Kétdimenziós modellek kritikus viselkedése Inhomogén perturbációk esetén

PhD tézisek

Bagaméry Farkas Ádám

Témavezető: Prof. Dr. Iglói Ferenc
Prof. Dr. Loïc Turban

Szegedi Tudományegyetem
Elméleti Fizika Tanszék
2006

Előzmények, vizsgálati módszer

A fizika minden területén a homogén rendszerek egyszerű tulajdonsággal bírnak, emiatt sajátos szerepet töltenek be. Ugyanakkor a valós rendszerekben valamilyen mértékben megjelenik az inhomogenitás. Szokásos példa erre a kristályokban megfigyelhető atomi szennyeződések, valamint a rácshibák. A valós rendszerek ezen tulajdonsága indította el a rendezetlenséget tartalmazó modellek vizsgálatát.

A rendezetlen rendszereken belül nagy hangsúly helyeződik a fázisátalakulással bíró modellekre. Ezen rendszereknél elsősorban azt a kérdéskört járják körül, hogy a homogén rendszerhez képest milyen mértékben változik meg a modell viselkedése inhomogén perturbációk hatására. Előfordulhat, hogy a fázisátalakulási pont megszűnik, vagy a fázisátalakulás rendje megváltozik. A rendezetlenség számos esetben megváltoztatja a modell kritikus viselkedését meghatározó univerzális osztályt.

Harris fogalmazott meg először hígított Ising modellre egy heurisztikus kritériumot a rendezetlenség stabilitására vonatkozólag. A rendezetlenség releváns voltát a megfelelő tiszta rendszer fajhőjének exponensével hozta kapcsolatba. Gondolatmenetét azóta számos, folytonos fázisátalakulással bíró modell különböző típusú rendezetlenségére általánosították. Ezen eredmények nyomán intenzív numerikus és analitikus vizsgálatok kezdődtek meg az egyes véletlen modellek univerzális osztályainak vizsgálatára.

Az inhomogenitásra talán az egyik legegyszerűbb példa a szabad határfelület. Ezt a homogén rendszerből úgy kaphatjuk meg, hogy végtelen sok kötést kettévágunk. Egy sík mentén elhelyezkedő felület hatását a tömbi fázisátalakulásra először a kétdimenziós Ising modellnél vizsgálták. Megállapították, hogy a felülethez kapcsolódó kritikus exponensek értékei különböznek a rendszer belsejében megfigyelhető tömbi értékektől.

Egy altéren végighúzódó véletlen tér is inhomogenitást eredményez. A rendszer belsejében ez többnyire releváns perturbációt okoz, ahogy az a kétdimenziós Ising modell esetén ismert. Új fixpont jelenik meg, amely felületi jellegű, hiszen a véletlen tér szétrombolja a lokális rendet, és ezáltal a rendszer belsejében végrehajtott effektív vágást jelent. Másfelől a véletlen tér nemcsak a rendszer belsejében, hanem a felületen is jelentkezhet. Ekkor a perturbáció releváns voltát a tiszta rendszerhez tartozó lokális rendparaméter korrelációs függvényének felülettel párhuzamos kritikus exponense határozza meg.

A kötésekben meglévő perturbáció is eredményezheti, hogy a rendezetlen rendszer kritikus viselkedése eltér a tiszta rendszerétől. Ekkor többnyire feltételezik, hogy az adott problémát leíró paraméterek független azonos eloszlású véletlen változók, melyek között nincs korreláció. Ugyanakkor léteznek olyan rendszerek, ahol a véletlen változók között fellépő korrelációk megváltoztatják a korrelálatlan rendezetlenséghez képest a fázisátalakulás univerzális osztályát.

Az előbbiekhez képest másfajta rendezetlenséggel van dolgunk, ha két különböző tömbi illetve felületi kritikus tulajdonsággal bíró modell összekapcsolásakor kialakuló határfelületet vizsgálunk. Amennyiben a két alrendszer kritikus hőmérséklete lényegesen különbözik egymástól, akkor a határon a fázisátalakulás felületi jellegű. Ugyanakkor az ilyen fajta inhomogenitás hatására kialakuló lokális viselkedés eléggé összetett lehet, ha a két alrendszer kritikus hőmérséklete megegyezik, vagy csak kismértékben tér el egymástól. Ebben az esetben a határfelület viselkedését a két különböző univerzális osztályba tartozó alrendszer közötti kölcsönhatás vagy versengés határozza meg.

Jelen dolgozatban a fent említett inhomogenitásokat tanulmányoztuk kétdimenziós modellek esetén. A Harris kritériumot használtuk a perturbáció releváns voltának megmutatására. Az analitikus eredményeket kiterjedt Monte Carlo szimulációkkal igazoltuk.

Véletlen felületi tér esetén a kritikus hőmérséklet alatti tartományban a Metropolis algoritmust használtuk. A legnagyobb általunk vizsgált rendszer lineáris mérete 1000, míg a rendezetlenség jellemző minta száma néhány ezer volt. A kritikus pontban a Swendsen-Wang klaszter algoritmus segítségével kerültük el a kritikus lelassulást.

A kötésekbe bevezetett rendezetlenség esetén a modell tulajdonságait a Wolff algoritmus segítségével analizáltuk. A kritikus pontban adott fizikai mennyiség rendszerm érettől függő értékét mértük a rendezetlenség különböző erőssége mellett. A legnagyobb rendszerméret 116×116, ugyanakkor a vizsgált minták száma tízezer körüli volt. A modell konform invarianciájának tanulmányozása során Swendsen-Wang algoritmust használtuk a rögzített határfeltétel miatt. Az egész mérés során több mint 60 ezer óra CPU időt használtunk fel.

Két rendszer összekapcsolásánál kialakuló határfelület kritikus viselkedését az átlagtér elmélet segítségével tárgyaltuk. A két alrendszer összekapcsolása az extrapolációs hosszon keresztül történt. Az eredmények numerikus vizsgálata során újra a Swendsen-Wang algoritmus használtuk. A határfelülethez kapcsolódó energiát a klaszterek átfordításának elfogadási arányába építettük bele.

Eredmények

A/1. A kétdimenziós Ising modell szabad határfelületéhez zérus várható értékkel rendelkező véletlen felületi teret kapcsoltunk. Ezen marginálisan irreleváns perturbáció esetén meghatároztuk a felületi mágnesezettség kritikus exponensének vezető logaritmikus korrekciókat is tartalmazó alakját. Hőmérsékletfüggő effektív felületi exponens bevezetésével széles körű Monte Carlo szimulációkon keresztül tanulmányoztuk az elméleti becslést. A különböző erősségű felületi terek esetén többféleképpen is kimutattuk a vezető logaritmikus korrekciót [1].

A/2. A fenti modellt a kritikus pontjában is megvizsgáltuk. A mágnesezettségi profil kezdeti növekedést meghatározó effektív felületi exponens függ a véges rendszer méretétől. Kihasználva a korrelációs hossz és a redukált hőmérséklet között fennálló kapcsolatot a kritikus pontban adott mérethez tartozó felületi exponensből adott hőmérséklethez tartozó effektív felületi mágnesezettségi exponenshez jutunk. Az ily módon nyert eredményeink jól illeszkednek az elméleti úton meghatározott görbére [1].

B/1. Kéttengelyű korrelált rendezetlenséggel bíró Ising modellt vizsgáltuk. A paraméterezésünk következményeképpen a rendszer önduális maradt. A modell egzaktul meghatározható kritikus pontjában különböző fizikai mennyiségek véges méret skálázását analizálva meghatároztuk azok kritikus exponenseit. Mérési adataink konzisztensek voltak, így a skálatörvények segítségével kifejeztük a modell számos kritikus exponensét [2].

B/2. A kéttengelyű korrelált rendezetlenséggel rendelkező Ising modell konform invarianciáját tanulmányoztuk. A kritikus pontban mért energia profilból a Schwarz-Christoffel transzformáció segítségével meghatároztuk az energiasűrűség skálázási dimenzióját. Az így kapott érték összhangban volt a véges méret skálázás során kapott eredménnyel. Hasonló megállapításra jutottunk a mágnesezettségi profil vizsgálatakor [2].

C/1. Végezetül két, másodrendű fázisátalakulással bíró modell összekapcsolásánál kialakuló határfelület kritikus viselkedését tanulmányoztuk. Feltételeztük, hogy az alrendszerek belsejében ugyanazon hőmérsékleten jelenik meg a rend, ám eltérő univerzális osztályba tartoznak. A határfelületen a kötések erősségét változtatva a rendparaméter profilját vizsgáltuk a kritikus pont közelében. Az átlagtér elmélet segítségével részletesen tárgyaltuk a problémát, mely során három, lényegesen különböző kritikus viselkedés adódott [3].

C/2. Az analitikus úton nyert eredményeket felhasználtuk a fenomenológiai skálázásnál. A határfelület fázis átalakulásához tartozó mágnesezettségi exponenst a két félvégtelen alrendszer tömbi és felületi exponenseinek segítségével fejeztük ki. A profil simaságára is megfogalmaztunk feltételeket. Az elméleti eredményeinket Monte Carlo szimulációk segítségével ellenőriztük. Vizsgálatainkhoz a kétdimenziós Ising, Potts és Baxter-Wu modell használtuk. A szimulációs eredmények összhangban álltak az analitikus elvárásokkal [3].

Tudományos közlemények jegyzéke

[1] M. Pleimling, F. Á. Bagaméry, L. Turban, F. Iglói, *Logarithmic corrections in two-dimensional Ising model in a random surface field*, J. Phys. A: Math. Gen. **34**, 8801-8809 (2004).

[2] F. Á. Bagaméry, L. Turban, F. Iglói, *Two-dimensional Ising model with self-dual biaxially correlated disorder*, Phys. Rev. B **72**, 094202 (2005).

[3] F. Á. Bagaméry, L. Turban, F. Iglói, *Critical behavior at the interface between two systems belonging to different universality classes*, Phys. Rev. B **73**, 144419 (2006).