

A fémek relativitásos elektronelmélete

Doktori értekezés

Írta

és a Szegedi Tudományegyetem
Mathematikai és Természettudományi
Karához benyújtja
Szilvási Árpád



Sommerfeld mutatta ki¹⁾, hogy a fémekben levő szabad elektronok, az u. n. "elektrongáz" még magas hőmérsékleten is²⁾ nagymértékben elfajult. A Fermi-féle statisztika alapján fejtette ki a fémek elektronelméletét, számításaiiban nem volt tekintettel a relativitáselméletre³⁾.

Dolgozatomban az elektrongáz relativitásos elméletét tárgyalom a Sommerfeld-féle következtetések alapján. Vizsgálom a Richardson-hatást, az elektromos- és hővezetőképesség elméletét és az ezzel kapcsolatos Wiedermann-Franz-féle törvényt, a hőelektromos erő elméletét, a Thomson- és Peltier-hatást.

Az elektrongáz három jellemző tényezője közül az elektronok sűrűsége és a thermodynamikai potenciál Sommerfelddel megegyezésben fémállandóként tekinthető, míg a szabaduthosszat célszerű az energia függvényeként felfogni. Az ezekre vonatkozó egyéb fizikai feltevések megegyeznek Sommerfeld feltevéseivel, miért is ezekre a feltevésekre itt nem térek ki.

1/ A. Sommerfeld: Zur Elektrontheorie der Metalle auf Grund der Fermischen Statistik. Zs. f. Phys. B. XLVII. S. 1-32, u. 43-60.

2/ A. Sommerfeld u. H. Bethe: Elektronentheorie der Metalle. Handb. d. Phys. S. 333-368. /3.29/ egyenlet és az ezt követő szöveg.

A következőkben az 1/ alatt említett munkára mint Sommerfeld I-re, míg a 2/ alattira mint Sommerfeld II-re fogok hivatkozni.

3/ Sommerfeld II, 335. oldal, 1/ alatti jegyzet.

1. Alapegyenletek a reletivitásos mechani-
kából. Egy mozgó részecske /pl. elektron/ nyugalmi /zéró
 sebességhez tartozó/ tömege legyen m , sebessége $v = (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)^{1/2}$,
 impulzusa $p = (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)^{1/2}$, teljes energiája ε , nyugalmi ener-
 giája ε_0 , míg mozgási /kinetikai/ energiája ε^* , akkor a
 relativitáselmélet szerint:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_0 &= m c^2, \\ \varepsilon &= \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \\ p &= m \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \\ p_x &= m \frac{\xi}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, p_y = m \frac{\eta}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, p_z = m \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned} \right\} \quad /1,1/$$

hol c a fény terjedési sebessége üres térben. A fenti három
 alapegyenletből nyerjük a következő fontos egyenleteket:

Az első és második egyenletből:

$$\varepsilon^* = \varepsilon - \varepsilon_0 \quad /1,2/$$

A második és harmadikból az első révén:

$$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_0^2 + c^2 p^2} \quad /1,3/$$

ill. megfordítva:

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{\varepsilon^2 - \varepsilon_0^2} \quad /1,4/$$

A harmadikból:

$$v = c^2 \frac{p}{\sqrt{\varepsilon_0^2 + c^2 p^2}} \quad /1,5/$$

honnan a sebesség derékszögű összetevői :

$$\xi = c^2 \frac{p_x}{\sqrt{\varepsilon_0^2 + c^2 p^2}}, \quad \eta = c^2 \frac{p_y}{\sqrt{\varepsilon_0^2 + c^2 p^2}}, \quad \zeta = c^2 \frac{p_z}{\sqrt{\varepsilon_0^2 + c^2 p^2}} \quad /1,6/$$

És végül /1,5/ -ből /1,3/ szerint:

$$v = c^2 \frac{p}{\varepsilon} . \quad /1,7/$$

A nyugalmi energia elektronnál $m = 9,02 \cdot 10^{-28}$ g.-ot, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec.-ot véve:

$$\varepsilon_0 = 81,18 \cdot 10^{-8} \text{ erg} \approx 510.000 \text{ volt} . \quad /1,8/$$

2. A fázisdifferenciál. Az x , y , z térkoordináták és a p_x , p_y , p_z impulzuskoordináták hatméretű fázisteréhez tartozó fázisdifferenciál:

$$d\Phi = dx dy dz dp_x dp_y dp_z . \quad /2,1/$$

A fázisdifferenciálhoz tartozó kvantumállapotok száma, más szóval a kvantált fázisdifferenciál /2,1/ -ből:

$$d\Phi = \frac{1}{h^3} dx dy dz dp_x dp_y dp_z . \quad /2,2/$$

A v térfogatnak megfelelő kvantált fázisdifferenciál a /2,2/ -ből:

$$d\Phi = \frac{v}{h^3} dp_x dp_y dp_z . \quad /2,3/$$

Sok esetben a fázisdifferenciálnak a p és $p+dp$ impulzus értékek közé tartozó értékeit össze kell foglalnunk /pl. a p -re vonatkozó integrálokban/. Ez az érték a /2,3/-ből:

$$d\Phi = \frac{v}{h^3} \int_p^{p+dp} dp_x dp_y dp_z = \frac{4\pi v}{h^3} p^2 dp . \quad /2,4/$$

A fázisdifferenciál értéke egységnyi fém-térfogat esetén a /2, 3/-, ill. /2,4/ -ből:

$$d\Phi = \frac{1}{h^3} dp_x dp_y dp_z , \quad /2,5/$$

$$d\Phi = \frac{4\pi}{h^3} p^2 dp . \quad /2,6/$$

3. A Fermi-féle eloszlási függvény.

Legyen a $d\Phi$ fáziselemben levő elektronok száma dN , akkor

$$f = \frac{1}{g} \frac{dN}{d\Phi}, \quad /3,1/$$

hol f az eloszlási függvény; elektron esetén $g=2$. A /3,1/ alatti egyenlet az eloszlási függvény szokásos értelmezése.

A Fermi-féle eloszlási függvény thermodynamikai egyensúly esetén a szokásos alakjában ¹⁾:

$$f_0 = \frac{1}{e^{\frac{1}{kT}(\epsilon - \zeta)} + 1}, \quad /3,2/$$

hol k a Boltzmann-féle állandó, ϵ egy részecske energiája, ζ a thermodynamikai potenciál, T az abszolút hőmérséklet. ²⁾

A relativitásos statisztikában az eloszlási függvényben az /1,1/ alatti teljes energia szerepel, megfelelőleg ζ is a nyugalmi energia bevonásával értendő, mely körülmény a /3,2/-ben szereplő $(\epsilon - \zeta)$ értékére /1,2/ szerint kihatással nincs.

A /3,2/ alatti eloszlási függvény az energia /1,3/ alatti egyenlete révén kifejezhető az impulzussal:

$$f_0 = \frac{1}{e^{\frac{1}{kT}(\sqrt{\epsilon_0^2 + c^2 p^2} - \zeta)} + 1}. \quad /3,3/$$

/3,3/-ből az eloszlási függvény az impulzus derékszögű összetevőivel kifejezve:

1/ Lásd pl. Sommerfeld II, /3.19/.

2/ A /3,2/-ben szereplő e a természetes logaritmus rendszer alapszáma, nem tévesztendő össze az elektron töltésével, melyet szintén e -vel jelölünk.

$$f_0 = \frac{1}{e^{\frac{1}{kT} (\sqrt{\varepsilon_0^2 + c^2 (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)} - \zeta)} + 1} \quad /3,4/$$

A Fermi-féle eloszlási függvény /3,2-4/ alatti egyenletei thermodynamikai egyensúly esetére vonatkoznak.

4. Alapvető integrálok. Már Sommerfeld ki-mutatta, hogy:

$$\int_0^\infty \frac{d\varphi(u)}{du} \frac{du}{e^{u-\alpha} + 1} = \varphi(\alpha) + 2 \left\{ \ell_2 \varphi^{(II)}(\alpha) + \ell_4 \varphi^{(IV)}(\alpha) + \dots \right\} \quad /4,1/$$

hol $\varphi(u)$ szabályos és $u=0$ esetén eltűnő, egyébként tetszőle-ges függvény és

$$\ell_\nu = 1 - \frac{1}{2^\nu} + \frac{1}{3^\nu} - \frac{1}{4^\nu} + \dots \quad (\nu=2,4,6,\dots) \quad /4,2/$$

továbbá

$$\varphi^{(\nu)}(\alpha) = \left[\frac{d^\nu \varphi(u)}{du^\nu} \right]_{u=\alpha} \quad (\nu=0, II, IV, \dots) \quad /4,3/$$

Tekintsük most a

$$\mathcal{H}_i = \int \ell \varepsilon^i \frac{\partial f_0}{\partial p} d\Phi \quad /4,4/$$

integrált, hol f_0 a /3,3/ alatti Fermi-féle eloszlási függvény, ℓ a szabadúthossz, melyet az energia tapasztatilag adott függvényének tekintünk. /4,4/ -ben az integráció kiterjesztendő az összes impulzus értékre. A kvantált fázisdifferenciál /2,6/ alatti egyenlete, továbbá az /1,4/

1/ Sommerfeld I, /27/a/ egyenlet., ved össze a /21/a/ egyenlettel.

alapján a /4,4/ :

$$\mathcal{H}_i = \frac{4\pi}{h^3 c^2} \int_0^\infty \mathcal{L}_i(\varepsilon) \frac{\partial f_0}{\partial \mu} d\mu \quad /4,5/$$

az

$$\mathcal{L}_i(\varepsilon) = \ell \varepsilon^i (\varepsilon^2 - \varepsilon_0^2) \quad (i=0,1,2,\dots) \quad /4,6/$$

jelöléssel. /4,5/ -ből μ -szerinti parciális integrációval kapjuk a

$$\mathcal{H}_i = -\frac{4\pi}{h^3 c^2} \int_0^\infty \frac{d\mathcal{L}_i(\varepsilon)}{d\mu} f_0 d\mu \quad /4,7/$$

egyenletet, mivel a felső határon f_0 , az alsón pedig μ eltűnik.

Új integrációs változót vezetve be az

$$\varepsilon - \varepsilon_0 = kT u \quad /4,8/$$

egyenlet alapján, az eloszlási függvény /3,2/ alatti értékének behelyettesítése után nyerjük a /4,7/ -ből:

$$\mathcal{H}_i = -\frac{4\pi}{h^3 c^2} \int_0^\infty \frac{d\mathcal{L}_i(u)}{du} \frac{du}{e^{u - (\varepsilon - \varepsilon_0)/kT} + 1}, \quad \left. \begin{array}{l} \text{hol /4,6/ és /4,8/ szerint} \\ \mathcal{L}_i(u) = \ell (kT u + \varepsilon_0)^i \cdot ((kT)^2 u^2 + 2kT \varepsilon_0 u) \end{array} \right\} \quad /4,9/$$

Mivel pedig $\mathcal{L}_i(u)$ /4,9/ szerint a /4,1/ -beli $\varphi(u)$ -ra tett követelményeknek eleget tesz, írható a /4,1/ szerint:

$$\mathcal{H}_i = -\frac{4\pi}{h^3 c^2} \mathcal{L}_i\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{kT}\right) - \frac{8\pi}{h^3 c^2} \left\{ \ell_2 \mathcal{L}_i^{(II)}\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{kT}\right) + \ell_4 \mathcal{L}_i^{(IV)}\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{kT}\right) + \dots \right\}, \quad /4,10/$$

hol

$$\mathcal{L}_i^{(V)}\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{kT}\right) = \left[\frac{d\mathcal{L}_i^{(V)}(u)}{du^V} \right]_{u = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{kT}} \quad (V=0, II, IV, \dots) \quad /4,11/$$

/4,10/ -ben L_i u -szerinti származékait ε -szerintiekkel akarjuk helyettesíteni. Mivel a /4,8/ -ből

$$\frac{d\varepsilon}{du} = kT,$$

következőleg

$$L_i^{(\nu)}(u) = (kT)^\nu \frac{d^\nu L_i(\varepsilon)}{d\varepsilon^\nu}. \quad /4,12/$$

/4,12/ -ből a /4,8/ szerint:

$$L_i^{(\nu)}\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{kT}\right) = (kT)^\nu \left[\frac{d^\nu L_i(\varepsilon)}{d\varepsilon^\nu} \right]_{\varepsilon = \varepsilon_0} = (kT)^\nu L_i^{(\nu)}(\zeta) = (kT)^\nu L_i^{(\nu)}. \quad /4,13/$$

/4,13/ alapján a /4,10/ :

$$\mathcal{H}_i = -\frac{4\pi}{h^3 c^2} L_i - \frac{8\pi}{h^3 c^2} \left\{ \mathcal{L}_2 (kT)^2 L_i^{(II)} + \mathcal{L}_4 (kT)^4 L_i^{(IV)} + \dots \right\}. \quad /4,14/$$

A továbbiakban $\mathcal{H}_i$ első és második közelítő értékét fogjuk kiszámítani. Az első közelítő érték /4,14/-ből:

$$\mathcal{H}_i = -\frac{4\pi}{h^3 c^2} L_i. \quad /4,15/$$

A második közelítő értékre nézve vegyük tekintetbe az ismert

$$\mathcal{L}_2 = 1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots = \frac{\pi^2}{12} \quad /4,16/$$

egyenlőséget. /4,14/ -ből /4,16/ szerint a második közelítő érték:

$$\mathcal{H}_i = -\frac{4\pi}{h^3 c^2} L_i - \frac{2\pi^3}{3h^3 c^2} (kT)^2 L_i^{(II)}. \quad /4,17/$$

$L_i(\varepsilon)$ -nek ε -szerinti második differenciálhányadosára nézve /4,6/ és /4,13/ -ből kapjuk:

$$\mathcal{L}_i^{(11)} = \bar{\ell} \zeta^{i-2} \{ (i+2)(i+1) \zeta^2 - i(i-1) \varepsilon_0^2 \} \\ + 2 \bar{\ell}^{(11)} \zeta^{i-1} \{ (i+2) \zeta^2 - i \varepsilon_0^2 \} + \bar{\ell}^{(111)} \zeta^i (\zeta^2 - \varepsilon_0^2) \quad , \quad /4,18/$$

hol

$$\bar{\ell}^{(\nu)} = \left[\frac{d^\nu \bar{\ell}(\varepsilon)}{d\varepsilon^\nu} \right]_{\varepsilon = \zeta} \quad (\nu = 0, 1, 2) \quad /4,19/$$

Számítsuk ki végül a /4,15/- és /4,17/-
ben szereplő mértékadó tényezőket $i = 0, 1$ és 2 esetén.
/4,6/ és /4,18/ szerint:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{L}_0 &= \bar{\ell} (\zeta^2 - \varepsilon_0^2), \quad \mathcal{L}_0^{(11)} = 2\bar{\ell} + 4\bar{\ell}^{(11)} \zeta + \bar{\ell}^{(111)} (\zeta^2 - \varepsilon_0^2), \\ \mathcal{L}_1 &= \bar{\ell} \zeta (\zeta^2 - \varepsilon_0^2), \quad \mathcal{L}_1^{(11)} = 6\bar{\ell} \zeta + 2\bar{\ell}^{(11)} (3\zeta^2 - \varepsilon_0^2) + \bar{\ell}^{(111)} \zeta (\zeta^2 - \varepsilon_0^2), \\ \mathcal{L}_2 &= \bar{\ell} \zeta^2 (\zeta^2 - \varepsilon_0^2), \quad \mathcal{L}_2^{(11)} = 2\bar{\ell} (6\zeta^2 - \varepsilon_0^2) + 4\bar{\ell}^{(11)} \zeta (2\zeta^2 - \varepsilon_0^2) + \bar{\ell}^{(111)} \zeta^2 (\zeta^2 - \varepsilon_0^2) \end{aligned} \right\} /4,20/$$

hol a /4,19/-beli jelölést alkalmaztuk.

5. Az elektrongáz alapállapota, elfajulás.

Szoritkozunk oly alacsony hőmérsékletre, hogy az elektronok az energiaiilag legmélyebb cellákban helyezkedjenek el. Egyensúly esetén az összes mozgási irányok egyenlő valószínűek, ezért az elektronok az impulzus-térben oly gömböt töltenek ki, melynek középpontja a koordináta rendszer kezdőpontjában van. Legyen $\bar{p}$ ennek a gömbnek a sugara és nevezzük "határ-impulzus"-nak, a hozzá tartozó $\bar{\varepsilon}$ energiát "határ-energiá"-nak.

A $\mathcal{V}$ térfogatban legyen $\mathcal{N}$ elektron. Minden cellát $p \leq \bar{p}$ esetén $g=2$ elektron tart megszállva, a $\frac{4\pi}{3} \bar{p}^3$ térfogatu impulzus gömbhöz tartozó $\frac{4\pi}{3} \mathcal{V} \bar{p}^3$ fázistérfogat $\frac{4\pi}{3} \mathcal{V} \left(\frac{\bar{p}}{h}\right)^3$ kvantumállapotának g -szerese egyenlő $\mathcal{N}$ -nel, az elektronok számával. Következésképpen: ¹⁾

$$n = \frac{\mathcal{N}}{\mathcal{V}} = \frac{4\pi g}{3 h^3} \bar{p}^3. \quad /5,1/$$

Számítsuk ki most az elektrongáz sűrűségét magasabb hőmérsékleten. Az eloszlási függvényt értelmező /3,1/ alatti egyenlet és a fázisdifferenciál /2,6/ alatti egyenlete szerint:

$$n = \frac{1}{\mathcal{V}} \int d\mathcal{N} = \frac{g}{\mathcal{V}} \int f_0 d\Phi = \frac{4\pi g}{h^3} \int p^2 f_0 dp = \frac{4\pi g}{3 h^3} \int_0^{\infty} \frac{dp^3}{dp} f_0 dp. \quad /5,2/$$

Ez az egyenlet a /4,8/ -ban már bevezetett

$$\varepsilon - \varepsilon_0 = kT u$$

új integrációs változó révén átmegy az

$$n = \frac{4\pi g}{3 h^3} \int_0^{\infty} \frac{dp^3}{du} \frac{du}{e^{u - (\varepsilon - \varepsilon_0)/kT} + 1} \quad /5,3/$$

egyenletbe. Az $d\varepsilon/du = kT$ egyenlőség következtében:

1/ Az /5,1/ alatti egyenlet független az alkalmazott mechanikától, erre nézve lásd Sommerfeld II, /2.3/. A határ-impulzus értéke a két esetben megegyezik. Hagsúlyozni kívánom, hogy a határ-energia értéke a két esetben nem azonos, még a nyugalni energia levonása esetén sem, miként az az /1,2/ és /1.3/ -ból a közönséges mechanika megfelelő egyenletével összehasonlítva kitűnik.

$$\frac{d^{\nu} p^3}{d u^{\nu}} = (kT)^{\nu} \frac{d^{\nu} p^3}{d \varepsilon^{\nu}} \quad /5,4/$$

Az /5,3/ a Sommerfeld-féle /4,1/ integrálegyenlet, valamint az /5,4/ alapján:

$$n = \frac{4\pi g}{3h^3} p^3(\xi) + \frac{8\pi g}{3h^3} \left\{ \ell_2 (kT)^2 \frac{d^2 p^3(\xi)}{d \varepsilon^2} + \ell_4 (kT)^4 \frac{d^4 p^3(\xi)}{d \varepsilon^4} + \dots \right\},$$

hol

$$\frac{d^{\nu} p^3(\xi)}{d \varepsilon^{\nu}} = \left[\frac{d^{\nu} p^3(\varepsilon)}{d \varepsilon^{\nu}} \right]_{\varepsilon = \xi} \quad /5,5/$$

/5,5/ -ből első közelítésben:

$$n = \frac{4\pi g}{3h^3} p^3(\xi) \quad /5,6/$$

Az elektron-sűrűség feltevése szerint a hőmérséklettel nem változik, miért az /5,1/ és az /5,6/ összehasonlításából, továbbá az /1,2/ és /1,3/ szerint:

$$p(\xi) = \bar{p}, \quad \xi = \bar{\varepsilon}, \quad \xi^* = \bar{\varepsilon}^*, \quad /5,7/$$

azaz első közelítésben a thermodynamikai potenciál megegyezik a határ-energiával, a thermodynamikai potenciálhoz tartozó impulzus a határ-impulzussal.

/5,1/ -ből a határ-impulzus értéke:

$$\bar{p} = h \left(\frac{3n}{4\pi g} \right)^{1/3} \quad /5,8/$$

A határ-impulzus értéke ezüstre $h = 6,62 \cdot 10^{-27}$ erg/sec. - és $n_{Ag} = 5,9 \cdot 10^{22}$ értékekkel az /5,8/ -ből, to-

vábbá az /1,3/ és /1,2/ szerint:

$$\left. \begin{aligned} \bar{n}_{Ag} &= 12,39 \cdot 10^{-20} \text{ l.h.f. egység,} \\ \bar{S}_{Ag} &= 81,18085 \cdot 10^{-8} \text{ erg,} \\ \bar{S}_{Ag}^* &= 8,5 \cdot 10^{-12} \text{ erg.} \end{aligned} \right\} \quad /5,9/$$

6. Richardson-hatás. Az elektronokat kibocsátó felület legyen merőleges az x tengelyre. A tapasztalatnak megfelelőleg a felületet csak azok az elektronok hagyhatják el, melyeknek a kibocsátó felületre merőlegesen elegendő nagy energiájuk van. Létezik tehát egy W potenciál-küszöb¹⁾, melyet az elektronoknak le kell győzniük. Jelöljük a W potenciál-küszöbhez tartozó x irányú impulzust p_{x_0} -al. /1,4/ szerint:

$$p_{x_0} = \frac{1}{c} \sqrt{W^2 - \varepsilon_0^2} \quad /6,1/$$

A felületegységen időegység alatt kilépő elektromos töltés, azaz az áram sűrűsége /3,1/ szerint:

$$i = e \int \xi dN = e \int \xi f_0 d\Phi \quad , \quad /6,2/$$

hol e az elektron töltését jelenti. /6,2/ -ben az integrációt a $p_x \geq p_{x_0}$ impulzusú elektronokra kell kiterjeszteni. Helyettesítve a /6,2/ -be a Fermi - féle eloszlás

1/ W eddigi tárgyalásunknak megfelelően a nyugalmi energia bevonásával értendő.

/3,4/ alatti értékét, továbbá a fázisdifferenciál /2,5/ - és a sebesség χ irányú összetevőjének /1,6/ alatti értékét, nyerjük a /6,2/ -ből:

$$i = \frac{e\mathcal{E}}{h^3} c^2 \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{p_x}{\sqrt{\varepsilon_0^2 + c^2(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)}} \frac{dp_x dp_y dp_z}{e^{\frac{1}{kT}(\sqrt{\varepsilon_0^2 + c^2(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)} - \mathcal{E})} + 1} \quad /6,3/$$

/6,3/ -ből $g = \sqrt{p_y^2 + p_z^2}$ és φ poláris sikkordináták bevezetésével:

$$i = \frac{e\mathcal{E}}{h^3} c^2 \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty g \frac{p_x}{\sqrt{\varepsilon_0^2 + c^2 p_x^2 + c^2 g^2}} \frac{dp_x dg d\varphi}{e^{\frac{1}{kT}(\sqrt{\varepsilon_0^2 + c^2 p_x^2 + c^2 g^2} - \mathcal{E})} + 1} \quad /6,4/$$

/6,4/ -ből φ szerint integrálva kapjuk az

$$i = \frac{2\pi e\mathcal{E}}{h^3} c^2 \int_0^\infty g i_g dg \quad /6,5/$$

egyenletet az

$$i_g = \int_{p_{x_0}}^\infty \frac{p_x}{\sqrt{\varepsilon_0^2 + c^2 p_x^2 + c^2 g^2}} \frac{dp_x}{e^{\frac{1}{kT}(\sqrt{\varepsilon_0^2 + c^2 p_x^2 + c^2 g^2} - \mathcal{E})} + 1} \quad /6,6/$$

jelöléssel. /6,6/ -ba új integrációs változót vezetve be a

$$\log u = \frac{1}{kT} \sqrt{\varepsilon_0^2 + c^2 p_x^2 + c^2 g^2} \quad /6,7/$$

egyenlet által, a /6,6/ -ből nyerjük:

$$i_g = \frac{kT}{c^2} \int_{u_0}^\infty \frac{1}{u} \frac{du}{e^{-\mathcal{E}/kT} u + 1} = \frac{kT}{c^2} \int_{u_0}^\infty \left(\frac{1}{u} - \frac{1}{u + e^{\mathcal{E}/kT}} \right) du = \frac{kT}{c^2} \log \left(1 + \frac{e^{\mathcal{E}/kT}}{u_0} \right) \quad /6,8/$$

hol /6,7/ szerint:

$$u_0 = e^{\frac{1}{kT} \sqrt{W^2 + c^2 p^2}} \quad /6,9/$$

/6,8/ és /6,9/ alapján a /6,5/ alatti egyenlet:

$$i = \frac{2\pi e g}{h^3} kT \int_0^\infty p \, dp \log \left(1 + e^{-\frac{1}{kT} (\sqrt{W^2 + c^2 p^2} - \xi)} \right) \quad /6,10/$$

/6,10/ -re nézve vegyük tekintetbe, hogy $\sqrt{W^2 + c^2 p^2} - \xi > 0$ folytán

$$|x| = \left| e^{-\frac{1}{kT} (\sqrt{W^2 + c^2 p^2} - \xi)} \right| < 1,$$

minek következtében a

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots = \sum_{\nu=1}^{\infty} (-1)^{\nu-1} \frac{x^\nu}{\nu}$$

egyenlőségből írható:

$$i = \frac{2\pi e g}{h^3} kT \sum_{\nu=1}^{\infty} (-1)^{\nu-1} \frac{e^{\frac{\nu}{kT} \xi}}{\nu} \int_0^\infty p \, dp e^{-\frac{\nu}{kT} \sqrt{W^2 + c^2 p^2}} \quad /6,11/$$

A /6,11/ -ben szereplő integrálba az

$$u = \frac{\nu}{kT} \sqrt{W^2 + c^2 p^2}$$

új változó bevezetésével az integráció elvégezhető:

$$\int_0^\infty p \, dp e^{-\frac{\nu}{kT} \sqrt{W^2 + c^2 p^2}} = \frac{(kT)^2}{\nu^2 c^2} \int_{\frac{\nu}{kT} W}^\infty u e^{-u} du = \frac{kT}{\nu^2 c^2} (\nu W + kT) e^{-\frac{\nu}{kT} W} \quad /6,12/$$

/6,12/ alapján a /6,11/ az /1,2/ szerinti nyugalmi

energia bevezetésével:

$$i = \frac{2\pi e m g}{h^3} (kT)^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\nu-1}}{\nu^3} \cdot \frac{\nu W + kT}{\varepsilon_0} e^{-\frac{\nu}{kT}(W - \xi)} \quad /6,13/$$

A W valódi kilépési munkával szemben a

$$w = W - \xi \quad /6,14/$$

effektív kilépési munka¹⁾ bevezetésével nyerjük a /6,13/-ből:

$$i = \frac{2\pi e m g}{h^3} (kT)^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\nu-1}}{\nu^3} \cdot \frac{\nu(w + \xi) + kT}{\varepsilon_0} e^{-\frac{\nu}{kT}w} \quad /6,15/$$

Vegyük figyelembe /6,15/ -ben az összeg tagjainak váltakozó előjelét, továbbá az $1/\nu^3$ tényezőt, valamint azt a körülményt, hogy w a tapasztalat szerint csak néhány volt nagyságrendű, míg kT tényező $k = 1,37 \cdot 10^{-16}$ erg/fok -ot véve még $T = 10^3$ hőmérsékleten is csak $1/10$ volt nagyságrendű, minek következtében az exponenciális tényező igen kis szám, mely ν növekedtével még gyorsan kisebbedik. /6,15/ -ben tehát szorítkozhatunk az első tagra, miközben alkalmazzuk ξ -ra az /1,2/ egyenletet:

$$i = \frac{2\pi e m g}{h^3} (kT)^2 e^{-\frac{w}{kT}} \left(1 + \frac{w + \xi + kT}{\varepsilon_0} \right) \quad /6,16/$$

1/ Sommerfeld II, /4,11/. Vegyük figyelembe, hogy /1,2/ szerint a /6,14/ által bevezetett effektív kilépési munka azonos Sommerfeldével, míg a /6,1/ -ben bevezetett valódi kilépési munkában az elektron /1,2/ szerinti nyugalmi energiája is bennfoglaltatik.

Sommerfeld megfelelő, nem relativitásos úton kapott egyenlete¹⁾:

$$i = \frac{2\pi e m \hbar}{h^3} (kT)^2 e^{-\frac{w}{kT}} \quad /6,17/$$

/6,16/ és /6,17/ között eltérés csupán az $\left(1 + \frac{w + \zeta^* + kT}{\varepsilon_0}\right)$ tényezőben van. Ennek megbecslésére nézve vegyük figyelembe, hogy ε_0 -nak több mint 1/2 millió voltos energiájával szemben ζ^* néhány volt²⁾, w a tapasztalat szerint szintén csak pár volt és kT a fenti számítás szerint egy volton alul marad. Ezért

$$\frac{w + \zeta^* + kT}{\varepsilon_0} \sim 0,00003$$

A relativitásos mechanika tekintetbe vétele tehát az áramnak mintegy háromezred résznyi növekedését mutatja. Ez a hatás oly rendkívül kicsi, hogy kísérleti számba vétele lehetetlen. Az áram növekedése - mint azt más hatások esetében is tapasztalni fogjuk - megegyezésben van a relativitásos követelményekkel, mivel a relativitásos mechanika szerint az elektronok közepes sebességének növekednie kell.

7. A háborgatott eloszlás L o r e n t z - féle elméletének alkalmazása a relativitásos mechanika esetében. Haladjon egy vezetőben x irányú elektromos- és hőáram. Lehetséges továbbá az anyag bármely x irányú inhomogenitása. Az x irányba ható elektromos térerősség nagyságát jelöljük ξ -vel.

Az elektronoknak thermodynamikai egyensúly

1/ Sommerfeld II, /4.13/ egyenlet.

2/ Lásd az /1,8/ és /5,9/ alatti egyenleteket.

esetén érvényes f_0 eloszlása megváltozik. Jelöljük a háborgatás esetén érvényes eloszlást f -fel. Lorentz szerint:¹⁾

$$f = f_0 + \xi \chi, \quad /7,1/$$

hol a χ háborgatási pótlék f_0 -lal együtt gömbszimmetrikus az impulzus-térben. Ha a háborgatás mértéke kicsiny a stacionaritás feltevéséből nyerjük¹⁾:

$$\frac{d\xi}{dt} \frac{\partial f_0}{\partial \xi} + \xi \frac{\partial f_0}{\partial x} = -\frac{v}{l} \xi \chi. \quad /7,2/$$

De

$$e\ell = \frac{dp_x}{dt} = \frac{\partial p_x}{\partial \xi} \frac{d\xi}{dt}, \quad /7,3/$$

mivel gyorsulás csak x irányban lép fel. Továbbá az /1,1/ negyedik egyenlete szerint:

$$\frac{\partial p_x}{\partial \xi} = \frac{\partial p_x}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \xi} = \frac{p}{p_x} \frac{\partial p}{\partial \xi} = \frac{v}{\xi} \frac{\partial p}{\partial \xi}. \quad /7,4/$$

Vegyük figyelembe még, hogy

$$\frac{\partial f_0}{\partial \xi} = \frac{\partial f_0}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial \xi}. \quad /7,5/$$

A /7,3-5/ egyenletek alapján kapjuk a háborgatási pótlékre a /7,2/ -ből:

$$\chi = -e\ell \frac{l}{v^2} \frac{\partial f_0}{\partial p} - \frac{l}{v} \frac{\partial f_0}{\partial x}. \quad /7,6/$$

1/ Lásd pl. Léon Brillouin: Die Quantenstatistik, 1931. Kap. 7. S. 202-204. A /7,2/ alatti egyenletet nyerjük, ha az ott szereplő /27/ egyenletbe $e\xi/m$ helyébe eredeti jelentését, az x irányu gyorsulást visszahelyettesítjük.

8. Elektromos - és hőáram. Haladjon egy vezetőben x irányú elektromos-és hőáram. Lehetséges továbbá az anyag bármely x irányú inhomogenitása, míg más irányban hasonló nem léphet fel. Az x irányú elektromos térerősség legyen $\mathcal{E}$, míg a hőmérsékleti gradiens $\partial T/\partial x$.

Az áram irányára merőleges egységnyi területen időegység alatt áthaladó elektromos töltés -, illetőleg energia mennyiség ¹⁾ a /3,1/ szerint:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{Y} &= e \int \xi dN = e \int \xi f d\Phi, \\ \mathcal{Q} &= \int \xi \xi dN = \int \xi \xi f d\Phi, \end{aligned} \right\} \quad /8,1/$$

hol e az elektron töltését jelenti. /8,1/-ben az integráció kiterjesztendő az összes impulzus értékekre. Stacionárius állapotra szorítkozva a háborgatott eloszlás /7,1/ alatti egyenlete szerint kapjuk a /8,1/-ből:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{Y} &= e \int (\xi f_0 + \xi^2 \chi) d\Phi, \\ \mathcal{Q} &= \int \xi (\xi f_0 + \xi^2 \chi) d\Phi, \end{aligned} \right\} \quad /8,2/$$

hol f_0 a Fermi-féle eloszlás egyensúly esetén. /8,2/ mindkét egyenletében az első integrál f_0 gömbszimmetriája miatt zéró, a második integrálokban ξ^2 helyettesíthető $v^2/3$ -mal, miként ez poláris koordináták bevezetése esetén kitűnik. Megfelelőleg:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{Y} &= \frac{e}{3} \int v^2 \chi d\Phi, \\ \mathcal{Q} &= \frac{e}{3} \int \xi v^2 \chi d\Phi. \end{aligned} \right\} \quad /8,3/$$

1/ A hőáram által szállított energiamennyiség $\mathcal{E}$ jelentésének megfelelőleg a nyugalmi energia bevonásával értendő.

/8,3/ -ből a háborgatási pótlékra nyert /7,6/ alatti egyenlet révén kapjuk az elektromos - és hőáramra:

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= -\frac{e^2 \gamma \ell}{3} \int \ell \frac{\partial f_0}{\partial p} d\bar{\Phi} - \frac{e \gamma}{3} \int \ell v \frac{\partial f_0}{\partial x} d\bar{\Phi} . \\ Q &= -\frac{e \gamma \ell}{3} \int \ell \varepsilon \frac{\partial f_0}{\partial p} d\bar{\Phi} - \frac{\gamma}{3} \int \ell \varepsilon v \frac{\partial f_0}{\partial x} d\bar{\Phi} . \end{aligned} \right\} /8,4/$$

9. Elektromos vezetőképesség. Tárgyaljuk a tiszta elektromos vezetés esetét, mikor a vezető fém homogén és egyenletes hőmérsékletű. Ebben az esetben $\partial f_0 / \partial x = 0$, Következésképpen a /8,4/ első egyenletéből a /4,4/ alatti jelöléssel:

$$\gamma = -\frac{e^2 \gamma \ell}{3} \mathcal{K}_0 . \quad /9,1/$$

/9,1/ -re első közelítésben a /4,15/ és /4,20/ szerint kapjuk:

$$\gamma = \frac{4\pi e^2 \gamma \ell}{3 \hbar^3} \bar{\ell} \frac{\xi^2 - \xi_0^2}{c^2} . \quad /9,2/$$

/9,2/ -ből az elektromos vezetőképesség:

$$\sigma = \frac{4\pi e^2 \gamma}{3 \hbar^3} \bar{\ell} \frac{\xi^2 - \xi_0^2}{c^2} . \quad /9,3/$$

Alakítsuk át a /9,3/ alatti egyenletet a határ-impulzus /5,8/ alatti egyenlete által, miközben még $(\varepsilon^2 - \varepsilon_0^2)/c^2$ helyett az /1,4/ és az /5,7/ alatti egyenletek révén $\bar{\mu}^2$ -t írunk, kapjuk:

$$\zeta = \frac{e^2 \bar{\ell} n}{\bar{\mu}} \quad . \quad /9,4/$$

Sommerfeld megfelelő, nem relativitásos uton kapott egyenlete: ¹⁾

$$\zeta = \frac{e^2 \bar{\ell} n}{\bar{\mu}} \quad . \quad /9,5/$$

A /9,4/ és /9,5/ alatti egyenletek szerint a relativitásos mechanika alkalmazása első közelítésben változást nem hoz ²⁾.

10. Hővezetőképesség. A tiszta hővezetés esetével foglalkozunk. Ebben az esetben az elektromos áram zéró, az eloszlás a hőmérsékleti gradiens létezése folytán háborgatott. Ez a háborgatott eloszlás elektromos erőt teret létesít, melyet a hőáram számításánál tekintetbe kell vennünk. A térerősség értékét a /8,4/ első egyenletéből az $\nabla = 0$ feltevés mellett számítjuk és a /8,4/ második egyenletébe helyettesítjük.

A /8,4/ alatti egyenletekben $\partial f / \partial x$ -et

1/ Sommerfeld II, /5.12/. /9,5/-öt kapjuk, ha az ott szereplő egyenletbe a határ-sebesség helyett a $\bar{\mu} = m \bar{v}$ határ-impulzust vezetjük be.

2/ Lásd a 10. oldalon az 1/ alatti megjegyzést.

$\partial f_0 / \partial \rho$ -vel akarjuk helyettesíteni, evégből írjuk:

$$\frac{\partial f_0}{\partial x} = \frac{\partial f_0}{\partial \mathcal{T}} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} ,$$

továbbá az eloszlási függvény /3,2/ és /3,3/ alatti egyenletei szerint:

$$\frac{\partial f_0}{\partial \mathcal{T}} = \frac{1}{c^2} \frac{\varepsilon}{\rho} \left\{ -\frac{\partial \xi}{\partial \mathcal{T}} - \frac{\varepsilon}{\mathcal{T}} + \frac{\xi}{\mathcal{T}} \right\} \frac{\partial f_0}{\partial \rho} ,$$

Minek folytán az impulzus, energia és sebesség közötti /1,7/ alatti egyenlet tekintetbe vételével kapjuk:

$$\frac{\partial f_0}{\partial x} = \frac{1}{v} \left\{ -\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} \frac{\varepsilon}{\mathcal{T}} \frac{\partial f_0}{\partial \rho} + \left(\frac{\xi}{\mathcal{T}} - \frac{\partial \xi}{\partial \mathcal{T}} \right) \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} \frac{\partial f_0}{\partial \rho} \right\} . \quad /10,1/$$

/10,1/ alapján a /8,4/ alatti egyenletek a /4,4/ alatti jelöléssel így írhatók:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{Y} &= -\frac{e\mathcal{E}}{3} \left\{ e\mathcal{E} + \left(\frac{\xi}{\mathcal{T}} - \frac{\partial \xi}{\partial \mathcal{T}} \right) \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} \right\} \mathcal{H}_0 + \frac{e\mathcal{E}}{3} \frac{1}{\mathcal{T}} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} \mathcal{H}_1 , \\ \mathcal{Q} &= -\frac{\mathcal{E}}{3} \left\{ e\mathcal{E} + \left(\frac{\xi}{\mathcal{T}} - \frac{\partial \xi}{\partial \mathcal{T}} \right) \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} \right\} \mathcal{H}_1 + \frac{\mathcal{E}}{3} \frac{1}{\mathcal{T}} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} \mathcal{H}_2 . \end{aligned} \right\} /10,2/$$

/10,2/ -ből $\mathcal{Y} = 0$ feltevés mellett kapjuk a hőáramra a

$$\mathcal{Q} = \frac{\mathcal{E}}{3} \frac{1}{\mathcal{T}} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} \frac{\mathcal{H}_0 \mathcal{H}_2 - \mathcal{H}_1^2}{\mathcal{H}_0} \quad /10,3/$$

egyenletet. Kimutatható, hogy a hőáram első közelítésben eltűnik, megegyezésben Sommerfeld megfelelő megállapítá-

sával¹⁾ /10,3/ -ből ugyanis a /4,15/ és /4,20/ alatti egyenletek szerint:

$$\mathcal{H}_0 \mathcal{H}_2 - \mathcal{H}_1^2 = \frac{16\pi^2}{h^6 c^4} \{ \mathcal{L}_0 \mathcal{L}_2 - \mathcal{L}_1^2 \} = 0$$

A /10,3/ kiszámításánál tehát a $\mathcal{H}_i$ integrálok második közelítő értékét kell használnunk. A következőképpen járunk el: a /10,3/ nevezőjében $\mathcal{H}_0$ -at első közelítő értékével helyettesítjük, míg a számlálóban a /4,17/ -ből^{nyert} teljes második közelítő érték helyett

$$\frac{8\pi^4}{3h^6 c^4} \left(\mathcal{L}_0 \mathcal{L}_2^{(II)} + \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_0^{(II)} - 2 \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_1^{(II)} \right) (kT)^2 \quad -t$$

irunk, mivel egyrészt $\mathcal{L}_0 \mathcal{L}_2 - \mathcal{L}_1^2 = 0$, másrészt $\mathcal{L}_0^{(II)} \mathcal{L}_2^{(II)} - \mathcal{L}_1^{(II)} \mathcal{L}_1^{(II)}$ -t, a második deriváltak szorzatának különbségét elhanyagoljuk²⁾. Ilymódon könnyebben kezelhető kifejezést nyerünk s a /4,17/ -ből írhatjuk:

$$\frac{\mathcal{H}_0 \mathcal{H}_2 - \mathcal{H}_1^2}{\mathcal{H}_0} = - \frac{2\pi^3}{3h^3 c^2} \frac{(kT)^2}{\mathcal{L}_0} \left(\mathcal{L}_0 \mathcal{L}_2^{(II)} + \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_0^{(II)} - 2 \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_1^{(II)} \right). \quad /10,4/$$

A /10,4/ -ben szereplő mértékadó tényezőket egybefoglaló /4,20/ alatti egyenletekből meggyőződhetünk arról, hogy a /10,4/ zárójeles kifejezésének számítása esetén azok a tagok, melyek a szabadúthossz második deriváltját tartalmazzák, egymást kompenzálják, míg az első deriváltakat tartalmazó tagok elhanyagolásával a fentebb tett elhanyagolás mértékén jóval alul maradunk, mivel a szabadúthossz-

1/ Sommerfeld II, az /5.17/ és /5.18/ alatti egyenletek közötti szöveg.

2/ Ilyen közelítő eljárást alkalmazott Sommerfeld hasonló integrálok esetében. Lásd Sommerfeld II, /5.20/ alatti egyenlet.

nak az energiával való változása csekély. Ezen megállapodás mellett /10,4/ számításánál a /4,20/ alatti egyenletekben a szabadúthossz állandóként kezelhető, miért a /4,20/ -ból kapjuk a /10,4/ -re:

$$\frac{\mathcal{K}_0 \mathcal{K}_2 - \mathcal{K}_1^2}{\mathcal{K}_0} = - \frac{4\pi^3}{3\hbar^3 c^2} (kT)^2 \bar{\ell} (6\mathcal{E}^2 - \mathcal{E}_0^2 + \mathcal{E}^2 - 6\mathcal{E}^2) = - \frac{4\pi^3}{3\hbar^3 c^2} (kT)^2 \bar{\ell} (\mathcal{E}^2 - \mathcal{E}_0^2) \quad /10,5/$$

A /10,5/ alapján a /10,3/ alatti hőáram:

$$\mathcal{Q} = - \frac{4\pi^3 \mathcal{E} k^2}{9\hbar^3} \bar{\ell} \frac{\mathcal{E}^2 - \mathcal{E}_0^2}{c^2} T \frac{\partial T}{\partial x} \quad /10,6/$$

/10,6/-ból a hővezetőképességet értelmező

$$\mathcal{K} = - \mathcal{K} \frac{\partial T}{\partial x}$$

egyenlet révén kapjuk a hővezetőképességre:

$$\mathcal{K} = \frac{4\pi^3 \mathcal{E} k^2}{9\hbar^3} \bar{\ell} \frac{\mathcal{E}^2 - \mathcal{E}_0^2}{c^2} T \quad /10,7/$$

/10,7/ -ből a /9,3/ alatti egyenletnél már elvégzett átalakítással nyerjük a

$$\mathcal{K} = \frac{\pi^2}{3} \frac{k^2 \bar{\ell} n}{\bar{\mu}} T \quad /10,8/$$

egyenletet, míg Sommerfeld nem relativitásos úton nyert egyenlete a hővezetőképességre ¹⁾:

1/ Sommerfeld II, /5.25/, az ott szereplő egyenletben $m\bar{\nu}$ helyett $\bar{\mu}$ irandó.

$$\mathcal{H} = \frac{\pi^2}{3} \frac{k^2 \bar{\ell} n}{\bar{\mu}} \mathcal{T} . \quad /10,9/$$

/10,8/ és /10,9/ szerint az alkalmazott közelítő eljárás esetében, miként az elektromos vezetőképességnél, a relativitásos mechanika alkalmazása a Sommerfeld által megállapított egyenletbe változást nem hoz.¹⁾

11. W i e d e r m a n n - F r a n z - féle törvény. A /10,8/ és a /9,4/ alatti egyenletek osztása révén nyert Wiedermann-Franz-féle viszonyt a Sommerfeld által már megállapított²⁾

$$\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{G}} = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k}{e} \right)^2 \mathcal{T} \quad /11,1/$$

alakban kapjuk, mivel a fentiek szerint $\mathcal{H}$ és $\mathcal{G}$ megegyezik a Sommerfeld által megállapított értékkel.

12. Hőelektromos erő. A nyitott hőelektromos lánc álljon két - 1 és 2 - fémből. A lánc A kezdő - és B végpontja ugyanazon anyagból álljon és legyen egyenlő $\mathcal{T}_0$ hőmérsékleten, míg a két forrasztási hely hőmérséklete legyen $\mathcal{T}_1$ és $\mathcal{T}_2$.

Nyílt lánc árammentes, a hőelektromos

1/ Lásd a 10. oldalon az 1/ alatti jegyzetet.

2/ Sommerfeld II, /5.27/.

erő meghatározása végett kiindulunk az $\mathcal{T}=0$ feltevésből, melyet a /8,4/ első egyenletéből veszünk. Figyelembe kell vennünk, hogy $\partial f_0/\partial x$ a jelen esetben két részből áll. Ezek közül az egyik a hőmérsékleti gradiensnek -, míg a másik a két fém anyagkülönбözőségének $/\varepsilon$ különбözősége/ felel meg, azaz:

$$\frac{\partial f_0}{\partial x} = \left(\frac{\partial f_0}{\partial \mathcal{T}} \right)_{\varepsilon} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} + \left(\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right)_{\mathcal{T}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x}. \quad /12,1/$$

A továbbiakban $\partial f_0/\partial \mathcal{T}$ -t és $\partial f_0/\partial \varepsilon$ -t $\partial f_0/\partial \mu$ -vel fogjuk helyettesíteni. A $\varepsilon = \text{állandó}$ feltevés alapján az eloszlási függvény /3,2/ és /3,3/ alatti egyenleteiből nyerjük:

$$\left(\frac{\partial f_0}{\partial \mathcal{T}} \right)_{\varepsilon} = - \frac{1}{c^2} \frac{1}{\mathcal{T}} \frac{\varepsilon^2}{\mu} \frac{\partial f_0}{\partial \mu} + \frac{1}{c^2} \frac{\varepsilon}{\mathcal{T}} \frac{\varepsilon}{\mu} \frac{\partial f_0}{\partial \mu}. \quad /12,2/$$

Mivel pedig f_0 ($\varepsilon - \varepsilon$) függvénye /3,2/, azért:

$$\left(\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right)_{\mathcal{T}} = - \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}.$$

Ez utóbbi egyenletből tekintetbe véve, hogy ¹⁾ $\frac{\partial \mu}{\partial \varepsilon} = \frac{1}{c^2} \frac{\varepsilon}{\mu}$, kapjuk:

$$\left(\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right)_{\mathcal{T}} = - \frac{1}{c^2} \frac{\varepsilon}{\mu} \frac{\partial f_0}{\partial \mu}. \quad /12,3/$$

A /12,1/ alatti egyenlet a /12,2/ és /12,3/ alapján az /1,7/ tekintetbe vételével:

$$\frac{\partial f_0}{\partial x} = \frac{1}{v} \left\{ - \frac{\varepsilon}{\mathcal{T}} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} \frac{\partial f_0}{\partial \mu} + \left(\frac{\varepsilon}{\mathcal{T}} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} - \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) \frac{\partial f_0}{\partial \mu} \right\}. \quad /12,4/$$

1/ Lásd az /1,4/ alatti egyenletet.

Helyettesítsük $\partial f_0 / \partial x$ /12,4/ alatti értékét a /8,4/ első egyenletébe, akkor az $\mathcal{I}=0$ feltevés alapján a /4,4/ alatti jelölés bevezetésével nyerjük:

$$0 = -e\mathcal{E} \mathcal{K}_0 + \frac{1}{\mathcal{T}} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} \mathcal{K}_1 - \left(\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{T}} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} - \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} \right) \mathcal{K}_0 .$$

Honnan:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{e} \frac{1}{\mathcal{T}} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} \frac{\mathcal{K}_1}{\mathcal{K}_0} - \frac{1}{e} \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{T}} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} + \frac{1}{e} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} . \quad /12,5/$$

A keresett hőelektromos erő, azaz az A kezdő - és a B végpont közötti potenciál különbség:

$$\mathcal{V} = - \int_A^B \mathcal{E} dx . \quad /12,6/$$

Mint nem relativitási esetben ¹⁾, itt is kimutatható, hogy a hőelektromos erő első közelítés esetén eltűnik. /4,20/ szerint ugyanis első közelítésben $\mathcal{K}_1 / \mathcal{K}_0 = \mathcal{E}$, miért a /12,5/ szerint kapjuk a /12,6/ -ra:

$$\mathcal{V} = \frac{1}{e} (\mathcal{E}_A - \mathcal{E}_B) = 0 .$$

A $\mathcal{K}_i$ integrálok második közelítő értékét kell tehát használnunk. A /4,17/ -ből adódó teljes második közelítő érték helyett az alant adott könnyebben kezelhető kifejezést használjuk: ²⁾

1/Lásd Sommerfeld II, /6.8/ egyenlet.

2/ Ez az eljárás megfelelője Sommerfeld megfelelő helyen követett közelítő módszerének, lásd Sommerfeld II, /6,9/ egyenlet.

$$\frac{\mathcal{K}_1}{\mathcal{K}_0} = \frac{\mathcal{L}_1 + \frac{\pi^2}{6} (kT)^2 \mathcal{L}_1^{(II)}}{\mathcal{L}_0 + \frac{\pi^2}{6} (kT)^2 \mathcal{L}_0^{(II)}} = \zeta + \frac{\pi^2}{6} (kT)^2 \zeta \left(\frac{\mathcal{L}_1^{(II)}}{\mathcal{L}_1} - \frac{\mathcal{L}_0^{(II)}}{\mathcal{L}_0} \right). \quad /12,7/$$

A $\mathcal{K}_i$ integrálok számára mértékadó tényezők /12,7/ alatti kifejezésére kapjuk a /4,20/ -ból:

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{L}_1^{(II)}}{\mathcal{L}_1} - \frac{\mathcal{L}_0^{(II)}}{\mathcal{L}_0} &= \frac{4}{\zeta^2 - \varepsilon_0^2} + \frac{2}{\ell} \bar{\ell}^{(I)} \left(\frac{3\zeta^2 - \varepsilon_0^2}{\zeta(\zeta^2 - \varepsilon_0^2)} - \frac{2\zeta}{\zeta^2 - \varepsilon_0^2} \right) \\ &= \frac{4}{\zeta^2 - \varepsilon_0^2} + \frac{2}{\ell} \frac{1}{\zeta} \bar{\ell}^{(I)}. \end{aligned} \quad /12,8/$$

Vezessük be a szokásos¹⁾

$$\bigtriangleup = 1 + \frac{1}{2} \frac{\zeta}{\ell} \frac{\zeta^2 - \varepsilon_0^2}{\zeta^2} \bar{\ell}^{(I)} = 1 + \frac{1}{2} \frac{\zeta^2 - \varepsilon_0^2}{\zeta^2} \frac{d \log \bar{\ell}}{d \log \varepsilon} \quad /12,9/$$

jelölést, akkor a /12,9/ alapján a /12,8/ :

$$\frac{\mathcal{L}_1^{(II)}}{\mathcal{L}_1} - \frac{\mathcal{L}_0^{(II)}}{\mathcal{L}_0} = \frac{4}{\zeta^2 - \varepsilon_0^2} \bigtriangleup. \quad /12,10/$$

/12,10/ szerint a /12,7/ :

$$\frac{\mathcal{K}_1}{\mathcal{K}_0} = \zeta \left(1 + \frac{2\pi^2}{3} \frac{(kT)^2}{\zeta^2 - \varepsilon_0^2} \bigtriangleup \right). \quad /12,11/$$

1/ Lásd pl. Sommerfeld II, /6,12/ egyenlet.

/12,11/ -nek a /12,5/ -be való helyettesítése után kapjuk:

$$\mathcal{E} = \frac{2\pi^2}{3} \frac{k^2}{e} \frac{\xi}{\xi^2 - \xi_0^2} \bigwedge \mathcal{T} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} + \frac{1}{e} \frac{\partial \xi}{\partial x} . \quad /12,12/$$

/12,12/ alapján a hőelektromos erő a /12,6/ -ból:

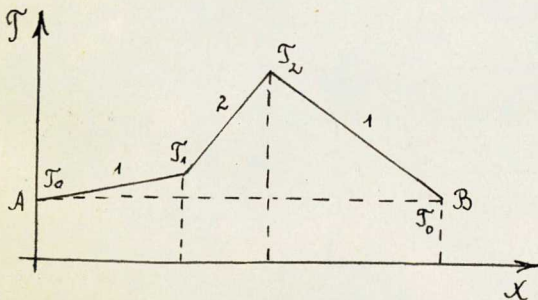
$$\varphi = -\frac{2\pi^2}{3} \frac{k^2}{e} \int_A^B \frac{\xi}{\xi^2 - \xi_0^2} \bigwedge \mathcal{T} d\mathcal{T} . \quad /12,13/$$

Mivel a /12,12/ jobb oldalán szereplő második tag integrálja a fentiek szerint¹⁾ zéró.

Alakítsuk át a /12,13/ alatti egyenletet az energia /1,3/ és az impulzus /1,4/ alatti egyenlete, továbbá az /5,7/ alapján, kapjuk:

$$\varphi = -\frac{2\pi^2}{3} \frac{k^2}{e} m \int_A^B \sqrt{1 + \left(\frac{c}{\xi_0}\right)^2 \bar{\mu}^2} \cdot \frac{\Delta}{\bar{\mu}^2} \mathcal{T} d\mathcal{T} . \quad /12,14/$$

Célszerű a /12,14/ alatti integrált két részre bontani, melyek mindegyike egy-egy fémre vonatkozik. Vegyük ezért figyelembe, hogy az 1 fémre vonatkozó integrálban a hőmérséklet $\mathcal{T}_0$ -tól $\mathcal{T}_1$ -ig és $\mathcal{T}_x$ -tól $\mathcal{T}_0$ -ig, míg a 2 fémre vonatkozó integrálban $\mathcal{T}_1$ -tól $\mathcal{T}_x$ -ig változik. /Lásd az ábrát./



Irhatjuk:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 ,$$

1/ Lásd a 26. oldalon a /12,6/ után szereplő számozatlan egyenletet.

hol

$$\varphi_1 = -\frac{2\pi^2}{3} \frac{k^2}{e} m \left\{ \int_{\mathcal{T}_0}^{\mathcal{T}_1} \sqrt{1 + \left(\frac{c}{\varepsilon_0}\right)^2 \bar{p}_1^2} \cdot \frac{\Delta_1}{\bar{p}_1^2} \mathcal{T} d\mathcal{T} + \int_{\mathcal{T}_2}^{\mathcal{T}_0} \sqrt{1 + \left(\frac{c}{\varepsilon_0}\right)^2 \bar{p}_1^2} \cdot \frac{\Delta_1}{\bar{p}_1^2} \mathcal{T} d\mathcal{T} \right\}$$

$$= \frac{2\pi^2}{3} \frac{k^2}{e} m \int_{\mathcal{T}_1}^{\mathcal{T}_2} \sqrt{1 + \left(\frac{c}{\varepsilon_0}\right)^2 \bar{p}_1^2} \cdot \frac{\Delta_1}{\bar{p}_1^2} \mathcal{T} d\mathcal{T},$$

és

$$\varphi_2 = -\frac{2\pi^2}{3} \frac{k^2}{e} m \int_{\mathcal{T}_1}^{\mathcal{T}_2} \sqrt{1 + \left(\frac{c}{\varepsilon_0}\right)^2 \bar{p}_2^2} \cdot \frac{\Delta_2}{\bar{p}_2^2} \mathcal{T} d\mathcal{T}.$$

Következésképpen:

$$\varphi = \frac{2\pi^2}{3} \frac{k^2}{e} m \int_{\mathcal{T}_1}^{\mathcal{T}_2} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{c}{\varepsilon_0}\right)^2 \bar{p}_1^2} \cdot \frac{\Delta_1}{\bar{p}_1^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{c}{\varepsilon_0}\right)^2 \bar{p}_2^2} \cdot \frac{\Delta_2}{\bar{p}_2^2} \right\} \mathcal{T} d\mathcal{T}. /12,15/$$

Míg Sommerfeld megfelelő, nem relativitásos úton nyert egyenlete¹⁾:

$$\varphi = \frac{2\pi^2}{3} \frac{k^2}{e} m \int_{\mathcal{T}_1}^{\mathcal{T}_2} \left\{ \frac{\Delta_1}{\bar{p}_1^2} - \frac{\Delta_2}{\bar{p}_2^2} \right\} \mathcal{T} d\mathcal{T}. /12,16/$$

A két úton kapott /12,15/ és /12,16/ alatti egyenletek összehasonlításánál vegyük figyelembe, hogy egyrészt a határ-impulzus értéke a két esetben megegyezik²⁾, másrészt az /1,4/ -ből következő $\frac{d\mu}{d\varepsilon} = \frac{1}{c^2} \frac{\varepsilon}{\mu}$ egyenlőség szerint:

$$\frac{d \log \bar{\ell}}{d \log \bar{\varepsilon}} = \frac{1}{c^2} \frac{\varepsilon^2}{\bar{\mu}^2} \frac{d \log \bar{\ell}}{d \log \bar{\mu}}.$$

1/ Sommerfeld II, /6,16/ alatti egyenlet. Az ott szereplő ε helyébe a nem relativitásos mechanikának megfelelőleg $\bar{\mu}^2/2m$ -et kell írunk.

2/ Lásd 10. oldal 1/ alatti jegyzet.

Innen a /12,9/ révén:

$$\Delta = 1 + \frac{1}{2} \frac{d \log \bar{l}}{d \log \bar{p}}.$$

Hasonlóképp Sommerfeld megfelelő egyenletéből¹⁾ a nem relativitásokos esetben érvényes

$$\frac{d \log \bar{l}}{d \log \bar{v}} = \frac{d \log \bar{l}}{d \log \bar{p}}$$

egyenlőség szerint:

$$\Delta = 1 + \frac{1}{2} \frac{d \log \bar{l}}{d \log \bar{p}}.$$

Tehát a két esetben Δ értéke is megegyezik. Megfelelőleg a /12,15/ és a /12,16/ alatti egyenletek összehasonlítása esetén azt találjuk, hogy a relativitásokos hatás a $\sqrt{1 + (\frac{c}{\epsilon_0})^2 \bar{p}^2}$ tényezőnek a /12,15/ alatti egyenletben való fellépésében áll. Ezen tényező nagyságrendi megbecslésére nézve ϵ_0 -nak /1,8/ alatti -, és a határ-impulzusnak /5,9/ alatti értéke révén kapjuk:

$$\sqrt{1 + (\frac{c}{\epsilon_0})^2 \bar{p}^2} \sim 1,00002.$$

A relativitásokos hatás nagyságrend tekintetében megegyezik a Richardson-hatásnál tapasztalttal. Kisérleti számba vételére itt sem lehet gondolni.

Vegyük figyelembe, hogy a $\mathcal{K}_i$ integrálok kiszámításánál eredetileg ξ szerepel²⁾, minek folytán a /12,15/ - és /12,16/ -ban a $\bar{p}$ határ-impulzus helyett valójában $p = p(\xi)$ -t kellett volna írunk. Ezt az értéket az /5,7/ alapján első közelítésben a határ-impulzussal helyettesítettük. Mivel azonban a $\mathcal{K}_i$ integrálokra második közelítő értéket kell használnunk, ez az eljárás nem jogosult. Ezért - mint azt tettük is - a /12,15/ - és /12,16/-ban $\bar{p}$ az integrál jel alól ki nem emelhető.

1/ Sommerfeld II, /6.12/ egyenlet.

2/ Lásd a /12,13/ alatti egyenletet.

Tegyük fel, hogy $n(\varepsilon)$ és Δ függetlenek a hőmérséklettől, akkor a /12,15/ - és /12,16/-ból kapjuk:

$$\varphi = \frac{\pi^2}{3} \frac{k^2}{e} m \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{c}{\varepsilon_0}\right)^2} \frac{\Delta_1}{\bar{n}_1^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{c}{\varepsilon_0}\right)^2} \frac{\Delta_2}{\bar{n}_2^2} \right\} (T_2^2 - T_1^2).$$

$$\varphi = \frac{\pi^2}{3} \frac{k^2}{e} m \left\{ \frac{\Delta_1}{\bar{n}_1^2} - \frac{\Delta_2}{\bar{n}_2^2} \right\} (T_2^2 - T_1^2).$$

13. Thomson-hatás. Egységes fémből álló huzalon haladjon át egyidejűleg stacionárius elektromos - és hőáram. Az időegység alatt térfogategységenként végzett elektromos munka $\mathcal{E} \mathcal{I}$, míg a hőáram által elvezetett energia $\partial \mathcal{Q} / \partial x$. A megmaradó energia tehát:

$$\mathcal{U} = \mathcal{E} \mathcal{I} - \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial x}. \quad /13,1/$$

Meghatározzuk a /13,1/ -ben fellépő mennyiségeket. Az ide vonatkozó /10,2/ első egyenletéből:

$$\mathcal{E} \mathcal{I} = - \frac{3 T^2}{e^2 \mathcal{I} \mathcal{K}_0} - \frac{\mathcal{I}}{e} \left(\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{I}} \frac{\partial \mathcal{I}}{\partial x} - \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} \right) + \frac{\mathcal{I}}{e} \frac{1}{\mathcal{I}} \frac{\partial \mathcal{I}}{\partial x} \frac{\mathcal{K}_1}{\mathcal{K}_0}.$$

Jobb oldalon az első tag a Joule-féle hő¹⁾, mely a /13,1/ alatti energia-mérleget nem érinti. Ezen tag elhagyása-

1/ Lásd a /9,1/ alatti egyenletet.

val kapjuk:

$$\xi \mathcal{I} = \frac{\mathcal{I}}{e} \left(\frac{1}{\mathcal{T}} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} \frac{\mathcal{K}_1}{\mathcal{K}_0} - \frac{\xi}{\mathcal{T}} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial x} \right). \quad /13,2/$$

Szorozzuk továbbá a /10,2/ első egyenletét $\mathcal{K}_1$ -gyel, a másodikat $e\mathcal{K}_0$ -lal és az így kapott két egyenletet vonjuk ki egymásból, akkor kapjuk:

$$e\mathcal{K}_0(\mathcal{Q} - \mathcal{I}\mathcal{K}_1) = \frac{e\xi}{3} \frac{1}{\mathcal{T}} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} (\mathcal{K}_0\mathcal{K}_2 - \mathcal{K}_1^2).$$

Innen a hőáram:

$$\mathcal{Q} = \frac{\mathcal{I}}{e} \frac{\mathcal{K}_1}{\mathcal{K}_0} + \frac{\xi}{3} \frac{1}{\mathcal{T}} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} \frac{\mathcal{K}_0\mathcal{K}_2 - \mathcal{K}_1^2}{\mathcal{K}_0}.$$

Vegyük tekintetbe, hogy ez utóbbi egyenletben jobb oldalon a második tag a tiszta hővezetési áram¹⁾, melyet a /13,1/ alatti energia-mérleg megalkotásánál - mint a Joule-féle hőtel kell hagynunk. Következésképpen:

$$\frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial x} = \frac{\mathcal{I}}{e} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mathcal{K}_1}{\mathcal{K}_0} \right), \quad /13,3/$$

mivel $\mathcal{I}$ mint stacionárius áram független x -től.

A /13,2/ és /13,3/ alatti egyenleteknek a /13,1/ -be való helyettesítésével nyerjük:

$$\mathcal{U} = \frac{\mathcal{I}}{e} \left\{ \frac{1}{\mathcal{T}} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} \frac{\mathcal{K}_1}{\mathcal{K}_0} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mathcal{K}_1}{\mathcal{K}_0} \right) + \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{\xi}{\mathcal{T}} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} \right\}, \quad /13,4/$$

Honnan:

$$\mathcal{U} = -\frac{k\mathcal{T}}{e} \mathcal{I} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{k\mathcal{T}} \frac{\mathcal{K}_1}{\mathcal{K}_0} - \frac{\xi}{k\mathcal{T}} \right). \quad /13,5/$$

1/ Lásd a /10,3/ alatti egyenletet.

A Thomson-féle együtttható a következő egyenlettel van értelmezve:

$$\mathcal{U} = -\mu \mathcal{T} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x}. \quad /13,6/$$

/13,5/ és /13,6/ -ből következik:

$$\mu = \frac{k}{e} \mathcal{T} \frac{d}{d\mathcal{T}} \left(\frac{1}{k\mathcal{T}} \frac{\mathcal{K}_1}{\mathcal{K}_0} - \frac{\mathcal{E}}{k\mathcal{T}} \right). \quad /13,7/$$

Kimutatható, miként a nem relativitásos esetben is¹⁾, hogy a Thomson-együtttható első közelítésben eltűnik. /4,15/ - és /4,20/ -ből ugyanis első közelítésben $\mathcal{K}_1/\mathcal{K}_0 = \mathcal{E}$, első közelítésben tehát /13,7/ szerint $\mu = 0$.

Második közelítésben /12,11/ szerint kapjuk:

$$\mu = \frac{2\pi^2}{3} \frac{k^2}{e} \mathcal{T} \frac{d}{d\mathcal{T}} \left(\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}^2 - \mathcal{E}_0^2} \mathcal{T} \Delta \right). \quad /13,8/$$

Honnan a /12,14/ alatti egyenletnél már elvégzett átalakítással nyerjük:

$$\mu = \frac{2\pi^2}{3} \frac{k^2}{e} m \mathcal{T} \frac{d}{d\mathcal{T}} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{c}{\mathcal{E}_0} \right)^2 \bar{p}^2} \cdot \frac{\Delta}{\bar{p}^2} \mathcal{T} \right). \quad /13,9/$$

Mig Sommerfeld megfelelő, nem relativitásos úton nyert egyenlete²⁾:

$$\mu = \frac{2\pi^2}{3} \frac{k^2}{e} m \mathcal{T} \frac{d}{d\mathcal{T}} \left(\frac{\Delta}{\bar{p}^2} \mathcal{T} \right). \quad /13,10/$$

1/ Lásd Sommerfeld II, /6,28/ egyenlet és az azt követő szöveg.

2/ Sommerfeld II, /6,30/ egyenlet. Az ott szereplő $\mathcal{E}$ helyébe $\bar{p}^2/2m$ irandó.

A /13,9/ és /13,10/ alatti egyenletek összehasonlításából kitűnik, hogy a relativitások hatás - miként a hőelektromos erőnél is - a /13,9/ -ben szereplő $\sqrt{1 + \left(\frac{c}{\varepsilon_0}\right)^2 \bar{\mu}^2}$ tényezőben mutatkozik. Ezen hatás mértékére vonatkozólag ugyanazt mondhatjuk, mint az előző pontban.¹⁾

Vegyük figyelembe, hogy a hőelektromos erőnél a /12,15/ és /12,16/ alatti egyenletekre a 30. oldalon tett megjegyzések a /13,9/ és /13,10/ alatti egyenletekre is vonatkoznak. Tegyük fel itt is, hogy Δ és $\mu(\varepsilon)$ független a hőmérséklettől, akkor a /13,9/ és /13,10/ alatti egyenletekből kapjuk:

$$\mu = \frac{2\pi^2}{3} \frac{k^2}{e} m \mathcal{T} \sqrt{1 + \left(\frac{c}{\varepsilon_0}\right)^2 \bar{\mu}^2} \cdot \frac{\Delta}{\bar{\mu}^2} ,$$

$$\mu = \frac{2\pi^2}{3} \frac{k^2}{e} m \mathcal{T} \frac{\Delta}{\bar{\mu}^2} .$$

14. P e l t i e r -hatás. Egyenletes hőmérsékletű vezető darab legyen két különböző - 1 és 2 - anyagi részből összetéve. Integráljuk a két forrasztási helyre $\mathcal{Y}$ -nek a /13,5/ alatti egyenletből ellenkező előjellel vett szorzó tényezőjét, akkor megkapjuk a forrasztási helyeken keletkezett Peltier-féle hő egységnyi erősségű áram esetén, azaz:

1/ Lásd a 30. oldalon tett megjegyzéseket.

$$\Pi = \frac{1}{e} \left[\frac{\mathcal{K}_1}{\mathcal{K}_0} - \xi \right]_1^2 . \quad /14,1/$$

Megegyezésben a nem relativitásokos számításal,¹⁾ a Peltier-hő első közelítésben eltűnik. /4,15/ és /4,20/ szerint ugyanis $\mathcal{K}_1/\mathcal{K}_0 = \xi$, melyből a /14,1/ szerint $\Pi = 0$.

Második közelítésben a /12,11/ -ből:

$$\Pi = \frac{2\pi^2}{3} \frac{k^2}{e} \mathcal{F}^2 \left(\frac{\xi_2}{\xi_2^2 - \xi_0^2} \Delta_2 - \frac{\xi_1}{\xi_1^2 - \xi_0^2} \Delta_1 \right) . \quad /14,2/$$

A /12,14/ -nél már végzett átalakításokkal innen:

$$\Pi = \frac{2\pi^2}{3} \frac{k^2}{e} \mathcal{F}^2 m \left(\sqrt{1 + \left(\frac{c}{\xi_0}\right)^2} \frac{\Delta_2}{\bar{\mu}_2^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{c}{\xi_0}\right)^2} \frac{\Delta_1}{\bar{\mu}_1^2} \right) . \quad /14,3/$$

Sommerfeld megfelelő, nem relativitásokos uton nyert egyenlete²⁾:

$$\Pi = \frac{2\pi^2}{3} \frac{k^2}{e} m \mathcal{F}^2 \left(\frac{\Delta_2}{\bar{\mu}_2^2} - \frac{\Delta_1}{\bar{\mu}_1^2} \right) . \quad /14,4/$$

A két egyenlet összehasonlítása azt mutatja, hogy a relativitásokos hatás ugyanabban s ugyanolyan mértékben nyilvánul meg, mint a hőelektromos erőnél és a Thomson hatásnál, minek következtében kísérleti igazolásra itt sem gondolhatunk.

1/Lásd Sommerfeld II, a /6,32/ egyenletet követő szöveget.

2/ Sommerfeld II, /6,33/ egyenlet, az ott szereplő ξ helyébe $\bar{\mu}^2/2m$ irandó.

A kapott egyenletek alapján mondhatjuk, hogy a fémek elektronelméletében a relativitás elmélet hatása Sommerfelddel megegyező pontosságú számolás esetén egyes jelenségeknél / elektromos- és hővezetőképesség / eltűnik, míg azoknál a jelenségeknél, melyeknél mutatkozik, oly csekély mértékű, hogy gyakorlati jelentősége nincs.

Végül kedves kötelességemnek tartom, hogy ezen a helyen is leghálásabb köszönetemet fejezzem ki Széll Kálmán egyetemi tanár Úrnak, ki figyelmemet a tárgyalt probléma körre irányította s munkámban hasznos tanácsaival segítségemre volt.

Szeged, 1948 évi február hó 15.-én.

Szilváni Árpád

