréséhez és terápiájához*. Logopédiai Kiadó, Budapest.

Kelemen Rita (2004): Egyes háttérváltozók szerepe „szokatlan" matematikai szöveges feladatok megoldásában. *Iskolakultúra,* **14.** 11. sz. 28–38.

Kelemen Rita (2007): Fejlesztő kísérletek a realisztikus matematikai problémák megoldása terén. *Iskolakultúra*, **17.** 6-7. sz. 36–46.

Kelemen Rita és Csíkos Csaba (2008): A 3. osztályos tanulók körében, a matematikai szöveges feladatok körében végzett fejlesztő kísérlet eredményei. Előadás a VIII. Országos Neveléstudományi Konferencián. Budapest, 2008. november 13-15.

Kelemen Rita, Csíkos Csaba és Steklács János (2005): A matematikai problémamegoldást kísérő metakognitív stratégiák vizsgálata a hangosan gondolkodtatás és a videomegfigyelés eszközeivel. *Magyar Pedagógia*, **105.** 4. sz. 343–358.

Kelemen Rita, Szenczi Beáta és Fejes József Balázs (2009): Tanulásban akadályozott gyermekek matematikai fejlődése: terminológiai és fogalmi keretek. In: Bárdos Jenő és Sebestyén József (szerk.): *IX. Országos Neveléstudományi Konferencia: Neveléstudomány – Integritás és integrálhatóság. Tartalmi összefoglalók*. MTA Pedagógiai Bizottság, Veszprém. 62.

Kelemen, R., B. Németh, M., Csíkos, Cs., és Csapó, B. (2007): Students' attitude towards school subjects and its correlations to other school relevant factors Results from a Hungarian large-scale longitudinal survey. Paper presented at the 12th European Conference for the Research on Learning and Instruction. Budapest, Hungary, August 28-September 1. 741. o.

Kercood, S., Zentall, S. S., és Lee, D. L. (2004): Focusing attention to deep structure in math problems: Effects on elementary education students with and without attentional deficits. *Learning and Individual Differences*, **14.** 91–105.

Kintsch, W. és Greeno, J. G. (1985): Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review,* **92.** 109–129.

Kozéki Béla és Entwistle, N. J. (1986): Tanulási motivációk és orientációk vizsgálata magyar és skót iskoláskorúak körében. *Pszichológia*, **86.** 6. sz. 271–292.

Kozhevnikov, M., Hegarty, M. és Mayer, R. E. (2002): Revising the visualizer-verbalizer dimension: Evidence for two types of visualizers. *Cognition and Instruction*, **20.** 47–77.

Kőrössy Judit (1997): Az énkép és összefüggése az iskolai teljesítménnyel. In: Mészáros Aranka (szerk.): *Az iskola szociálpszichológiai jelenségvilága*. ELTE Eötvös Kiadó, Budapest. 67‒86.

Kramarski, B., Mevarech, Z. R. és Arami, M. (2002). The effects of metacognitive instruction on solving mathematical authentic tasks. *Educational Studies in Mathematics*, **49.** 225–250.

Kramarski, B., Mevarech, Z. R. és Lieberman, A. (2001): Effects of multilevel versus unilevel metacognitive training on mathematical reasoning. *The Journal of Educational Research*, **94**. 292–300.

Lénárd Ferenc (1987): *A problémamegoldó gondolkodás*. Akadémiai Kiadó, Budapest.

Luria, A. R. (1973): *The working brain*. Allen Lane, Pengiun, London.

Márkus Attila (2000): Matematikai képességek zavarai. In: Illyés Sándor (szerk.): *Gyógypedagógiai alapismeretek.* Eötvös Loránd Tudományegyetem Bárczi Gusztáv Gyógypedagógiai Főiskolai Kar, Budapest. 279–307.

Márkus Attila (2007): *Számok, számolás, számolászavarok*. Pro Die Kiadó, Budapest.

Marsh, H. W. (1987): The big-fish-little-pond effect on academic self-concept. *Journal of Educational Psychology*, **79.** 280–295.

Marsh, H. W. és Shavelson, R. (1985): Self-concept: Its multifaceted, hierarchical structure. *Educational Psychologist*, **20.** 107–125.

Marsh, H. W., Byrne, B. M., és Shavelson, R. J. (1992): A multifaceted academic self-concept: Its hierarchical structure and its relation to academic achievement. *Journal of Educational Psychology*, **80.** 366‒380.

Mayer, R. E. és Hegarty, M. (1996): The process of understanding mathematical problems. In: Sternberg, R. J. és Ben-Zeev, T. (szerk.): *The nature of mathematical thinking*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. 29–53.

Mayer, R. E. és Hegarty, M. (1998): A matematikai problémák megértésének folyamata. In: Sternberg, R. J. és Ben-Zeev, T. (szerk.): *A matematikai gondolkodás természete.* Vince Kiadó, Budapest. 41–63.

McLean, J. F. és Hitch, G. J. (1999): Working memory impairments in children with specific arithmetic learning difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology,* **74**. 240–260.

Mercer, N. (1993): Culture, context and the construction of knowledge. In: Light, P. és Butterworth, G. (szerk.): *Context and cognition*. Erlbaum, Hillsdale, NJ. 28–46.

Mesterházi Zsuzsa (1997): Tanulásban akadályozottak. In: Báthory Zoltán és Falus Iván (szerk.): *Pedagógiai Lexikon*. Keraban Kiadó, Budapest. 484–485.

Mesterházi Zsuzsa (1998): A tanulási akadályozottság helye a gyógypedagógiai tipológiában. *Gyógypedagógiai Szemle*, 1. sz. 17–20.

Mesterházi Zsuzsa (1999a, szerk.): *Diszkalkuliáról – pedagógusoknak*. Eötvös Loránd Tudományegyetem Bárczi Gusztáv Gyógypedagógiai Főiskolai Kar, Budapest.

Mesterházi Zsuzsa (1999b): A matematikai feladatmegoldások hibái – diagnosztikai eljárások, megelőzési lehetősége. In: Mesterházi Zsuzsa (szerk.): *Diszkalkuliáról – pedagógusoknak*. Eötvös Loránd Tudományegyetem, Bárczi Gusztáv Gyógypedagógiai Főiskolai Kar, Budapest. 7–16.

Mesterházi Zsuzsa (2008): Szabad asszociációk a tanulási akadályozottságról. In: Szabó Ákosné (szerk.): *Tanulmányok a tanulásban akadályozottak pedagógiája és határtudományai köréből*. Educatio/Suli Nova, Budapest, 37–45.

Mesterházi Zsuzsa (2009): Opponensi vélemény a „Matematikai készségek, képességek és attitűdök tanulásban akadályozottak és többségi gyermekek esetében" című szimpóziumhoz. Szóbeli közlés. IX. Országos Neveléstudományi Konferencia, Veszprém.

Mesterházi Zsuzsa és Gereben Ferencné (1998): Tanulási nehézségek – a nehezen tanuló gyermekek. In: Báthory Zoltán és Falus Iván (szerk.): *Tanulmányok a neveléstudomány köréből 2001*. Osiris Kiadó, Budapest. 314–333.

Molnár Gyöngyvér (2002): Komplex problémamegoldás vizsgálata 9-17 évesek körében. *Magyar Pedagógia*, **102.** 231–264.

Molnár Gyöngyvér (2006a): *Tudástranszfer és komplex problémamegoldás*. Műszaki Kiadó. Budapest.

Molnár Gyöngyvér (2006b): A tudáskoncepció változása és annak megjelenése a PISA 2003 vizsgálat komplex problémamegoldás moduljában. *Új Pedagógiai Szemle*, 1. sz. 75–86.

Molnár Gyöngyvér és Csapó Benő (2003): A képességek fejlődésének logisztikus modellje. *Iskolakultúra*, **13.** 2. sz. 57-69.

Nagy József (1971): *Az elemi számolási készségek mérése*. Tankönyvkiadó, Budapest.

Nagy József (1973): *Alapműveleti számolási készségek*. JATE Acta Paedagogica, Szeged.

Nagy József (1994): Én(tudat) és pedagógia. *Magyar Pedagógia*, **94.** 1–2. sz. 3–26.

Nagy József (2000): *XXI. századi nevelés.* Osiris Kiadó, Budapest.

Nagy József (2003): A rendszerező képesség fejlődésének kritériumorientált feltárása. *Magyar Pedagógia*, **103.** 3. sz. 269–314.

Nagy József (2004): A szóolvasó készség fejlődésének kritériumorientált diagnosztikus feltérképezése *Magyar Pedagógia*, **104.** 2. sz. 123–142.

Nagy József (2007, szerk.): *Kompetenciaalapú kritériumorientált pedagógia.* Mozaik Kiadó, Szeged.

Nagy József és Csáki Imre (1976): *Alsó tagozatos szöveges feladatbank.* Acta Paedagogica, JATE, Szeged.

Nagy József, Józsa Krisztián, Vidákovich Tibor és Fazekasné Fenyvesi Margit (2004): *DIFER Programcsomag: Diagnosztikus fejlődésvizsgáló és kritériumorientált fejlesztő rendszer 4-8 évesek számára.* Mozaik Kiadó, Szeged.

Nagy Lászlóné (2006): *Az analógiás gondolkodás fejlesztése.* Műszaki Kiadó. Budapest.

Nagy Zsuzsanna (2010): Középső csoportos gyermekek készségfejlettsége: összefüggés a RÖVID DIFER és Piaget feladatai között. *Iskolakultúra*, **20.** 3. sz. 20–29.

Niemivirta, M. J. (1997): Academic achievement, self-concept, and self-esteem: A longitudinal analysis of causal predominance. Paper presented at the 7th European Conference for Research on Learning and Instruction, Athens, Greece.

OECD (1999): *Measuring Student Knowledge and Skills. A New Framework for Assessment*. OECD Publishing, Paris.

OECD (2004): *Learning for Tomorrow's World – First Results from PISA 2003*. OECD Publishing, Paris.

OECD (2007): *PISA 2006 Science Competencies for Tomorrow's World. Volume 1: Analysis*. OECD Publishing, Paris.

OECD (2009): *PISA 2009 – Assessment Framework. Key competencies in reading, mathematics and science*. OECD Publishing, Paris.

Oktatási és Kulturális Minisztérium (2007): *Nemzeti Alaptanterv.* 2010. május 28-i megtekintés www.okm.hu

Ostad, S. A. (2000): Cognitive subtraction in a developmental perspective: Accuracy, speed-of-processing and strategy-use differences in normal and mathematically disabled children. *Focus on Learning Problems in Mathematics,* **22.** 18–31.

Papp Gabriella (2004): *Tanulásban akadályozottak gyermekek a többségi általános iskolákban*. Comenius Bt., Pécs.

Papp Katalin és Józsa Krisztián (2000): Legkevésbé a fizikát szeretik a diákok? *Fizikai Szemle*, **50.** 2. sz. 61–67.

Piaget, J. (1967): *A gyermek logikájától az ifjú logikájáig: A formális műveleti struktúrák kialakulása*. Akadémiai Kiadó, Budapest.

Piaget, J. (1970): *Válogatott tanulmányok.* Gondolat Kiadó, Budapest.
Piaget, J. (1997): *Az értelem pszichológiája*. Kairosz Kiadó. Győr.
Pólya György (1962): *Mathematical discovery*. Wiley, New York.
Pólya György (2000): *A gondolkodás iskolája*. Akkord Kiadó, Budapest.
Reusser, K. és Stebler, R. (1997): Every word problem has a solution: The suspension of reality and sense-making in the culture of school mathematics. *Learning and Instruction,* 7. sz. 309–328.
Révész György, Bernáth László és Séra László (1995): A Paivio-féle "individual Differences Questionnaire" magyar változata. *Magyar Pszichológiai Szemle*, 5–6. sz., 327–344.
Roazzi, A. és Bryant, P. (1993): Social class, context and development. In: Light, P. és Butterwoth, G. (szerk.): *Context and cognition*. Erlbaum, Hissldale, NJ. 14–27.
Romberg, T.A. (1992): *Mathematics assessment and evaluation: Imperatives for mathematics education*. SUNY Press, New York.
Sarkadi Kamilla és Zsoldos Márta (1992): Koncepcionális kérdések a tanulási zavar fogalom körül. *Magyar Pszichológiai Szemle*, 3–4. sz. 259–270.
Schoenfeld, A. H. (1997): What's all the fuss about metacognition? In: Schoenfeld, A. H. (szerk.): *Cognitive science and mathematics education*. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, New Jersey – London. 189–215.
Siegler, R. S. (1996): *Emerging minds: The process of change in children's thinking*. Oxford University Press, New York.
Siegler, R. S. és Shrager, J. (1984): Strategy choice in addition and subtraction: How do children know what to do? In: C. Sophian (szerk.), Origins of cognitive skills. Erlbaum, Hillsdale. 229–293.
Sperber, D. (1999): Metarepresentation. In: Wilson, R. A. és Keil, F. C. (szerk.): *The MIT Encyclopedia of the Cognitive Sciences.* The MIT Press, Cambridge, MA – London. 541–543.
Stern, E. (1993): What makes certain arithmetic word problems involving the comparison of sets so difficult for children? *Journal of Educational Psychology,* 1. sz. 7–23.
Székelyi Mária és Barna Ildikó (2005): *Túlélőkészlet az SPSS-hez. Többváltozós elemzési technikákról társadalomkutatók számára*. Typotex Kiadó, Budapest.
Szenczi Beáta (2008): Énkép és tanulás: Nemzetközi kutatási irányzatok és tendenciák. *Iskolakultúra Online*, **1.** 2. sz. 104−118.
Szenczi Beáta és Józsa Krisztián (2008): Az énképet vizsgáló SDQI kérdőív hazai adaptációja (előadás). *VIII. Országos Neveléstudományi Konferencia: Hatékony tudomány, pedagógiai kultúra, sikeres iskola*, Budapest. Tartalmi Összefoglalók, 328.

Szenczi Beáta és Józsa Krisztián (2009): A tanulási énkép összefüggése a tanulmányi eredményekkel és a képességfejlettséggel. In: Molnár Gyöngyvér és Kinyó László: (szerk.): *PÉK 2009 – VII. Pedagógiai Értékelési Konferencia: Program – Tartalmi összefoglalók*. SZTE Neveléstudományi Doktori Iskola, Szeged, 103.

Szűgyi Jerne (2009): Labirintuspróba. *Beszélő*. 14. 3. 2010. május 28-i megtekintés, http://beszelo.c3.hu/cikkek/labirintusproba.

Takács Viola (2001): Tantárgyi attitűdök struktúrája. *Magyar Pedagógia*, **101**. 3. sz. 301–318.

Tóth Jánosné (2001): Az utca matematikája. In: Andor Mihály (szerk.): *Romák és oktatás. Iskolakultúra könyvek*. Pécsi Tudományegyetem, Pécs. 149–175.

Tóth Jánosné és Vári Lászlóné (2006): Az utca matematikája: preventív fejlesztő kísérlet 2-3. évfolyamon (absztrakt) IV. Pedagógiai Értékelési Konferencia, Tartalmi Összefoglalók, 64.

Van Meter, P. és Garner, J. (2005): The promise and practice of learner-generated drawing: Literature review and synthesis. *Educational Psychology Review*, **17.** 285–325.

Van Meter, P., Aleksic, M., Schwartz, A. és Garner, J. (2006): Learner-generated drawing as a strategy for learning from content area text. *Contemporary Educational Psychology*, **31.** 142–166.

Vaughn, S. és Fuchs, L. S. (2003): Redefining learning disabilities as inadequate response to instruction: The promise and potential problems. *Learning Disabilities Research and Practice*, **18.** 3. sz. 137–146.

Veenman, M. V. J. és van Hout-Wolters, B. H. A. M. (2003): The assessment of metacognitive skills. What can be learned from multi-method designs? Paper presented at the 10th Biennial Conference for Research on Learning and Instruction, Padova, Italy.

Verschaffel, L. De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. és Ratinckx, E. (1999): Design and evaluation of a learning environment for mathematical modeling and problem solving in upper elementary school children. *Mathematical Thinking and Learning*, **1.** 195–229.

Verschaffel, L. és De Corte, E. (1997):Teaching mathematical modeling and problem-solving in the elementary school. A teaching experiment with fifth graders. *Journal for Research in Mathematics,* **28.** 577–601.

Verschaffel, L., De Corte, E. és Lasure, S. (1994): Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, **7.** 339–359.

Verschaffel, L., Greer, B. és De Corte, E. (2000): *Making sense of word problems*. Swets és Zeitlinger, Lisse.

Verschaffel, L., Greer, B. és Torbeyns, J. (2006): Numerical thinking. In: Gutiérrez, A. és Boero, P. (szerk.): *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future.* Sense Publishers, Rotterdam. 51–82.

Vidákovich Tibor és Csapó Benő (1998): A szövegesfeladat-megoldó készségek fejlődése. In: Varga Lajos (szerk.): *Közoktatás-kutatás 1996-1997*. Művelődési és Közoktatási Minisztérium, Budapest, 247–273.

Vidákovich Tibor és Csíkos Csaba (2009): A tanulók matematikai tudásának alakulása – nemzetközi és hazai vizsgálatok. In: Fazekas Károly (szerk.): *Oktatás és foglalkoztatás*. MTA Közgazdaságtudományi Intézet, Budapest, 150–160.

Wanzek, J. és Vaughn, S. (2010): Is a three-tier reading intervention model associated with reduced placement in special education? *Remedial and Special Education*, 2. sz. 23–38.

Woodward, J. (1991): Procedural Knowledge in Matgematics: The role of the Curriculum. *Journal of Learning Disabilities*, **24.** 4. sz. 56–77.

Wyndhamn, J. és Säljö, R. (1997): A szöveges feladatok és a matematikai megértés. *Iskolakultúra*, **7.** 12. sz. 30–46.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Köszönettel tartozom a *Neveléstudományi Doktori Iskola* vezetőjének, *Csapó* Benőnek, a programvezetőknek, a doktori iskola oktatóinak, témavezetőmnek, *Csíkos Csabának* a doktori tanulmányaim alatt nyújtott támogatásukért, törődésükért. Köszönöm a *Neveléstudományi Intézet* munkatársainak, hogy kollégákként megértésükkel, támogatásukkal segítették munkámat.

A dolgozat empirikus részének gerincét adó nagymintás vizsgálat az *Eötvös Loránd Tudományegyetem Bárczi Gusztáv Gyógypedagógia Kar* szervezésében*, Józsa Krisztián* témavezetésével megvalósuló kutatási projekthez csatlakozott. Köszönöm *Józsa Krisztiánnak* és a kar vezetőinek, kiemelten *Szabó Ákosné* dékán asszonynak, hogy részt vehettem a kutatásukban. Külön köszönet illeti *Mesterházi Zsuzsát*, aki nagy segítséget nyújtott a gyógypedagógiai terminológiák áttekintésében.

Munkám több ponton támaszkodik *Nagy József* professzor úr rendszerező modelljeire, kritériumorientált elméletére, melyek ismerete nagy szerepet játszott szakmai fejlődésemben, s melyek nélkül a hazai neveléstudományban talajtalanok lennének dolgozatom eredményei. Ezúton szeretnék köszönetet mondani a pótolhatatlan szakmai alapokért.

Köszönöm hallgatótársaimnak a segítséget, bíztatást, amivel kísérték munkámat, kiemelten *Pap-Szigeti Róbertnek* a dolgozatommal kapcsolatos hasznos gondolatait, *Draskovits Ildikónak* a dolgozat megvalósításában nyújtott segítségét, *Szenczi Beátának* a szakmai együttműködését és *Kasik Lászlónak* a baráti támogatását.

Köszönöm *Korom Erzsébetnek* és *Molnár Évának* a dolgozat korábbi verziójának lelkiismeretes javítását és a továbbgondolással kapcsolatos építő javaslataikat.

Köszönettel tartozom szüleimnek és családomnak, akik lehetőségeikhez mérten minden eszközükkel támogattak a doktori képzés elvégzése és dolgozatom megírása alatt.

A dolgozat nagymintás vizsgálatát az OTKA 68798 (témavezető: *Józsa Krisztián*) támogatta. A kiegészítő mérések az OTKA 81538 (témavezető: *Csíkos Csaba*) keretében történtek. A dolgozat megírása alatt Deák Ferenc Doktorjelölti Ösztöndíjban részesültem.

MELLÉKLETEK

1. Melléklet. Készség- és képességmérő tesztfüzet (A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődése című vizsgálat, 5.3 fejezet)
2. Melléklet. Kérdőív tanulóknak (A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődése című vizsgálat, 5.3 fejezet)
3. Melléklet. Kérdőív – tanári változat (A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődése című vizsgálat, 5.3 fejezet)
4. Melléklet. Szöveges feladatok (Realisztikus matematika, 5.4 fejezet)
5. Melléklet. Matematikai tudásszintmérő (Realisztikus matematika, 5.4 fejezet)
6. Melléklet. Kérdőív (Realisztikus matematika, 5.4 fejezet)
7. Melléklet. Tanulói kérdőív – 1. oldal (Tanulói meggyőződések, 5.6 fejezet)
8. Melléklet. Tanulói kérdőív – 4. oldal (Tanulói meggyőződések, 5.6 fejezet)