

SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM
KÍSÉRLETI FIZIKAI TANSZÉK

**Sztochasztikus rezonanciával
elérhető jeljavítás és
neurokardiológiai fluktuációk
vizsgálata**

Doktori értekezés

Készítette:
Makra Péter

Témavezető:
Dr Gingl Zoltán
egyetemi docens

SZEGED
2006

Tartalomjegyzék

Bevezetés	3
1. Tudományos előzmények	6
1.1. A zajok leírásának eszközei	6
1.1.1. Valószínűségszámítási alapfogalmak	6
1.1.2. Véletlen folyamatok időbeli tulajdonságainak leírása	8
1.1.3. Véletlen folyamatok frekvenciatartománybeli leírása	10
1.1.4. Zajok osztályozása eloszlásuk és spektrumuk szerint	11
1.2. Véletlen jelek földolgozása	13
1.2.1. Amplitúdóbeli és időbeli kvantálás	13
1.2.2. A mintavételi tétel	14
1.2.3. A mintavételi tétel megsértésének következményei	16
1.2.4. Mintavételezett jelek spektrális analízise	18
1.3. A sztochasztikus rezonancia	19
1.3.1. Történeti áttekintés	19
1.3.2. A sztochasztikus rezonancia általánosított mechanizmusa	22
1.3.3. Színes zajok a sztochasztikus rezonanciában	27
1.3.4. Jel-zaj viszony erősítés lehetőségei a sztochasztikus rezonanciában	28
1.4. Fluktuációk az emberi szív- és érrendszerben	32
1.4.1. A szív működés alapjai; a szív ciklus	32
1.4.2. A szív- és érrendszer vegetatív szabályzása	34
2. A sztochasztikus rezonanciával elérhető jel-zaj viszony erősítés vizsgálata	36
2.1. Jel-zaj viszony erősítés a kettős potenciálvölgyben	36
2.1.1. Célkitűzések	36
2.1.2. Vizsgálati módszerek, eszközök	36
2.1.3. Eredmények	43
2.2. Jel-zaj viszony erősítés a Schmitt-triggerben	46
2.2.1. Célkitűzések	46
2.2.2. Vizsgálati módszerek	46
2.2.3. Eredmények	47

2.3.	Színes zajok hatása a jel-zaj viszony erősítésre	49
2.3.1.	Célkitűzések	49
2.3.2.	Vizsgálati módszerek	50
2.3.3.	Eredmények	53
3.	Az emberi szív- és érrendszerbeli fluktuációk vizsgálata	59
3.1.	A fluktuációk vizsgálatának módszerei	59
3.1.1.	Az elektrokardiogram (EKG)	59
3.1.2.	A vérnyomás és a légzési ütem regisztrálása	61
3.1.3.	A fluktuációk időtartománybeli vizsgálata	63
3.1.4.	A fluktuációk spektrális elemzése	63
3.1.5.	Az EKG-, vérnyomás- és légzésijel-fluktuációk összefüggései	66
3.2.	A vérvesztesség hatásai az emberi autonóm regulációra	68
3.2.1.	Célkitűzések	68
3.2.2.	Vizsgálati eszközök, módszerek	68
3.2.3.	Eredmények	69
3.3.	A dohányzás szív- és érrendszeri hatásai	72
3.3.1.	Célkitűzések	72
3.3.2.	Vizsgálati eszközök, módszerek	72
3.3.3.	Eredmények	75
	Összefoglalás	79
	Summary	81
	Köszönetnyilvánítás	83
	Irodalomjegyzék	84
	Az értekezés alapjául szolgáló közlemények	84
	Fölhasznált irodalom	84

Bevezetés

Megszoktuk, hogy két birodalomban higgyünk, a célok és az akarat birodalmában és a véletlenek birodalmában; az utóbbiban értelmetlenül folyik minden, megy, megáll, lehull, anélkül hogy valaki megmondhatná, miért, mivégre? [...] Ez a kétféle birodalomba vetett hit ősrégi romantika és mese: minket, okos törpéket, akiknek akaratuk és céljuk van, ostoba, iszonyúan ostoba óriások, a véletlenek háborgatnak, szétvernek, gyakran halálra taposnak - [...] Tanuljunk hát meg, mert nagyon ideje már: céljaink és eszünk vélt külön birodalmában szintén az óriások kormányoznak!

Friedrich Nietzsche: *Hajnalpír*. Szabó Ede fordítása

A XX. század a tudomány számos területén hozott gyökeres szemléletváltást. Ezek a változások a véletlenről – azaz azon események összességéről, amelyeknek kimenetelét nem tudjuk előre megjósolni – alkotott képünket sem hagyták érintetlenül: míg hagyományosan a véletlen csupán fölszíni megjelenése volt az önmagukban determinisztikus, csupán bonyolultságuk miatt véletlenszerűnek tűnő összefüggéseknek, a modern fizika, a kvantumfizikával az élen, kiemelte a véletlent a fenomenológia szintjéről és önmagában törvényszerűséggé, a Természet inherens alkotóelemévé tette. A korábbi szemléletmód talán legjobban Laplace azon állításával jellemezhető, mely szerint a szükséges egyenletek és kezdeti feltételek birtokában minden folyamat kimenetele elvileg előre meghatározható [1]. A kvantummechanika ezzel szemben már több kimenetelt rendel egy folyamathoz, és törvényszerűségei az ezen kimenetekhez tartozó *valószínűségekről* beszélnek. Itt már nem azért tűnnek véletlenszerűnek bizonyos folyamatok, mert nem ismerjük kellő pontossággal a mögöttük zajló determinisztikus törvényeket, hanem azért, mert azok is: az őket leíró törvények már nem szigorú determinizmusról, hanem inherens véletlenszerűségről beszélnek. Persze ez a szemléletváltás sem egyik pillanatról a másikra következett be: 1935-ös híres dolgozatában Einstein még amellet érvel, hogy a kvantummechanika szükségszerűen nem lehet teljes, és kell lennie mögötte egy teljesebb, determinisztikus elméletnek [2]. A dolgozat nyomán kibontakozó vitát végül is John Stuart Bell egyenlőtlensége döntötte el, melynek kísérleti vizsgálata bebizonyította, hogy ilyen determinisztikus elmélet nem létezhet [3, 4]. Jelenlegi tudásunkban tehát a véletlen megkerülhetetlen tényező, a természeti törvények egy elsődleges megnyilvánulási formája.

A véletlen szerepének ilyen átértékelésével némiképp megváltozott a kísérletező ember véletlen jelekhez, azaz zajokhoz fűződő viszonya is (itt és a továbbiakban zajon véletlen jelet értek, légyen az akusztikus, elektronikus vagy egyéb természetű). Míg hagyományosan a zajokat csupán a méréseket zavaró, kellemetlen tényezőnek tekintették, amelyek megismerésére csak minél teljesebb kiküszöbölésük reménye indított, utóbb felismerték, hogy a zajok is a vizsgált rendszer sajátjai, így elemzésük magáról a rendszerről szolgál-

tathat értékes információt. A működés közben természetes módon föllépő zajok analízise különösen akkor hasznos, amikor a rendszer gerjesztés és az arra adott válasz alapján történő vizsgálata nem lehetséges, vagy legalábbis nem ildomos, mert akkor beavatkoznánk a rendszer működésébe, vagy akár magát a rendszert is megváltoztatnánk – jellegzetes példa erre az atomreaktorok működésének monitorozása a neutronfluxus-ingadozások alapján, de itt említhetjük az integrált áramkörök megbízhatóságának vizsgálatát is a rajtuk föllépő elektromos zajon keresztül.

Látjuk tehát, hogy a zajok információnyerést gátló tényezők helyenként információforrássá léptek elő. Létezhet azonban a zajoknak ezen túlmenően egyfajta konstruktív szerepe is: a jelenségek egy igen széles körében a zajok a folyamat kimenetelét valamely szempontból optimalizálhatják; sok esetben a zajok jelenléte teszi lehetővé, hogy a folyamat egyáltalán végbemehessék. Az első ebbe a körbe tartozó megfigyelés a jégkorszakok váltakozását érintette: a leíró egyenletek azt mutatták, hogy csupán a földtengely excentricitásának periodikus váltakozása nem vezetne jégkorszakokra; szükséges volt a légköri és óceáni áramlásoknak, valamint a földfelszín albedójának fluktuációit is bevezetni az egyenletekbe, amelyek ezután jól leírták a jégkorszakok bekövetkeztét [5, 6]. A jelenséget, amely a rezonanciával való távoli analógiája nyomán a sztochasztikus rezonancia nevet kapta, kimutatták számos területen: elektronikus eszközöktől kezdve a gyűrűlézereken keresztül egészen a különféle neuronmodellekig [7, 8, 9, 10, 11].

A zajok mind információforrásként, mind konstruktív szerepben számos tudományterületen előfordulnak: megtaláljuk őket a fizikában, biológiában, orvostudományban, de a gazdasági folyamatokban vagy akár a közlekedési statisztikákban is. Ezen területek nagy diverzitása ellenére maguknak a zajfolyamatoknak a kezelése nagymértékben hasonló eszköztárat igényel, ami erős interdiszciplináris jelleget ad a zajkutatásnak. Ezt tükrözi értekezésem témája és fölépítése is: két területen, a sztochasztikus rezonanciát mutató fizikai modellrendszerekben, illetve az emberi szív- és érrendszer autonóm szabályozásában fellépő fluktuációk terén végzett munkám eredményeit igyekszem az alábbiakban tárgyalni.

A sztochasztikus rezonancia leggyakrabban használt kvantitatív mércéje a jel-zaj viszony, ami a jelteljesítmény és a zajteljesítmény hányadosa. A jel-zaj viszony segítségével a sztochasztikus rezonancia úgy határozható meg, mint a kimeneti jel-zaj viszony nemmonoton, maximumot mutató függése a bemeneten mutatkozó zajerősségtől, ahol a maximum nemnulla bemeneti zajerősségnél van. Azaz sztochasztikus rezonanciáról akkor beszélünk, ha a kimenőjel minősége egy határig javul a bemenetre adott zaj növelésével. Felvetődik azonban a kérdés, hogy elérhető-e a zaj növelésével az is, hogy a kimenőjel nem csupán a zajmentes esetben tapasztalt kimenőjelnél, hanem magánál a bemenőjelnél is jobb legyen, más szóval a kimeneti és bemeneti jel-zaj viszony hányadosaként értelmezett jel-zaj viszony erősítés értéke 1 fölé emelkedjék? Mint látni fogjuk, ez az az alapkérdés, amely a sztochasztikus rezonanciával kapcsolatos munkámat meghatározta.

A sztochasztikus rezonanciára irányuló kutatások során a bemenetre adott zaj leggyakrabban úgynevezett fehérzaj, azaz olyan zaj, amelyben minden spektrális összetevő egyenlő súllyal van jelen. Ennek oka főként az, hogy a fehérzaj akár numerikus, akár valós zajforrás útján történő előállítása egyszerűbb, és analitikus kezelése is több reménnyel kecsegtet, mint az úgynevezett színes zajoké, amelyek spektrumában bizonyos összetevők nagyobb súllyal szerepelnek. A színes zajok tanulmányozása ennek ellenére távolról sem érdektelen: az úgynevezett FitzHugh-Nagumo-neuronmodellben végzett numerikus szimulációk például azt mutatták, hogy bár a színes zajok lerontják a kimeneti jel-zaj viszony maximumának értékét, ez a maximum kisebb zajerősség mellett következik be egyes színes zajok használatával, mint fehérzaj esetén [12, 13]. E jelenségnek fontos szerepe lehet

például az ingerküszöb alatti jelek érzékelésének sztochasztikus rezonancia segítségével történő megmagyarázásában. A másik kérdéskör tehát, amelyre a sztochasztikus rezonanciát érintő vizsgálataimban választ kerestem, a színes zajú gerjesztések hatása a sztochasztikus rezonancia lefolyására.

A fentieknek megfelelően dolgozatomban a szükséges matematikai eszköztár részletezését követő első fő részében áttekintem a jel-zaj viszony erősítés kérdésének a szakterület irodalmában fellelhető előzményeit, majd bemutatom azt a munkát, amelyet ebben a témakörben végeztem. Tárgyalom azokat az analóg, illetve numerikus szimulációkat, amelyekkel megvizsgáltuk a jégkorszak-váltakozások absztrakciójából önállóan kialakított klasszikus modell, a kettős potenciálvölgy, valamint az elektronikában gyakran előforduló Schmitt-trigger által mutatott sztochasztikus rezonanciát fehérzajjal történő gerjesztés esetén, és feltérképeztük a jel-zaj viszony erősítés viselkedését a bemenőjel amplitúdójának és kitöltési tényezőjének függvényében. Ezt követően rátérek azokra a numerikus szimulációkra, amelyeket egy szintmetszés-detektorban és a Schmitt-triggerben fellépő sztochasztikus rezonancia tanulmányozása céljából végeztem különböző színes zajú gerjesztések használatával. Bemutatom, hogyan függ ezekben a rendszerekben a jel-zaj viszony erősítés elérhető maximumának helye és értéke a bemenetre adott zaj spektrális összetételétől, majd kitérek arra az anomáliára, amely a jel-zaj viszony különböző értelmezései közötti eltérésekből adódik.

Dolgozatom második fő része az emberi szív- és érrendszer vegetatív szabályzásának fluktuációk segítségével történő elemzésével foglalkozik. A kérdéses szabályozó rendszer a keringés stabilitásáért felelős, többszörösen összetett és visszacsatolt rendszer, amelyről a szívritmus, a vérnyomás és a légzés fluktuációin keresztül kaphatunk információkat. Működése máig sincs pontosan föltérképezve. A rendszer jobb megértéséhez nagymértékben hozzájárulhat például a szívütések közötti intervallumhossz ingadozásainak statisztikai elemzése. Dolgozatom második felében két ilyen kísérletet ismertetek, melyekben idő- és frekvenciatartománybeli számítások elvégzésével működtem közre. Ezek közül az első arra irányult, hogy felderítse, a vértérfogat változása milyen hatással van a keringés szabályozására. Ennek érdekében önkéntesek EKG-, vérnyomás- és légzésjeleit rögzítették véradás előtt és után. Az eredményekből az derült ki, hogy a vérvesztés hatására növekedett a vérnyomás, míg a légzési ütem és a szívritmus nem változott jelentős mértékben, a szívritmus és a vérnyomás csatolásának erősségét megjelenítő paraméterek pedig csökkentek. A második kísérlet a dohányzás azonnali hatásait igyekezett fölmérni. Ennek során nemdohányzó önkéntesekkel elszívattak egy cigarettát, és rögzítették EKG- és vérnyomásjeleiket mind a cigaretta elszívása előtt. Az időtartománybeli szívritmus-paraméterek elemzése azt mutatta, hogy már egyetlen cigaretta elszívása is jelentős mértékben lecsökkenti a szívritmusban természetes módon jelenlévő fluktuációk mértékét, ami a vegetatív szabályozórendszer alkalmazkodóképességének drasztikus csökkenésére utal.

1. fejezet

Tudományos előzmények

1.1. A zajok leírásának eszközei

1.1.1. Valószínűségszámítási alapfogalmak

A véletlen jelenségek leírásához a valószínűségszámítás eszköztára ad segítséget; a véletlenszerűen ingadozó fizikai mennyiségeknek *valószínűségi változókat* feleltethetünk meg. Tekintsük most röviden át ezen valószínűségi változók bevezetéséhez szükséges fogalmakat, a valószínűségi változók tulajdonságait, a velük kapcsolatos néhány numerikus jellemzőt [14, 15, 16].

Kolmogorov-féle valószínűségi mező \blacklozenge A véletlen kísérlet lehetséges kimenetelei az *elemi események* (jelük: ω). Az összes lehetséges elemi esemény halmaza az *eseménytér*, jele: Ω ($\Omega := \{\omega_i\}$). Az eseménytér részhalmazait *eseményeknek* nevezzük; az események között a halmazok között megszokott unió-, metszet-, különbség- és komplementerképzés műveleteket értelmezhetjük, melyek rendelkeznek a megfelelő kommutativitási, disztributivitási és asszociativitási tulajdonságokkal. Az eseményeknek egy \mathcal{A} halmazát ezekkel a műveletekkel *eseményalgebrának* nevezzük, ha az alábbi tulajdonságok érvényesek rá:

$$\emptyset \in \mathcal{A}, \quad (1.1)$$

$$\Omega \in \mathcal{A}, \quad (1.2)$$

$$A, B \in \mathcal{A} \Rightarrow A \setminus B \in \mathcal{A}, \quad (1.3)$$

ahol a \setminus jel a halmazok közti különbségképzést jelöli. Az eseménytéren értelmezett $P : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ függvényt *valószínűségnek* nevezzük, ha teljesülnek rá a következő összefüggések:

$$P(\Omega) = 1, \quad (1.4)$$

$$\forall \{A_i\}_{i=1}^n \subset \mathcal{A} : A_i \cap A_j = \emptyset \forall i \neq j \Rightarrow P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i). \quad (1.5)$$

Az (Ω, \mathcal{A}, P) algebrai struktúra a *Kolmogorov-féle valószínűségi mező*.

Valószínűségi változó \blacklozenge Az eseményalgebrán értelmezett $\xi : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ leképezést *valószínűségi változónak* nevezzük, ha teljesül rá az (1.6) összefüggés.

$$\forall x \in \mathbb{R} : \{\omega \in \Omega : \xi(\omega) < x\} \in \mathcal{A} \quad (1.6)$$

(A továbbiakban az áttekinthetőség kedvéért a valószínűségi változók argumentumában az $\{\omega : \xi(\omega) < x\}$ eseményt a $\xi < x$ jelöléssel rövidítjük; hasonlóképpen értelmezzük a $\xi = x$, $\xi \leq x$, stb rövidítéseket is.) Értékkészletük alapján *diszkrét* és *folytonos* valószínűségi változókat különböztetünk meg.

Diszkrétnek nevezzük azt a valószínűségi változót, amelynek az értékkészlete legfeljebb megszámlálhatóan végtelen. A diszkrét valószínűségi változót legpontosabban úgy tudjuk jellemezni, hogy megadjuk lehetséges értékeit és azt, hogy ezeket az értékeket milyen valószínűséggel veszi fel, azaz az x_k értékeket és a $p_k := P(\xi = x_k)$ valószínűségeket. A p_k valószínűségekre igaz a következő összefüggés:

$$\sum_k p_k = 1, \quad (1.7)$$

ha a k index végigfutja ξ teljes értékkészletét. A valószínűségi változóról maximális információt hordoz az $F(x)$ *eloszlásfüggvény*:

$$F(x) := P(\xi < x). \quad (1.8)$$

Az eloszlásfüggvény megadja, hogy egy valószínűségi változó milyen valószínűséggel marad egy adott korlát (x) alatt; segítségével azt is kiszámíthatjuk, hogy egy ξ valószínűségi változó értéke milyen valószínűséggel esik egy tetszőleges $[a, b]$ intervallumba:

$$\begin{aligned} P(a \leq \xi < b) &= P(\{\omega : \xi(\omega) < b\} \setminus \{\omega : \xi(\omega) < a\}) = \\ &= P(\xi < b) - P(\xi < a) = F(b) - F(a). \end{aligned} \quad (1.9)$$

A valószínűségi változóról kevésbé pontos információt szolgáltat a *várható érték*, melynek definíciója diszkrét esetben:

$$E(\xi) := \sum_k p_k x_k. \quad (1.10)$$

Folytonos valószínűségi változóról beszélünk abban az esetben, ha a valószínűségi változóhoz található egy olyan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, amelyre teljesül, hogy

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt, \quad (1.11)$$

ahol $F(x)$ az eloszlásfüggvény. Az f függvényt a valószínűségi változó *sűrűségfüggvényének* nevezzük. A sűrűségfüggvény segítségével is megadható, mekkora valószínűséggel esik egy ξ valószínűségi változó értéke egy $[a, b]$ intervallumba:

$$P(a \leq \xi < b) = F(b) - F(a) = \int_{-\infty}^b f(x) dx - \int_{-\infty}^a f(x) dx = \int_a^b f(x) dx, \quad (1.12)$$

főltéve, hogy $\int_{-\infty}^{\infty} |x| f(x) dx$ konvergens.

A várható érték megadja azt a szintet, amely körül a mért értékek ingadoznak, nem ad azonban számot magáról az ingadozás nagyságáról. Erre vezetjük be a *szórást*, melynek definíciója mind diszkrét, mind folytonos valószínűségi változóra:

$$D(\xi) := \sqrt{E([\xi - E(\xi)]^2)}, \quad (1.13)$$

azaz a várható értéktől való eltérés négyzetének várható értékéből vont négyzetgyök.

A $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ valószínűségi változókat (teljesen) *függetleneknek* nevezzük, ha

$$P\left(\bigcap_{i=1}^n \{\omega : \xi_i(\omega) < x_i\}\right) = \prod_{i=1}^n P(\xi_i < x_i), \quad (1.14)$$

azaz annak a valószínűsége, hogy a valószínűségi változók egyidőben a rájuk jellemző korlát alatt maradnak, megegyezik az egyedi valószínűségek (az adott valószínűségi változó az adott korlát alatt marad) szorzatával.

Ha több valószínűségi változónk van, ezek összegének várható értékére igaz a következő összefüggés:

$$E\left(\sum_{i=1}^n \xi_i\right) = \sum_{i=1}^n E(\xi_i). \quad (1.15)$$

Ha a valószínűségi változóink függetlenek, összegük szórásnégyzete (*varianciája*) a következőképpen viselkedik:

$$D^2\left(\sum_{i=1}^n \xi_i\right) = \sum_{i=1}^n D^2(\xi_i). \quad (1.16)$$

Az itt bevezetett valószínűségelméleti fogalmak teremtik meg azt az eszköztárat, amelynek segítségével a fizikai mérések során fellépő véletlenszerű komponenseket tartalmazó jeleket jellemezni tudjuk. A valószínűségi változókból kiindulva reprezentálhatók az ingadozó mennyiségeink; a várható érték a véletlen folyamat tapasztalati átlagértékének elméleti megfelelője, míg a szórás az ingadozás mértékéről ad számot.

1.1.2. Véletlen folyamatok időbeli tulajdonságainak leírása

Véletlen folyamatok ♦ Előfordulhat, hogy a mért mennyiség nem csupán véletlenszerűen ingadozik, hanem e véletlenszerűség jellege is változik az idővel. Ebben az esetben az előzőekben bevezetett valószínűségi változók önmagukban nem nyújtanak kielégítő leírást a folyamatról, szükségessé válik az időfüggés bevezetése. Így jutunk a *sztochasztikus folyamat* vagy *véletlen folyamat* fogalmához, amely definíciója szerint a valószínűségi eseménytér minden eleméhez egy-egy időfüggvényt rendel hozzá. A sztochasztikus folyamat felfogható időfüggvények olyan sokaságaként, melynek elemeit az eseménytér elemei generálják [17]. A véletlen folyamatokat tehát $x(\omega, t)$ kétváltozós függvények reprezentálják:

$$x : \Omega \times T \rightarrow \mathbb{R}, \quad (\omega, t) \mapsto x(\omega, t) \in \mathbb{R} \quad (T \subset \mathbb{R}). \quad (1.17)$$

Ezek egy rögzített időpillanatban valószínűségi változókként működnek:

$$x_{t_*} := x(\omega, t)|_{t=t_*} \quad x_{t_*} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}, \quad (1.18)$$

illetve az elemi eseményeket rögzítve egyszerű időfüggvényekként:

$$x_{\omega_*} := x(\omega, t)|_{\omega=\omega_*} \quad x_{\omega_*} : \mathbb{T} \rightarrow \mathbb{R}. \quad (1.19)$$

Időátlag, sokaságátlag \blacklozenge Az időfüggés bevezetése új mennyiségek definiálását teszi szükségessé. Képezhetjük például az *időbeli középértéket*, amelyet egy $x(\omega, t)$ sztochasztikus folyamat esetében úgy kaphatunk meg, hogy valamely T időtartamra képezzük az $x(\omega, t)$ jel átlagértékét:

$$\langle x(\omega) \rangle_T := \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(\omega, t) dt. \quad (1.20)$$

$T \rightarrow \infty$ határátmenetben kapjuk az $\langle x(\omega) \rangle$ időátlagot:

$$\langle x(\omega) \rangle := \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(\omega, t) dt. \quad (1.21)$$

A továbbiakban az egyszerűség kedvéért az ω argumentumot elhagyjuk, így az $x(t)$, $\langle x \rangle_T$, $\langle x \rangle$ jelölésekbe implicit módon beleértendő, hogy azok véletlenszerűen ingadozhatnak, hiszen elemi események függvényei.

Ha véletlen folyamatokra is kiterjesztjük a várható érték vagy a szórás fogalmát, láthatjuk, hogy azok skalárok helyett időfüggvények lesznek; ugyanígy az eloszlásfüggvényben és a sűrűségfüggvényben is megjelenik az időfüggés. Ez általános esetben igen bonyolulttá teszi a véletlen folyamatok kezelését. Fontos alosztályát képezik a sztochasztikus folyamatoknak a *stacionárius folyamatok*, amelyekre a statisztikai paraméterek időfüggetlenek, illetve az *ergodikus folyamatok*, amelyekre teljesül, hogy az időátlag megegyezik a sokaság szerinti átlaggal, azaz a várható értékkel. Az ergodicitásnak szükséges, de nem elégséges feltétele az stacionaritás.

Autokorreláció-függvény \blacklozenge A továbbiakban bevezetünk néhány mennyiséget, amelyek a sztochasztikus folyamatok időbeli tulajdonságait írják le. Elsőként az $x(t)$ véletlen folyamat *autokorreláció-függvényét* definiáljuk:

$$R_{xx}(t, t + \tau) := E(x(t) \cdot x(t + \tau)). \quad (1.22)$$

Az autokorreláció-függvény azt jellemzi, hogy a jel τ idejű eltolás esetén mennyire „hasonlít” önmagára. Ha egy jel esetén a $t + \tau$ időhöz tartozó értékek függetlenek attól, hogy a jel milyen értéket vett fel a t időpillanatban, akkor a kérdéses folyamat korrelálatlan. Ekkor az autokorreláció-függvény minden $0 \neq \tau$ -ra nullával egyenlő, a $\tau = 0$ esetben pedig a jel négyzetének várható értékét adja.

Ergodikus jelekre az autokorreláció-függvényt a következő módon is megadhatjuk:

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) x(t + \tau) dt. \quad (1.23)$$

Keresztkorreláció-függvény \blacklozenge Hasonlóan vezethetjük be a *keresztkorreláció-függvényt*, amely két jel közötti kapcsolatot jellemez:

$$R_{xy}(t, t + \tau) := E(x(t) \cdot y(t + \tau)), \quad (1.24)$$

illetve ergodikus jelekre

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) y(t + \tau) dt. \quad (1.25)$$

A keresztkorreláció igen hasznos eszköz arra, hogy leírjuk két sztochasztikus folyamat kapcsolatát; sok gyakorlati mérés technikai alkalmazása van. Segítségével megadható például, hogy két sztochasztikus folyamat függ-e egymástól, és ha igen, akkor az egyik folyamat másikra való hatása milyen időeltolódással jelentkezik.

1.1.3. Véletlen folyamatok frekvenciatartománybeli leírása

Teljesítménysűrűség-spektrum ♦ Sokszor van szükség arra, hogy a sztochasztikus folyamatokat ne csak idő-, hanem frekvenciatartományban is jellemezni tudjuk (például a lineáris differenciálegyenletekkel modellezhető rendszerek, valamint a periodikus összetevőket is tartalmazó folyamatok esetén). A zajok egyik lehetséges osztályozása is a spektrális tulajdonságok alapján történik. Erre a célra az $S(f)$ -fel jelölt *teljesítménysűrűség-spektrumot* használjuk, amely megadja, hogy egy jel $[f_1, f_2]$ frekvenciatartományba eső komponensei mekkora teljesítményt képviselnek:

$$P_{[f_1, f_2]} = \int_{f_1}^{f_2} S(f) df, \quad \text{ahol } f \in [0, \infty). \quad (1.26)$$

A fenti összefüggésben szereplő $S(f)$ mennyiséget *egyoldalas* teljesítménysűrűség-spektrumnak is szokás nevezni, mivel csak a fizikai tartalommal bíró nemnegatív frekvenciákra értelmezett. Használatos a negatív frekvenciákra is kiterjesztett $S_{xx}(f)$ *kétoldalas* teljesítménysűrűség-spektrum is, amely a nemnegatív frekvenciatartományban az egyoldalas teljesítménysűrűség-spektrummal az alábbi egyszerű viszonyban áll:

$$S(f) = 2 \cdot S_{xx}(f), \quad \text{ahol } f \in [0, \infty), \quad (1.27)$$

továbbá a negatív frekvenciákra

$$S_{xx}(-f) = S_{xx}(f), \quad \text{ahol } f \in [0, \infty). \quad (1.28)$$

Mind az egyoldalas, mind a kétoldalas teljesítménysűrűség-spektrummal egyszerűen megadható a jel összteljesítménye, ez egyszerre jól megvilágítja a két teljesítménysűrűség-spektrum közötti különbséget:

$$P = \int_0^{\infty} S(f) df = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(f) df. \quad (1.29)$$

A Wiener–Hincsin-összefüggések ♦ Az úgynevezett *Wiener–Hincsin-összefüggések* értelmében ergodikus jelek esetén a kétoldalas teljesítménysűrűség-spektrum az (1.23) összefüggéssel adott autokorreláció-függvény Fourier-transzformáltjaként is előállítható [16, 17]:

$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau, \quad (1.30)$$

illetve inverz transzformációval

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(f) e^{i2\pi f\tau} df. \quad (1.31)$$

Két jel összefüggéseinek frekvenciatartománybeli leírására használhatjuk a keresztteljesítménysűrűség-spektrumot, amely ergodikus jelekre a (1.25) összefüggéssel adott kereszt-korreláció-függvényből az előzőekhez hasonlóan adódik:

$$S_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau. \quad (1.32)$$

A teljesítménysűrűség-spektrum kiszámítása a gyakorlatban ♦ A teljesítménysűrűség-spektrum kiszámítására szolgáló numerikus algoritmusok nem az autokorreláció-függvényből, az (1.26) összefüggés alapján állítják elő a spektrumot, hanem közvetlenül a jel Fourier-transzformáltjából. Tekintsük ugyanis az $x(t)$ időfüggő jel energiatartalmát a teljes időtartományon, amely a Parseval-tétel értelmében megegyezik a teljes frekvenciatartományon számított energiatartalommal [18]:

$$\int_0^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_0^{\infty} |X(f)|^2 df, \quad (1.33)$$

ahol $X(f)$ jelöli az $x(t)$ jel Fourier-transzformáltját. Az egyenlet jobb oldalát összefüggésbe hozhatjuk a teljesítménysűrűség-spektrummal, hiszen a teljesítménysűrűség-spektrum teljes frekvenciatartományon vett integrálja az (1.29) összefüggés szerint az összteljesítmény, ennek a teljes időtartományra vett időintegrálja pedig az összenergia. Vegyük a T mintavételi idejű $x(t, T)$ mintaregisztrátumot, amelynek a Fourier-transzformáltját jelölje $X(f, T)$. A fentiekből következően a T mintavételi időre vett átlagos teljesítményre az alábbiakat írhatjuk:

$$\frac{1}{T} \int_0^T |x(t, T)|^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^{\infty} |X(f, T)|^2 df = \int_0^{\infty} \frac{|X(f, T)|^2}{T} df \approx \int_0^{\infty} S(f) df. \quad (1.34)$$

Ez alapján kézenfekvőnek tűnik a teljesítménysűrűség-spektrumra bevezetni az alábbi közelítést [17]:

$$\hat{S}(f) := \frac{|X(f, T)|^2}{T}. \quad (1.35)$$

Erről a közelítő formuláról belátható, hogy várható értéke a valódi teljesítménysűrűség-spektrum egy úgynevezett *Bartlett-ablakkal* vett konvolúcióját adja [17].

1.1.4. Zajok osztályozása eloszlásuk és spektrumuk szerint

A továbbiakban az egyszerűség és az idevágó irodalom terminológiájával való összhang kedvéért a *zaj* megnevezést használjuk a sztochasztikus folyamatokra, legyenek azok akusztikus, elektronikus vagy egyéb természetűek. Bár a zajok meghatározó sajátysága a véletlenszerűség, léteznek olyan szabályszerűségek, melyek alapján zajtípusokat különíthetünk el.

Az osztályozás egyik lehetséges szempontja az eloszlás szerinti osztályozás. A két leggyakoribb alapeloszlás az egyenletes, illetve a normáloszlás.

Egyenletes eloszlás ♦ Egy ξ zajt (mint valószínűségi változót) *egyenletes eloszlásúnak* nevezünk az (a, b) intervallumon, ha sűrűségfüggvénye a következő alakú:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{ha } a < x < b \\ 0, & \text{különben.} \end{cases} \quad (1.36)$$

Egy egyenletes elosztású zaj esetén annak a valószínűsége, hogy a zaj amplitúdója az (a, b) intervallumon belül egy adott részintervallumba esik, független a részintervallum elhelyezkedésétől, csupán a részintervallum szélességétől függ.

Normális vagy Gauss-eloszlás ♦ *Normális eloszlásúnak* (másnéven *Gauss-eloszlásúnak*) akkor minősül egy zaj, ha sűrűségfüggvénye az

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (1.37)$$

alakba írható, ahol σ és μ rögzített paraméterek; belátható, hogy σ éppen a zaj szórását, μ pedig a várható értékét adja. A normáloszlás igen általános, a természetben széles körben előforduló eloszlás: ez írja le például egy populációban a testmagasság, testsúly, illetve a vérnyomás értékeit. A *centrális határeloszlás tétele* értelmében nagy számú független valószínűségi változó összegének sűrűségfüggvénye a normáloszlás sűrűségfüggvényéhez tart.

Fehérzaj ♦ A másik megközelítés a zajok osztályozására a zajok spektrumán alapul. A fehér fény mintájára (amely a látható színek minden frekvenciáját közel egyenlő arányban tartalmazza) értelmezhető az úgynevezett *fehérzaj*, amelynek teljesítménysűrűség-spektruma a frekvenciától független:

$$S_{\text{fehérzaj}}(f) \approx \text{const} \quad \forall f > 0. \quad (1.38)$$

Természetesen az így értelmezett fehérzaj csupán matematikai absztrakció, a valóságban léteznie kell egy felső határfrekvenciának, amely fölötti frekvenciákhoz 0 teljesítménysűrűség-spektrum tartozik, különben az (1.29) összefüggés értelmében végtelen nagy lenne a fehérzaj összteljesítménye, ami nyilvánvalóan nem lehetséges. Továbbá az (1.38) összefüggés nem egyedi teljesítménysűrűség-spektrumokra vonatkozik, hanem számos realizáció átlagolása után teljesül. Ugyanez érvényes az alább értelmezendő többi spektrális törvényszerűségekre is.

Az (1.31) reláció alapján a spektrális viselkedésből az autokorreláció-függvényre is következtetni lehet. Az (1.38) összefüggés inverz Fourier-transzformáltjával kapjuk, hogy

$$R_{xx, \text{fehérzaj}}(\tau) = \text{const} \cdot \delta(\tau), \quad (1.39)$$

ahol a $\delta(\tau)$ jelöli a Dirac-féle delta disztribúciót. Ez azt jelenti, hogy az autokorreláció-függvény csak 0 eltolásra különbözik 0-tól, azaz a fehérzaj korrelálatlan.

A legtöbb zaj esetében a frekvenciatartománybeli eloszlás nem egyenletes. Ezeket a zajokat a fehérzaj egyfajta ellentétéként *színes zajoknak*, vagy a fehérzaj korrelálatlanságával szembeállítva *korrelált zajoknak* szokás nevezni.

Lorentzi zajok ♦ A színes zajok fontos alosztályát képviselik az úgynevezett *lorentzi zajok*, melyeket a következő frekvenciatartománybeli összefüggés definiál:

$$S_{\text{Lorentz}}(f) \propto \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}, \quad (1.40)$$

ahol f_0 az adott lorentzi zajra jellemző felső határfrekvencia. Fontos megjegyezni, hogy a valós fehérzajok magas felső határfrekvenciájú lorentzi zajnak tekinthetők (az elméleti fehérzaj az $f_0 \rightarrow \infty$ határátmenetben áll elő a lorentzi zajból), illetve hogy a lorentzi zajok az $f \gg f_0$ esetben a Brown-mozgásra jellemző spektrális viselkedést adják vissza.

$1/f^\kappa$ típusú színes zajok ♦ A színes zajok másik, számunkra különösen fontos csoportját alkotják azok a zajok, amelyek spektrális viselkedése az

$$S_{1/f^\kappa}(f) \propto \frac{1}{f^\kappa} \quad (0 \leq \kappa \leq 2) \quad (1.41)$$

hatványfüggvénnyel jellemezhető, ezeket $1/f^\kappa$ típusú színes zajoknak fogjuk nevezni a továbbiakban. A $\kappa = 0$ eset a fehérzajnak, a $\kappa = 1,5$ a diffúziós zajnak, a $\kappa = 2$ a Brown-mozgásnak felel meg; kiemelt fontosságú a $\kappa \approx 1$ esethez tartozó $1/f$ -zaj. Az $1/f$ -zaj igen széles körben előforduló, általános zajtípus: megtalálhatjuk fél- és szupravezetőkben [19, 20, 21], lézerekben [22, 23], asztrofizikai rendszerekben [24], a közlekedés forgalmi adataiban [25], sőt, a klasszikus zenében is [26]. Természetesen az osztályozást kiterjeszthetjük a κ spektrális kitevő folytonos értékeire is. Ahogy a fehérzaj, az $1/f^\kappa$ típusú zajok is sávhatároltak a valóságban; utóbbiaknál egy alsó határfrekvencia létezése szükséges ahhoz, hogy az összteljesítmény véges legyen.

1.2. Véletlen jelek földolgozása

Mivel a dolgozatomban tárgyalandó vizsgálatok több ponton érintenek jelföldolgozási kérdéseket, fontosnak tartom, hogy röviden összefoglaljam a digitális jelföldolgozás főbb motívumait, különös tekintettel a véletlen jelekkel kapcsolatos problémákra.

A digitális jelföldolgozást említettem, mert mára szinte egyeduralkodóvá váltak a digitális módszerek a mérés technikában. Ezt elsősorban az indokolja, hogy a digitális módszerek jóval nagyobb rugalmasságot nyújtanak, miközben pontosságuk nem marad el az analóg módszerekétől. Rugalmasságuk abban rejlik, hogy egy új mérési feladathoz elég a földolgozó szoftvert megváltoztatni, és nem kell új áramköröket készíteni; a digitalizált adatsoron újabb földolgozási feladatok végezhetőek, miközben az adatsor minősége már nem változik. Ugyanakkor az analóg tartományból a digitálisra való áttérés néhány új szempontot és problémalehetőséget vezet be, amelyekre mindig tekintettel kell lennünk. Ezekről szólok az alábbiakban.

1.2.1. Amplitúdóbeli és időbeli kvantálás

Amplitúdóbeli kvantálás ♦ A digitális tartományban minden mennyiséget diszkrét számokkal reprezentálunk, ami elvileg is csak véges fölbontást tesz lehetővé, de a gyakorlatban ezt a fölbontást az átalakításra használt eszközök (az analóg-digitális [A/D-] konverterek) tovább korlátozzák. Az analóg jelek digitalizálása tehát szükségképpen magába foglalja a jel amplitúdóbeli kvantálását, amely információvesztéssel jár. Ezt az információvesztést a *kvantálási hibával* lehet jellemezni; a kvantálási hiba (és a következményeként föllépő

kvantálási zaj) az A/D-konverter fölbontásának növelésével csökkenthető, és a ma elérhető fölbontások mellett legtöbbször nem okoz számottevő hibát.

Kvantálási zaj az ideális A/D-konverteren is föllép; a valóságos konvertereknél ehhez hozzáadódik annak a hatása, hogy a valóságban sosem biztosítható az amplitúdókvantumok teljes egyezősége. Ennek következményeként alakulhat ki a *harmonikus torzítás* jelensége, melynek során a mintavételezendő harmonikus jelben a többtől eltérő kvantum nagyság a jelnek mindig azonos fázisára esik, így – a legtöbbször szélessávú kvantálási zajjal ellentétben – felharmonikusok megjelenését okozhatja. Ez főként ott jelent problémát, ahol különböző jelek vannak egymásra keverve, például a távközlésben.

Időbeli kvantálás ♦ A digitális reprezentáció sajátosságaiból az is következik, hogy az időbeli fölbontás is szükségszerűen véges (különbön végtelenül nagy tárhelyre lenne szükség), azaz az analóg jelet időtartományban is kvantálnunk kell digitalizáláskor. Az időtartománybeli kvantáláskor a jel értékeit diszkrét időpillanatokban rögzítjük, ezt *mintavételezésnek* is szokás nevezni. A mintavételezések közötti időtartam a legtöbb mérési feladatnál állandó, ilyenkor beszélhetünk *mintavételi frekvenciáról*, amely a mintavételek közötti időtartam reciproka.

Míg az amplitúdótartománybeli kvantálás hatásai legtöbbször elhanyagolhatók, az időtartománybeli kvantálás olyan problémákat vet föl, amelyekre mindig gondolnunk kell digitális mérések megtervezésekor. Az amplitúdókvantálással szemben az időtartománybeli kvantálás nem szükségszerűen jár együtt információvesztéssel, viszont ha az információvesztés elkerüléséhez szükséges föltételek nem teljesülnek, megtévesztő mérési artefaktumok léphetnek föl. Ezeket a kérdéseket taglalja a Claude E Shannon által 1949-ben bizonyított *mintavételi tétel*, amelyet az alábbiakban tárgyalok.

1.2.2. A mintavételi tétel

Mintavételi tétel ♦ Ha egy $x(t)$ időfüggő jel Fourier-transzformáltja az f_m mintavételi frekvencia felénél nagyobb vagy egyenlő frekvenciákon 0, az $x(t)$ jel egyértelműen és információvesztés nélkül rekonstruálható az egyenlő Δt ($= 1/f_m$) időközönként mintavételezett $x(k\Delta t)$ értékeiből. A kapcsolatot a folytonos $x(t)$ jel és mintavételezett $x(k\Delta t)$ értékei között az alábbi formula adja meg [27, 28]:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta t) \frac{\sin(\pi f_m [t - k\Delta t])}{\pi f_m (t - k\Delta t)}. \quad (1.42)$$

Bizonyítás ♦ Jelölje $X(f)$ az $x(t)$ jel Fourier-transzformáltját. Ekkor a tétel érvényességének föltétele:

$$X(f) = 0 \quad \forall f : |f| \geq \frac{f_m}{2}. \quad (1.43)$$

Vezessük be az $x(t)$ jel mintavételezett alakjának reprezentálására az $\tilde{x}(t)$ disztribúciót (általánosított függvényt), amely az eredeti függvény szorzata a mintavételezési időpontokat képviselő Dirac-fésűvel (Dirac-delták periodikus sorozatával) és a mintavételi időközzel:

$$\tilde{x}(t) := x(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\Delta t) \Delta t. \quad (1.44)$$

Jelölje $\tilde{X}(f)$ az $\tilde{x}(t)$ disztribúció Fourier-transzformáltját:

$$\begin{aligned}\tilde{X}(f) &:= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{x}(t) e^{-i \cdot 2\pi f t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\Delta t) \Delta t e^{-i \cdot 2\pi f t} dt = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta t) e^{-i \cdot 2\pi f k \Delta t} \Delta t.\end{aligned}\quad (1.45)$$

$\tilde{X}(f)$ másképpen is előállítható a konvolúciós tétel alapján:

$$\begin{aligned}\tilde{X}(f) &= \mathcal{F}\{\tilde{x}(t)\} = \mathcal{F}\left\{x(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\Delta t) \Delta t\right\} = \\ &= \mathcal{F}\{x(t)\} * \mathcal{F}\left\{\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\Delta t) \Delta t\right\} = X(f) * D(f),\end{aligned}\quad (1.46)$$

ahol $\mathcal{F}\{\}$ a Fourier-transzformációt, $*$ a konvolúciót jelöli, $D(f)$ értelmezése pedig

$$D(f) := \mathcal{F}\left\{\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\Delta t) \Delta t\right\} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{k}{\Delta t}\right).\quad (1.47)$$

A konvolúció műveletét elvégezve:

$$\begin{aligned}\tilde{X}(f) &= X(f) * D(f) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f - \phi) D(\phi) d\phi = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X(f - \phi) \delta\left(\phi - \frac{k}{\Delta t}\right) d\phi = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} X\left(f - \frac{k}{\Delta t}\right) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(f - kf_m).\end{aligned}\quad (1.48)$$

Tekintetbe véve az (1.43) föltételt, az összegzésben szereplő $X(f - kf_m)$ tag egy adott f frekvenciára csak akkor különbözhet 0-tól, ha $-f_m/2 < f - kf_m < f_m/2$, azaz

$$\frac{f}{f_m} - \frac{1}{2} < k < \frac{f}{f_m} + \frac{1}{2}.\quad (1.49)$$

Ez egy adott frekvencián egyetlen egész számra teljesül, tehát az (1.48) összefüggésben az összegzés egyetlen tagra egyszerűsödik. Az $-f_m/2 < f < f_m/2$ tartományon $-1 < k < 1$, azaz $k = 0$, így

$$\tilde{X}(f) = X(f) \quad \forall f: |f| \geq \frac{f_m}{2}.\quad (1.50)$$

Állítsuk most elő az $x(t)$ jelet Fourier-transzformáltjából inverz Fourier-transzformációval, és használjuk ki az (1.43) föltételt:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{i \cdot 2\pi f t} dt = \int_{-f_m/2}^{f_m/2} X(f) e^{i \cdot 2\pi f t} dt.\quad (1.51)$$

Ezen a frekvenciatartományon $X(f) = \tilde{X}(f)$, ezt kihasználva és az (1.45) formát behelyettesítve kapjuk, hogy

$$\begin{aligned}
x(t) &= \int_{-f_m/2}^{f_m/2} \tilde{X}(f) e^{i2\pi ft} df = \int_{-f_m/2}^{f_m/2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta t) e^{-i2\pi f k \Delta t} \Delta t \cdot e^{i2\pi ft} df = \\
&= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta t) \Delta t \int_{-f_m/2}^{f_m/2} e^{i2\pi f(t-k\Delta t)} df = \\
&= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta t) \Delta t \int_{-f_m/2}^{f_m/2} \{\cos(2\pi f[t-k\Delta t]) + i \cdot \sin(2\pi f[t-k\Delta t])\} df. \quad (1.52)
\end{aligned}$$

Az integrálást elvégezve és a $\Delta t = 1/f_m$ összefüggést fölhasználva a tétel állításához jutunk, amely egyben a mintavételezett adatokból történő rekonstrukció képlete is:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta t) \frac{\sin(\pi f_m [t - k\Delta t])}{\pi f_m (t - k\Delta t)} \quad \text{QED.} \quad (1.53)$$

1.2.3. A mintavételi tétel megsértésének következményei

A mintavételi tétel bizonyítása, mint láttuk, több ponton kihasználja a $|f| < f_m/2$ föltételt (f_m : a mintavételi frekvencia). Nézzük most meg azt, hogy mi történik, ha ez a föltétel nem teljesül.

Tekintsünk először egy $x(t)$ szinuszjelet f frekvenciával, melyre $|f| < f_m/2$. Ekkor a mintavételezett értékek:

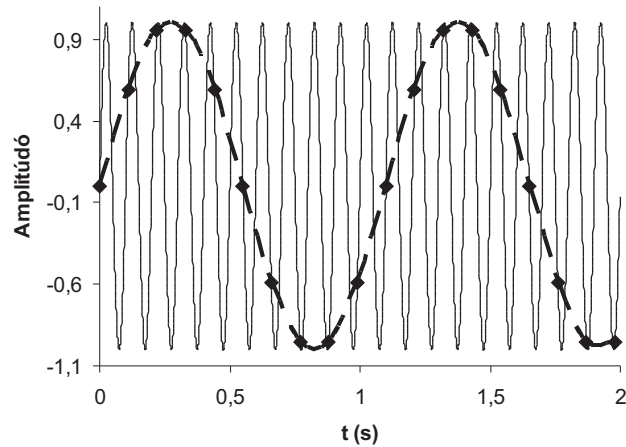
$$x(k\Delta t) =: x_k = \sin(2\pi f k \Delta t) = \sin\left(2\pi k \frac{f}{f_m}\right). \quad (1.54)$$

Legyen $y(t)$ szintén szinuszjel, de $f + f_m (> f_m/2)$ frekvenciával, ami már nem felel meg a mintavételi tétel föltételének:

$$\begin{aligned}
y(k\Delta t) =: y_k &= \sin(2\pi [f + f_m] k \Delta t) = \sin\left(2\pi k \frac{f}{f_m} + 2\pi k\right) = \\
&= \sin\left(2\pi k \frac{f}{f_m}\right) = x_k \quad \forall k \in \mathbb{Z}. \quad (1.55)
\end{aligned}$$

Ekkor az $f + f_m$ frekvenciájú $y(t)$ jel mintavételezett alakja minden k mintavételezési pontban megegyezik az f frekvenciájú $x(t)$ jel mintavételezett alakjával, azaz a mintavételezett reprezentáció nem tesz különbséget az egymástól f_m frekvenciaértékkal eltérő frekvenciájú jelek között (lásd 1.1. ábra). A mintavételi tétel $|f| < f_m/2$ föltételének megsértését *alulmintavételezésnek*, a következményeképpen kialakuló spektrális összemosás jelenségét *aliasing*-nek nevezzük; az utóbbi elnevezésnek magyar megfelelője ez ideig nem honosodott meg.

Az *aliasing* jelenségét elvileg úgy is kiküszöbölhetnénk, hogy a jelben szereplő maximális frekvencia kétszeresénél nagyobb mintavételi frekvenciát választunk, a gyakorlatban azonban ez igen ritkán valósítható meg: vagy azért nem, mert nem tudunk kellően nagy



1.1. ábra. Az *aliasing* jelensége. Egy 10 Hz-es szinuszjelet (vékony, folytonos vonal) 0,11 s-onként, azaz 9,09 Hz-cel mintavételeztünk. A mintavételek időpontjait csúcsokra állított kis négyzetek jelképezik; a belőlük kirajzolódó alulmintavételezett jelet vastag, szaggatott vonal jelöli. Látható, hogy az alulmintavételezett jel 10 Hz-es szinusz helyett egy 10 Hz - 9,09 Hz = 0,91 Hz frekvenciájú, azaz 1,1 s periódusidejű szinusz

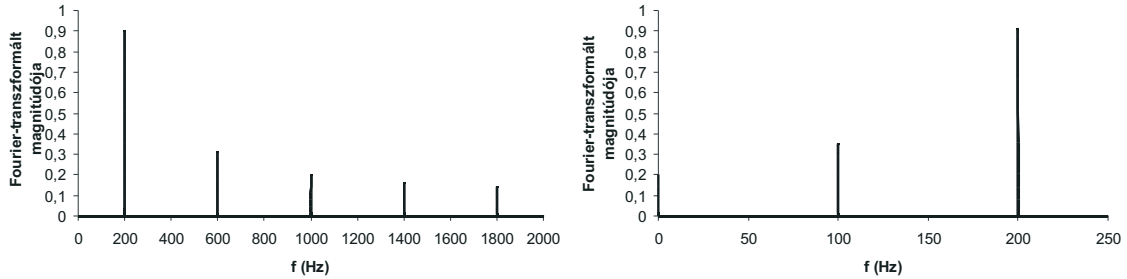
mintavételi frekvenciát biztosítani, vagy pedig azért nem, mert nem ismerjük a mintavételezendő jel felső határfrekvenciáját. Ezért legtöbbször azt a megoldást választjuk, hogy a mintavételezés előtt egy aluláteresztő *mintavételi (anti-aliasing) szűrővel* korlátozzuk a jel felső határfrekvenciáját. Ez természetesen kisebb-nagyobb mértékben mindig torzítja a jelet, amit minden digitális mérési feladatnál tekintetbe kell vennünk.

A legtöbb esetben a sztochasztikus rezonancia vizsgálata során szerepet játszó véletlen jelek elvileg nem sávkorlátozottak, és a gyakorlatban is igen nagy sáv szélességűek, ezért az *aliasing* veszélye igen gyakran fönnáll – mint hamarosan látni fogjuk, nemcsak mintavételezéses mérések, hanem numerikus szimulációk esetén is. Az *aliasing* folytán megváltozhat a spektrumban a jel és a zaj teljesítménysűrűségének viszonya (hiszen a mintavételi frekvencia felénél nagyobb frekvenciájú zajkomponensek teljesítménysűrűsége alacsonyabb frekvenciákra – így például a jelfrekvencia közelébe – transzformálódik), ami teljesen meghamisíthatja eredményeinket. Ezért különösen fontos a mintavételi szűrők vagy a megfelelő numerikus eljárások alkalmazása.

„Alulmintavételezés” numerikus szimulációknál ♦ Azt gondolhatnánk, hogy numerikus szimulációk esetén, mikor nincs szó mintavételezésről (hiszen a diszkrét jelet eleve a digitális tartományban állítjuk elő), nem okozhat gondot a mintavételi tétel föltételének megsértése, ám ez nincs minden esetben így. Tekintsünk például egy négyzögjelet reprezentáló diszkrét adatsort, melynek adatpontjai között a távolságot egy Δt időintervallumnak feleltetjük meg: ez semmiben nem különbözik a megfelelő négyzögjel $f_m = 1/\Delta t$ frekvenciával mintavételezett alakjától; következésképp a kettő ugyanolyan viszonyban van a reprezentált négyzögjellel, és ugyanazok a frekvenciatartománybeli anomáliák léphetnek föl mindkét esetben.

Ennek illusztrálására [29] alapján föltüntettem egy numerikusan előállított, $f = 200$ Hz frekvenciájú négyzögjel spektrumát két különböző Δt időbeosztás (1/4000 s és 1/500 s) föltételezésével. Bár önmagában az f frekvenciára teljesülne az $f < 1/(2\Delta t)$ föltétel, a négyzögjel Fourier-sorából tudjuk, hogy távolról sem ez a négyzögjelben szereplő legna-

gyobb frekvencia, hanem $\sin(x)/x$ szerint konvergálnak a komponensek 0-hoz. Ebből az következik, hogy elvileg mindig alulmintavételezzük a digitális négyszögjelet, az *aliasing* erőssége a mintavételi frekvenciától függ. Az 1.2. ábrán a 200 Hz-es négyszögjel spektrumát tüntettem föl 1/4000 s, illetve 1/500 s időbeosztás mellett. Látható, hogy 1/4000 s-os időbeosztásnál nem lép föl számottevő *aliasing*, míg 1/500 s-nál a 600 Hz-es felharmonikushoz tartozó komponens megjelenik az $f - 1/\Delta t = 100$ Hz-es frekvencián.



1.2. ábra. Az *aliasing* jelensége diszkrét adatsorra. Az ábrák egy 200 Hz frekvenciájú diszkrét négyszögjel spektrumát ábrázolják; a bal oldali panel 1/4000 s-os, a jobb oldali panel 1/500 s-os időbeosztásnál

1.2.4. Mintavételezett jelek spektrális analízise

Diszkrét Fourier-transzformáció ♦ Ha egy mintavételezett jel spektrumát akarjuk előállítani, nem alkalmazhatjuk a „hagyományos” Fourier-transzformációt, hiszen ahhoz integrálást kellene végeznünk, azaz infinitezimálisan kicsiny időbeosztást biztosítanunk, ami diszkrét reprezentációban nem lehetséges. Ehelyett az úgynevezett *diszkrét Fourier-transzformáltat* (*DFT*) vezetjük be, amelynek definíciója egy $\{x_k := x(k\Delta t)\}_{k=0}^{N-1}$ mintavételezett adatsorra:

$$X_n := \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-i \frac{2\pi}{N} nk} \quad (0 \leq n \leq N-1). \quad (1.56)$$

A diszkrét Fourier-transzformáció inverze a következőképpen értelmezhető:

$$x_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X_n e^{i \frac{2\pi}{N} nk} \quad (0 \leq k \leq N-1). \quad (1.57)$$

A hagyományos és a diszkrét Fourier-transzformáció közötti kapcsolatot úgy tudjuk megvilágítani, ha az (1.44) összefüggéssel definiált $\tilde{x}(t)$ disztribúcióból indulunk ki, és azt az $x(t)$ analóg jel diszkrét reprezentációjának tekintjük. E diszkrét reprezentáns (1.45) összefüggéssel adott Fourier-transzformáltjában az integrálás helyett már összegzés van, így az a végtelen összegzési határoktól eltekintve már megvalósítható numerikus eszközökkel. Ha tekintetbe vesszük, hogy a mintavételezés mindig véges $T_m = N\Delta t$ idejű, az (1.45) összefüggésben a tagok csak $0 \leq k \leq N-1$ esetén különböznek nullától, továbbá ha az $\tilde{X}(f)$ Fourier-transzformáltat csak a $\Delta f := \frac{1}{N\Delta t}$ frekvenciaegység nemnegatív egész számú többszörösein értelmezzük, kapjuk, hogy

$$\tilde{X}(n\Delta f) = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-i 2\pi n \frac{1}{N\Delta t} k \Delta t} \Delta t = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-i \frac{2\pi}{N} nk} \Delta t, \quad (1.58)$$

azaz

$$X_n = \frac{\tilde{X}(n\Delta t)}{\Delta t} \quad (0 \leq n \leq N-1), \quad (1.59)$$

vagyis a diszkrét Fourier-transzformált a jel diszkrét reprezentánsának Fourier-transzformáltjából úgy kapható, hogy azt csak a $\Delta f := \frac{1}{N\Delta t}$ frekvenciaegység nemnegatív egész számú többszörösein értelmezzük, és normáljuk az időbeosztással.

Gyors Fourier-transzformáció (FFT) ♦ A diszkrét Fourier-transzformált (1.56) alakjából látható, hogy a teljes spektrum kiszámításához N^2 komplex szorzásra van szükség, ami hosszabb adatsorokra időigényes lehet. Abban az esetben viszont, amikor az adatsor N hosszúsága kettő hatványa, létezik egy kisebb műveleti igényű algoritmus a diszkrét Fourier-transzformált kiszámítására, amelyet *gyors Fourier-transzformációnak* (*fast Fourier transformation, FFT*) szokás hívni. Az eljárás, amelynek alapját Cooley és Tukey fektették le, azt használja ki, hogy abban az esetben, amikor $N = 2^b$ ($b \in \mathbb{N}$), az adatsor szétválasztható olyan részblokkokra, amelyekre külön-külön lehet a diszkrét Fourier-transzformáció műveletét alkalmazni, és ez a szétbontás tovább alkalmazható az egyes részblokkokra, egészen az elemi adatokig. Az FFT a diszkrét Fourier-transzformáció műveleti igényét N^2 komplex szorzásról $2N \cdot \log_2 N$ komplex szorzásra csökkenti [30].

Ablakfüggvények ♦ A fentiekben a mintavételezés véges idejét úgy vettük tekintetbe, hogy a mintavételezés időtartamán kívül a mintavételezett jelet nullának vettük. Ez megfelel egy T_m szélességű, egységnyi magasságú $w_0(t)$ *ablakfüggvénnyel* való szorzásnak, ahol $w_0(t)$ értéke 1 a mintavételezés idejére, azon kívül pedig 0. A frekvenciatartományban ez az ablakfüggvény $W_0(f)$ Fourier-transzformáltjával vett konvolúciónak felel meg, ahol ez a Fourier-transzformált $\sin(x)/x$ lefutású. Látjuk tehát, hogy a véges mintavételezési idő szükségképpen torzuláshoz vezet a spektrumban; ez alól csak az az eset kivétel, amikor a T_m mintavételezési időtartam a mintavételezett periodikus jel T periódusidejének pontosan egész számú többszöröse: ekkor pontosan azt az eredményt kapjuk, mint a nem időkorlátozott jelanalízis esetében [30].

A $w_0(t)$ ablakfüggvény a véges mintavételezési időtartam szükségszerű következménye; vannak azonban olyan mérési feladatok, amelyeknél a spektrális analízis frekvenciaszelektivitásának növelése érdekében a w_0 függvényt általunk célirányosan megválasztott ablakfüggvényekkel helyettesítjük. A mérés technikában számos speciális ablakfüggvény ismeretes, például a *háromszögablak* (*Bartlet-ablak*), a *Hann-ablak* (*Hanning-ablak*), a *Hamming-ablak* vagy a *Blackman-ablak* [30], mivel azonban a zajanalízisben általában nem indokolt a használatuk, részletes bemutatásukra itt nem térek ki.

1.3. A sztochasztikus rezonancia

Ha egy definícióban akarnánk meghatározni azt a szerteágazó jelenségkört, amelyet *sztochasztikus rezonancia* néven szokás tárgyalni, akkor azt mondhatnánk, hogy a sztochasztikus rezonancia az a mechanizmus, amelynek során egy rendszerben a zaj jelenléte a rendszert érő determinisztikus gerjesztés hatását fölerősíti vagy a gerjesztéshez szinkronizálja.

1.3.1. Történeti áttekintés

Éghajlatváltozások ♦ A „sztochasztikus rezonancia” kifejezést először Benzi és kollegái használták először, egy külső gerjesztés nélkül sztochasztikus teljesítménysűrűség-

spektrummal jellemezhető dinamikai rendszerben a belső sztochasztikus mechanizmus és a külső periodikus gerjesztés között föllépő kooperatív effektus megjelölésére [5]. Ehhez az effektushoz az éghajlatváltozások (jégkorszakok) periodicitásának magyarázatán keresztül jutottak el.

A kovamoszat-üledékekben található oxigénizotópok arányából és egyéb, ettől független geológiai adatokból kitűnt, hogy a jégkorszakok körülbelül 100 000 éves periódussal ismétlődnek, amely periódusidő jó egyezést mutat a Föld-pálya excentricitásának ingadozásában föllelhető periodicitással. Kézenfekvőnek tűnt a föltételezés, hogy mivel a Föld felszínét érő napfény sugárzási teljesítménye is ezzel arányosan ingadozik, ez az ingadozás okozhatja a klímaváltozások periodicitását. Ennek vizsgálatára föllállítottak egy egyszerű modellt, amely az éghajlat leírására egyetlen változót használt, a T globális átlaghőmérsékletet. Ennek dinamikáját a következő energiamérleg alapján adták meg [6, 31]:

$$C \frac{dT}{dt} = \mu(t) P [1 - \alpha(T)] - \sigma T^4, \quad (1.60)$$

ahol C a Föld hőkapacitása, $\mu(t)$ egy a Föld-pálya excentricitását jellemző paraméter, P a Föld felszínét érő napsugárzás átlagos sugárzási teljesítménye, $\alpha(T)$ az átlagos albedó, σ pedig a Föld infravörös sugárzás útján történő hűlését jellemző átlagos renormált Stefan–Boltzmann-állandó. Azt mondtuk, hogy a Föld-pálya excentricitása 10^5 év periódusidővel ingadozik:

$$\mu(t) = 1 + A \cos(\Omega t) \quad \left(\Omega := \frac{2\pi}{10^5 \text{ év}} \right). \quad (1.61)$$

Az (1.60) egyenlet átírható egy olyan formába, amely egy $\phi(T)$ potenciál terében mozgó részecske T koordinátával leírt túlszillapított mozgásának egyenletével analóg:

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{\partial \phi}{\partial T}, \quad \phi(T) := \int_0^T \frac{1}{C} (-\mu(t) P [1 - \alpha(\vartheta)] + \sigma \vartheta^4) d\vartheta. \quad (1.62)$$

A rendszer stabil egyensúlyi állapotainak $\phi(T)$ lokális minimumhelyei felelnek meg. A modell akkor írja le az éghajlatváltozásokat, ha $\mu = 1$ esetén két stabil egyensúlyi állapot létezik: egy alacsonyabb T_1 hőmérséklethez tartozó, ami annak felel meg, hogy az északi földteke nagy részét jég borítja, illetve egy magasabb T_2 hőmérséklethez tartozó, ami annak felel meg, hogy az északi földteke nagy része jégmentes. Ezek az állapotok önkonzisztensek: amikor alacsonyabb a hőmérséklet, a felszínt borító jég többet ver vissza a napsugárzásból, ami indokolja az alacsonyabb hőmérsékletet, míg a magasabb hőmérsékletet az teszi lehetővé, hogy akkor kevesebb a jég, tehát a sugárzás nagyobb része nyelődhet el.

A modell szerint a rendszer akkor megy át egyik stabil állapotból a másikba, ha a μ paraméter modulációjának A amplitúdója kellően nagy, ellenkező esetben csak egy stabil állapot van. A becslések azonban azt mutatták, hogy ez az amplitúdó nem elég nagy ahhoz, hogy átmenet, azaz klímaváltozás következzen be. A sztochasztikus rezonancia fölfedezéséhez vezető döntő lépés az volt, hogy a modellbe bevezették a légköri és az óceáni áramlások fluktuációinak, illetve például a vulkánkitörések okozta véletlenszerű albedóváltozásoknak a hatását, amelyet egy $\xi(t)$ fehérzaj formájában vettek figyelembe, így a leíró egyenlet a következőképpen módosult:

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{\partial \phi}{\partial T} + \xi(t), \quad \langle \xi(t) \rangle = 0, \quad \langle \xi(t) \xi(t + \tau) \rangle = 2D\delta(\tau), \quad (1.63)$$

ahol D a karakterisztikus zajintenzitás. Ebben a sémában – amely, mint látni fogjuk, a sztochasztikus rezonancia östípusává, leggyakrabban hivatkozott modellrendszerévé önállósult – már létrejön az excentricitás ingadozásához szinkronizált átmenet a stabil átmenetek közt, és ez a szinkronizáltság egy határig erősödik a zajintenzitás növelésével.

Schmitt-trigger ♦ A Benzi és társai által fölvetett elvi lehetőséget Fauve és Heslot vetette alá először kísérleti vizsgálatnak 1983-ban [7]. Az általuk vizsgált rendszer egy hiszterézises komparátor, az úgynevezett *Schmitt-trigger* volt, amelynek invertáló kapcsolásában a kimeneti feszültség szintje alacsony, ha az invertáló bemenetre adott bemenő feszültség nagyobb, mint a küszöbfeszültség, és magas, ha a bemenő feszültség kisebb, mint a küszöbfeszültség (-1)-szerese, illetve megtartja korábbi értékét, ha a bemenő feszültség abszolút értéke kisebb a küszöbfeszültség abszolút értékénél (innen a hiszterézis). Ez a rendszer, Benzi és társai modelljéhez hasonlóan, két stabil állapottal rendelkezik, azaz *bistabil*. Az invertáló bemenetre fehérzajt vezettek (ez egy fizikai zajforrásból, egy záróirányban feszített p-n átmenet fölerősített zajából származott), a küszöbfeszültséget pedig egy szinuszos feszültséggel modulálták. A moduláció amplitúdóját úgy választották meg, hogy önmagában ne idézhessen elő átmenetet a kimeneti szintek között, és tanulmányozták a kimenőjel spektrumát a bemenetre adott zaj erősségének függvényében. Míg Benziék a moduláció frekvenciáján található spektrális csúcs nagyságából következtettek a sztochasztikus rezonancia megtörténtére, Fauve és Heslot bevezették a sztochasztikus rezonancia kvantitatív jellemzésére a *jel-zaj viszonyt*, amelyet a szinuszos moduláció frekvenciájához tartozó spektrális csúcs és az ugyanazon frekvencián vett háttérzaj teljesítménysűrűségének hányadosaként értelmeztek. Azt tapasztalták, hogy a jel-zaj viszony nemmonoton módon függ a bemenetre adott zaj varianciájától: nemnulla zajszórásnál határozott maximumot mutat. Sikertelenül próbálták meg bizonyítani, hogy sztochasztikus rezonancia megy végbe ebben az elektronikai rendszerben.

Gyűrűlézer ♦ Fauve és Heslot kísérlete után jó ideig elültni látszott az érdeklődés a sztochasztikus rezonancia iránt, míg McNamara és társai 1988-ban egy bistabil gyűrűlézerben ki nem mutatták a jelenséget [8]. Ők egy gyűrűs elrendezett festéklézert vizsgáltak, amelyben a bistabilitást a lézersugár kétféle lehetséges iránya (az óramutató járásával megegyező, illetve ellentétes) képviselte. A rezonátorba egy akusztó-optikai modulátort iktattak, ennek modulációs frekvenciáját változtatva lehetett a lézersugár irányát vezérelni. A modulátor bemenetére egy szinuszos gerjesztés és egy hozzá képest nagy sáv szélességű fizikai fehérzaj összegét vezették; a szinuszos gerjesztés amplitúdója önmagában nem volt elegendő a lézersugár irányának megváltoztatásához. Az egyik irányban egy gyors fotodiódával mérték a lézersugár intenzitását, majd a rögzített adatok spektrumából jel-zaj viszonyt számoltak különböző bemenőzaj-intenzitásoknál. Azt kapták, hogy a jel-zaj viszony maximuma nemzérő zajintenzitásnál van, és a maximum eléréséig a jel-zaj viszony nő a zajintenzitás növelésével, tehát ebben a rendszerben is sztochasztikus rezonancia volt megfigyelhető.

Nembistabil rendszerek ♦ A fönti kísérlet egy új korszak beköszöntét jelezte a sztochasztikus rezonancia kutatásában: az érdeklődés egyszerre megélénkült, és igen sokféle, egymástól időnként egészen távoli rendszerben mutattak ki a sztochasztikus rezonanciával analóg folyamatokat. A „sztochasztikus rezonancia” fogalmát kiterjesztették mindazon jelenségekre, ahol egy optimális zajszintnél megnövekszik a rendszer érzékenysége a kis determinisztikus perturbációkra [32]. Az új eredmények azt is megmutatták, hogy a két stabil állapot nem szükséges föltétele a sztochasztikus rezonancia létrejöttének: 1993-ban Longtin egy gerjesztési küszöbvel bíró rendszerben, a FitzHugh–Nagumo-neuronmodellben számolt be sztochasztikus rezonanciáról [9], majd 1994-ben Jung [33], 1995-ben Gingl, Kiss

és Moss [34], illetve Gammaitoni [35] különböző szintmetszésdetektorokban figyelték meg a jelenséget. A sztochasztikus rezonancia vizsgálatát kvantumrendszerekre is kiterjesztették, illetve létrejött egy új kutatási ág, amelyben kaotikus rendszerekben a zaj szerepét a káosz vette át [32]. A szerteágazó kutatások tükrében a sztochasztikus rezonanciát mutató rendszereknek három közös alkotóelemét lehetett kimutatni: valamiféle aktivációs küszöbvel bíró nemlineáris rendszer; gyenge determinisztikus bemenet; vagy a rendszerben inherens, vagy a determinisztikus bemenethez hozzáadódó, külső zaj [32].

Biológiai rendszerek ♦ Az sztochasztikus rezonancia kutatásának különösen fontos és dinamikus fejlődő részterületét képviselik a biológiai rendszerekben történő megfigyelések. Longtin eredményei után többféle neuronmodellben és számos valós biológiai rendszerben mutattak ki sztochasztikus rezonanciát; ezek közül itt két jellegzetes példát emelnék ki.

Russell és kollégái egy kanalas tokhal (*Polyodon spathula*) nevű halat vizsgáltak [10]. E hal elektroreceptoraival érzékeli a táplálékául szolgáló plankton elektromos jeleit. A kutatók egy-egy hosszúkas medencébe helyeztek négy *Polyodon*-példányt; a medencékben folyamatosan keringették a vizet, amelybe planktonokat adagoltak, és mérték azon planktonok térbeli eloszlását (a hal orrának hossz tengelyéhez viszonyítva), amelyeket a halak észleltek és elkaptak. Mindezt elvégezték úgy is, hogy a hal elé és mögé elektródákat helyeztek, és az elektródákra zajt vezettek. Azt tapasztalták, hogy bizonyos zajmennyiség növeli a halak „hatáskeresztszétét”: ekkor a halak nagyobb távolságból voltak képesek érzékelné a planktonot, mint zaj nélkül. A zaj erősségének további növelése természetesen lecsökkentette ezt a távolságot.

A másik kísérlet az emberi keringést rendszert célozta meg. Mint később látni fogjuk, az emberi vérnyomás szabályozásában fontos szerepet tölt be az úgynevezett *baroreflex-rendszer*: ennek lényege, hogy az *arteria carotisban* és az aortaívben nyomásérzékeny baroreceptorok vannak, amelyeknek nyomáscsökkenés esetén csökken az aktivitása, erre pedig a vegetatív idegrendszer a szívfrekvencia emelésével reagál, így közelítvén a vérnyomást az egyensúlyi értékhez. Ebben a rendszerben mutatott ki sztochasztikus rezonanciával analóg effektust Hidaka és kutatócsoportja [11]. A páciens egy dönthető asztalra fektették, melynek dőlésszöge számítógéppel folyamatosan vezérelhető volt. A dőlésszöget a kísérlet során egy kis amplitúdójú szinuszzel modulálták, a vizsgálati alany torkára (ahol a baroreceptorokat tartalmazó erek egy része fut) pedig egy mandzsettát helyeztek, amelyben a nyomás fehérzaj módjára változott. Rögzítették a páciensek elektrokardiogramját, és mérték a szívütések közötti időt (az *RR-intervallumot*). Azt figyelték meg, hogy a mandzsettabeli nyomásban mutatkozó zaj az RR-intervallumok változását az asztal dőlésszögének változásához szinkronizálta: az RR-intervallumok spektrumában az asztal modulációs frekvenciájának megfelelő csúcs egy határig növekedett a zaj erősségének növelésével.

1.3.2. A sztochasztikus rezonancia általánosított mechanizmusa

Láttuk, hogy a sztochasztikus rezonancia fogalma igen sokféle különböző mechanizmust egyesít magában, amelyek aligha írhatók le egyetlen elmélettel. A sztochasztikus rezonancia alapmechanizmusának bemutatására a Benzi és társai elméletéből önállósodott úgynevezett „*kettős potenciálvölgy*”-modellt (*double well*) szokás használni. A modell egy részecske mozgását írja le egy negyedfokú potenciáltérben, erős közegellenállás, gyenge periodikus gerjesztés és zaj együttes hatására. A potenciál helyfüggése a következő:

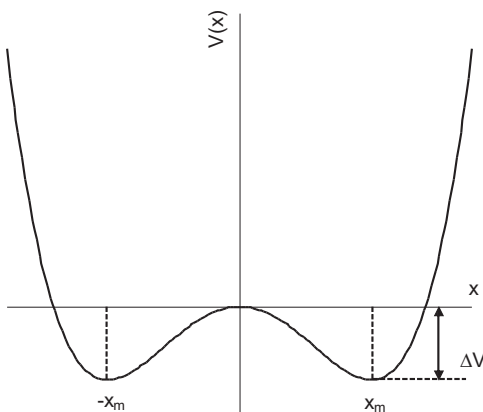
$$V(x) := -\frac{a}{2}x^2 + \frac{b}{4}x^4. \quad (1.64)$$

Ez a potenciál bistabil; két lokális minimuma van (x_m és $-x_m$), amelyeket egy potenciálgát választ el egymástól (lásd 1.3. ábra). Az x_m értéke a potenciál deriváltjának zérushelyeiből meghatározható:

$$x_m = \sqrt{\frac{a}{b}}, \quad (1.65)$$

ebből következően a potenciálgát magassága

$$\Delta V = |V(0) - V(x_m)| = \frac{a^2}{4b}. \quad (1.66)$$



1.3. ábra. A kettős potenciálvölgy

A részecske mozgásegyenlete (az úgynevezett *Langevin-egyenlet*) az alábbi alakú:

$$m\ddot{x} = -\gamma\dot{x} - \frac{\partial}{\partial x}V(x) + A_0 \cos(\Omega t) + \xi(t), \quad (1.67)$$

ahol m a részecske tömege, γ a közegellenállási együttható, A_0 a periodikus gerjesztés amplitúdója, Ω a gerjesztés körfrekvenciája, $\xi(t)$ pedig egy zaj (általában fehérzaj). Azt mondtuk, hogy a részecske erős közegellenállás hatása alatt van, ezért a gyorsulását nullának tekintjük. Az egyenlet egyszerűsítése érdekében a következő skálátranszformációkat vezetjük be [32]:

$$\tilde{x} := \frac{x}{x_m}, \quad \tilde{t} := \frac{a}{\gamma}t, \quad \tilde{A}_0 := \frac{A_0}{ax_m}, \quad \tilde{\Omega} := \frac{\gamma}{a}\Omega. \quad (1.68)$$

Ezeket behelyettesítve a Langevin-egyenlet:

$$ax_m\dot{\tilde{x}} = ax_m(\tilde{x} - \tilde{x}^3) + ax_m\tilde{A}_0 \cos(\tilde{\Omega}\tilde{t}) + \xi\left(\frac{\gamma\tilde{t}}{a}\right). \quad (1.69)$$

Ha leosztunk ax_m -mel, bevezetjük a $\tilde{\xi}(\tilde{t}) := 1/(ax_m)\xi(\gamma\tilde{t}/a)$ skálátranszformált zajt, és az egyszerűbb jelölés kedvéért elhagyjuk a tildéket a változókról, a Langevin-egyenlet leggyakrabban használatos dimenziótlan alakjához jutunk:

$$\dot{x} = x - x^3 + A_0 \cos(\Omega t) + \xi(t). \quad (1.70)$$

Az (1.70) egyenlet kezelésére három megközelítés ismert az irodalomban: a kétállapotú közelítés, a Fokker–Planck-leírás és a „lineáris válasz”-elmélet. Ezen elméletek részletes tárgyalása meghaladja e dolgozat kereteit, ezért a következőkben csupán a kétállapotú közelítés és a „lineáris válasz”-elmélet gondolatmenetét vázolom nagy vonalakban.

A kétállapotú közelítés ♦ A gyűrűlézerben kapott eredményeik magyarázatára McNamara és Wiesenfeld azt a közelítést alkalmazta, hogy a részecske $x(t)$ pozíciójából csak azt az információt tartotta meg, hogy a részecske melyik potenciálvölgyben tartózkodik [8, 32, 36]. Ily módon az (1.70) egyenlettel adott dinamika a $+x_m$ és a $-x_m$ állapotok közötti átmenetek leírására egyszerűsödött. Ha $n_{\pm}(t)$ jelöli annak a valószínűségét, hogy a t időpillanatban a részecske a $\pm x_m$ állapotban tartózkodik, illetve $W_{\mp}(t)$ a $\pm x_m \rightarrow \mp x_m$ átmenet időegységre vonatkoztatott valószínűségét (ennek időfüggését a periodikus gerjesztés okozza, és annak megfelelően maga is periodikus), a rendszer dinamikája az alábbi mesteregyenlettel adható meg:

$$\dot{n}_{\pm}(t) = -W_{\mp}(t)n_{\pm} + W_{\pm}(t)n_{\mp}, \quad (1.71)$$

ahol természetesen $n_{\pm}(t) + n_{\mp}(t) = 1 \forall t$, hiszen a közelítés szerint a részecske mindig valamelyik potenciálvölgyben tartózkodik. A $\xi(t)$ zajt fehérzajnak föltételezve, ahol

$$\langle \xi(t)\xi(s) \rangle = 2D\delta(t-s), \quad (1.72)$$

McNamara és Wiesenfeld az átmeneti valószínűségeket

$$W_{\mp}(t) = r_K \exp \left\{ \mp \frac{A_0 x_m}{D} \cos(\Omega t) \right\} \quad (1.73)$$

alakban adták meg, ahol r_K az úgynevezett *Kramers-ráta*, amely periodikus gerjesztés nélküli esetben leírja a potenciálvölgyek közti átmenetek gyakoriságát:

$$r_K = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta V}{D}}. \quad (1.74)$$

Az (1.71) egyenletet megoldva megkapjuk a potenciálvölgyekben való tartózkodás valószínűségét, amelynek segítségével fölírható $x(t)$ várható értéke. A várható érték általában függ az x_0, t_0 ($x_0 := x(t_0)$) kezdeti föltételektől: $E[x(t)] = E[x(t)|x_0, t_0]$, azonban kellő időt várva a tranziensek eltűnnek, és a várható érték beáll az aszimptotikus határesetbe:

$$E_{\text{as}}[x(t)] := \lim_{t_0 \rightarrow -\infty} E[x(t)|x_0, t_0] = z(D) \cos[\Omega t - \phi(D)], \quad (1.75)$$

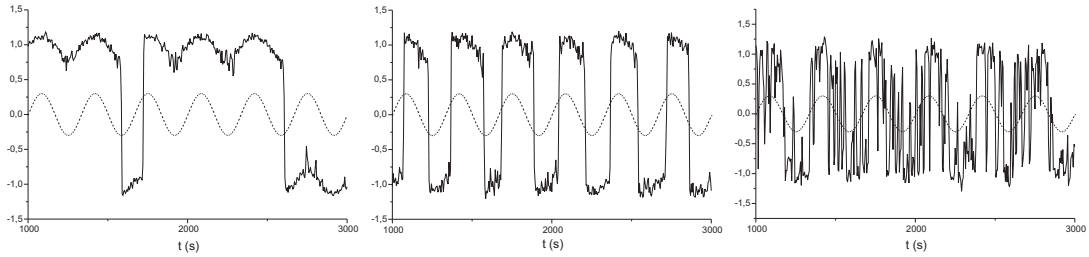
ahol

$$z(D) := \frac{A_0 x_m^2}{D} \frac{2r_K}{\sqrt{4r_K^2 + \Omega^2}}, \quad (1.76)$$

és

$$\phi(D) := \arctg \left(\frac{\Omega}{2r_K} \right). \quad (1.77)$$

Látható, hogy aszimptotikus esetben az $x(t)$ várható értéke periodikus, körfrekvenciája megegyezik a gerjesztés körfrekvenciájával, és a zaj erősségétől függő fáziskésést szenved (lásd 1.4. ábra).



1.4. ábra. A kimenet bemenethez való szinkronizációja zaj hatására. Szaggatott vonal jelöli a bemenő szinuszos jelet, a folytonos pedig a kimenő zajos jelet, azaz az (1.70) egyenlet $x(t)$ megoldását; a három ábra balról jobbra növekvő zajintenzitásoknak felel meg

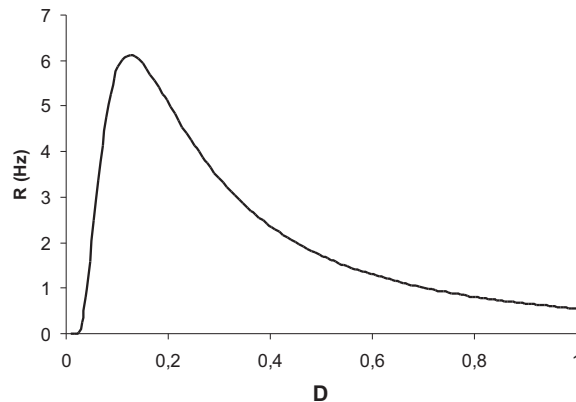
A várható értékhez hasonlóan az autokorreláció-függvény, így a teljesítménysűrűség-spektrum is meghatározható aszimptotikus határesetben. Definiáljuk most a *jel-zaj viszonyt* mint a gerjesztés frekvenciája körüli kis környezetben vett jelteljesítménynek és a háttérzaj teljesítménysűrűségének hányadosát:

$$R := \frac{\lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \int_{\Omega - \Delta\omega}^{\Omega + \Delta\omega} S(\omega) d\omega}{S_{\text{zaj}}(\Omega)}, \quad (1.78)$$

ahol $S(\omega)$ az $x(t)$ sztochasztikus jel teljesítménysűrűség-spektruma abban az esetben, amikor van periodikus gerjesztés, $S_{\text{zaj}}(\omega)$ pedig a teljesítménysűrűség-spektrum periodikus gerjesztés nélkül, csak zaj jelenlétében. A teljesítménysűrűség-spektrumok esetében a jel-zaj viszonyt ki tudjuk számítani; a kétállapotú közelítésben a következő végeredményt kapjuk:

$$R(D) = \pi \left(\frac{A_0 x_m}{D} \right)^2 r_K = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{A_0 x_m}{D} \right)^2 e^{-\frac{\Delta V}{D}}. \quad (1.79)$$

Ha ezt a jel-zaj viszonyt ábrázoljuk a zajintenzitás függvényében, a sztochasztikus rezonanciára jellemző nemmonoton, maximummal bíró függvényt kapunk (1.5. ábra).



1.5. ábra. Az R jel-zaj viszony a D -vel jelölt zajintenzitás függvényében a kétállapotú közelítés eredményei szerint. A gerjesztés amplitúdója 1, x_m értéke 1

A „lineáris válasz”-elmélet ♦ A kétállapotú közelítés sok esetben kielégítő pontosságú leírását adja a sztochasztikus rezonancia működésének, a közelítés természetéből következően nem tud azonban számot adni például a potenciálvölgyeken belüli mozgások következtében föllépő effektusokról. Ezért a kétállapotú közelítésen kívül olyan leírásokra is szükség volt, amelyek a maga folytonosságában tekintik a kettős potenciálvölgy dinamikáját. Ezek meghatározó képviselője a „lineáris válasz”-elmélet (*linear response theory, LRT*), amely igyekszik a sztochasztikus rezonancia jelenségét a statisztikus fizika és a szilárdtestfizika összefüggésrendszerében is elhelyezni. Az elmélet szerint ha egy $x(t)$ koordinátával leírt rendszert egy gyenge $A_0 \cos(\Omega t)$ periodikus gerjesztés hatásának teszünk ki, a koordináta várható értékében megjelenik egy kis periodikus tag, a gerjesztéssel megegyező Ω körfrekvenciával és a gerjesztéssel arányos a amplitúdóval [31]:

$$E[x(t)] = a \cdot \cos(\Omega t + \phi) = \Re \{ \chi(\Omega) A_0 e^{-i\Omega t} \}, \quad (1.80)$$

ahol

$$a = A_0 |\chi(\Omega)|, \quad \phi = -\arctg \left(\frac{\Im \chi(\Omega)}{\Re \chi(\Omega)} \right), \quad (1.81)$$

\Re a valósrészt, \Im pedig a képzetes részt jelöli. A képletekben szereplő $\chi(\omega)$ mennyiség a rendszer *általánosított szuszceptibilitása* [37]. Ezt a szuszceptibilitást hőmérsékleti egyensúly esetén a gerjesztés hiányában tapasztalható fluktuációk teljesítménysűrűség-spektrumából meg lehet határozni, anélkül, hogy a rendszer dinamikáját leíró egyenletekről bárminemű föltételezést tennénk [31]. A koordinátában föllépő periodikus tag Dirac-impulzusként jelenik meg a teljesítménysűrűség-spektrumban, így a jel-zaj viszony meghatározható [32]:

$$R = \pi \frac{A_0^2 |\chi(\Omega)|^2}{S_{\text{zaj}}(\Omega)}, \quad (1.82)$$

ahol $S_{\text{zaj}}(\omega)$, ugyanúgy, mint az előzőekben, a periodikus gerjesztés nélküli teljesítménysűrűség-spektrumot (a zaj teljesítménysűrűség-spektrumát) jelöli.

A „lineáris válasz”-elmélet egy igen sokoldalú és rugalmas eszköze a sztochasztikus rezonancia elméleti leírásának, érvényessége azonban arra az esetre korlátozott, amikor a zaj mellett a periodikus gerjesztés kis perturbációnak tekinthető, és a rendszer válasza lineárisként közelíthető. Amikor ez a föltétel nem teljesül (az úgynevezett *nemlineáris tartományban*), az elmélet jóslataival akár gyökeresen ellentétes effektusok is végbemehetnek. Mint látni fogjuk, a dolgozat egyik fő témáját képviselő jel-zaj viszony erősítés is egy ilyen effektusra példa.

Egyéb vizsgálati módszerek ♦ A föntiekben láthattuk, hogy az elméleti leírás gyakran korlátokba és nehézségekbe ütközik. Az is előfordulhat, hogy egy elméleti úton kapott formula analitikusan nem fejthető tovább, és numerikus kiértékelése szükséges. A sztochasztikus rezonancia vizsgálatában tehát mindig van létjogosultsága a különböző szimulációknak.

A sztochasztikus rezonancia kutatásának kezdeti szakaszában még nem állt általánosan rendelkezésre olyan számítógépes kapacitás, amely a sztochasztikus rezonanciát modellező numerikus szimulációkhoz szükséges lett volna. Manapság azonban ez már nem jelent akadályt, így a numerikus szimuláció a sztochasztikus rezonancia vizsgálatában leggyakrabban alkalmazott eszközzé lépett elő. A legtöbb alkalommal az elméleti vizsgálatok is tartalmaznak egy numerikus szimulációkkal való összevetést eredményeik megerősítésére.

A numerikus szimulációk előnye, hogy nem igényelnek közelítéseket vagy megszorító föltételeket, alkalmazásuknál azonban ügyelni kell az artefaktumok veszélyére, amelyek például a numerikus differenciálegyenlet-megoldó algoritmus lépésközének helytelen megválasztásából adódhatnak.

A numerikus szimulációk alternatívájaként az analóg szimulációkat említhetjük. Ezek során a rendszer dinamikájának leírásában szereplő műveleteket (összeadás, szorzás, integrálás, differenciálás, $\mathcal{E}c$) analóg áramkörökkel valósítják meg. Az analóg szimulációk önmagukban sokkal gyorsabbak, mint a numerikus szimulációk (a sebességet azonban korlátozza az adatok rögzítéséhez szükséges mintavételezés sebessége), és mentesek a numerikus szimulációknál fenyegető artefaktumoktól, viszont másfajta artefaktumok veszélyét hordozzák magukban (például digitális méréskor ügyelni kell az *aliasing* elkerülésére).

1.3.3. Színes zajok a sztochasztikus rezonanciában

Az eddigiekben ismertetett elméleti leírások arra az esetre vonatkoztak, amikor a rendszerben fehérzaj van jelen. Tudjuk azonban, hogy az abszolút fehérzaj matematikai absztrakció, ezért mindenképpen indokolt annak a vizsgálata, hogy a zaj véges sáv szélessége hogyan befolyásolja a sztochasztikus rezonancia lefolyását, illetve mások-e a sztochasztikus rezonancia jellemző paraméterei, ha fehérzaj helyett különböző színes zajok vannak a rendszerben. Ezt tovább erősíti az a tény, hogy a különböző színes zajok igen elterjedtek a valós fizikai, biológiai és egyéb rendszerekben.

Kettős potenciálvölgy \blacklozenge Az első vizsgálatok a kettős potenciálvölgyben tárgyalták a színes zajok szerepét. A zaj színes zaj volta úgy jelent meg, hogy a túlcillapított mozgást leíró (1.70) egyenletben a $\xi(t)$ zaj autokorreláció-függvénye nem a fehérzajnak megfelelő $\langle \xi(t)\xi(s) \rangle = 2D\delta(t-s)$ volt, hanem az alábbi alakú:

$$\langle \xi(t)\xi(0) \rangle = R_{\xi\xi}(t) = \frac{D}{\tau_c} e^{-\frac{|t|}{\tau_c}}, \quad (1.83)$$

ahol τ_c az úgynevezett *korrelációs idő*. Ez a kifejezés $\tau_c \rightarrow 0$ határátmenetben a fehérzajt adja vissza; ha figyelembe vesszük, hogy az (1.30) összefüggés értelmében a teljesítménysűrűség-spektrum az autokorreláció-függvény Fourier-transzformáltja, láthatjuk, hogy a fönt definiált színes zaj lorentzi zaj $f_0 = 1/\tau_c$ felső határfrekvenciával.

Ezzel a lorentzi zajtípussal Gammaitoni és kollégái analóg szimuláció [38], Hänggi és mások pedig elméleti perturbációszámítás [39] útján vizsgálták a kettős potenciálvölgybeli sztochasztikus rezonancia lefolyását. Azt tapasztalták, hogy a növekvő korrelációs idő (azaz csökkenő felső határfrekvencia, egyre „színesebb” zaj) elnyomja a jel-zaj viszonyban tapasztalható rezonanciajellegét, és nagyobb korrelációs időkre a jel-zaj viszony maximumának értéke csökkent, a maximum helye pedig nagyobb zajintenzitások irányába tolódott. Bebizonyosodott tehát, hogy ebben a rendszerben legalábbis a színes zajok határozottan destruktív hatással vannak a sztochasztikus rezonancia paramétereire.

Neuronmodellek \blacklozenge A fenti eredmények nem tántorították el a kutatókat attól, hogy más rendszerekben vizsgálatokat végezzenek színes zajú gerjesztésekkel. 1998-ban Nozaki és Yamamoto a színes zajok szerepét az úgynevezett *FitzHugh–Nagumo-neuronmodellben* tanulmányozták [40], melynek dinamikáját az alábbi egyenletrendszer adja meg:

$$\epsilon \dot{v} = v(v-a)(1-v) - w + A + S(t) + \xi(t), \quad (1.84)$$

$$\dot{w} = v - w + b, \quad (1.85)$$

ahol v a neuron membránfeszültségét reprezentáló „gyors” változó, w egy „lassú” regenerációs változó, A az ingerküszöböt beállító konstans bemenet, $S(t)$ a bemenőjel, $\xi(t)$ pedig $1/f^\kappa$ típusú, Gauss-eloszlású színes zaj; ϵ , a , és b rögzített paraméterek. A vizsgálat módszere numerikus szimuláció volt; az $S(t)$ bemenőjelet egy nulla várható értékű, küszöbalatti aperiodikus gerjesztés képviselte, a rendszerben bekövetkező sztochasztikus rezonanciát pedig a bemenőjelnek és a neuron tüzelési rátájának normált keresztkorrelációs együtthatójával írták le:

$$C = \frac{\langle S(t)F(t) \rangle}{\sqrt{\langle S^2(t) \rangle \langle [F(t) - \langle F(t) \rangle]^2 \rangle}}, \quad (1.86)$$

ahol $F(t)$ a neuron átlagos tüzelési rátáját jelöli, $\langle \dots \rangle$ pedig az időátlag. Meghatározták ezt a normált keresztkorrelációs együtthatót a zajszórás függvényében különböző κ spektrális kitevőjű $1/f^\kappa$ típusú színes zajokra, és azt a meglepő eredményt kapták, hogy bár a keresztkorrelációs együttható értéke csökken a spektrális kitevő növelésével, létezik olyan spektrális kitevő, amelynél a sztochasztikus rezonancia „hamarabb” bekövetkezik (azaz a keresztkorrelációs együttható maximumának eléréséhez szükséges zajszórás kisebb), mint fehérzaj esetén, azaz *a színes zajok bizonyos értelemben optimalizálhatják a sztochasztikus rezonanciát*. A legerősebb volt ez az effektus a sok szempontból kitüntetett szerepű $1/f$ -zajra. Ugyanebben a cikkben közöltek egy hasonló, csak numerikus szimulációk helyett elméleti megfontolásokon alapuló vizsgálatot szintmetézetektorra is, ott ez az optimalizáló hatás nem jelentkezett. Ebből az látszott, hogy az optimalizálás nem a zaj inherens tulajdonsága, hanem a zaj és a rendszer dinamikájának kölcsönhatásából ered.

A numerikus szimulációk újszerű eredményein fölbuzdulva Nozaki és társai egy valós neuron *in vitro* vizsgálatát is elvégezték [12]. Patkányok hátsó lábának bőréből kipreparált idegsejteket gerjesztettek ingerküszöb alatti szinuszos elektromos jellel, amelyhez különböző spektrális kitevőjű $1/f^\kappa$ típusú színes zajokat adtak, és rögzítették a válaszként érkező akciós potenciált. Az ennek spektrumából számolt jel-zaj viszony azonban nem erősítette meg a korábbi eredményeket: a jel-zaj viszony maximuma csökkent, a maximum eléréséhez szükséges zajszórás pedig nőtt a spektrális kitevő növelésével, semmiféle optimalizálás nem volt kimutatható. A két eredmény közti ellentmondás föloldására elvégezték a FitzHugh–Nagumo-neuronmodell „lineáris válasz”-közelítésen alapuló elméleti vizsgálatát [12, 13], és azt kapták, hogy az optimalizálás lehetősége a zaj sávszélességétől is függ: míg kis sávszélességeknél nem tapasztalható, a sávszélesség növelésével megjelenik, és egyre markánsabbá válik.

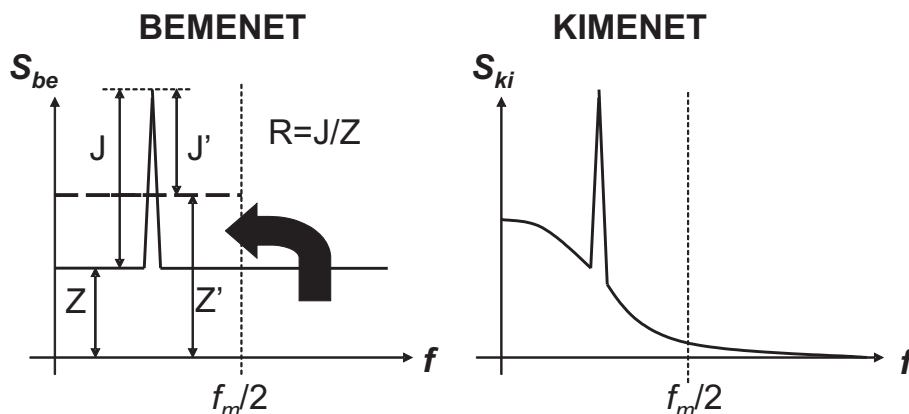
Figyelembe véve, hogy a sztochasztikus rezonancia legfontosabb alkalmazási területe a biológiai rendszerekkel kapcsolatos (például küszöbalatti jelek detektálásának magyarázata), a fönti kísérletek az optimalizáció lehetőségének fölvillantásával aláhúzták a színes zajú gerjesztések vizsgálatának fontosságát.

1.3.4. Jel-zaj viszony erősítés lehetőségei a sztochasztikus rezonanciában

Láttuk, hogy sztochasztikus rezonanciáról akkor beszélünk, ha a jel minőségét jellemző paraméter (például a jel-zaj viszony) a rendszer kimenetén jobb bizonyos mennyiségű zaj jelenlétében, mint a zajmentes esetben. Korán fölmerült azonban a kérdés, hogy eredményezheti-e a sztochasztikus rezonancia azt is, hogy a kimenőjel minősége javul a bemenethez képest. Mivel a legelterjedtebb paraméter a jel zajtartalmának jellemzésére a jel-zaj viszony, ezért a továbbiakban ezt a lehetőséget *jel-zaj viszony erősítésnek* fogom

nevezni; az jel-zaj viszony erősítés gyakorlatilag azt jelenti, hogy a jel-zaj viszony nagyobb a kimeneten, mint a bemeneten.

Az első próbálkozások ♦ Az első jel-zaj viszony erősítést célzó kísérleteknek nem sikerült jeljavítási effektust kimutatniuk. Először Gong és Hu 1992-es analóg szimulációja látszott áttörést hozni: ők a kettős potenciálvölgyben, szinuszos gerjesztésre vizsgálták a sztochasztikus rezonanciát, és 1 fölötti jel-zaj viszony erősítést sikerült kimutatniuk [41]. Hamarosan kiderült azonban, hogy nem alkalmaztak mintavételi szűrőt; miután mintavételi szűrő beiktatásával megismételték a méréseket, a jel-zaj viszony erősítés értéke 1 alá csökkent [42].



1.6. ábra. Az *aliasing* következményeképp föllépő jel-zaj viszony erősítés

Az artefaktum magyarázatát az 1.6. ábrán láthatjuk. A fehérzaj nagy sáv szélessége miatt mintavételi szűrő hiányában mind a bemeneten, mind a kimeneten föllép az *aliasing* jelensége: a mintavételi frekvencia felénél nagyobb frekvenciához tartozó komponensek alacsonyabb frekvenciákra transzformálódnak, így megemelik a jelcsúcs körüli zaj szintjét, lerontva a jel-zaj viszonyt. A kettős potenciálvölgy dinamikája azonban aluláteresztő szűrőhöz hasonlóan működik, és a magas frekvenciájú komponenseket erősen gyengíti, ezért a kimeneten az *aliasing* nem okoz akkora csökkenést a jel-zaj viszonyban, mint a bemeneten, így összességében jel-zaj viszony erősítéshez vezethet.

A „lineáris válasz”-elmélet idevágó következménye ♦ Akadtak, akik a „lineáris válasz”-elmélet szemszögéből vizsgálták a jel-zaj viszony erősítés elérésére irányuló kísérletek kudarcát. Az a használt közelítéstől függetlenül igaz, hogy egy $A_0 \cos(\Omega t) + \xi(t)$ bemenetre a jel-zaj viszony az (1.78) definíció szerint a következőképpen írható föl:

$$R_{be} = \pi \frac{A_0^2}{\Xi(\Omega)}, \quad (1.87)$$

ahol $\Xi(\Omega)$ jelöli $\xi(t)$ teljesítménysűrűség-spektrumát. Ha a „lineáris válasz”-elmélet szerint vizsgáljuk a kimeneti jel-zaj viszonyt, arra a következő adódik [31]:

$$R_{ki} = \pi \frac{A_0^2 |\chi(\Omega)|^2}{\Xi(\Omega) |\chi(\Omega)|^2 + Q(\Omega)}, \quad (1.88)$$

ahol $\chi(\omega)$ a rendszer általánosított szuszceptibilitása (lásd az 1.80 és 1.81 összefüggéseket), $Q(\omega)$ pedig a rendszer nemlineáris voltából adódó teljesítménysűrűség-spektrum-járulék, azaz a kimenet teljesítménysűrűség-spektruma abban az esetben, amikor nincs jel a beme-

neten, és a $\xi(t)$ zajban az Ω körfrekvenciához tartozó komponens 0. Lineáris rendszerben $Q(\Omega)$ értelemszerűen 0. A fentiekből a jel-zaj viszony erősítés egyszerűen adódik:

$$G := \frac{R_{ki}}{R_{be}} = \frac{|\chi(\Omega)|^2 \Xi(\Omega)}{|\chi(\Omega)|^2 \Xi(\Omega) + Q(\Omega)} \leq 1. \quad (1.89)$$

A „lineáris válasz”-elmélet szerint tehát a jel-zaj viszony erősítés értéke sosem haladhatja meg az 1-et, és 1 is csak abban az esetben lehet, ha a rendszer lineáris. Ezt szemléletesen úgy magyarázhatjuk, hogy „lineáris válasz”-közelítésben a jel és a jel frekvenciája körüli szűk tartományba eső zajkomponensek ugyanúgy skálázódnak a kimeneten, így nem lehetséges jel-zaj viszony javulás. Ebből következően jel-zaj viszony erősítést csak olyan körülmények között lehet találni, ahol a „lineáris válasz”-elmélet nem érvényes, azaz az erősen nemlineáris tartományban, például küszöbhez közeli jelek esetén.

Nemdinamikai rendszerek ♦ A „lineáris válasz”-elmélet fönn taglalt következménye tehát kijelölte a vizsgálatok számára a követendő utat. A tapasztalatokat és a kilátásokat először Kiss (ma *Kish*) László Béla összegezte, és ezek alapján számottevő (akár 10^4 nagyságrendű) jel-zaj viszony erősítést mutatott ki egy szintmetszésdetektorban [43]. A Kiss által vizsgált szintmetszésdetektor egy egyszerű nemdinamikai rendszer, amely állandó szélességű és amplitúdójú impulzust bocsájt ki a kimenetén, valahányszor a bemenet meghaladja a detektorra jellemző küszöbszintet. Bemenetként Kiss egy küszöbhez közeli amplitúdójú aperiodikus impulzussorozatot használt, azzal az indoklással, hogy az általában föltételezett stacionárius szinuszos jelek nem alkalmasak dinamikus információ átvitelére, míg a szélessávú impulzussorozat jól modellezi a valós fizikai, biológiai és egyéb rendszerekben megjelenő jeleket, így az eredmények relevánsak lehetnek a valós alkalmazhatóság szempontjából. Mivel a jel aperiodikus volt, és az elrendezés a nemlineáris jelátviteli tartományt célozta meg, a kimeneti háttérzaj meghatározásához nem volt alkalmazható az a módszer, amely egyszerűen a jelmentes esetben mért kimenetet tekinti zajnak; a jel és a zaj szétválasztására Kiss egy kereszteljesítménysűrűség-spektrumon alapuló módszert használt tehát. A kimenet teljes $S_{ki}^{telj}(f)$ spektrumából azt tekintette jelnek, ami a bemenőjellel (a kereszteljesítménysűrűség-spektrumában megjelenő) korrelációt mutatott:

$$S_{ki}^{jel}(f) = \frac{|S_{ki, be}(f)|^2}{S_{be}^{jel}(f)}, \quad (1.90)$$

ahol $S_{ki, be}(f)$ a teljes kimenet és a bemenőjel kereszteljesítménysűrűség-spektrumát, $S_{be}^{jel}(f)$ pedig a bemenőjel teljesítménysűrűség-spektrumát jelöli. A kimeneti zajkomponens, mivel az a jeltől független, egyszerűen adódik:

$$S_{ki}^{zaj}(f) = S_{ki}^{telj}(f) - S_{ki}^{jel}(f). \quad (1.91)$$

A jel és zaj illetően szétválasztása után a jel-zaj viszony immár korrektül meghatározható; a bemeneten a szétválasztás nem okoz problémát, így a jel-zaj viszony erősítést is ki lehet számolni. Utóbbi a vizsgálatokból 1-nél jóval nagyobboknak adódott, a bemenő impulzussorozat átlagos ismétlési rátájától függően: alacsony rátáknál (10^{-5} Hz) a 10^4 értéket is meghaladta, míg 100 Hz fölött lement 1 alá.

Kiss áttörésnek nevezhető eredménye nagy visszhangot keltett, és a figyelmet a sztochasztikus rezonanciával elérhető jeljavításra irányította. Kezdetben sokan érveltek úgy, hogy a jel-zaj viszony erősítés csak a jel-zaj viszony „új definíciójának” volt köszönhető, és nem egy valós effektusnak. Az ehhez hasonló vádakot kivédendő Lőrincz és társai

megismételték Kiss vizsgálatait, csak ez alkalommal periodikus impulzussorozatokot használtak, amelyekre a jel-zaj viszony (1.78) szerinti hagyományos definíciója is alkalmazható volt [44]. Eredményeik, amelyeket numerikus és analóg szimuláció együttes alkalmazásával nyertek, cáfolták a Kiss közleményével szembeni ellenérveket: a periodikus impulzussorozatra a jel-zaj viszony klasszikus definíciójával is 10^4 nagyságrendű jel-zaj viszony erősítés volt elérhető, amely az impulzusok ismétlési rátájának emelésével, csakúgy, mint arról Kiss korábban beszámolt, csökkent.

Más oldalról emelt kifogást Kiss eredményeivel kapcsolatban Chapeau-Blondeau: szerinte a jel-zaj viszony javulásban közrejátszhatott az is, hogy a kimeneti impulzusok szélessége rögzített volt, ráadásul megegyezett a bemeneti impulzusszélességgel, így a kimenetre *a priori* módon kényszerítették rá a koherens bemenet tulajdonságai [45]. Ő analitikus eredményeket közölt különböző szintmetszédetektorokról (amelyeket ő statikus nemlinearitásoknak nevezett), amelyek abban különböztek a Kiss-féle szintmetszédetektoroktól, hogy a kimeneti impulzusok szélessége nem volt rögzített, hanem attól függött, mennyi ideig van alatta vagy fölötte az adott köszöbszintnek a bemenet. Bár a Chapeau-Blondeau által bemutatott jel-zaj viszony erősítések nem érték el a 10^4 nagyságrendet, csupán – a bemenőjel amplitúdójától és egyéb paramétereiktől függően – a száz alatti értékektől egészen ezerig terjedtek, bebizonyosodott, hogy a sztochasztikus rezonancia által kiváltott jeljavulás nem csupán a rögzített impulzusszélességnek köszönhető.

Az eddig főként monostabil rendszerekre irányuló vizsgálatokat Gingl és kollégái a már említett Schmitt-triggerben mint bistabil rendszerben végzett numerikus szimulációkkal egészítették ki [46]. Eredményeikből kitűnt, hogy a Schmitt-triggerben is vezethet jeljavításhoz a sztochasztikus rezonancia: egy periodikus impulzussorozat mint bemenőjel esete a jel-zaj viszony erősítés értéke 10^2 nagyságrendűnek adódott. A vizsgálat arra is kitért, hogy hogyan befolyásolja a bemenőjel impulzusszélessége a jel-zaj viszony erősítés értékét, és megmutatta, hogy a vizsgált tartományban a keskenyebb impulzusok erőteljesebb jeljavulást eredményeztek.

Dinamikai rendszerek ♦ A fent tárgyalt vizsgálatok mind nemdinamikai rendszerekben mutattak ki sztochasztikus rezonancia által kiváltott jeljavulást; az egyetlen olyan kísérletben, amelyik dinamikai rendszert céltolt meg, a jel-zaj viszony erősítés artefaktumnak bizonyult. Joggal merült föl tehát a kérdés, hogy lehetséges-e egyáltalán sztochasztikus rezonancia általi jeljavítás dinamikai rendszerekben. E kérdés megválaszolását tűzték ki célul Hänggi és kollégái, amikor az őstípusként szolgáló modellben, a kettős potenciálvölgyben szinuszos gerjesztés mellett bekövetkező sztochasztikus rezonancia jel-zaj viszony javítási lehetőségeit vizsgálták [47]. Analitikus úton kapott formuláikkal föltérképezték a jel-zaj viszony erősítés értékét különböző bemenőjel-amplitúdók mellett, és azt kapták, hogy 1 fölötti jel-zaj viszony erősítés csak jóval a küszöb fölötti amplitúdók esetén érhető el. Megvizsgálták a lorentzi színes zajok szerepét is, és megmutatták, hogy a felső határfrekvencia csökkentésével (az ideális fehérzajtól való távolodással) az elérhető jel-zaj viszony erősítés csökken.

Egy másik dinamikai rendszert vizsgáltak Liu és kollégái: a Hodgkin–Huxley-neuron-modellben végeztek numerikus szimulációkat [48]. Eredményeik szerint mind szinuszos, mind impulzusszerű jelekre lehetséges 1 fölötti (2 körüli) jel-zaj viszony erősítés; ez az erősítés a zaj felső határfrekvenciájának csökkentésével, csakúgy, mint azt az előzőekben más rendszerekben kimutatták, csökken. Bebizonyosodott tehát, hogy dinamikai rendszerekben is lehetséges, ha csekély mértékben is, sztochasztikus rezonancia által előidézett jeljavulás.

Hänggi és társai csak egy szinuszos, azaz egyetlen harmonikussal jellemezhető beme-

nőjelre zárták ki a jel-zaj viszony erősítés lehetőségét a kettős potenciálvölgyben; más jelekre, például a nemdinamikai rendszerekben már főszeredett kapott impulzussorozatokra még nyitva maradt a lehetőség. A mi kutatócsoportunk periodikus impulzussorozatokat alkalmazott bemenőjelnek, és analóg szimulációinkkal megmutattuk, hogy a kettős potenciálvölgyben is lehetséges sztochasztikus rezonancia általi jel-zaj viszony erősítés, ha a gerjesztés nem szinuszos [T1]. Ezen vizsgálatokat részletesen a saját eredményeket bemutató részben tárgyalom.

1.4. Fluktuációk az emberi szív- és érrendszerben

Az eddigiekben a zajok konstruktív szerepével foglalkoztunk, amely a sztochasztikus rezonanciában öltött testet. Most rátérünk egy olyan területre, ahol a fluktuációk információforrásként fontosak, és az emberi keringést szabályozó, rendkívül összetett mechanizmusok jobb megértéséhez segíthetnek, sőt komoly diagnosztikai eszközként szolgálhatnak. Ebben a részben röviden bemutatom a szívműködés alapjait és a főbb szabályozó rendszereket.

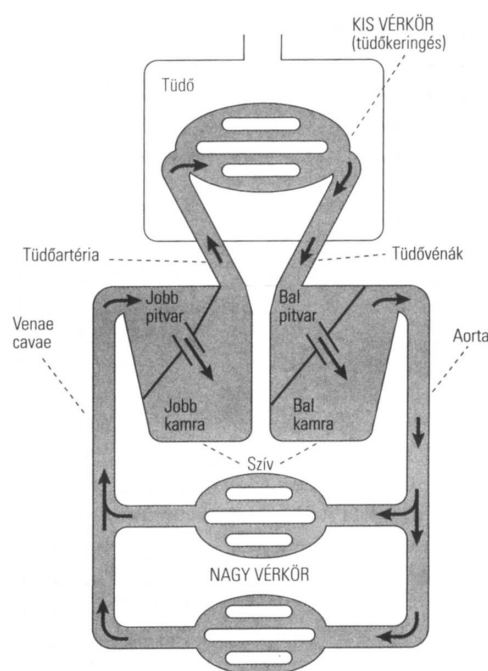
1.4.1. A szívműködés alapjai; a szívciklus

A vérkeringési rendszer ♦ A szervezet sejtjei folyamatos anyagcserét folytatnak, amelyhez folyamatos tápanyag- és oxigénellátás szükséges. Az anyagcseréhez szükséges anyagok, valamint a szabályozó molekulák célba juttatását és az anyagcseretermékek elszállítását a vér végzi, amelynek feladata ellátásához folyamatosan áramlásban kell lennie. A vérkeringés önmagába visszatérő, zárt rendszer, amely az emlősök, így az ember esetében két sorosan kapcsolt vércsőből áll (lásd 1.7. ábra): a *kis vércső* (más néven *tüdőkeringés*) elsődleges feladata az oxigénellátás biztosítása és a szén-dioxid leadása a tüdőn keresztül, míg a *nagy vércső* (más néven *szisztémás keringés*) a gázokat, tápanyagokat és hírvívó vegyületeket szállítja a szervezet sejtjeihez, és anyagcseretermékeket, valamint további hírvívókat szállít el onnan. A vércsőben a folyamatos áramlást a szív biztosítja; az áramlást fönntartó hatás a szív által a ritmikus összehúzódás (*szisztolé*) és az azt követő elazulás (*diasztolé*) ciklikus váltakozásán keresztül megvalósított nyomásgradiens [49].

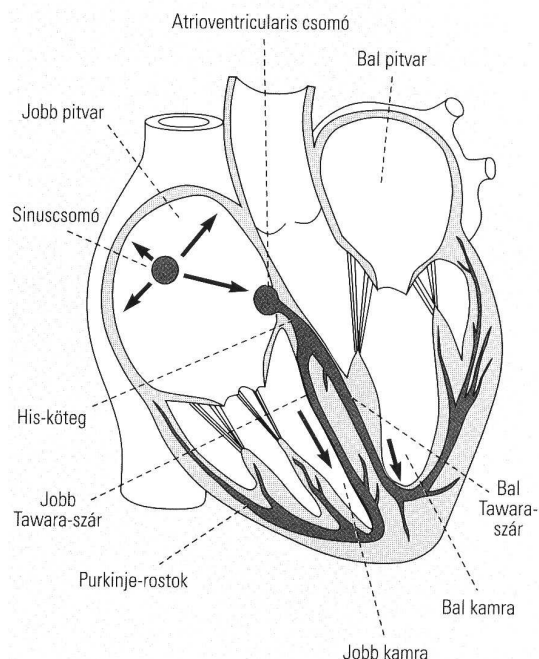
A szív fölépítése ♦ A szív túlnyomórészt *szívizomsejtekből* (*miocitákból*) áll; ezek adott elektromos ingerekre összehúzódással reagálnak, így teszik lehetővé, hogy a szív pumpafunkcióját ellássa. A szívizomsejtek mellett fontos szerepet játszanak azok a sejtek, amelyeknek nem az összehúzódás, hanem az ingerképzés és az ingerületvezetés a feladatuk: ide tartoznak a *szinuszcsozó*, az *atrioventrikuláris csomó*, illetve az ingerületvezető rendszer (*His-köteg*, *Tawara-szárok*, *Purkinje-rostok*) sejtjei.

A szív két különálló térfélre oszlik, amelyek között folyadékáramlás nincs. Mindkét térfélben két-két szívüreg található; a szívcsúcstól távolabb, a vénák beszáradzásánál a pitvarok, a szívcsúcs felé pedig a kamrák helyezkednek el (lásd 1.8. ábra). A pitvarokat és a kamrákat egy rostos-inas gyűrű választja el, amely igen rossz vezető, így elektromos vezetés a pitvarok és a kamrák között csak egy keskeny vezető hídon, a *His-kötegen* keresztül lehetséges. A jobb pitvarba a nagy vércsőből jövő véna érkezik, a jobb kamrából pedig a kis vércsőbe vezető tüdőartéria indul ki; míg a bal pitvarba a tüdővéna érkezik a kis vércsőből, és a bal kamrából az aorta vezet ki a nagy vércsőbe.

A pitvarok és a kamrák, illetve a kamrák és a kivezető nagyerek (a tüdőartéria és az aorta) között folyadékáramlás csak a *szívbillentyűkön* keresztül mehet végbe, amelyek szelepekként funkcionálnak: jelenlétük biztosítja, hogy a vér csak egy irányban, a pitvarokból a kamrákba, a kamrákból pedig a nagyerek felé áramolhat, és visszaáramlás nem fordulhat



1.7. ábra. A vérkörök. Forrás: [49]



1.8. ábra. A szív fölépítése. Forrás: [49]

elő. Azt, hogy egy billentyű nyitva van-e, vagy sem, a nyomásviszonyok döntenek el: ha a pitvarokban nagyobb a nyomás, mint a kamrákban, illetve ha a kamrákban nagyobb a nyomás, mint a nagyerekben, a megfelelő billentyűk nyitottak, ellenkező esetben pedig zárva vannak.

A szívciklus ♦ A szív összehúzódásának periodicitásáról a szív ritmusgenerátora, a *szinuszcsomó* gondoskodik, amely a jobb pitvar falában helyezkedik el. A szinuszcsomó szabályos időközönként elektromos ingereket hoz létre, amelyek a szívizomsejteket összehúzódásra készítik. A szinuszcsomóból kiinduló ingerület a pitvarok miocitáin keresztül terjedve éri el az *atrioventrikuláris csomót*, amelynek fiziológiai szerepe az ingerület késleltetett átvezetése a His-köteghez. A His-kötegből az ingerület a *Tawara-szárakon* keresztül éri el a *Purkinje-rostokat*, így futva végig a megfelelő időzítéssel a szív munkaizomzatán. Az ingerület terjedésének eme dinamikáját tükrözi a szív munkaizomzatának állapota, amely a következő fázisokra osztható föl:

- **Kettős diasztolé:** mind a két pitvar, mind a két kamra ellazult állapotban van. A pitvari nyomás nagyobb, mint a kamrai, ezért a pitvarok és kamrák közötti, úgynevezett *atrioventrikuláris billentyűk* nyitva vannak, így a vér akadálytalanul áramolhat a pitvarokból a kamrákba.
- **Pitvari szisztolé:** amikor a szinuszcsomóból származó ingerület áttevődik a pitvari miocitákra, a pitvarok izomzata összehúzódik. Mivel eközben a kamrák továbbra is diasztolében vannak, a pitvari túlnyomás nő a kamrákhoz képest, ezért a vér a pitvarokból a kamrákba áramlik.
- **Kamrai szisztolé:** a pitvarok szisztolóját az atrioventrikuláris csomó jóvoltából késéssel követi a kamrák összehúzódása. Ekkor a kamrákban emelkedő nyomás zárja az atrioventrikuláris billentyűket, így a vér nem áramolhat vissza a pitvarokba. A

kamrai szisztolé kezdetén a kamrai nyomás még alacsonyabb a tüdőartériában, illetve az aortában uralkodó nyomásnál, ezért a kamrákat a nagyerektől elválasztó, úgynevezett *szemilunáris billentyűk* még zártak, így a kamrai szisztolé első szakaszában a kamra térfogata állandó, miközben a kamrai nyomás emelkedik. Amikor meghaladja a nagyerekben mérhető nyomást, a szemilunáris billentyűk megnyílnak, és a vér kiáramlik a nagyerekbe. A kamrai szisztolé kezdetén az atrioventrikuláris billentyűket rögzítő rostos gyűrű lefelé mozdul, ezzel a pitvarok térfogatát növelve, a bennük uralkodó nyomást pedig csökkentve, így a kamrai szisztolé a pitvarok telődését is elősegíti.

- **Kamrai diasztolé:** a kamrai miociták ellazulásával a kamrákban gyorsabban csökken a nyomás, mint a nagyerekben, ezért a szemilunáris billentyűk zárnak. Amikor a kamrai nyomás a pitvari nyomás alá csökken, megnyílnak az atrioventrikuláris billentyűk, lehetővé téve a vér áramlását a pitvarokból a kamrákba.

A fönti fázisok ritmikus ismétlődése a szív ciklus, amelynek következtében a vér a két vérkörben folyamatos áramlásban van, így feladatát el tudja látni.

1.4.2. A szív- és érrendszer vegetatív szabályzása

Még a teljesen mindennapos emberi tevékenység során is a vérnyomást igen nagy mértékben befolyásolhatják külső hatások: gondoljunk például arra, amikor fekvő helyzetből fölállunk. Mindenféle kompenzáció nélkül ezek a vérnyomás-ingadozások akkorák lehetnének, hogy a keringésben komoly zavarok állhatnának be. Ezen fölül az anyagcsere üteme is változhat: nagyobb fizikai igénybevétel esetén megnövekszik a sejtek tápanyag- és oxigénigénye. Mindezen változásokhoz a keringésnek folyamatosan alkalmazkodnia kell, amiről a vegetatív (más néven *autonóm*) idegrendszer szabályozó mechanizmusai gondoskodnak.

A vegetatív idegrendszer két, egymással ellentétes hatásokat kiváltó, azaz egymással úgymond reciprok kapcsolatban álló divízióra osztható: a *szimpatikus* és a *paraszimpatikus idegrendszerre*. Leegyszerűsítve azt mondhatjuk, hogy a szimpatikus idegrendszer készenléti, riasztási funkciókat lát el, és főként stresszhelyzetben aktiválódik, míg a paraszimpatikus idegrendszer ennek ellensúlyát képezi, és a nyugalmi állapotba való visszatérést szolgálja.

A szívfrekvencia szabályzása ♦ A szinuszcsomó mindenfajta beidegzés nélkül képes el látni ritmusgeneráló funkcióját; az idegi szabályozás hiányában megvalósuló, úgynevezett *endogén frekvenciája* 100/perc körüli érték [49]. Ezt a frekvenciát módosítják a vegetatív hatások: a szimpatikus idegrendszer a szinuszcsomó ingerképző frekvenciáját növeli (*pozitív kronotróp hatás*), míg a paraszimpatikus idegrendszer ezt a frekvenciát csökkenti (*negatív kronotróp hatás*). Ha a szinuszcsomó endogén frekvenciáját összevetjük az átlagos emberi pulzusszám 60-80/perc körüli értékével, láthatjuk, hogy a szív működése folyamatos vegetatív szabályozás alatt áll, amelyen belül nyugalomban a paraszimpatikus hatás a domináns.

A baroreflex mechanizmusok ♦ Az emberi vérnyomás közel állandó szinten tartásáról visszacsatolt szabályozó mechanizmusok, a *baroreflexek* gondoskodnak. A vérnyomás rövidtávú („pulzusonkénti”) szabályozásáért az *artériás baroreflex* felel, míg a hosszútávú szabályozás a *kardiopulmonális baroreflex* feladata. Előbbinek fontos összetevői a *carotis sinusban* (a nyaki verőér egy kiöblösödésében), illetve az aortaívben elhelyezkedő *baroreceptorok*, amelyek az artériák falának nyúlását érzékelik. Amikor az erekben emelkedik a nyomás, a baroreceptorok aktivitása növekszik, erre válaszként a szívet érő paraszimpa-

tikus hatás fokozódik, és a szívfrekvencia csökken. A nyomás csökkenésekor az arteriális baroreceptorok idegi aktivitása csökken, a paraszimpatikus dominancia enyhül, így a szívfrekvencia megnő. A szívfrekvencia csökkenése értelemszerűen a vérnyomás csökkenését vonja maga után, és *vice versa*, ily módon az arteriális baroreflex mechanizmus képes a vérnyomás rövidtávú ingadozásait ellensúlyozni. A hosszútávú szabályzásért felelős kardiopulmonális baroreflex az alacsony nyomású rendszerben elhelyezkedő baroreceptorok ingerületén alapszik. Ezek a receptorok a vérkeringési rendszer teltségi állapotát jelzik; a belőlük kiinduló reflexek hormonális hatások útján, a vese vízvisszaszívásán keresztül szabályozzák a keringési rendszerben jelen lévő folyadékmennyiséget, ezáltal a vérnyomást.

Fluktuációk a keringésben ♦ A fentiek megvilágítják annak a mindennapi tapasztalatnak a hátterét, hogy a keringés paraméterei (a vérnyomás, a pulzusszám) állandóan ingadoznak. Ingadozásuk mértéke és módja, a különböző mennyiségek fluktuációinak összefüggései értékes információkkal szolgálnak a keringést szabályozó hatások természetéről. A fluktuációk elemzésének módszereit részletesen a 3.1 szakaszban tárgyalom.

2. fejezet

A sztochasztikus rezonanciával elérhető jel-zaj viszony erősítés vizsgálata

2.1. Jel-zaj viszony erősítés a kettős potenciálvölgyben

2.1.1. Célkitűzések

Az 1.3.4. pontban láttuk, hogy a sztochasztikus rezonancia általi jel-zaj viszony erősítés kimutatását célzó vizsgálatok elsősorban nemdinamikai rendszerekben jártak sikerrel, míg az alapmodellül szolgáló kettős potenciálvölgyben nem volt egynél nagyobb erősítés megfigyelhető szinuszos gerjesztés esetén [47]. Joggal merült föl a kérdés, hogy maga a rendszerdinamika zárja-e ki a sztochasztikus rezonancia általi jeljavítás lehetőségét, vagy utóbbi a bemenőjel típusától is függhet. E kérdés megválaszolására *célul tűztük ki a kettős potenciálvölgyben megfigyelhető sztochasztikus rezonancia általi jel-zaj viszony erősítés analóg szimulációkkal történő vizsgálatát impulzusszerű bemenőjelek esetén, a bemenő jel amplitúdójának és impulzusszélességének függvényében* [T1].

2.1.2. Vizsgálati módszerek, eszközök

A modell ♦ Az 1.3.2. pontban láttuk, hogy a kettős potenciálvölgyet legtöbbször az (1.70) szerinti elsőrendű differenciálegyenlettel szokás jellemezni. A mi esetünkben ez az alábbi alakot öltötte [T1]:

$$\dot{x}(t) = x(t) - x^3(t) + p(t) + w(t), \quad (2.1)$$

ahol $p(t)$ a periodikus gerjesztés, $w(t)$ pedig egy fizikai (tehát véges felső határfrekvenciával bíró) fehérzaj. Mivel a korábbi eredmények nagyrészt impulzusszerű jelekre jósoltak jel-zaj viszony erősítést [43, 44, 46], mi is egyfajta impulzusszerű jelet alkalmaztunk, amelynek impulzusszélessége (*kitöltési tényezője*), és amplitúdója változó volt. A szimulációkat egy kevert jelű rendszerben végeztük: a $p(t)$ jelet és a $w(t)$ zajt számítógéppel hoztuk létre, majd analóg jellé alakítottuk őket, és magát a (2.1) egyenletet egy analóg áramkör segítségével oldottuk meg, végül az eredményül kapott $x(t)$ jelet digitalizáltuk, és számítógépen rögzítettük és dolgoztuk föl. A szimulációk célja elsősorban annak kiderítése volt, elérhető-e 1-nél nagyobb jel-zaj viszony erősítés a (2.1) egyenlettel adott rendszerben, emellett arra

is kíváncsiak voltunk, hogy az erősítés hogyan függ a jelamplitúdótól és a jel kitöltési tényezőjétől.

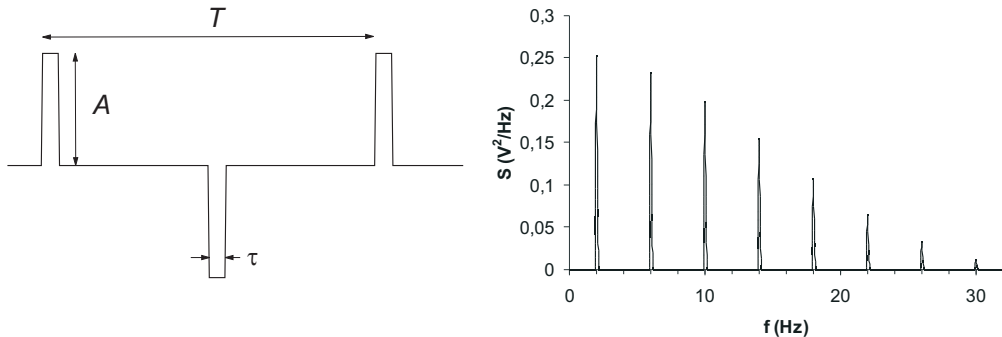
A $p(t)$ periodikus gerjesztés egy szimmetrikus impulzussorozat volt, amelynek időfüggését a következő formula adta meg:

$$p(t) := \begin{cases} A, & \text{ha } 0 \leq t \bmod T \leq \tau, \\ -A, & \text{ha } T/2 \leq t \bmod T \leq T/2 + \tau, \\ 0, & \text{különben,} \end{cases} \quad (2.2)$$

ahol A az impulzussorozat amplitúdója, τ az impulzusszélesség, T pedig a periódusidőt jelöli; a *mod* a maradékképzés (modulo) műveletére utal. A $p(t)$ jel alakját a 2.1. ábrán láthatjuk. Az impulzussorozat *kitöltési tényezőjén* az összesített impulzusszélesség teljes periódusidőhöz viszonyított százalékos arányát értettük:

$$\theta := \frac{2\tau}{T} \cdot 100\%. \quad (2.3)$$

A mérés elején kísérletileg meghatároztuk az A_T *küszöbamplitúdót*, azaz azt a legkisebb jelamplitúdó-értéket, amely hozzáadott zaj nélkül elegendő volt ahhoz, hogy a kimeneti $x(t)$ jelben átmenet következzen be a két potenciálvölgy, x_m és $-x_m$ között (lásd 1.3. ábra). Az eredmények föltüntetésekor a bemeneti zajsórást és a bemenőjel amplitúdóját a szemléletesség kedvéért ezzel az értékkel normáltuk.



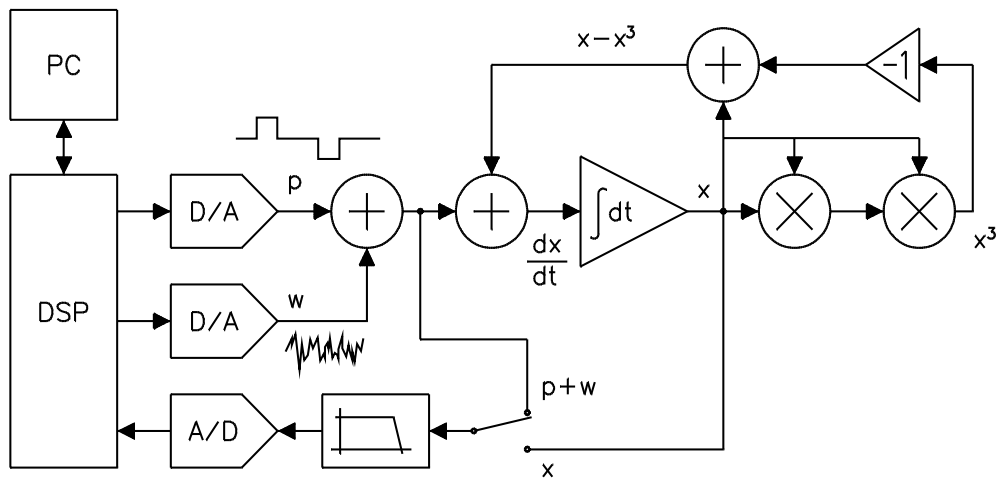
2.1. ábra. A periodikus impulzussorozat alakja és spektruma (utóbbi $f = 2$ Hz és $\theta = 10\%$ paraméterek mellett)

Az analóg szimulációs rendszer ♦ A (2.1) egyenletet analóg eszközökkel való megoldásához először integrálegyenletté célszerű alakítani:

$$x(t) = \int_0^t [x(\vartheta) - x^3(\vartheta) + p(\vartheta) + w(\vartheta)] d\vartheta. \quad (2.4)$$

A (2.4) egyenletben integrálást, ellentettképzést, hatványozást és összeadást kell analóg eszközökkel megvalósítani, ezekre mind létezik megfelelő analóg áramkör. Az egyenletből kiolvasható, hogy egy integrátorba kell bevezetni a $p(t)$ periodikus jel és a $w(t)$ fizikai fehérzaj összegét, amelyhez még előbb az integrátor $x(t)$ kimenetéből képzett $x(t) - x^3(t)$ tagot is hozzá kell adni visszacsatolás útján. Az elrendezés a 2.2. ábrán látható. Az ábráról

leolvasható, hogy a $p(t)$ jelet és a $w(t)$ zajt egy számítógép (az ábrán PC) által vezérelt digitális jelprocesszor (*Digital Signal Processor*, DSP) állította elő valós időben, majd digitális-analóg konverterek (D/A) alakították őket analóg jellé. Az egyenlet megoldását végző integrátor kimenetét szorzó áramkörökkel emeltük harmadik hatványra, majd ellentétképző és összeadó áramkörökkel előállítottuk az $x(t) - x^3(t)$ tagot, amelyhez összeadó áramkör segítségével adtuk hozzá a $p(t) + w(t)$ zajos bemenőjelet, és eme összegzés végeredményét (ami a 2.1. egyenlet jobb oldala) az integrátor bemenetére vezettük. A $p(t) + w(t)$ zajos bemenőjelet, valamint az integrátor által előállított $x(t)$ megoldásfüggvényt ugyanazon a mintavételi szűrőn vezettük keresztül, majd ugyanazzal az analóg-digitális átalakítóval (A/D) mintavételeztük, elkerülendő azokat az artefaktumokat, amelyek az eltérő bánásmódból esetleg adódhattak volna. Végül az $x(t)$ megoldásfüggvény mintavételezett értékeit a DSP továbbította a számítógéphez, amely rögzítette őket.



2.2. ábra. A kevert jelű szimulációs rendszer blokkvázlata

Fontos megjegyezni, hogy az analóg integrátor kimenetén nem pontosan a bemenet határozott integrálja jelenik meg, hanem annak $1/RC$ -szerese, ahol R és C az integrátor áramkörti megvalósításában szereplő ellenállás és kapacitás [50]. Ennek megfelelően az integrátor kimenete nem $x(t)$, hanem

$$y(t) = \frac{1}{b} \int_0^t [y(\vartheta) - y^3(\vartheta) + p(\vartheta) + w(\vartheta)] d\vartheta, \quad (2.5)$$

ahol

$$b := \frac{RC}{1\text{ s}}. \quad (2.6)$$

Az 1 s-mal való normálás, azaz a b paraméter dimenziótlanná tévése annak fényében szükséges, hogy az integrátor kimenete is feszültség dimenziójú, és a Hz-cel való szorzásnak nem lenne fizikai értelme. Amint látni fogjuk, az $1/b$ szorzófaktor az idő- és frekvenciaskálát megváltoztatja a (2.1) egyenlethez képest. Végezzük el ugyanis a (2.5) egyenletben az alábbi helyettesítést:

$$s := \frac{1}{b} \vartheta. \quad (2.7)$$

Ekkor az integrálegyenlet alakja a következő:

$$y(t) = \int_0^{t/b} [y(bs) - y^3(bs) + p(bs) + w(bs)] ds. \quad (2.8)$$

A (2.8) egyenletből azt olvashatjuk ki, hogy az analóg szimuláció időskálája az elméleti, (2.1) egyenletnek megfelelő időskála b -szerese, ezáltal az analóg frekvencia az elméleti frekvencia $1/b$ -szerese. A b értéke szimulációinkban $1,2 \cdot 10^{-4}$ volt.

Az analóg szimuláció paramétereit ♦ A jel-zaj viszony erősítés viselkedésének föltérképezéséhez egy adott amplitúdójú és kitöltési tényezőjű bemenőjelhez 56 különböző zajszórásra rögzítettük a kimenőjelet. Egy adott zajszórásnál 1000 mintát átlagoltunk. Mind a bemeneten, mind a kimeneten 2048 adatpont hosszúságú mintákat rögzítettünk. A további paramétereket a 2.1. táblázat tartalmazza.

Mintavételi frekvencia	8 kHz
Jelfrekvencia (analóg)*	31,25 Hz
Jelfrekvencia (elméleti)*	$3,75 \cdot 10^{-3}$ Hz
A zaj sávzélessége (analóg)*	50 kHz
A zaj sávzélessége (elméleti)*	6 Hz
A zajszórás (σ) értékei	$0,195A_T \leq \sigma \leq 0,912A_T$
A jelamplitúdó értékei (A_T -hez viszonyítva)	70%, 80%, 90%
A kitöltési tényező értékei	10%, 20%, 30%
Mintahossz	32768
Adatpontok száma egy jelperiódusban	2048
Átlagok száma egy rögzített paraméteregyüttesnél	1000

2.1. táblázat. Az analóg szimuláció paramétereit

A *-gal megjelölt frekvenciák a fönt elmondottak értelmében két különböző skálán mérhetők: a valójában megoldott (2.8) egyenletnek megfelelő frekvenciákat *analóg* megjelöléssel láttam el; a (2.1) egyenletben ezen frekvenciáknak az $1,2 \cdot 10^{-4}$ -szeresük felel meg, erre utal az *elméleti* megjegyzés. Az A_T jelölés a küszöbamplitúdót helyettesíti.

A jel-zaj viszony definícióit ♦ A sztochasztikus rezonancia elméletében leggyakrabban használatos definíció szerint, ahogy már láttuk, a jel-zaj viszony az f_0 jelfrekvencia infinitezimális környezetében vett jelteljesítménynek és a háttérzaj teljesítménysűrűség-spektrumának a hányadosa:

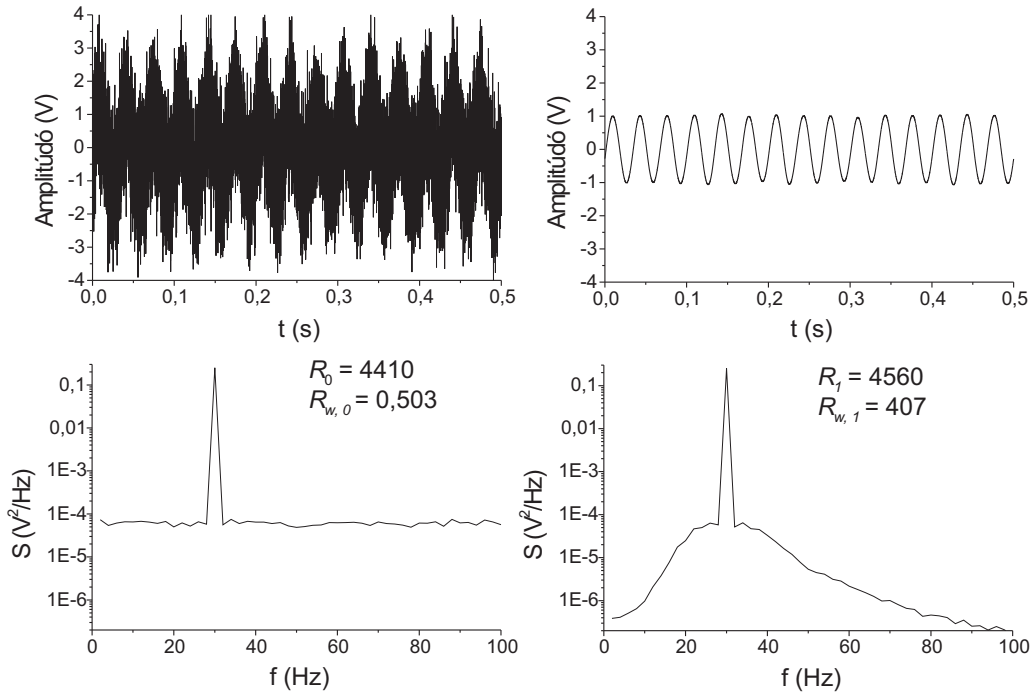
$$R := \frac{\lim_{\Delta f \rightarrow 0} \int_{f_0 - \Delta f}^{f_0 + \Delta f} S_{\text{jel}}(f) df}{S_{\text{zaj}}(f_0)}, \quad (2.9)$$

ahol $S_{\text{jel}}(f)$ a jel, $S_{\text{zaj}}(f)$ pedig a háttérzaj teljesítménysűrűség-spektrumát jelöli. Első látásra föltűnő, hogy az így definiált jel-zaj viszony nem dimenziótlan mennyiség, hanem Hz dimenziójú, hiszen teljesítményt osztunk teljesítménysűrűség-spektrummal. Erre elméleti megfontolások miatt van szükség: ha a zajnak ugyanúgy kiszámítanánk a jelcsúcs infinitezimális környezetében a teljesítményét, mint a jelét, a határértékképzés eredményeként nullát kapnánk, míg a jel esetében a jel alaphfrekvenciájánál található Dirac-impulzusnál a teljesítmény véges, így a jel-zaj viszony mindig végtelen lenne. Ez a probléma, mint látni fogjuk, a gyakorlati számításokban nem áll fönn.

A jel-zaj viszony fönti definíciója szinte csak a sztochasztikus rezonancia irodalmában használatos; gyakorlati alkalmazásokban a jel zajtartalmának jellemzésére a jel-zaj viszonyt mint a teljes jelteljesítmény és a teljes zajteljesítmény hányadosát értelmezik. A (2.9) egyenlet szerinti definíció „keskenysávúságával” szembeállítva ezt a mérőszámot *szélessávú jel-zaj viszony*nak nevezhetjük, és a következő elvi formulával adhatjuk meg:

$$R_w := \frac{P_{\text{jel}}}{P_{\text{zaj}}} = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \int_{kf_0 - \Delta f}^{kf_0 + \Delta f} S_{\text{jel}}(f) df}{\int_0^{\infty} S_{\text{zaj}}(f) df}. \quad (2.10)$$

Mint látható, ez a definíció a jel összes felharmonikusát tekintetbe veszi, ezért jobban tükrözi a valós jelteljesítményt olyan esetekben, amikor a jel spektrumában a felharmonikusok nem elhanyagolható teljesítményt képviselnek (mint például a 2.1. ábrán látható jel esetében). A (2.10) egyenlet által adott szélessávú jel-zaj viszony véges voltának már csupán az a föltétele, hogy a felharmonikusok lecsengők legyenek, illetve a zajnak véges felső határfrekvenciája legyen.



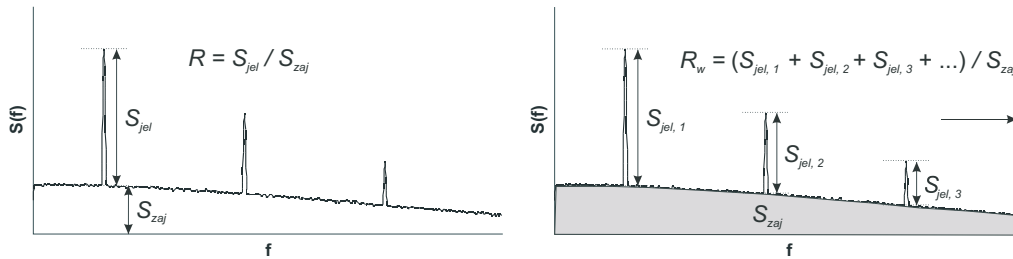
2.3. ábra. Zajos szinuszjel szűrés előtt (bal oldali panelek) és után (jobb oldali panelek). Fönt az időtartománybeli jelalak, alul a spektrum látható. A jel frekvenciája 30 Hz, a hozzáadott zaj 16 kHz sáv szélességű gaussi fehérzaj. A szűrés 20 Hz alsó- és 40 Hz felső határfrekvenciájú, másodrendű Butterworth-sávszűrővel történt. A spektrumok mellett föltüntetettük a keskenysávú (R), illetve a szélessávú jel-zaj viszony (R_w) megfelelő értékeit

Annak érzékeltetésére, hogy a szélessávú jel-zaj viszony mennyivel hűbben tükrözi a jelek valós zajtartalmát, mint a hagyományos keskenysávú megfelelője, elvégeztünk egy egyszerű demonstrációt. Egy 30 Hz frekvenciájú szinuszjelhez 16 kHz sáv szélességű gaussi fehérzajt adtunk. A zajos szinuszjelet 30 Hz alsó- és 40 Hz felső határfrekvenciájú másodrendű Butterworth-sávszűrőn bocsájtottuk keresztül, és kiszámoltuk a zajos jelben a jel-zaj viszonyt a szűrés előtt és után is. A 2.3. ábrán jól látszik, hogy szűrés után a szí-

nuszjelben alig észrevehető a zaj. Ennek ellenére a keskenysávú jel-zaj viszony alig mutat javulást: a szűrés utáni és a szűrés előtti jel-zaj viszony hányadosa egyhez hibahatáron belül közeli érték (emlékezzünk, a „lineáris válasz”-elmélet szerint a hányadosnak egynek kell lennie, lásd az 1.89. formulát). A jel zajtartalmának drasztikus csökkenését sokkal jobban tükrözi a szélessávú jel-zaj viszony értékének 809-szeres javulása.

A jel-zaj viszony szimulációs adatokból való gyakorlati meghatározásánál problémát jelent a jel és a zaj szétválasztása a kimeneten. Az sztochasztikus rezonanciával kapcsolatos elméleti számítások, mint ahogy azt az (1.78) definíció értelmezésében láttuk, az $S_{zaj}(f)$ zajspektrumot úgy értelmezik, hogy az a bemenőjel nélkül, csak zaj jelenlétében kapott kimenet spektruma. Számos alkalommal mérések és szimulációk is követik ezt az értelmezést mint mérési utasítást. Ez azonban igen nehézkesé teszi a szimulációkat (hiszen minden szimulációt el kell végezni bemenőjellel és anélkül is), továbbá elvi kifogásokat is emelhetünk ellene, hiszen nem veszi figyelembe, hogy a rendszer nemlineáris, így a kimeneti zajspektrum más lehet bemenőjel jelenlétében, mint bemenőjel nélkül [43].

A szétválasztás problémájára, mint már láttuk az (1.90) és (1.91) egyenletekben, Kish László Béla adott általános választ: a kimenetben a jelkomponens az a rész, amelyik korrelációt mutat a bemenőjellel, a zajkomponens pedig a maradék [43]. Ez az eljárás tetszőleges, akár aperiodikus (mint Kish dolgozatában) vagy véletlenszerű bemenőjelek esetén is alkalmazható.



2.4. ábra. A jel és a zaj szétválasztása keskenysávú és szélessávú jel-zaj viszony esetén

Nálunk a jel periodikus volt, és a jelteljesítmény az f_0 jelfrekvencia egész számú többszörösein lokalizálódott, így nem volt szükség Kish eljárására a jel és zaj szétválasztásához. Azt a tényt használtuk ki, hogy kellő számú átlagolás után a háttérzaj spektruma sima a jelcsúcsok környezetében, így a jelcsúcsból jól elkülöníthető (lásd a 2.4. ábrát). Vettük a teljes kimenet teljesítménysűrűség-spektrumában a k -adik felharmonikusnak, azaz a kf_0 frekvenciának megfelelő pontot, ennek indexét jelölje j_k :

$$j_k \Delta f = k f_0, \quad (2.11)$$

ahol

$$\Delta f := \frac{1}{N \Delta t} \quad (2.12)$$

a frekvenciafölbontás, N a mintavételezési pontok száma, Δt pedig a mintavételi időköz. A háttérzaj teljesítménysűrűség-spektrumát a k -adik felharmonikusnál úgy számoltuk, mint a teljes teljesítménysűrűség-spektrum átlagát ezen j_k indexű ponttól jobbra és

balra elhelyezkedő 3-3 pontra, a jel k -adik felharmonikusához tartozó teljesítménysűrűség-spektrum pedig úgy adódott, hogy a jelcsúcsból kivontuk a háttérzaj teljesítménysűrűség-spektrumát. Jelölje a teljes kimeneti teljesítménysűrűség-spektrumot $\{S_j\}_{j=0}^{N/2-1}$, ahol

$$S_j = S(j\Delta f) \quad (0 \leq j \leq N/2 - 1). \quad (2.13)$$

Ekkor az előbbieket így írhatók:

$$S_{\text{zaj}}(kf_0) =: S_{j_k}^{\text{zaj}} = \frac{1}{6} \cdot \left\{ \sum_{\mu=1}^3 S_{j_k-\mu} + \sum_{\nu=1}^3 S_{j_k+\nu} \right\}, \quad (2.14)$$

illetve

$$S_{\text{jel}}(kf_0) =: S_{j_k}^{\text{jel}} = S_{j_k} - S_{j_k}^{\text{zaj}}. \quad (2.15)$$

A szélessávú jel-zaj viszony számításához azokon a frekvenciákon, amelyeken nincs felharmonikus, a zaj teljesítménysűrűség-spektrumát a teljes kimeneti teljesítménysűrűség-spektrummal megegyezőnek vettük, a jel teljesítménysűrűség-spektrumát pedig nullának:

$$S_{\text{zaj}}(j\Delta f) = S_j^{\text{zaj}} = S(j\Delta f) = S_j, \quad \text{ha } j \neq j_k, \quad \text{azaz } f \neq kf_0, \quad (2.16)$$

illetve

$$S_{\text{jel}}(j\Delta f) = S_j^{\text{jel}} = 0, \quad \text{ha } j \neq j_k, \quad \text{azaz } f \neq kf_0. \quad (2.17)$$

A keskenysávú, illetve szélessávú jel-zaj viszony gyakorlati számításánál a határértékképzés az integrálási határookban mindössze annyit jelent, hogy egyetlen pontban kell számolnunk, a végső formulákban pedig a teljesítmények helyett teljesítménysűrűség-spektrumok szerepelnek, hiszen az integrálást numerikusan összegzésként valósítjuk meg, és a Δf tényezővel le lehet egyszerűsíteni:

$$R = \frac{S_{\text{jel}}(f_0)\Delta f}{S_{\text{zaj}}(f_0)\Delta f} = \frac{S_{j_1}^{\text{zaj}}\Delta f}{S_{j_1}^{\text{jel}}\Delta f} = \frac{S_{j_1}^{\text{zaj}}}{S_{j_1}^{\text{jel}}}, \quad (2.18)$$

illetve

$$R_w = \frac{\sum_{k=1}^{k_{\max}} S_{j_k}^{\text{jel}}\Delta f}{\sum_{j=0}^{N/2-1} S_j^{\text{zaj}}\Delta f} = \frac{\sum_{k=1}^{k_{\max}} S_{j_k}^{\text{jel}}}{\sum_{j=0}^{N/2-1} S_j^{\text{zaj}}}, \quad \text{ahol } k_{\max} := \max \left\{ k : kf_0 < \frac{f_m}{2} \right\}, \quad (2.19)$$

és f_m a mintavételi frekvencia. A (2.18) alakból látszik, hogy a (2.9) formulával ellentétben itt a nevezőben is teljesítménnyel számolhattunk teljesítménysűrűség-spektrum helyett, hiszen a numerikus reprezentációban nincs határértékképzés, így a háttérzaj teljesítménye mindig véges. Ebből az is következik, hogy a gyakorlatban számolt jel-zaj viszony már tényleg egy dimenziótlan arányszám.

A jel-zaj viszony erősítés ♦ A (2.18) és (2.19) formulákkal a jel-zaj viszony mind a $p(t) + w(t)$ zajos bemeneten, mind az $x(t)$ kimeneten meghatározható. Az a mennyiség, amelyet vizsgálunk, a kimeneti és a bemeneti jel-zaj viszony hányadosa, a *jel-zaj viszony erősítés*. Ez mind keskenysávú, mind szélessávú jel-zaj viszony alapján definiálható:

$$G := \frac{R_{\text{ki}}}{R_{\text{be}}} = G(\sigma, A, \theta), \quad (2.20)$$

illetve

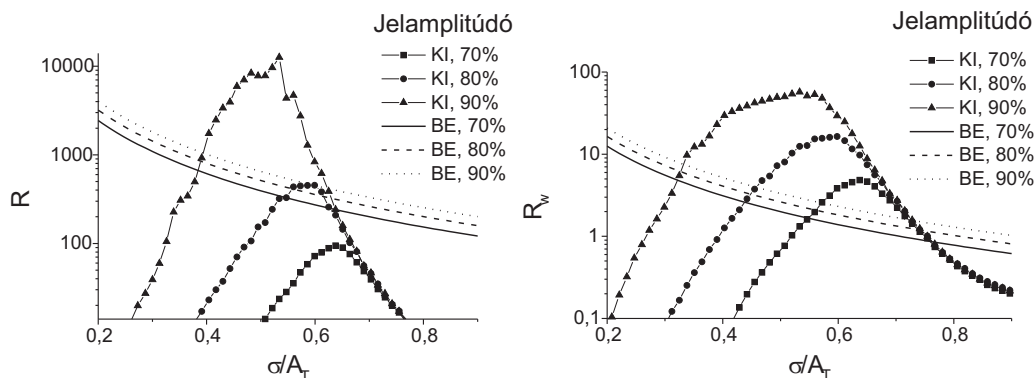
$$G_w := \frac{R_{w, ki}}{R_{w, be}} = G_w(\sigma, A, \theta), \quad (2.21)$$

ahol σ a bemenetre adott zaj szórása, A a bemenőjel amplitúdója, θ pedig a bemenőjel kitöltési tényezője. A szimuláció célja az volt, hogy a G keskenysávú és a G_w szélessávú jel-zaj viszony erősítés viselkedését föltérképezze a bemeneti zajszórás függvényében különböző jelamplitúdókra és kitöltési tényezőkre, és megvizsgálja, hogy elérhető-e 1-nél jóval nagyobb jel-zaj viszony erősítések.

2.1.3. Eredmények

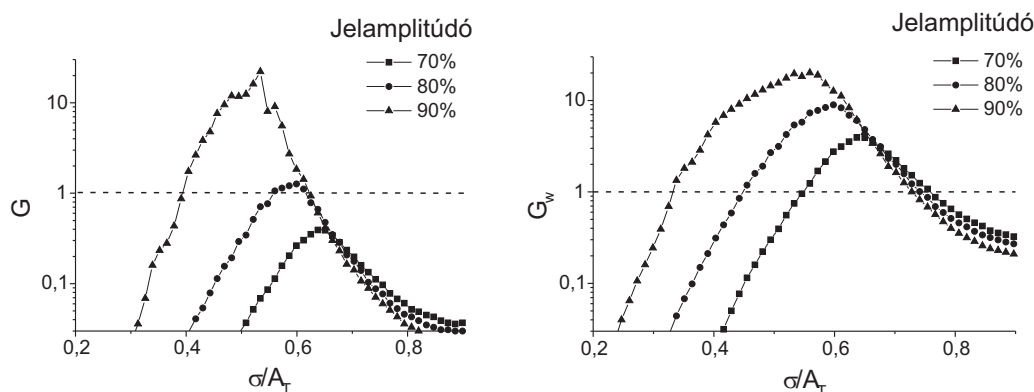
Analóg szimulációink eredményei azt mutatták, hogy a kettős potenciálvölgyben is lehetséges jelentős jel-zaj viszony javulás, ha az alkalmazott gerjesztés nem szinuszos (mint a [47] közleményben), hanem impulzusszerű. Az adatokból az is kitűnt, hogy a jel-zaj viszony erősítés lényegesen függ mind a bemenőjel amplitúdójától, mind pedig a kitöltési tényezőjétől. Az alábbiakban ezen eredményeket részletezem.

A bemenőjel-amplitúdó szerepe ♦ A 2.5. ábrán a be- és kimeneti jel-zaj viszonyt láthatjuk a küszöbamplitúdóval normált zajszórás függvényében. Az ábráról leolvasható, hogy a bemeneti jel-zaj viszony monoton csökken a zajszórás növelésével, míg a kimeneten a sztochasztikus rezonanciára jellemző, maximummal bíró görbét figyelhetünk meg. Láthatjuk, hogy bizonyos jelamplitúdók (szélessávú jel-zaj viszony esetén az összes vizsgált jelamplitúdó) esetén a kimeneti jel-zaj viszony a bemeneti fölé emelkedik, ezeken a tartományokon a jel-zaj viszony erősítés értéke 1-nél nagyobb.



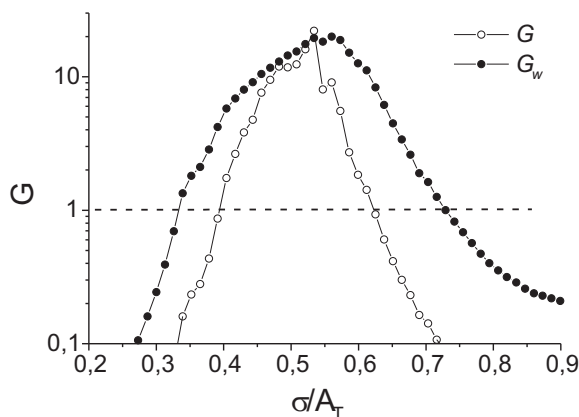
2.5. ábra. A be- és kimeneti jel-zaj viszony a kettős potenciálvölgyben mint a normált zajszórás (σ/A_T) függvénye keskenysávú (bal panel) és szélessávú (jobb panel) definíciók esetén, a küszöbamplitúdóhoz viszonyított 70, 80 és 90%-os bemenőjel-amplitúdókra. A kitöltési tényező 10%

Magát a jel-zaj viszony erősítést a 2.6. ábrán tüntettem föl három különböző bemenőjel-amplitúdó esetén. Láthatjuk, hogy minél nagyobb az amplitúdó, annál nagyobb jel-zaj viszony erősítés várható; a keskenysávú jel-zaj viszony erősítés nem is emelkedik 1 fölé 70%-os relatív (küszöbamplitúdóhoz viszonyított) bemenőjel-amplitúdónál. Ez az eredmény összhangban van azzal, amit a „lineáris válasz”-elmélet alapján (lásd az 1.3.4. szakaszt és azon belül az 1.89. összefüggést) a jel-zaj viszony erősítésre jósolhatunk: a lineáris tartományban, tehát alacsony jelamplitúdókra, amikor az elmélet érvényes, nem várható jeljavulás, míg az elmélet érvényességi tartományán kívül, azaz nagy jelamplitúdókra az 1-nél nagyobb jel-zaj viszony erősítés lehetősége nem kizárt.



2.6. ábra. A jel-zaj viszony erősítés a kettős potenciálvölgyben mint a normált zajszórás (σ/A_T) függvénye keskenysávú (bal panel) és szélessávú (jobb panel) definíciók esetén, a küszöbamplitúdóhoz viszonyított 70, 80 és 90%-os bemenőjel-amplitúdókra. A kitöltési tényező 10%

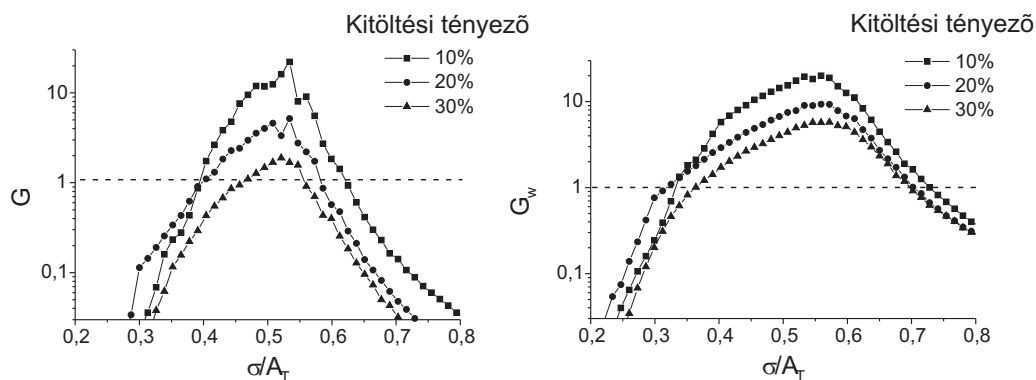
A kétféle jel-zaj viszony erősítés ♦ A fentiekből már látszik, hogy a keskenysávú és a szélessávú jel-zaj viszony alapján számolt erősítés viselkedése némileg eltér egymástól. Legszembetűnőbb különbség, hogy a szélessávú értelmezés mindhárom jelamplitúdóértékre 1-nél nagyobb erősítést ad, míg keskenysávú párja 70%-os relatív jelamplitúdó esetén nem emelkedik 1 fölé. Ezenkívül azt is megfigyelhetjük (lásd a 2.7. ábrát), hogy a szélessávú jel-zaj viszony erősítés jóval szélesebb zajszórás-tartományon nagyobb 1-nél, mint keskenysávú megfelelője.



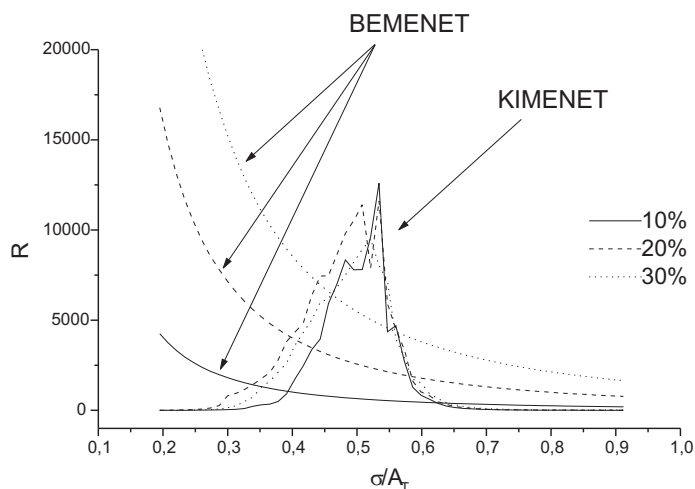
2.7. ábra. A keskenysávú (G) és szélessávú (G_w) jel-zaj viszony erősítés összehasonlítása kettős potenciálvölgyben. A bemenőjel amplitúdója a küszöbamplitúdó 90%-a, a kitöltési tényező 10%

A kitöltési tényező szerepe ♦ A 2.8. ábrán a bemenőjel kitöltési tényezőjének három különböző értékére (10, 20 és 30%) hasonlítottam össze a jel-zaj viszony erősítést. Az ábráról leolvasható, hogy minél kisebb a kitöltési tényező, azaz minél impulzusszerűbb a jel, annál nagyobb jel-zaj viszony erősítés érhető el. Ez magyarázatot ad arra is, miért nem sikerült korábban sztochasztikus rezonancia általi jeljavítást kimutatni a kettős potenciálvölgyben: a korábbi vizsgálatok ugyanis szinuszos gerjesztést alkalmaztak [47], a szinuszjel pedig, ha ezekhez az impulzusszerű jelekhez hasonlítjuk, igen magas (100%) kitöltési tényezővel jellemezhető.

A jel-zaj viszony erősítés kitöltési tényezőtől való függésének fenomenológiai magyarázatát a 2.9. ábrán láthatjuk. Az ábrán az látszik, hogy a kitöltési tényező megváltoztatása nem befolyásolja jelentősen a kimenőjelbeli jel-zaj viszonyt, míg a bemenőjelet jellemző jel-zaj viszony jelentősen lecsökken, ha a kitöltési tényezőt csökkentjük, így összességében a kitöltési tényező csökkentése a jel-zaj viszony erősítés növekedését eredményezi.



2.8. ábra. A jel-zaj viszony erősítés a kettős potenciálvölgyben mint a normált zajszórás (σ/A_T) függvénye keskenysávú (bal panel) és szélesávú (jobb panel) definíciók esetén, 10, 20 és 30%-os kitöltési tényezőkre. A bemenőjel amplitúdója a küszöbamplitúdó 90%-a



2.9. ábra. A zajos bemenőjelet és a kimenőjelet jellemző jel-zaj viszony összehasonlítása különböző kitöltési tényezőkre a kettős potenciálvölgy esetén

Összegzés ♦ Analóg szimulációinkkal *elsőként mutattuk ki, hogy a kettős potenciálvölgyben végbemenő sztochasztikus rezonancia képes a kimeneti jelben mért jel-zaj viszonyt a bemeneti érték több tízszeresére növelni.* Vizsgálataink azt is megmutatták, hogy a jel-zaj viszony erősítés *annál nagyobb, minél nagyobb a bemenőjel amplitúdója* (azaz minél távolabb vagyunk a lineáris közelítés érvényességi tartományától), *illetve minél kisebb az impulzusszerű jel kitöltési tényezője.* Az utóbbi eredmény azt is megvilágította, miért nem sikerült korábban szinuszos gerjesztéssel jel-zaj viszony erősítést elérni.

2.2. Jel-zaj viszony erősítés a Schmitt-triggerben

2.2.1. Célkitűzések

Miután elsőként sikerült valós sztochasztikus rezonancia által előidézett jeljavulást kimutatni a kettős potenciálvölgyben, az a kérdés került előtérbe, hogy vajon e jeljavulás a kettős potenciálvölgy véges válaszidejére vezethető-e vissza. Utóbbi ugyanis azt eredményezi, hogy a bemeneti zaj nagyfrekvenciás komponenseinek a hatása nem jelenik meg a zajos kimenőjelben, azaz a rendszer e tekintetben egy aluláteresztő szűrőhöz hasonlatosan viselkedik, és ez a szűrősszerű hatás is vezethet jel-zaj viszony erősítéshez. Hogy e kérdést megválaszolhassuk, a korábbi eredményeket [46] kiegészítve *numerikus szimulációk segítségével megvizsgáltuk, hogy a Schmitt-triggerben, amely egy nemdinamikai rendszer, így a fönt vázolt szűrési effektusról esetében nem beszélhetünk, mennyiben különböznek a sztochasztikus rezonancia által elérhető jel-zaj viszony erősítés paramétereit a kettős potenciálvölgyben tapasztalhatóktól* [T2].

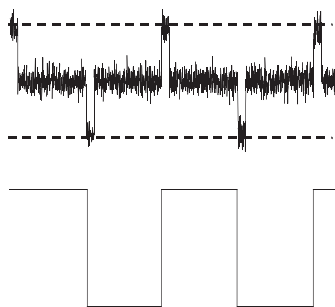
2.2.2. Vizsgálati módszerek

A modell ♦ Mint azt az 1.3.1. pontban is említettem, a Schmitt-trigger egy hiszterézises komparátor, amely két küszöbszinttel és két kimeneti szinttel jellemezhető: a kimenet a magas kimeneti szintre ugrik, ha a bemenőjel meghaladja a felső küszöböt, az alacsony szintet veszi föl, ha a bemenőjel az alsó küszöbszint alá csökken, és megtartja előző értékét, ha a bemenet a két küszöbszint között tartózkodik. Esetünkben a bemenet a $p(t)$ periodikus jel és a $w(t)$ fehérzaj összege, így a küszöbszinteket K_1 -gyel, illetve K_2 -vel ($K_1 < K_2$), a kimeneti szinteket A_1 -gyel, illetve A_2 -vel ($A_1 < A_2$) jelölve, a Schmitt-trigger viselkedését az alábbi formulával írhatjuk le:

$$x(t) = \begin{cases} A_1, & \text{ha } p(t) + w(t) < K_1, \\ A_2, & \text{ha } p(t) + w(t) > K_2, \\ \text{előző érték,} & \text{különben,} \end{cases} \quad (2.22)$$

ahol $x(t)$ a kimenőjel, $p(t)$ pedig a (2.2) szerint adott impulzusszerű jel. Mi az egyszerűség kedvéért a $K_1 = -K_2 = 1$ küszöbszinteket, illetve a $A_1 = -A_2 = 1$ kimeneti szinteket választottuk; hogy a kettős potenciálvölgybeli eredmények jelölésrendszerével összhangban maradjunk, megtartottuk az A_T küszöbamplitúdót mint normálófaktort, ám ennek értéke ez esetben értelemszerűen 1 volt. A Schmitt-trigger működését a 2.10. ábra szemlélteti.

A numerikus szimulációs környezet ♦ Numerikus szimulációinkat a *LabVIEW 6i* nevű grafikus programozási környezetben végeztük, amely beépített függvényeket kínál számos számítási és jelföldolgozási feladatra, így számos egyéb mellett gaussi fehérzaj generálására és teljesítménysűrűség-spektrum számítására is. A Schmitt-trigger kimenetének előállítására nem igényel differenciálegyenletmegoldó algoritmusokat, ezért a lépésköz megválasztására nem érzékeny: a zajos bemenőjel előállítását után azt egyszerűen a Schmitt-trigger küszöbszintjeihez hasonlítva, a (2.22) egyenletben foglalt feltételek alapján kapjuk a kimenetet. A teljesítménysűrűség-spektrum számítására a LabVIEW beépített függvényét használtuk, majd az átlagolt spektrumok alapján a jel-zaj viszony értékét kétféleképpen, a (2.18) és a (2.19) képlet szerint számoltuk. A kétféle, keskenysávú és szélessávú jel-zaj viszony alapján kétféle erősítést számoltunk a (2.20) és a (2.21) összefüggéseknek megfelelően.



2.10. ábra. A Schmitt-trigger működése. A felső ábrarész a zajos bemenőjelet mutatja a küszöbszintekhez viszonyítva, az alsó panel pedig az ennek megfelelő kimenőjelet ábrázolja

A szimuláció paramétereit ♦ A kettős potenciálvölgybeli vizsgálatokkal összhangban háromféle bemenőjel-amplitúdóra (a küszöbamplitúdó 70, 80 és 90%-a, azaz itt 0,7; 0,8 és 0,9) és mindegyik bemenőjel-amplitúdó esetén háromféle kitöltési tényezőre (10, 20 és 30%) végeztük el a szimulációt. Egy adott bemenőjelre a bemeneti zaj szórását 40 lépésben változtattuk 0,05-től 0,4-ig; minden egyes zajszórásra 1000 független minta átlagából számoltuk a teljesítménysűrűség-spektrumot. Egy adatsor 32768 pontból állt, amelyben egy periódus 2048 pontnak felelt meg. A szimuláció paramétereit a 2.2. táblázat összegzi. Az A_T jelölés a küszöbamplitúdót helyettesíti, értéke itt 1.

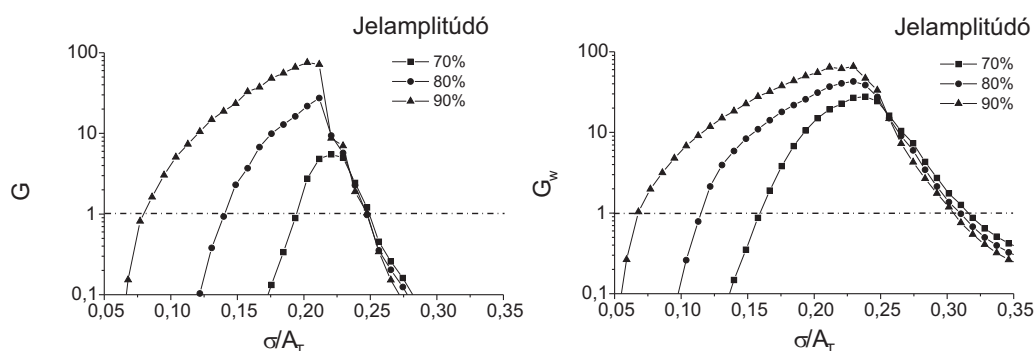
A zajszórás (σ) értékei	$0,05A_T \leq \sigma \leq 0,4A_T$
A jelamplitúdó értékei (A_T -hez viszonyítva)	70%, 80%, 90%
A kitöltési tényező értékei	10%, 20%, 30%
Mintahossz	32768
Adatpontok száma egy jelperiódusban	2048
Átlagok száma egy rögzített paraméteregyüttesnél	1000

2.2. táblázat. A numerikus szimuláció paramétereit

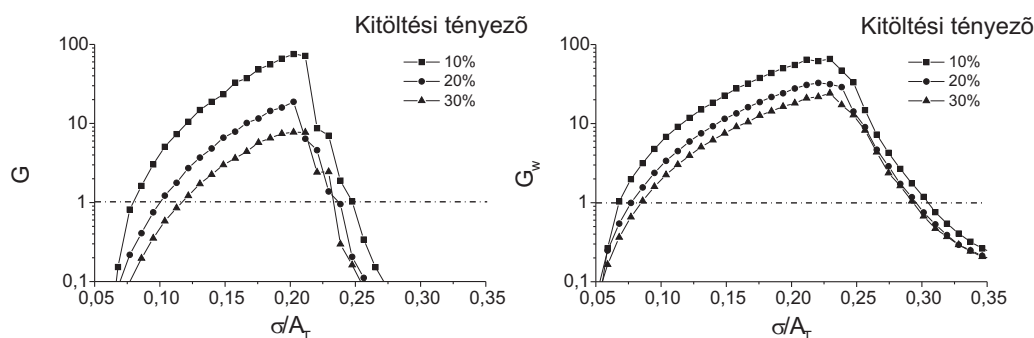
2.2.3. Eredmények

A bemenőjel-amplitúdó szerepe ♦ A 2.11. ábrán a jel-zaj viszony erősítést tüntettem föl a normált zajszórás függvényében három különböző bemenőjel-amplitúdóra. Látható, hogy mindhárom esetben, akár keskenysávú, akár szélessávú jel-zaj viszony erősítésről van szó, tekintélyes jeljavítás következik be; a jel-zaj viszony erősítés értéke akár a 100-at is elérheti – ez összhangban van azokkal a korábbi eredményekkel, amelyek kimutatták a jel-zaj viszony erősítés tényét a Schmitt-triggerben [46]. Megfigyelhetjük továbbá, hogy a „lineáris válasz”-elmélet érvényességi köréből következő várakozásoknak megfelelően a jel-zaj viszony erősítés értéke annál nagyobb, minél nagyobb a bemenőjel-amplitúdó, azaz minél jobban eltávolodunk a lineáris közelíthető tartománytól. Megállapíthatjuk, hogy a nemdinamikus Schmitt-trigger viselkedése e tekintetben teljesen analóg a kettős potenciálvölgyével, bár itt a jel-zaj viszony erősítés értéke jóval kevésbé érzékeny a bemenőjel-amplitúdó megváltozására.

A kitöltési tényező szerepe ♦ A kitöltési tényező változtatásának hatását a jel-zaj viszony erősítésre a 2.12 ábra mutatja 90%-os jelamplitúdó mellett. Az ábráról leolvashat-



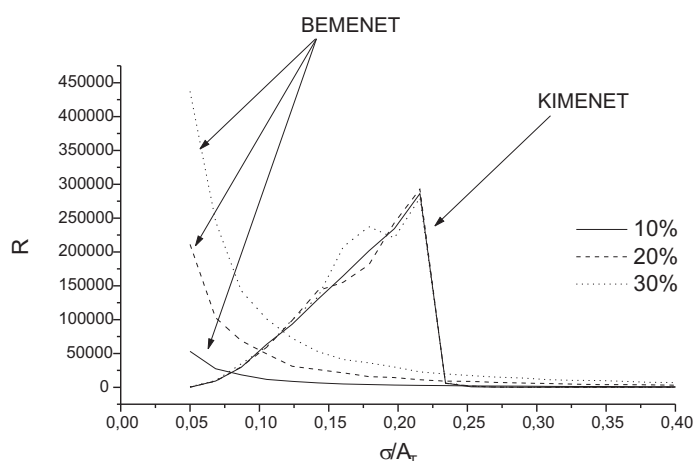
2.11. ábra. A jel-zaj viszony erősítés a Schmitt-triggerben mint a normált zajszórás (σ/A_T) függvénye keskenysávú (bal panel) és szélessávú (jobb panel) definíciók esetén, a küszöb-amplitúdóhoz viszonyított 70, 80 és 90%-os bemenőjel-amplitúdókra. A kitöltési tényező 10%



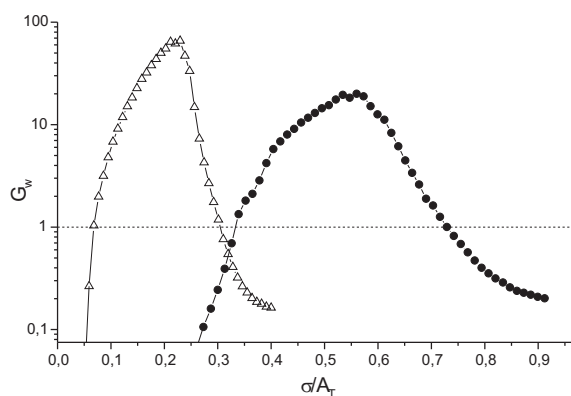
2.12. ábra. A jel-zaj viszony erősítés a Schmitt-triggerben mint a normált zajszórás (σ/A_T) függvénye keskenysávú (bal panel) és szélessávú (jobb panel) definíciók esetén, 10, 20 és 30%-os kitöltési tényezőkre. A bemenőjel amplitúdója a küszöb-amplitúdó 90%-a

jük, hogy ugyanúgy, mint a kettős potenciálvölgy esetében, a kitöltési tényező csökkentése nagyobb jel-zaj viszony erősítés elérését teszi lehetővé. Ahogy a 2.13. ábrán látható, ugyanazokat a fenomenológiai megállapításokat tehetjük az egynél nagyobb jel-zaj viszony erősítés megjelenésének okáról: a jel-zaj viszony a bemeneten markánsan csökken a kitöltési tényező csökkentésével, míg a kimeneten lényegében nem változik, így a kimeneti és bemeneti jel-zaj viszony hányadosaként értelmezett erősítés növekszik.

Összegzés ♦ A korábbi Schmitt-triggerbeli eredmények [46] kiegészítésére elvégzett vizsgálataink kimutatták, hogy bár a Schmitt-triggerben a sztochasztikus rezonancia nagyobb jel-zaj viszony erősítéshez vezet alacsonyabb zajszórások mellett (lásd 2.14. ábra), a Schmitt-triggerben nagyon hasonló a sztochasztikus rezonancia által elérhető jel-zaj viszony erősítés mechanizmusa, mint a kettős potenciálvölgyben: az elérhető jel-zaj viszony erősítés növekszik a bemenőjel-amplitúdó növelésével és a kitöltési tényező csökkentésével. Utóbira ugyanazt a fenomenológiai magyarázatot adhatjuk, mint a kettős potenciálvölgyben. Tekintetbe véve, hogy a Schmitt-trigger egy nemdinamikai rendszer, amelyben nem beszélhetünk a dinamikából következő szűrőszerű viselkedésről, eredményeink alkalmasak annak a vélekedésnek a megcáfolására, hogy a kettős potenciálvölgybeli jel-zaj viszony erősítés elsősorban a rendszer véges válaszidejéből adódó aluláteresztő jellegből következne.



2.13. ábra. A zajos bemenőjelet és a kimenőjelet jellemző jel-zaj viszony összehasonlítása különböző kitöltési tényezőkre a Schmitt-triggerben



2.14. ábra. A kettős potenciálvölgybeli és a Schmitt-triggerbeli jel-zaj viszony erősítés összehasonlítása. A teli körök a kettős potenciálvölgybeli, az üres háromszögek a Schmitt-triggerbeli eredményekre utalnak; mindkét grafikon esetében a küszöbhez viszonyított bemenőjel-amplitúdó 90%, a kitöltési tényező 10%

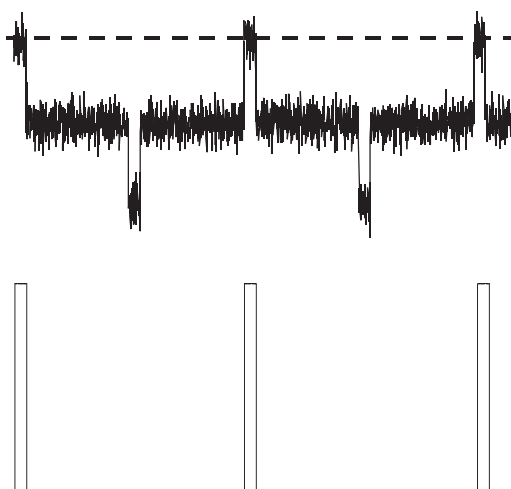
2.3. Színes zajok hatása a jel-zaj viszony erősítésre

2.3.1. Célkitűzések

Az 1.3.3. pontból kiderült, hogy bár a színes zajú gerjesztések általában lerontják a kimeneten megfigyelhető jel-zaj viszonyt, léteznek olyan rendszerek, amelyekben a színes zajú gerjesztések optimálisak abban az értelemben, hogy kisebb zajszórások elegendők a kimeneti jel-zaj viszonyban a sztochasztikus rezonanciára jellemző csúcs megjelenéséhez [40, 12, 13]. Az erre irányuló vizsgálatok magát a kimeneti jel-zaj viszonyt tanulmányozták, ám hasonló optimalizációs effektusok a bemenet-kimeneti jel-zaj viszony erősítésben is előfordulhatnak. Mivel ilyen szempontból a sztochasztikus rezonancia általi jel-zaj viszony erősítés jelenségét még nem vizsgálták, *numerikus szimulációk útján megvizsgáltam az $1/f^\kappa$ típusú színes zajok hatását a jel-zaj viszony erősítésre két nemdinamikai sztochasztikus rezonátorban: egy aszimmetrikus szintmetszédetektorban és a Schmitt-triggerben* [T3].

2.3.2. Vizsgálati módszerek

A modell ♦ Két nemdinamikai rendszerben vizsgáltam a jel-zaj viszony erősítés függését a bemeneten alkalmazott színes zaj spektrális kitevőjétől: a 2.2.2. pontban már ismertetett Schmitt-triggerben, illetve a legegyszerűbb sztochasztikus rezonanciát mutató rendszerben, egy aszimmetrikus szintmetszédetektorban. Utóbbi egy egyetlen küszöbszinttel jellemezhető rendszer, amelynek azt a speciális esetét választottam, amely rögzített szélességű impulzust bocsát ki a kimenetén minden alkalommal, amikor a zajos bemenet meghaladja a K küszöbszintet, majd visszatér a 0 kimeneti szintre a következő szintmetszésig. Ez a fajta szintmetszédetektor a neuronműködés legegyszerűbb modelljének is tekinthető. A rendszer működését a 2.15. ábra szemlélteti.



2.15. ábra. A választott szintmetszédetektor. A felső ábrarész a zajos bemenetet, az alsó a megfelelő kimeneti jelalakot mutatja

Az általam elvégzett numerikus szimulációkban a periodikus bemenőjel a 2.1. ábrán látható impulzussorozat volt, amelyhez különböző κ spektrális kitevőjű $1/f^\kappa$ típusú színes zajokat (lásd az 1.41. összefüggést) adtam. Minden spektrális kitevő esetén kiszámoltam mind a keskenysávú, mind a szélessávú jel-zaj viszony erősítést a bemenő zajszórás függvényében, és megvizsgáltam, hogyan függ a jel-zaj viszony erősítés maximumának helye és értéke a zaj spektrális kitevőjétől.

Az $1/f^\kappa$ típusú zajok numerikus előállítása ♦ A kívánt κ spektrális kitevőjű zajt célszerű fehérzaj spektrális transzformációjával előállítani, hiszen így egyszerre tudjuk biztosítani a színes zaj sztochasztikus jellegét és spektrális tulajdonságait. Induljunk ki a $w(t)$ fehérzajból, amelynek diszkrét reprezentánsát jelölje $\{w_i\}_{i=0}^{N-1}$, az ennek megfelelő (1.56) szerinti diszkrét Fourier-transzformáltat pedig $\{W_i\}_{i=0}^{N-1}$. Mivel a fehérzajt az definiálja, hogy teljesítménysűrűség-spektruma a teljes frekvenciatartományon konstans (lásd az 1.38. összefüggést), és a teljesítménysűrűség-spektrumot a gyakorlatban a Fourier-transzformált abszolútérték-négyzetéből számíthatjuk ki (lásd az 1.35. összefüggést), a fehérzaj Fourier-transzformáltjára is igaz lesz, hogy közel konstans:

$$W_{k_1} \approx W_{k_2} \quad \forall k_1, k_2 : 0 \leq k_1, k_2 < N. \quad (2.23)$$

Ezt figyelembe véve, ha a fehérzaj Fourier-transzformáltjának f frekvenciához tartozó kom-

ponensét az f frekvencia $(-\kappa/2)$ -ik hatványával szorozzuk, olyan zajt kapunk, amelynek teljesítménysűrűség-spektruma a frekvencia $(-\kappa)$ -ik hatványával arányos, hiszen, mint említettük, a teljesítménysűrűség-spektrum a Fourier-transzformált négyzetéből számítható. A spektrális transzformáció elvégzésekor arra kell figyelemmel lennünk, hogy a spektrum szimmetriáját a transzformált színes zaj esetében is biztosítsuk.

Jelölje $\{\xi_i\}_{i=0}^{N-1}$ az előállítandó $1/f^\kappa$ típusú színes zajt, $\{\Xi_i\}_{i=0}^{N-1}$ pedig annak diszkrét Fourier-transzformáltját. A fentiek értelmében célszerű a Ξ_i diszkrét Fourier-transzformáltat egy fehérzaj spektrumából előállítani az alábbi transzformációval:

$$\Xi(f) \propto \frac{1}{f^{\kappa/2}} W(f) \quad (f < f_m/2), \quad (2.24)$$

ahol f_m a mintavételi frekvencia. A diszkrét reprezentáció sajátosságaiból következően ez diszkrét formában a következő:

$$\Xi_i \propto \frac{1}{(i\Delta f)^{\kappa/2}} W_i \quad (0 \leq i < N/2), \quad (2.25)$$

ahol $\Delta f = 1/(N\Delta t)$ a frekvenciabeosztás. Az $1/[(\Delta f)^{\kappa/2}]$ konstans, ezért a spektrális transzformációt függetlenné téve a frekvenciabeosztástól az alábbi módon is a kívánt spektrális eloszlású zajhoz jutunk:

$$\Xi_i := \frac{1}{i^{\kappa/2}} W_k \quad (0 \leq i < N/2). \quad (2.26)$$

Ahogy már fentebb utaltam rá, ügyelnünk kell a spektrum szimmetriájára; ez a $N/2 < i < N$ indexű komponenseket érinti. Az (1.56) összefüggésbe behelyettesítve látjuk, hogy a diszkrét Fourier-transzformáltra mindig teljesül az alábbi összefüggés:

$$\Xi_{N-i} = \overline{\Xi_i} \quad \forall i: 0 \leq i < N, \quad (2.27)$$

ahol a fölülvonás a komplex konjugálást jelöli. Nyilván a Ξ_i adatsor is csak akkor lehet valódi zaj diszkrét Fourier-transzformáltja, ha a (2.27) összefüggés teljesül rá. Ezért a $N/2 < i < N$ tartományba eső komponenseket az alábbi módon számoljuk:

$$\Xi_i = \overline{\Xi_{N-i}} = \frac{1}{(N-i)^{\kappa/2}} \overline{W_{N-i}} = \frac{1}{(N-i)^{\kappa/2}} W_i \quad (N/2 < i < N). \quad (2.28)$$

A (2.26) és a (2.28) egyenleteket egyetlen formulában is összegezzük:

$$\Xi_i := \left(\frac{N}{2} - \left| \frac{N}{2} - i \right| \right)^{-\kappa/2} W_i \quad (0 \leq i < N). \quad (2.29)$$

Az időtartománybeli $\{\xi_i\}_{i=0}^{N-1}$ adatsort értelemszerűen inverz diszkrét Fourier-transzformációval kapjuk:

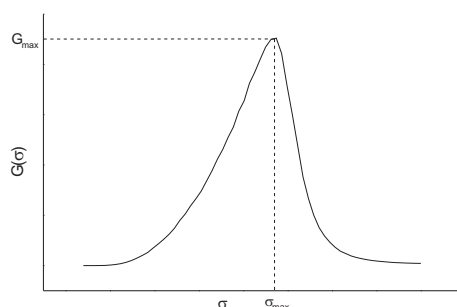
$$\xi_j = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \Xi_k e^{i \frac{2\pi}{N} k j} \quad (0 \leq j \leq N-1). \quad (2.30)$$

A σ szórását a transzformáció elvégzése után állítottam be:

$$\xi(\sigma) = \sigma \frac{\xi}{D(\xi)}, \quad (2.31)$$

ahol $D(\xi)$ a $\{\xi_i\}_{i=0}^{N-1}$ adatsor számított szórását jelöli.

A vizsgált mennyiségek ♦ Egy adott spektrális kitevőnél mind a (2.20) szerinti keskenysávú, mind a (2.21) szerinti szélessávú jel-zaj viszony erősítés a kimeneti jel-zaj viszonyhoz hasonló, rezonanciaszerű görbét ír le a bemeneti zajszórás függvényében. Ahogy a 2.16. ábra szemlélteti, egy konkrét κ spektrális kitevőre a $G(\sigma)$ függvény maximumhelyét (σ_{\max}), illetve maximumát (G_{\max}) kerestem meg, és ezeket vizsgáltam a κ spektrális kitevő függvényében.



2.16. ábra. A jel-zaj viszony erősítés bemeneti zajszórástól való függésének jellegzetes görbéje

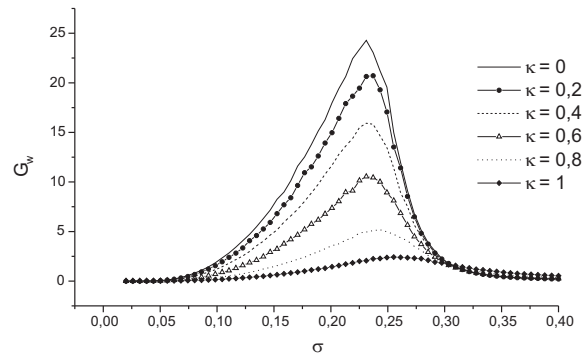
A szimuláció paraméterei ♦ Numerikus szimulációimat LabVIEW 6i programozási környezetben végeztem, mind a szintmetszésdetektorra, mind a Schmitt-triggerre azonos paraméterekkel. Egy rögzített κ spektrális kitevőre 64 pontban változtattam a bemeneten a zajszórást; a zajszórás minimum- és maximumértékét az adott spektrális kitevőhöz igazítottam, úgy, hogy a jel-zaj viszony erősítés maximuma mindig benne legyen a vizsgált intervallumban és a fölbontás a csúcs körül kielégítő legyen. Az adatsor hosszát, az egy periódusban lévő pontok számát, illetve a jelfrekvenciát rögzítettnek tekintettem; ezek kijelölték a Δt időbeli lépésközt, amelynek megválasztása – nemdinamikai szimulációról lévén szó, ahol sehol sem szerepel explicit időfüggés – egyébként önkényes lehet. A zaj felső határfrekvenciáját nem korlátoztam külön, így az a „mintavételi frekvencia”, azaz az időbeli lépésköz reciprokának feleként adódott. A szimuláció paramétereit a 2.3. táblázat összegzi.

Időlépés (Δt)	0,13 s
Jelfrekvencia	$3,75 \cdot 10^{-3}$ Hz
A zaj sáv szélessége	3,84 Hz
A zajszórás (σ) különböző értékeinek száma egy κ spektrális kitevőnél	64
A κ spektrális kitevő értékei	$0 \leq \kappa \leq 2$
A κ spektrális kitevő fölbontása ($\Delta\kappa$)	0,1
A jelamplitúdó értéke (A_T -hez viszonyítva)	90%
A kitöltési tényező értéke	10%
Mintahossz	32768
Adatpontok száma egy jelperiódusban	2048
Átlagok száma egy rögzített paraméteregyüttesnél	1000

2.3. táblázat. A numerikus szimuláció paraméterei

2.3.3. Eredmények

Színes zajok hatása az erősítésre ♦ A 2.17. ábra jól mutatja, hogy a bemenetre adott színes zaj spektrális kitevője jelentősen befolyásolja a jel-zaj viszony erősítés viselkedését. Az ábrán, amelyen a jel-zaj viszony erősítés szélessávú változatának néhány jellegzetes görbét tüntettem föl a zajszórás függvényében, láthatjuk, hogy a spektrális kitevő növelésével a szélessávú jel-zaj viszony erősítésben tapasztalható csúcs értéke jelentősen lecsökken, és a csúcs helye kis mértékben a magasabb zajszórások felé tolódik. E két effektust az alábbiakban részletesen tárgyalom.



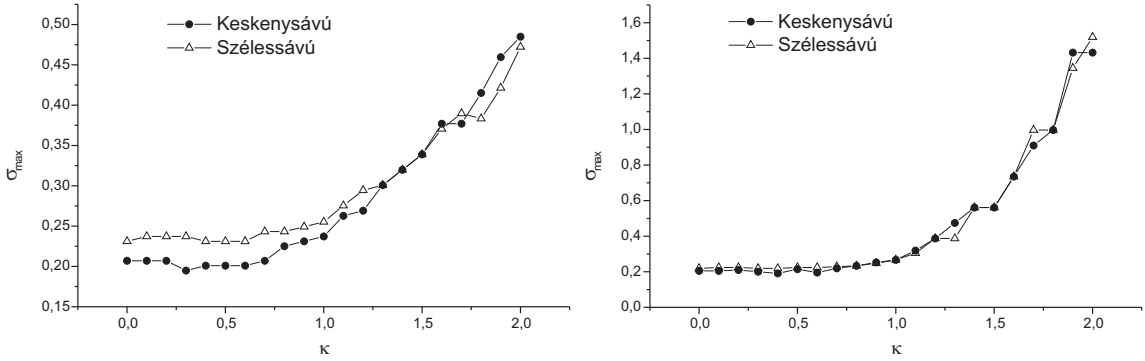
2.17. ábra. A szélessávú jel-zaj viszony erősítés (G_w) zajszórástól (σ) való függésének néhány jellegzetes jelalakja különböző κ spektrális kitevőjű színes zajokra

A jel-zaj viszony erősítés maximumhelye ♦ A 2.18. ábráról leolvasható, hogy szimulációim nem mutattak ki a [40, 12, 13] közlemények eredményeihez hasonló optimalizációt sem a szintmetszésdetektorban, sem a Schmitt-triggerben: mindkét rendszerben a jel-zaj viszony erősítés maximumának eléréséhez szükséges zajszórás (σ_{\max}) monoton növekszik a bemeneten alkalmazott $1/f^\kappa$ típusú színes zaj κ spektrális kitevőjének növelésével, azaz nincs olyan színes zaj, amelynél kisebb zajszórás is elegendő lenne a jel-zaj viszony erősítés maximumának eléréséhez, mint fehérzaj esetében. Ezt az eredményt mind a (2.20) alapján számolt keskenysávú, mind a (2.21) alapján számolt szélessávú jel-zaj viszony erősítés tükrözi; amint az ábrán látható, a jel-zaj viszony erősítés két értelmezése közti eltérés e tekintetben elhanyagolható, különösen a Schmitt-trigger esetében. Megfigyelhetjük azt is, hogy a két rendszer között a fő különbség az, hogy a Schmitt-triggerben a $\kappa > 1$ esetben jóval nagyobb zajszórások szükségesek a maximum eléréséhez, mint a szintmetszésdetektorban.

A jel-zaj viszony erősítés maximuma ♦ A jel-zaj viszony erősítés maximumának az $1/f^\kappa$ típusú zaj κ spektrális kitevőjétől való függését a 2.19. ábrán tüntettem föl. Az ábráról először is leolvashatjuk, hogy a maximumhellyel ellentétben a maximum értéke gyökeresen eltérően viselkedik a jel-zaj viszony erősítés kétféle definíciója esetében.

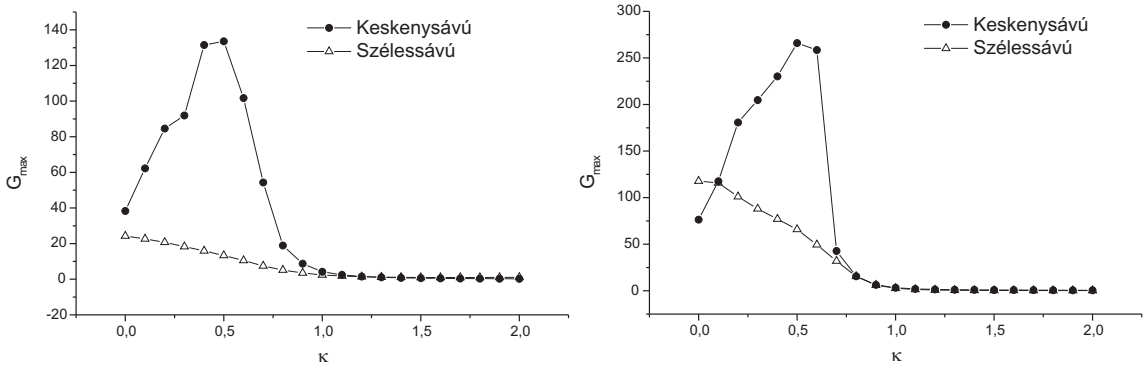
A (2.21) alapján számolt szélessávú jel-zaj viszony erősítés mind a szintmetszésdetektorban, mind a Schmitt-triggerben monoton csökken a κ spektrális kitevő növelésével, azaz a magára a kimeneti jel-zaj viszonyra vonatkozó korábbi eredményekkel összhangban azt mondja, hogy a színes zajok a sztochasztikus rezonancia által elérhető jel-zaj viszony erősítés értékét lerontják. Kiegészítve az előző pontban tett megállapításokkal, ez azt jelenti, hogy a szintmetszésdetektorban és a Schmitt-triggerben a színes zajok semmilyen szempontból nem optimalizálják a sztochasztikus rezonancia általi jel-zaj viszony erősítést.

A (2.20) alapján számolt keskenysávú erősítés szélessávú párjával markáns ellentétben erőteljes optimalizációs effektust jósol: mind a szintmetszésdetektor, mind a Schmitt-



2.18. ábra. A jel-zaj viszony erősítés maximumhelye (σ_{\max}) a zaj κ spektrális kitevőjének függvényében a szintmetszésdetektorra (bal oldali panel) és a Schmitt-triggerre (jobb oldali panel). A keskenysávú jel-zaj viszony erősítésre vonatkozó mennyiségeket teli körök, a szélessávú megfelelőiket üres háromszögek jelzik

trigger esetén a jel-zaj viszony erősítés maximuma nemmonoton görbét ír le a zaj κ spektrális kitevőjének függvényében, melynek a vizsgált paraméterek esetén $\kappa = 0,5$ környékén mindkét rendszerben határozott maximuma van. A keskenysávú definíciót használva azt mondhatjuk, hogy a fehérzajjal elérhető jel-zaj viszony erősítés sokszorosát is kaphatjuk az optimális (ez esetben $1/f^{0,5}$ típusú) színes zaj alkalmazása esetén.



2.19. ábra. A jel-zaj viszony erősítés maximuma (G_{\max}) a zaj κ spektrális kitevőjének függvényében a szintmetszésdetektorra (bal oldali panel) és a Schmitt-triggerre (jobb oldali panel). A keskenysávú jel-zaj viszony erősítésre vonatkozó mennyiségeket teli körök, a szélessávú megfelelőiket üres háromszögek jelzik

A keskenysávú jel-zaj viszony erősítés anomáliái ♦ A keskenysávú jel-zaj viszony erősítés nemmonoton viselkedése éles ellentétben állt előzetes várakozásaimmal, amelyek szerint inkább a maximumhelyre lett volna elképzelhető optimalizációs effektus. Fölmerült annak gyanúja, hogy szimulációs artefaktum okozza a jelenséget. E kérdés tisztázására megpróbáltam közelebbről megvizsgálni a keskenysávú jel-zaj viszony erősítés viselkedésének hátterét.

Először is elméleti formulát próbáltam találni a bemeneti jel-zaj viszonyának a zaj spektrális kitevőjétől való függésére. Kiindulásnak az $1/f^\kappa$ típusú zajokat értelmező (1.41) összefüggést vettem, amely alapján a bemeneti zaj teljesítménysűrűség-spektruma a következő alakba írható:

$$S_{\text{zaj, be}}(f) = \frac{C(\sigma, \kappa)}{f^\kappa}, \quad (2.32)$$

ahol σ a zajszórás, $C(\sigma, \kappa)$ pedig a frekvenciától független kifejezés. A spektrális kitevőtől való függés meghatározása érdekében éppen a $C(\sigma, \kappa)$ tagot szeretnénk megkapni; ehhez vegyük figyelembe, hogy a zaj összteljesítménye a zaj varianciájával egyenlő, továbbá az összteljesítmény a teljesítménysűrűség-spektrum teljes frekvenciatartományon vett integráljaként is megadható:

$$\sigma^2 = \int_0^{f_{\max}} S_{\text{zaj, be}}(f) df. \quad (2.33)$$

Ezt az összefüggést kihasználva:

$$C(\sigma, \kappa) = \sigma^2 \left(\int_0^{f_{\max}} \frac{1}{f^\kappa} df \right)^{-1}. \quad (2.34)$$

A $\int_0^{f_{\max}} \frac{1}{f^\kappa} df$ integrál csak a $0 \leq \kappa < 1$ tartományon konvergens, viszont ebbe a tartományba szerencsére beletartozik az általunk kapott maximumhely. Az integrálást elvégezve az említett tartományon:

$$C(\sigma, \kappa) = \sigma^2 \frac{1 - \kappa}{f_{\max}^{1-\kappa}} \quad (0 \leq \kappa < 1), \quad (2.35)$$

így a zaj teljesítménysűrűség-spektruma a bemeneten

$$S_{\text{zaj, be}}(f) = \sigma^2 \frac{1 - \kappa}{f_{\max}^{1-\kappa} \cdot f^\kappa} \quad (0 \leq \kappa < 1). \quad (2.36)$$

Ebből a keskenysávú jel-zaj viszonyt is meghatározhatjuk a bemeneten:

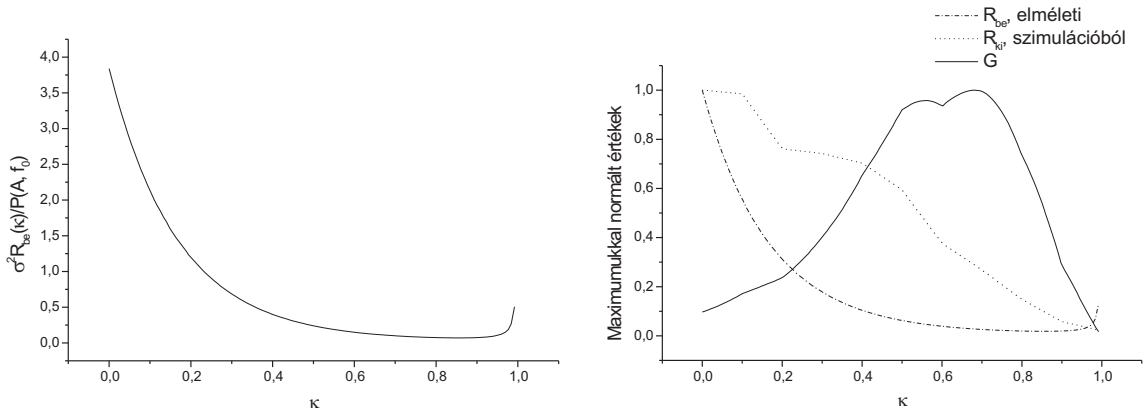
$$R_{\text{be}}(\kappa, \sigma) = \frac{\lim_{\Delta f \rightarrow 0} \int_{f_0 - \Delta f}^{f_0 + \Delta f} S_{\text{jel, be}}(f) df}{S_{\text{zaj, be}}(f_0)} = P(A, f_0) \frac{f_{\max}^{1-\kappa} f_0^\kappa}{\sigma^2 (1 - \kappa)} \quad (0 \leq \kappa < 1), \quad (2.37)$$

ahol f_0 a bemenőjel alapfrekvenciája és $P(A, f_0)$ a bemenőjel teljesítménye az alapfrekvencia közvetlen környezetében. Ennek a kifejezésnek κ szerinti parciális deriválással meghatározhatjuk a lokális szélsőértékét, amely az alábbi értéknek adódik:

$$\kappa_{\text{ext}} = 1 + \frac{1}{\ln \frac{f_0}{f_{\max}}}. \quad (2.38)$$

A szimulációnál használt értékeket behelyettesítve ($f_0 = 3,75 \cdot 10^{-3}$ Hz, $f_{\max} = 3,84$ Hz) ez az extrémum $\kappa \approx 0,86$ értéknek adódik. A 2.20. ábra bal oldalára tekintve azt is láthatjuk, hogy ez az extrémum lokális minimum. Természetesen a jel-zaj viszony erősítés maximumértéke nem szükségszerűen ott van, ahol a bemeneti jel-zaj viszony minimumértéke, hiszen a kimeneti jel-zaj viszony is függ a zaj spektrális kitevőjétől. Sajnos a kimeneti jel-zaj viszony a κ spektrális kitevőtől való függésére nem áll rendelkezésünkre a (2.37) kifejezéshez hasonló elméleti formula, ezért a további vizsgálatokhoz a szimulációból kapott adatokat használtam.

A 2.20. ábra jobb oldalán föltüntettem az elméleti számításokból kapott bemeneti jel-zaj viszonyt, a szintmetszészdetektorbeli szimulációkból kapott kimeneti jel-zaj viszonyt (a



2.20. ábra. Bal oldali panel: a bemeneten mért keskenysávú jel-zaj viszony függése a zaj κ spektrális kitevőjétől (nem magát az R_{be} mennyiséget, hanem annak a zaj varianciájától és a bemenőjel teljesítményétől függetlenül tett származékát ábrázoltam). Jobb oldali panel: Az analitikus formulából számolt bemeneti jel-zaj viszony, a szimulációból kapott kimeneti jel-zaj viszony (rögzített, $\sigma = 0,21$ értékű zajszórásnál) és a kettő hányadosaként képzett jel-zaj viszony erősítés normalizált értékei a κ spektrális kitevő függvényében

fehérzaj esetén a jel-zaj viszony erősítésben maximumot eredményező, rögzített bemeneti zajszórásnál) és a kettő hányadosaként számolt jel-zaj viszony erősítést (minden adatsort az adatsor maximumával normálva, hogy azonos skálán legyenek ábrázolhatók). Az ábrán jól látható, hogy a kimeneti jel-zaj viszony egy rögzített zajszórásnál monoton csökken a zaj κ spektrális kitevőjének függvényében, és ha ezt a monoton csökkenő függvényt elosztjuk a minimummal bíró bemeneti jel-zaj viszonyal, egy maximummal bíró görbét kapunk, amely valóban azt jósolja, hogy színes zajokkal nagyobb jel-zaj viszony erősítést lehet elérni, mint fehérzajjal, és létezik egy optimális spektrális kitevő. Ez a kitevő a szemléltető görbe alapján nem ugyanott van, mint amit a szimulációk adtak eredményül, azonban vegyük figyelembe, hogy a szemléltető görbe egy rögzített zajszórásra vonatkozik, amely zajszórás csak a fehérzajra esik egybe a jel-zaj viszony erősítés maximumával, az összes többi zajtípus esetében a maximum elérése előtt vesz mintát a jel-zaj viszony erősítésből – innen adódhat az eltérés.

A fenti gondolatmenettel meggyőződhattünk arról, hogy a keskenysávú jel-zaj viszony sajátosságaiból következően a κ spektrális kitevő függvényében monoton csökkenő kimeneti jel-zaj viszony esetén is előadódhat maximum a kimeneti jel-zaj viszony erősítésben, így kevésbé valószínű, hogy a keskenysávú jel-zaj viszony erősítés viselkedése a numerikus szimulációból következő artefaktum lenne.

A keskenysávú csúcs frekvenciafüggése ♦ A (2.38) összefüggés szerint a bemeneten a keskenysávú jel-zaj viszony minimumhelye az f_0/f_{max} frekvenciaaránytól függ, kézenfekvőnek tűnik tehát a föltételezés, hogy a keskenysávú jel-zaj viszony erősítésben tapasztalható maximum helyét adott zajsáv szélesség (f_{max}) esetén a jelfrekvencia (f_0) értéke befolyásolja. Ennek ellenőrzésére a szimulációt különböző bemenőjel-frekvenciákkal megismételtem.

Az f_0 jelfrekvencia változtatásánál tekintettel kell lennünk a diszkrét reprezentáció sajátosságaira. Ha az adatsorbéli pontok száma (N) állandó, és az egy periódusban lévő pontok számát q -val, az önkényesen megválasztható, de a frekvenciaskálát meghatározó időbeli lépésközt Δt -vel jelöljük, a jelfrekvencia a következőképpen adódik:

$$f_0 = \frac{1}{T} = \frac{1}{q\Delta t}, \quad (2.39)$$

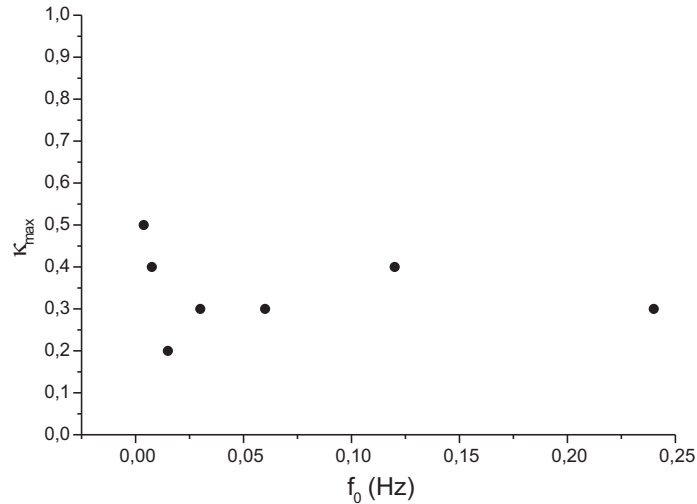
míg a zaj sáv szélességét a „mintavételi frekvencia” ($1/\Delta t$) feleként adhatjuk meg:

$$f_{\max} = \frac{1}{2\Delta t}. \quad (2.40)$$

A két egyenlet összevetéséből adódik, hogy rögzített N esetén az f_0/f_{\max} arány egyedül a periódusonkénti pontok számának függvénye:

$$\frac{f_0}{f_{\max}} = \frac{1}{q\Delta t} 2\Delta t = \frac{2}{q}. \quad (2.41)$$

A fentiekből kiolvasható, hogy nem elegendő a frekvenciaarány változtatásához az f_0 jel-frekvenciát növelni, hiszen q érintetlenül hagyásával ez (2.39) alapján a Δt időlépést csökkentené, ezáltal (2.40) alapján a sáv szélességet is növelné, így az f_0/f_{\max} arány változatlan maradna. Én azt a megoldást választottam, hogy a q értékét minden lépésben felére csökkentettem, miközben az időbeli lépésköz (így a frekvenciaskála és a sáv szélesség is) állandó maradt, így a jelfrekvencia és a f_0/f_{\max} arány minden újabb szimulációnál a kétszeresére nőtt.



2.21. ábra. A keskenysávú jel-zaj viszony erősítést maximalizáló spektrális kitevő (κ_{\max}) a jelfrekvencia (f_0) függvényében. Minden egyes vizsgált jelfrekvencia az azt megelőző kétszerese

Vizsgálataim eredményét a 2.21. ábrán tüntettem föl. Az ábrán látható, hogy alacsonyabb frekvenciákon a keskenysávú jel-zaj viszony erősítést maximalizáló spektrális kitevő (κ_{\max}) a (2.38) összefüggésből megjósolhatóan csökken, ám magasabb frekvenciákon ez a tendencia – vélhetően a kimeneti jel-zaj viszony spektrális kitevőtől való függéséből következően – megfordul, és összességében nem állapítható meg monoton frekvenciafüggés.

Összegzés ♦ Két nemdinamikai rendszerben – egy aszimmetrikus szintmetszésdetektorban és a Schmitt-triggerben – megvizsgáltam a sztochasztikus rezonancia által elérhető jel-zaj viszony erősítés viselkedését a bemenetre adott $1/f^\kappa$ típusú színes zajok κ spektrális kitevőjének függvényében. Azt találtam, hogy a zaj színes volta egyik rendszerben sem optimalizálja a sztochasztikus rezonancia lefolyását abban az értelemben, ahogy neuronmodelleknél korábban megfigyelték a kimeneti jel-zaj viszonyra [40, 12, 13], azaz a jel-zaj viszony erősítés maximumának eléréséhez színes zajok esetén még nagyobb zajszórások szükségesek, mint fehérzaj esetén. A jel-zaj viszony szélessávú definíciójából számolt erősítés azt is mutatta, hogy a maximum értékét is jelentősen lerontják a színes zajok.

Ugyanakkor a *keskenysávú jel-zaj viszony erősítés határozott maximumot mutat bizonyos színes zajok használatakor*. Erről az effektusról megmutattam, hogy nem numerikus artefaktum, hanem valódi optimalizáció, amely azonban inkább a keskenysávú definíció sajátosságait tükrözi, mint a rendszerek színes zajok iránti preferenciáját. A maximum helyét különböző frekvenciaviszonyok esetén is megvizsgáltam, azonban egyértelmű, monoton frekvenciafüggést nem sikerült kimutatnom.

3. fejezet

Az emberi szív- és érrendszerbeli fluktuációk vizsgálata

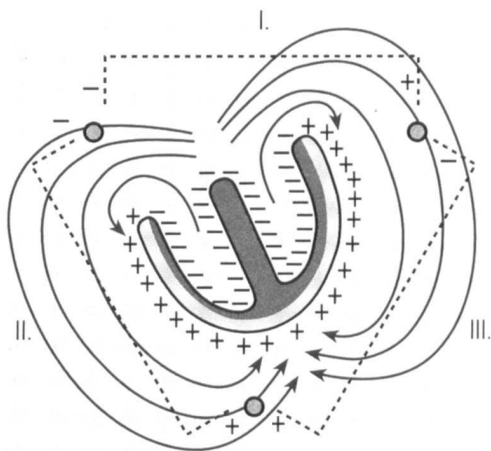
3.1. A fluktuációk vizsgálatának módszerei

3.1.1. Az elektrokardiogram (EKG)

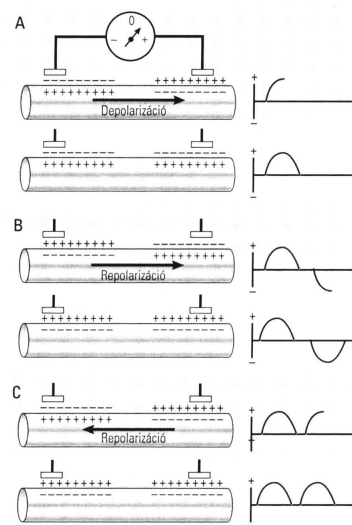
Az elektrokardiogram (EKG) egy rendkívül fontos diagnosztikai eszköz a szív működés vizsgálatában. Az EKG segítségével a szív ciklus fázisai, a szív működés esetleges rendellenességei jól nyomon követhetők. Azok a fluktuációk, amelyeket a fejezet címében említettem, és amelyek vizsgálatának bemutatása e dolgozat egyik fő részét képezi, elsősorban az elektrokardiogramból kiolvasható mérőszámok fluktuációi.

Az ingerület mint elektromos jelenség ♦ A neurológiai folyamatok háttérében lévő rendkívül összetett jelenségeket a végtelékig leegyszerűsítve azt mondhatjuk, hogy az ingerület kialakulása és terjedése elektromos potenciálkülönbségekkel írható le, mely potenciálkülönbségeket különböző ionpumpák állítanak be, és amelyek megváltozása specifikus ioncsatornák megnyílására, illetve bezárására vezethető vissza. A szervezet minden sejtjére alaphelyzetben egy negatív potenciálkülönbség, az úgynevezett *nyugalmi potenciál* jellemző, ami azt tükrözi, hogy a sejt belseje a sejten kívüli térhez képest negatív a pozitív ionok alacsonyabb koncentrációja miatt. Ez a potenciál az idegsejtekben és izomsejteken képes megváltozni, jellemzően inger hatására; az ideg- és izomrostokon kialakuló, tovaterjedő membránpotenciál-változást nevezzük *akciós potenciálnak*. Az akciós potenciál során egyes ioncsatornák megnyílása azt eredményezi, hogy a sejt belseje elveszti negatív töltését (ezt nevezzük *depolarizációnak*); az akciós potenciál végén a sejt belseje negatív töltése kezd visszaállni, ez utóbbi jelenséget *repolarizációnak* nevezzük.

Az elektrokardiográfia elve ♦ A fentiekben láttuk, hogy általában az idegéletteni jelenségek, így a szív ritmikus összehúzódása is, elektromos feszültségváltozásokkal járnak együtt. Az elektrokardiográfia elve azon alapul, hogy a szívben lezajló feszültségváltozások tovaterjednek, megjelennek a bőrfelületen is, ahonnan megfelelő elektródokkal elvezethetők, majd megfelelő erősítés után regisztrálhatók [49]. Az elvet Williem Einthoven holland fiziológus fedezte föl a 20. század elején; az ő tiszteletére az elektródák elrendezését Einthoven-féle elvezetéseknek nevezik. Az Einthoven-féle elrendezésben a három mérési pont úgy veszi körül a szívet, hogy azok megközelítőleg egy egyenlő szárú háromszöget formázzanak. Az I. elvezetésben a jobb és a bal kéz, a II. elvezetésben a jobb kéz és a bal láb, a III. elvezetésben pedig a bal kéz és a bal láb közötti feszültséget mérjük, oly módon, hogy mindig az utóbbi elektróda csatlakozik az erősítő pozitív bemenetéhez (lásd



3.1. ábra. Az Einthoven-féle elvezetések polaritásának vázlata. Forrás: [49]



3.2. ábra. Depolarizáció és repolarizáció az EKG-ben. Forrás: [49]

3.1. ábra). Elvileg egyetlen elvezetés is elegendő lenne a szív működés megfigyeléséhez, több elvezetés együttes monitorozásával azonban a szív tengelyállása is megállapítható, illetve a szívizom helyi vérellátási zavarai is diagnosztizálhatók.

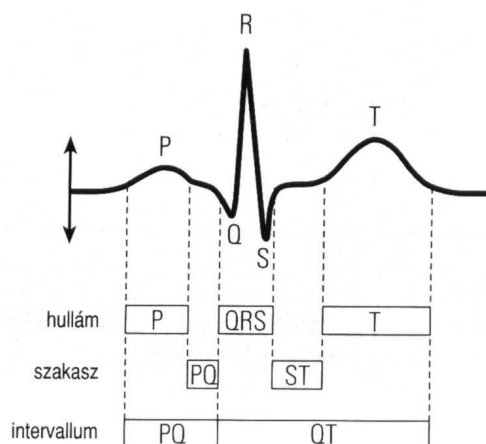
Az elektródák elrendezésének köszönhetően a depolarizáció pozitív feszültségként jelenik meg, mert az erősítő pozitív bemenetéhez csatlakozó elektródák közelebb vannak a szívben kialakuló erőter pozitív pólusához. Azt, hogy a repolarizáció hogyan tükröződik az elektrokardiogramon, terjedésének iránya határozza meg. Ha a repolarizáció terjedésének iránya megegyezik a depolarizációéval, az EKG-készülék negatív feszültséget mér: amikor az első elektróda alatti membránterület már repolarizálódott, tehát a felszínen ismét pozitív töltések jelennek meg, a második elektróda alatti terület pedig még nem repolarizálódott, azaz a felszínen még negatív töltéstopplett van, a regisztrált feszültség negatív. E negatív feszültség akkor éri el maximumát, amikor a sejtfelszín felerészben repolarizálódott; amikor a repolarizáció a teljes felületre kiterjedt, azaz a nyugalmi potenciál visszaállt, a feszültség 0. Abban az esetben, amikor a repolarizációs hullám terjedési iránya ellentétes a depolarizációéval, a feszültség a repolarizáció alatt pozitív előjelű (lásd 3.2. ábra).

Az elektrokardiogram szakaszai ♦ Az elektrokardiogram egy periódusának jellegzetes jelalakja a 3.3. ábrán látható. Megegyezés alapján az elektrokardiogramon a pozitív irányú kitéréseket ábrázoljuk fölfelé. Az EKG-görbén jellegzetes csúcsokat, illetve völgyeket figyelhetünk meg, ezek elnevezése rendre *P-*, *Q-*, *R-*, *S-*, *T-hullám*. A különböző hullámok, illetve hullámcsoportok az alábbi kapcsolatban állnak a szív ciklus fázisaival:

- **P-hullám:** a pitvarizomzat depolarizációjának felel meg. A P-hullám vége jelzi, hogy minden pitvari izomsejt depolarizálódott, és megkezdődik a pitvar összehúzódása.
- **PQ-szakasz:** ekkor a depolarizáció a pitvaroktól az atrioventrikuláris csomón, a His-kötegen, a Tawara-száron és a Purkinje-rostokon halad a kamrák felé. A PQ-szakasz *izoelektromos* szakasz, azaz potenciálkülönbség ez idő alatt nem mutatkozik.
- **QRS-komplexum:** a kamraizomzat depolarizációját tükrözi. Amplitúdója a kam-

raizomzat jelentős tömege miatt nagyobb a többi hullám amplitúdójánál.

- **ST-szakasz:** a kamrai akciós potenciál platójával esik egybe. Ekkor a kamra felszínét egyöntetűen pozitív töltések borítják, ezért az ST-szakasz izoelektromos.
- **T-hullám:** a kamra repolarizációjának a jele. Mivel a repolarizáció terjedési iránya a depolarizáció irányával ellentétes, a T-hullám pozitív.



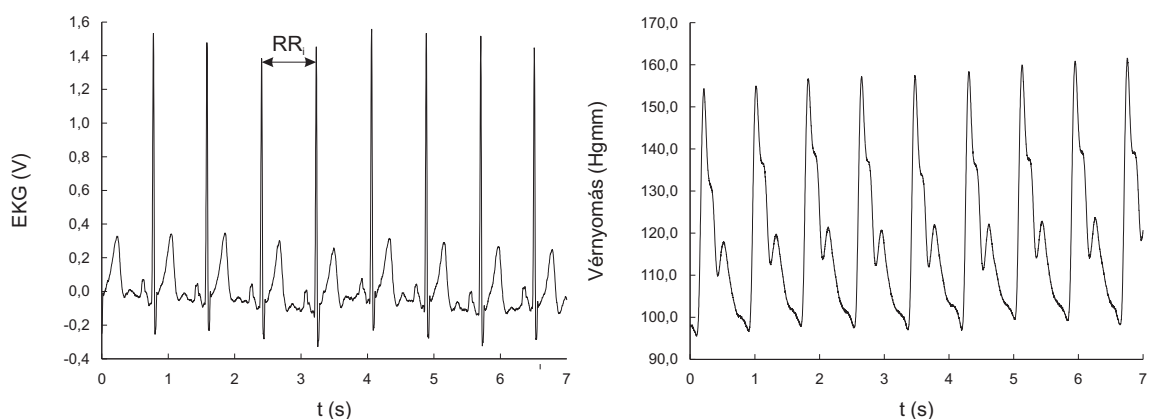
3.3. ábra. Az EKG-görbe hullámai és szakaszai. Forrás: [49]

Az RR-intervallum ♦ Az EKG-görbe kétségtelenül legmarkánsabb eleme a kamrai szisztoléhoz köthető R-hullám; mivel viszonylag könnyen detektálható, célszerű a szívütések időpontját az R-hullámhoz kapcsolni. Az elektrokardiogramból kiolvasható legfontosabb mérőszám az *RR-intervallum*, amely két szomszédos R-hullám távolsága (lásd a 3.4. ábrát). Az RR-intervallum a két egymást követő szívütés között eltelt időt adja meg; reciproka, a *szívfrekvencia*, értelemszerűen a pulzusszámmal áll kapcsolatban.

Az RR-intervallum szívütésről-szívütésre regisztrálható: minden R-hullám időpontjához hozzárendeljük a megelőző R-hullámtól eltelt időt. Az így kapott adatsor természetesen változik az időben, hiszen a szívfrekvenciát a vegetatív idegrendszer szabályozza. Az RR-intervallumok fluktuációi így módon a vegetatív szabályzás működéséről hordoznak fontos információt.

3.1.2. A vérnyomás és a légzési ütem regisztrálása

Vérnyomásmérés ♦ A leggyakoribb noninvazív (azaz műtéti beavatkozást nem igénylő) vérnyomásmérési módszer a hallgatósági technika. Ennek során a felkarra fölfújható mandzsettát helyeznek, amelyet annyira fölpumpálnak, hogy teljesen elszorítsa az artériát és így ideiglenesen megállítsa ott a véráramlást. Miközben fokozatosan csökkentik a mandzsettában a nyomást, a karra helyezett sztetoszkóppal vagy mikrofonnal hallgatják a véráramlás által kiváltott hangokat. Amikor a mandzsettabeli nyomás a szisztolés nyomás alá csökken, megnyílik az artéria, és egy turbulens áramlás indul meg, amely jól érzékelhető hanggal (az úgynevezett *Korotkoff-hangok*) jár együtt. Amikor a mandzsettában a nyomás a diasztolés nyomás alá csökken, az áramlás akadálytalanává válik, és a turbulencia okozta hang elhallgat. Így módon a Korotkoff-hangok időtartama alatt a mandzsettában



3.4. ábra. Az EKG (bal panel) és a vérnyomás (jobb panel) jelalakjai

mért nyomásmaximum a szisztolés nyomással, a nyomásminimum a diasztolés nyomással egyezik meg.

Ez az eljárás értelemszerűen egy adott időpontbeli minimum- és maximumértékekről tud számot adni, nem alkalmas viszont a folytonos vérnyomásjel megfigyelésére és rögzítésére. A szív- és érrendszer noninvazív vizsgálatában áttörést hozó *Peñaz-féle vérnyomásmérési elv* alapján azonban ezek a feladatok is elláthatók. Az elv lényege, hogy pl az újra helyezett mandzsettában mért infravörös transzmisszió az ottani aktuális vértérfogattal arányos, a vértérfogat változása viszont az artériás vérnyomás emelkedéseit követi. A vértérfogat változásaival szemben az érfal ellenállást fejt ki; ez az ellenállás nő az érfal külső és belső oldala közti nyomáskülönbség (az úgynevezett *transzmurális nyomás*) emelkedésével, tehát akkor mérhetünk a vértérfogatingadozásokban maximális amplitúdót, ha a mandzsettában lévő nyomást addig növeljük, hogy a transzmurális nyomás megszűnjék, ekkor a legrelaxáltabb ugyanis az artériafal. A továbbiakban a Peñaz-elven működő készülék – visszacsatolt üzemmódjában – úgy szabályozza a mandzsettában uralkodó nyomást, hogy a vértérfogat állandó szinten legyen. Ehhez értelemszerűen a szisztolé alatt nagyobb, a diasztolé alatt pedig kisebb nyomás szükséges, tehát a mandzsettában uralkodó nyomás kis késéssel mindig pontosan követi a vérnyomás változásait [51]. A mandzsettában uralkodó nyomást a mai szenzortechnikával folyamatosan mérni, digitalizálás után pedig rögzíteni lehet, így lehetőség nyílik a vérnyomásjel valós idejű, folyamatos regisztrálására.

A légzésjel fölvétele ♦ Ha ismerni akarjuk a be- és kilégtett levegő térfogatát az idő függvényében, az úgynevezett *spirométert* szokás használni. Ennek elve az, hogy az alany egy csövön keresztül lélegzik, amely egy szabadon elmozduló elemmel határolt zárt légtérben végződik (például egy folyadékba szájával lefelé merülő, levegővel teli üveghenger). A határolóelem a ki- és belégzéssel összhangban mozdul el föl vagy le, elmozdulása a ki- és belégtett levegő térfogatával arányos, így a légzésjel kalibrálható, és a légzési térfogat regisztrálható az idő függvényében. Ez elrendezés kiegészíthető gázelemző készülékekkel, amelyek meghatározzák a ki- és belégtett levegő összetételét.

Ha csak a légzés ritmicitására, frekvenciatartománybeli paramétereire vagyunk kíváncsiak, egy egyszerűbb és kevésbé körülményesen használható készülékkel, a *pneumoövvvel* is célt érhetünk. Ez egy rugalmas, zárt gumicső, amelyhez egy nyomásérzékelő csatlakozik. A gumicsövet a szoroson vizsgálati alany derekára szíjazzák, így a gumicső a légzés során a hasfal mozgásával egy ütemben nyúlik meg és húzódik össze. Az összehúzódás és kitágulás ritmusát a csőbeli nyomás változása hűen követi, így a nyomásmérő jelének rögzítésével a légzési ütem regisztrálható. Mivel ennek a jelnek a konkrét értéke nem hordoz informá-

ciót a ki- és belélegzett térfogatról, az így fölvetett légzésjelet a továbbiakban *kalibrálatlan légzésjelnek* fogom nevezni.

3.1.3. A fluktuációk időtartománybeli vizsgálata

EKG-paraméterek ♦ Mint már említettem, a szív- és érrendszer vizsgálatában kiemelkedően fontos szerepet játszó mérőszám az RR-intervallum. Az RR-intervallumok fluktuációinak időtartománybeli jellemzésére az alább felsorolt paraméterek terjedtek el [52, 53, 54]. A jelölésekben $\langle \dots \rangle$ kivételesen a sokaságátlagot reprezentálja, $\{\text{RR}_j\}_{j=0}^{N-1}$ az egymást követő RR-intervallumok sorozata, N az összes regisztrált RR-intervallum száma.

- **Átlagos RR-intervallum:**

$$\langle \text{RR} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \text{RR}_j. \quad (3.1)$$

- **Az RR-intervallumok szórása (*standard deviation of RR intervals*):**

$$\text{sdRR} = \sqrt{\langle \text{RR}^2 \rangle - \langle \text{RR} \rangle^2}. \quad (3.2)$$

- **Az egymást követő RR-intervallumok különbségének szórása (*standard deviation of successive differences*):**

$$\text{sdSD} = \sqrt{\langle (\Delta \text{RR})^2 \rangle - \langle \Delta \text{RR} \rangle^2}, \quad (3.3)$$

ahol $\Delta \text{RR}_j := \text{RR}_{j+1} - \text{RR}_j$ ($0 \leq j \leq N - 2$).

- **Az egymást követő RR-intervallumok különbségének effektív értéke (*root mean square of successive differences*):**

$$\text{rmsSD} = \sqrt{\langle (\Delta \text{RR})^2 \rangle}. \quad (3.4)$$

- **Azon RR-intervallumok százalékos aránya, amelyek hossza a szomszédos RR-intervallum hosszától több mint 50 ms-mal eltér:**

$$\text{pNN50} := \frac{M}{N - 1} \cdot 100\%, \quad (3.5)$$

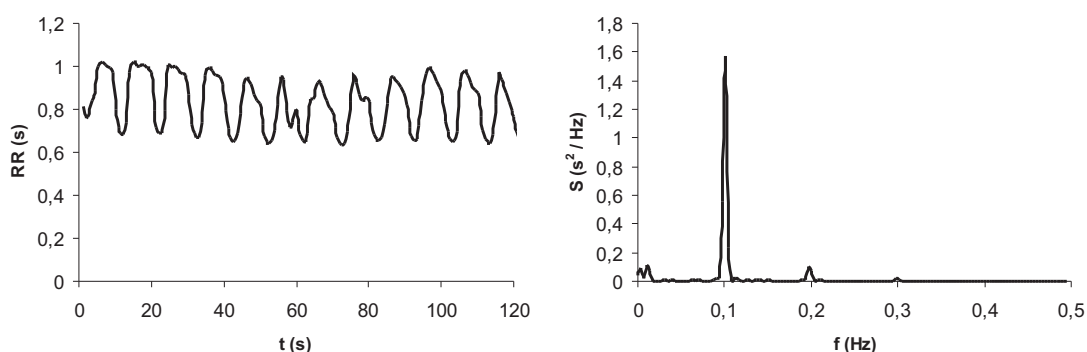
ahol M jelöli azon RR-intervallumok számát, amelyek a szomszédos RR-intervallumtól több mint 50 ms-mal eltérnek.

3.1.4. A fluktuációk spektrális elemzése

Mint az 1.4.1. pontban láthattuk, a szív működése határozott ritmitást mutat, a regisztrátumok spektrális analízise tehát mindenképpen indokolt, és sok értékes információval szolgálhat. A neurológiai kutatásokban, sőt, gyakran a diagnosztikában is, fontos szerepet játszanak az EKG-, vérnyomás- és légzési jelek alapján számolt spektrumok.

EKG ♦ Az elektrokardiogram frekvenciatartománybeli analízisekor nem a teljes EKG-jel spektrumát szokás vizsgálni, hiszen ekkor elmosnánk a szívfrekvencia időbeli változásait (pont azt, amire kíváncsiak vagyunk), és csupán egy átlagos szívfrekvenciát kapnánk

eredményül. Sokkal informatívabb az EKG-jelből számolt RR-intervallumok sorozatának mint időfüggő adatsornak a spektrális analízise, ekkor ugyanis magának a vegetatív szabályzásnak, illetve a szívfrekvenciát befolyásoló egyéb paramétereknek (például a légzés) a ritmikus komponenseit tudjuk azonosítani. Ennek alternatívájaként újabban az időfüggő spektrális analízis (a *Wigner–Ville-disztribúció*, illetve a *Short-time FFT*) merült föl, ezek azonban a mai számítógépes kapacitást is képesek jócskán lekötni, és lényegében ugyanazt az információt tudják nyújtani. Ez utóbbi állítás megindoklásához azt vegyük figyelembe, hogy az RR-adatsor nem más, mint az *instant szívfrekvencia* (az adott szívütéshez rendelt pillanatnyi szívfrekvencia) reciproka az idő függvényében, tehát egyfajta időfüggő frekvencia-regisztrátum, amelynek spektrális analízisével a szívfrekvenciát befolyásoló hatások ritmicitását tudjuk földeríteni.



3.5. ábra. Vezényelt légzés során fölvett RR-regisztrátum és teljesítménysűrűség-spektruma

Ennek illusztrálására szolgál a 3.5. ábra, amelyen egy úgynevezett *vezényelt légzés* közben fölvett RR-adatsort és annak spektrumát tüntettem föl. A vezényelt légzés során a vizsgálati alany légzésének üteme nem spontán, hanem a be- és kilégzés vagy metronómhoz, vagy a vizsgálatot végző személy vezényszavaihoz van kötve, így nagyjából állandó frekvenciájú légzés tartható fönn. Az ábrán föltüntetett esetben a vezényelt légzés frekvenciája 6/perc, azaz 0,1 Hz. Az ábrán látható, hogy az RR-intervallum, ezáltal a szívfrekvencia időben változó, és ez a változás periodikus, mégpedig épp a légzési frekvencia reciprokának megfelelő, azaz 10 másodperces periódusidővel. Az ábra jobb oldalán látható spektrum ezt megerősíti: a légzési frekvenciának megfelelő 0,1 Hz-es frekvencián igen markáns csúcsot figyelhetünk meg az RR-intervallum spektrumában, ami bizonyítja, hogy a légzés hatása megjelenik a szívfrekvenciában.

Fontos megemlíteni itt egy az RR-intervallumok spektrumával kapcsolatos módszertani problémát. Az RR-adatsor csak diszkrét időpillanatokban értelmezett, hiszen úgy kaptuk, hogy minden R-hullám bekövetkezésének idejéhez hozzárendeltük a megelőző R-hullám óta eltelt időt; ráadásul ezek a diszkrét időpillanatok inherensen nem egyenközűek, hiszen az RR-intervallumok változnak, és bennünket éppen a változásuk üteme érdekel. A gyors Fourier-transzformáció viszont egyenközű mintavételezést föltételez és igényel. Ezt a problémát két úton lehet megkerülni. A leginkább elterjedt módszer az, amikor az RR-adatsort állandó időközönként újramintavételezzük, és az újramintavételezett időpontokban interpolációval határozzák meg a jel értékét. A másik, újabban egyre nagyobb publicitást kapó módszer a *Lomb-periodogram* alkalmazása, amely Lomb-periodogram lényegében egy időeltolásokkal szemben invariánssá tett diszkrét Fourier-transzformáció, amelyben az időparaméter explicite benntmarad, mivel az állandó időközök föltételezésével kapott egysze-

rúsítás (lásd az 1.58. formulát) itt nem végezhető el.

Az első módszerrel szemben néha fölmerül az az ellenvetés, hogy artefaktumokat hoz létre, hiszen az interpoláció úgymond „új szívütéseket” szűr be. Ezt az érvelést azonban elháríthatjuk azzal, hogy amint interpolálni kezdünk, az interpolált jel elveszti eredeti jelentését (a szívütések között eltelt idők a szívütések időpontjában) – hiszen ha megtartaná, az teljesen egyenletes, irreálisan szapora szívritmust sugallna –, és csupán egy segédeszközzül szolgál a szívritmust szabályozó effektusok ritmicitásának földerítésére. Ez a segédjel, ha növekszik, az a paraszimpatikus hatás erősödését, ha csökken, a szimpatikus aktivitás fokozódását tükrözi. A Lomb-periodogrammal szemben hasonló kifogások nem jöhetnek szóba, ám ez a módszer még mindig kevésbé elterjedt, és egyes kutatások azt mutatják, hogy bizonyos esetekben artefaktumokhoz vezethet a spektrumban [55].

A releváns spektrumtartományok ♦ A neurokardiológiai szempontból fontos ritmikus komponensek mind a 0–0,5 Hz-es spektrumtartományban helyezkednek el. Ezt a spektrumtartományt szokás az ott domináns hatások alapján további résztartományokra osztani az alábbiak szerint [52, 56]:

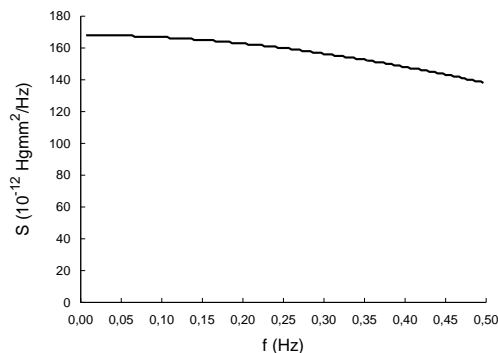
- **Nagyon alacsony frekvenciájú tartomány (0,003–0,05 Hz):** ezt olyan hatásokkal hozzák kapcsolatba, mint a termoreguláció, vagy a plazmarenin-aktivitás változása.
- **Alacsony frekvenciájú tartomány (0,05–0,15 Hz):** ennek a tartománynak a háttérében igen összetett folyamatok állnak, például a vérnyomás és a pulzus közötti baroreflexáttétel.
- **Magas frekvenciájú tartomány (0,15–0,5 Hz):** ebben a tartományban döntően a légzéssel kapcsolatos ritmikus komponensek jelennek meg.

A spektrumtartományokhoz skaláris mérőszámok is rendelhetők: kiszámítható a „teljes” (azaz a 0,5 Hz-ig terjedő) teljesítmény, illetve az alacsony- és magasfrekvenciás teljesítmény mint a teljesítménysűrűség-spektrum megfelelő tartományokon vett határozott integrálja. Abból a tényből kiindulva, hogy a szimpatikus idegrendszer nem képes gyors változások közvetítésére, a magasfrekvenciás teljesítményt a paraszimpatikus, az alacsonyfrekvenciás teljesítményt pedig a szimpatikus idegrendszerhez szokták társítani, a két teljesítmény hányadosát pedig a szimpatikus-paraszimpatikus egyensúly mérőszámának tekinteni. Ennek az álláspontnak a helyessége azonban vitatott, hiszen az, hogy a gyors válaszokat csak a paraszimpatikus divízió közvetítheti, nem jelenti azt, hogy a lassúak pedig csak a szimpatikus idegrendszerrel hozhatók összefüggésbe [52]. Ezt látszanak alátámasztani azok a kísérletek, amelyekben a paraszimpatikus hatás blokkolása valamennyi spektrális komponenst eliminálta [57].

A légzés és a vérnyomás ♦ Míg a kalibrálatlan légzésjel esetében mindig a jel egészének Fourier-transzformációjával kapjuk a spektrumot, a vérnyomás spektrumának számításánál leggyakrabban az EKG-spektrumoknál alkalmazott csúcskereséses-újrámintavételezéses módszert követik: detektálják a vérnyomásban jelentkező szisztolés csúcsokat (vagy a diasztolés minimumokat), és a megfelelő újrámintavételezés és interpolálás után FFT alkalmazásával kiszámolják a szisztolésvérnyomás-spektrumot (illetve a diasztolésvérnyomás-spektrumot). Az EKG-jellel ellentétben azonban a vérnyomásjelben a jel egésze hordozhat információt, ezért indokolt lehet a teljes vérnyomásjel spektrumát kiszámítani.

Az utóbbi eljárás, bár jóval egyszerűbb és a csúcskeresés képviselte hibalehetőségeket teljesen kikerüli, kevésbé elterjedt, mint a csúcskereséses módszer. Ugyanakkor belátható,

hogy a két módszer a releváns spektrumtartományokban nagymértékben hasonló eredményeket szolgáltat. A teljes vérnyomásjel közelíthető úgy, mint egy vérnyomásperiódus konvolúciója a csúcsok helyét tartalmazó impulzussorozattal. Frekvenciatartományban a konvolúció megfelelője a szorzás, tehát a teljes spektrum és a szisztolésvérnyomás-spektrum között közelítőleg egy periódus spektruma teremt kapcsolatot mint szorzótényező. Mivel a releváns, 0,5 Hz alatti spektrumtartományban az utóbbi konstans (lásd a 3.6. ábra), végső soron azt mondhatjuk, hogy a kettő között nincs számottevő különbség [58].



3.6. ábra. A vérnyomásjel egy periódusának spektruma a 0–0,5 Hz tartományon

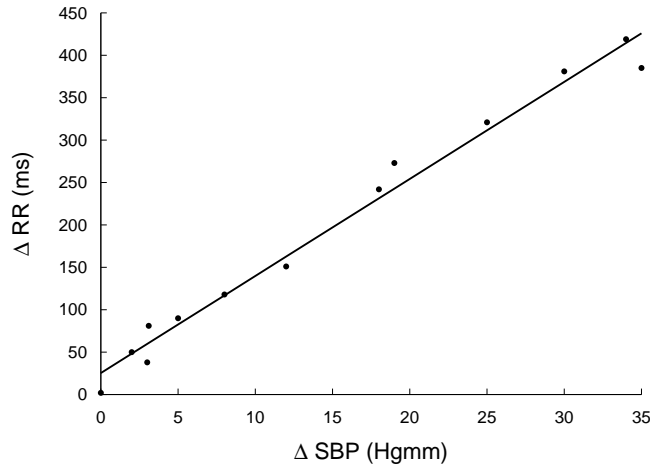
3.1.5. Az EKG-, vérnyomás- és légzésjel-fluktuációk összefüggései

Igen régi megfigyelés, hogy a vérnyomás csökkenése pulzusszám-növekedéssel, csökkenése pedig pulzusszám-emelkedéssel jár. E jelenség hátterében az 1.4.2. pontban megismert baroreflex mechanizmusok állnak. A vérnyomás és a szívritmus közötti csatolás számszerű jellemzésére a legelterjedtebb két paraméter a *baroreflexérzékenység* és az *alfa-index*.

Baroreflexérzékenység ♦ A vérnyomás és az EKG regisztrátumaiból elkülöníthetők azok a szakaszok, amelyekben a szisztolés vérnyomáscsúcsok több ciklusra kiterjedő monoton növekedéséhez azzal egyidejűleg az RR-intervallumok monoton nyúlása, illetve a csökkenéshez az RR-intervallumok rövidülése társul. Az összetartozó változások azonosítása után lineáris regressziószámítással meghatározható az RR-változásokat a szisztolésvérnyomás-változások függvényében leíró egyenes meredeksége (lásd a 3.7. ábrát); ez utóbbit nevezzük baroreflexérzékenységnek (*baroreflex sensitivity, BRS*) [59, 60]. Ahhoz, hogy a baroreflexérzékenységet érvényesnek fogadjuk el, az egybecsengő változásoknak bizonyos minimális ciklusszámnál többre ki kell terjedniük, illetve a köztük lévő korrelációs együtt-hatónak egy bizonyos küszöböt meg kell haladnia. Előírható küszöb a szisztolés vérnyomás minimális változására is [61].

A számítások során az egyidejűsége többféle kritériumot használnak: a vérnyomásértékeket összefüggésbe hozhatjuk az ugyanazon szív ciklusbeli RR-intervallumokkal (erre a késleltetés nélküli számításmódra az irodalomban „lag 0” jelöléssel szokás utalni), illetve alkalmazhatunk egy vagy több ciklusnyi elcsúsztatást, amikor az adott szív ciklusbeli vérnyomáscsúcs-változáshoz az egy vagy több ciklussal későbbi RR-intervallumok változása van hozzárendelve (a *c* ciklusnyi elcsúsztatás jelölése „lag *c*”). A legelterjedtebb az egyciklusnyi késleltetés [52].

Alfa-index ♦ A vérnyomás és a szívritmus közötti baroreflexáttétel nem csupán időtartományban, hanem frekvenciatartományban is jellemezhető. A szisztolés vérnyomás és az RR-intervallumok teljesítménysűrűség-spektrumából kiszámítható az úgynevezett alfa-



3.7. ábra. A baroreflexérzékenység számítása. ΔSBP a szisztolés vérnyomáscsúcsok változását, ΔRR az RR-intervallumok változását jelöli; a pontok a mért adatokat reprezentálják, az egyenest pedig regressziószámítással kaptuk. Az egyenes meredeksége a baroreflexérzékenység

index, amely egy adott $F = [f_1, f_2]$ frekvenciaintervallumra az alábbi módon értelmezhető [62, 52]:

$$\alpha_F := \sqrt{\frac{P_{\text{RR}}(f_1, f_2)}{P_{\text{SBP}}(f_1, f_2)}}, \quad (3.6)$$

ahol $P_{\text{RR}}(f_1, f_2)$ az RR-intervallum spektrumának, $P_{\text{SBP}}(f_1, f_2)$ pedig a szisztolés vérnyomásnak a teljesítménye az $[f_1, f_2]$ frekvenciatartományon. Utóbbiak a következőképpen számolhatók:

$$P_{\text{RR}}(f_1, f_2) = \int_{f_1}^{f_2} S_{\text{RR}}(f) df, \quad (3.7)$$

és

$$P_{\text{SBP}}(f_1, f_2) = \int_{f_1}^{f_2} S_{\text{SBP}}(f) df, \quad (3.8)$$

ahol $S_{\text{RR}}(f)$ az RR-intervallumok, $S_{\text{SBP}}(f)$ pedig a szisztolés vérnyomás teljesítménysűrűség-spektruma.

Az alfa-index meghatározásánál gyakran kiszámolják az RR-intervallumok és a vérnyomásjel közötti koherenciát, és csak akkor értelmezik az alfa-indexet, ha a koherencia egy határérték (általában 0,4-0,5) fölött van [52].

Az EKG és a légzés ♦ Ahogy már a 3.5. ábrán is láttuk, a légzés ritmicitása megjelenik a pulzusszámváltozásokban. Nyugalmi körülmények között, spontán légzés esetén az RR-intervallumok spektrumában a magas frekvenciájú csúcs függ össze a légzéssel. Vezényelt légzés esetén a csúcs értelemszerűen élesebbé, markánsabbá válik, és a vezényelt légzés ütemétől függően átkerülhet akár az alacsony frekvenciájú tartományba is. A légzés a pulzusszám mellett a vérnyomás fluktuációira is hatással van, így összességében a baroreflex

működésének földerítésére irányuló kutatások során alapkövetelmény a légzés vezénylése vagy monitorozása [52].

3.2. A vérveszteség hatásai az emberi autonóm regulációra

3.2.1. Célkitűzések

Az 1.4.2 pontban tárgyalt baroreflex mechanizmusok központi szerepet játszanak a vérnyomás közel állandó szintjének fönntartásában. Szerepük különösen akut vérveszteség esetén válik kritikussá. A vérveszteség hatásának tanulmányozása azért is fontos, mert a baroreflexes szabályozás különböző komponensei közötti csatolás vértérfogatfüggő is lehet, így a vértérfogat ellenőrzött körülmények közötti megváltoztatásával mélyebb betekintést nyerhetünk a szív- és érrendszeri szabályozó mechanizmusok összefüggéseibe. *E célból önkéntesek EKG-, vérnyomás- és légzésjeleit rögzítettük véradás előtt és után, és összehasonlítottuk az akut vérveszteség különböző idő- és frekvenciatartománybeli paraméterekre gyakorolt hatását [T4].*

3.2.2. Vizsgálati eszközök, módszerek

A vizsgálati protokoll ♦ A vizsgálati alanyok egészséges önkéntesek voltak: létszámuk 48 fő, 23 férfi és 25 nő, életkoruk 35 ± 12 év. Először 5 perc nyugalom után a vérvétel előtti alapállapotot rögzítették, majd a 350-400 ml vér levétele és rögtön ezután a vérvétel utáni állapot fölvétele következett. Az alanyok a vizsgálat befejezéséig nem ihattak.

Mérőeszközök ♦ Az EKG-jeleket egy Marquette típusú betegőrző monitor, a vérnyomást egy Peñaz-elven működő, Finapres 2300 típusú noninvasív vérnyomásmérő készülék mérte. A jeleket 500 Hz mintavételi frekvenciával Dataq/Windaq rendszer digitalizálta és rögzítette. A kalibrálatlan légzésjelet pneumoöv szolgáltatatta.

A vizsgált paraméterek ♦ Az adatok földolgozása a WinCPRS programmal történt. A vizsgált időtartománybeli paramétereket a 3.1. táblázat, a frekvenciatartománybelieket a 3.2. táblázat foglalja össze. A vérnyomás és a szívritmus közötti kapcsolatot jellemző baroreflexérzékenységi paramétereket külön tüntettem föl a 3.3. táblázatban. A baroreflexérzékenység számításához azok a szekvenciák szolgáltak alapul, amikor három vagy több egymást követő cikluson keresztül a szisztolés vérnyomásmaximum értékének monoton emelkedését, illetve csökkenését az RR-intervallumok monoton emelkedése, illetve csökkenése kísérte 0,8-nél nagyobb korrelációs együtthatóval. A véradás előtti és utáni adatok összehasonlításánál szignifikáns változásnak azt tekintettük, amelyhez 0,05 alatti szignifikanciaszint tartozott.

Jelölés	Magyarázat	Egység
SAP	szisztolés vérnyomás	Hgmm
DAP	diasztolés vérnyomás	Hgmm
MAP	átlagos vérnyomás	Hgmm
$\langle RR \rangle$	az átlagos RR-intervallumhossz	ms
sdRR	az RR-intervallumok szórása	ms
rmsSD	a szomszédos RR-intervallumok különbségének effektív értéke	ms
pNN50	az 50 ms-nál többel eltérő szomszédos RR-intervallumok aránya	%

3.1. táblázat. A vizsgált időtartománybeli paraméterek

A spektrumoknál az alacsonyfrekvenciás tartomány határai 0,05–0,15 Hz, a magasfrekvenciásé 0,15–0,5 Hz voltak. A szisztolés- és diasztolésvérnyomás-spektrumokat a vérnyomáscsúcsok és vérnyomásminimum detektálása után az RR-intervallumokhoz hasonlóan interpolálás utáni gyors Fourier-transzformációval kaptuk. Az alfa-indexet csak azokra az adatokra fogadtuk el, amelyeknél a szisztolés vérnyomás és az RR-intervallumok közötti koherencia 0,5 fölött volt.

Jelölés	Magyarázat	Egység
RRI LF	az RR-intervallumok alacsony frekvenciás teljesítménye	ms ²
SAP LF	a szisztolés vérnyomás alacsony frekvenciás teljesítménye	Hgmm ²
DAP LF	a diasztolés vérnyomás alacsony frekvenciás teljesítménye	Hgmm ²
RRI HF	az RR-intervallumok magas frekvenciás teljesítménye	ms ²
SAP HF	a szisztolés vérnyomás magas frekvenciás teljesítménye	Hgmm ²
DAP HF	a diasztolés vérnyomás magas frekvenciás teljesítménye	Hgmm ²
f_0	központi légzési frekvencia	Hz

3.2. táblázat. A vizsgált frekvenciatartománybeli paraméterek

Jelölés	Magyarázat	Egység
upBRS	a vérnyomásemelkedéskor számolt baroreflexérzékenység	ms/Hgmm
downBRS	a vérnyomáscsökkenéskor számolt baroreflexérzékenység	ms/Hgmm
α_{LF}	az alacsony frekvenciás alfa-index	ms/Hgmm
α_{HF}	a magas frekvenciás alfa-index	ms/Hgmm

3.3. táblázat. A vizsgált baroreflexparaméterek

A légzési frekvencia vizsgálata ♦ Az előzőekben láttuk, hogy a légzés hatása mind a szívritmusban, mind a vérnyomásban megjelenik, ezért a szívritmus és a vérnyomás egymásrahatásának vizsgálatakor a légzésről mint a háttérben meghúzódó változóról nem feledkezhetünk el. A kutatást vezető orvosok által használt WinCPRS szoftver azonban nem alkalmas a kalibrálatlan légzésjel spektrális vizsgálatára, és ez indokolta kutatócsoportunk részvételét a vizsgálatban.

A spektrumok kiszámításához a LabVIEW 6i programozási környezetet használtam. A regisztrátumot 2 perc hosszú szegmensekre osztottam, melyek között beállítható mértékű átlapolás volt megengedett. A spektrumot ezen szegmensek átlagolásából állítottam elő, majd meghatároztam a központi légzési frekvenciát mint a legnagyobb csúcsához tartozó frekvenciaértéket. Ezt minden vizsgálati alany esetében mind a vérvétel előtti, mind a vérvétel utáni adatsorra elvégeztem, és elkészítettem a központi légzési frekvenciák alanyok közötti eloszlását jellemző hisztogramot a vérvétel előtti és utáni esetekre.

3.2.3. Eredmények

A vizsgálatok eredményeit a 3.4., 3.5. és 3.6. táblázatok összegzik a fentieknek megfelelő csoportosításban. Az időtartományra vonatkozó táblázatból kitűnik, hogy míg a vérvétel után mind a szisztolés, a diasztolés és az átlagos vérnyomásszint emelkedett, az átlagos szívritmus körülbelül ugyanakkora maradt, és az RR-intervallumok többi paraméterében, az rmsSD-t kivéve, sem volt szignifikáns a változás. Utóbbi mérőszám, amely az egymást

követő RR-intervallumok effektív értékét adja meg, szignifikánsan csökkent, egyenletesebb szívritmusra utalva.

	Vérvétel előtt	Vérvétel után	Szignifikanciaszint
SAP (Hgmm)	124 ± 16	128 ± 13	<0,001
DAP (Hgmm)	74 ± 13	76 ± 12	<0,001
MAP (Hgmm)	91 ± 13	93 ± 12	0,003
⟨RR⟩ (ms)	816 ± 14	806 ± 138	NSZ
sdRR (ms)	41 ± 24	40 ± 22	NSZ
rmsSD (ms)	33 ± 25	28 ± 26	0,027
pNN50 (%)	3,7 ± 0,1	1,0 ± 0,2	NSZ

3.4. táblázat. Az időtartománybeli paraméterek alakulása a vérvétel során. Az NSZ jelölés arra utal, hogy a változás nem szignifikáns

A spektrális paraméterek közül a diasztolés vérnyomáshoz rendelt összteljesítmény mind az alacsony frekvenciájú, mind a magas frekvenciájú tartományban szignifikánsan növekedett a vérvétel előttihez képest, míg a szisztolés vérnyomás összteljesítményének növekedése csak a magas frekvenciás tartományban volt szignifikáns. Ezt alacsony frekvencián az RR-intervallumok összteljesítményének szignifikáns növekedése, magas frekvencián az RR-teljesítmény csökkenése kísérte, utóbbi azonban nem volt szignifikáns.

A változásokat összegezve azt mondhatjuk, hogy a vértérfogat csökkenése vérnyomás-növekedéshez vezetett, miközben a szívfrekvencia nem változott, ami arra utal, hogy a jelenség háttérében a gyors vérvesztés által kiváltott, szimpatikus hatásra bekövetkező érösszehúzóadás állhat. Ezen kívül a spektrumokból azt is kiolvashatjuk, hogy a vérnyomás fluktuációi fölerősödtek a vérvesztés hatására. Utóbbi magyarázata lehet egyrészt az, hogy a vérvesztés hatására fölerősödnek a légzéshez kapcsolódó ingadozások a vénák-ból visszatérő vér térfogatában és a verőterefogatban, másrészt pedig az, hogy a kisebb térfogat miatt az aortában lévő baroreceptorok kisebb területre koncentrálnak, így a baroreflexek akár érzékelhető vérnyomásváltozás nélkül is kiváltódhatnak.

	Vérvétel előtt	Vérvétel után	Szignifikanciaszint
RRI LF (ms ²)	221*	330*	0,025
SAP LF (Hgmm ²)	4,8 ± 3,9	5,8 ± 3,9	0,071, NSZ
DAP LF (Hgmm ²)	2,1 ± 1,5	2,7 ± 1,8	0,017
RRI HF (ms ²)	297*	172*	0,063, NSZ
SAP HF (Hgmm ²)	1,2*	1,9*	<0,001
DAP HF (Hgmm ²)	0,7 ± 0,8	1,0 ± 0,8	0,013
f_0 (Hz)	0,26 ± 0,02	0,25 ± 0,02	NSZ

3.5. táblázat. A frekvenciatartománybeli paraméterek alakulása a vérvétel során. Az NSZ jelölés arra utal, hogy a változás nem szignifikáns, a * pedig azokat az adatokat jelöli, ahol az eloszlás nem volt normáeloszlásnak tekinthető, ezért az adatsor mediánja szerepel

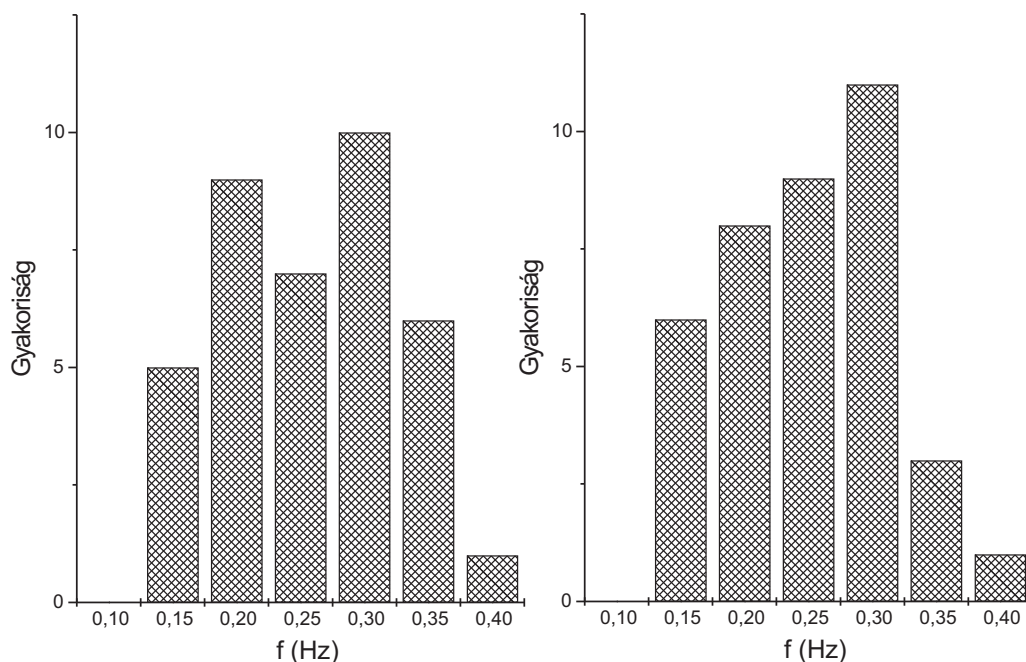
A baroreflexparaméterekre tekintve azt láthatjuk, hogy az alacsony frekvenciás alfa-indexet kivéve, amely nem mutatott konzisztens változást, mindegyikük csökkent. A csökkenés azonban csak a vérnyomásemelkedéshez tartozó baroreflexérzékenység és a magas frekvenciás alfa-index esetében volt szignifikáns. A csökkenés magyarázata az lehet, hogy a térfogatcsökkenés a kardiopulmonális receptorokon keresztül szimpatikus választ vált ki,

amely aztán befolyásolja a vagális válaszokat. Ezt a hipotézist azonban nehéz bizonyítani, mert az aortabeli baroreceptorok hatását sosem lehet eliminálni.

	Vérvétel előtt	Vérvétel után	Szignifikanciaszint
upBRS (ms/Hgmm)	12,0 ± 8,6	9,6 ± 7,2	0,001
downBRS (ms/Hgmm)	10,0 ± 6,1	8,0 ± 6,1	0,098, NSZ
α_{LF} (ms/Hgmm)	9,2*	9,2*	NSZ
α_{HF} (ms/Hgmm)	19,4 ± 14,8	13,2 ± 11,1	0,001

3.6. táblázat. A baroreflexparaméterek alakulása a vérvétel során. Az NSZ jelölés arra utal, hogy a változás nem szignifikáns, a * pedig azokat az adatokat jelöli, ahol az eloszlás nem volt normáloszlásnak tekinthető, ezért az adatsor mediánja szerepel

Amint már az előzőekben említettem, a vérnyomás és a légzés közötti csatolás a baroreflex mechanizmusokon kívül egyszerűen a légzésen keresztül is megvalósul, ezért fontos vagy vezérelni, vagy mint ezen vizsgálat esetében is, monitorozni a légzési ütemet. A 3.5. táblázatban látható, hogy a központi légzési frekvencia nem változott szignifikánsan, így a vérvétel után megfigyelhető változások a vérnyomásban és szívritmusban mindenképpen más hatások eredményei kell, hogy legyenek. Illusztrációképpen föltüntettem a 3.8. ábrát is, amelyen a központi légzési frekvencia vérvétel előtti és utáni eloszlása hasonlítható össze.



3.8. ábra. A központi légzési frekvencia eloszlása a vérvétel előtt és után

Összegzés ♦ Önkéntesek EKG-, vérnyomás és légzésjeleinek idő- és frekvenciatartománybeli paramétereit hasonlítottuk össze vérvétel előtt és után. Az eredmények azt mutatták, hogy *míg a szívfrekvencia és a központi légzési frekvencia nem változott jelentősen, nőtt a szisztolés, diasztolés és átlagos vérnyomás, és növekedett a vérnyomás spektrumában megmutatkozó fluktuációja, különösen a magas frekvenciás tartományban. A szívritmus és a vérnyomás közötti csatolást tükröző baroreflexparaméterek értéke csökkent a vérvétel hatására.* Ezen eredmények hozzájárulhatnak ahhoz, hogy a baroreflexáttétel vértérfogat-

változás indukálta vizsgálatában az egymásnak néhol ellentmondó adatokból egységes elemélet bontakozhassék ki.

3.3. A dohányzás szív- és érrendszeri hatásai

3.3.1. Célkitűzések

Míg a krónikus dohányzás keringésre és a szív- és érrendszeri vegetatív szabályzásra kifejtett káros hatásai jól ismertek, a kezdő dohányosoknál jelentkező hemodinamikai és vegetatív válaszok nincsenek még teljesen föltérképezve. *Vizsgálatunkban ezért nemdohányzó önkéntesek esetében hasonlítottuk össze az egy szál cigaretta elszívása után mérhető szívritmus-, vérnyomás- és baroreflexparamétereket a cigaretta elszívását megelőző értékekkel [T5].*

3.3.2. Vizsgálati eszközök, módszerek

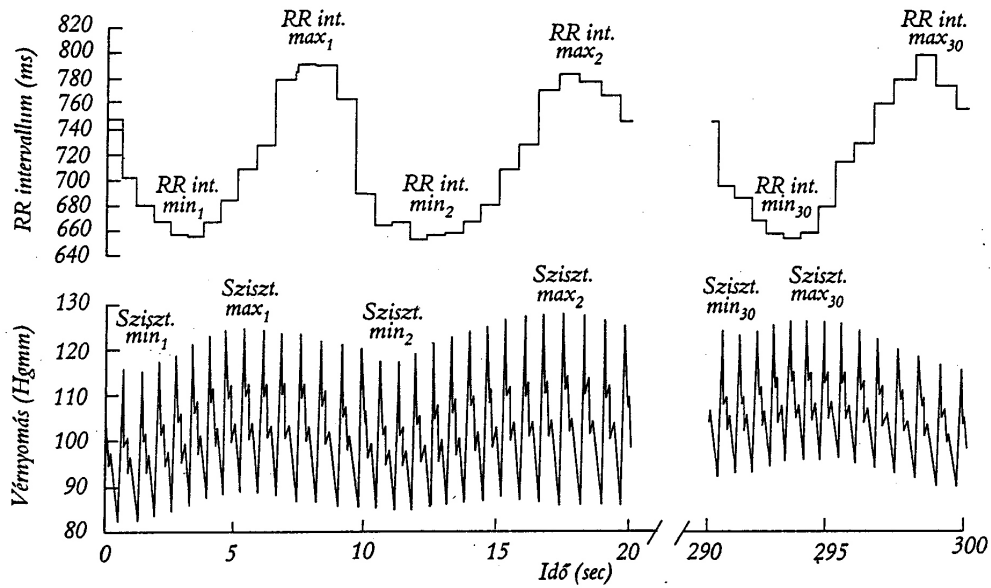
Vizsgálati protokoll ♦ A vizsgálatban 7 nemdohányzó, egészséges önkéntes vett részt, 4 férfi és 3 nő. Életkoruk 23 ± 3 (18–27) év volt; egyikük sem szenvedett sem cukorbetegségben, sem egyik ismert szív- és érrendszeri betegségben. Gyógyszeres kezelés hatása alatt nem álltak, a vizsgálat napján pedig tartózkodniuk kellett a koffein- illetve alkoholtartalmú italok fogyasztásától.

Először 5 perces vezényelt légzési szakaszt rögzítettek; a vezényelt légzési frekvencia 6/perc (0,1 Hz) volt. Majd az alany fekvő helyzetben végigszívott egy szál cigarettát, és ezután is rögzítettek egy 5 perces, 0,1 Hz frekvenciájú vezényelt légzési szakaszt, és ezt hasonlítottuk össze a cigaretta elszívása előtti regisztrátumokkal.

Mérőeszközök ♦ Az EKG-jelet egy Marquette Eagle betegőrző készülék szolgáltatta, amelynek analóg kimenetét rá lehetett kötni a digitalizáló készülékre. A vérnyomás mérése a Peñáz-elven működő Finapress 2300 szolgált. A digitalizálást csatornánként 500 Hz mintavételi frekvenciával egy Dataq/Windaq rendszer végezte.

Analízis ♦ Az adatok elemzését az orvoscsoport az általuk megvásárolt WinCPRS programmal végezte, ezzel párhuzamosan legtöbbjüket én a saját fejlesztésű, LabVIEW 6i környezetben írt rutinjaimmal is kiszámoltam. Utóbbit egyrészt az indokolta, hogy feladtul azt kaptam, hogy az RR-intervallumok fluktuációit szemléletesen bemutató Poincaré-ábrákat készítem el a cigaretta elszívása előtti és utáni esetekben, és a Poincaré-ábrákhoz szükség van az RR-intervallumok sorozatának kiszámítására, másrészt pedig az együttműködés során kitűnt, hogy szükség lehet egy saját fejlesztésű, a fölmerülő igényeknek megfelelően szabadon bővíthető szoftveres eszköztárra, és a WinCPRS és a saját programom által szolgáltatott adatok összehasonlításával utóbbi helyes működéséről is meggyőződhetünk.

A vizsgált paraméterek ♦ A vizsgálatban nyomon követett mérőszámok nagy többségének jelölése és magyarázata a 3.1. és a 3.3. táblázatokban található; itt csak azokra térek ki, amelyek ott nem szerepelnek. A 3.9. ábrán látható, hogy a vezényelt légzésnek megfelelő periódusidővel lassabb hullámzások jelennek meg mind az RR-intervallumokban, mind a szisztolés vérnyomáscsúcsokban (vö 3.5. ábra); ezekhez hozzárendelhető az adott légzési hullám alatt tapasztalható maximum és minimum különbsége. A különbségeket a teljes regisztrátumra kiátlagolva kapjuk a *légzési RR-oszcilláció* (ΔRR), illetve a *szisztolés*



3.9. ábra. A légzési ütemnek megfelelő oszcillációk az RR-intervallumokban és a szisztolés vérnyomásban. Forrás: [T5]

légzési oszcilláció (ΔSBP) definícióját:

$$\Delta\text{RR} := \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (\text{RR}_{\max,i} - \text{RR}_{\min,i}), \quad (3.9)$$

és

$$\Delta\text{SBP} := \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (\text{SBP}_{\max,i} - \text{SBP}_{\min,i}), \quad (3.10)$$

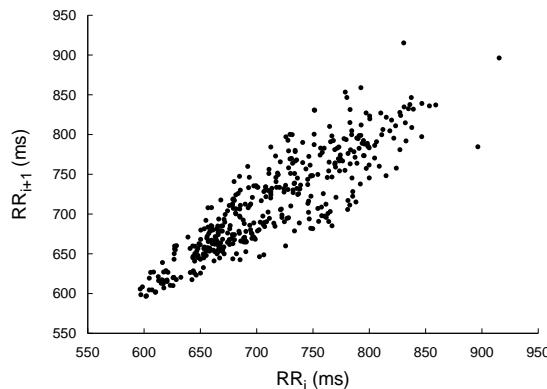
ahol n a légzési periódusok száma (egy 5 perces regisztrátumnál, 10 másodperces légzési periódusok esetén 30), és mindkét esetben az i -edik légzési periódusban tapasztalható maximum- és minimumértékek különbsége van összegezve.

Ezekből az oszcillációkból egy Magyarországon ezelőtt még nem használt baroreflex-paraméter, a *légzési amplitúdóhányados* (Λ) is kiszámítható az egyes légzési hullámokban tapasztalható légzési RR-oszcilláció és szisztolés légzési oszcilláció hányadosának egész regisztrátumra vett átlagaként:

$$\Lambda := \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\text{RR}_{\max,i} - \text{RR}_{\min,i}}{\text{SBP}_{\max,i} - \text{SBP}_{\min,i}}. \quad (3.11)$$

Az R-hullámok megkeresése ♦ Az R-csúcsok azonosításánál a LabVIEW 6i beépített csúcskereső rutinjából indultam ki, amelyben előírások tehetők a tényleges csúcshoz tartozó lokális maximum minimális szélességére és magasságára. Megnehezítette azonban a keresést, hogy a regisztrátumokban a légzésnek megfelelő lassú hullámzás található, illetve előfordulnak olyan ciklusok, ahol a T-hullám az R-hullám fölé magasodik, ezért csupán a LabVIEW-rutin paramétereinek célszerű beállításával nem lehet nagyszámú hiba nélkül elvégezni a csúcskeresőt. A hibák számának csökkentésére alulvágó szűrést alkalmaztam

4–6 Hz határfrekvenciával: ez a lassú hullámzást kiküszöbölte, és a túl magas T-hullámok hatását is mérsékelte valamelyest, míg a csúcsok helyét nem változtatta meg érzékelhető mértékben. Utóbbiról úgy győződtem meg, hogy szűrést nem igénylő, „jól viselkedő” regisztrátumokra hasonlítottam össze a szűrés nélkül és a szűréssel kapott R-hullámokat; később az orvoscsoport által a WinCPRS szoftverrel számított adatokkal is összevettem őket. Az igazán problematikus regisztrátumokra még a szűrés sem szüntette meg az összes hibát, ezért az RR-csúcsokra távolságkritériumokat állítva kerestem meg a lehetséges hibahelyeket és manuálisan javítottam ki a talált hibákat.



3.10. ábra. Egy Poincaré-grafikon

Poincaré-grafikonok ♦ Az utóbbi időben igen népszerű vizuális diagnosztikus eszközzé előlépett *Poincaré-grafikon* nem más, mint az RR-intervallumokat az őket közvetlenül megelőző RR-intervallum függvényében ábrázoló grafikon (lásd a 3.10. ábrát). Önmagában – mint az RR-intervallumok ingadozásait tükröző szemléletes mintázat – is széles körben használatos, és bizonyos rendellenességek, mint látni fogjuk, nagyon jól azonosíthatók rajta, ám szokás a geometriáját tükröző mérőszámokat is hozzárendelni. Ehhez először új koordinátákra ültetik át úgy, hogy az új y tengely az egyenes szívritmust tükröző 45° -os egyenesbe essen, azaz a koordinátatengelyek -45° -os elforgatásával:

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} RR_i \\ RR_{i+1} \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Ezután meghatározható ezen koordináták szórása:

$$sd_1 := \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}, \quad (3.13)$$

illetve

$$sd_2 := \sqrt{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}, \quad (3.14)$$

ahol a $\langle \dots \rangle$ kivételesen a sokaságátlagot jelenti. Az sd_1 paraméter a Poincaré-grafikon szélességét, így a rövid távú szívritmus-ingadozásokat, míg sd_2 a Poincaré-grafikon hosszúságát, ezen keresztül a hosszú távú ingadozásokat jeleníti meg [53]. Belátható, hogy ezen paraméterek az időtartománybeli RR-mérőszámoktól nem függetlenek:

$$sd_1^2 = \frac{1}{2}sdSD^2, \quad (3.15)$$

és stacionárius, azaz nem időfüggő átlagértékkel bíró RR-intervallumok esetében,

$$sd_2^2 = 2sdRR^2 - \frac{1}{2}sdSD^2. \quad (3.16)$$

3.3.3. Eredmények

A vizsgálatok eredményeit a 3.8., 3.7. és 3.9. táblázatok összegzik aszerint, hogy vérnyomás, RR- vagy baroreflexparaméterről van-e szó.

	Alaphelyzet	Dohányzás után	Szignifikanciaszint
SAP (Hgmm)	118 ± 10	139 ± 15	<0,001
DAP (Hgmm)	72 ± 9	86 ± 11	<0,001
MAP (Hgmm)	87 ± 10	104 ± 13	<0,001
ΔSBP (Hgmm)	11 ± 3	11 ± 3	NSZ

3.7. táblázat. Dohányzás hatása vérnyomásfluktuációkra. Az NSZ jelölés azt jelenti, hogy ott a változás nem szignifikáns

Ahogy a 3.7. táblázatból kiolvasható, mind a szisztolés, mind a diasztolés és a közepes vérnyomásértékek szignifikáns emelkedést mutattak, míg a szisztolés légzési oszcilláció változatlan maradt. Ennek hátterében számos hatás állhat: a dohány több mint 4000 molekulát tartalmaz [63], ezek némelyike érfal-összehúzó [64], vazopresszinfőlszabadulás [65] vagy az endothelfunkcióra [66] gyakorolt közvetlen hatás útján válthat ki vérnyomás-emelkedést.

	Alaphelyzet	Dohányzás után	Szignifikanciaszint
⟨RR⟩ (ms)	754 ± 85	644 ± 55	<0,02
sdRR (ms)	70 ± 24	44 ± 11	<0,02
rmsSD (ms)	43 ± 19	22 ± 13	<0,01
pNN50 (%)	12,5*	1,7*	<0,02
ΔRR (ms)	190 ± 78	112 ± 37	<0,02

3.8. táblázat. Dohányzás hatása az RR-intervallumok fluktuációira. A * jelölés azt jelenti, hogy ott az adatsor mediánja szerepel

A 3.9. táblázatból az látszik, hogy dohányzás hatására mindhárom baroreflexparaméter csökken (bár a légzési amplitúdóhányados változása nem szignifikáns). Ennek egyik lehetséges oka a baroreceptorok aktivitásának változása, azok ugyanis nem közvetlenül a vérnyomásra, hanem az érfal megnyúlására reagálnak, a dohányzás pedig lecsökkenti a közepes és nagy elasztikus artériák tágulékonyságát [67]. A másik lehetséges ok a központi szabályozás változása nikotin hatására, a harmadik lehetőség pedig az, hogy a dohányzási termékek a kardiális-vagális modulációt (a szívfrekvencia vagusidegen keresztül történő modulációját) gátolják. Az utóbbi lehetőséget támasztja alá az a tény is, hogy amint az a 3.8. táblázatból kiolvasható, a cigaretta elszívása után az RR-intervallumok effektív értéke (rmsSD) és a szomszédos ciklusoktól több mint 50 ms-mal eltérő szív ciklusok százalékos aránya (pNN50) szignifikánsan csökkent.

Poincaré-grafikonok ♦ A 3.11. és 3.12. ábrákon az egyes vizsgálati alanyok RR-intervallumait reprezentáló Poincaré-grafikonokat gyűjtöttem össze. A tengelyeken rögzített

	Alaphelyzet	Dohányzás után	Szignifikanciaszint
upBRS (ms/Hgmm)	20 ± 13	9 ± 3	<0,05
downBRS (ms/Hgmm)	12 ± 6	8 ± 2	<0,04
Λ (ms/Hgmm)	23 ± 14	14 ± 3	NSZ

3.9. táblázat. Dohányzás hatása a baroreflexáttételt leíró paraméterekre. Az NSZ jelölés azt jelenti, hogy ott a változás nem szignifikáns

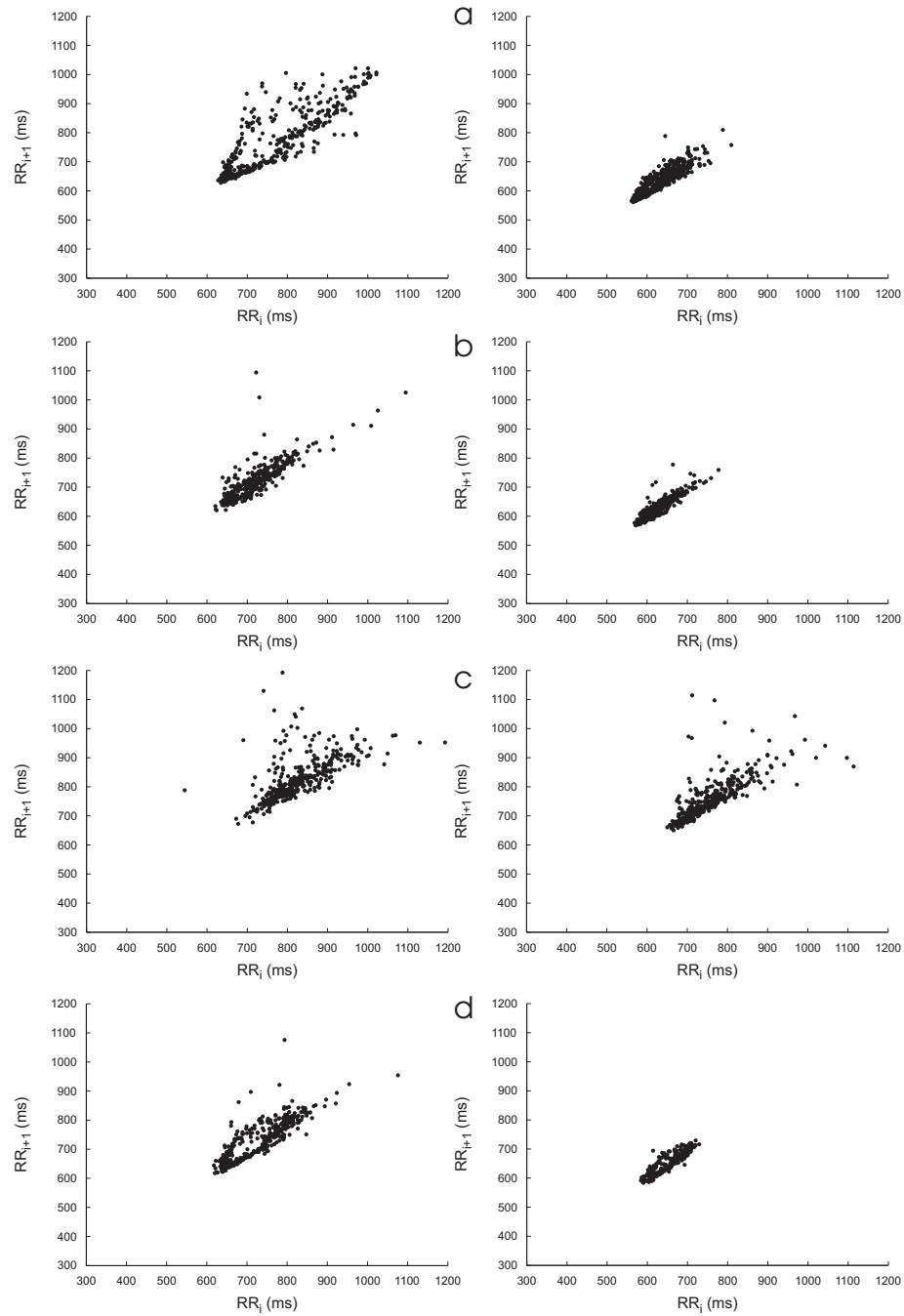
skálát alkalmaztam, hogy az egyes alanyok, illetve a dohányzás előtti és utáni állapotok közti különbségek szemléletesebbek legyenek. Az ábrákon így szemmel is jól látható, mennyire drasztikus beszűkülést idéz elő az RR-intervallumok fluktuációiban egyetlen cigaretta elszívása. Ezt a beszűkülést a Poincaré-grafikon geometriáját leíró paraméterek is igen élesen tükrözik (3.10. táblázat), különösen a rövid távú ingadozásokat reprezentáló sd_1 .

	Alaphelyzet	Dohányzás után
sd_1 (ms)	30,59 ± 12,67	15,70 ± 8,40
sd_2 (ms)	94,30 ± 29,54	60,50 ± 16,03

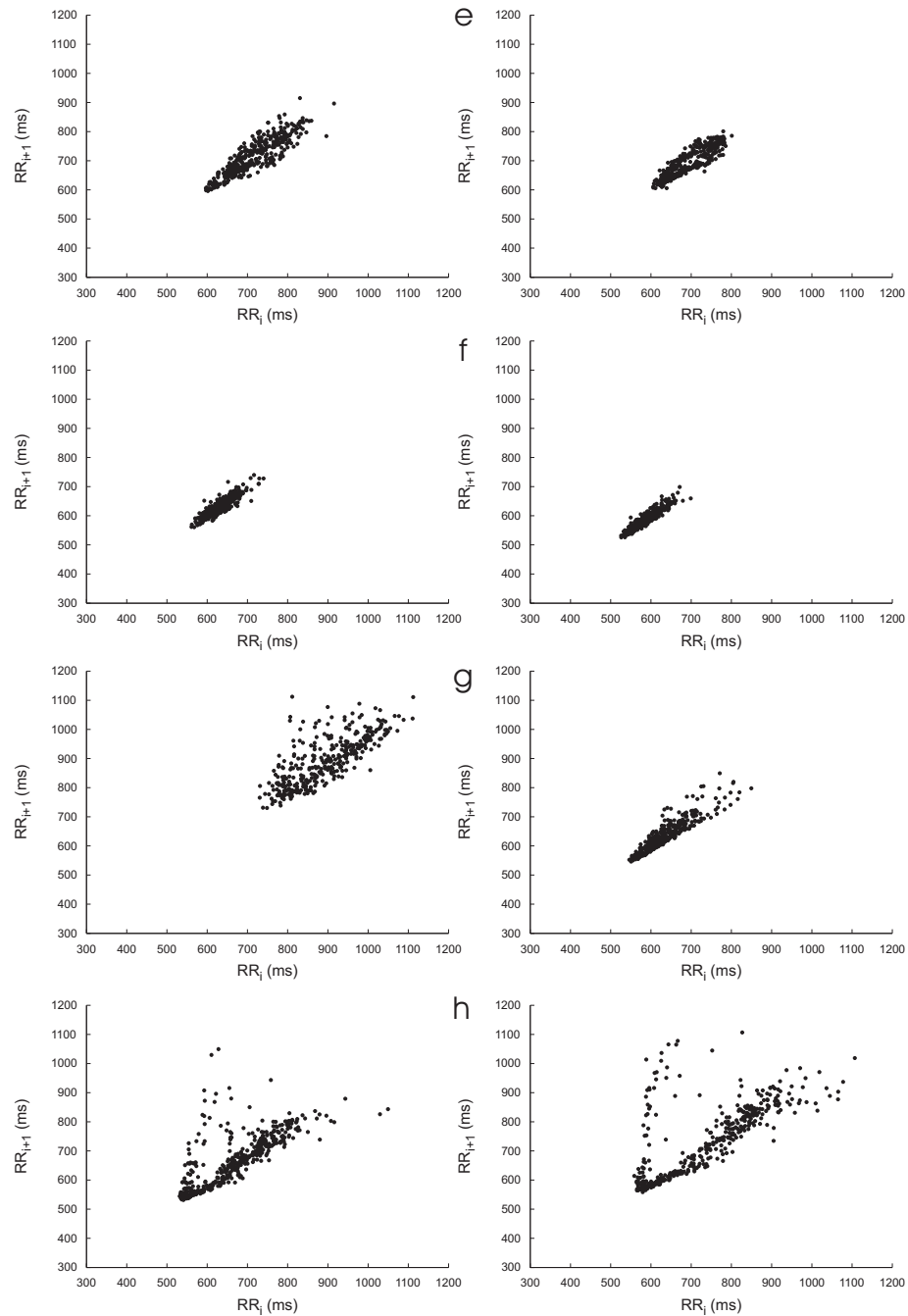
3.10. táblázat. Dohányzás hatása a Poincaré-grafikonok geometriáját leíró paraméterekre

A jobb megfigyelőknek föltűnhet, hogy míg 7 vizsgálati alanyról beszéltem, az ábrákon 8 Poincaré-grafikon szerepel. Ennek magyarázata az, hogy amint az a 3.12. ábra „h” paneljén látszik, a nyolcadik vizsgálati alany szinuszcsonlója rendellenes működésű: a Poincaré-grafikonon a pontok két, merőben eltérő meredekségű egyenes köré rendeződnek, ami arra utal, hogy egy gyorsabb szívritmus tartósan lassabb szív működésű periódusokkal váltakozik. Mivel a vizsgálat egészséges szív működésű alanyokra fókuszált, az alanyt ki kellett hagyni. Az eset a Poincaré-diagramok diagnosztikai hasznára is példa: mindenféle numerikus analízis nélkül, szemléletesen kitűnik belőle az adott rendellenesség.

Összegzés ♦ Egészséges, nemdohányzó önkéntesekben vizsgáltuk a dohányzás azonnal jelentkező kedvezőtlen keringési hatásait. *Az alaphelyzetet és az egy cigaretta elszívása után rögzített fölvételeket összehasonlítva kitűnt, hogy a dohányfüst jelentős vérnyomásemelkedést okoz, miközben a pulzusszám változékonysága és a baroreflexérzékenység radikálisan lecsökken.* Az eredmények alapján a korábban napvilágot látott, krónikus dohányosokra vonatkozó hasonló összefüggések a nemdohányzókra is kiterjeszthetők.



3.11. ábra. Az egyes alanyok Poincaré-grafikonjai dohányzás előtt (bal oldali ábrák) és dohányzás után (jobb oldali ábrák)



3.12. ábra. Az egyes alanyok Poincaré-grafikonjai dohányzás előtt (bal oldali ábrák) és dohányzás után (jobb oldali ábrák)

Összefoglalás

Dolgozatomban egyrészt a sztochasztikus rezonanciával elérhető jel-zaj viszony erősítés lehetőségeit vizsgáltam dinamikai és nemdinamikai rendszerekben, másrészt két olyan orvosi kutatás eredményeit mutattam be, amelyekben a szívritmus- és vérnyomásfluktuációk elemzése az emberi keringés szabályozásának jobb megértését segítette elő. A sztochasztikus rezonanciával kapcsolatos vizsgálatok célja az egynél nagyobb jel-zaj viszony erősítés létezésének kettős potenciálvölgybeli kimutatása, az erősítés mechanizmusának föltérképezése és a színes zajú gerjesztések tanulmányozásának a jel-zaj viszony erősítés területére való kiterjesztése volt, míg az orvosi vizsgálatok, melyekhez numerikus analízissel járultam hozzá, a vérvétel és a dohányzás az emberi keringésre és annak vegetatív szabályozására gyakorolt hatásainak föltárására irányultak. Az alábbiakban pontokba gyűjtve foglalom össze vizsgálataim eredményeit, a pontok végén megjelölve azt a közleményt, ahol az adott eredmény napvilágot látott.

1. Kutatócsoportunk elsőként mutatott ki sztochasztikus rezonancia által kiváltott jel-zaj viszony erősítést a kettős potenciálvölgyben, rációfolva a korábbi eredményekre, amelyek ezt igen valószínűtlennek jósolták. Analóg szimulációk segítségével föltérképeztem, hogyan függ az erősítés az impulzusszerű bemenőjel amplitúdójától és kitöltési tényezőjétől. Megerősítettem, hogy a sztochasztikus rezonancia általi jeljavítás jelensége a nemlineáris átviteli tartományban dominál, és az erősítés az amplitúdó növelésével nő. Megmutattam, hogy az erősítés nagyobb kisebb kitöltési tényezőjű (kisebb impulzusszélességű) jelekre, ami magyarázatot adhat arra is, miért nem vezettek eredményre a szinuszos gerjesztéssel végzett korábbi vizsgálatok. Egyszerű fenomenológiai magyarázatot adtam az erősítés mechanizmusára [T1].
2. Numerikus szimulációk segítségével összevettem a Schmitt-triggerbeli jel-zaj viszony erősítés jellemzőit a kettős potenciálvölgyben tapasztaltakkal. Megmutattam, hogy ebben a nemdinamikai rendszerben nagyobb erősítés érhető el, mint a kettős potenciálvölgyben, és ezen erősítés értéke kevésbé függ a bemenő amplitúdótól. A vizsgálatokból mindazonáltal kitűnt, hogy a Schmitt-triggerben a sztochasztikus rezonanciával elért jeljavítás mechanizmusa nagymértékben hasonló a kettős potenciálvölgybelihez, ami arra enged következtetni, hogy a jeljavításért nem a rendszer dinamikája a felelős [T2].
3. Több oldalról bizonyítottam, hogy indokolt a sztochasztikus rezonancia vizsgálatok a hagyományos jel-zaj viszonyonál gyakorlatiasabb szélessávú jel-zaj viszonyt használni. A jel-zaj viszony elektronikai gyakorlatban szinte kizárólagosan használt értelmezése egyszerű demonstrációval igazolhatóan sokkal valóságosabban tükrözi a jel zajtartalmát, mint a sztochasztikus rezonancia irodalmában elterjedt definíció, ugyanakkor a kettős potenciálvölgyben például szélesebb paramétertartomány esetén ad jel-zaj viszony erősítést, és nem hajlamos arra, hogy színes zajú gerjesztések

esetén kétes valóságtartalmú optimalizációt sugalljon [T1, T3].

4. Numerikus szimulációk útján föltérképeztem egy aszimmetrikus szintmetszésdetektorban és a Schmitt-triggerben a sztochasztikus rezonanciával elérhető jel-zaj viszony erősítés függését a sztochasztikus gerjesztésként alkalmazott $1/f^\kappa$ típusú színes zajok κ spektrális paraméterétől. Megállapítottam, hogy a szélessávú jel-zaj viszony alapján számolt erősítés, az egyes neuronmodellekben talált eredményekkel ellentétben, itt nem mutat semmiféle optimalizációt a spektrális kitevő függvényében: a κ növelésével az erősítés elérhető maximuma csökken, a maximum eléréséhez szükséges zajszórás pedig növekszik. Ugyanakkor a sztochasztikus rezonancia irodalmában elterjedt keskenysávú jel-zaj viszony alapján számolt erősítés viselkedésében határozott nemmonotonitás figyelhető meg: nemzéró spektrális kitevőjű zaj esetében az erősítésnek igen erőteljes maximuma van. Megmutattam, hogy ez a viselkedés nem annyira valós optimalizáció, mint inkább a keskenysávú definíció sajátja, amely nagymértékben függ a jel és a zaj frekvenciaviszonyaitól [T3].
5. A vérvétel során bekövetkező vérvesztésre adott vegetatív idegrendszeri válaszok vizsgálatához elvégzett frekvenciatartománybeli analízissel kimutattam, hogy a vizsgálati alanyok légzési frekvenciája nem változik szignifikánsan a vérvétel után. Ennek a ténynek a jelentősége abban rejlik, hogy a vizsgálat ugyanekkor a vérnyomás-spektrum légzéssel összefüggő, nagyfrekvenciás tartományában a teljesítmény szignifikáns növekedését mutatta ki, és a szívritmus és a vérnyomás légzéssel való összefüggése miatt a vérnyomást szabályozó vegetatív mechanizmusok föltérképezéséhez szükséges ismerni, hogy a légzési frekvencia változott-e közben [T4].
6. A dohányzásnak a szív- és érrendszeri vegetatív szabályzásra való hatását föltáró vizsgálatban RR-paraméterek kiszámításával és a Poincaré-grafikonok elkészítésével segítettem annak kimutatását, hogy egyetlen cigaretta elszívása is szignifikánsan megváltoztatja a vérnyomás- és pulzusszám-variabilitás időtartománybeli paramétereit: miközben a vérnyomás emelkedik, az RR-intervallumok átlaga és szórása, továbbá az egymást követő intervallumok különbségének effektív értéke (rmsSD), és az 50 ms-nál jobban eltérő szomszédos intervallumok arányszáma (pNN50) jelentősen csökken. Jelentősen csökken továbbá a vérnyomás szívritmusra gyakorolt hatásának erősségét jellemző baroreflexérzékenységi paraméterek értéke is. A vizsgálat alapján a korábban krónikus dohányosokon megfigyelt kedvezőtlen hatások a nemdohányzókra és a passzív dohányosokra is kiterjeszthetők [T5].

Summary

In the present thesis, firstly I have examined the possibilities of signal-to-noise ratio gain induced by stochastic resonance in dynamical and non-dynamical systems, and secondly I have reported the results of two medical projects in which the analysis of heart rate and blood pressure fluctuations advanced our our understanding human circulatory regulation. The aim of the enquiries related to stochastic resonance was to demonstrate that in the double well system stochastic resonance can lead to signal-to-noise ratio gains greater than one, to explore the mechanism behind the gain and to incorporate the study of coloured noises as excitations into the field of signal-to-noise ratio gain; while the medical investigations, to which I contributed by carrying out numerical analysis, aimed to show how blood donation and smoking affect human circulation and its autonomic regulation. In what follows, I shall summarise the results of my investigations in points, with a reference, at the end of each point, to the paper wherein the result in question was published.

1. Our research group was the first to demonstrate significant signal-to-noise ratio gain induced by stochastic resonance in the double-well system, contradicting all previous expectations which predicted the opposite. Using analogue simulations, I have explored how the gain depends on the amplitude and duty cycle of the pulsatile input signal. I have reinforced the view that signal improvement by stochastic resonance is strongest in the non-linear transfer range, and the gain increases with the amplitude. I have shown that the gain is greater for signals with smaller duty cycles (smaller pulse widths), which may explain why prior studies with sinusoidal excitations did not succeed in achieving gains greater than one. I have provided a simple phenomenological explanation of the mechanism behind the gain [T1].
2. Using numerical simulations, I have compared the characteristics of the signal improvement by stochastic resonance in the Schmitt trigger to those obtained in the double well. I have shown that greater gain is possible in this non-dynamical system than in the double well and this gain is less dependent on the amplitude of the input signal. The investigations have nevertheless revealed that in the Schmitt trigger the mechanism behind the signal improvement induced by stochastic resonance is highly similar to that in the double well, which suggests that the signal improvement in the latter does not arise from the dynamics of the system [T2].
3. From several different angles I have provided proof that for the purpose of characterising stochastic resonance it is more appropriate to use a wide-band interpretation of the signal-to-noise ratio that is more application-orientated than the classical narrow-band version. As the simplest demonstrations show, this interpretation of the signal-to-noise ratio—being, almost without exception, the one used in practice—reflects the noise content of a signal much more accurately than the definition adopted in the literature on stochastic resonance, while, for example, in the double well it yields

signal-to-noise ratio gains greater than one for a much wider parameter range, and it does not tend to suggest a dubious optimisation effect for coloured excitations [T1, T3].

4. Through my numerical simulations I have explored, in an asymmetric level crossing detector and in the Schmitt trigger, how the signal-to-noise ratio gain induced by stochastic resonance depends on the spectral exponent κ of the $1/f^\kappa$ -type coloured noise applied as stochastic excitation. I have pointed out that the gain based on the wide-band definition of the signal-to-noise ratio, in contrast to the results pertaining to certain neuron models, does not show any optimisation effect in regard to the spectral exponent: with increasing κ the obtainable maximum of the gain decreases, and the standard deviation of the noise required to reach the gain maximum increases. At the same time, the gain based on the narrow-band signal-to-noise definition adopted in the literature on stochastic resonance exhibits a definite non-monotonicity: at a certain non-zero spectral exponent the gain has a distinctive maximum. I have shown that this behaviour is not so much a real optimisation as an effect inherent in the narrow-band definition, which depends on the relative frequencies of the signal and the noise [T3].
5. With a frequency-domain analysis carried out for the purpose of studying autonomic responses to volume loss during blood donation, I have shown that the central breathing frequency of the subjects does not change significantly after blood donation. The importance of this observation lies in the fact that at the same time our study reported a significant rise in power in the respiration-related high-frequency domain of the blood pressure spectrum, and since respiration affects both heart rate and blood pressure signals, we need to monitor the frequency of respiration to explore the autonomic mechanisms regulating blood pressure [T4].
6. In a study aimed at analysing the effects of smoking on cardio-vagal autonomic control, by calculating RR parameters and creating Poincaré plots, I helped to show that smoking a single cigarette can change the time-domain parameters of blood pressure and heart rate variability significantly: while the blood pressure rises, the mean and the standard deviation of RR intervals, the root mean square of the difference of successive intervals (rmsSD) and percentage of the successive intervals more than 50 ms different (pNN50) decrease significantly. Furthermore, the values of the baroreflex parameters reflecting the strength of the effect of blood pressure changes on heart rate also drop considerably. On the basis of this study, the adverse effects of smoking reported in previous studies with chronic smokers as their subjects can be generalised to include non-smokers and passive smokers as well [T5].

Köszönetnyilvánítás

Köszönöm témavezetőmnek, Dr Gingl Zoltánnak a téma kiválasztásában, a kutatás kivitelezésében nyújtott értékes szakmai és emberi segítségét, és köszönöm neki mindazt, amit távolról sem csak a fizika területén tőle tanulhattam. Köszönöm Dr Rudas Lászlónak, hogy az általa vezetett kardiológiai kutatásokban részt vehettem, és köszönöm a szakirodalomban való eligazodáshoz nélkülözhetetlen iránymutatását is.

Köszönetet mondok Dr Szatmári Sándornak, hogy PhD-ösztöndíjam ideje alatt és azután is a Kísérleti Fizikai Tanszéken dolgozhattam. A Kísérleti Fizikai Tanszék minden dolgozójának köszönöm azt a jókedvű és szolidáris légkört, amely az itteni munkát meghatározta.

Dr Kish Lászlónak köszönöm, hogy tanácsaival támogatta munkámat. Köszönöm Dr Kokavecz Jánosnak a dolgozat megírásához adott tanácsait és bátorítását. Köszönet illeti Laczkó Krisztinát és Mártonfi Attilát, hogy a szakterminológiával kapcsolatban fölmerülő helyesírási kérdéseimre készséggel és kimerítő részletességgel válaszoltak, egyúttal elosztva néhány makacs téveszmémet az egybeírás-különírás témakörében.

Legvégül pedig, de távolról sem utolsósorban szüleimnek szeretném megköszönni, hogy elindítottak az ide vezető úton, és minden lehetséges támogatást és bátorítást megadtak, hogy végigmehessek rajta.

Irodalomjegyzék

Az értekezés alapjául szolgáló közlemények

- [T1] GINGL Z – MAKRA P – VAJTAI R: High signal-to-noise ratio gain by stochastic resonance in a double well. *Fluctuation and Noise Letters*, vol 1 (2001) L181–L188. p.
- [T2] MAKRA P – GINGL Z – KISH, L B: Signal-to-noise ratio gain in non-dynamical and dynamical stochastic resonators. *Fluctuation and Noise Letters*, vol 2 (2002) L147–L155. p.
- [T3] MAKRA P – GINGL Z – FÜLEI T: Signal-to-noise ratio gain in stochastic resonators driven by coloured noises. *Physics Letters A*, vol 317 (2003) 228–232. p.
- [T4] ZÖLLEI É – PAPRIKA D – MAKRA P – GINGL Z – VEZENDI K – RUDAS L: Human autonomic responses to blood donation. *Autonomic Neuroscience: Basic and Clinical*, vol 110 (2004) 114–120. p.
- [T5] HALMAI L – RUDAS M – MAKRA P – GINGL Z – RUDAS L: A dohányzás azonnali hatása a kardiovaszkuláris autonóm regulációra. *Cardiologia Hungarica*, vol 33 (2003) 110–116. p.

Fölhasznált irodalom

- [1] SIMONYI KÁROLY: *A fizika kultúrtörténete*. Budapest, 1998, Akadémiai Kiadó.
- [2] EINSTEIN, A – PODOLSKY, B – ROSEN, N: Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Physical Review*, vol 47 (1935) 777–780. p.
- [3] BELL, J S: On the Einstein–Podolsky–Rosen paradox. *Physics*, vol 1 (1964) 195–200. p.
- [4] ASPECT, A – DALIBARD, J – ROGER, G: Experimental test of Bell’s inequalities using time-varying analyzers. *Physical Review Letters*, vol 49 (1982) 1804–1807. p.
- [5] BENZI, R – SUTERA, A – VULPIANI, A: The mechanism of stochastic resonance. *Journal of Physics A*, vol 14 (1981) L453–L457. p.
- [6] BENZI, R *Éal*: Stochastic resonance in climatic change. *Tellus*, vol 34 (1982) 10–16. p.
- [7] FAUVE, S – HESLOT, F: Stochastic resonance in a bistable system. *Physics Letters*, vol 97A (1983) 5–7. p.
- [8] MCNAMARA, B – WIESENFELD, K – ROY, R: Observation of stochastic resonance in a ring laser. *Physical Review Letters*, vol 60 (1988) 2626–2629. p.

- [9] LONGTIN, A: Stochastic resonance in neuron models. *Journal of Statistical Physics*, vol 70 (1993) 309–327. p.
- [10] RUSSELL, D F – WILKENS, L A – MOSS, F: Use of behavioural stochastic resonance by paddle fish for feeding. *Nature*, vol 402 (1999) 291–294. p.
- [11] HIDAKA, I – NOZAKI, D – YAMAMOTO, Y: Functional stochastic resonance in the human brain: noise induced sensitization of baroreflex system. *Physical Review Letters*, vol 85 (2000) 3740–3743. p.
- [12] NOZAKI, D *Éal*: Effects of colored noise on stochastic resonance in sensory neurons. *Physical Review Letters*, vol 82 (1999) 2402–2405. p.
- [13] NOZAKI, D – COLLINS, J J – YAMAMOTO, Y: Mechanism of stochastic resonance enhancement in neuronal models driven by $1/f$ noise. *Physical Review E*, vol 60 (1999) 4637–4644. p.
- [14] RÉNYI ALFRÉD: *Valószínűségszámítás*. Budapest, 1981, Tankönyvkiadó.
- [15] PRÉKOPA ANDRÁS: *Valószínűségelmélet*. Budapest, 1974, Műszaki Könyvkiadó.
- [16] KORN, GRANINO A – KORN, THERESA M: *Matematikai kézikönyv műszakiaknak*. Budapest, 1975, Műszaki Könyvkiadó.
- [17] SCHNELL LÁSZLÓ (FŐSZERK.): *Jelek és rendszerek mérés technikája*. Budapest, 1985, Műszaki Könyvkiadó.
- [18] DAVIES, BRIAN: *Integráltranszformációk és alkalmazásaik*. Budapest, 1983, Műszaki Könyvkiadó.
- [19] MAES, H E – USMANI, S H: $1/f$ noise in thin oxide p-channel metal–nitride–oxide–silicon transistors. *Journal of Applied Physics*, vol 54 (1983) 1937–1949. p.
- [20] GARFUNKEL, G A – WEISSMAN, M B: $1/f$ noise and the field effect in gated resistors. *Journal of Applied Physics*, vol 57 (1985) 634–636. p.
- [21] KISS L B – SVEDLINDH, P: Noise in high T_c superconductors. *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol 41 (1994) 2112–2122. p.
- [22] FRONEN, R J – VANDAMME, L K J: Low-frequency intensity noise in semiconductor lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol 24 (1988) 724–736. p.
- [23] FRONEN, R J: Facet reflectivity and low-frequency noise in the light output of LED and superradiant diodes. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol 25 (1989) 1653–1658. p.
- [24] NOLAN, P L *Éal*: Rapid variability of 10–140 keV X-rays from Cygnus X-1. *Astrophysical Journal*, vol 246 (1981) 494–501. p.
- [25] MUSHA, T – HIGUCHI, H: The $1/f$ fluctuation of a traffic current on an expressway. *Japanese Journal of Applied Physics*, vol 15 (1976) 1271–1275. p.
- [26] VOSS, R F – CLARKE, J: '1/f noise' in music and speech. *Nature*, vol 258 (1975) 317–318. p.

- [27] MÉSZÁROS ÁGNES: *Mintavételezéses mérés és spektrális analízis*. Szakdolgozat (JATE TTK). Szeged, 1998.
- [28] NATIONAL SEMICONDUCTOR. *An introduction to the sampling theorem*. Application note 236, 1980. http://www.national.com/apnotes/apnotes_all_1.html.
- [29] MINGESZ RÓBERT: *Az 1/f-zaj szintmetzési tulajdonságainak vizsgálata*. Diplomamunka (SZTE TTK). Szeged, 2002.
- [30] HESSELMANN, NORBERT: *Digitális jelfeldolgozás*. Budapest, 1985, Műszaki Könyvkiadó.
- [31] DYKMAN, M I *Éal*: Stochastic resonance in perspective. *Il Nuovo Cimento*, vol 17 D (1995) 661–683. p.
- [32] GAMMAITONI, L *Éal*: Stochastic resonance. *Reviews of Modern Physics*, vol 70 (1998) 223–287. p.
- [33] JUNG, P: Threshold devices – fractal noise and neural talk. *Physical Review E*, vol 50 (1994) 2513–2522. p.
- [34] GINGL Z – KISS L B – MOSS, F: Experiments with white and arbitrarily coloured noise. *Europhysics Letters*, vol 29 (1995) 191–196. p.
- [35] GAMMAITONI, L: Stochastic resonance and the dithering effect in threshold physical systems. *Physical Review E*, vol 52 (1995) 4691–4698. p.
- [36] MCNAMARA, B – WIESENFELD, K: Theory of stochastic resonance. *Physical Review A*, vol 39 (1989) 4854–4869. p.
- [37] LANDAU, L D – LIFSIC, E M: *Elméleti fizika*. V/1. köt. *Statisztikus fizika*. Budapest, 1981, Tankönyvkiadó.
- [38] GAMMAITONI, L *Éal*: Periodically time-modulated bistable systems: stochastic resonance. *Physical Review A*, vol 40 (1989) 2114–2119. p.
- [39] HÄNGGI, P *Éal*: Can colored noise improve stochastic resonance? *Journal of Statistical Physics*, vol 70 (1993) 25–47. p.
- [40] NOZAKI, D – YAMAMOTO, Y: Enhancement of stochastic resonance in a FitzHugh–Nagumo neuronal model driven by colored noise. *Physics Letters A*, vol 243 (1998) 281–287. p.
- [41] GONG, D – HU, G: Experimental study of the signal-to-noise ratio of stochastic resonance systems. *Physical Review A*, vol 46 (1992) 3243–3249. p.
- [42] GONG, D *Éal*: Erratum: Experimental study of the signal-to-noise ratio of stochastic resonance systems. *Physical Review E*, vol 48 (1993) 4862. p.
- [43] KISS L B: Possible breakthrough: significant improvement of signal-to-noise ratio by stochastic resonance. In Katz, R (ed): *Chaotic, Fractal and Nonlinear Signal Processing*, vol 375. Mystic (Connecticut, USA), 1996, American Institute of Physics Press, 382–396 p.
- [44] LÓRINCZ K – GINGL Z – KISS L B: A stochastic resonator is able to greatly improve signal-to-noise ratio. *Physics Letters A*, vol 224 (1996) 63–67. p.

- [45] CHAPEAU-BLONDEAU, F: Input-output gains for signal in noise in stochastic resonance. *Physics Letters A*, vol 232 (1997) 41–48. p.
- [46] GINGL Z – VAJTAI R – KISS L B: Signal-to-noise ratio gain by stochastic resonance in a bistable system. *Chaos, Solitons and Fractals*, vol 11 (2000) 1929–1932. p.
- [47] HÄNGGI, P *Éal*: Nonlinear stochastic resonance: The saga of anomalous output-input gain. *Physical Review E*, vol 62 (2000) 6155–6163. p.
- [48] LIU, F – YU, Y – WANG, W: Signal-to-noise ratio gain in neuronal systems. *Physical Review E*, vol 63 (2001) 051912-1–051912-4. p.
- [49] FONYÓ ATTILA: *Az orvosi élettan tankönyve*. Budapest, 2004, Medicina.
- [50] TIETZE, U – SCHENK, CH: *Analóg és digitális áramkörök*. Budapest, 1993, Műszaki Könyvkiadó.
- [51] KARDOS L – GINGL Z: A szisztémás vérnyomás- és pulzusvariabilitás folyamatos, neminvaszív, on-line vizsgálata emberben. *Cardiologia Hungarica*, vol 2 (1994) 39–51. p.
- [52] DR RUDAS LÁSZLÓ: *A pulzusszám autonóm regulációjának vizsgálata s annak szerepe a haemodinamikai adaptációban*. Doktori értekezés (SZTE). Szeged, 2001.
- [53] BRENNAN, M – PALANISWAMI, M – KAMEN, P: Do existing measures of Poincaré plot geometry reflect nonlinear features of heart rate variability? *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol 48 (2001) 1342–1347. p.
- [54] COPIE, X *Éal*: Correlation between time-domain measures of heart rate variability and scatterplots in postinfarction patients. *Pacing and Clinical Electrophysiology*, vol 19 (1996) 342–347. p.
- [55] CASTIGLIONI, P – DI RIENZO, M: On the evaluation of heart rate spectra: the Lomb periodogram. *IEEE Computers in Cardiology* (1996) 505–508. p.
- [56] ECKBERG, D L: Sympathovagal balance – A critical appraisal. *Circulation*, vol 96 (1997) 3224–3232. p.
- [57] JOKKEL G – BONYHAY I – KOLLAI M: Heart-rate-variability after complete autonomic blockade in man. *Journal of the Autonomic Nervous System*, vol 51 (1995) 85–89. p.
- [58] GINGL Z – RUDAS L – MAKRA P: Signal processing problems of neurocardiological fluctuations. In Reggiani, L *Éal* (eds): *AIP Conference Proceedings Vol 800: Proceedings of the Fourth International Conference on Unsolved Problems of Noise*. Melville 2005, American Institute of Physics Press, 293–298 p.
- [59] KARDOS A *Éal*: Új, noninvaszív vérnyomásmérő jelentősége a neurokardiológiai vizsgálatokban. *Lege Artis Medicinæ*, vol 5 (1995) 2–9. p.
- [60] WATTERICH G *Éal*: A spontán baroreflex szenzitivitás vizsgálatának technikája. *Cardiologia Hungarica*, vol 27 (1998) 51–56. p.
- [61] ZÖLLEI É *Éal*: Comparison between different non-invasive indices of baroreflex gain. *Cardiologia Hungarica*, vol 6 (1999) 269–272. p.

- [62] PAGANI, M *Et al*: Changes in autonomic regulation induced by physical training in mild hypertension. *Hypertension*, vol 12 (1988) 600–610. p.
- [63] GERHARDT, U *Et al*: Acute and persistent effects of smoking on the baroreceptor function. *Journal of Autonomic Pharmacology*, vol 18 (1999) 105–108. p.
- [64] CRYER, P E *Et al*: Norepinephrine and epinephrine release and adrenergic mediation of smoking-associated hemodynamic and metabolic events. *New England Journal of Medicine*, vol 295 (1976) 573–577. p.
- [65] WAEBER, B *Et al*: Skin blood flow reduction induced by cigarette smoking: role of vasopressin. *American Journal of Physiology: Heart and Circulatory Physiology*, vol 247 (1984) H895–H901. p.
- [66] CELERMAJER, D S *Et al*: Cigarette smoking is associated with dose-related and potentially reversible impairment of endothelium-dependent dilation in healthy young adults. *Circulation*, vol 88 (1993) 2149–2155. p.
- [67] FAILLA, M *Et al*: Effects of cigarette smoking on carotid and radial artery distensibility. *Journal of Hypertension*, vol 15 (1997) 1659–1664. p.