

Kvantumteleportáció
általános Hilbert-terekben
és az optikában

Koniorczyk Mátyás

doktori (PhD)
értekezésének tézisei

témavezető:
Janszky József



SZTE-PTE
2003.

I. Az értekezés tárgya és célkitűzései

A XX. század vége a kvantummechanika „második aranykorának” tekinthető. Ez az elmélet, amely az 1920-as években született, forradalmat jelentett a fizikában, és fontos mérföldkövé vált az európai gondolkodás általános világképe számára is. Az elmélet rendkívül sikeres volt: használható modellt szolgáltatott az anyag szerkezetét és kölcsönhatásait illetően, magyarázatot adott a fény keletkezésére és anyaggal való kölcsönhatására, és még számos más kérdésre választ adott.

A sikereknek azonban ára volt: elvesztettük a szemléletes, az ember számára elképzelhető fizikát. És noha a kvantummechanika pontos recepteket szolgáltat a mérhető adatok származtatására az absztrakt matematikai modellből, számos paradox, a klasszikus szemlélet számára idegen jelenséggel kell szembesülnünk, melyek mögött rendszerint a kvantummechanika két különös fogalma áll: az *összefonódottság* és a *kvantummechanikai mérés*.

Ezen problémák, noha már kezdettől érzékelhetőek voltak (például Einstein, Podolsky és Rosen híres cikke az összefonódásról 1935-ben jelent meg), kezdetben gyakorlati szempontból kevésbé tűntek alapvetőnek. Az utóbbi néhány évtizedben azonban kísérletileg is elérhetővé váltak olyan alapvető kvantummechanikai rendszerek, amelyek az alapjelenségeket tiszta formában mutatják. Az ilyen, elméleti szempontból egyszerűnek tekinthető rendszerek előállítása kísérleti szempontból nehéz, csúcstechnológiát igénylő feladat.

Részben a kísérleti technológia fejlődésének köszönhető a *kvantuminformáció* témakörének kibontakozása, amely a klasszikus információelméletnek egy kvantummechanikai eszközet alkalmazó általánosítása. Itt az információ alapegysége egy kétállapotú kvantumrendszer, a *kvantumbit* valamely állapota. Míg egy klasszikus bit

értéke 0 vagy 1 lehet, a kvantumbit állapota az állapottér két bázisvektorának, vagyis a klasszikus bit állapotainak megfelelő $|0\rangle$ és $|1\rangle$ állapotoknak tetszőleges (normált) lineárkombinációja lehet. A biteknek kvantumbiteket megfelelően, és a kvantummechanika szabályait alkalmazva fölépíthető a kvantuminformáció elmélete, amely jelentősen különbözik a klasszikus információelmélettől, sok érdekes problémát és lehetőséget fölvetve. Ugyanakkor a kvantuminformáció, és általában véve az információ fogalmának alkalmazása rendkívül érdekes a fizika számára is. A kvantuminformáció vizsgálatakor rendkívüli módon leegyszerűsített fizikai rendszereket tárgyalunk. Ez azt is lehetővé teszi, hogy a kvantummechanika alapvető aspektusait ezen a rendszereken tiszta formában vizsgálhassuk.

Disszertációmban a kvantuminformáció manipulálásának egyik alapvető eljárását, a *kvantumteleportációt* elemeztem különféle szempontokból. Ez kvantumkommunikáció alapvető alkotóeleme, és az Einstein-Podolsky-Rosen korrelációk egyik legérdekesebb alkalmazása: a fizikai rendszer állapotának megsemmisítése és későbbi előállítása más helyen Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) párok és klasszikus kommunikáció segítségével, melyet eredetileg Charles Bennett javasolt 1993-ban. A kvantumteleportáció az összefonódottság és a kvantummechanikai mérés egyik legérdekesebb alkalmazása.

Klasszikus fizikában lehetséges a fizikai rendszerek másolása: a rendszer minden adatát megmérve, az információ alapján elvben tetszőleges, az eredetivel azonos állapotú rendszert készíthetünk. A kvantummechanika ugyanakkor tiltja a rendszerek ilyen „klónozását”. A rendszer megsemmisítése árán azonban lehetséges annak előállítása máshol, ehhez azonban nem elegendő egy információs csatorna: ki kell használnunk az EPR korrelációt, a kvantuminformáció terminológiájával élve, mint a kvantumkommunikáció *összefonódott*

erőforrását.

Megfontolásaim egy része nem kötődik szorosan a jelenség konkrét megvalósításhoz, ezért ezeket „általános Hilbert-terekre” vonatkozó megfontolásoknak tekintem. Másik részük a kvantumteleportáció valamely optikai megvalósításához szorosabban kapcsolódik.

Kutatásaim célja részben az volt, hogy a teleportáció jelenségét különféle formalizmusokban tárgyaljam, melyek a jelenség más-más részleteire világítanak rá. Ezen eredmények hozzájárulhatnak ahhoz, hogy – noha szemléletesen elképzelni nem tudjuk –, jobban megismerjük a többrésű kvantumrendszerek természetét.

Bemutattam a kvantumteleportáció egy klasszikus határesetét, amely elősegíti a kvantummechanikai jelenség megértését. Alternatív leírásokat dolgoztam ki a kvantumteleportáció folyamatára: a végesdimenziós Hilbert-tereken történő teleportációt a Wootters-féle végesdimenziós Wigner-függvények, míg a Kimble féle folytonos változós teleportációt direkt módon, koherens állapot szuperpozíciók alkalmazásával írtam le. Ezekon kívül tömör, bázisfüggetlen operátorként írtam le a tiszta állapotú EPR párokat alkalmazó végesdimenziós, feltételes teleportációs sémákat. Mindegyik különböző leírás egy-egy sajátos nézőpontot képvisel, ezek a nézőpontok a teleportációs folyamat különféle aspektusait fedik fel.

A kvantumkommunikáció és a kvantuminformáció egyéb alkalmazásainak kísérleti vizsgálatában igen fontos szerepe van az optikának, különösen a napjainkra igen fejletté vált nemlineáris optikai rendszereknek és detektoroknak, illetve a belőlük építhető interferometrikus elrendezéseknek. Így a teleportáció megvalósításai is jelentős részben az optikához kötődnek. Eredményeim másik része a teleportáció egy optikai megvalósításával kapcsolatos, és egyben annak egy lehetséges alkalmazását is jelenti.

Optikai elrendezéseket tanulmányoztam, amelyekben kis foton-számú kvantumállapottal rendelkező fénymódusok interferálnak. Ezen belül egy kvantumállapot-preparáló, egy az elektromágneses tér egy módusának kvantumállapotát célzatosan befolyásoló elrendezés általánosításával foglalkoztam, amelynek alapja a kvantumteleportáció egy optikai megvalósítása. Azt találtam, hogy a veszteségmentes nyalábosztók ismert, az $SU(2)$ szimmetriára épülő leírása segít a szóban forgó interferometrikus elrendezés működésének megértésében. Ez motiválta a passzív, lineáris, veszteségmentes optikai hat-portok (tritterek) $SU(3)$ szimmetria segítségével való tárgyalását.

II. Új tudományos eredmények

A főbb új tudományos eredményeimet az alábbi tézisekben foglalom össze.

1. Megmutattam, hogy a kvantumbit Bennett-féle teleportációja a Vernam-titkosítás kvantummechanikai általánosítása. Ez utóbbi az elméletileg legmegbízhatóbb klasszikus titkosítási eljárás, amely azonban végtelen sok korrelált valódi véletlen bitpárt igényel, így a gyakorlatban kevésbé használható.

A Vernam-titkosítás és a kvantumteleportáció viszonyának megértése hozzásegít a kvantummechanikai folyamat természetének megértéséhez. A klasszikus-kvantum átmenetet egy gondolat kísérlet elemzésén keresztül mutattam be. [II]

2. Vizsgáltam a tiszta állapotú összefonódott párt és projektív mérést alkalmazó, probabilsztikus teleportációs sémákat végesdimenziós Hilbert-tereken. Létezik a kétrésű (két részrendszerből álló) kvantumrendszerek állapotainak egy antiunitér operátorokkal történő reprezentációja. Ebben a formalizmusban a maximálisan összefonódott állapotokat antiunitér operátorok írják le. Az antiunitér operátorokat a fizikában az időtükrözés leírására szokás használni. Ez egy másik érdekes alkalmazásuk, amely több szempontból előnyös, például teljesen bázisfüggetlen. Ez a reprezentáció a kvantumállapotok és kvantumcsatornák relatívállapot-reprezentációjának is alapjául szolgál. Az antilineáris reprezentáció felhasználásával kifejeztem a szóban forgó teleportáció által megvalósított kvantumcsatornát operátorként, egy tömör, bázisfüggetlen alakban. [VI]

3. A kvantumjelenségek alternatív leírásának elterjedt módja a kvázivalószínűségeloszlás-függvények használata. Az egyik leggyakrabban használt kvázivalószínűség-eloszlás a Wigner-függvény. A folytonos változók (oszillátor állapotok) kvantumteleportációját is Wigner-függvény formalizmusban vezeték be először, míg Bennett eredeti cikkében közvetlenül egy végesdimenziós állapottér vektorait használja.

A végesdimenziós Hilbert-tereken többféleképp is definiálhatunk Wigner-függvényeket. Egy definíciót ezek közül kiválasztva, Bennett-féle kvantumteleportáció leírását adtam végesdimenziós Wigner-függvény formalizmusban. Az új leírás világos képet ad a kvantumteleportáció folyamatáról a végesdimenziós fázistéren, megmutatva a Bennett féle teleportáció kapcsolatát a folytonos kvantumváltozók teleportációjával. [IV]

4. Az alacsonydimenziós koherensállapot-szuperpozíciók használata hasznosnak bizonyult a fény nemklasszikus állapotainak leírásában. Ezért ezek többmódusú általánosítása, és kvantumkommunikációs elrendezésekre való alkalmazása perspektivikus terület.

Megmutattam, hogy az egymódusú elektromágneses tér Braustein-Kimble féle teleportációja koherensállapot reprezentációban direkt módon tárgyalható. A felhasznált összefonódott állapotokat konjugált koherensállapot párok szuperpozíciójaként írtam fel. Ezek a kvantumklónozás elméletéből is ismertek. A szuperpozíciós integrálban elegendő négy helyett két változóban integrálni. Az alkalmazott eljárás alternatívája a többmódusú fény fázistérbeli vagy fotonszám reprezentációt használó leírásának. [III, V, VII]

5. Optikai multiportok és fotodetektálás alkalmazásával, és fotodetektálással a fény számos kvantumállapota előállítható.

Általánosítottam egy ilyen interferometrikus elrendezést, az irodalomban ismert „kvantumollót”. Az „általánosított kvantumolló” alkalmas kevésfotonos Fock-állapot szuperpozíciók előállítására, manipulálására, egy módus első néhány fotonszámkomponensét teleportálva. Az elrendezés tervezése optimalizált paraméterű nyalábosztók felhasználását igényli. [I]

6. Ismert, hogy a $su(2)$ és a $su(3)$ Lie-algebra is megvalósítható bozonokkal. Ennek alapján a veszteségmentes nyalábosztók $SU(2)$ szimmetria segítségével írhatók le.

Elemeztem az „általánosított kvantumolló” teleportációs aspektusát a nyalábosztók $SU(2)$ szimmetriájának felhasználásával. A szimmetria hasznosnak bizonyult az eszköz működésének megértéséhez. A nyalábosztók $SU(2)$ -elméletével analóg leírást adtam a passzív, lineáris, veszteségmentes optikai hatportokra (tritterekre), az $SU(3)$ szimmetria felhasználásával. [I, VIII]

A bemutatott eredményekhez kapcsolódó publikációkra már érkeztek hivatkozások. Ismereteim szerint a végesdimenziós Wigner-függvényeket alkalmazó cikkemet követően egy új Wigner-függvény formalizmust vezettek be, amely jobban illeszkedik a kvantuminformációelméleti problémákhoz. A koherensállapot-szuperpozíciókat is továbbfejlesztették: teljes bázist találtak a kétmódusú fény Hilbertterén, és a zajos környezetben történő teleportációt is leírták. A vákuum és egyfoton-állapot szuperpozíciójának teleportálása már kísérletileg is elérhető, és a kvantumolló megvalósításának lehetőségét is több szerző elemezte.

III. A kapcsolódó publikációk jegyzéke

- I. M. Koniorczyk, Z. Kurucz, A. Gábris and J. Janszky: *General optical state truncation and its teleportation*, Phys. Rev. A **62**, 013802 (2000).
- II. M. Koniorczyk, T. Kiss, and J. Janszky: *Teleportation: from probability distributions to quantum states*, J. Phys. A (Math. Gen.) **34** pp. 6949-6955 (2001).
arXiv:quant-ph/0011083
- III. J. Janszky, M. Koniorczyk and A. Gábris: *One-complex-plane representation approach to quantum teleportation*, Phys. Rev. A **64** 034302 (2001).
- IV. M. Koniorczyk, V. Bužek, and J. Janszky: *Wigner-function description of quantum teleportation in arbitrary dimensions and continuous limit*, Phys. Rev. A **64** 034301 (2001).
arXiv:quant-ph/0106109
- V. J. Janszky, A. Gábris, M. Koniorczyk, A. Vukics and P. Adam: *Coherent-state approach to entanglement and teleportation*, Progress of Physics, **49** pp. 993-1000 (2001).
- VI. Z. Kurucz, M. Koniorczyk, and J. Janszky: *Teleportation with partially entangled states*, Progress of Physics **49** pp. 1019-1025 (2001).
- VII J. Janszky, A. Gábris, M. Koniorczyk, A. Vukics and J. Asboth: *One-complex-plane representation: a coherent-state description of entanglement and teleportation*, J. Opt. B.: Quantum Semiclass. Opt. **4**, pp. S213-S217 (2002).

- VIII. M. Koniorczyk and J. Janszky: *Photon number conservation and photon interference*, invited paper in “First International Workshop on Classical and Quantum Interference”, Jan Peřina, Miroslav Hrabovský and Jaromir Křepelka Editors, Proceedings of SPIE **4888**, pp 1-8. (2002).
arXive:quant-ph/0110170