B 2136

Csapó Balázs

A BIZONYITÁSI KÉPESSÉG VIZSGÁLATÁNAK NÉHÁNY ELMÉLETI KÉRDÉSE

Egyetemi doktori értekezés

Szeged, 1982

József Attila Tudományegyetem Központi Könyvtára
SZEGED
B 2136

TARTALOM

oldal

BEVEZETÉS . . . . . 3.

1. A BIZONYITÁS A FILOZÓFIÁBAN ÉS MÁS TUDOMÁNYOKBAN 7.
1.1. A bizonyitás fogalma a köznyelvben . . . . . 7.
1.2. A filozófiai bizonyitáselmélet rövid története 11.
1.2.1. Bizonyitáselméleti kérdések a görög filozófiában . . . . . 11.
1.2.2. A skolasztika bizonyitás-felfogása . . 13.
1.2.3. A bizonyitás kérdései a XVII-XIX. századi polgári filozófiában . . . . . 14.
1.2.4. A bizonyitás problémája a modern polgári filozófiában . . . . . 21.
1.2.5. A marxista filozófia bizonyitáselméletéről . . . . . 27.
1.3. Bizonyitás a matematikában . . . . . 30.
1.4. A bizonyitás sajátosságai a jogban . . . . . 39.
1.5. Az objektiv bizonyitás fogalma . . . . . 50.

2. A BIZONYITÁSI KÉPESSÉG . . . . . 58.
2.1. A bizonyitási képesség a pszichológiai irodalomban . . . . . 58.
2.2. A szubjektiv bizonyitás fogalma . . . . . 70.
2.3. A bizonyitási képesség tágabb és szükebb értelmezése . . . . . 73.
2.4. A szükebb értelemben vett bizonyitási képesség . . . . . 81.
2.5. A bizonyitási müveletek . . . . . 92.
2.6. A bizonyitási képesség további kutatásának feltételei, feladatai . . . . . 100.
2.7. A hagyományos bizonyitási formák helye a bizonyitási müveletek rendszerében . . . . . 103.

3. A BIZONYITÁSI KÉPESSÉG ISKOLAI FEJLESZTÉSÉNEK LEHETŐSÉGEI . . . . . 113.

ÖSSZEGZÉS . . . . . 117.

IRODALOM . . . . . 121.

József Attila Tudományegyetem Központi Könyvtára SZEGED

BEVEZETÉS

Ez a dolgozat a JATE Pedagógia Tanszékén Dr.Nagy József vezetésével folyó kutatáshoz kapcsolódik, melynek célja a müveleti képességek strukturájának és fejlődési folyamatának feltárása. A három müveleti képesség, a rendszerezési, a logikai és a kombinativ képesség tekintetében a munka már előrehaladott fázisban van, az empirikus vizsgálatok eredményeinek számitógépes kiértékelése folyik. E dolgozatban a negyedik, a bizonyitási képesség értékelésének általános elméleti és gyakorlati problémáit szeretném körülhatárolni.

A másik három képesség vizsgálatainak eredményeire közvetlenül csak annyiban hivatkozom, amennyiben a bizonyitási képességgel való kapcsolatuk szükségessé teszi. Ezenkivül megpróbálom elhelyezni a bizonyitási képességet a müveleti képességek rendszeréről kidolgozott koncepcióban /Nagy, 1980/.

Mivel a tudományos gondolkodás fogalmi alapjai a köznyelvben gyökereznek, ezért a bizonyitás fogalmát meghatározandó, a bizonyitás fogalmának köznyelvi jelentését fogjuk először megvizsgálni. A bizonyitás folyamatának feltárása, fogalmának pontos meghatározása után látni fogjuk, hogy az ember mindennapi tevékenységét is át - meg átszövik egyszerü

bizonyitási mozzanatok, de bonyolult, összetett folyamatok is. Mindez általában látens módon zajlik le, vagyis a cél nem határozottan a bizonyitás. Ahogy a spontán, szituativ tanulás tudatos tanulássá válik, az objektiv valóság elsajátitásának folyamatában a megismerési tevékenység egyre inkább elveszti speciális formáját és tartalmát, a folyamat bizonyitás-jellege háttérbe szorul.

A közölt ismeretek egy részét "elhisszük" nem győződünk meg azok igaz voltáról. Ez rendben is van, ha azokat mások előzőleg már megfelelően kipróbálták, igazolták, ellenőrizték. Elsősorban a már általánosan ismert, csak az egyén számára uj ismeretek ilyenek. Egészen más a helyzet az emberek tulnyomó többsége számára ismeretlen dolgokkal. Például az uj tudományos felfedezéseket, eredményeket csak jól meghatározott módon való igazolás után fogadják el, s akkor is csak általában az értő szakmai közösség. Hosszu időnek kell eltelnie, mire a köztudatba is bizonyitott állitásként épül be. A több évszázados heliocentrikus világkép ma már szinte mindenki számára bizonyitott. De például a hét évtizedes relativitáselmélet eredményeit még a középiskolai fizikatanárok sem tudták elfogadni teljes mértékben, személyiségükbe, fizikai szemléletükbe nem épült be.

Az embereknek nincs lehetősége, és nincs is rá szüksége, hogy valamennyi, az őt érő információt ellenőrizze. Hogy ki melyeket fogad el bizonyitatlanul, s melyeket nem, sok mindentől függ. Gyakran születtek uj, jelentős felfedezések, mikor igaznak elfogadott elveket kérdőjeleztek meg. /Pl. a hiperbolikus geometria, a relativitáselmélet stb./ Mindenesetre

az ellenőrzés a megismerő tevékenységben nélkülözhetetlen. S mivel megismerő tevékenységet minden ember folytat, a bizonyitási képesség valamilyen szintje mindenkiben kiépül. Mint ahogyan logikusan lehet gondolkodni a logika törvényeinek ismerete nélkül, ugy bizonyitani is lehet a bizonyitás törvényszerüségeinek ismerete nélkül, de a törvények ismerete mindig hozzájárul a folyamat egyszerübbé, szabatosabbá, bárki számára áttekinthetőbbé válásához, a bizonyitási folyamat bármikori reprodukálásához. A bizonyitási képesség vizsgálata, a bizonyitási folyamat strukturájának, funkciójának feltárása elősegiti az értelmi képességek fejlesztésére irányuló stratégiák kidolgozását, az értelmi képességek és a gondolkodási kultura fejlesztését.
A pszichológiában a gondolkodási müveletekkel a matematikatanulás, a problémamegoldó gondolkodás területén belül foglalkoznak. A gondolkodási müveletek hagyományos értelmezése /pl. Lénárd, 1978/ a müveleteket csak az általánosság szintjén ragadja meg. Az ujabb kutatások azt bizonyitják, hogy a gondolkodási müveletek konkrétabb, a gyakorlati pedagógia számára is felhasználható müveletekből is felépitheto. Igy a bizonyitás folyamatának mélyebb, strukturális és funkcionális elemzésére van szükség.

A hagyományos értelmezésből származó problémákat elkerülendő, munkám során elsősorban a filozófiai bizonyitáselmélletre támaszkodtam, ahonnan a bizonyitás fogalmának feltárásához, és a bizonyitások általános módszertani kérdéseinek megismeréséhez meritettem. Ezeknek a módszereknek két szélsőséges megvalósulása a matematikai és a jogi bizonyitáselmélet.

Az első a legmagasabb foku absztrakciós szint mellett a legnagyobb egzaktságot éri el, mig a második a mindennapi élet végtelen sokszinü, szüntelenül változó világához igazodik, de ugyanakkor hitelességre, megbizhatóságra - az igazság elérésére - törekszik. Természetesen ezek mellett a gondolkodási müveletekre irányuló pszichológiai kutatások eredményeit is felhasználom.

E munka első részében megvizsgálom a tudományokban alkalmazott bizonyitáselmélet eddigi eredményeit, megpróbálom felvázolni egy általános bizonyitás-fogalom definicióját.
A második részben körülhatárolom a bizonyitási képesség, mint gondolkodási müvelet helyét a müveleti képességek rendszerében, és felvázolom egy hipotetikus modelljét.
A harmadik részben a bizonyitási képesség iskolai fejlesztésének néhány lehetőségét fogom elemezni.

1. BIZONYITÁS A FILOZÓFIÁBAN ÉS MÁS TUDOMÁNYOKBAN

1.1. A BIZONYITÁS FOGALMA A KÖZNYELVBEN

A bizonyitás fogalmának nincs egységes értelmezése, mégkevésbé szabatos definiciója. A különböző tudományok más és más, a kutatási területüknek megfelelő aspektusait, jellemzőit emelik ki, esetleg egyazon tudományon belül is többféleképpen értelmezik. Mivel a tudományos gondolkodás fogalmi rendszere a köznyelvi fogalmakból fejlődött ki, nézzük meg mit is jelent a köznyelvben a bizonyitás kifejezés.
A Magyar értelmező Kéziszótár /1978. 139.o./ a "bizonyit" szó következő értelmezéseit adja:

a/ "Valaminek igaz, érvényes vagy megtörtént voltát igazolja. Igaznak állit valamit."

b/ "Valami meggyőzően tanusit valamit."

Mig a "bizonyitás az a cselekvési eljárás, hogy valamit bizonyitanak".
"Filozófiában, tudományban: Az a logikai művelet, amely a szükséges és elégséges feltételekből kiindulva kimutatja valaminek igaz voltát".

A fenti értelmezések nem adják még a fogalom köznyelvi tartalmának teljességét sem, és részben pontatlanok is. Hiszen ha valamit igaznak állitok, /mert igaznak gondolom/ attól az még nem biztos, hogy igaz, a valósággal megegyező, s főleg nem biztos, hogy állitásom bizonyitó erejü mások számára. A Magyar értelmező Kéziszótár szerint a bizonyitás a filozófiában és a tudományokban csak logikai művelet, gondolkodási tevékenység. Mint majd a későbbiekben látni fogjuk, ez tulságosan szük, leegyszerüsitett értelmezés, ugyanis a bizonyitás fogalmának tágabb értelmezése, a bizonyitás, mint a megismerési folyamat része, magában foglalhatja a gondolkodási műveletek rendszerén kivül az érzékelési és a cselekvési folyamatok összességét is. A fogalom köznyelvi tartalmának gazdagságát bizonyitandó, nézzük meg a bizonyitás szinonim kifejezéseit is.

A Magyar szinonimaszótár /1978. 56.o./ a bizonyitás következő szinonim kifejezéseit adja:

a/ "Ha szemléletesen, gyakran a nyilvánosság előtt bizonyit, akkor demonstrál. Tágabb értelemben illusztrál."

b/ "Ha kézzelfoghatóan, akkor dokumentál."

c/ "Ha adatokkal, akkor szaknyelven adatol, régi hivatalos formában okadatol."

d/ "Ha állitást hihetőbbé téve, akkor támogat."

e/ "Ha rendszerint eredményesen, akkor igazol, tágabb értelemben megmutat." /A megmutat egy szinonim jelentése, hogy ismeretlen, lappangó dolgot feltár./

f/ "Ha valaminek igaz, megtörtént, érvényes voltát hivatalosan is bizonyitja, akkor tanusit."

Természetesen a fenti kifejezések egymással nem egyenértékűek, nem ekvivalensek. Használatuk a bizonyitási tevékenységnek megfelelően az egyén kifejezőkészségének, müveltségének, stb. függvénye.

Összegzésül megállapithatjuk, hogy a bizonyitás fogalma a mindennapi életben azt jelenti, hogy valaki - akár önmagát, akár mást/másokat - meggyőz valamely dologról, elhiteti a kérdéses dolog valódiságát, igazságát. Emberi cselekvés, eljárás, tevékenység, melynek során egyes személy/személyek számára bizonytalan dolgok bizonyossá, a szubjektum számára a "valósággal megegyezővé" válnak. Ez a tevékenység a valóságnak megfelelően, ahhoz alkalmazkodva végtelen sokszinü.

A szinonim kifejezések, és a Magyar értelmező Kéziszótárban megadott jelentések összessége már többé-kevésbé kifejezi a bizonyitás fogalmának egyéni, szubjektiv tartalmát.

A dolgozat második részében megvizsgáljuk, hogy a fent emlitett különböző fogalmak lefedik-e szubjektiv bizonyitás fogalmának teljes tartalmát, van-e közös részük, ha van, mit foglal magában, hogyan épül fel, hogyan strukturálódik, hogyan funkcionál.

Az egyéni, szubjektiv tudattartalmakból a történelmi fejlődés során objektiválódott a társadalmi össztudás, amely természetesen visszahat az egyéni tudatra, kölcsönösen feltételezik egymást, egymásra hatva fejlődnek. Az egyéni tudat nem szükségszerüen egyezik meg az objektivált tudás bizonyos részével/részeivel /pl. a köztudatban uralkodó számos babona, tévhit, stb/, de az "objektivált" tudás sem szükségszerüen egyezik a valósággal /pl. a geocentrikus világkép a XVI. sz.-

József Attila Tudományegyetem Könyvtár Szeged

ig, a newtoni dinamika a XX.sz.-ig "objektiv" tudásnak számitott/. Hasonló módon alakult ki, fejlődött, és talán fejlődik ma is a bizonyitás fogalma. Ha végigkövetjük a fogalom tartalmának változását, a fogalom filogenetikus fejlődését, a történeti szemlélet segithet a fogalom, illetve a bizonyitási képesség fejlődési modelljének felállitásában az ontogenézis során is. Az általános, az objektiv bizonyitás fogalmának jelentős specifikumai a filozófiai bizonyitáselméletből származnak, ezért tekintsük át a filozófiai bizonyitás-fogalom kialakulását, fejlődését.

1.2. A FILOZÓFIAI BIZONYITÁSELMÉLET RÖVID TÖRTÉNETE

A bizonyitás legelemibb formái valószinüleg már az ősközösségi társadalmak emberében, sőt egyáltalán az emberi kommunikáció megjelenésével kialakultak: tudniillik a létszükséglet kényszere hozta magával. Meg kellett bizonyosodni néhány elemi ismeret igazságáról /pl. melyik táplálék ehető, mely állatok veszélyesek; a tüz megéget stb./. Ezek érzéki, ösztönös igazolások, igen gyakran hamis elemek vegyültek közéjük. Rendszerbe foglalt bizonyitáselméletről azonban csak a görögök óta beszélhetünk.

1.2.1. Bizonyitáselméleti kérdések a görög filozófiában

A bizonyitás fogalma Arisztotelészig nem logikai szükségszerüséget, hanem gyakorlati bizonyosságszerzést jelentett. De jogos ezt is bizonyitásnak nevezni, hiszen kipróbált, helytálló - azaz igaz elemeket is tartalmaz. Ilymódon a bizonyitási gyakorlat kezdeti csirái már megjelenhettek az ősközösségi társadalmakban.

A termelőerők fejlődése, az ismeretek gyarapodása, differenciálódása megteremtette a tudományok létrejöttének alapjait. A tudományok fejlődése során szükségessé vált bizonyos állitások, tételek bizonyitása. A bizonyitások különféle módszereinek tanulmányozása, törvényszerüségeinek feltárására

vonatkozó kisérletek pedig a bizonyitás elméletének kialakulását tették lehetővé. A bizonyitás gyakorlata messze megelőzte a bizonyitás elméletét.

A társadalmi viszonyok ellentmondásainak kiéleződése általában felgyorsitotta a bizonyitáselmélet fejlődését. Erre jó példa Szokratész és Platon munkássága.

Megvizsgálták egy állitást bizonyitó lehetséges érveket, a "könnyen" bizonyitható tételektől eljutnak a "nehezen" bizonyitható tételekig. Platon próbálkozik a fogalmak analitikus elemzésén alapuló deduktiv bizonyitás alkalmazásával.

Arisztotelész munkásságának bizonyitáselméleti jelentősége a logika területén végzett tevékenységében nyilvánul meg. Felismerte, hogy olyan módszert kell kidolgozni, mellyel a következtetések érvényessége a tartalomtól függetlenül, csupán a szerkezetük alapján eldönthető. Célja volt egy általános, tudományos eszköz megadása.

A kijelentések négyféle tipusát vizsgálta /általános állitó-tagadó, részleges állitó-tagadó/. Kombinatorikai módszerrel megállapitotta a helyes illetve helytelen következtetési formákat.

Foglalkozott a következtetések megalapozottságának kérdésével is. Rendszerében vannak tökéletes és nem tökéletes itéletek. A tökéletes itéletek érvényessége nyilvánvaló, így csak a nem tökéletes itéletek szorulnak bizonyitásra. Tulajdonképpen egy deduktiv axiomatikus rendszert dolgoz ki, melyben e nem tökéletes itéletek visszavezethetők tökéletes itéletekre. Arisztotelész megállapitja, hogy a következtetés érvényessége csak a premisszák és a zárótétel viszonyától függ, megkülönbözteti

az igazságot és az érvényességet egymástól. Végülis a bizonyitás feltétele a premisszák igazsága, és a következtetés érvényessége. A premisszák igazsága kérdésének, az igazság materialisztikus megfogalmazásának ellenére /az igazság a tudat megegyezése tárgyával/ az induktiv módszerrel történő bizonyitását elveti. Arisztotelész megállapitásának, mely szerint "a bizonyitás utján szerzett tudás akkor a legmagasabb rendü, amikor a bizonyitás magán viseli az okság jellegét, és eléri a végső elveket" /Idézi: Sándor, 1958, 122.o./, különösen a nem formalizált axiómatikus rendszerek esetén van nagy jelentősége.

A sztoikusok uj formák után kutatva feltárták az itéletkalkulus különböző formáit: az implikációt, a konjukciót és a diszjunkciót. A nagyobbfoku formalizáció, és az axiomatizálás szabályainak tudatos alkalmazása széles utat nyitott a bizonyitás uj formáinak kutatása felé.
A görög tudomány bizonyitáselméleti eredményeinek szép példája Euklidesz axiomatikus geometriája. Sajnos azzal a kérdéssel, hogy az axiomák mennyire tükrözik az emberi gondolkodás és tapasztalás eredményeit, nem foglalkozott. Az V. posztulátummal kapcsolatban felmerült problémákra csak Bolyai és Lobacsevszkij munkásságával kaptunk választ.

1.2.2. A skolasztika bizonyitás-felfogása

A középkor bizonyitáselméleti munkássága szinte teljes egészében isten létének igazolásában nyilvánul meg. Számos gondolkodó próbálkozott az axiomativ-deduktiv rendszerrel, azonban már a kortársak közül is többen rájöttek ennek lehe-

tetlenségére /pl. Aquinoi Tamás/, hiszen isten lénye misztikus, irracionális, transzcendens, mely éppen azt jelenti, hogy a logika, az okság elve alkalmazhatatlan. A későbbiekben Hégel mutat rá, hogy a bizonyitás elengedhetetlen feltétele - a forma és a tartalom egysége - isten létének igazolásában nincs meg. Az összes kudarc ellenére jelentőségük oly nagy, hogy még a XIX.sz. filozófiájára is rányomja bélyegét.

1.2.3. A bizonyitás kérdései a XVII.-XIX. századi polgári filozófiában

Az ipari forradalom, a tudományok erőteljes fejlődése ismét megnövelte az igényt a bizonyitáselméleti kérdések iránt, a skolasztika bizonyitáselmélete pedig természetesen nem adhatott kielégitő eredményt. Főleg a matematikában, fizikában tett felfedezések eredményei járultak hozzá az ujkor bizonyitáselméletének kialakulásához. A középkor egyhanguságával szemben az ujkori filozófia bizonyitáselméletében nagymértékü divergencia tapasztalható. A filozófusok általában egyetlen bizonyitási eljáráshoz ragaszkodnak, de a különböző módok széles skálája a bizonyitás lehetőségeinek sokféleségéről tanuskodik.

Az egyik, talán hagyományosnak mondható irányzat a deduktiv bizonyitás továbbfejlesztésében látja a bizonyitáselmélet kiteljesedésének lehetőségét. Kiemelkedő alakja Descartes, akinek bizonyitáselméleti munkásságára is mechanikus materialista szemlélete nyomja rá bélyegét. A mechanikus materialisták a világot zárt, nem fejlődő, mechanikai törvényekkel leirhatónak gondolták, igy a bizonyitáselméletben is az abszolut

bizonyosságot nyujtó módszereket keresték. Descartes szerint a deduktiv bizonyitás szükségszerü, azonban felvetődött benne az axiómák hitelességének kérdése. Erre sem az arisztotelészi logika, sem a skolasztikus filozófia nem adott választ. Descartes felismeri, hogy a bizonyitás érvényességének szükséges feltétele az alapok, vagyis az axiómák "abszolut" bizonyossága. Ezért megpróbálja az axiomák logikai megerősitését. A tapasztalati-induktiv módszert elveti, ugyanis ez szerinte nem vezethet szükségszerü eredményekhez. Azt mondja, hogy lehet egy ismeret abszolut hiteles bizonyitás nélkül is. Ilyen ismeretekhez intellektuális belátással, intuició átélésével, racionális belátással jutunk. Descartesnak a fizika, a fiziológia, stb. terén végzett rendszeres kisérletei, és az ugynevezett "racionális belátás" tulajdonképpen mégiscsak az indukció csirája. Éppen az Descartes jelentősége, hogy nem marad meg a deduktiv bizonyitás kizárólagossága mellett, hanem, ha csak kiegészitő elvként is, igyekszik beépiteni a bizonyitás folyamatába az induktiv, tapasztalati bizonyitást. Rámutat arra, hogy a tapasztalati eredmények csak akkor rendelkeznek bizonyitó erővel, ha analizáljuk őket, ha kiemeljük a lényegest, az állandót. Felmerül benne annak gondolata, hogy az egyes átfogó eredményeket alaphipotézisekből kell levezetni, ezek pedig a tapasztalat által igazolandók.

Spinoza bizonyitáselméleti gondolatai materialista és dialektikus vonásokat tartalmaznak. Materialista tartalmu axiómáit azonban idealista módon értelmezi, és annak ellenére, hogy eljut a causa sui, a képzetek egyezése tárgyukkal, stb. gondolatáig, elutasitja a dedukció alapjainak tapasztalati igazolását.

Monisztikus Bacon bizonyitáselmélete is, azonban az eddigiek ellenpólusaként az induktiv bizonyitást tartja csak elfogadhatónak. A bizonyitást ismeretelméleti oldalról közeliti meg, sőt eljut addig a gondolatig, miszerint "a bizonyitások... szinte azonosak a filozófiával és a tudományokkal" /Bacon, 1954. 48.o./. Elsőként a tény fogalmát helyezi revizió alá. Mig Descartes és Spinoza nem tartották bizonyitásnak a tényeken alapuló, azokat felhasználó eljárásokat a tények esetleges, véletlenszerü volta miatt, addig Bacon felfedezi, hogy ezek rendelkeznek bizonyitó erővel, amennyiben azokat "megtisztitjuk", azaz nem ragad meg a puszta szenzualizmus szintjén, sőt a megtisztitást nem csak értelmi uton, hanem a gyakorlatban is szükségszerünek látja, ez pedig a tudatos kisérletezést jelenti. Bacon szerint két módja van a megismerésnek: "érvek által és tapasztalat által. Az érvek következtetésre vezetnek, ám az érvek nem nyujtanak hitelességet, nem oszlatják el kételyeinket, hogy lelkünk megnyugodjék az igazság szemléletében, mig csak azt az igazságot nem leljük fel a tapasztalat utján" /U.o./. Mivel nála a megismerés és a bizonyitás fogalma sajátosan összeolvad, igy jelentős lépést tett - elméleti uton. Felismeri, hogyha az indukciós bizonyitás folyamatában feltárjuk az okokat, akkor jogos, sőt szükségszerü az általánositás. Ezen nagyszerü elméleti eredménye ellenére Bacon megitélése nehéz, ellentmondásos, ugyanis elméletét korának természettudományos problémáira nem tudta alkalmazni, filozófiájában pedig a világ véges voltának feltételezése miatt az indukciót megfosztotta leglényegesebb jegyeitől.

Leibniz bizonyitáselméleti nézetei már jelentős dialektikus vonásokat tartalmaznak, szakit a monisztikus szemléletmóddal, ugyanis szerinte az axiómák nem abszolut, bizonyithatatlan tételek. Euklidesz axiómáiról jegyzi meg, hogy "Euklidesze joggal vett bizonyos sarktételeket bebizonyitottnak, nem mintha azok eredetiek és bebizonyithatatlanok volnának" /Leibniz, 1907, 100-101.o./. Az axiomák igazolását a tapasztalatban látja, bizonyithatatlan axiomaként elfogadván a tapasztalat igazoló szerepét. Az Értekezésében irja, hogy semmi mást nem szabad axiómaként elfogadni, mint a tapasztalat és az ellentmondás elvét. Ennek ellenére Aras conbinatorica c. művét csak tisztán logikai analizisre és számitásokra épiti. /Bizonyos logikai alapelveket végső bizonyitáselméleti tényezőknek tekintett./

Hume szkepticizmusában magának a bizonyithatóságnak a kérdése merül fel. Szerinte az objektiv valóság megfoghatatlan, az elmének csak képzetei vannak, s lehetetlen, hogy a képzeteknek a tárgyakkal való egyezését, kapcsolatát tapasztalja. Ebből arra a megállapitásra jut, hogy a tényállitások bebizonyithatatlanok, mig bizonyithatóak a nem az objektiv valóságra vonatkozó itéletek. Szubjektiv idealista meggyőződéssel vallja, hogy a tudományok tételei azért bizonyithatóak, mert függetlenek az objektiv valóságtól, a tények pedig azért bizonyithatatlanok, mert nincs okségi meghatározottság. Az okság ugyanis nem logikai következtetés, de nem lehet tapasztalat eredménye sem. Hume nem veti el a tapasztalat bizonyitó erejét, csak leszükiti az egyedi itéletekre. Általános itélet csak indukcióval bizonyitható, mely azt jelenti, hogy a

tények bizonyos számu ismétlődéséből egyetemes, állandó ítéletet alkotunk. Ez nem logikai szükségszerüség, hanem csak az eddig bevált tapasztalat eredménye, azaz petitio principii. A tények bizonyossága az okságon alapszik. Az okság azonban csak tapasztalat által igazolható, vagyis a jövő megegyezik-e a feltételezettel, de hogy valóban megvan-e, az ismét csak a tapasztalat segitségével dönthető el, és igy tovább. Hume szerint a filozófusok nagy hibája, hogy mindenki archimédeszi pontot keres, holott mind a tapasztalat, mind az indukció önmagát feltételezve, önmagát erősiti, önmaga valószinüségét növeli, és ez a valószinüség a bizonyosság különböző fokait jelenti.

Kant egész filozófiáját megpróbálja ontológiai sikról gnoszeológiai alapokra helyezni. Mivel a megismerést tartja elsődlegesnek, és nem az objektiv létező valóságot, igy kisérlete idealista elemekkel járul a filozófiához. Éppen azért, mert a megismerésen van a hangsuly, központi kérdés az igazság, a bizonyosság, a bizonyitás fogalma. Bizonyitáselméletének alapkategóriája az aprioritás. A fogalom tartalmának meghatározása, értékelése igen problematikus, ellentmondásos. Das Erkenntnissproblem c. müvében azt irja, hogy "a tapasztalat az egyetlen megismerési mód, amely az összes többi szintetizálásának realitást ad, amely tehát még a tiszta matematikának is biztositja a - kritikai értelemben vett - igazság egybeesését tárgyával". Máshol, A tiszta ész kritikájában /Kant, 1891. 557.o./ pedig "a tapasztalat azonban megtanit ugyan arra, hogy mi és miképpen van, de sohasem arra, hogy szükségképpen ilyennek és nem másnak kell lennie". A két nézőpont egybevetése talán dialektikus kisérlet arra, "hogyan lo-

het olyan a priori szintetikus ítéletekhez jutni, amelyek minden tapasztalatra érvényesek". Kant végső megállapitása, hogy "a filozófiának tehát nincsenek sarktételei, és sohasem szabad a priori alaptételeit feltétlenül állitania, hanem meg kell elégednie azzal, hogy hozzá való jogát alapos dedukcióval igazolja" /Im. 443.o./. Kant foglalkozik a matematikai és a filozófiai tételek bizonyithatóságának különbözőségével. Az antinómiák Kant alapelveit indirekt bizonyitják, tehát helyes alapok és bizonyitás esetén az antinómiák megszünnek. Kant az arisztotelészi logikai ellentmondás törvényét átviszi a bizonyitás területére, kimondja a bizonyitás ellentmondásmentességének elvét, miszerint a valóság nem lehet kontradiktorikusan ellentétes. Általában indirekt bizonyit, deduktiv bizonyitásában az alapok igazsága erősen kérdéses. Igy sem az a priori szintetikus, sem a deduktiv bizonyitás nem jelent abszolut bizonyosságot.

A bizonyitáselmélet eddigi eredményeinek szintézisére, dialektikus egységbe foglalására Hegel tesz kisérletet. Középpontba állitja a filozófiai bizonyitást. A megelőző bizonyitáselméletek közös hibájaként állapitja meg az abszolut alapokra, és az abszolut módszerre való törekvést. Ezzel szemben "a filozófiai bizonyitásnak nincsenek abszolut igaz, eleve elsődleges axiomái, hanem ezek a bizonyitás során dialektikusan feloldódnak, átcsapnak ellentétükbe, s igy válik a bizonyitás folyamán az eszme egyre igazabbá, jelezve az eszme belső, szükségszerü önfejlődésének utját" /Hegel, 1957. 409.o./. A fejlődés szükségszerüségét olyannyira eltulozza, hogy a matematikai bizonyitásokat fogyatékosnak tartja a ma-

tematika axiomáinak állandósága miatt/.

Hegel szerint a "bizonyitás egyik ága a megismerés utjának követése" /Idézi: Földesi, 1967. 99.o./. Az axiomák nem abszolutak, hanem esetleg maguk is végeredmények. Az axiomákat a tudományok igazolják: a megismerési folyamat bizonyos szintjén jöhetnek csak létre, megalkotási elvük, módszerük igazolja őket.

Az induktiv és deduktiv bizonyitási formákat egymást feltételező, egymást kiegészitő metódusoknak tartja. A matematikai bizonyitással kapcsolatban irja, hogy a bizonyitás módszerét a bizonyitás tárgya határozza meg: "a bizonyitás általában a közvetett megismerés. A lét különböző fajai a közvetités sajátos módját követelik, vagy tartalmazzák, igy a bizonyitás természete is mindegyikre vonatkozóan különböző" /Hegel, 1957. 91.o./. Az abszolut bizonyosság elvetésével, a bizonyosság fokozatainak, az "egyre igazabbá" válás gondolatának megfogalmazásával igen nagy mértékben járul hozzá a bizonyitáselmélet fejlődéséhez.

John Stuart Mill visszatér az induktiv bizonyitási forma elsődlegességéhez. Szerinte az indukció minden bizonyitási forma nyilt vagy rejtett alapeleme. A dedukció axiómáinak eredetét az emberi tapasztalatban látja, az axiómák a valóság induktiv elvonatkoztatásai. Visszatér az ókori szkeptikusokhoz, miszerint igazán uj ismereteket nem logikai uton, hanem nem teljes indukcióval nyerhetünk. Az indukció azonban csak az okság "létével" jogos. Az okozati összefüggések feltárására négy módszert dolgoz ki: megegyezés; különbözés; maradékok; párhuzamosan egymást követő változások. Ezek azonban

nem bizonyitják, hogy ismétlődő jelenségek esetén ugyanazon okok hozták létre a jelenséget. Igy jut el Mill az egyöntetűség törvényéhez, az induktiv bizonyitás axiómájához. Circulus vitiosus áll elő, melyet ő maga is felismer.

1.2.4. A bizonyitás problémája a modern polgári filozófiában

A modern polgári filozófiában sem alakul ki egységes bizonyitáselmélet, sőt tovább bonyolódnak, polarizálódnak a nézetek.

Jelentős irányt képvisel az idealista-racionalista fenomenológia /Brentano, Strumpf, Husserl, Hartmann/, mely bizonyitáselméletében elfordul a valóságtól a tudat felé, az abszolut bizonyosság elméletét ujitja fel.
Brentano bizonyitáselméletéhez Arisztotelészig nyul vissza, de az igazság arisztoteleszi kritériumát elveti. Kifejti, hogy az axiomákat nem lehet sem induktiv, sem deduktiv uton bizonyitani, - az egyetlen lehetőség az evidencia.
Élesen elhatárolják magukat elődeik, főleg Descartes evidencia fogalmától. Husserl a "transzcendens Ego" fogalmával jelöli a szükségszerű és evidens szellemi létet. "Az evidencia már a lényegviszonyok közvetlen belátása". /Husserl, 1950. 47.o./ Ez kimondottan logikai tartalmat jelent számára. Használja az intuició fogalmát az empirikus realitás helyett.
Nicolai Hartmann "transzcendentális realista" filozófiája egy sokoldalu, komplex bizonyitáselmélet megalkotására tesz kisérletet. Elődei bizonyitáselméleti koncepcióinak tanulmányozása során arra a megállapitásra jut, hogy mivel az igazság a "tudat megegyezése tárgyával", igy a bizonyitáselmélet nem gnoszeoló-

giai, hanem ontologiai probléma. Az ismeretelméleti bizonyitásokat három tipusba sorolja: érzéki észlelésen; racionális gondolkodáson; intuición alapuló bizonyitások. Ezeknek a következőkben látja a fogyatékosságait: Az első csak pillanatnyi bizonyosságot nyujthat, nem rendelkezik "interszubjektiv" érvénnyel, általános bizonyitására alkalmatlan. A második szerinte evidens vagy apriorisztikus alaptételeken nyugszik, a szillogisztika premisszái bizonyithatatlanok. A harmadik szubjektiv, nem is érhető el segitségével objektivitás. Ezen érvek miatt az ontológiai bizonyitási érvek felé fordul. Az ellentétes oldalak szintézisével a bizonyitás magas fokát tartja elérhetőnek. A bizonyitás térjen vissza a valósághoz, a léthez. Belátja, hogy abszolut bizonyosság nem érhető el, a relativ pedig több, egymástól különböző, egymástól független megismeréssel növelhető. "Egy tanu nem igazolhatja önmagát, ehhez legalább még egyre van szükség, méghozzá kivülről szerzett második megismerésre." /Hartmann, 1925. 414.o./

A neopozitivista filozófia kialakulásában a társadalmi változásoknak és a természettudományok fejlődésének, főleg a matematika és a fizika eredményeinek volt döntő jelentősége. A neopozitivizmus a matematikai logika filozófiai általánositására, tudományelmélettté való fejlesztésére törekedett. A matematikai logika logikailag alapozza meg az axiómákat: szintaktikai elemi egységek, melyek igazságtartalma független az illető rendszer többi kijelentésének logikai értékétől. Az egész filozófiát átértékelik, központi kérdés a bizonyithatóság, a verifikáció elvi lehetősége. Vannak szósorok, melyeknek nincs értelme, jelentése, nem állitanak valamit, így

SZEGED

nem verifikálhatóak. Vannak tudományos itéletek, ezek reprezentativ verifikálható állitások, és vannak ugynevezett expressziv kifejezések, melyek pszichológiai tartalommal rendelkeznek, és végül, melyek nem a valóságra vonatkoznak, hanem a verifikáció szabályaira /matematikai logikai kijelentések, tételek, metaitéletek/.

Éleson különválasztják a megismerés és a bizonyitás folyamatát, azonositják az igazság és a bizonyitás fogalmát: "egy tétel igazsága azonos verifikálásával, aktuális és lehetséges verifikálásával" /Nagel, 1956. 151.o./

Kétféle igazságot különböztetnek meg: a reális a valóságra, a formális a logikára illetve a matematikára vonatkozik.

A verifikáció az axiomatikus- deduktiv bizonyitás analogonja. A bizonyitás lényege az ugynevezett "protokolltételekre" való visszavezetés. /Érdekes, hogy például Popper szerint nem a verifikáció, hanem a "falszifikáció" az értékadó bizonyitási módszer, azaz ha megvan annak a lehetősége, hogy jövőbeli tények megcáfolhassák az elméletet./ Általános módszere a dedukció, mely azt jelenti, hogy a következtetés összehasonlitandó más, már előzőleg igazolt állitásokkal, megállapitandó a logikai viszony, mely a következő lehet: ekvivalencia; derivalitás; compatibilitás; incompatibilitás. Elméletek esetében is el kell végezni az elemzést, hogy megvan-e az elmélet belső összhangja, nem áll-e ellentétben a többi tudományos elmélettel, empirikus vagy tautologikus-e, és milyen empirikus eredmények vezethetők le az elméletből. Ezek a módszerek azonban nem adnak választ a deduktiv bizonyitás alapjainak hitelességéről, de eljutnak a logikai empirizmus fogalmához.

Reichenbach szerint az "abszolut" bizonyitást igényló, "önálló filozófiai rendszereket" felváltja az empirikus, relativ bizonyitásra törekvó filozófia. A protokolltételek az érzékelés folyamatára vonatkoznak, érzéki tartalmu itéletek, logikailag pontos és ellenórizhetó formában. Ezeket már nem kell bizonyitani, ezek a végsó elvek. Ez az elmélet a neopozitivista irányzaton belül sem általánosan elfogadott. Popper The logic of discovery /1959. 96.o./ c. müvében azt irja, hogy a "protokolltételek elmélete nem más, mint nyelvi formát öltött pszichológizmus".
Másrészt a verifikáció csak konkrét, egyedire vonatkozik, igy nincs is meg az eszköze általános itéletek alkotására. Kraft szerint az "általános" csak logikai operátor, mely a valóságban nem létezik. Mivel azonban az általános fogalmára szükség van, általános itéletek, tételek megalapozásához az induktiv bizonyitáshoz fordulnak, tudván, hogy az egyedi sohasem meritheti ki az általánost. "A természeti törvények nem kijelentések, melyek vagy igazak vagy hamisak, hanem inkább elóirások arra vonatkozólag, hogyan kell létrehozni ilyen kijelentéseket. A természeti törvények nem "általános implikációk", mert nem igazolhatjuk óket valamennyi eset számára: inkább utasitások, magatartási szabályok, amelyek utat mutatnak a valósághoz, lehetóvé teszik, hogy elóre láthasson bizonyos eseményeket" /Schlick, 1948. 116.o./.

Reichenbach és Carnap kiemeli, hogy az induktiv bizonyitás a bizonyitás fokozatosságának lehetóségét jelenti tulajdonképpen valószinüségi alapon. Reichenbach szerint az indukciót statisztikai valószinüséggel kell bizonyitani: meghatá-

rozható az a limes, amely értékén már az egyedi esetek nem változtatnak. A határérték megállapitása mindig az adott tudományon belül, attól nem elvonatkoztatva történjék.

A neopozitivizmus képviselői használják a "predictability" fogalmát is, mely már Locke-nál is szerepelt, de filozófiai kritériumként C.S.Peirce alkalmazta először. Körülbelül az előreláthatóság kategóriáját jelöli."A törvényszerüség igazi kritériuma az előrelátás beigazolódása. Nem lehet eléggé hangsulyozni, hogy a tapasztalat általi igazolás, az előrelátás beigazolódása egy végső, tovább nem analizálható folyamat" irja Schlick Gesetz, Kausalität und Wahrscheinlichkeit /1948, 23.o./ c. müvében.
Braithwaite szerint "bármely tudományos feltevés végső igazolása a jövő előrelátásán és ellenőrzésén nyugszik" /1953, 174.o./

Carnap a logika tanulmányozása során megállapitja, hogy a szimbolikus nyelv logikai vagy matematikai jellegü átalakitási szabályaihoz /az ugynevezett L-szabályokhoz/ hozzávéve néhány, a logikán kivüli átalakitási szabályt /pl. fizikai törvényeket, stb., az un. P-szabályokat/, akkor az igy felépülő nyelvben minden állitás vagy L-szabályok vagy P-szabályok felhasználásával igazolható. Az első tipusu állitások az analitikus, a második tipusu állitások a szintetikus állitások. Ezek szerint az analitikus állitások bizonyitása tisztán elméleti, formális, mig a szintetikus állitások bizonyitása szükségképpen empirikus. Carnap vállalkozik egy a matematikai logikához hasonló egzaktságu induktiv logika kidolgozására is. Abból indul ki, hogy az indukció és a dedukció szoros egységet

alkot. Az induktiv következtetések valószinüsége nulla és egy között van. Ha a valószinüség nullához tart, akkor logikai összeegyeztethetetlenségről, ha egyhez, akkor logikai levezetésről beszél. Igy a dedukció az indukció két szélső esete, közte van a hagyományos értelemben vett "indukció". "Az induktiv valószinüség mint parciális dedukció fogható fel" /Carnap 1958, 8.o./. A logikai valószinüséget az $I = \frac{m/he/}{m/e/}$ képlettel definiálja, ahol "h" a hipotézist, "e" a tényeket jelenti. Megalkotja a hipotetikus deduktiv logikát, ahol az induktive megalapozott hipotézisből a tételek már levezethetők. Popper hivja fel a figyelmet arra, hogy a logikai valószinüséget szorosan össze kell kapcsolni a tapasztalattal, hiszen a logikai törvények a tapasztalatban nyernek végső igazolást.

Érdemes tanulmányozni O.Neurath koherencia elméletét is, mely szerint: "Valamely tétel igazsága mindig ujra egy tételnek más tételek rendszeréhez való összevetéséhez vezet, hogy meglássuk, vajon összeegyeztethető vagy összeegyeztethetetlen ezekkel, nem pedig valamely kijelentésnek a valósággal való összevetéséhez". /Idézi Klaus, 1963. 294.o./

A neopozitivizmuson belül hozták létre a "hipotetikus deduktiv tudomány" fogalmát, mely azt jelenti, hogy az illető diszciplina területére vonatkozó összes állitás csak a rendszer elfogadásával válik igazzá vagy hamissá, a hipotetikusan feltételezett axiómákat pedig csak a tapasztalat igazolhatja. Reichenbach Der Aufstieg der Wissenschaftlichen Philosophie c. müvében a neopozitivizmus legnagyobb érdemét abban látja, hogy elveti az abszolut bizonyosság követelményét. Ehhez természetesen tagadhatatlanul hozzájárul a

XIX.-XX.sz. formalizált hipotetikus deduktiv rendszereinek felfedezése, kidolgozása.

1.2.5. A marxista filozófia bizonyitáselméletéről

A marxista filozófia a megismerési és bizonyitási folyamatok egységét vallja, amennyiben mindkettő az objektiv valóság elsajátitására irányul. Igy legáltalánosabban a bizonyitás is az érzékelhető valóságból indul, érzeteinkre támaszkodik, melyek többé-kevésbé hüen tükrözik a valóság tárgyi oldalát. Ezek az információk egyrészt nem mindig megbizhatóak, másrészt az emberi megismerés tulnő az akár egyénileg, akár az emberiség számára érzékelhető dolgokon. Az ember következtetéseket, általánositásokat végez, törvényeket ismer fel és bizonyit. Ezen tevékenysége helyességének végső kritériuma csak a valósággal való megegyezés lehet.

A marxista filozófia bizonyitáselmélete teljes rendszerének kidolgozása még nem történt meg. Földesi Tamás A marxista filozófia bizonyitáselméletének alapjai c. munkájában azt irja, hogy "A filozófiai bizonyitáselmélet problémáit számos mü érinti, részint a konkrét bizonyitással összefüggésben, részint más tudományelméleti kérdések elemzése során, de egyetlen olyan monográfia sincs a marxista irodalomban, amely központi kérdésként feldolgozta volna /Földesi, 1967. 8.o./. Annyi azonban bizonyos, hogy a marxista bizonyitáselmélet szerint a bizonyitás az induktiv és a deduktiv bizonyitás dialektikus egysége, gyakorlati tevékenységet is magában foglaló komplex emberi tevékenység.

A deduktiv és az induktiv megkülönböztetése nem a következtetések iránya szerint történik, azaz hogy az egyeditől haladunk az általános, vagy az általánostól a konkrét felé, hanem, hogy logikailag szükségszerü-e a következtetés, avagy sem. Felmerül a kérdés, hogy abban az esetben, ha a konkluzió logikailag nem szükségszerüen következik a véges számu premisszából jogos-e, érvényes-e a következtetés. Amennyiben erre a kérdésre igennel válaszolunk, azonnal további kérdések adódnak: mely esetekben alkalmazható; milyen szerepe van a mennyiségnek, a minőségnek.

A marxista filozófia az első kérdésre igennel válaszol: elismeri az indukció jogosságát és érvényességét.
A filozófia a legáltalánosabb kérdésekre keresi a választ, a legáltalánosabb törvények feltárásával foglalkozik. Az objektiv valóság történései, folyamatai a tudatban, mint törvényszerüségek tükröződnek. Ezen törvények érvényességi körét az ember általában nem tapasztalhatja, nem próbálhatja ki őket végtelen sok esetben. Azonban ha feltárja a folyamatok mélyebb összefüggéseit, megkeresi az ok-okozati viszonyokat és ezeket helyesen ismeri fel, akkor véges sok, akár egyetlen esetből is általánosithat. "Igazán" uj ismeretekhez tulajdonképpen indukció utján jutunk. A konkrét eseményeket megfigyeljük, tapasztaljuk. Meghatározott feltételek között a mennyiségi összefüggéseknek is lehet bizonyitó erejük.
Ha az indukciót minőségileg alapozzuk meg, vagyis tartalmi függőséget, minőségi, lényeges vonásokat veszünk figyelembe, akkor az induktiv bizonyitás általánosan, - ha nem is egyetemesen - alkalmazható.

A deduktiv bizonyitás problémaköre a formalizált axiómatikus rendszerek keretén belül teljes mértékben megoldott, erre még az 13. fejezetben visszatérünk.

Összefoglalásul kiemeljük, hogy a "filozófiai bizonyitásnál az indukció az elsődleges, meghatározó eljárás, mert csak ez biztosithatja, hogy az általános és elvont filozófiai törvények igazságát a konkrét valósággal, illetve a valóságot tükröző szaktudományok eredményeivel egybevetve ellenőrizzük /Földesi, i.m. 401.o./. Nem feledkezhetünk meg azonban arról, hogy az induktiv bizonyitást át - meg átszövik deduktiv mozzanatok, ezzel is növelve a bizonyitás hitelességét.

1.3. BIZONYITÁS A MATEMATIKÁBAN

Engels szerint a matematika a valóságos világ mennyiségi viszonyait és térformáit vizsgáló tudomány. Kolmogorov ezt ugy egészitette ki, hogy "a matematika a valóságos világ mennyiségi és térbeli formáiról és viszonyairól szóló tudomány". /Nagy Szovjet Enciklopédia I. kiadásának a Matematika c. cikkében./ A matematikai kutatások tárgya az objektiv valóság, módszere a gyakorlati megismerő tevékenységből több ezredév alatt kifejlődött axiómatikus deduktiv módszer.

A matematika az ókori társadalmakban /Mezopotámia, Egyiptom, Kina, India, stb./ a konkrét gyakorlati tevékenység során felismerhető szabályszerüségek, törvények, a társadalmak statikus létének megfelelően szük körü, állandó feltételek mellett való alkalmazására korlátozódott. Igy hely és időmeghatározás, közmunkák szervezése, stb. Megfigyelések során, a szemlélet alapján bizonyos állandósult, hagyományozódott tevékenység-sorozatok alakultak ki, melyek a szükségleteknek megfelelő pontossággal szolgáltatták az eredményeket. A kereskedelem, az ipar kialakulásával és megerősödésével a merev, statikus társadalmak felbomlottak, helyüket a dinamikusan fejlődő görög városállamok foglalták el. Ekkor már nem volt elég formulák és képletek ismerete, hagyomány alapján módszerek elfogadása, gyakorlati tevékenység elvégzésére utaló mü-

József Attila Tudományegyetem Központi Könyvtára SZEGED

veletsor előírása. Felismerték, hogy a szemlélet gyakran félrevezethet. Kialakult a tudomány iránti igény, megkezdődött a matematikának a gyakorlattól való elkülönülése. Tulajdonképpen ekkor kezdett kialakulni a matematikai bizonyítás. Parmenidész tanácsolja, hogy "Ne bizd magad a sok mindennel kisérletező megszokásra, céltalan látásodra, zugó hallásodra, vagy nyelvedre. Ne ezekkel, hanem értelmeddel döntsd el a sokat vitatott kérdést, amelyet elédbe tárok." Az ie. V.-IV.sz.-ra már objektiválódott több évszázados gyakorlati tevékenység tapasztalatainak eredménye.

Az első jelentős eredményeket a logika területén érték el, melyeket a geometriában tudtak felhasználni. Arisztotelész általános módszertani utmutatásainak megfelelő rendszert Euklidesz dolgozott ki az ie. III.sz.-ban, Sztoikheia /Elemek/ c. művében. Itt már posztulátumokból, axiómákból, definiált fogalmak és természetesen a logika segitségével vezeti le tételeit. Axiómái és posztulátumai többé-kevésbé a szemlélet alapján nyilvánvaló tényeket fejeznek ki. /Hogy azonban ezek nem mind nyilvánvaló állitások, azt jól szemlélteti az V. posztulátum több mint két évezredes problémája./

Magán a matematikán belüli bizonyitáselméleti kérdésekről csak a XIX.sz.-tól beszélhetünk. Az ezt megelőző időkben felmerült bizonyitáselméleti problémák főleg az axiómák megalapozottságának kérdésével foglalkoztak, ezt azonban a matematikán kivüli problémának tekintjük, kutatása a filozófia tárgykörébe tartozik.

A matematikai bizonyitáselmélet alapjainak lerakása Hilbert nevéhez füződik.

A bizonyitáselmélet feladata axiómarendszerek ellentmondástalanságának, függetlenségének és kategoricitásának vizsgálata halmazelméleti eszközök nélkül.
Mivel a kérdés tárgyalásához a matematika mélyebb ismerete szükséges, és mivel nem is annyira a bizonyitáselméleti tételek bizonyitása érdekes munkánk szempontjából, hanem a probléma felvetésének és megközelitésének módja, ezért csak vázlatosan, a módszerek és eredmények ismertetésére szoritkozunk. Mielőtt azonban erre rátérnénk, vizsgáljuk meg az axiómarendszerek strukturáját, melyek a jelenlegi formájukat a matematika fejlődésének több évezredes folyamatában nyerték el.
Az axiómatikus rendszerek strukturájának elemei: alapfogalmak; axiómák; a dfiniálás művelete, ennek eredményeként fogalmak; következtetési formák; tételek és bizonyitási folyamatok.

Minden axiómarendszerben szerepelnek alapfogalmak, melyek segitségével ujabb fogalmakat definiálunk. A definiálás a matematikában jól meghatározható logikai müveletet jelent, melynek során a definiálandó fogalom tartalmát, lényeges ismertetőjegyeit tárjuk fel, méghozzá oly módon, hogy a fogalom tartalmát más fogalmakkal fejezzük ki. Szász Gábor Az axiómatikus módszer /Szász, 1972. 25.o./ c. munkájában irja, hogy "Csak a mult században vált tudatossá, hogy a definiálás is olyan jellegü, mint a bizonyitás: amikor definiciót fogalmazunk meg, akkor valamilyen fogalmat nála egyszerübbekkel fejezünk ki, s nyilvánvalóan ezt sem lehet vég nélkül folytatni." A definiálás a fogalmak egy végtelen láncolatát eredményezné, melynek nem volna sem kezdete, sem vége, vagy pedig egy zárt kört,

ahol definiálatlan fogalmakkal definiálnánk. A probléma leküzdésének bevált módja a matematikában az, hogy bizonyos fogalmakat alapfogalmaknak tekintünk, s nem definiáljuk őket. Ezek tartalmát ismertnek tételezzük fel, esetleg körülirjuk őket. Lényeges szempont, hogy az alapfogalmak minél egyszerübbek, érthetőbbek legyenek, számukat minimálisra csökkentsük. Az alapfogalmak tartalma az emberek - legalább az illető tudománnyal foglalkozók - számára ugyanaz, egyformán tudják, hogy mit jelent, s ugyanazt értik a fogalmon. Az alapfogalmak vagy közvetlenül, vagy egyszeres-többszörös közbülső absztrakciós müvelet előtt a szemléletre támaszkodnak, megalkotásuk végső alapja az objektiv valóság, megtisztitva bizonyos mértékig a szubjektiv tényezőktől.
Az alapfogalmakból definiálással ujabb, magasabb absztrakciós szintü fogalmakat hozunk létre.

Az alapfogalmak tulajdonságait, specifikumait az axiómák rögzitik, melyeket általában eleve elfogadott, magától értetődő igaz itéleteknek tekintünk. Ismét Szász Gábort idézve: "Az axiómák általában az anyagi világ olyan objektiv törvényszerüségeit tükrözik, amelyeknek érvényességét legalább az illető tudomány müvelői tudományos szemléletük alapján elfogadják /i.m. 49.o./. Az axiómák származhatnak közvetlenül a tapasztalatból, az érzéki megismerésből /pl. a geometria axiómái/, de lehetnek többszörös absztrakció eredményei is /pl. az absztrakt algebra axiómái/. Lehet alkotni axiómákat a valóságtól függetlenül is, a már elért eredmények figyelmen kivül hagyásával. Az igy felépitett logikai konstrukciók azonban tulnyomó többségükben a struktura tanulmányozásán ki-

vül érdektelenek, tudományos kutatás tárgyául nem szolgálnak. Hogy azonban ez nem mindig így van, arra szép példa Bolyai V. posztulátuma.

Az axiómák, alapfogalmak, fogalmak segitségével összetett itéleteket, tételeket mondunk ki a matematikában a logika, egyéb tudományokban pedig az illető diszciplina területén elfogadott következtetési szabályok alkalmazásával. Matematikai logikával számos mü foglalkozik, ezért ennek tárgyalására nem térünk ki, de az itélet- és függvénykalkulus alapjait ismertetjük.

A teljesség igénye nélkül a kijelentéslogika néhány főbb, leggyakrabban alkalmazott müveletét azonban megemlitjük.

A negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia közismertek. A konjunkció mindkét tagjának tagadásával az ugynevezett sem-sem müveletet nyerjük /$\overline{a \wedge b} \equiv a \parallel b$/. Ha "a" és "b" konjunkcióját tagadjuk, akkor az ugynevezett Sheffer-féle müvelethez jutunk, mely összeférhetetlenséget, inkompatibilitást fejez ki /$\overline{a \wedge b} \equiv a \mid b$/. Az antivalencia, az ekvivalencia tagadásának köznyelvi megfogalmazása, a diszjunkció megengedő vagy-ja helyett a kizáró vagy / $\overline{a \leftrightarrow b} \equiv a \nabla b$/.

A logikai értékekből, ezen logikai értékeket felvevő logikai változókból, valamint a logikai változókkal végzett müveleti jelekből álló jelsorozatokat formuláknak nevezzük. Akkor mondjuk, hogy egy "A" formula következménye a B_1, B_2, $B_3 \ldots B_n$ formuláknak, ha valahányszor B_1, B_2, $B_3 \ldots B_n$ igaz, mindannyiszor "A" is igaz.

A kijelentéslogika gyakori következtetési szabálya az ugynevezett modus ponens, vagy leválasztási szabály, melyet

a következő formulával adhatunk meg: $\frac{a \to b,\ a}{b}$. Cáfolásnál szoktuk alkalmazni az ugynevezett modus tollens-t vagy elvevő módot: $\frac{a \to b,\ \bar{b}}{\bar{a}}$, vagyis ha az "a" kijelentés a hamis "b" kijelentést implikálja, akkor "a" is hamis. Feltételes szillogizmusnak nevezik a következő sémát: $\frac{a \to b,\ b \to c}{a \to c}$.
A modus tollendo ponensnek két formája ismeretes: $\frac{a|b,\ a}{\bar{b}}$ és $\frac{a \nabla b,\ a}{\bar{b}}$. Az ekvivalenciát használjuk fel az $\frac{a \leftrightarrow b,\ a}{b}$ szabály alkalmazásakor.
Ha a premisszák száma több mint kettő, akkor összetett következtetésekről beszélünk. Ezek közül a legismertebb szabály a konstruktiv dilemma: $\frac{a \to b,\ c \to b,\ a \vee c}{b}$, és a destruktiv dilemma: $\frac{a \to b,\ a \to c,\ \bar{b} \vee \bar{c}}{a}$

A következtetési szabályok felhasználásával, alkalmazásával tudjuk bizonyitani a matematikai tételeket. A matematikai bizonyitás során a matematikai logika által megengedett következtetési formák segitségével azt kell megmutatni, hogy egy bizonyos állitás, tétel igaz/hamis, ha az axiómákat és az axiómákból a következtetési szabályok alkalmazásával nyert állitásokat igaznak fogadjuk el.
A bizonyitás "irány" szerinti két lehetséges módja a direkt és az indirekt bizonyitás. A direkt bizonyitás során az állitás azért igaz, mert a premisszák igazak /ezt vagy bizonyitjuk, vagy "feltesszük"/ és ezekből már logikailag következik az állitásunk. Gyakrabban alkalmazott mód az indirekt bizonyitás, amikor a bizonyitandó állitás ellenkezőjét cáfoljuk. Ekkor megmutatjuk, hogy a premisszákból /p_1, p_2, p_3 ... p_n/ és az állitásunk /A/ tagadásából /$\bar{A}$/ egy már igaznak elfogadott állitás /B/ tagadása következik. Általában a "B" állitás he-

lyett magát az "A" állitást tekintjük. Az indirekt bizonyitás leggyakrabban alkalmazott formája a kontrapozicióS bizonyitás, amikor is azt használjuk fel, hogy egy adott "A" állitásból következik a "B" állitás, mert "$\bar{B}$"-ból csak "$\bar{A}$" következik.

A teljesség igénye nélkül megemlitünk néhány gyakran alkalmazott, speciális bizonyitási eljárást.

A teljes indukcióval történő bizonyitás azt jelenti, hogy a bizonyitás során a teljes indukció axiómájából logikailag levezethető teljes indukció tételét alkalmazzuk, mely szerint ha egy halmaz első eleme rendelkezik egy "T" tulajdonsággal, és bármely tetszőleges n-edik elem ezen "T" tulajdonsággal való birásából következik, hogy az n+1-ediknek is megvan ez a "T" tulajdonsága, akkor a halmaz minden eleme rendelkezik az adott tulajdonsággal.

Reductio ad absurdumnak /visszavezetés a lehetetlenségig/ nevezzük azt a bizonyitási eljárást, melynek során a bizonyitandó állitás hamisságát ugy mutatjuk meg, hogy a bizonyitandó állitást igaznak föltételezve, abból addig vezetünk le ujabb állitásokat, mig már bizonyitott lehetetlenségig nem érünk. Ellenpélda adása akkor lehetséges, ha az állitás univerzális kvantorral megfogalmazott.

Ezek után térjünk vissza a matematikai bizonyitáselmélet kérdéseinek ismertetéséhez, melyek tulajdonképpen nem mások, mint az axiómarendszerekkel szemben támasztott követelményeknek a vizsgálata. Nevezetesen az axiómarendszer ellentmondástalansága, függetlensége és kategoricitása.

Az első feltétel azt jelenti, hogy az axiómarendszer axiómái között ne legyenek egymásnak ellentmondók és az axiómarendszer fogalmaival megfogalmazott állitások között ne legyen olyan, amely maga is, és negációja is bizonyitható a rendszer axiómái és a megengedett következtetési szabályai segitségével. Az axiómarendszer függetlenségén azt értjük, hogy egyetlen axióma sem következik a többiből, azaz, hogy nem tétel a maradék axiómarendszerben. A kategoricitás azt jelenti, hogy bármely állitás - amely a rendszer alapfogalmain, fogalmain és logikai fogalmakon kivül más fogalmakat nem tartalmaz -, vagy annak negációja bebizonyitható az illető rendszerben. Bizonyos axiómarendszerek ellentmondástalanságát sikerült bizonyitani. Ha a bizonyitás az illető rendszeren belül történik, akkor abszolut ellentmondástalanági bizonyitásról beszélünk /pl. a Peano-féle axiómarendszer/, ha másik axiómarendszer ellentmondástalanságára vezetik vissza, akkor relativ ellentmondástalanági bizonyitásról van szó.
Az axiómarendszerek többsége - talán meglepő - nem kategórikus. Gödel osztrák matematikus bizonyitotta be, hogy bizonyos feltételeknek - melyek tulajdonképpen az axiómarendszer "használhatóságát" biztositják - megfelelő rendszerek nem kategórikusak.

Ha egy axiómarendszer alapfogalmai jelölésére szimbolumokat vezetünk be, és csak az olyan itéleteket vesszük a rendszerhez, melyek az alapfogalmakkal és logikai fogalmakkal kifejezhetők, akkor minden itélet "képletszerü" lesz, a rendszert formalizáltnak nevezzük. A Gödel tétel következménye, hogy egyetlen axiómarendszer ellentmondástalanági bizonyitása

sem formalizálható az illető axiómarendszerben. Ez a következmény ugy értelmezhető, hogy a legegzaktabb matematikai tárgyalás-mód sem engedi meg, hogy csak szimbolumokkal, adott szabályok szerint operáljunk, hanem egy bizonyos szinten figyelembe kell venni a szimbolumok jelentését is.

1.4. A BIZONYITÁS SAJÁTSÁGAI A JOGBAN /AZ ELMÉLETBEN ÉS GYAKORLATBAN/

A jog határain belüli bizonyitási eljárások végső soron a filozófiai bizonyitáselméletre támaszkodnak, a jogi bizonyitási tevékenység elvei a jog határain tulmutatnak. A jogi bizonyitáselmélet nem egységes, mint ahogy a filozófiai sem az.

A jelenlegi magyar jogi bizonyitáselmélet filozófiai alapját a marxista filozófia bizonyitáselmélete alkotja. A következőkben megpróbáljuk felvázolni a marxista filozófia bizonyitáselméletére támaszkodó korántsem egységes nézeteket a jogi bizonyitás elméleti alapjairól, és magáról a bizonyitásról. Ezen dolgozat keretén belül, csak a problémáink tárgyalásához szükséges legfontosabb kérdésekkel lehet foglalkozni, igy nem tudunk kitérni a jogi bizonyitásnak és a jogi bizonyitás elméletének kialakulásával, fejlődésével, valamint a mai nem marxista filozófiára támaszkodó jogrendszerek bizonyitáselméletével. Bevezetésül csak a XVII.sz.-tól kezdődően a bizonyitás eszközeinek, eljárásainak vázlatos ismertetésére szoritkozunk.

Mivel a bizonyitás - mint a későbbiekben részletesen is látni fogjuk - a jogi szabályozástól nem független gyakorlati és tudományos tevékenység, ezért a bizonyitási eljárások történeti fejlődésének vizsgálatánál azonnal adódik két szem-

pont: egyik a jogi szabályozás változása, a másik magának a bizonyitási tevékenység lefolyásának változása. A jogi szabályozás szorosan kapcsolódik a "törvényhozók" világnézeti, filozófiai szemléletéhez, a társadalmi hierarchiában elfoglalt pozicióikhoz, végső soron az adott társadalomhoz, illetve annak uralkodó osztályához. Ahogy a megismerés az agnoszticizmus elvetésétől a világ megismerhetőségének elfogadásáig haladt, ugy támadt fel és növekedett az igény az egyre tökéletesedő, komplexebbé váló megismerési, bizonyitási eszközök és módok iránt.

A bizonyitási tevékenység lefolyására a kor tudományos és technikai szinvonala volt döntő hatással, melyet pedig a gazdasági élet fejlettségi foka határozott meg.

A jogi bizonyitási gyakorlatban a XVII.-XVIII.sz. univerzális tudományrendszere nem jutott érvényre, nem kerültek alkalmazásra a filozófiai tételek, a bizonyitásban a magyarországi perjogban a skolasztikus dogmák érvényesültek. Az akkori, ugynevezett legálisan kötött bizonyitási rendszerben a bizonyitékok bizonyitó erejét eleve meghatározták. A vallatás célja a feltételezett /esetleg hallgatólagosan/ igazságnak ellentmondó tanu vagy gyanusitott akaratának értelmi, érzelmi hatással, esetleg fizikai fájdalom okozásával való megtörése volt. A XIX.sz.-ban létrejött pszichológia a fejletlen jogszolgáltatásban nem került rendszeres és tudományos alkalmazásra.

A feudális perjogban a bizonyitás két forma-rendszerré alakult:

- a vádelves, ahol a büntett felderitése, bizonyitása a bi-

zonyitást kezdeményező, vagy annak eredményében érdekelt fél joga volt;

- a nyomozóelves vagy inkvizitorikus, ahol minden feladat a bíróra hárult. A késői feudalizmus korában ez utóbbi vált rendszeressé, de nem tisztán, hanem magán viselve a vádelves bizonyitás egyes vonásait. /Az inkvizitorikus perstruktura alapja a frank jogrendszer un. Rügen eljárása volt, melynek lényege: a szavahihető lakosok véleményének kikérése./

Az inkvizició tágabb fogalma jelenti a teljes perbeli vizsgálatot, szükebb értelemben pedig csak a tanuszerzést jelöli.

A tágabb értelemben vett inkvizicionak három szakasza létezett:

a/ inkvizició generalissima: általános preventiv célu, a Rügen-eljáráson alapuló ismeretszerzés. /Nevezték alispáni cirkálásnak is./

b/ inkvizició generalis: a büntett elkövetésének tényére és körülményeire, mig az

c/ inkvizició specialis az elkövető személyére vonatkozó tudakozódást jelentett.

A XVIII.sz. végén már meghatározták a szakértő perjogi fogalmát. Egyes esetekben rendelkezés irta elő a szakértő bevonását, a perjog szerint szakvéleményük azonban nem volt törvényes erővel felruházott bizonyiték.

A tárgyi bizonyitásnak tehát a tárgyi bizonyitási eszközök felkutatásának, összegyüjtésének, vizsgálatának - szinvonala jelentősen elmaradott volt a kor természettudományos-filozófiai

eredményei által nyujtott lehetőségektől. /A bizonyitási eszközök fejlődéséről lásd: Katona Géza: Bizonyitási eszközök a XVIII-XIX.sz.-ban./

A bizonyitás, a ... "valóság tényeinek feltárása - és igy a büntettek ténykörülményeinek a megismerése is - mindinkább komplex jellegü tevékenységet igényel" /Cséka, 1968. 11.o./.

A jogi bizonyitás elveit és módszereit legjellemzőbb vonásaiban a büntető eljárási jog tudománya dolgozta ki. Ezek - több-kevesebb sajátossággal - felismerhetők a jogalkalmazás egyéb területein is /polgári eljárás, államigazgatási eljárás stb./. A bizonyitás elmélete két fő területre oszlik: a bizonyitás általános tanára, és az egyes bizonyitékok tanára. A következőkben a bizonyitás általános tanával foglalkozunk részletesen, de az egyes bizonyitékok tanának néhány lényeges vonását is megemlitjük.

Bizonyitásról beszélünk a mindennapi tevékenységünk során, a tudományban, a jogban, ha "szükséges, hogy valamely tény, állitás, jelenség valóságnak megfelelő voltát kimutassuk... A bizonyitás tehát az emberi megismerésnek nélkülözhetetlen általános módszere". /Móra, 1960. 662.o./ A bizonyitás fogalmának részletesebb és speciálisabb jogi kifejtését találjuk Gödöny Józsefnél: "A bizonyitás nem csupán logikai müvelet, hanem ennél több, tartalma gazdagabb; magában foglalja - azok bonyolult kölcsönhatásában - mind a megismerés érzéki és racionális mozzanatait, mind a gyakorlati tevékenység, a gyakorlat mozzanatait, továbbá a különböző nyomozási és birósági cselekmények elvégzését." /Gödöny, 1962, 4-5.o./

József Attila Tudományegyetem Központi Könyvtára SZEGED

A jogi bizonyitás a jogilag jelentős tények segitségével következtetés utján mutatja ki a bizonyitandó állitás igaz vagy hamis voltát. A büntető bizonyitásnak a büntetőjog és a büntető eljárásjog szempontjából jelentős tények a tárgyai; az ilyen fajta bizonyitást a logikában ténymegállapitási, vagy röviden ténybizonyitásnak nevezik. A bizonyitási eljárás, melynek során felszinre kerülnek a döntés szempontjából lényeges tények, szükséges feltétele a jogalkalmazásnak. "A bizonyitás a büntető eljárásban azoknak az eljárási cselekményeknek és jogviszonyoknak az összessége, amelyek arra irányulnak, hogy az ügydöntő hatóság a büntetőügy eldöntéséhez szükséges tényeket következtetés utján az objektiv valóságnak megfelelően megállapitsa." /Móra, 1960. 663.o./
A bizonyitás eredménye meggyőződés, melyet a fogalom egyik lényeges specifikumának tartanak. "A bizonyitás fogalma sulyponti elemének a meggyőződést véli, tehát azt a tudati és akarati állapotot, amely szerint a biróság ingadozásmentesen, aggálymentesen biztosnak, a külső világgal megegyezőnek tartja tudatának tartalmát." /Kocsis, 1954, 76.o./

A jogban a bizonyitási folyamat következő főbb részeit szokásos megkülönböztetni: a bizonyitékok felkutatása, beszerzése, biztositása, megvizsgálása, értékelése.
A bizonyitást megelőzi a bizonyitás inditványozása az eljárás alanyai részére, majd a bizonyitás elrendelése a hatóság részére. Ezek után lezajlik a bizonyitás folyamata, azaz a bizonyitás foganatositása /kihallgatások, szemlék stb./ majd a bizonyitás eredményének - a bizonyitékok valóságának vagy valótlanságának, pontosabban: hitelt érdemlőségének, értékének a megállapitása.

A bizonyitás célja az objektiv igazság felkutatása, megállapitása. A büntető eljárásról szóló 1973. évi I. törvény 5.§-a ezt a következőképpen fogalmazza meg:
"A hatóságok feladata, hogy az eljárás minden szakaszában a tényállást alaposan és hiánytalanul tisztázzák, a valóságnak megfelelően állapitsák meg, a terhelő és mentő, valamint a büntetőjogi felelősséget sulyosbitó és enyhitő körülményeket egyaránt figyelembe vegyék."
Amennyiben bizonyos esetekben a valóság feltárása nem lehetséges maradéktalanul /késedelem, hiba, stb. miatt/, az eljárást meg kell szüntetni, felmentő itéletet kell hozni. Ha az igazságot csak részben sikerült feltárni, vagyis ha csak valószinüséghez jutunk - valószinüség az eljárás folyamán ugyan még lehetséges -, nem lehet a terhelt bünösségét megállapitó határozatot hozni.

A bizonyitás a nyomozás és a birósági tárgyalás során folyik le, ezért a nyomozásra és a tárgyalásra vonatkozó előirások érintik a bizonyitási tevékenységet is. Az officialitás elve azt jelenti, hogy a bizonyitás hatósági feladat; az eljárás résztvevői a bizonyitásban közreműködnek. A bizonyitás szabadságának megfelelően "a büntető eljárásban szabadon felhasználható minden olyan bizonyitási eszköz és bizonyiték, amely a tényállás megállapitására alkalmas lehet." /Magyar büntető eljárási jog. 1977. Egységes jegyzet. 221.o./
Ez vonatkozik a bizonyitás eszközeire és a bizonyitékokra is. /A szabad bizonyitás elvének első megfogalmazása az 1791.évi francia forradalmi törvényhozás-ban található./

A biróság a bizonyitás eredményéről belső, szabad meg-

győződése szerint dönt. Ez nem szubjektiv tudattartalmat, hanem objektiv kategóriát jelöl.

A bizonyitás tárgya a bizonyitandó, az ügy szempontjából releváns tény; azaz a bizonyitás tárgyának meghatározása arra a kérdésre ad választ, hogy mit kell bizonyitani."Bünügyekben a bizonyitás tárgya ... azoknak a tényeknek összessége, amelyeket minden bünügyben annak helyes, az objektiv igazságnak megfelelő eldöntése érdekében kötelezően meg kell állapitani, be kell bizonyitani." /Gödöny, 1968. 64.o./

A bizonyitás tárgyát alapvetően a büntetőjog határozza meg, de szerepe van a büntető eljárási jognak, a büntető jogpolitikának és a szocialista törvényességnek is.
A bizonyitás tárgya lehet "külső" fizikai /materiális/, vagy "belső" pszichikai /tudati/ tény. Mindezek a bizonyitás szempontjából fontos, lényeges - ugynevezett releváns tények.
A bizonyitás tárgya tehát tény, jogot nem kell bizonyitani.
Egyes tények bizonyitása szükségtelen /pl. a hivatalosan ismert, köztudomásu tények/ mások bizonyitása - melyeket a tételes törvény tilt /pl. titoktartás alá eső tények/ - tilos." Ki van zárva a bizonyitásból mindaz, amire nézve kétségtelen, hogy lehetetlenség." /Móra, 1960. 667.o./

A bizonyitás eszközei azok a személyek vagy dolgok, akik, amelyek lehetővé teszik az érzéki észlelést és/vagy a logikai következtetést a ténymegállapitó szerv számára.
A bizonyitási eszközökre különböző korlátozások vannak érvényben.

"A bizonyiték ... olyan tény, amely alkalmas az ügy helyes eldöntése szempontjából jelentős tény megállapitására

/releváns bizonyiték/ ... amelyeket a törvény által megengedett forrásokból és az eljárásjogi előirásoknak megfelelően szereztek meg." /Gödöny, 1968. 136.o./

A bizonyiték a bizonyitási eszközökből származó tény. Osztályozásuk egyik szempontja: közvetlenek vagy közvetettek. Ha a bizonyiték egyenes következtetést enged a bizonyitandó tényre, akkor közvetlen, ha azonban csak más tény közbeiktatásával alkalmas a bizonyitandó tényre való következtetésre, akkor közvetett.

Másik szempont a bizonyitékok keletkezése: lehetnek eredetiek, illetve származékosak. Végül a bizonyitékok lehetnek terhelő vagy mentő bizonyitékok.

A hatóságoknak, végső soron a biróságnak a tényállás megállapitásához a bizonyitékokat -észlelésük után - mérlegelnie kell. Szükséges a mérlegelést az egyes konkrét bizonyitékok esetében elvégezni, de elengedhetetlen az összességükre vonatkozóan is. A bizonyitás eredményének lemérése érzékelést, észlelést, mérlegelést, értékelést jelent. A biróság minden bizonyitékot meggyőződése szerint birál el.

A tárgyi bizonyitékok az objektiv valóság olyan dolgai, tárgyai, melyek elkülönithetők, viszonylag állandók, vagy eredeti állapotukban megőrizhetők, vagy hiteles másolat rögzithető róluk. A tárgyi bizonyitékok mérlegelésénél figyelembe kell venni, hogy lehet bizonyitékot koholni, meghamisitani, szándékosan félrevezetőeket létrehozni.

A tanuvallomások az objektiv és szubjektiv sajátosságaik figyelembevételével lehetnek bizonyitékforrások. Bizonyitékként csak megfelelően ellenőrzött és értékelt tanuvallomás

használható fel. A tanuvallomások, mint bizonyiték-források mérlegelésénél figyelembe veendő: a jóhiszeműség, rosszhiszeműség, észlelési és érzékelési hiányosságok, valamilyen befolyásolás, stb. /pl. alkohol, fenyegetés/, emlékezés vagy egyéb más szubjektiv alkati tényezők.

A szakértői vélemény a "nyomozó hatóságok tagjai általános ismereteinek szintjét, az általánosan alkalmazott eljárásokat, módszereket" /Gödöny, 196?, 26.o./ meghaladó állásfoglalás. A szakértő egyszemélyben felelős, saját véleményét adja. A szakértő véleménye is szabad mérlegelés tárgya, ugyanugy ellenőrizendő és értékelendő, mint a tanuvallomások. A terhelt élhet az eljárási jog számára biztositott jogaival. Vallomását, akár beismerő, akár nem, a már összegyüjtött bizonyitékokkal együtt kell ellenőrizni és értékelni.

Előre egyetlen bizonyitékot sem lehet elvetni vagy elfogadni, ugyanis igy ellentétbe kerülnénk a szabad bizonyitás elvével. Elengedhetetlen a bizonyitékok összességét megvizsgálni, hogy mennyiben összeegyeztethetőek, vagy mennyiben ellentmondásosak. A biróságnak a határozatában ismertetnie kell az általa megállapitott tényeket, és a döntés meghozatalának okait. A bizonyitékokra a szabad mérlegelés elve érvényes, mely a bizonyitó eszközök bizonyitó erejének szabad mérlegelését jelenti. Ennek bizonyos sajátosságai vannak a nyomozószerv, az ügyész, és a biróság számára.

A nyomozás a büntetőeljárás előkészitő szakasza. Feladata a birósági eljárás lehetőségének megteremtése, azaz a releváns, illetve irreleváns bizonyitékok szétválasztása, majd a releváns oldal megfelelő feltárása. A bizonyitás célja

az objektiv igazság felkutatása. A bizonyitás, mint megismerési folyamat a jogban nem bontható érzéki /nyomozás/ és logikai /birói eljárás/ szakaszokra, részekre. E két oldal egy egységes folyamat egymást feltételező oldalai.
A nyomozásban lefolytatott bizonyitás során feltárt tények a biróság számára jogilag nem kötelezők, mert a biróság a bizonyitás eredményéről önállóan dönt. A bünösség megállapitása vagy meg nem állapitása /csupán/ jogkövetkezménye a bizonyitás eredményének.

A bizonyitás tárgya a bizonyitás folyamán általában felismerhető vagy már a nyomozás kezdetén, vagy annak lefolytatása közben, de legkésőbb a nyomozás végén; igy az egyes tények tárgyra tartozása eldönthető, az irreleváns tények kiszürhetők.
A nyomozás főleg bizonyitékok gyüjtése, a releváns tényeket tartalmazó források felkutatása az eljárásjogi formák betartásával. Ez utóbbi azonban nem feltétlen követelmény: a pillanatnyi taktika háttérbe szorithatja a törvényességet; bizonyos gyakorlati eljárásokat még nem szabályoz az eljárási jog. Ezek egy része - ha nem sérti a törvényességet - felhasználható az eljárásjogban, más része nem. A bizonyitás eredményességét elősegitheti a tervezés. A bizonyitékok lépésről lépésre történő értékelése szükséges követelménye az igazság megállapitásának.

A szocialista eljárási jog, és általában más jogrendszerek is tartalmaznak speciális szabályokat, amelyek a bizonyitás törvényességét vannak hivatva biztositani, ugyanis az igazság felderitése során nem hághatjuk át a társadalom önvédelmi sza-

bályait. Az eljárásjogi normák teszik lehetővé az ellenőrzést, a törvényes kontrollt, mig a bizonyitás bizonyos korlátozásai, keretei az ember elemi szabadságjogainak, a humánus lét alapjainak biztositását szolgálják.

1.5. AZ OBJEKTIV BIZONYITÁS FOGALMA

Mint láttuk, a különböző diszciplinák bizonyitáselméletének különbözők a kérdésfeltevései, és ebből következően a főbb problémái is. Legátfogóbban - a feladatának megfelelően - a filozófia tárgyalja, a filozófián belül a legkevésbé specifikusak a kérdések. Ha más tudományok módszereit is figyelembevesszük azt mondhatjuk, hogy a bizonyitáselméletek alapkérdései az induktiv és a deduktiv bizonyitási formával, a tapasztalat /gyakorlat/ bizonyitó erejével, valamint ezek egymáshoz való viszonyával kapcsolatosak. Kicsit részletesebben megfogalmazva, azt mondhatjuk, hogy az induktiv bizonyitási formánál az általánositás, a deduktiv bizonyitási formánál az alapok megalapozottsága, a tapasztalat esetében pedig az érzékelés, a tapasztalat megbizhatósága az a terület, melyre végül is a bizonyitás elmélete felépül. Amennyiben általános bizonyitás-fogalmat szeretnénk definiálni, a definiciónak fel kell ölelni az előbb emlitett területeket.

A filozófiai, a matematikai, a jogi bizonyitáselméleten kivül még meg lehetne vizsgálni más tudományokban alkalmazott bizonyitási módszereket és azok elméleti alapjait, mielőtt egy nem tudomány-specifikus bizonyitás fogalmat definiálnánk. Ehelyett most a fent emlitett diszciplinák bizonyitási eljárá-

József Attila Tudományegyetem Központi Könyvtára SZEGED

sainak és bizonyitáselméleteinek elemzésével próbáljuk a bizonyitás általános fogalmát definiálni.

Jelöljük ezt a bizonyitás fogalmat az objektiv bizonyitás kifejezéssel. /Az objektiv kategóriát nem általánosan, a marxista filozófiában megszokott értelemben használjuk, azaz nem a valóság - jelen esetben a bizonyitás - tudattól való függetlenségére utalunk. Nem is a legszükebb értelemben, a tárgyakra vonatkozóan használjuk./ Az általános, nem tudomány-specifikus bizonyitásnak olyan értelemben tulajdonitunk objektivitást - tehát a következőkben ilyen értelemben használjuk az objektiv fogalmat -, hogy általában az egyén tudattartalmától nem függ, viszonylag rövid idő alatt az egyén befolyásolni azt nem tudja, a társadalmi össz-tudásban létezik, jelen van, a társadalmi tudás viszonylagos tehetetlensége miatt - aránylag tartósan, kisebb-nagyobb csoportok elfogadják és alkalmazzák, használják, mások számára hozzáférhető és elsajátitható.

A bizonyitás, mint emberi tevékenység a megismerési folyamat része, a valóság elsajátitási folyamatának lényegi mozzanata. A bizonyitás során uj ismeretekhez, információkhoz juthatunk /pl. az induktiv bizonyitási forma során, vagy a tapasztalat segitségével történő bizonyitás esetében/. A bizonyitás célja azonban nemcsak uj ismeretek megszerzése, hanem annál lényegesen több. A bizonyitás során az ismereteket - melyek lehetnek régebbiek, lehetnek ujak - alávetjük bizonyos eljárásoknak, megvizsgáljuk adott módszerek segitségével, hogy megfelelnek-e adott kritériumoknak, beilleszthetők-e bizonyos kapcsolatláncokba. Próbáljuk meg a folyamatot szem-

léltetni.

Kant szerint a tudás egy folyton táguló gömb, mely a felülete mentén érintkezik a nemtudással. A nemtudás tengerében meglátunk egy szigetet - ez lesz a hipotézis. Ezt akarjuk összekapcsolni - beintegrálni tudásunkba. Ha az elfogadott módszerekkel meglevő tudásunkból hidat tudunk épiteni, ahol a módszerek az érzékeléstől a szenzomotoros, motoros cselekvésen keresztül a helyes gondolkodást is magukban foglalják, amelynél az épitkezés elemei a tudásunk és a tárgyi valóság elemei - a hipotézis is részévé válik tudásunknak. Egyszerre több pontról is elindulhatunk, a hid tudásunk több szilárd pontjára támaszkodik, de nem biztos, hogy mindegyik célba ér. Végül, általában a legrövidebb uton fogunk közlekedni.

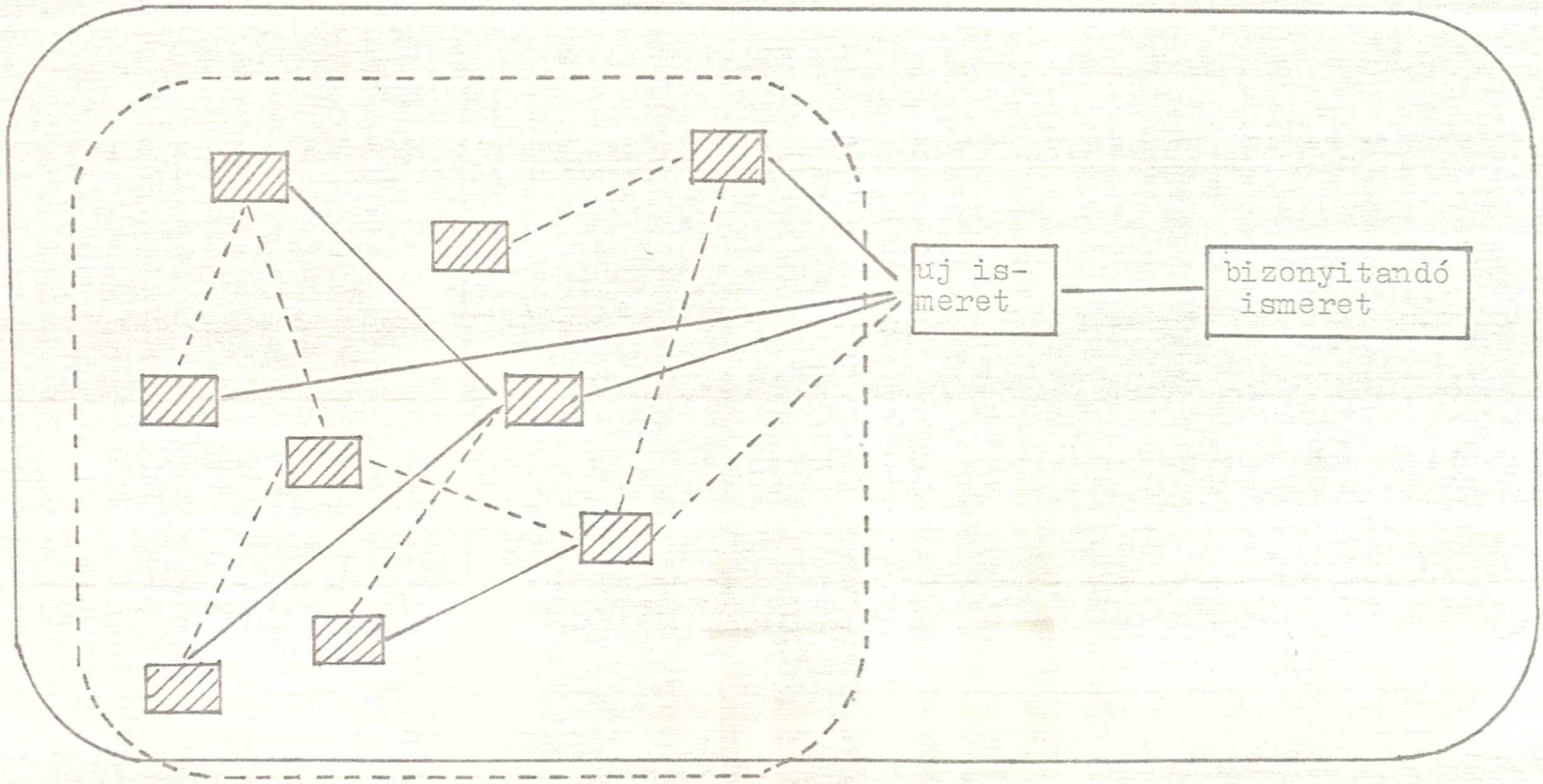
Amennyiben az uj ismeretek megfelelnek az előirt eljárásoknak, kritériumoknak, annyiban előhivható és alkalmazható tudássá válnak. Uj kapcsolatok alakulnak ki, tudatosulnak a tudás elemei között, melyek reprodukálhatók és elsajátithatók. A tudás elemei és viszonyai átstrukturálódnak.

A kritériumok és a módszerek a társadalmi fejlődés során alakultak ki, fejlődtek. Amelyek alkalmazásukkor mindannyiszor beváltak, igazolódtak, azokat objektivnek tekintjük. Tulajdonképpen egy evolució fejlődés eredményei a jelenleg "objektivált" kritériumok és módszerek. Ez az evolució tekintendő a bizonyitási módszerek bizonyitásának.

Ha a megismerési folyamat magában foglal módszertani leirásokat is, melyek lehetővé teszik a bizonyitás folyamatának reprodukálását, akkor nevezzük bizonyitásnak. Eszerint a bizonyitás tartalmaz bizonyos szubjektiv tényezőt, nevezetesen

"Régi" /bizonyitott ismeretek(▨), összefüggések(---)/ tudás-struktura

Uj tudás-struktura (——)



1. ábra

azt, hogy a bizonyitás folyamatában a tevékenység elsősorban nem az ismeretekhez való eljutást célozza, hanem azt, hogy hogyan, milyen uton-módon lehet azokhoz eljutni. "Az igazsághoz hozzátartozik nem csak az eredmény, hanem az ut is." /Marx-Engels Művei IV., 1959. 137.o./

Az eddigiek összegzéseként megállapithatjuk, hogy az objektiv bizonyitás az olyan megismerési tevékenység, mely arra irányul, hogy objektivált módszerekkel/eljárásokkal megvizsgáljuk az adott tények/ismeretek/információk objektivált kritériumoknak való megfelelését. A bizonyitás a valóságból kiinduló, oda visszatérő érzékelést, gyakorlati és gondolati tevékenységet magában foglaló komplex reprodukálható folyamat. Meg kell még emlitenünk a nagyfoku szigoruságot, az elfogadott módszerek pontos definiálását, rögzitését. Megjegyzendő még az is, hogy a tudományokban csak néhány jól meghatározott formát neveznek bizonyitásnak, figyelmen kivül hagyva azokat az eseteket, amelyek implicit módon tartalmazzák a bizonyitás mozzanatait.

Vizsgáljuk meg ezen komplex bizonyitási folyamat strukturáját, és funkcióját. /Ezek a szempontok bármely tudományos igénnyel megalkotott modell leirásának tudományelméleti, rendszerelméleti kritériumai, l. Wartofsky, 1977./ A strukturát két szinten fogjuk tanulmányozni. Az egyik szint egy általános szerkezet, modell leirása, mig a másik egy mélyebb, analitikus elemzés, amely lehetőséget ad arra is, hogy a későbbiekben definiálandó bizonyitási képességet elhelyezzük a müveleti képességek rendszerében. /l.: Nagy, 1980./

Kezdjük a szerkezeti modell leirásával.

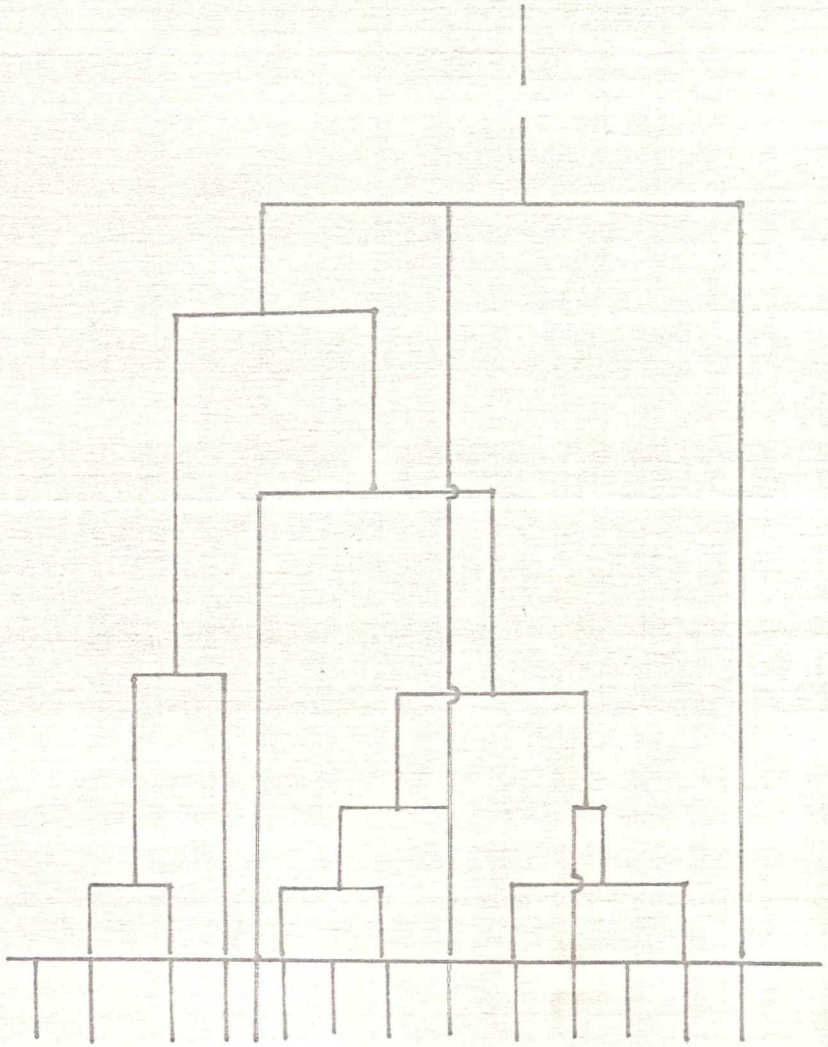
A bizonyitás olyan célirányos tevékenység, melynek során egy kijelentés igazságtartalmát akarjuk meghatározni, eldönteni, egy állitás igazságáról akarunk meggyőződni. Ezt az állitást, kijelentést hipotézisnek nevezzük, mely a görög ὑπόθεσις - hipotézis - feltevésből adódik. A hipotézis a struktura egyik része.

A hipotézis mindig egy állitás. Legegyszerübb esetben egyetlen elemi itélet, mig bonyolultabb esetekben elemi itéletekből logikai müveletekkel kifejezhető. A hipotézis megalkotásának végső alapja a megismert "valóság", vagy annak egy extrapolációja.

A hipotézis implicit meghatározza a struktura másik részét, a hipotézist potenciálisan bizonyitó módszerek, eljárások egy skáláját. Legegyszerübb esetben ez a módszer, eljárás egy érzékelési aktus, egy szenzomotoros cselekvés, egy elemi manipulativ tevékenység és a rá vonatkozó itélet megfogalmazása, ezekkel végzett logikai müvelet, mig általánosan ezek ismétléses variációi, véges hosszuságu algoritmizálható folyamatok.

Ezek a folyamatok aktuális tudásunk elemei között, valamint aktuális tudásunk elemei és a "valóság" tárgyai, jelenségei között teremtenek kapcsolatot. E két halmaz - aktuális tudásunk és a tárgyak, jelenségek - egyesitése adja a struktura harmadik részét. /Tulajdonképpen a "valóság és annak tudati tükröződése."/

A teljes struktura vázlatát a 2. ábrán szemléltetjük.



hipotézis

/egyszerü vagy összetett
kijelentés/

módszerek

/érzékelés
motoros beavatkozások
itéletek megalkotása
müveletek itéletekkel
elvek
stb./

feltételek

/az "objektiv valóság
és tudásunk elemei/

2. ábra

A bizonyitás strukturájának mélyebb elemzése és a bizonyitás funkciójának vizsgálata során már a bizonyitás szubjektiv oldala kerül előtérbe: egyrészt a szubjektum viszonya az objektivált bizonyitáshoz, annak elsajátitása, interiorizációja, az igy létrejövő, kialakult szubjektiv bizonyitás, másrészt a szubjektiv bizonyitás folyamata, mint a személyiség képességeinek rendszere.
Ezeknek a kérdéseknek az elemzésére a második részben kerül sor.

2. A BIZONYITÁSI KÉPESSÉG

2.1. A BIZONYITÁSI KÉPESSÉG A PSZICHOLÓGIAI IRODALOMBAN

A bizonyitási képesség, a bizonyitási müveletek vizsgálata elsődlegesen a pszichológia feladata.
Közvetlenül a bizonyitási képességgel, a bizonyitási müveletekkel, általánosan a bizonyitással, annak pszichikus tényezőivel, a bizonyitással, mint speciális emberi tevékenységgel azonban a pszichológián belül viszonylag keveset foglalkoztak. Többnyire csak a matematikatanulás, a problémamegoldó gondolkodás pszichológiája érinti a bizonyitás néhány pszichológiai problémáját. A következőkben az erre vonatkozó eredményeket, a bizonyitás pszichológiai kérdéseit közelebbről érintő koncepciókat fogjuk áttekinteni.

A gondolkodás-lélektan tekintélyes mennyiségü irodalmából itt csak az alapvető, legjelentősebb eredmények ismertetésére szoritkozunk.

A szovjet pszichológiai iskola /Rubinstein, Leontyev, Galperin/ fontos szerepet tulajdonit a gondolkodás vizsgálatának. A gondolkodást feladat, általában probléma-szituáció megoldásán keresztül vizsgálják.

Rubinstein a gondolkodást a munkatevékenység során kialakuló, eleinte gyakorlati müveletnek tekinti, amely a fejlődés során különül el, mint viszonylag önálló elméleti tevékenység. Az absztrakt gondolkodás elválaszthatatlan az érzéki-szemléletes alaptól, helyességének alapja, és végső kritériuma a gyakorlat.

A gondolkodási folyamat bizonyos feltételekkel összefüggő célra, szükségletek kielégitésére - problémahelyzetek megoldására - irányul. A problémamegoldásnak három fő szakasza, vagy fázisa a problémahelyzet tudatosulása, annak megoldása, és végül a megoldás rögzitése. Az első fázis az ismeretekből, a feltételekből kiindulva a cselekvés sikján is létrejöhet. A második fázisban a körvonalazott megoldás hipotézisként tudatosul. "A körvonalazott megoldásnak hipotézisként, vagyis feltételezésként történő tudatosulása felveti ellenőrzésének szükségességét. ...Minél gazdagabb a gyakorlat, minél szélesebb körü a tapasztalat és szervezettebb az ismeretek rendszere, ... a gondolat annál több ellenőrző fórummal, támponttal rendelkezik hipotéziseinek ellenőrzésére és birálatára... A kritikus ész hipotézise kapcsán gondosan mérlegeli az összes pro és kontra érveket, és sokoldalu ellenőrzésnek veti őket alá" /Rubinstein, 1967. II. 550.o./. A második fázis esetében előfordulhat, hogy a probléma "megoldásához az összes adatok benne foglaltatnak magának a problémahelyzetnek a szemléleti tartalmában" /Rubinstein, 1967. II. 548.o./. Az ellenőrzés megtörténte után a gondolkodási folyamat - az adott kereteken belül - eljut a befejező szakaszához, az adott probléma megoldása egy "végleges" itéletben fogalmazódik meg.

A gondolkodási folyamat fázisainak során egyre közelebb jutunk a megoldáshoz, a gondolkodásunk tárgyáról ismereteink egyre adekvátabbá válnak. A megismerésnek ezt az utját a kölcsönösen összefüggő gondolkodási müveletek alkalmazásával járhatjuk végig.

Rubinstein szerint öt gondolkodási müvelet létezik: osztályozás, analizis, szintézis, absztrakció, általánositás, majd az osztályozást kihagyva számukat négyre redukálta.

Az osztályozás müvelete az azonosság és a különbözőség kezdeti, külső viszonyként való jelentkezése után mélyebb, belső összefüggések feltárásával osztályok létrehozását teszi lehetővé.

Az analizis a tárgy, jelenség gondolati elemzését, részleteinek, lényeges jegyeinek kiemelését jelenti.

A szintézis az analizált probléma lényeges elemeit ujszerüen integrálja, feltárja a lényeges összefüggéseket.

Az absztrahálás során valamely szempontból fontos mozzanatot, tulajdonságok valamely oldalát emeljük ki, elkülönitjük, a többitől elvonatkoztatva.

Az általánositás az egyediekben szükségszerüen ismétlődő mozzanatokon keresztül a lényeges, a szükségszerü összefüggések feltárását jelenti. Az általánositás összehasonlitás utján is végbemehet, amely kiemelést jelent a jelenségek sorából.

Valamennyi gondolkodási müvelet a cselekvés sikján jelenik meg, "cselekvésbeli fogalom", "cselekvésbeli itélet" formájában, de végső alakjukban, főleg az absztrahálás és az általánositás segitségével a fogalmak, az itéletek és a következtetések felhasználásával jutunk előbbre - gondolati sikon -

a megismerés folyamatában.

Leontyev a problémamegoldó gondolkodás kisérleti vizsgálata során a gondolkodási folyamatot két szakaszra osztja fel. Az első közvetlenül a feladat feltételeiből fakadó elv, a megoldási terv megtalálása, a második az elv alkalmazása, mely Leontyev terminológiájával - az "ellenőrzés szakasza". Kisérletei alapján ugy látta, hogy a fő probléma a megoldási terv megtalálása, ezért a második szakasz vizsgálata háttérbe szorult.

Galperin az "értelmi cselekvés" öt megnyilvánulási szintjét vizsgálta: a feladat fogalmának előzetes megfogalmazása, a cselekvés megszervezése konkrét tárgyakkal, a cselekvés megszervezése a hangos beszéd sikján, a cselekvés átvitele értelmi sikra, az értelmi cselekvés végérvényes kialakulása.

Kelemen /1981/ is a probléma, illetve a feladatmegoldás keretén belül foglalkozik a gondolkodási müveletekkel. Rubinsteinre hivatkozva a szintézis utján történő analizist, mint a gondolkodási müveletek uj ismeretek, uj összefüggések feltárására irányuló tevékenység jelentőségét hangsulyozza. Megemliti a feladatmegoldások általa hiányosnak tartott asszociációk- és logikai müveletekre épülő elméletét.

A feladatmegoldások menetét vizsgálandó, három alapvető koncepcióról ir. Claparède /1931/ a problémamegoldás három fázisát különbözteti meg: a kérdés, a hipotézisalkotás, a hipotézis ellenőrzése. Dewey /1909/ öt szakaszt állapit meg: dilemma, a probléma meghatározása, hipotézisalkotás, a hipotézis kipróbálása, igazolás. Pólya /1957/ szerint a feladat-

József Attila Tudományegyetem Könyvtár SZEGED

megoldás négy szakaszból áll: a feladat megértése, a megoldási terv készitése, a terv végrehajtása, a megoldás vizsgálata.

Összegzésül Kelemen megállapitja, hogy ezek a gondolkodási szakaszok nem érvényesülnek szigoruan egymás után, hanem csak különösnösen egymásba fonódva léteznek.

Lénárd /1971/ a gondolkodási folyamat Wallas /1926/ által történő felosztás utolsó szakaszáról /előkészités vagy preparáció, lappangás vagy inkubáció, megvilágosodás vagy illumináció, igazolás vagy verifikáció/ azt irja, hogy "a problémák megoldási menetének nem befejező aktusa, hanem állandó kisérője" /Lénárd, 1971. 200.o./.
Ő maga a problémamegoldási folyamatot a gondolkodási "lépések" kettős funkciójának következtében két szinten vizsgálja.
A problémamegoldás egésze határozza meg az egyik funkciót, az ugynevezett "gondolkodási fázisokat", melyek összessége a gondolkodási folyamat makrostrukturáját adja. A problémamegoldás folyamatának kisebb egységei, két-három "gondolkodási lépés" a másik funkciót, az ugynevezett "gondolkodási müveleteket" határozza meg, melyek összessége a mikrostrukturát alkotja.

Csupán kisérletek alapján, a "mesterséges értelmezést vagy a jelenségek erőszakolt magyarázatát" /Lénárd, 1971. 204.o./ elkerülve kilenc fázist állapit meg, melyekbe "a problémamegoldási folyamat valamennyi megnyilvánulását be lehet sorolni" /u.o./. Ezek a következők: ténymegállapitás, a probléma módositása, megoldási javaslat, kritika, mellékes mozzanatok emlitése, csodálkozás-tetszés, bosszankodás, kételkedés, a munka feladása /l.: Lénárd, 1971. 200-232.o./.

A gondolkodási folyamat mikrostrukturáját a következő

gondolkodási műveletek alkotják: analizis, szintézis, elvonás /absztrahálás/, összehasonlítás, elvont adatok összehasonlítása, összefüggések felfogása, kiegészítés, konkretizálás, általánosítás, rendezés, analógia.

Az analizis az egész részekre bontását jelenti, melynek eredményeként a részek külön-külön egységeket alkotnak.

A szintézis a részek összekapcsolása, az analizis ellentétes művelete.

Az elvonás az egész nem önálló részeinek, sajátságainak kiemelése. Az összehasonlítás azonosságot vagy különbözőséget tár fel.

Az elvont adatok összehasonlítása az elvonás, az összehasonlítás és a szintézis egysége.

Az összefüggések felfogása kapcsolatok, relációk megnevezését foglalja magában.

Kiegészítés során egy adott tárgyhoz, jelenséghez egy reláció felhasználásával a reláció által hozzárendelt tárgyat, jelenséget keressük vagy határozzuk meg.

Általánosítás vagy generálás /a kiegészítés egyik alesete/ segítségével megadott konkrét adathoz tartozó fölérendelt adatot találhatjuk meg.

A konkretizálás műveletével /a kiegészítés egy másik alesete/ egy általános adathoz egy alárendelt adatot keresünk.

A rendezés, mely magában foglal csoportosítást, rendszerezést, osztályozást valamely elv alapján dolgok, jelenségek összességéből kiválaszt bizonyosakat.

Az analógia az összefüggések felfogásának és a kiegészítésnek együttes alkalmazása.

A Lénárd által elemzett gondolkodási müveletek ezen szük ismertetéséből is látszik, hogy a fenti felsorolás nem alkotja a gondolkodási müveletek egy osztályozását, mert ha magában is foglalja az összes gondolkodási müveletet, közöttük többszörös átfedés tapasztalható.

Lénárd megemliti még Jeszipov /1950/ által talált tizennégy féle gondolkodási müveletet, melyek között szerepelnek az induktiv és deduktiv következtetések, valamint a bizonyitás is, továbbá a nyugati pedagógiai pszichológiai munkák között talált egyetlen, a gondolkodási müveletekkel részletesebben foglalkozó M.Symonds /1936/ munkáját.

De Groot /1956/ sakkjátékosok gondolkodásának kisérleti vizsgálatával a gondolkodási folyamatot négy részre osztotta: tájékozódás, felderités, irányitott vizsgálat, bizonyitás.

Pólya György /1979/ könyve előszavában megemliti, hogy "... többnyire matematikai problémákkal foglalkozom. Ritkán emlitek nem matematikai problémákat, ám ezek mindig ott vannak a háttérben" /Pólya, 1979. 11.o./. Eszerint vizsgálódásai matematikai jellegü problémák megoldására irányulnak, mégis módszere, utmutatásai, tanácsai sokkal általánosabbak: egy "... heurisztikus okoskodás, ... amely nem végleges és szigoru, hanem csak átmeneti és plauzibilis" elsajátitásához mutatja meg az utat konkrét feladatok megoldásain keresztül.
A problémákat, a megoldandó feladatokat két csoportba osztja: vannak meghatározó és vannak bizonyitó problémák. Az előbbi célja a feladat ismeretlenjének /megszerkesztése, előállitása, azonositása/ meghatározása, az utóbbié egy állitás helyességé-

nek vagy hamis voltának kimutatása logikai következtetések utján. A meghatározó feladat fő részei az ismeretlen, az adatok és a kikötések, a bizonyitó feladaté a feltevés/feltevések és a konkluzió.

Pólya általános megoldási javaslata négy részből áll: a feladat megértése, megoldási terv készitése, a terv végrehajtása, a megoldás vizsgálata. Az utolsó szakasz elemzése során Pólya rámutat, hogy a megoldás, a megoldáshoz vezető ut vizsgálata, elemzése megszilárditja tudásunkat. Növeli bizonyosságunkat, ha nem csak egy uton juthatunk el a feladat megoldásához, hanem esetleg több bizonyitási módot is találunk, rövidebb és szemléletesebb megoldási lehetőségeket tárunk fel. Akár a bizonyitás módszerének, akár a bizonyitott eredményeknek más feladatokban való alkalmazása az ismereteink, a tudásunk széleskörü felhasználásának lehetőségeit növeli.

A matematikai bizonyitásokkal foglalkozó pszichológiai irodalomból Kenneth Lovell /1970/ munkáját elemezzük részletesebben, aki főleg Piaget és Reynolds /1967/ munkásságának eredményeire támaszkodik.

Reprezentativ kisérlete a matematikai bizonyitás és a matematikai bizonyitás fogalma fejlődésének a tanulmányozását teszi lehetővé. Piaget koncepcióját, mely általánosan az értelmi müveletek kialakulására, fejlődésére vonatkozik, Reynolds elgondolásával egésziti ki, mely konkrétan a bizonyitási tevékenységre vonatkozik. E szerint a bizonyitás stratégiáját két folyamat kombinációja eredményezi: az egyik egy hipotézis felállitása a probléma megoldására, a másik pedig a hipotézis bizonyitása vagy cáfolata. Az első kevésbé igényli a logika tör-

vényeit, a logika törvényeinek az ismeretét, inkább a tudáselemek és a feladat adatainak ujszerü kombinációira van szükség. Ez a folyamat Lovell terminológiájával: "kisérlet a /tudás-elemeink közötti/ rések betömésére" /Lovell, 1970. 66.o./.

A hipotézis igazolásának öt - direkt bizonyitás, bizonyitás kontrapozició alkalmazásával, reductio ad absurdum, bizonyitás felsorolással /proof by enumeration/, bizonyitás létezéssel /proof by existence/ - cáfolatának pedig két módszerét - kontrapozicio, ellenpélda adás - vizsgálják. A tesztek összeállitásánál a bizonyitás következő szempontjait vették figyelembe: általánositás /generalisation/, szimbólumik, feltételek /assumption/, és a bizonyitás három módjának, a szóbeli bizonyitásnak /using the converse/, a reductio ad absurdum és a dedukció sajátságait.

Két feladatlap 21 illetve 11 kérdést tartalmazott, melyeket 1500-1500 középiskolás /grammar schools és technical schools/ töltött ki.

Az általánositás, mint bizonyitás során azt vizsgálták, hogy bizonyos ismétlődő szabályszerüségek milyen mértékben elegendőek általános itélet megfogalmazásához. /Az egyik feladat az ugynevezett Goldbach sejtés volt, egy másik pedig annak eldöntése, melyik kifejezés nagyobb: a 2^n vagy a 2n+1./

A szimbolumok használatával kapcsolatban azt próbálták felderiteni, hogy bizonyos szituációkban hogyan alkalmazzák, milyen mértékben értették meg az alkalmazás lehetőségeit a diákok.

A harmadik kérdéscsoport a feltételek megértésére vonatkozott. Végül az utolsó három feladatsor alapján a nyelvi kö-

vetkeztetéseket, mint verbális bizonyitási formát, matematikai feladat megoldásán keresztül a reductió ad absurdum módszerét, valamint a következtetési szabályok alkalmazását vizsgálják /részletesen l.: Lovell, 1970. 70-80.o./.

Lovell a kisérletet értékelve kiemeli, hogy az eredmények összhangban vannak a Piaget által feltárt értelmi fejlődés stádiumaival, a számszerü, százalékos értékelés pedig azt mutatja, hogy a feladatok megoldása 15-18 év között várható, vagyis a Piaget által III.A és III.B-vel jelölt formális müveletvégzés szintjén. A bizonyitás folyamatának értelmi müveletei ekkor tekinthetők kialakultnak.

A gondolkodási müveletek Piaget által feltárt müveleti strukturái állnak legközelebb az általunk vizsgált bizonyitási képesség müveleti strukturájához, sőt egyes esetekben strukturális és funkcionális megegyezés is megállapitható. "A kombinatorika kezdettől fogva bizonyító dedukcióvá válik" irja Piaget /1967. 119.o./ a III.B stádium gondolkodási müveleteit elemezve. Piaget a Bourbaki csoport koncepciójára támaszkodik, mely nézet szerint három általános struktura és ezek kombinációi adják az összes lehetséges, legkülönbözőbb területeken fellelhető strukturákat. Ezek algebrai /pl. csoport/, rendi /pl. háló/ és a tartalommal összefüggő topológiai strukturák. Az első két struktura közös a logikai és a matematikai müveleteknél, ezért felhasználhatók a gondolkodási müveletek strukturális elemzéséhez. A gondolkodás müveleteit három szinten vizsgálja: az első az érzékszervi-mozgásos értelem perióduса. A második, a konkrét müveletek szintjén az itéletek logikája alakul ki. A harmadik, a formális müvele-

tek stádiumában a formális logika müveleti sémái jönnek létre, majd ezek együttes müveleti strukturaként funkcionálnak.

A konkrét gondolkodás egyensulyi állapotát strukturális szempontból az inverzió /tagadás/ vagy a reciprocitás /ekvivalencia/ mint különálló, nem strukturálódó művelet jellemzi. Az itéleti müveletek, azaz a formális gondolkodás szintjén ezek egymással kölcsönös függésbe kerülnek, kiegészülnek a korrelativ müvelettel és a reciprok inverzének müveletével, majd az azonos átalakitást is figyelembe véve egy kommutativ csoportot alkotnak.

Piaget csak a konkrét és a formális gondolkodás vizsgálata során tér ki a bizonyitás problémájához. Az itéletek logikájának fejlődése során bemutatja, hogy az ellentmondások kiküszöbölésének, a tényezők szétválasztásában közrejátszó müveleteken, a kizárási müveleteken és a diszjunkció müveletein keresztül hogyan jut el a gondolkodás az összes, a 16 kétváltozós itéleti müvelethez. A 16 kétváltozós logikai művelet birtokában, és a teljes kombinációs rendszer müködése révén, lehetővé válik hipotézis - azaz olyan cselekvési stratégia, amely minden lehetőséget figyelembe vesz - kidolgozása, megfogalmazása, továbbá a lehetőségek kipróbálása, értékelése. "A formális gondolkodás ugyanis lényegénél fogva hipotetikus-deduktiv... Szigoruan levonja a következtetéseket olyan premisszákból, amelyeknek igazsága kezdetben csak hipotézisként fogadható el, és igy a lehetségestől függ, mielőtt a valóságot elérné" /Piaget, 1967. 236-237.o./.

Összegzésül megállapithatjuk, hogy általában a bizonyitást a gondolkodás folyamatának szükségszerü fázisaként keze-

lik, de nem különül el, mint önálló gondolkodási művelet. Hiányzik a gondolkodási műveletek egységes értelmezése, ebből következően teljes rendszerük is.

Nem alakult ki a bizonyításnak, mint speciális tevékenységnek a pszichológiai fogalma. Emiatt a pszichológiában /problémamegoldó gondolkodás/ vagy csak általánosságban beszélnek róla, vagy a bizonyítás matematikai fogalmát /a matematikatanulás pszichológiája/ kezelik pszichológiai fogalomként. Az első esetben az általánosság szintje nem nyujt lehetőséget a bizonyitási képesség vizsgálatához, a második esetben pedig a bizonyitás elveszti általános jellegét, matematikai bizonyitásokra korlátozódik.

A gondolkodás fejlődésére, a gondolkodási műveletekre, a gondolkodási műveletek strukturájára /makro és mikro struktura/ vonatkozó pozitiv eredmények azonban lehetőséget nyujtanak a bizonyitás, a bizonyitási képesség és a bizonyitási műveletek további vizsgálatához.

2.2. A SZUBJEKTIV BIZONYITÁS FOGALMA

Az objektiv bizonyitás fogalmának meghatározása azon speciális célt szolgálta, hogy e fogalomra támaszkodva egy olyan szubjektiv bizonyitás fogalmat - modellt - alkossunk, mely beilleszkedik a müveleti képességekről kidolgozott koncepcióba. A modell segitségével tanulmányozni kivánjuk a szubjektiv bizonyitás folyamatát, a bizonyitási képesség pszichikus rendszerét. Ennek érdekében meghatározzuk a bizonyitási képesség szabatos, egzakt mérését lehetővé tévő fogalmát, megvizsgáljuk a bizonyitási képesség pszichikus rendszerének strukturáját és funkcióját.

A képesség fogalmát azon értelmezés szerint használjuk, mely a képességet tanult pszichikus rendszernek tekinti. A müveleti képességek - melyek közül a bizonyitási képesség az egyik - kötött strukturáju, tárgyhoz és környezethez nem kötött képességek. /l.: Nagy, 1977, 1979; Csapó, 1979. 40-52.o./

Mint az előző részben emlitettük, a bizonyitási módszerek jelenlegi fejlettsége és bizonyitottsága, bizonyitása egy evoluciós fejlődés egyre inkább objektiválódott, objektiválódó eredménye. Amennyiben csak azt az objektivált produktumot sajátitanánk el, a szubjektiv bizonyitás az objektiv bizonyitás egyes részeinek belső leképezése lenne. Azonban az elsajá-

titás folyamatában nem csak a tudományok területéről meritünk, hanem sok más egyéb területről is. Igy a bizonyitási eljárások között megjelennek olyanok is, melyek majd nem fognak megfelelni a többszörös ellenőrzés során, melyek az evolucios fejlődés folyamatából kihullanak, mégis az egyén életében jelentős szerepet töltenek be. Éppen ezért szubjektiv bizonyitásnak nevezzük azt a tevékenységet, melynek során az egyén a saját maga vagy más számára valamilyen módon bebizonyitja valamely állitás igaz vagy hamis voltát, mégpedig ugy, hogy elhiszi azt, aszerint él és cselekszik. Másszóval a szubjektiv bizonyitás az a tevékenység, melynek eredményeként a szubjektum meggyőződéssel vallja, hogy számára a kérdéses dolog be van bizonyitva. Látható, hogy a szubjektiv bizonyitás nem rendelkezik szükségszerüen objektiv alappal.

A szubjektiv bizonyitás strukturája a második ábrához hasonlóan szemléltetheto, azzal a különbséggel, hogy jelen esetben a középső szint igen nagyfoku divergenciát mutat az érzékelés, a motoros, az elemi manipulativ tevékenység, a logikai müveletek, stb. terén, valamint a harmadik szint is személyenként más és más lehet.

Mindezen különbözőségektől eltekintve előfordulhat az is, hogy a szubjektum "elfogadja" ugyan az objektiv bizonyitás "objektivitását", azonban mégsem aszerint cselekszik, a bizonyitott állitás nem interiorizálódik, nem épül be tudásrendszerébe. Bizonyos foku ellentmondás alakulhat ki az egyén tudatában: a bizonyitottság ellentétbe kerül a személyiség korábbi tapasztalataival. Az, hogy a szubjektum mennyire "hisz" az objektiv bizonyitásban lényeges kérdés, hiszen a szubjektum

számára közvetlenül nem ellenőrizhető ismeretek elfogadása függ tőle. A szubjektiv bizonyitás folyamatának van egy lényeges "személyes" mozzanata is, mégpedig a bizonyitás folyamatához való személyes, egyéni beállitódás, viszony. /Ennek a problémakörnek a tanulmányozása a szociálpszichológia feladata, ezzel az érdekes és fontos problémával itt nem foglalkozhatunk./

2.3. A BIZONYITÁSI KÉPESSÉG TÁGABB ÉS SZÜKEBB ÉRTELMEZÉSE

A bizonyitási képességet, mint pszichikus rendszert célszerü két szinten vizsgálni, illetve célszerü a képességnek egy tágabb és egy szükebb értelmezését megadni. Ha ugyanis a fogalmat a bizonyitás köznyelvi értelmezéséből kiindulva a filozófiai, a matematikai és a jogi bizonyitáselmélet pozitiv eredményeinek - az objektiv bizonyitás fogalmát felhasználva -, valamint a képesség fentebb /70.o./ emlitett értelmezésének segitségével határozzuk meg, akkor meglehetősen általános, tág fogalomhoz jutunk, amely a további munkánkhoz nem lesz megfelelő. Ezért a bizonyitási képesség tágabb fogalma után főleg a bizonyitásra, a bizonyitás müveleteire vonatkozó pszichológiai kutatások eredményeire támaszkodva a további kutatás, a pedagógiai gyakorlat számára egy könnyebben leirható, hozzáférhető, empirikusan vizsgálható szükebb értelmezést is adunk.

A bizonyitási képesség tágabb fogalmába beleértjük mindazokat a pszichikus rendszereket, amelyek a legkülönbözőbb bizonyitási problémák megoldásánál müködnek, müködhetnek.

A tágabban vett bizonyitási képességnek mindenképpen kell, hogy legyenek olyan összetevői, amelyeket nem sorolunk a tudás pszichikus rendszerei közé. Ilyenek bizonyos meggyőződések, a "kételkedés" különböző formái, hit bizonyos elvekben, a racionalitás elfogadása, a bizonyitandó problémákkal kap-

csolatos beállitódások stb. Ezeket mindenképpen célszerü leválasztani a bizonyitás szükebb fogalmáról.

A bizonyitási képesség lényegének meghatározásánál figyelembe kell vennünk azokat az eltéréseket, amelyek az egyéni bizonyitások,vagyis a bizonyitási képesség müködése és a tudományos /objektiv/ bizonyitás között van. A tudományos bizonyitások két mozzanata a hipotézis felállitása és az igazolás. Az igazolás, vagyis a tulajdonképpeni bizonyitás lényege pedig az, hogy a hipotetikus állitásokat bizonyos, érvényesként elfogadott módszerekkel lépések sorozatán keresztül visszavezetjük más, igaznak elfogadott állitásokra. A bizonyitás elsődleges szerepe tehát kétséges, feltételezett állitások bizonyitása. A bizonyitásnak azonban van a tudományokban egy másik szerepe is: amikor az ismeretek átrendeződnek, egy-egy tudományág átstrukturálódik. Ilyenkor már bizonyitott hipotézisre ujabb bizonyitásokat adnak, ami az ismeretek többszörös átjárhatóságát, kapcsolatrendszerét adja. /Pl. a matematikában gyakori ujabb, "elegánsabb" bizonyitások felkutatása./

Ha most a bizonyitási képességnek a lényegét akarjuk megragadni, akkor nem szükithetjük le az értelmezést a néhány objektivált és külön névvel is megjelült bizonyitási forma elsajátitására, illetve az ezek elsajátitásaként kialakult pszichikus rendszerekre. Ezek ugyanis habituális szinten alig, talán egyáltalán nem alakulnak /alakulhatnak/ ki, megtanulásukhoz speciális iskolázottság kell. Ha tehát valamilyen müveleti képességünk kialakult, ennek segitségével valamilyen müveleteket végzünk bizonyitásaink során, ezeket valószinüleg tágabb körben kell keresnünk.

Bizonyitási képességnek, a bizonyitási képesség müveleteinek célszerü azokat a müveleteket tekinteni, amelyekkel tudásunk, ismereteink halmazának elemei között teremtünk kapcsolatot és/vagy ujakkal egészitjük ki. Ismereteket kapcsolunk össze más ismeretekkel, miközben megmutatjuk azt is, hogy milyen jellegü a kapcsolatuk. Vagyis egyben eldöntjük, hogy egymással összeegyeztethetők-e, vagy ellentmondanak egymásnak, egyik következménye-e a másiknak, egyik magában foglalja-e a másikat, és igy tovább. Bizonyitási képességen tehát legáltalánosabban az ismereteink közötti tartós kapcsolatok megteremtésének képességét érthetjük.

Figyelembe véve a bizonyitás fogalmának köznyelvi, filozófiai, matematikai és jogi értelmezését, valamint a képesség rendszer szemléletü fogalmát felhasználva a bizonyitási képesség tágabb fogalmát a következőképpen határozzuk meg: Tágabb értelemben a bizonyitási képesség azt az állandósult pszichikus rendszert jelöli, melynek müködése meghatározatlan szabályok és feltételek felhasználásával lehetővé teszi állitások /hipotézisek/ igazságtartalmának megállapitását. Ez a tágabb fogalom lényegében magában foglalja az ember mindazon képességeit, melyek ahhoz szükségesek, hogy el tudjuk dönteni, adott állitás igazolásához milyen módszert alkalmazzunk, milyen más ismeretekre van szükség az adott állitás igazolásához, a meglévő tudásunkból kiválasszuk ezeket az ismereteket, vagy világossá tegyük, milyen uj ismeretekre van még szükség az igazoláshoz, stb., vagyis a módszer megválasztását és a feltételek összegyüjtését, megteremtését.

Itt látszik szükségszerünek megemliteni az "igazságtar-

talom meghatározásával, eldöntésével" kapcsolatos problémát, mely felmerülésének objektiv és subjektiv alapja lehet. Az objektiv alapot az adja, hogy a megadott módszerek és feltételek esetleg nem elegendőek a bizonyitáshoz. Ebből fakadóan a hipotézis lehet eldönthető vagy nem eldönthető, továbbá az eldönthető lehet kategorikusan igazolható, vagy valószinüsithető. A szükebb értelemben vett bizonyitási képesség értelmezésekor ez a probléma nem merül fel, hiszen ebben az esetben a módszerek és feltételek teljes és elegendő rendszere adott. A probléma szubjektiv alapját abban az esetben lehet kiküszöbölni, ha a funkcionális képességek rendszere teljes és ép.

A definició egyrészt általános, ha a bizonyitási tevékenységet és a környezetet tekintjük, ugyanis ezzel a definicióval egy olyan általános bizonyitási képességet határoztunk meg, amely bármely bizonyitási tevékenység folyamán működő bizonyitási képesség minden formáját tartalmazza. Ez a bizonyitási tevékenység, folyamat a környezet, a valóság bármely tényére, jelenségére, eseményére vonatkozhat.
Másrészt a definició általános, ha csak magát a bizonyitási tevékenységet tekintjük, ugyanis a bizonyitás strukturájának a második ábrán szemléltetett mindhárom tényezőjét meghatározatlanul hagyja, azaz a képesség működésének feltételei határozatlanok.

Lehet a bizonyitási tevékenységnek olyan formája, melynek során nincs meghatározva a feltételek F rendszere, azaz a bizonyitás tevékenységének kezdetekor nincs definiálva a bizonyitás során felhasználható feltételek halmaza. Ekkor a megfelelő elemek - vagyis a bizonyitás feltételeiként szerepló

tudáselemek és tárgyi feltételek - felismerése, kiválasztása is a képesség működéséhez tartozik.
Lehet meghatározatlan a módszerek M rendszere is. Ez nem általános elvek, hanem csak a konkrét bizonyitás során a feltételek és/vagy a hipotézis által implicit meghatározott módszerek explicite kifejtésének hiányát jelenti. Magának a bizonyitandó állitásnak, a hipotézisnek a meg nem adása is lehetséges, de ekkor a bizonyitási képesség működésének a feltétele az, hogy mind a feltételek, mind a módszerek adottak legyenek.

Ha a második ábra jelöléseit használjuk, vagyis F-fel jelöljük a feltételek rendszerét, M-mel a módszerek rendszerét és H-val a hipotézist, akkor a tágan értelmezett bizonyitási képesség működése elvileg a következő esetekben valósulhat meg, ha osztályozásunk szempontja a bizonyitási képesség strukturáját alkotó részek megadása:

1. H-M-F	4. M-F
2. H-M	5. H
3. H-F	6. F

7. M

Az első esetben a bizonyitási képesség strukturájának mindhárom része adott, azaz ismerjük a bizonyitandó hipotézist, ismerjük a módszerek rendszerét, valamint a felhasználható feltételeket - vagyis a bizonyitás eszközeit, melyek lehetnek a tárgyi valóság elemei, vagy már bizonyitott, vagy bizonyitottnak elfogadott állitások, melyek a folyamat kiindulásának szilárd pontjait adják. Eleget tesznek - könnyen ellenőrizhető - az első eset feltételeinek a matematika, a fizika, a

József Attila Tudományegyetem Központi Könyvtára SZEGED

kémia stb. tárgykörébe tartozó bizonyitások: ekkor általában a hipotézis megfogalmazása "ha..., akkor" tipusu, ahol a "ha" után a feltételek felsorolása következik, s ezeknek a teljesülése - amennyiben az állitás igaz - maga után vonja a hipotézis állitásának teljesülését. Az alkalmazható módszerek meghatározása végsősoron a gyakorlatra, a tapasztalatra támaszkodó tudományelmélet feladata.

A második esetben a hipotézisen kivül a módszerek rendszere ismeretes. Ekkor a bizonyitási tevékenység tulajdonképpen arra korlátozódik, hogy megtaláljuk azt a feltételrendszert, melyre a módszereket alkalmazva az adott hipotézis bizonyitásához jutunk. A jogi gyakorlat szolgál példával erre az esetre. Valamely esemény észlelése ad lehetőséget a nyomozószerv és a biróság számára egy hipotézis felállitásához. Ekkor a bizonyitás a hipotézist megerősitő, jogi kifejezéssel élve az ugynevezett releváns tények felkutatását, beszerzését, rögzitését és értékelését jelenti. Az alkalmazható módszerek rendszerét az eljárásjog határozza meg.

A harmadik esetben a hipotézis mellett a feltételrendszer adott. Ekkor a feladat a tényeket bizonyitó adekvát módszerek megtalálása. A véletlen felfedezések eredményeit igazoló módszereket lehetne leirni ezzel a strukturával, hiszen a kezdeti ismert és elfogadott feltételekből egyelőre még csak véletlenül és ellenőrizhetetlenül jutottunk egy uj ismeret birtokába. Azt az utat-módot kell megtalálni, meghatározni, mely a következőkben azonos feltételek mellett bármikor reprodukálható.

A negyedik esetben a bizonyitás tulajdonképpen látens

módon történik a hipotézis hiányában. A feltételrendszerre alkalmazva a módszerek által megengedett tevékenységet az eredmény egy uj ismeret, egy uj viszony, mely ekkor már egy igazolt hipotézisnek tekinthető. Az előre nem ismeretes kimenetelü kisérletek jellemezhetők ezzel a strukturával. Maga a tevékenység nem igen nevezhető bizonyitásnak, de az ilyen jellegü tevékenység-strukturák léte indokolja, hogy itt említsük meg.

Az ötödik esetben csak a hipotézis adott, mely lehet egy sejtés, egy intuició, egy véletlen eredménye. A bizonyitás ekkor a legnehezebb, ha egyáltalán lehetséges, hiszen a struktura másik két része ismeretlen. Valószinüleg tisztán nem fordul elő, ugyanis vagy a feltételekből, vagy a módszerekből vagy mindkettőből bizonyosak mindig ismeretesek. /Pl. a Goldbach sejtés./

A hatodik és hetedik esetben nem beszélhetünk bizonyitási tevékenységről.

A bizonyitási képesség ilyen tág értelmezését a gyakorlatban felmerülő problémák - mint ahogyan azt néhány példával próbáltuk illusztrálni - teszik szükségessé. Azonban ez az értelmezés még igen sok, itt nem tárgyalható problémát vet fel. /Például, hogy mit jelent, hogyan értelmezhető a módszerek és/vagy a feltételek rendszerének a megadása. Az nyilvánvaló, hogy a rendszer minden eleme nem sorolható fel, hiszen az nem más, mint a bizonyitás folyamatának algoritmusa és/vagy az aktuális tudás./

A fenti értelmezés a gyakorlati pedagógia, pszichológia számára sem megfelelő, ugyanis tul általános, a konkrét nevelési tevékenységhez nem nyujthat segitséget.

Az ilyen tág értelmezés részben fedi a kreativitás, a problémamegoldó gondolkodás "képességét" is.
A gyakorlatban is használható, más képességektől élesen megkülönböztetendő megadunk egy szűkebb értelmezést is, mégpedig ugy, hogy a felmerült problémáktól is megszabaduljunk. Ez pedig leginkább ugy érhető el, ha a struktura mindhárom részét meghatározzuk, vagyis ha a tágan értelmezett bizonyitási képesség legspeciálisabb és egyben a legjellemzőbb részét tekintjük. /"A bizonyitás során a feltételektől végigjárjuk az utat a hipotézisig, és a feltételeket kipóteljuk, hogy a végigjárás lehetséges legyen." l.: Quine, 1968./

Szűkebb értelemben a bizonyitási képesség azt az állandósult pszichikus rendszert jelöli, amelynek működése lehetővé teszi állitások igazságtartalmát megadott szabályok, meghatározott feltételek felhasználásával megállapitani.

Ez az értelmezés a struktura és a környezet viszonyát tekintve még mindig általános, hiszen azonos szerkezet mellett különböző tartalmakon működhet, de a műveleti képességeket éppen ugy definiáltuk, hogy csak a struktura kötött, a tárgya és környezete nem. Ezenkivül még a működés formái is sokfélék lehetnek.
Ezek a strukturák azonban már kisszámu, meghatározott szerkezetü műveletekből épülnek fel, vagyis a szűkebb értelemben vett bizonyitási képesség komplex műveleti képesség.
A következőkben a szűkebb értelemben vett bizonyitási képesség strukturáját és működését fogjuk megvizsgálni.

2.4. A SZÜKEBB ÉRTELEMBEN VETT BIZONYITÁSI KÉPESSÉG.

Mielőtt még a struktura /48. oldalon vázolt második, analitikus finomszerkezeti elemzésére/ és a működés tárgyalására térnénk szükségesnek tartom a következő problémák megemlitését.

A hipotézis megadása nem okoz problémát, mivel az mindig egy elemi, vagy összetett kijelentés. A feltételek és/vagy módszerek rendszerének megadásával azonban már probléma van, mégpedig két szempontból, a minőség és a mennyiség oldaláról. Egyrészt ugyanis megadható nem a valóságnak megfelelő, azaz hamis feltétel és/vagy módszer, a képesség ekkor is működhet, természetesen hamis állitások "igazolására". A bizonyitási képesség működésének rövid távon nem szükséges feltétele a valóságnak megfelelő tartalom és/vagy forma. Másrészt még a legegyszerübb bizonyitási tevékenységhez sem lehet megadni az összes feltételt és módszert. Jogi kifejezéssel élve, csak a releváns tényezőket szokás megadni, de ehhez már szükséges a lehetséges bizonyitási folyamatok ismerete, és azok minősitése.

A képességek működése, működtetése mindig valamilyen célra irányul. A kifejlett képesség működésével el is érhető az adekvát cél. A kifejlett bizonyitási képesség működésével azonban ha a valóságnak megfelelő tartalmon és a valóságnak

megfelelő módszerekkel is történik, akkor sem feltétlenül érhető el a cél, vagyis a kérdéses dolog "meggyőződéssel" való bebizonyitottsága. Az objektiv bizonyitás folyamatához a szükebb értelemben vett bizonyitási képességek működése csak szükséges, de nem elégséges feltétel. Az elégséges feltételek feltárása - ha e munkahipotézis kisérletileg igazolható - további kutatómunkát igényel.

A definició szerint a szükebb értelemben vett bizonyitási képesség /A továbbiakban a "szükebb értelemben vett bizonyitási képesség" kifejezés helyett csak "bizonyitási képességet" irunk. Ez nem fog zavart, félreértést okozni, mert ha a tágabb értelmezést használjuk, akkor azt ki fogjuk irni./ akkor funkcionálhat müveleti képességként, ha meg van adva a hipotézis, a feltételek és a módszerek rendszere.

E komplex müveleti képesség teljes, kiépült strukturájának feltárásához szükséges a képességek fejlődésének, fejlettségének a vizsgálata. Piaget kutatásainak eredményeit használjuk fel a fejlődés fázisainak, a fejlettség stádiumainak, a pszichikus szinteknek a meghatározásához.

Piaget az értelmi fejlődésben a következő szakaszokat különiti el /Piaget, 1970/:

I. Az érzékszervi-mozgásos értelem periódusa /a születéstől kb. a 24 hónapos korig/.

II. A konkrét müveletek előkészitésének és szerveződésének periódusa.

II.A. A müveletek előtti képzetek szakasza /2 éves kortól 7-8 éves korig/.

II.B. A konkrét müveletek szakasza /7-8 éves kortól 11-12 éves korig/.

III. A formális müveletek perióduza.

III.A. A formális müveletek kialakulása /11-12 éves kortól 13-14 éves korig/.

III.B. A formális müveletek egyensulyba jutása /13-14 éves kor körül/.

A stádiumok életkori meghatározását nem tekintjük merev korlátoknak, Piaget is kiemeli, hogy csak a vizsgált népességre vonatkoznak, más populációban más értékek adódhatnak.

A bizonyitási képesség teljes rendszerének kiépüléséhez, mint látni fogjuk szükséges a logikai és kombinativ müveletek formális szintjének második stádiuma, igy Piaget felosztása szerint 13-14 éves kor körül várható. Az ujabb kisérletek, az uj matematika oktatásában elért eredmények azt látszanak igazolni, hogy ez az időpont lényegesen előbbre hozható. Az empirikus felméréseknek éppen az lenne majd az egyik célja, hogy segitségével meghatározzuk, mely életkorokban jelennek meg az egyes fejlettségi szinteknek megfelelő pszichikus strukturák, elfogadva Piaget feltételezését, miszerint a hasonló kulturális és szociális környezetben élő gyermekeknél az egyes stádiumok közel azonos időben jelennek meg.

A matematika, fizika, kémia, és általában a természettudományok oktatása során nem csak bizonyos feladatok elvégzését tanulják meg a gyermekek, hanem a feladat elvégzésének, a folyamatok lezajlásának a törvényeit is. A közép- és felsőszintü tanulmányok során gyakran előfordul a bizonyitási tevékenység, mégsem beszélhetünk a bizonyitás "törvényszerüségeinek" a tanitásáról. Még a felsőszintü oktatásban a természettudományok területeit érintő szakokon is igen elhanyagolt témakör. Éppen

ezért Piaget felosztásának három szintjét ki kell egészíteni egy negyedikkel, melyet a "tudatos müveletvégzés" szintjének nevezünk, hiszen a természet- és egyes társadalomtudományok müveléséhez a bizonyitás törvényeinek ismerete nélkülözhetetlen, ezenkivül a mindennapi gyakorlati tevékenységben is ritkán ugyan, de megjelenhet.

A bizonyitási képesség fejlődésének a következő négy szakaszát fogjuk vizsgálni:

I. A müvelet előtti

II. A konkrét müveletek

III. A formális müveletek

IV. A tudatos müveletvégzés szintjét.

A müvelet előtti szintet az objektiv folyamatok és a saját cselekvés megkülönböztetésének hiánya jellemzi. Folyamatoknak, tárgyaknak szubjektiv tulajdonságokat tulajdonitanak, mint például akaratot, szándékot, morális inditékokat, stb.
A feladatokat, problémákat általában nem értik meg, igy a hipotézis meg nem értése valószinü. Tevékenységük rendezetlen, koncepciónélküli, véletlenszerü. Próbálgatások során megjelennek a páronkénti hasonlitások. Fogalmaik nem állandósultak még, igy osztály-tulajdonságok, osztályok közötti viszonyok megállapitására nem képesek. Tudnak cselekedni, tényeket megállapitani, de nem tudják ezeket konkrét müveletekként interiorizálni. Gyakran ugyanazon jelenségre egymással ellentmondó értelmezést adnak, ugyanarra a tárgyra vonatkozó egymást követő itéleteik ellentmondásosak, a tulajdonságok /pl. suly, térfogat/ változóak, ami a tapasztalat rendszeres helyes megállapitását akadályozza. A megértés, a rendszeres cselekedet, a tapasztalat

tárgyilagos megállapitásának hiányában ezen a szinten a bizonyitási képesség nem jelenik meg.

A konkrét müveletek szintjén a valóság és a szubjektum elkülönül, a folyamatokat meg tudják különböztetni saját beavatkozásaiktól, a tárgyak "objektiválódnak". Rendszerezés segitségével osztályokat tudnak alkotni, a II.B. stádiumban már több szempont szerint is, osztályokon és viszonyokon alapuló konkrét müveleteket képesek elvégezni. Tapasztalataikat rendszeresen és tárgyilagosan állapitják meg, felfigyelnek az ellentmondásokra, igyekeznek kiküszöbölni azokat. A differenciált osztályozások, soralkotások és megfelelések azonban még nem biztositják a tényezők elkülönitését. A konkrét müveletek szintjén a gyermekek megértik a feladatot, rendszeres erőfeszitést tesznek a megoldására. Ekkor már beszélhetünk bizonyitásról, a bizonyitási képesség müködésének kezdetéről. Mivel az itéletek logikája nem alakult ki még, a bizonyitások meglehetősen szük területre korlátozódnak. A hipotézis /mely ekkor még nem jelenik meg a feltevéseiket igazoló rendszerként/ csak konkrét tárgyakra, eseményekre, osztályokra, viszonyokra vonatkozhat, s nyilván nem lehet bonyolult /A bizonyitási képesség müködését korlátozó tényezővel, az elemek számának növekedése következtében egyre bonyolultabbá váló strukturák elemzésével később foglalkozunk./. Az okozatiság elvét kezdik használni, de megértéséhez a kombinativ müveletek teljes rendszere szükséges, igy csak a formális szinten szilárdul meg. Ennek hiányában nem ismerik fel, hogy ugyanaz az ok ugyanazon feltételek mellett ugyanazt az okozatot eredményezi. Emiatt megállapitásaik nem általánosak, jóllehet a tapasztalat ered-

ményeinek rendszeres leolvasása erre már lehetőséget nyujt. A szilárd fogalmi apparátus hiányában csak a tárgyi valóságra vonatkozó, illetve a tárgyak közti legegyszerübb viszonyokat kifejező hipotézisek bizonyitása lehetséges.

Egyszerü elemi manipulativ tevékenységet, beavatkozásokat, döntéseket, páronkénti összehasonlitásokat, sorolkotásokat, megfelelések megállapitását, stb. tudnak elvégezni, melyek kiterjednek osztályokra is. Ezek a tevékenységi formák már meghatározott szerkezetü törvények szerint zajlanak le, ezek szerveződnek a bizonyitási tevékenység módszereivé. A gyermekekben kialakulnak a sorolkotás, rendszerezés, stb. képességei és ezeknek a képességeknek a léte a szükséges feltétele a bizonyitási képesség szerveződése kezdetének.

A bizonyitási tevékenység feltételének rendszere a tárgyi valóság és a tapasztalat tárgyilagos leolvasásának itéletei alkotják.

A konkrét müveletek szintjén történő bizonyitásnak már valószinüleg van tudati tükröződése, mégpedig az Arisztotelész előtti bizonyitási módszerek ontogenetikus megfelelője: képi formák időbeli, térbeli egymásmellettisége, láncolata. /Ez a feltételezés szervesen kapcsolódik a bizonyitás "hidépitési" modelljéhez, ugyanis majd a formális szinten - nagyon leegyszerüsitve - a "képek rendszerét" a fogalmak rendszere, az idő és térbeliséget pedig az ezeken alapuló ok-okozati, logikai, induktiv tapasztalati viszony váltja fel./

Összegzésül megállapithatjuk,hogy a konkrét müveletek szintje megnyilvánulásaként tekinthetjük mindazokat az igen szükkörü, az életkorhoz alkalmazkodó bizonyitási tevékenysé-

József Attila Tudományegyetem Könyvtár SZEGED

geket, melyek hipotézise legfeljebb osztályokra vonatkozik, módszereit elvek hiányában egyszerü manipulativ tevékenység jellemzi, feltételei a tárgyi valóság elemei és legegyszerübb viszonyai.

A bizonyitási képességek teljes rendszerének kifejlődése egy tapasztalati indukciós /evolucios/ folyamat eredménye, melynek első lépései, a konkrét bizonyitások a konkrét müveletek szintjén zajlanak le.

A formális müveletek szintjén általában megfigyelhető a müveletek szerinti differenciálódás. Müveleti sémák jönnek létre, melyek segitségével az előző szint számára megoldhatatlan feladatokat is meg tudják oldani. A gondolkodást az általánositásra, a magyarázatokra való törekvés jellemzi. A soralkotásokból, megfelelésekből, rendezésekből álló összes konkrét viszony egy együttes szervezés hatására strukturálódik, kialakulnak a pszichikus szabályozási rendszerek. A konkrét müveletek szintjéhez viszonyitva egyik lényeges változás az, hogy a formális gondolkodás a "valóságostól" a "lehetségeshez" fordul, azaz nem csak a konkrét, megvalósult eseményeket veszi számba, hanem az összes, az elvileg megengedett eseteket. A formális müveletek szintjén az összes lehetőséget figyelembe veszik. Ehhez pedig szükséges egy teljes kombinatorikai rendszer, a kombinativ müveletek teljes rendszerének formális szintje. A teljes kombinációsrendszer működése révén megjelennek a hipotetikus -deduktiv tevékenységi formák, melyek először teszik lehetővé, hogy a tapasztalat által megismerhető világot az egyén tér- és időbeli korlátozottságából kilépve elsajátithassa, interiorizálja. Ettől kezdve a tapasztalat,

az empiria már inkább az általános elvek következményeinek az igazolására szolgál, melyek végső soron az elveket igazolják.

Mind a bizonyitási tevékenység, mind más probléma-helyzetek megoldását a hipotetikus deduktiv gondolkodás jellemzi, /hipotézist eddig csak egy bizonyitandó kijelentés, egy állitás jelölésére használtuk/, mely a következőt jelenti: a bizonyitandó állitás igazolására stratégiát dolgoznak ki, amely két folyamat kombinációja. /l.: 2.l. fej./

Az egyik egy megoldási terv, egy stratégia, melyet szokás szintén hipotézisnek nevezni. Ekkor történik meg lépésről lépésre a feltételek által megengedett összes lehetőség számbavétele, vagyis a lehetséges kombinációk elrendezése kombinatorikai módszerekkel. Piaget terminológiáját használva ezt az "egy tényező változtatása, a többi változatlanul hagyása" metódus jellemzi. Ez a "kisérleti gondolkodás" a kikövetkeztethetőt választja el a véletlentől. /Piaget, 1967; 1970/

A stratégiát alkotó másik folyamat annak vizsgálata, hogy a lehetséges kombinációk közül melyek valósulnak meg. Mivel a megvalósulások általában konkrét események, ezekről csak empirikusan, a tapasztalat segitségével, a külvilágról az érzékszervek által szerzett észleletek értékelése révén szerezhetünk tudomást. Az összes lehetőségnek, mint egy teljes eseményrendszernek a vizsgálata pedig az előbb emlitetteken kivül a rendszerezési és a nyelvi-logikai képességek formális szinten való működését követeli meg. A kombinativ müveletek működéséhez a rendszerezési müveletek mindenképpen szükségesek, másrészt a megvalósuló kombinációk észlelésének eredményeit, a tapasztalatokat kijelentésekbe kell foglalni, hogy értékelhe-

tők legyenek, hogy belőlük következtetéseket lehessen levonni. A bizonyitás ezen a müveleti szinten minden esetben az "itéletek logikájára" épülő tevékenység, esetleg kiegészülve szenzoros, szenzo-motoros fázisokkal.

Megállapithatjuk, hogy a bizonyitási képesség formális szinten való működésének feltétele a rendszerezési, a nyelvilogikai és a kombinativ képességek formális szintje. Kialakulása akkor várható, ha a másik három képesség pszichikus szabályozási rendszere kialakult, egyensulyba jutott és megszilárdult. Mivel e három képesség müveleteinek formális szintje habituális szinten kialakul, ezért valószinü, hogy a formális szinten működő bizonyitási képesség is kifejlődik a habituális szinten.

A tudatos müveletvégzés szintjének strukturái feltehetően a kombinativ és/vagy a logikai képességek megfelelő strukturáiból szerveződnek. Habituális szinten nem alakulhatnak ki, mivel megkövetelik a magasabb szintü matematikai ismereteket, a matematikai formalizmusban való elég nagyfoku jártasságot. Ezen tulmenően szükséges a bizonyitás általános alapelveinek, törvényszerüségeinek ismerete. A bizonyitási tevékenység még összetettebb , komplexebb, kilép az egyes tudományterületekről, interdiszciplináris folyamattá válik, amire csak a formalizált hipotetikus deduktiv rendszerekben nyilik lehetőség. Felmerülhet a bizonyitási módszerek adekvátságának kérdése, sor kerülhet a bizonyitási módszerek "bizonyitására", mely a bizonyitás folyamatának legáltalánosabb, legmagasabb szintü vizsgálatához vezet.

Mielőtt a bizonyitási müveletek elemzésére térnénk, három

megjegyzést érdemes tennünk.

Az első a bizonyitási képesség szükebb fogalmának értelmezése során előforduló módszerek megadására vonatkozik. A módszerek megadása a négy müveleti szinten mást és mást jelent, mégpedig ugy, hogy mindig a bizonyitási tevékenységre, mint egy egységes egész folyamatra vonatkozik. Igy például ha a konkrét müveletek szintjén történő bizonyitási folyamat módszereit adnánk meg a formális szinten is, akkor az nem lenne más, mint a megadott összes lehetőség vizsgálata egy algoritmus előirásainak megfelelően. De ebben az esetben éppen az egyik lényeges mozzanatától fosztanánk meg a bizonyitási tevékenységet, mégpedig a kombinatorikai módszerekkel történő összes lehetőség számbavételétől.

A második megjegyzés a kombinativ, a logikai és a bizonyitási képességek viszonyára vonatkozik. Az előzőekben azt állapitottuk meg, hogy a bizonyitási képesség a müveleti képességek szerveződésével, egységes rendszerré való strukturálódása során alakul ki, és - a következőkben fogjuk megállapitani - mint egész a részeitől eltérő módon funkcionál. Lényeges megjegyezni azonban azt is, hogy a kombinativ és a logikai müveletek megjelenésével az egységes folyamattá, mint bizonyitási tevékenységgé való szerveződés azonnal megkezdődik, és éppen ez a bizonyitás segiti elő a kombinativ és logikai képességek kifejlődését. /A részek uj strukturává szerveződve segitik elő saját, mint különálló részek, és strukturálódva, mint egység kifejlődését is./

A harmadik megjegyzés egy kis kitérő az "alkotó" tevékenység-gondolkodás, a kreativitás pszichológiája felé. A bi-

zonyitási képesség formális szinten való megszilárdulása után elvileg mindig megvan a lehetőség, hogy egy állitást bizonyitandó megvizsgáljuk a feltételek által megengedett összes lehetőséget. Egyszerübb, nem tul bonyolult esetekben ennek csak az előitéletek, a személyes beállitódás, az egyéni életut szab korlátokat. Ezért minél inkább mentes valaki az előitéletektől, minél inkább nyitott, minél kevesebb korlátozó "meghatározó élmény" van mögötte, annál valószinübb, hogy minden - mások által esetleg nem figyelembe vett - lehetőséget is megvizsgál. Az ujabb lehetőségek figyelembevétele, felhasználása mint módszer, növelné az ember önmegvalósitási lehetőségét.

Bonyolult, összetett hipotéziseknél, elméleteknél már nincs lehetőség minden lehetséges eset számbavételére, vizsgálatára. Ekkor a helyes összefüggéslánccolatok - a bizonyitás - megtalálásához a rendszeres munkán kivül az intuició, a véletlen is hozzájárulhat, sőt adott esetekben csak egyetlen megoldási lehetőség. /Ismeretes néhány matematikai probléma, amelyek megoldását több évtizedes sikertelen kisérlet után számitógépek alkalmazásával találták meg: mig a feltételek által megengedett összes lehetőség rendszerezése és vizsgálata, vagyis a feltételek és a hipotézis között a megfelelő összefüggéslánccolat megtalálása nem sikerült, addig a számitógép, amely a feltételek egymásközti véletlenszerü kombinálásait végezte igen nagy sebességgel, megtalálta a hipotézis bizonyitását. Igy oldották meg 1980-ban az University of Waterloo egyetemen az ugynevezett "térkép-szinezési" problémát egy számitógép alkalmazásával./

2.5. A BIZONYITÁSI MÜVELETEK

A bizonyitási tevékenységet szabályozó pszichikus rendszereket bizonyitási müveleteknek nevezzük.

Ahogy az objektiv bizonyitásnak megkülönböztettünk két oldalát /l. 1.2.4. fejezet, 25.o./, a tisztán elméleti bizonyitást /analitikus állitások igazolása/ és a valósággal való összevetést, az empirikus bizonyitást /a szintetikus állitások igazolása, verifikálás/, igy célszerü a bizonyitási képességnek is két oldalát elkülöniteni, ebből következően a bizonyitási müveleteket is két részre osztani.

Az egyik csoportba soroljuk a bizonyitási tevékenységnek a közvetlen tapasztalatszerzésre irányuló szenzoros, szenzo-motoros, manipulativ müveleteinek az összességét, a másik csoportba pedig az értelmi müveleteket, melyek a rendszerezési, a kombinativ és a nyelvi-logikai müveletek. Mivel az első csoportba tartozó müveletek a funkcionális képességek /l.: Nagy, 1979, 274.o., 1981./ működése révén valósul meg, ezeket összefoglalóan funkcionális müveleteknek nevezzük.

A bizonyitási müveletek a funkcionális és az értelmi müveletekből alakulnak ki. Ezek a müveletek strukturálódva egy más minőséget hoznak létre - a bizonyitási müveleteket, melyek egységgé szerveződött és egységként funkcionáló strukturák.

A bizonyitási müveletekben megjelenő funkcionális, rendszerezési, kombinativ és nyelvi-logikai müveletek strukturái nem

csak a lehetőségek számbavételét, ítéletek megállapitását, következtetéseket, stb. tesznek lehetővé, hanem horizontálisan és vertikálisan szerveződve a valóság viszonyainak felismerését, interiorizációját, ennek eredményeként tudásrendszerünk átstrukturálódását eredményezik.

Elfogadva az értelmi képességek müveleteire irányuló korábbi kutatások módszereit és eredményeit, a következőkben a bizonyitási müveletek strukturálódását, és a strukturák bonyolultságát vizsgáljuk meg, mégpedig négy szinten: az elemi, az egyszerü, az összetett és a komplex szinten. Ekkor az osztályozási szempontunk az elemi müveletek összetettebb egységekké való szerveződése folytán létrejövő strukturák bonyolultsága, egyszóval a szempont strukturális természetü.

Lehet osztályozni a bizonyitási müveleteket a struktura működésének szempontja alapján is, vagyis mely bizonyitási müveletek alakulnak ki mint a funkcionális és/vagy értelmi képességek müveleti strukturái, de képesek működni bizonyitási müveletként is, és melyek azok a strukturák, amik csak bizonyitási müveletként funkcionálnak.

E dolgozatban, mely a bizonyitási képesség elméletének alapjait kivánja tisztázni az első szempontot célszerübb alkalmazni, mig a képesség fejlesztésének konkrét lehetőségeit kutató munkában a második szempontu osztályozás a gyümölcsözőbb, ugyanis nem csak a bizonyitási müveletek teljes kiépült "statikus" rendszerét tárja fel, hanem lehetőséget nyujt azokat fejlődésükben is vizsgálni. Ki lehet mutatni azt is, hogy a két osztályozás eredményeként előálló strukturák izomorfak, erre azonban nem térünk ki.

Visszatérve a négy szint vizsgálatához, először meghatározzuk azokat a legegyszerübb strukturákat, melyek mint bizonyitási müveletek képesek müködni, és megvizsgáljuk, hogy ezekből a strukturákból hogyan szerveződnek az összetettebb, komplex strukturák.

Elemi bizonyitási müveletnek azokat a legegyszerübb strukturáju müveleteket nevezzük, amelyek adott feltételek mellett még alkalmasak hipotézisek igazságtartalmának az eldöntésére, azaz képesek bizonyitásként funkcionálni. Mivel a bizonyitási képesség müveleti strukturái a funkcionális és/vagy az értelmi müveletek strukturáiból szerveződnek, ezért az elemi bizonyitási müveletek csak azok az elemi funkcionális és/vagy értelmi müveletek lehetnek, melyek adott feltételek mellett bizonyitási müveletként müködnek.
Elemi bizonyitási müveletként valamennyi elemi müvelet funkcionálhat. /Analóg módon tárgyalható az egyszerü és összetett szintek müveleti strukturáinak bizonyitási müveletként való funkcionálása, ezért ezekre a megfelelő részeknél már nem térünk vissza./ Nevezzük egy elemi müvelet müködésének eredményét produktumnak. /Például adott két szines rud, egy kék és egy piros. A rendszerezési müvelet müködése révén megállapitjuk, hogy a kék hosszabb mint a piros. A produktum e reláció felismerése, megfogalmazása./ A produktum puszta létének a megállapitása egy kijelentés. /A kék rud hosszabb mint a piros./ A kijelentés hipotézissé válhat, amennyiben ujra indukálja a müvelet bizonyitási müveletként való elvégzését. /Pl. kétség támad a produktum létét illetően: nem igaz, hogy a kék rud hosszabb mint a piros, mert levágtam belőle./ A produktum lét-

József Attila Tudományegyetem Könyvtár SZEGED

rehozása ismét szükségessé válik. /Ujra összehasonlitjuk őket egymással./

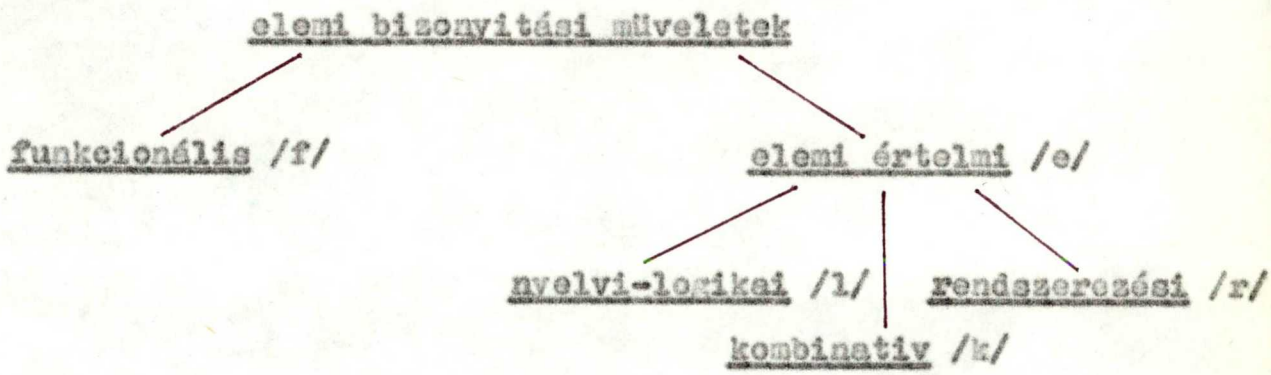
A bizonyitás feltétele a művelet ujra elvégzése lehetőségének a feltételeit jelenti. /Adott ugyanaz a két rud./

A módszer lehet ugyanaz, de adott esetekben más is. /Összehasonlithatom a két rudat egymással, de meg is mérhetem őket egy harmadik felhasználásával./

Megállapithatjuk, hogy az elemi bizonyitási műveleteket az elemi funkcionális és az elemi értelmi műveletek adják. A konkrét elemi bizonyitási műveletek feltárása a funkcionális, a rendszerezési, a kombinativ és a logikai műveleti képességek kutatása terén részben megvalósult, részben további munkát igényel. Eddig az elemi kombinativ műveletekről /Csapó, 1979./ és a funkcionális képességekről /Nagy, 1979/ jelent meg publikáció.

"Az ismétlés nélküli permutációk,az ismétlés nélküli variációk, az ismétléses variációk és a Descartes-féle szorzatnak megfelelő konstrukciók képzésének mechanizmusa megegyezik, így e négy kombinatorikai műveletnek egyetlen pszichikus rendszert, egy kombinativ műveletet feleltethetünk meg." /im. 75.o./

Az elemi bizonyitási műveletek rendszerét a következő ábrán szemléltetjük.



3. ábra

A funkcionális, a rendszerezési és logikai müveletek vizsgálata egyben az elemi bizonyitási müveletek még ismeretlen formáinak a megismerését is lehetővé tenné, s ez hozzájárulna az elemi bizonyitási müveletek teljes rendszerének a feltárásához.

Valószinü, hogy a funkcionális müveletek önállóan, azaz csak magukban nem, vagy csak egy részük képes bizonyitási müveletként müködni az elemi értelmi müveletek pedig a formális szinttől kezdve bizonyitási müveletként funkcionálni. Ezt a feltételezést a további empirikus kutatás igazolhatja vagy cáfolhatja meg.

Az egyszerü bizonyitási müveletek az elemi strukturákból szerveződő egynemü, bizonyitásként funkcionáló strukturák. Az egynemü azt jelenti, hogy az egyes müveletek strukturái csak önmaguk között szerveződnek. A harmadik ábra jelöléseit használva a következőképpen jelöljük e strukturákat:

f-f-f-... =F

l-l-l-... =L

k-k-k-... =K

r-r-r-... =R

Az egyszerü bizonyitási müveletek nem mások, mint a bizonyitásként funkcionáló egyszerü funkcionális /F/, logikai /L/, kombinativ /K/, és rendszerezési /R/ müveletek. Az F, L, K, R müveletek valószinüleg két módon alakulhatnak ki: vagy mint elemi müveletek szerveződnek egybe egyszerü strukturává, amely aztán bizonyitásként funkcionál, vagy már eleve mint elemi bizonyitási müveletek hozzák létre az egyszerü bizonyitási müveleteket. /Mivel az egyszerü, az összetett és a komp-

lex szint sok szempontból azonos vonásokat mutat, ezért a mindhárom szintre vonatkozó kérdésekre a következő résznek az elején térünk vissza.

Az összetett bizonyitási müveletek a különnemü bizonyitásként funkcionáló strukturák. Ezek is ugyan ugy kétféle módon jöhetnek létre, mint az egyszerü strukturák.
Az összetett bizonyitási képesség müveleti strukturái nem jelennek meg más képességek müveleti strukturáiként, tulajdonképpen ennek kialakulásával, megszilárdulásával történik az értelmi müveletek integrálódása. A következőkben kombinatorikai módszerrel számba vesszük az összetett bizonyitási müveleteket. /A 3. ábra jelöléseit használjuk, egy betü egy elemi müveletet jelöl./

Két elemes struktura 12 esetben valósulhat meg:

f-r	r-f	k-f	l-f
f-k	r-k	k-r	l-r
f-l	r-l	k-l	l-k

Nyitott kérdés azonban, hogy valóban kialakul-e ez a 12 müveletcsoport /mindegyik csoportban a megfelelő elemi müveletek kettes kombinációi szerepelnek/, létrejönnek-e a nekik megfelelő pszichikus szabályozási rendszerek, s esetleg vannak-e közöttük ekvivalensek. Ezekre a kérdésekre is csak empirikus felmérésekkel kaphatunk választ.

A három elemes strukturák száma maximum 36 lehet, ugyanis az első kettőhöz az utóbbi kivételével még a három közül bármelyik kapcsolódhat, pl.:

```
        -f
l-r     -k
        -l
```

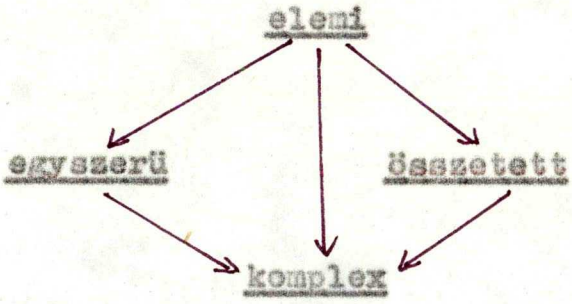
Az előző kérdéseken kivül ebben az esetben is, és az elemek

számának további növekedése során is felmerül, hogy hogyan jönnek létre: a kisebb elemszámu strukturához - jelen esetben kettőhöz - kapcsolódik-e még egy, vagy több, vagy pedig a különálló elemi müveletek egyszerre szerveződnek egybe:

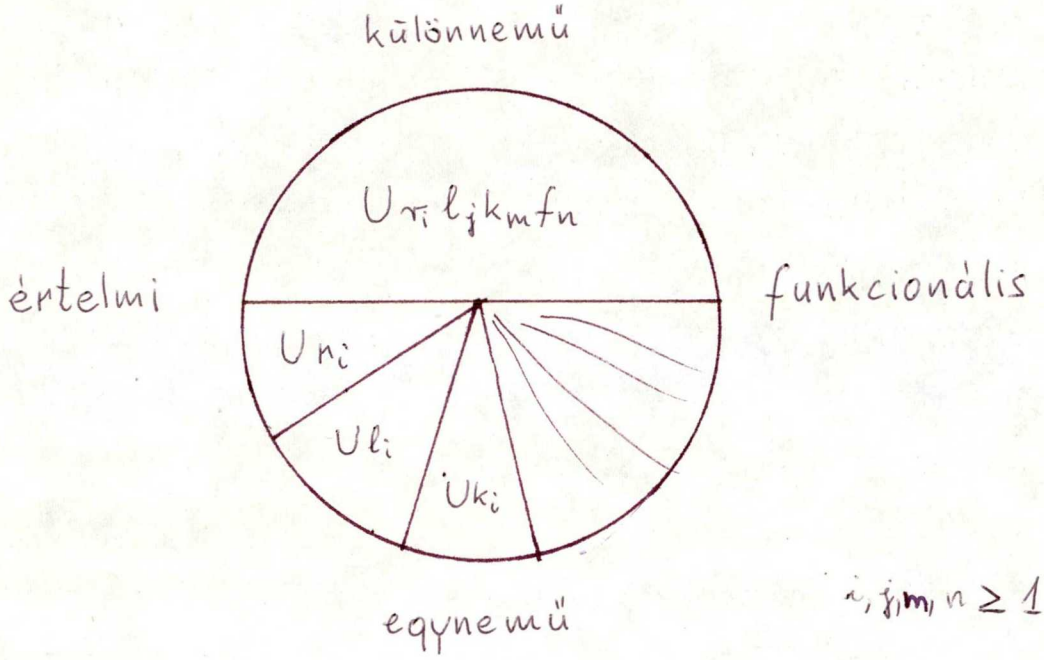
$1-r+r-k \overset{2}{\Rightarrow} 1+r+k$

Az elemek számának emelkedésével rohamosan növekszik az egyszerü bizonyitási müveletek száma. 4 elem esetében 108, 5 elem esetében 324 a lehetőségek száma, és ez összesen 480 összetett müveletcsoportot jelent. Hogy ezek közül valójában melyek alakulnak ki, és hogy ötnél nagyobb elemszámu strukturák is létrejönnek-e, csak a konkrét elemi müveletek ismeretében kisérlettel lehet meghatározni.

A komplex bizonyitási müveletek az elemi, az egyszerü és az összetett bizonyitási müveletekből, valamint az elemi, az egyszerü, az összetett és komplex müveletekből szerződnek. Az egyes müveleti szintek közti strukturális viszonyt a 4. ábrán szemléltetjük:



Kördiagramon:



A bizonyitási képesség struktura-halmaza tartalmazza az egyes képességek müveleti strukturáit és ezek egymásközti kombinációit.

2.6. A BIZONYITÁSI KÉPESSÉG KUTATÁSÁNAK TOVÁBBI FELTÉTELEI, FELADATAI

A bizonyitási müveletek 4. ábrán szemléltetett teljes rendszerének további vizsgálata csak az elemi müveletek ismeretében lehetséges. Ezek birtokában egy elméleti rendszer megkonstruálható ugyan, de az elemi müveletek nagy száma, s ebből következően a teljes rendszer bonyolultsága miatt nem célszerü, ugyanis ha az egyes szintek között felméréssel megállapitjuk, hogy az elvileg lehetséges strukturák közül melyek alakulnak ki mint pszichikus szabályozási rendszerek, akkor valószinüleg a rendszer leegyszerüsödik, áttekinthetőbbé, s a gyakorlat számára használhatóbbá válik. Ezért a teljes müveleti rendszer feltárására a következő stratégiát látom megfelelőnek:

1. Fel kell tárni az összes elemi müveletet, ugyanis ezek alkotják az elemi bizonyitási müveletek strukturáit.

2. Meg kell határozni az összetett funkcionális és értelmi strukturákat.

E két feladat a megfelelő képességek kutatása keretén belül oldható meg.

3. Az elemi müveletek ismeretében meghatározható a két-, három-, négy-, öt-, stb. elemes egyszerü és összetett müveletek strukturái. Tesztek segitségével fel kell mérni, hogy az értelmi fejlődés egyes szintjein hány elemi, mely strukturák

alakulnak ki, az ismétlődés mikor és hogyan jelentkezik, mint a bonyolultságot korlátozó tényező, továbbá azt is, hogy a strukturálódás hogyan megy végbe /az elemi müveletek, vagy az elemi bizonyitási müveletek szerveződnek-e egybe/.

4. A ténylegesen kialakult strukturákból ismét meghatározandó - az előző szint szerveződési törvényszerüségeinek az ismeretében - a lehetséges strukturák szerkezete és száma, majd empirikusan, hogy melyek alakulnak ki, és végül az, hogy hogyan jönnek létre.

A legegyszerübb esetben, mikor összesen négy, egy funkcionális, egy rendezési, egy kombinativ és egy logikai elem müveletet tételezünk fel, akkor az egyszerüek száma 4, az összetetteké 12, a komplexeké 380, összesen 400. Amennyiben az elemi és egyszerü müveletek számát továbbra is négy-négynek tekintjük, de feltételezzük, a kételemü összetett strukturákon kivül a három elemüeket is, a következő számok adódnak: 48 összetett, 169400 komplex, összesen 169456 müvelet!

Valószinü, hogy az ember gondolkodásában nem szerepel ennyiféle müvelet, pszichikus rendszer, hanem a formális szinten kialakul néhány kis elemszámu struktura, melyeket a mindennapi szükségletek hozzák létre /tanulás, munka, stb/, majd a tudatos müveletvégzés szintjén az egybeszerveződés törvényeinek ismeretében megszünik az elemek számának növekedése következtében kialakult felső korlát, s a konkrét bizonyitási feladatnak megfelelő, pszichikus rendszerként nem állandósuló strukturák töltik be a komplex müveletek funkcióit.

Ezt a hipotézist támasztja alá az a tény is, hogy a tudományokban csak néhány, jól meghatározható strukturáju bizonyi-

tási müvelet rendelkezik állandó névvel. A következő részben ezeket az ismert, névvel ellátott strukturákat helyezzük el a teljes egészében még nem ismert bizonyitási müveletek rendszerében, amennyire ez lehetséges.

6. A HAGYOMÁNYOS BIZONYITÁSI FORMÁK HELYE A BIZONYITÁSI MÜVELETEK RENDSZERÉBEN

Mivel az ismert bizonyitási formák nem alkotják a bizonyitási tevékenységek egy osztályozását, ezért csak taxonomikus leirásukat adhatjuk meg. Strukturáik elemzése révén próbáljuk meg elhelyezni őket a bizonyitási müveletek rendszerében. A következő főbb bizonyitási formák ismeretesek:

1. verifikáció
2. kisérlet
3. indoklás
4. levezetés
5. direkt
6. indirekt
7. kontrapoziciós
8. teljes indukciós
9. induktiv
10. deduktiv
11. reductio ad absurdum
12. ellenpélda adása

Hársing László: A tudományos megismerés és a plauzibilis következtetések logikája /1971./ c. müvében a bizonyitási eljá-

rások következő osztályait adja:

a. az alap igazolása

b. a következmény cáfolata

c. a hipotézis igazolása a tranzitivitás felhasználásával

d. a diszjunktiv hipotézispár egyik tagjának tagadása

e. az inkompatibilis hipotézispár egyik tagjának igazolása

f. a következmény igazolása

g. az alap cáfolata

h. a közös alapu hipotézisek egyikének igazolása

i. az azonos következményü hipotézisek egyikének igazolása

j. a diszjunktiv hipotézispár egyikének igazolása

k. az inkompatibilis hipotézispár egyikének cáfolása

l. a közös alap igazolása

A verifikálásnak, mint bizonyitásnak a fogalma nem tisztázott. Az Idegen szavak és kifejezések szótára /1978. 92.o./ szerint a verifikáció igazolást, ellenőrzést, felülvizsgálatot jelent, melyek tulajdonképpen a bizonyitás szinonim kifejezései. Ezek szerint bármely bizonyitás verifikálás. Filozófiai értelemben a verifikálás a tapasztalat segitségével történő bizonyitást jelent. Az általános verifikáció elve az állitások igazságának vagy hamisságának a tapasztalat segit-

József Attila Tudományegyetem Könyvtár SZEGED

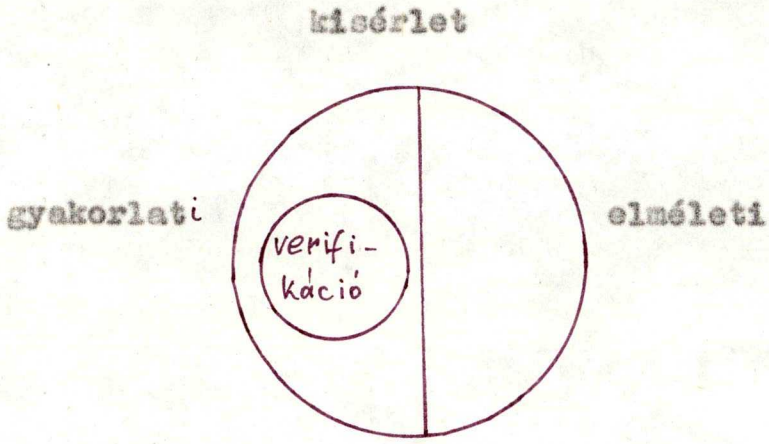
ségével történő bizonyitást jelent. Az általános verifikáció elve az állitások igazságának vagy hamisságának a tapasztalat segitségével való eldöntését jelenti /l.: A Bécsi kör filozófiája. 1972/. Mivel tudásunk végső soron a tapasztalatból származik, ezért a bizonyitások - végső soron - a tapasztalat segitségével történnek. A verifikációnak, hogy mégse az összes bizonyitási formát jelölje, abban az esetben van szükebb értelme, ha konkrét, feltételek által meghatározott bizonyitásokra vonatkozik. Ebben az esetben a feltételek - bár a tapasztalat eredményei - a konkrét bizonyitási folyamatban mint elfogadott igazságok, tények szerepelnek, tehát igazolásuk nem szükséges, felesleges, esetleg nem is lehetséges. Verifikálásnak nevezhetjük azokat a bizonyitási formákat, amelyek feltételei között a tárgyi valóság eleme/i/ szerepel/nek/, igy módszerében biztosan van gyakorlati tevékenységi mozzanat. A verifikáció empirikus bizonyitás.
A struktura kiépültsége, a müködés megvalósulási szintje, a viselkedés szabályozási szintje, a müveletek absztrakciós szintje, valamint a müveletek minősége szerinti jellemzőit - a verifikálásnak és a további bizonyitási formáknak is - a táblázat szemlélteti.

A kisérlet A magyar értelmező kéziszótár /1978, 727.o./ szerint tudományban "folyamat, jelenség mesterséges előidézése tudományos megfigyelés végett". A köznyelvi jelentése is ennek megfelelő, csak a tudományos megfigyelés helyett a mindennapi élet szükségletei szerepelnek mint megfigyelési szempontok.
A kisérlet lehet gyakorlati vagy elméleti, de mindenképpen vagy a tapasztalatból, vagy elfogadott állitásokból adott mód-

szerekkel levezetett elvi lehetőségek megvalósulásait vizsgálja. A kisérlet a feltételek által megengedett alternatívák megvalósulásait tanulmányozza.

A gyakorlati kisérletek magukban foglalják a verifikációt.

A két bizonyitási forma viszonyát a következő ábra szemlélteti:



5. ábra

Az indukció "egyedi tényekből, egyedi jelenségekből kiinduló általánositó következtetés, módszer" /i.m. 592.o./. Lényeges, hogy az indukció nem logikai szükségszerüséget jelent. Az indukció, mint bizonyitási forma /és mint megismerő tevékenység is/ egy elemző, analizáló tevékenység, melynek során az egyes dolgok, jelenségek lényegi oldalának, az általános, a törvényszerü tulajdonságok, viszonyok feltárásának eredményeit használjuk fel a megismert és tapasztalt valóság egy bizonyos téren való kiterjesztéséhez, extrapolációjához. Mivel ez az extrapoláció általában alkalmas volt a filogenetikus fejlődés során előrejelzésekhez /ami bizonyos értelemben

bizonyitás,/l.: Schlick, 1948./, igy mint módszer objektiválódott, s megjelenik a szubjektiv bizonyitási folyamatok között.

A deduktiv bizonyitás "kimutatja valamely jelenségnek egy másikból való származását" /i.m. 997.o./, "levezetés, következtetés az általánosból az egyesre" /1978. 162.o./.
A dedukció mindazon bizonyitások gyüjtőfogalma, amelyek feltételei általános tények, események, stb., módszerét pedig a /kétértékü/ logika következtetési szabályai alkotják, esetleg kombinativ és rendszerezési müveletekkel kiegészülve, - tehát csak az értelmi müveletek alkotják a bizonyitás "láncolatát". Müködésüket tekintve csak verbális és/vagy formális szinten valósulhatnak meg.
A megismerést és a bizonyitást is az induktiv és deduktiv folyamatok összefonódása jellemzi. Az egyes események, jelenségek, stb. vizsgálatából indul az indukció, melynek eredményeit a dedukció során alapnak tekintve, belőlük következtetésekhez jutunk, melyeket kisérlettel, verifikációval ellenőrzünk. Beigazolódás esetén növekszik a módszer eredményességének, az indukció eredménye igazságának valószinüsége.

Az indoklás, mint bizonyitás megokolást, magyarázatot /i.m. 592.o./ jelent. A hétköznapi életben is igen elterjedt szubjektiv bizonyitási forma. A hipotézist igazolandó érveket, tényeket gyüjtünk össze, amelyekből következik az állitás bizonyossága. Az indoklás csak abban az esetben töltheti be bizonyitási funkcióját, ha az érvek a valóságnak megfelelnek, és azt is megmutatjuk, hogy az érvekből hogyan következik a hipotézis. Az indokolásnál előtérbe kerül a "bizonyitó", a

releváns tények megtalálása, összegyüjtése, tehát ennyiben a tágan értelmezett bizonyitás fogalmába tartozik. Leggyakrabban a jogi gyakorlatban alkalmazott bizonyitási forma.

A 6-7-8-9-10-11 eseteket már a matematikai bizonyitások során emlitettük. Mivel ezekhez a bizonyitási formákhoz elég nagyfoku absztrakció szükséges, ezért kialakulásuk habituális szinten nem várható.

Összegzésül megállapithatjuk, hogy az előzőkben emlitett bizonyitási formák egyetlen szempont szerint sem adják a bizonyitások egy lehetséges osztályozását.

Amennyiben empirikus hipotézisnek nevezzük a tapasztalat által hozzáférhető "dolgok", események, jelenségek, vagy ezek absztrahálása során létrejövő fogalmakból alkotott hipotéziseket, és teoretikus hipotéziseknek azokat amelyekre ez nem áll, vagy amelyek többszörös absztrakció eredményei, akkor azt mondhatjuk, csak az empirikus hipotézisek igazolására szolgál a verifikáció, csak a teoretikus hipotézisek igazolására a dedukció, mely magában foglalja a teljes indukciós, a kontrapozicios és a reductio ad absurdum bizonyitási formákat, mig mind a kétféle és az összetett hipotézisek igazolására a kisérlet, az indoklás és az indukció. Valamennyi bizonyitási forma lehet direkt vagy indirekt.

<u>teoretikus hipotézisek</u>		<u>empirikus hipotézisek</u>
dedukció /teljes indukció, kontrapozicio, reductio ad absurdum/	induktiv indoklás kisérlet	verifikáció

Jellemezzük még a fenti tizenkét bizonyitási formát a következő szempontok szerint: a bizonyitásban szerepló müveletek; a viselkedés szabályozási szintje; az értelmi müveletek szintje; a struktura kiépültségi szintje; a müködés absztrakciós szintje. /l: 110.o./

A táblázatot szemlélve megállapithatjuk, hogy ezek a bizonyitási formák a bizonyitási müveleteket tekintve nem kötött strukturák, ugyan azon bizonyitási forma más és más müveletsorozatokból is felépülhet. Mivel a tudományos gondolkodás fejlődése során alakultak ki, lényeges szerepet töltenek be mind az objektiv, mind a szubjektiv bizonyitási folyamatokban. Valószinü, hogy a gondolkodásban a bizonyitási müveletekből felépülő igen változatos, de azonos módon funkcionáló strukturáknak jut domináns szerep. Továbbá valószinü az is, hogy a bizonyitási müveletek között szerepló logikai müveleti strukturák nem csak kétértékü logikai müveletekként funkcionálnak, hanem más, esetleg többértékü és/vagy valószinüségi következtetésekként is, ugyanis a következtetések premisszái a szubjektum számára nem abszolut biztosak, hanem csak esetlegesek, csak bizonyos valószinüséggel igazak. Ugyan az a következtetési mód egyszer "beválik", máskor nem. A módszert mégsem vethetjük el, hiszen az objektivált tudásunk része. A következtetések, a logikai müveletek valószinüségi jellegüek, s ebből következően a belőlük is épitkező bizonyitási müveletek is. /Mielőtt a 103-104.oldalon felsorolt bizonyitási formák elemzésére térnénk, röviden vázoljuk a valószinüségi, plauzibilis komparativ logika alapjait. Részletesen Hársing: A tudományos megismerés és a plauzibilis következtetések logikája 1971./

	A bizonyitásban szereplő müveletek	A viselkedés szabályozási szintje	Értelmi müveletek szintje	A struktura kiépültségi szintje	A müködés absztrakciós szintje
verifikáció	funkcionális értelmi	habituális operacionális teoretikus	konkrét formális tudatos	elemi egyszerü összetett komplex	motoros szenzoros verbális formális
kisérlet	funkcionális értelmi	habituális operacionális teoretikus	formális tudatos	elemi egyszerü összetett komplex	motoros szenzoros verbális formális
induktiv	funkcionális értelmi	habituális operacionális teoretikus	formális tudatos	egyszerü összetett komplex	verbális formális
deduktiv	értelmi	operacionális teoretikus	formalis tudatos	elemi egyszerü összetett komplex	verbális formális
indoklás	funkcionális értelmi	habituális operacionális teoretikus	formális tudatos	elemi egyszerü összetett komplex	verbális formális
levezetés	értelmi	operacionális teoretikus	formális tudatos	elemi egyszerü összetett komplex	verbális formális
direkt	funkcionális értelmi	habituális operacionális teoretikus	konkrét formális tudatos	elemi egyszerü összetett komplex	motoros szenzoros verbális formális
indirekt	funkcionális értelmi	operacionális teoretikus	formalis tudatos	összetett komplex	formális
kontrapoziciós	értelmi	operacionális teoretikus	tudatos	elemi egyszerü összetett komplex	formalis
teljes indukciós	értelmi	operacionális teoretikus	tudatos	elemi egyszerü összetett komplex	formális
reductio ad absurdum	értelmi	operacionális teoretikus	tudatos	elemi egyszerü összetett komplex	formális
ellenpélda	funkcionális értelmi	habituális operacionál teoretikus	formális tudatos	elemi egyszerü összetett komplex	verbális formális

Plauzibilitásnak nevezzük "azt a bizonyitottsági fokot, amelyet valamely evidencia egy meghatározott hipotézisnek kölcsönöz" /i.m.35.o./. Az evidencia egyrészt olyan ismereteket jelöl, amelyek igazsága az adott hipotézis esetében nyilvánvaló, másrészt olyanokat, amelyek bizonyitékként funkcionálnak az adott hipotézis bizonyitása során.

A hipotézis plauzibilitásának mértékére a logikai valószinüségi kalkulus, vagy röviden a valószinüségi logika alkalmas. Az evidencia és a hipotézis viszonyára a következő komparativ értékek vonatkoznak: valamely hipotézis /h/ az evidenciával /e/ összeegyeztethetetlen $P(h/e)=0$

esetleges $0<P(h/e)<1$

következmény $P(h/e)=1$

/A $P(h/e)$ szimbolum a "h" hipotézis "e" evidencián alapuló valószinüségének a számértéke./

Ismeretlen plauzibilitásokat ismert plauzibilitások - premisszák - segitségével, plauzibilis következtetésekkel határozhatunk meg. Ezeknek a következtetéseknek két osztálya van: a döntéshez vezető, ha a konkluzió plauzibilitásának értéke 1 vagy 0, és előnyben részesitő, ha ez az érték 0 és 1 közé esik. Az első osztályba tartoznak az a-f, a másodikba a g-l esetek.

A kijelentéskalkulus következtetési szabályainak analóg megfelelő formulák határozhatók meg a plauzibilis következtetések esetében is /i.m. 124-127.o./.

Hársing bizonyitási eljárásainak két csoportja azokat a lehetőségeket veszi sorra, mikor a hipotézist nem közvetlenül, hanem abból levezetheto állitásokon keresztül igazolják. Pl.

a b. esetben a hipotézisből levezetünk egy tapasztalatilag ellenőrizhető következményt, amelyről ha sikerül kimutatni, hogy hamis, a hipotézist el kell vetni.

A gyakorlat és az elmélet számára is fontos, hogy bizonyos bonyolult, vagy nehezen bizonyitható hipotézisek helyett más, azokból általánosan levezethető állitásokat bizonyitunk, igazolva az eredeti hipotézist, vagy növelve annak plauzibilitását. A bizonyitási müveletekről azonban ezek az eljárások nem adnak ujabb ismereteket.

3. A BIZONYITÁSI KÉPESSÉG ISKOLAI FEJLESZTÉSÉNEK LEHETŐSÉGEI

A filozófiai, matematikai és jogi bizonyitási problémák, bizonyitási elméletek /és gyakorlat/ tanulmányozása során láttuk, hogy a bizonyitás nem csak az elvont gondolkodás szintjén történő megismerési folyamatban játszik jelentős szerepet, hanem a mindennapi tevékenységünkben is gyakran megjelenik, még ha nem is mindig számottevő.

Számunkra a pszichológiai kutatások eredményei a leghasználhatóbbak annak ellenére, hogy ezek sem foglalkoznak általánosan a bizonyitási tevékenység problémájával, vagyis a bizonyitási képesség komplex müveleti rendszerével, mely a gyakorlati és elméleti tevékenység sikján megjelenhet, hanem csak szüken, a problémamegoldás kisérőjelenségeként, általánosabban a matematikatanulás, a gondolkodás egyik területeként kezelik. A bizonyitási képesség és fejlesztésének kérdései jelentőségükhöz viszonyitva igen elhanyagoltak.

A következőkben a bizonyitási képesség fejlesztésének néhány legfontosabb átfogó, stratégiai kérdését elemezzük, utmutatásként a további ezirányu kutatómunkához.

A bizonyitási képesség komplex müveleti rendszerként való megjelenésére, működésére, kifejlesztésére irányuló oktatási

stratégiák kidolgozása csak a bizonyitási tevékenység specifikumainak és az életkori sajátosságoknak a figyelembevételével valósulhat meg, ezenkivül a strukturát alkotó müveletek kialakulásának, megszilárdulásának, és a komplex struktura működésének jellegzetességeit is figyelembe kell venni.

A bizonyitási képesség fejlesztésére irányuló általános stratégia a bizonyitási képesség müveleti kiépitésének, a müveletek rendszerré szerveződésének és egységként való funkcionálásának feladatait foglalja magában. A konkrét oktatási programok kidolgozásával az előbbi három feladat megvalósitását tantárgyakra és fejlődési stádiumokra lebontva kell megadni.

A bizonyitási képesség fejlesztésének első feladata a képesség müveleteinek kialakitása, megszilárditása. Mivel a funkcionális képességek megfelelő működése feltétele az iskolaérettségnek, ezért ezek kialakulására nem térünk ki.

Az értelmi müveletek - rendszerezési, nyelvi-logikai, kombinativ - az általános iskola alsó tagozatában /6-10 év/ megjelennek különböző fejlettségi fokon. Mivel ebben a korban a bizonyitási képesség müveletei sem jelennek meg, a feladat a funkcionális képességekre épülő értelmi müveletek konkrét szintjének kialakitása.

A különböző tantárgyakra majdnem egyforma szerep jut, legjelentősebb a nyelv és matematika tanitása, hiszen fogalmak alkotásával és megfelelő használatával kezdődhet csak meg az értelmi müveletek kialakulása.

A felső tagozatban a feladatok részben szétválnak, tantárgyakként specifikálódnak.

Az anyanyelv mellett megjelenő idegen nyelv oktatása fokozottan elősegithetné a nyelvi-logikai müveletek megszilárdulását.

A matematikán belül lehetővé válik a rendszerezés fogalmi apparátusának matematikai megalapozásával a rendszerezési müveletek formális elvégzése, továbbá az egyszerübb kombinativ müveletek is.

Más tantárgyak - főleg a természettudományok területeit érintőek - a bizonyitást mint megismerő tevékenységet leiró jellegüen ismertetik meg. A tudományos felfedezések, azok igazolása mint konkrét folyamatok az általános értelemben vett bizonyitási képesség kiépülését segithetik elő.

A középiskolában az értelmi müveletek teljes rendszere kiépül, lehetővé válik a bizonyitási képesség müveleti rendszerének strukturális kiépülése, vagyis az értelmi müveletek integrálódását figyelhetjük meg. Elsősorban a matematika tanulása járul hozzá az értelmi müveletek formális elvégzéséhez, amely feltétele a bizonyitási képesség müveleti strukturájának bizonyitási müveletként való funkcionálásának.

A matematikán belül, amennyiben az általános tantervbe a logika és a kombinatorika alapjainak az ismertetése is belekerülne, lehetővé válna az értelmi müveletek tudatos szinten való kialakulása. A középiskolai széleskörü ismeretanyag, a tudományok történetének jelentősebb problémái ismeretének birtokában, a már kialakult müveletekre támaszkodva az összes müvelet integrálódását, a bizonyitás mint az emberi megismerés egyik speciális formájának a megértését teszi lehetővé.

A felsőfoku oktatásban - nem csak a természettudománnyal foglalkozó szakokon - a képesség müveleteinek tudatos végzését

kellene elérni. Ehhez, a középiskolai oktatás eredményeképpen kiépülő formális szint szükséges, valamint a felsőfoku oktatásban magának a bizonyitási folyamat törvényszerüségeinek, összefüggéseinek az egyes tudományokon belül megjelenő bizonyitási formák közös vonásainak az ismerete szükséges.

Összegzésként megállapithatjuk, hogy a bizonyitási képesség fejlesztésének feladatát elsősorban a matematika oktatásának területén belül kell megoldani, mégpedig a bizonyitási müveletek strukturáinak létrehozását és ezek bizonyitásként való funkcionálását.

Az életkori sajátosságokat figyelembe véve a képesség fejlesztéséhez adekvát feladatokat gondos tartalmi és szerkezeti elemzés segitségével kell kiválogatni. Igy ezek nem csak a bizonyitási képesség szükséges feltételeit - az értelmi müveletek strukturáit - teremtik meg, hanem az elégségeseket is: az értelmi müveletek komplex strukturái bizonyitási müveletként funkcionálnak.

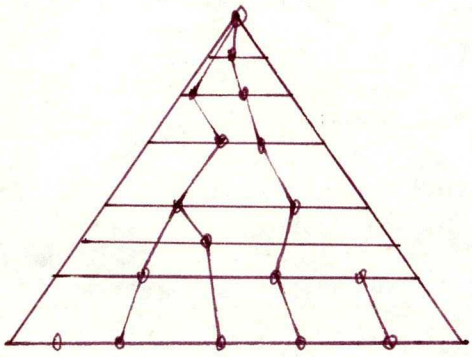
A bizonyitási képesség fejlesztés konkrét lehetőségeinek a felkutatása még további elméleti és empirikus kutatómunkát igényel.

Többdimenziós fejlődési görbék kisérleti meghatározása a feltétele a bizonyitási képesség optimális fejlesztéséhez szükséges igen széleskörü, több tantárgyat átfogó tananyag, és ennek elsajátitásához megfelelő módszerek kidolgozásának.

Ö S S Z E G Z É S

A dolgozat első részében vázolt filozófiai, matematikai jogi megfontolásokat és pszichológiai kutatások eredményeit is figyelembe véve a következő eredmények adódtak:

1. Bármely bizonyitási folyamat /objektiv, szubjektiv/ strukturája egy háromszög alaku "rugalmas" háló szerkezettel irható le:



A csucs a hipotézis, az alapot a feltételek /esetleg egy részük/ alkotják. Az alaptól a csucsig egy vagy több lépésben, különböző szinteken keresztül a bizonyitási müveletek alkalmazásával juthatunk. Egy-egy szintet az előző szintről az azonos müveletekkel elérhető pontok /melyek lehetnek feltételek, vagy már a bizonyitás folyamatának eredményei/ alkotják. Az egyes szinteken lévő pontok, és a szintek számát csak az átte-

kinthetőség korlátozza. A szintek közti "kapcsolatok" megteremtése a megfelelő pontok kiválasztását és a velük végzett műveleteket jelentik.

2. A bizonyitási képesség pszichikus rendszerének vizsgálata a műveletek szerveződése révén, belső, strukturális szempontok szerint lehetséges, de tulságosan bonyolult. Másrészt a pedagógia és a pszichológia elméletét és gyakorlatát a valóságosan kialakuló, a gondolkodásban megjelenő pszichikus bizonyitási strukturák érdeklik.
A hagyományos bizonyitási formák azt látszanak igazolni, hogy inkább a működés, a funkció vizsgálatával juthatunk közelebb a bizonyitási képességek megértéséhez.
Mivel a hagyományos alkalmazott bizonyitási formák strukturái horizontálisan és vertikálisan is igen dinamikusan változnak ugyan azon bizonyitási forma esetében is, ezért valószinü, hogy nem a bizonyitási műveletek mennyisége, minősége, sorrendisége, szerveződése határozza meg a bizonyitás módszerét, a bizonyitás folyamatát, jóllehet létük és működésük feltétele a bizonyitásnak, hanem valami külső, a strukturából nem levezethető szempont/ok/. /Filozófiai meggondolások alapján azt mondhatjuk, hogy a hipotézis tartalma és/vagy a hipotézis megalkotásának módja határozza meg a bizonyitási műveletek strukturájának funkcionálását./

3. A logikai műveletek fontos szerepet töltenek be a gondolkodásban, igy a bizonyitási tevékenységben is. A kétértékü logika következtetési szabályai azonban csak a logikai következtetések egy részét irják le. Pontosabban a következtetési formák pszichikus strukturái ugyan azok /vagy izomorfak/, de többféle módon funkcionálnak.

A kétértékü logikát csak "biztos" dolgokra, jelenségekre, stb lehet alkalmazni. Ekkor a feltételek /a tudományelméletben alkalmazott kifejezéssel élve/, az evidenciák és a következmény is "biztos", valószinüségük $P/e_i/ = P/h/ = 1$ vagy $P/e_i/ = 1$ és $P/h/ = 0$.

A plauzibilis következtetések esetében az evidencia még nyilvánvaló, biztos, de a hipotézis plauzibilitása, bizonyitottsági foka az illető evidenciára vonatkozóan már nem szükségszerüen egy vagy nulla, hanem a hipotézis lehet esetleges, valószinü, nem kizárt, stb.

Még tovább menve, előfordulhat - s a mindennapi életben talán legtöbbször elő is fordul -, hogy az evidencia sem "evidens", azaz $0 < P/e_i/ < 1$.

A bizonyitás szempontjából azért fontos figyelembe venni e két utóbbi, s esetleg más logikai következtetési módokat is, mert segitségükkel a bizonyitási képesség tág fogalmának több, a szükebb értelmezésből kizárt aspektusa is tárgyalható egzakt módon, egy általánosabb képességet is tanulmányozhatunk /Pl. a racionalitás elfogadása, hit bizonyos elvekben, stb./.

A logikai következtetéseknek éppen az a jelentőségük, hogy a konkrét tartalomtól függetlenül, csupán a forma által meghatározottan is elvégezhetők. A bizonyitási müveletekből felépülő strukturák esetében nincs önálló forma - esetleg operacionális, méginkább csak teoretikus szinten -, hanem csak a konkrét tartalmak által meghatározottan müködhetnek.

A bizonyitási képességnek jelentős szerepe van az ember gyakorlati és értelmi tevékenységében, igy fejlesztése nem

csak a tanulás, hanem általánosan a megismerés és az elsajátítás hatékonyságának növelése érdekében is elengedhetetlen.

I R O D A L O M

A Bécsi Kör filozófiája /1972/. Gondolat Kiadó, Budapest

A magyar nyelv értelmező szótára /1968/. Akadémiai Kiadó, Budapest.

BACON, F. /1954/: Novum organum. Művelt nép Könyvkiadó, Budapest.

BRAITHWITE /1953/: Scientific Explanation. University Press, Cambridge.

CARNAP, R. /1958/: Induktive Logik und Wahrscheinlichkeit. Bécs.

CSAPÓ Benő /1979/: A kombinativ képesség és értékelésének feltételei, Acta Paedagogica, Szeged.

CSÉKA Ervin /1967/: A bizonyitással összefüggő néhány kérdés a büntetőeljárásban. Jogtudományi Közlöny 1967/2

CSÉKA Ervin /1968/: A büntető ténymegállapitás elméleti alapjai. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Bp.

FOGARASI Béla /1959/: Logika. Akadémiai Kiadó, Budapest.

FÖLDESI Tamás /1967/: A marxista filozófia bizonyitáselméletének alapjai. Kossuth Könyvkiadó, Bp.

GÖDÖNY József /196?/: A bizonyitás, a bizonyitékok és a bizonyitékok forrásai a nyomozásban. Kandidátusi Értekezés Tézisei, MTA KBSZ Sokszorosító, Bp.

HÁRSING László /1971/: A tudományos megismerés és a plauzibilis következtetések logikája. Akadémiai Kiadó, Bp.

HARTMANN, N. /1925/: Grundzüge einer Metaphysik der Erkenntniss. Berlin.

HEGEL, G.W.F. /1957/: A logika tudománya. Akadémiai Kiadó, Bp.

HUSSERL, E. /1950/: Ideen zu einer reinen Phänomenologie. Haag.

Idegen szavak és kifejezések szótára /1978/. Akadémiai Kiadó,Bp.

INHELDER, B. PIAGET, J. /1967/: A gyermek logikájától az ifju logikájáig. Akadémiai Kiadó, Bp.

KALMÁR László /1978/: A matematika alapjai. I-II. kötet. Kézirat 14. utánnyomás. Tankönyvkiadó, Bp.

KANT, I. /1891/: A tiszta ész kritikája. Franklin, Bp.

KATONA Géza /1977/: Bizonyitási eszközök a XVIII-XIX. században. A kriminalisztika magyarországi előzményei. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Bp.

KELEMEN László /1981/: Pedagógiai pszichológia. Tankönyvkiadó, Bp.

KERTÉSZ Imre /1972/: A tárgyi bizonyitékok elmélete a büntetőeljárási jog és a kriminalisztika tudományában. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Bp.

KLAUS, G. /1963/: Bevezetés a formális logikába. Gondolat Kiadó, Bp.

KOCSIS Mihály /1954/: A birói bizonyosság problémájához /Pécsi Tudományegyetem Állam és Jogtudományi Karának kézikönyve/

LANDAU, Erika /1976/: A kreativitás pszichológiája. Tankönyvkiadó, Bp.

LEIBNIZ, G.W.F. /1907/: Értekezések. Franklin, Bp.

LEONTYEV, A.Ny. /1979/: Tevékenység, tudat, személyiség. Gondolat-Kossuth, Bp.

LÉNÁRD Ferenc /1978/: A problémamegoldó gondolkodás. Akadémiai Kiadó, Bp.

LOVELL, Kenneth /1970/: The Development of the Concept of Mathematical Proof in Abler Pupils. Columbia University

Magyar büntető eljárási jog. /1977/ Egységes jegyzet. Tankönyvkiadó, Bp.

Magyar értelmező kéziszótár /1978/. Akadémiai Kiadó, Bp.

Magyar szinonimaszótár /1978/. Akadémiai Kiadó, Bp.

MÓRA Mihály /1960/: A bizonyitás fogalma, tárgya és a bizonyitékok mérlegelése a büntetőeljárásban. Jogtudományi Közlöny 1960/12.

NAGEL /1956/: Logic without metaphysics. Glencoe

NAGY József /1979/: Köznevelés és rendszerszemlélet. Országos Oktatástechnikai Központ, Veszprém.

NAGY József /1980/: A tudás létezési módjai, megjelenési formái és funkciói. Acta Paedagogica et Psychologica, Szeged.

NAGY Lajos /1974/: Itélet a büntetőperben. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Bp.

NAGY Lajos /1966/: Tanubizonyitás a büntetőperben. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Bp.

PÓLYA György /1971/: A gondolkodás iskolája. Gondolat Kiadó, Bp.

PÓLYA György /1979/: A problémamegoldás iskolája. Tankönyvkiadó, Bp.

POPPER, K. /1959/: The Logic of Discovery. London

QUINE, W. /1968/: A logika módszerei. Akadémiai Kiadó, Bp.

RUBINSTEIN, Sz.L. /1967/: Az általános pszichológia alapjai. Akadémiai Könyvkiadó, Bp.

RUZSA Imre /1966/: A matematika néhány filozófiai problémájáról. Tankönyvkiadó, Bp.

RUZSA Imre /1981/: A szimbolikus logika elemei. Egységes jegyzet. Kézirat. Tankönyvkiadó, Bp.

RUZSA Imre-URBÁN János /1966/: Matematikai logika. Tankönyvkiadó, Bp.

SÁNDOR Pál /1958/: Arisztotelész logikája. Gondolat Kiadó, Bp.

SÁNDOR Pál /1965/: A filozófia története. Kossuth Kiadó, Bp.

SCHLICK, M. /1948/: Gesetz, Kausalität und Wahrscheinlichkeit. Bécs

SELYE János /1980/: Álomtól a felfedezésig. Akadémiai Kiadó, Bp.

SZÁSZ Gábor /1972/: Az axiomatikus módszer. Tankönyvkiadó, Bp.

SZIGETVÁRI Sándor /1970/: Az induktiv és a deduktiv következtetések kapcsolata az empiria sikján. Akadémiai Kiadó, Bp.

The American Mathematical Monthly 1980/4.

TREMMEL Flórián /1970/: A bizonyitás és a bizonyitékok fogalma a büntetőeljárásban. /Sudia Iuridica. Auctonitate Universitas Pécs Publicata./ Pécs.

WARTOFSKY, M.W. /1977/: A tudományos gondolkodás fogalmi alapjai. Gondolat Kiadó, Bp.