

SZILICIUM ÉS GERMÁNIUM KRISTÁLYOK NÉHÁNY ELEKTROMOS
TULAJDONSÁGÁNAK MEGHATÁROZÁSA

Doktori értekezés

Gyulai József
tudományos
segédmunkatárs

Szeged, 1960



Diss.

B 183



SZILICIUM ÉS GERMÁNIUM KRISTÁLYOK Néhány elektromos tulajdonságának meghatározása

A félvezetőkön végzett elektromos, mágneses és fotoelektromos mérések célja talán legtöbb esetben az adott félvezető jellemző – rendszerint vezetési mechanizmusáról számot adó – adatainak meghatározása. Ilyen jellemző adatnak elsősorban a következők tekinthetők [1, 163.o.]:

- a) a kristály tiltott sávjának szélessége ($\Delta\epsilon$),
- b) a szennyezési nivóknak a megfelelő sávoktól mért energetikai távolsága ($\Delta\epsilon_{A1}, \dots, \Delta\epsilon_{D1}, \dots$),
- c) a szabad töltéshordozók koncentrációi (n , ill. p), ezek
- d) haladási mozgékonytsága (μ_n, μ_p),¹⁾
- e) HALL-mozgékonytsága (μ_H),
- f) a kisebbségi töltéshordozók átlagos élettartama (τ_n, τ_p),
- g) diffúziós együtthatója (D_n, D_p),
- h) szabad uthossza (L_n, L_p),
- i) a szennyezések koncentrációi ($N_{A1}, \dots, N_{D1}, \dots$),
- j) a tiltott sáv szélességének hőmérsékletfüggése ($\Delta\epsilon = \Delta\epsilon(T)$),
- k) a töltéshordozók felületi élettartamára jellemző – a megfelelő diffúziós probléma határfeltétele segítségével definiált – felületi rekombinációs sebesség (s , lásd II.fej.3.pont).

E mennyiségek meghatározására igen sok módszer ismeretes. Ezek egyrésze az elektromos, másrésze a magneto-elektromos vagy termo-elektromos, stb. hatásokat használja fel a mikrojellemzők

¹⁾ A szövegben pontosan nem definiált mennyiségek meghatározásai a jelölések jegyzékében találhatók meg.

mérésére (a "mikrojellemző" elnevezés az említett jellemző adatok összefoglaló elnevezéseként használatos). Igen elterjedtek - egyszerűségük miatt - a fotoelektromos hatáson alapuló eljárások is [1]. E mérések, elvi szempontból, azokra a kvantitatív összefüggésekre épülnek, amelyek a makroszkóposan mérhető adatok és a kristály mikrojellemzői közötti kapcsolatot fejezik ki. Ennek megfelelően $\Delta\epsilon$ számítható például az elektromos vezetőképesség vagy a HALL-együttható hőmérsékletfüggéséből, a hőmérsékletfüggés kifejezésében fellépő $e^{\Delta\epsilon/kT}$ tényezőre való tekintettel. A sajátvezetéshez tartozó töltéshordozó-koncentráció (n_i, p_i ; $n_i = p_i$) könnyen számítható akár szintén vezetőképesség- vagy HALL-mérésekből, akár pedig a termoelektromos effektus kiértékeléséből. A $\Delta\epsilon(T)$ függvény alakja legkönnyebben talán a differenciális termoelektromotoros erő, röviden termoerő (φ_{ab}) hőmérsékletfüggéséből határozható meg. A töltéshordozók koncentrációja, tiszta vezetési típus esetén ismét HALL-mérésekből adódik. Mozgékony- és élettartam-mérések céljaira vagy az elektromos impulzusoknak kristályban való terjedése sajátosságait, vagy pedig a fotoelektromos hatást használják fel. A felületi rekombinációs sebesség is meghatározható mind fotoelektromos, mind impulzus-technikát alkalmazó mérések segítségével. Az ilyen jellegű mérések ma már igen elterjedtek, s felhasználásuk kutatásoknál és ipari méretű vizsgálatoknál egyaránt mindennaposnak mondható.

E munka célja két olyan mérési eljárás kidolgozása és bemutatása, amelyek közül az egyik a legbonyolultabb vezetési típusnál, az ugynevezett vegyes vezetésknél (n és p összemérhető nagyságrendű) teszi lehetővé mind az n -, mind a p -típusú töltéshordozók koncentrációjának, haladási és HALL-mozgékonyságának ($n, p, \mu_n, \mu_p, \mu_H$) meghatározását elektromos, magneto- és termoelektromos mérések alapján, a másik pedig fotoelektromos módszer az n -, ill. p -típusú kristályokban keltett kisebbségi töltéshordozók öt karakterisztikus adatának, pontosabban, élettartamának, diffúziós együtthatójának, szabad uthosszának, mozgékonyságának és felületi rekombinációs sebességének ($\tau_n, D_n, L_n, \mu_n, s$, ill. $\tau_p, D_p, L_p, \mu_p, s$) meghatározására.

I. Az n , p , μ_n , μ_p , illetve μ_H mérése vegyes típusu félvezetők esetén vezetőképesség-, HALL-feszültség-, transzverzális mágneses ellenállásváltozás- és termoerő-mérés alapján.

1. Előzetes megjegyzések.

A módszer azokra az összefüggésekre épül, amelyek a vezetőképességet, a HALL-együtthatót, a transzverzális mágneses térben mutatkozó relatív ellenállásváltozást – rövidebben: transzverzális mágneses ellenállásváltozást – és a hőmérsékletgradiens következtében fellépő termoerőt a töltéshordozók koncentrációival és mozgékonyaságaival kapcsolják össze [2]. E négy összefüggés segítségével lehetőség nyílik az öt mikrojellemzőadott hőmérséklethez tartozó értékének meghatározására még az igen bonyolult viszonyokat jelentő vegyes típusu vezetés esetében is.

Az eljárás alapját képező, a következő pontokban levezetendő, ismert összefüggések a 2. pontban nyernek felhasználást, amikor is a módszer lényegének matematikai megfogalmazására kerül sor.

a) A vezetőképesség és n , p , μ_n , μ_p kapcsolata.

Az áramsűrűség vegyes típusu, nem-degenerált félvezetőben az

$$i = ne \omega_n + pe \omega_p ,$$

ill. μ_n és μ_p definíciója alapján az

$$i = e(n \mu_n + p \mu_p) \mathcal{E}$$

Összefüggéssel adható meg. Összehasonlítva ezt a differenciális OHM-törvénnyel ($i = \sigma \mathcal{E}$), a vezetőképességre a következőt nyerjük [II, 27.o.]:

$$\sigma = e(n \mu_n + p \mu_p) . \quad (1)$$

Ez az összefüggés egyszerűsödik tiszta n-tipusu ($n \gg p$), ill. p-tipusu ($n \ll p$) kristályok esetében:

$$\sigma_n = e n \mu_n , \text{ ill. } \sigma_p = e p \mu_p .$$

Az egyik felhasználandó összefüggés a vezetőképességet a mikrojellemzőkkel összekapcsoló (1) egyenlet.

b) A HALL-együttható visszavezetése a mikrojellemzőkre.

A HALL-együtthatónak a kívánt visszavezetése, vegyes típusu félvezetés esetében, feltételezi az egyszerűbb, tiszta típusu vezetésnél fellépő viszonyok ismeretét.

Rögzítsük mindenekelőtt azokat a fizikai és geometriai viszonyokat, amelyekre a következő megfontolások vonatkoznak:

A nem-degenerált, hasábalaku félvezető egyik csucsában összefutó élei képezzék a vonatkoztatási rendszer tengelyeit, közülük a leghosszabb él essék össze az x-tengellyel, s a külső elektromos tér legyen x-irányú ($\mathcal{E} = (E_x, 0, 0)$). A kristály z-irányu mérete legyen M. A mágneses tér pozitív z-irányba mutasson ($\mathcal{L} = (0, 0, B_z)$). Folyjék a preparátumon keresztül I e-

rősségű áram (i áramsűrűség). Ekkor az y -irányu másodlagos feszültség:

$$\Delta V = 10^{-8} R B_z I/W ,$$

ahol R a HALL-együttható. (A 10^{-8} -os tényező az egységrendszer következtében lép fel.) Ez a kifejezés általánosan érvényes, s a fémek HALL-effektusával kapcsolatosan már régen ismeretes. Félvezetők esetében e kifejezés differenciális megfelelője nyer alkalmazást, mivel ez a kristály mikrojellemzőinek egy részét is tartalmazza.

Rátérve tehát először a tiszta típusu félvezetőkre, jelölje θ_n (p-típusu vezetőkre a meggondolás teljesen azonos) az n-típusu félvezetőben az eredő $\mathcal{E} = (E_x, E_y, 0)$ térerősség és az E_x által bezárt szöget (HALL-szög). Az elektronokra ható LORENTZ-erő alapján

$$\theta_n \approx \operatorname{tg} \theta_n = E_y/E_x = \frac{-[\omega_n \mathcal{L}]}{\omega_n / \mu_n} = - \mu_n B_z .$$

Ezzel

$$\begin{aligned} E_y &= \theta_n E_x = (- \mu_n / \sigma) |i| B_z \\ &= (- \frac{1}{n e}) |i| B_z \equiv R |i| B_z , \end{aligned}$$

azaz

$$R = - \frac{1}{n e} .$$

Defektelektronokra, a LORENTZ-erő kifejezésében fellépő előjel-váltás miatt a HALL-együtthatóra a következőt nyerjük:

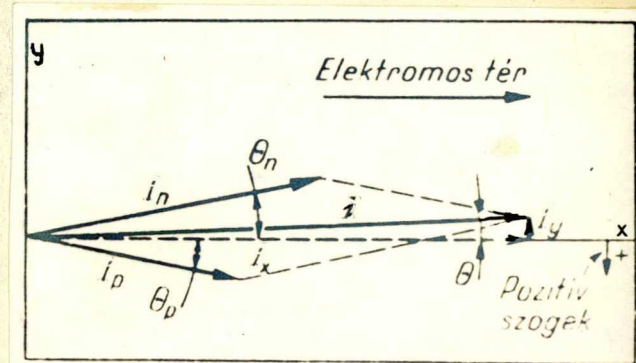
$$R = \frac{1}{p e} .$$

(Hogy ez az R azonos a makroszkópos HALL-együtthatóval, még bizonyításra szorul. E bizonyítás azonban könnyen adódik az előző formulában előforduló differenciális mennyiségek kiküszöbölése révén.)

Az előzők alapján fennáll, $|i| = \sigma E_x$ felhasználásával, a következő:

$$R = \frac{\theta}{\sigma B_z} .$$

A vegyes típusu félvezetők esetére vonatkozó általánosítás-hoz az 1. ábra nyújt segítséget. A térerősségek helyett - célszerűségi okokból - a velük egyirányú áramok szerepelnek az ábrán. A vegyes típusu félvezető HALL-szöge eszerint



$$\theta \approx \tan \theta = - i_y / i_x .$$

1. ábra

Az i_x -re vonatkozó számításnál feltéve, hogy $\cos \theta_n = \cos \theta_p \approx 1$, ill. i_y kiszámítása során a $\sin \theta_n \approx \theta_n$, $\sin \theta_p \approx \theta_p$ közelítésre szorítkozva, e két áram kifejezése:

$$i_x = i_n + i_p = \sigma E_x = e (n \mu_n + p \mu_p) E_x ,$$

$$i_y = -(i_n \theta_n + i_p \theta_p) = -(n e \mu_n E_x)(-\mu_n B_z) + (p e \mu_p E_x)(\mu_p B_z) .$$

Ezek segítségével a HALL-szög:

$$\theta = B_z \frac{p \mu_p^2 - n \mu_n^2}{n \mu_n + p \mu_p} .$$

a HALL-együttható pedig:

$$R = \frac{\theta}{\sigma B_z} = \frac{p \mu_p^2 - n \mu_n^2}{(n \mu_n + p \mu_p)^2} \frac{1}{e} .$$

Olyan hőmérsékleteknél, amelyeknél az ionszórás ²⁾ nem jelentős, e kifejezés kissé módosul, és R felhasználandó, végleges alakja a következő [III, 217.o.] :

$$R = - \frac{3\pi}{8} \frac{n \mu_n^2 - p \mu_p^2}{(n \mu_n + p \mu_p)^2} \frac{1}{e} . \quad (2)$$

c) A transzverzális mágneses ellenállásváltozás, valamint az n, p, μ_n, μ_p összefüggése.

Kristályoknál a mágneses tér – egyéb hatások mellett – a kristály elektromos ellenállásának módosulását is okozza. A jelenséget az ellenállásváltozás, valamint a mágneses térben tapasztalt ellenállás viszonyával, $\Delta\rho/\rho_x$ -vel szokás jellemezni.

Az általános BOLTZMANN-egyenletből [IV, 214.o.] $\Delta\rho/\rho_x$ -re, transzverzális mágneses tér esetében ($\mathbf{B} = (0, 0, B_z)$, $\mathbf{i} = (i_x, 0, 0)$),

²⁾ Az elektronok kristálybeli mozgásakor lényegében két típusú szórás léphet fel: az "ionszórás" az elektronok és a kristályban jelenlévő ionok között ható COULOMB-kölcsönhatás révén, míg a "termikus szórás" az elektronok és a hőrezgést végző rácsatomok kölcsönhatása következtében jön létre. (Ez utóbbit szokás a termikus rezgésekhez rendelhető kvantumok – fononok – bevezetésével, elektron-fonon kölcsönhatásnak is nevezni.) Reális kristályokban e kétféle szórás együttesen befolyásolja a kristályelektron mozgását (mozgékonyágát).

izotróp, nem-degenerált félvezető esetében a következő adódik [IV, 240.o.] :

$$\Delta \rho / \rho_{B_z} = - \Delta \sigma / \sigma_0 = \frac{K_1^2 + K_2^2}{K_1 L_0} - 1 ,$$

ahol

$$L_0 = \frac{3}{4} (\overline{\tau_n^*} F_n n + \overline{\tau_p^*} F_p p) ,$$

$$K_1 = \frac{3}{4} \left[\overline{\tau_n^*} F_n n + \overline{\tau_p^*} F_p p - \left(\frac{eB_z}{m} \right)^2 (\overline{\tau_n^{*3}} F_n^3 n + \overline{\tau_p^{*3}} F_p^3 p) \right]$$

$$K_2 = \frac{3}{4} \frac{eB_z}{m} (- \overline{\tau_n^{*2}} F_n^2 n + \overline{\tau_p^{*2}} F_p^2 p) ;$$

itt $\overline{\tau_n^*}$, $\overline{\tau_p^*}$ a relaxációs idők átlaga, F_n , F_p ($= m/m_n^*$, ill. $= m/m_p^*$), a töltéshordozók szabadsági foka. A fenti kifejezésbe a $\mu_n = (e/m) \overline{\tau_n^*} F_n$, ill. $\mu_p = (e/m) \overline{\tau_p^*} F_p$ összefüggéssel bevezetve a mozgékonyságokat, felhasználva továbbá, hogy termikus szórás esetén

$$\overline{\tau_n^{*2}} = \frac{3\pi}{8} \overline{\tau_n^*}^2, \quad \overline{\tau_p^{*2}} = \frac{3\pi}{8} \overline{\tau_p^*}^2, \quad \overline{\tau_n^{*3}} = \frac{9\pi}{16} \overline{\tau_n^*}^3$$

$$\overline{\tau_p^{*3}} = \frac{9\pi}{16} \overline{\tau_p^*}^3 ,$$

hasábalaku kristály esetében

$$\Delta \rho / \rho_{B_z} = \left(\frac{3\pi}{8} \right)^2 B_z^2 \left[\frac{4}{\pi} \frac{n \mu_n^3 + p \mu_p^3}{n \mu_n + p \mu_p} - \left(\frac{n \mu_n^2 + p \mu_p^2}{n \mu_n + p \mu_p} \right)^2 \right] \quad (3)$$

adódik [3] - [6] . Megjegyzendő, hogy a felületi hatásokat az (1)-(3) kifejezések itt megadott levezetése figyelmen kívül hagyja.

d) A termoerő összefüggése a mikrojellemzőkkel.

Az összefüggés levezetéséhez a THOMSON-együttható (μ , 1. jelölések jegyzéke) kifejezése szolgál kiindulópontul [IV, 244.o.] :

$$\mu = \frac{T}{e} \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{T} \frac{L_1}{L_0} - \frac{\zeta}{T} \right) ,$$

ahol

$$L_1 = \frac{3}{4} \left(\varepsilon_V \overline{\tau}_p^* F_p p + \varepsilon_L \overline{\tau}_n^* F_n n \right) ;$$

L_1 -ben ε_V , ε_L a valenciasáv felső, ill. a vezetési sáv alsó határához tartozó energia és ζ a FERMI-nívó. A c. pontban követett eljáráshoz hasonlóan, a mozgékonyságok bevezetésével, valamint a

$$\frac{d \varphi_{ab}}{dT} = \frac{\zeta}{T}$$

összefüggés alapján [IV, 208.o.] a termoerő kifejezése a következő alakú [2]:

$$\varphi_{ab} = - \frac{1}{eT} \frac{n \mu_n (\varepsilon_L - \zeta) - p \mu_p (\zeta - \varepsilon_V)}{n \mu_n + p \mu_p} ,$$

ill.

$$n = n_L \exp\left(-\frac{\varepsilon_L - \zeta}{kT}\right) \text{ és } p = p_V \exp\left(-\frac{\zeta - \varepsilon_V}{kT}\right)$$

segítségével (n_L , p_V az effektív állapotssűrűség a vezetési, ill. valenciasávban [III. 240.o.]):

$$\varphi_{ab} = \frac{k}{e} \frac{n \mu_n \ln(n/n_L) - p \mu_p \ln(p/p_V)}{n \mu_n + p \mu_p} .$$

Ha figyelembe vesszük az elektronok, ill. defektelektronok által szállított energiát, a kifejezés még módosul [7], [8]:

$$\varphi_{ab} = \frac{k}{e} \frac{p \mu_p (A + \ln(p_V/p)) - n \mu_n (A + \ln(n_L/n))}{n \mu_n + p \mu_p} , \quad (4)$$

a transzportált energiák ugyanis arányosak kT -vel (az arányossági tényező A).

Az A mennyiség számértéke KONTOROVA [9] szerint ionkristályoknál 2,5 - 3, kovalens kristályoknál 2 - 4. Az A tényező fizikai jelentését tükrözi az általános WIEDEMANN-FRANZ-törvényben játszott szerepe [10]:

$$\lambda_e / \sigma = A (k/e)^2 T , \quad (5)$$

ahol λ_e a hővezetés elektronos részéhez tartozó hővezetési együttható.

A (4) egyenlet levezetésének illetően ismertetésével a kifejtendő módszer alapját képező összefüggések rendelkezésünkre állanak.

2. Az (1) - (4) egyenletekből álló rendszer megoldása.

Az (1) - (4) egyenletek nyújtanak lehetőséget a vegyes fél-

vezetők említett öt mikrojellemzőjének meghatározására, σ , R , $\Delta\rho/\rho_B$ és φ_{ab} mérése alapján. A meghatározás alapja ezen egyenletrendszer megoldása az n , p , μ_n , μ_p mennyiségekre vonatkozóan [11].

Elemi számítások révén adódik (1. Függelék, 1.pont), hogy az (1) - (4) transzcendens egyenletrendszer a következő implicit egyenletre vezethető vissza:

$$\begin{aligned} & \left(A+d - \ln \frac{a(\mu_p+ab)^4}{\sum_{i=0}^n a_i \mu_p^i} \right) (\mu_p^2 + 2ab \mu_p) - \frac{\pi}{4} (A-d) (a^2 b^2 + c) \\ & + a^2 b^2 \left(2A - \ln \frac{a(\mu_p+ab)^4}{\sum_{i=0}^n a_i \mu_p^i} \right) \\ & + \ln \frac{\frac{\pi}{4} ac + (\frac{\pi}{4} - 1) a^3 b^2}{\mu_p^3 + 2ab \mu_p^2 + \frac{\pi}{4} (a^2 b^2 + c) \mu_p} \left(\frac{\pi}{4} c + (\frac{\pi}{4} - 1) a^2 b^2 \right) = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

ahol

$$\begin{aligned} a &= \sigma/e ; \quad b = -R \frac{8}{3\pi} e ; \quad c = (\Delta\rho/\rho_{B_z}) \left(\frac{8}{3\pi} \right)^2 B_z^{-2} ; \quad d = \varphi_{ab} \frac{e}{k} ; \\ a_0 &= \frac{2}{16} ab (a^2 b^2 + c)^2 ; \quad a_1 = \frac{3}{4} a^2 b^2 (a^2 b^2 + c) + \frac{\pi^2}{16} (a^2 b^2 + c)^2 ; \\ a_2 &= (2+\pi) a^3 b^3 + abc ; \quad a_3 = (3+\frac{\pi}{4}) a^2 b^2 + \frac{\pi}{4} c ; \quad a_4 = ab . \end{aligned}$$

A (6) egyenletnek tehát - a fizikai problémához simuló - μ_p gyökét megkeresve, p , n , valamint μ_n is sorban meghatározható a következő összefüggések alapján:

$$p = \frac{\frac{\pi}{4} ac + (\frac{\pi}{4} - 1) a^3 b^2}{\mu_p^3 + 2ab \mu_p^2 + \frac{\pi}{4} (a^2 b^2 + c) \mu_p} , \quad (7)$$

$$n = \frac{(a - \mu_p p)^2}{\mu_p^2 p + a^2 b} \quad (8)$$

$$n = \frac{a - \mu_p p}{n} \quad (9)$$

A (6) egyenlet megoldása, azaz μ_p meghatározása, természetesen csak közelítő eljárással sikerülhet. A konkrét számítások során azonban, a fellépő tagok nagyságrendi eltérései miatt, jelentős egyszerűsítések hajthatók végre. Az $n \gg p$, ill. $n \ll p$ közelítésben, azaz tiszta n -, ill. p -tipusu kristályoknál, a (6) - (9) egyenletrendszer redukálódik a tiszta típusu vezetés esetén érvényes, egyszerű összefüggésekre.

Megemlíthető, hogy n -vezetés esetén (7)-be $p = 0$ -t helyettesítve azonnal adódik az ismert összefüggés a σ , R és $\Delta\rho/\rho_{B_z}$ között [4], ui. a $p = 0$ -ből

$$\frac{\pi}{4} ac + \left(\frac{\pi}{4} - 1 \right) a^3 b^2 = 0$$

következik, ez viszont, megfelelően rendezve:

$$\mu_H = R \sigma = \left(\frac{\pi}{4 - \pi} \right)^{1/2} B_z^{-1} \left(\Delta\rho/\rho_{B_z} \right) \quad (10)$$

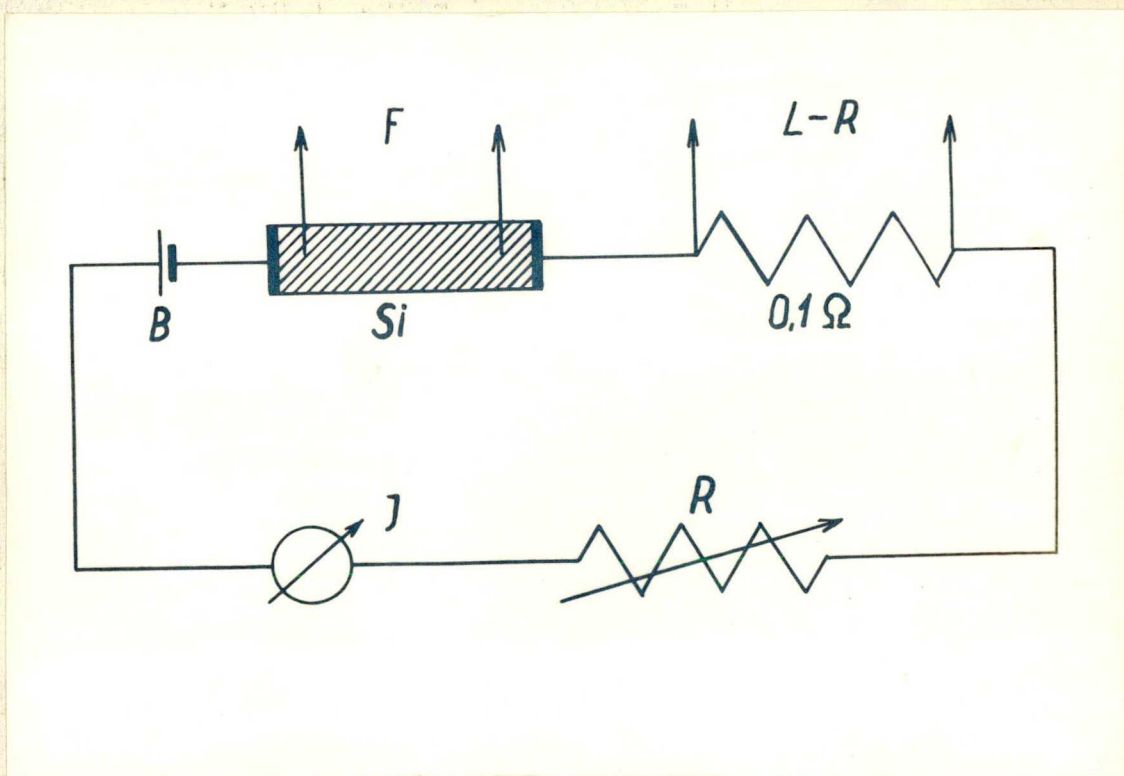
3. Az eljárás gyakorlati kivitelezése.

a) Kisérleti berendezés.

A négy mérendő mennyiség (σ , R , $\Delta\rho/\rho_{B_z}$, φ_{ab}) mérésé-

hez lényegében három független kísérleti berendezés összeállítása szükséges. A vegyes félvezető kristályból csiszolással készített, hasábalaku preparátumot az ohmikus (egyenirányítást nem mutató) kontaktus elkészülte után plexi-tartóra építettük. Az ohmikus kontaktus, ez esetben, elektrolitikus uton előállított nikkel réteg volt. A preparátum méretei kielégítették a kristály x- és z-irányu mérete között a HALL-mérések során megkövetelendő arányt. A preparátum hosszanti végeihez forrasztott erősáramu kontaktusokon kívül – a megfelelő helyeken – potenciálszondák érintették a preparátum éleit. E szondák az R és a $\Delta\rho / \rho_{B_z}$ mérésekor nyertek alkalmazást.

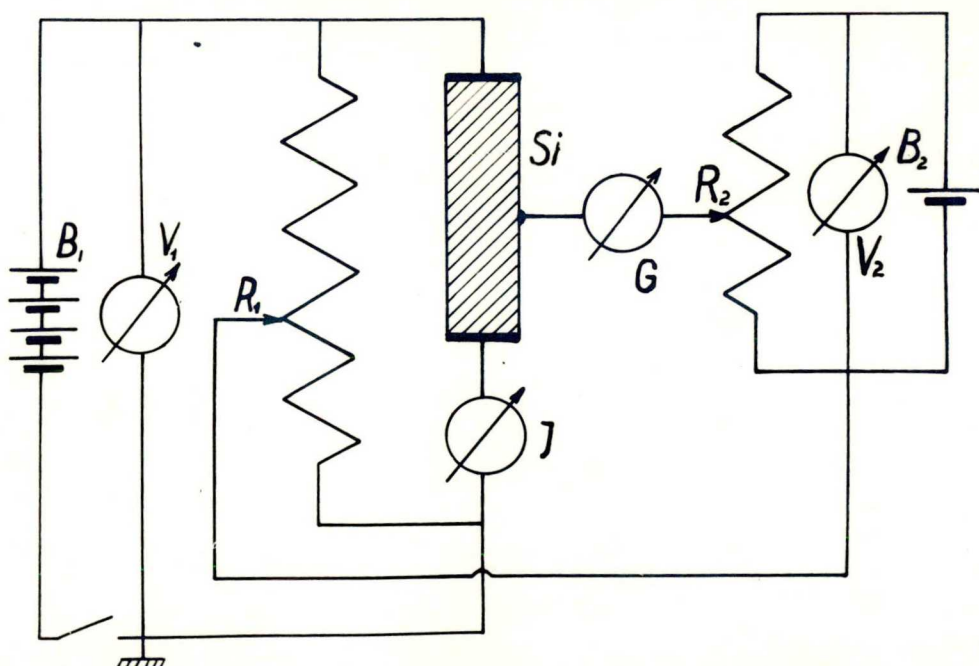
Egyazon elrendezés szolgált σ és $\Delta\rho / \rho_{B_z}$ mérésére. A 2. ábrán látható, a kapcsolásnak megfelelő elvi rajzon a B egyenfeszültség-forrás árama az R szabályzó és a $0,1 \Omega$ -os kontroll-ellenálláson keresztül jut a Si preparátumra. Az áram stabilitását a $0,1 \Omega$ -os kontroll-ellenálláshoz csatlakozó LINDECK-ROTHE-kompensátorral ellenőriztük. A Si pre-



2. ábra

parátum oldalához nyomott, ismert távolságu szondákon megjele-
nő feszültséget pedig egy FEUSSNER-kompenzátor segítségével mér-
tük [11]. Az R és a $4\rho/\rho_{B_z}$ mérésekor alkalmazott mágneses
teret egy DUBOIS-elektromágnes állította elő. A mágneses in-
dukciónak 9000 gauss volt a mérések során. (Ennek mérése csapó-
tekerccsel és egy 10^{-5} coulomb skr^{-1} érzékenységű ballisztii-
kus galvanométerrel történt.)

A HALL-effektus mérésére KOLAČEK és ENGELHARD által ki-
dolgozott elrendezés szolgált [12], [13]. Ennek előnye más el-
rendezésekkel szemben, hogy a mérés kezdetén nagyban megkönny-
nyíti az ekvipotenciális vonal megkeresését. Kis hátránya vi-
szont, hogy a HALL-feszültségnek csak a fele jelentkezik a po-
tenciálszondán. A 3. ábrán látható a kapcsolási vázlat. A Si
preparátumon átfolyó áramot a B_1 telep szolgáltatja. Az I á-
ram- és V_1 feszültségmérő nyújt módot a körben folyó áram,
ill. a körön eső feszültség mérésére, ellenőrzésére. A lényeg-
es rész ezen elrendezésnél a preparátummal párhuzamosan kap-

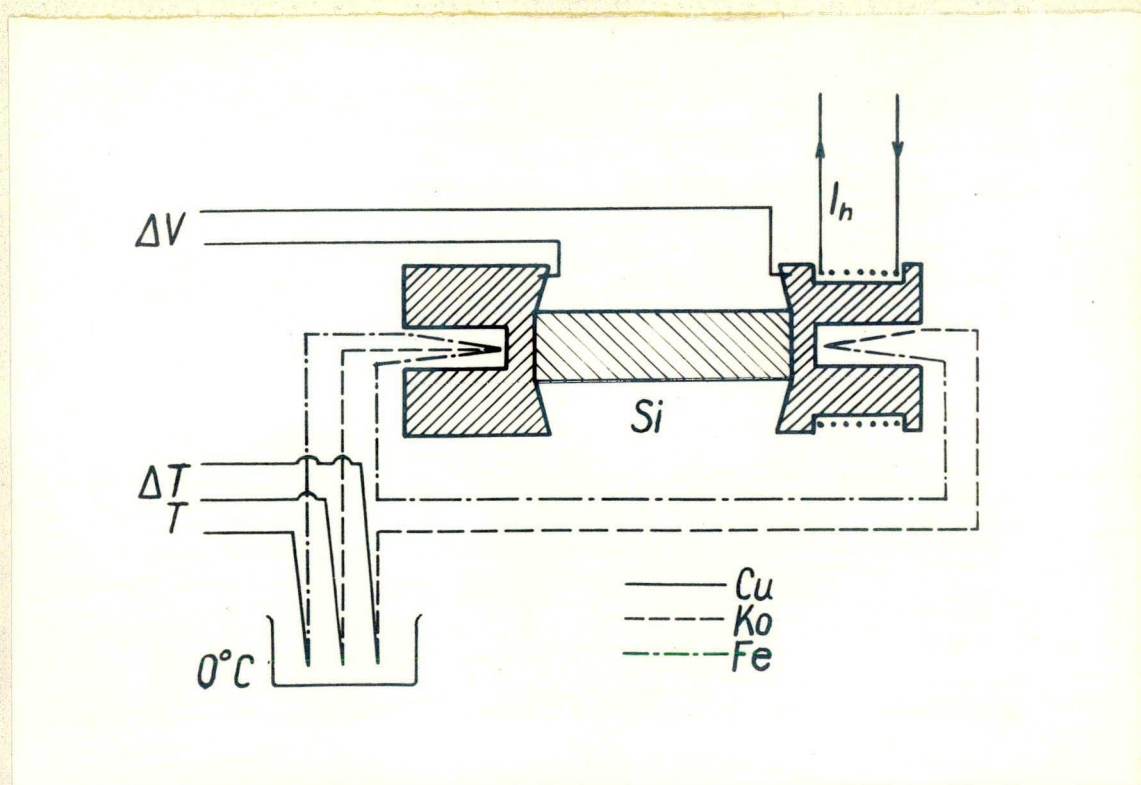


3. ábra

csolt R_1 potenciométer. Ennek segítségével egyenlítjük ki a jobboldali kompenzátor kört a mérés kezdetén. A kiegyenlítés, fizikailag, a szonda helyével ekvipotenciális pont megkeresését jelenti. A kompenzátor kört a B_2 telep táplálja, a V_2 feszültségmérő az R_2 potenciométeren eső feszültséget méri, amely potenciométer a kör durva kiegyenlítését teszi lehetővé. Az egyensúlyi állapot jelzésére a G galvanométer szolgál.

A szondán jelentkező feszültség azért fele csupán a HALL-feszültségnek, mert az R_1 potenciométer közép-kontaktusának potenciálja független a mágneses tér jelenlététől.

A φ_{ab} termoerő mérésére a 4. ábrán vázolt elrendezéssel került sor [14]. Ehhez a méréshez a preparátumot két réztömb közé kellett beépíteni, amelyek közül az egyik fűthető volt. Három fémből álló (réz, konstantán(Ko), vas) differenciáltermoelem lehetővé tette egyrészt a hideg réztömb hőmérsékletének, másrészt a két réztömb közötti hőmérsékletkülönbség



4. ábra

ségnek mérését (T , ill. ΔT). Az I_h fűtőáram segítségével a joddoldali réztömb hőmérsékletét lassan lehetett emelni, miközben a termoelektromotoros erőt meghatározó termofeszültséget (ΔV) egy FEUSSNER-kompenzátorral mértük.

b) Ferroszilícium preparátum vezetőképességének, HALL-együtt-hatójának, transzverzális mágneses ellenállásváltozásának és termoerejének mérése.

Vegyes vezetés felléptéhez szükséges, hogy a félvezető tartalmazzon mindkét típusu szennyezést számottevő mértékben. Éppen ezért kerülhetett sor a mérési eljárás kísérleti megvalósítására 97,70 % szilíciumtartalmu ferroszilícium kristályon. A ferroszilíciumból csiszolással készült a $40 \times 0,6 \times 4 \text{ mm}^3$ -es preparátum.

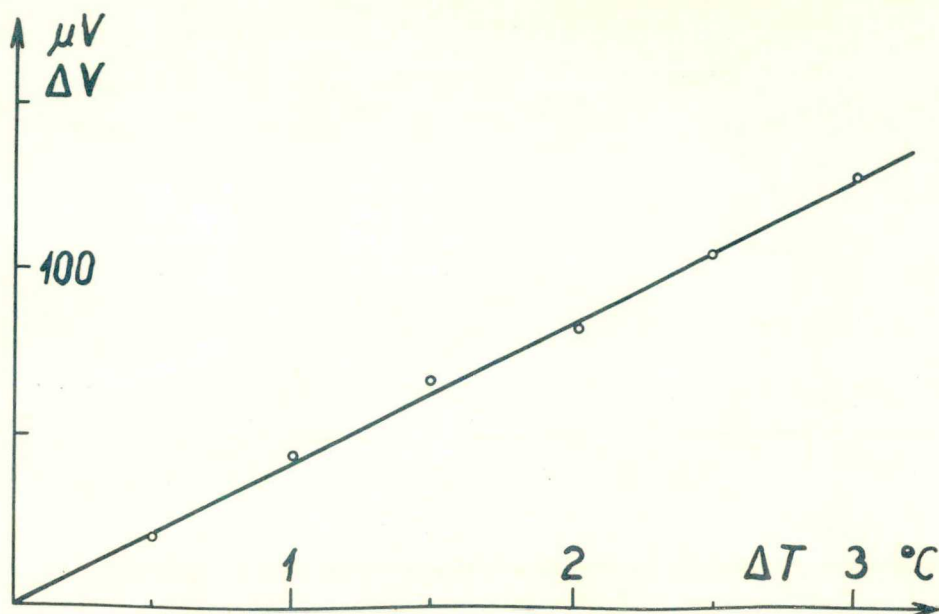
A mérések végrehajtására 20°C hőmérsékletű helyiségben került sor. Ez tekinthető a kristály hőmérsékletének is, ui. minden mérésnél az átfolyó áramerősség megválasztása biztosította, hogy JOULE-hő révén a preparátum hőmérséklete számottevően ne emelkedjék.

A mérések átlagértékeként a következők adódtak:

σ	R	$\Delta\rho/\rho_{B_z}$	φ_{ab}
$55,5 \text{ }^{-1}\text{cm}^{-1}$	$2,51 \text{ cm}^3\text{coul}^{-1}$	$1,32 \cdot 10^{-3}$	$4,25 \cdot 10^{-4} \text{ V fok}^{-1}$

A φ_{ab} az 5. ábrán látható $\Delta V(T)$ görbe meredekségeként adódik.

Mint ahogy méréseink alapján R is, φ_{ab} is pozitív, pre-



5. ábra

parátumunkban a p-típusú töltéshordozók száma feltétlenül nagyobb az elektronokénál.

c) A mérési adatok kiértékelése.

A számításokban szereplő paraméterek értékei a következőképpen adódtak:

Irodalmi adatok alapján [7] - [9] $A = 2,5$ látszott elfogadhatónak. E feltételezés viszonylagos önkényessége miatt hibaszámítást kellett végezni: A értékének $\pm 0,5$ -del való megváltoztatása következtében a mozgékonyságok mintegy $\pm 10\%$ változást szenvedtek. Mivel A értéke legalább 2 [9], továbbá $A > 3,1$ esetén a (6) egyenlet nem rendelkezik valós gyökkel (az említett hibabecslést is figyelembe véve), az $A = 2,5$

feltételezés teljesen meggyőző.

A φ_{ab} kifejezésében szereplő másik két paraméter, n_L és p_V értékeként, $T = 293^\circ K$ és, becslés alapján (1. alább), $m_n^* = m_p^* = 0,9m$ helyettesítés segítségével

$$n_L = p_V = 2 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

adódik.

Az A , n_L és p_V ilyen megválasztása mellett a (6) egyenlet numerikus megoldása, majd a (7) - (9) egyenletek alapján, a koncentrációkra és mozgékonyságokra a következő értékeket kaptuk:

$$\begin{aligned} n &= 8,2 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}, \\ p &= 3,5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}, \\ \mu_n &= 210 \text{ cm}^2 \text{ volt}^{-1} \text{ sec}^{-1}, \\ \mu_p &= 150 \text{ cm}^2 \text{ volt}^{-1} \text{ sec}^{-1}. \end{aligned}$$

Mind a koncentrációk, mind pedig a mozgékonyságok a szilícium esetében más módszerek alapján mért értékekkel jó egyezésben vannak [III, 287. oldal].

Az R és σ ismeretében lehetőség nyílik egy "effektív" HALL-mozgékonyság kiszámítására is. Ez a $\mu_H = R \sigma$ alapján $139,3 \text{ cm}^2 \text{ volt}^{-1} \text{ sec}^{-1}$ -nek, míg a

$$\mu_H = \frac{3\pi}{8} \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{p\mu_p + n\mu_n}$$

egyenlet segítségével számítva $140 \text{ cm}^2 \text{ volt}^{-1} \text{ sec}^{-1}$ -nek adódik. E két érték jó egyezése a módszer viszonylag csekély bizonytalanságát tanúsítja.

Az öt adat ilyenén meghatározásán tulmenően becslést

lehetett végezni a termoelektromos erő kifejezése alapján a ferroszilikium preparátumban jelenlévő többségi töltéshordozók effektív tömegére vonatkozóan is. E becslés, amely a BLOEM által a PbS-re végzett becsléshez hasonló [10], már felhasználást is nyert n_L és p_V kiszámításakor.

Ha figyelmen kívül hagyjuk a vegyes vezetést és a kristályt p-típusúnak tekintjük (R és φ_{ab} előjele bizonyos alapot ad erre, hiszen - mint ismeretes - R és φ_{ab} p-típusú vezetésnél pozitív, míg n-típusú vezetésnél negatív), a termoelektromos (4) kifejezése a következőképpen egyszerűsödik:

$$\varphi_{ab} = \frac{k}{e} \left[A + \ln(p_V/p) \right] .$$

Végezzük el p_V -ben az $(m_p^*/m)m$ helyettesítést, akkor az előző kifejezés (tízes alapu logaritmusra térve) közelítőleg:

$$\varphi_{ab} \approx 200 \left[\frac{A}{2,3} + \lg\left(\frac{m_p^*}{m}\right) + \lg P_V - \lg p \right] \mu V \text{ fok}^{-1},$$

ahol $P_V = 2(2\pi m kT/h^2)^{3/2}$. Szobahőmérsékleten $\lg P_V = 19,4$, míg méréseink alapján $\lg p = 18,5$. Felhasználva továbbá φ_{ab} mért értékét,

$$\frac{A}{2,3} + \lg\left(\frac{m_p^*}{m}\right) \approx 1 \quad (11)$$

adódik, azaz e preparátum esetében A különböző értékeihez az elektrontömeghez viszonyított effektív tömegnek (azaz $1/F_p$ -nek) következő értékei tartoznak:

A	2	2,5	3
$\frac{1}{F_p} = \frac{m_p}{m}$	1,2	0,87	0,63

A felhasznált 0,9-es érték, összhangban KONTOROVA eredményei-

vel [9], $A = 2,5$ -nek felel meg.

Összefoglalva, a fejezet eredményei azt mutatják, hogy a kifejtett módszer a viszonylag bonyolult vegyes típusú vezetés esetében több felvilágosítást nyújt a vezetés mechanizmusára vonatkozóan, hiszen az elektromos viselkedés szempontjából legfontosabb karakterisztikus mennyiségek meghatározására ad lehetőséget.

Az eljárás teljesítőképességének próbájaképpen még más kutatók méréseinek - az itt ismertetett módszer alapján történt - kiértékelésére is sor került. J.FOLGER által egy $\text{La}_{0,9}\text{Sr}_{0,1}\text{MnO}_4$ keverék-preparátum esetében (a 0,9, ill. 0,1 keverési arányt jelöl), vezetőképességi-, HALL-, transzverzális mágneses ellenállásváltozás- és termoerő-mérések alapján [V, 162.o.],

$$\begin{aligned}n &= 7,4 \cdot 10^{20} \text{ cm}^{-3}, \\p &= 8,4 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}, \\ \mu_n &= 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2 \text{ volt}^{-1} \text{ sec}^{-1}, \\ \mu_p &= 5,3 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2 \text{ volt}^{-1} \text{ sec}^{-1}\end{aligned}$$

értékek adódtak. (Ilyen alacsony mozgékony-ság-értékek egyrészt a viszonylag erős ionos kötésnek és az ebből eredő erős ionszórásnak, másrészt a mikrokristályok határán fellépő potenciálfalak, ún. zárórétegek elektron- és defektelektron-áramlást gátló hatásával értelmezhetők.)

II. Fotoelektromos eljárás p-, ill. n-típusú félvezetőkbe injiciált kisebbségi töltéshordozók élettartamának, diffúziós együtthatójának, szabad uthosszának, mozgékonyságának és felületi rekombinációs sebességének mérésére.

1. A mikrojellemzők fotoelektromos úton történő mérése, áttekintés.

A fotoelektromos hatás kísérleti és elvi kutatását nemcsak a gyakorlati felhasználás, hanem a félvezetők vezetési mechanizmusának pontosabb megértése is sürgeti: a fotohatást a mikroszkópos viszonyokkal összekapcsoló kvantitatív összefüggések alapján lehetséges ugyanis a mikrojellemzők tulajdonságainak vizsgálata, mérése fotoelektromos úton is.

Mint hogy a fényenergia révén szabadabbá váló töltéshordozók diffúziója képezi a fellépő jelenség magvát, a probléma matematikai megközelítésére, mint általában diffúziós feladatok esetén, a 2. pontban levezetendő általános kontinuitási egyenlet diszkussziója, megoldása szolgál. Ez a differenciálegyenlet pedig, amely a töltéshordozók koncentrációjának idő- és hely-függésére vonatkozik, lehetőséget nyújt néhány mikrojellemző meghatározására. A megoldás ugyanis a töltéshordozók élettartamát, diffúziós együtthatóját paraméterként tartalmazza, és emiatt a töltéshordozók koncentrációjával arányos fotofeszültség vagy fotoáramváltozás idő- és hely-függésének ismeretében az említett mikrojellemzők kiszámítása, természetesen csak néhány fontos, egyszerű esetben, lehetségessé válik.

Az élettartam-mérések legegyszerűbben az injiciálást követő tranziens jelenségek alapján valósíthatók meg. Közvetlenül e módszerrel azonban ma már csak az ún. tér-effektus

(field-effect) vizsgálatánál találkozunk [VI, 70.o.]. Legelterjedtebbek azok a módszerek, amelyek a mérést stacionárius körülmények között valósítják meg [15], [16]; ekkor az idő-függés kiesik, sőt, a geometriai elrendezés megfelelő megválasztásával a probléma egydimenziósnak tekinthető, s ekkor a matematikai tárgyalás lényegesen egyszerűsödik. A kísérleti elrendezésben a fényfolt útjába rendszerint forgószelektort állítanak, hogy a létrejövő - pontkontaktussal kapcsolatos - fotofeszültséget vagy vezetőképesség-változást erősíteni lehessen. Az egydimenzióssá redukált esetben az észlelt feszültség-görbe $\exp(-|x|/L_n)$ típusu ($|x|$ itt a generálás és a detektor helye közötti távolság). Ez a görbe - féllogaritmikus koordinátarendszerben - egyenest ad, s ennek meredekségéből L_n azonnal megkapható.

A stacionárius állapotban végzett mérések gondolatának további, lényeges módosítása, valamint a stacionárius és nem-stacionárius módszerek előnyeinek egyesítésére vonatkozó első kísérlet ADAM-tól származik [17]. Eszerint a pontkontaktus van nyugalomban, s a fényfolt - a félvezető felületére leképezett keskeny rés - mozog, állandó c sebességgel. E mozgó töltéshordozó-forrás fizikailag azt eredményezi, hogy a töltéshordozók eloszlása nem lesz többé a fényfoltra vonatkozóan szimmetrikus, mert a részecskék diffúziós sebessége (v_D), mondhatni, mérkőzik a fényfolt c sebességével. Így a fényfolt-hoz rögzített koordinátarendszerben stacionárius ugyan az állapot, de a - logaritmikusan ábrázolt - eloszlás-görbe meredeksége a fényfolt előtti, ill. mögötti szakaszon már nem lesz azonos. E két meredekséget a megfelelő diffúziós probléma differenciálegyenletének integráljából kiszámítva, lehetővé válik a kifejezésekben szereplő diffúziós együttható és élettartam meghatározása a mérések kiértékelése révén.

ADAM eredményei azonban bizonyos korrekcióra szorulnak, mert számításaiban figyelmen kívül hagyta a félvezető felületén lejátszódó jelenségeket. Felületi hatásokat is figyelembe

vevő módosítást először SZOROKIN hajtott végre [18], aki a diffúziós problémát már a felületi viszonyoknak megfelelő határfeltételek figyelembe vételével oldotta meg. Ilymódon elvben számot tud adni a fellépő jelenségekről, gyakorlatban azonban eljárása nehezen látszik hasznosíthatónak, és pedig a következő okokból. A megoldásnál szeparálhatónak tekinti a diffúziós differenciálegyenletet, ilymódon a kérdés sajátérték-problémává változik, s a sajátértékek a határfeltételekből következő, bonyolult trigonometrikus egyenlet gyökeiként állanak elő. E sajátértékek alapján a töltéshordozók koncentrációjának hely-idő függését adó általános megoldás FOURIER-sor alakjában jelentkezik. SZOROKIN a kísérleti munkában e sor egyetlen tagjával reprezentálta a megoldást, ennek az eljárásnak jogosultsága azonban kétséges: a megoldás-függvénynek ugyanis, fizikai okok miatt, mind a fényfolt előtt, mind pedig mögötte, szigorúan monoton függvénynek kell lennie. Ez pedig SZOROKIN eljárásánál legfeljebb akkor teljesülhet, ha a sajátértékek, azaz a trigonometrikus egyenlet α_n gyökei, a triviálistól eltekintve, tiszta imagináriusok.

Megoldása és a szóbanforgó trigonometrikus egyenlet ugyanis a következő alaku (az itt nem értelmezett jelölések magyarázatát illetően a jelölések jegyzékére utalunk):

$$\delta p = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \exp(\bar{x}/l_1) \left(\frac{S_2}{D_0 \alpha_n} \sin \alpha_n z + \cos \alpha_n z \right), \quad \bar{x} > 0,$$

$$\delta p = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \exp(\bar{x}/l_2) \left(\frac{S_2}{D_0 \alpha_n} \sin \alpha_n z + \cos \alpha_n z \right), \quad \bar{x} < 0,$$

$$l_1 = \left\{ \frac{c}{2D_0} + \left[\left(\frac{c}{2D_0} \right)^2 + \frac{1}{L^2} + \alpha_n^2 \right]^{1/2} \right\}^{-1},$$

$$l_2 = \left\{ -\frac{c}{2D_0} + \left[\left(\frac{c}{2D_0} \right)^2 + \frac{1}{L^2} + \alpha_n^2 \right]^{1/2} \right\}^{-1}.$$

valamint

$$\frac{(s_1 + s_2)\alpha}{D_0\alpha^2 - s_1s_2} = \operatorname{tg}(\alpha M),$$

ahol s_1 és s_2 a felületi rekombinációs sebesség a korong alakú preparátum első és hátsó felületén (a felületi rekombinációs sebesség definícióját illetően l. a II.3.a. pontot), D_0 az ambipoláris diffuzivitás (l. a II.2. pontot), A_n és B_n pedig megfelelően választott együtthatók. A trigonometrikus egyenlet bal- és jobboldalát grafikusan vizsgálva kiderül azonban, hogy az végtelen sok valós gyökkel is rendelkezik. Ez a tény az eljárás használhatóságát nagyban korlátozza, mert a SZOROKIN által követett út, amely tehát a megoldást a FOURIER-sor egyetlen tagjával közelíti, fizikailag értelmetlen, szinuszos, ill. csillapított szinuszrezgés-szerű megoldásfüggvényre is vezethet. Ezenfelül SZOROKIN - szigorúan véve - a felületi jelenségek értelmezését álló fényfolt esetében, azaz stacionárius esetben adja meg, s így eljárása nem tekinthető a stacionárius és nem-stacionárius módszerek tényleges egyesítésének.

E nehézségek elkerülését, és ezzel együtt a stacionárius és nem-stacionárius eljárások előnyeinek egyesítését tűzte ki a munka második része célul. A feladat megoldása révén kialakult egy olyan eljárás, amely a kisebbségi töltéshordozók diffúziós együtthatójának, élettartamának, szabad uthosszának, mozgékonyságának és felületi rekombinációs sebességének egyetlen oszcillogram alapján történő meghatározását teszi lehetővé viszonylag egyszerű számítások segítségével.

2. A kontinuitási egyenlet.

Az említett vizsgálatok kiindulópontját jelentő kontinuitási egyenlet itt következő levezetése olyan félvezetőkre szorítkozik, amelyeknél a tiltott sávban egyetlen típusu akceptor-nívó (N_A sűrűséggel), egyetlen típusu donátor-nívó (N_D sűrűséggel), valamint egyetlen csapda rendszer ($\Delta\epsilon_t$ mélységben a vezetési sáv alatt, N_t sűrűséggel) van jelen [VII, 216.o.].

Jelölje f a fényhatásra időegység alatt keletkezett töltéshordozó párok koncentrációját ³⁾. Jelölje továbbá g_s és r_s a valencia- és a vezetési sáv közötti spontán generációk, ill. rekombinációk idő- és térfogategységre eső számát, míg g_{vt} , r_{tv} , ill. g_{tL} , r_{Lt} defektelektronokra vonatkozóan a V valenciasáv és a t csapdák, ill. elektronok esetében a t csapdák és az L vezetési sáv közötti generatív (g) és rekombinatív (r) átmenetek - szintén idő- és térfogategységre vonatkoztatott - számát. Ekkor, egy $dV = dx \cdot dy \cdot dz$ térfogatelemet tekintve, a defektelektronok, ill. elektronok dV -beli számának időegységre eső megváltozása, azaz a

³⁾ Az f mennyiség és a beeső Q fényintenzitás (fotonszám $\text{cm}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1}$) közötti összefüggés - két speciális esetben - könnyen meghatározható. Feltéve, hogy minden foton egy párt létesít, a félvezető határától számított z mélységben

$$f = (1 - R) \alpha Q e^{-\alpha z},$$

ahol R és α a reflexiós és abszorpciós együttható.

a) Majdnem áthatoló sugárzás esetén az

$$f = (1 - R) \alpha Q$$

közelítés használható, míg

b) erősen abszorbeálódó λ -k (un. felületi generálás) esetén f a $z = 0$ sík szomszédságában $(1 - R) Q$ -val arányos, egyebütt pedig zérus. A tárgyalás során ez utóbbi esettel foglalkozunk csupán, de az eredmények végső fokon függetlenek lesznek az abszorpció mechanizmusától.

$$\frac{\partial p}{\partial t} dV, \text{ ill. } \frac{\partial n}{\partial t} dV$$

mennyiség összetevődik egyrészt a térfogatban keletkező és eltűnő töltéshordozók számának különbségéből, azaz a

$(g_s - r_s + g_{vt} - r_{tv} + f) dV$ -ből (defektelektronokra),
illetve

$(g_s - r_s + g_{tL} - r_{Lt} + f) dV$ -ből (elektronok esetében),

másrészt a térfogatelembe be- és onnan kifolyó áramok sűrűségeinek eredőjéből. Ez utóbbi legegyszerűbben a transzport-problémák tárgyalása során alkalmazott módszerrel számítható:

Az (x, y, z) helyen felvett dV térfogatelem $x - dx/2$ -nél lévő $dydz$ felületén befolyó részecskeáram, azaz a teljes áram x -komponense (defektelektronokra)

$$\frac{1}{e} \left(i_{px} - \frac{\partial i_{px}}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dydz,$$

az $x + dx/2$ -nél lévő $dydz$ felületen kilépő részecskeáram pedig

$$\frac{1}{e} \left(i_{px} + \frac{\partial i_{px}}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dydz.$$

E kettő különbsége

$$- \frac{1}{e} \frac{\partial i_{px}}{\partial x} dV.$$

Hasonlóan számítva a különbséget i_{py} és i_{pz} -re is, az áramlás

a dV -beli koncentráció megváltoztatásához a

$$- \frac{1}{e} \operatorname{div} i_p dV ,$$

illetve elektronok esetében a

$$- \frac{1}{e} \operatorname{div} i_n dV$$

taggal járul hozzá.

A spontán, a valenciasávból a vezetési sávba irányuló, illetőleg fordított átmenetekre vonatkozóan fel szokás tenni, hogy azok mindig a p_0 , n_0 egyensúlyi koncentrációktól ($n_0 p_0 = n_i^2$) való eltérések csökkentése irányában hatnak és a magára hagyott rendszerben egy τ_p , ill. τ_n élettartammal lecsengő folyamathoz vezetnek. E feltevással

$$g_s - r_s = - \frac{p - p_0}{\tau_p} ,$$

illetve

$$g_s - r_s = - \frac{n - n_0}{\tau_n} .$$

Az elmondottak alapján a kontinuitási egyenlet általános alakja:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \frac{p - p_0}{\tau_p} + g_{vt} - r_{tv} + f - \frac{1}{e} \operatorname{div} i_p , \quad (12)$$

illetve

$$\frac{\partial n}{\partial t} = - \frac{n - n_0}{\tau_n} + g_{tL} - r_{Lt} + f - \frac{1}{e} \operatorname{div} i_n . \quad (13)$$

Az i_p és az i_n két részből tevődik össze: egyfelől a külső tér következtében, másfelől pedig a diffúzió révén keletkező áramból (ez utóbbi a koncentráció gradiensevel arányos és a koncentráció-különbségek megszüntetésére irányul). E szerint

$$i = i_n + i_p \quad (14)$$

$$i_p = e \mu_p p \mathcal{E} - e D_p \text{grad } p, \quad (15)$$

$$i_n = e \mu_n n \mathcal{E} + e D_n \text{grad } n. \quad (16)$$

A (12) - (16) rendszerhez járul még a csapdákon tartózkodó elektronok koncentrációjára vonatkozó differenciálegyenlet,

$$\frac{\partial n_t}{\partial t} = r_{Lt} - \mathcal{E}_{tL} + \mathcal{E}_{tV} - r_{tV}, \quad (17)$$

és a POISSON-egyenlet is ($\rho(x,y,z)$ a tértöltés-sűrűség, ϵ a közeg dielektromos állandója, ϵ_0 pedig a vákuum permeabilitása):

$$\text{div } \mathcal{E} = - \frac{\rho(x,y,z)}{\epsilon \epsilon_0}. \quad (18)$$

A (12) - (18) egyenletrendszer általános integráljai természetesen nem adhatók meg, meg kell elégedni speciális megoldásokkal. Az első, igen sokszor lehetséges egyszerűsítés a kristályra vonatkozó neutralitási feltételből következik: a kristályban nincsen tartósan tértöltés jelen, azaz a $\rho(x,y,z) = 0$ közelítés használható. Ennek következtében egyrészt a POISSON-egyenlet válik tartalmatlanná és hagyható el [19], másrészt az egyensúlyi koncentrációktól való eltérések ($\delta n, \delta p$) és a csapdákból lévő töltéshordozók koncentrációi közötti össze-

függés adódik egyszerűen:

$$\delta n + \delta n_t = \delta p .$$

Ezek miatt

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n_t}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial \delta p}{\partial t} ,$$

valamint

$$\text{grad } n + \text{grad } n_t = \text{grad } p = \text{grad } \delta p .$$

A második feltevés az élettartamokra vonatkozik. Eszerint a rekombinációk mechanizmusa olyan, hogy

$$\tau_n = \tau_p = \tau .$$

Ezek alapján (14), (15)-nek (12) és (13)-ba helyettesítésével, majd - a $\text{div } \xi$ -s tagok kiküszöbölése céljából - az $n \mu_n$ -nel szorzott (12)-t, ill. a $p \mu_p$ -vel szorzott (13)-at összeadva

$$\frac{\partial \delta p}{\partial t} = - \frac{\delta p}{\tau} + \gamma \frac{\delta n_t}{\tau} + g_{vt} - r_{tv} + f + D \text{ divgrad } \delta p \quad (19)$$

$$- \gamma D_n \text{ divgrad } \delta n_t + \mu \xi \text{ grad } \delta p - \gamma \mu_n \xi \text{ grad } \delta n_t$$

adódik, ahol

$$\gamma = (1 + b n/p)^{-1} , \quad b = \mu_n / \mu_p ,$$

$$\mu = \frac{p - n}{n/\mu_p + p/\mu_n}$$

és

$$D = \frac{p + n}{n/D_p + p/D_n} .$$

További, lényeges egyszerűsítést jelent a csapdák szerepének elhanyagolása. Ez az eljárás azonban csak egyetlen típusú szennyezés jelenléte esetén lehet indokolt. Ezek mellett a feltevések mellett a (19) differenciálegyenlet lineárisra redukálódik, ilyenkor megoldása viszonylag egyszerű. Az ekkor kapott megoldások, bár szigorú érvényük korlátozott, mégis igen hasznosak, mert kvalitatíve még a lényegesen bonyolultabb viszonyokat is elfogadhatóan tükrözik.

Ha az eddigi egyszerűsítéseken túlmenően, külső tér sincsen jelen ($\mathcal{E} = 0$), akkor (19) alakja a következőképpen egyszerűsödik:

$$\frac{\partial \delta p}{\partial t} = - \frac{\delta p}{\tau} + f + D_0 \operatorname{divgrad} \delta p , \quad (20)$$

ahol

$$D_0 = \frac{n_0 + p_0}{n_0/D_p + p_0/D_n}$$

az un. ambipoláris diffuzivitás. D_0 erősen n-típusú anyagra vonatkozóan D_p -vel, míg erősen p-típusú anyag esetében D_n -nel helyettesíthető.

E munka következő feladata a (20) differenciálegyenletnek a megfelelő határfeltételek figyelembe vételével történő megoldása, abban az esetben, amikor a generáló fényfolt mozog. A kísérleti munkában is használható alakú megoldás meghatározásánál – a SZOROKIN által követett út nehézségeit elkerülendő – van ROOSBROECK eredményeire célszerű támaszkodni [20]. Ez utóbbi szerző által kidolgozott matematikai eljárás ugyan-

is, amely a LAPLACE-féle integráltranszformáció ⁴⁾ egy általánosításának alkalmazásából indul ki, sikeresen alkalmazható az itt felvetett általánosabb probléma, a mozgó fényfolttal történő generálás esetében is.

3. A kontinuitási egyenlet integrálja.

- a) A kontinuitási egyenlet integrálja infinitezimálisan rövid ideig tartó generálás esetén.

A problémának itt felvetett alakjában való megoldása előtt még egy előzetes számítás szükséges. Éspedig ki kell számítani a kontinuitási egyenlet integrálját abban az esetben, amikor az injiciálás pillanatig ható (ennek megfelelően a térben nyugalomban lévő) fényforrás révén jön létre. Ezen integrál kiszámítását - a későbbi általánosítás érdekében - a van ROOSEBROECK által kidolgozott eljárással célszerű végrehajtani [20].

A további megfontolások alapjául szolgáló n-típusú (csapdákat nem tartalmazó) félvezető töltse ki a $z \geq 0$ féltérrel. Létesítsen a generáló fény egy infinitezimálisan keskeny, y-irányú fénycsíkot az x_s, z_s helyen. Szorítkozzunk arra az esetre, amikor nincs külső elektromos erőter jelen, azaz $\mathcal{E} = 0$. Ilyen modell esetén a probléma kétdimenzióssá redukálódik, ami lényeges egyszerűsítést jelent.

A felületen létrejövő jelenségek jellemzésére szolgáló

⁴⁾ Egy $f(x)$ függvény LAPLACE-transzformáltját a következő összefüggés definiálja [pl. VIII, 1.o.]:

$$F(\lambda) = \int_0^\infty \exp(-\lambda x) f(x) dx ,$$

ahol a λ komplex szám a transzformáció paramétere.

felületi rekombinációs sebesség a következőképpen definiálható: A felületi hatások arra vezethetők vissza, hogy a kristály határán egyrészt a rácsperiodicitás megszakadása miatt, másrészt a beépülő atmoszferikus eredetű szennyezések következtében fellépő nívók megváltoztatják a rekombinációs viszonyokat. (Az első típusú energia-nívókat TAMM-nívóknak nevezzük [21]). Ezt a többlet-rekombinációt a fenomenológiai elmélet a részecskéknek a felületen s sebességgel kilépő, δp sűrűségű áramával reprezentálja. A sebességjellegű s mennyiséget, amely ilyenformán a kontinuitási egyenlet megoldása során felhasznált határfeltételben szerepel, szokás felületi rekombinációs sebességnek nevezni. Mivel az így definiált s analóg a hővezetés differenciálegyenletének integrálásakor fellépő, ún. harmadik kerületi érték problémánál szereplő, felületi kisugárzási együtthatóval, a határfeltétellel, amelyet (20) keresett megoldásának kinekell elégítenie, a következő alakú ⁵⁾:

$$D_0 \frac{\partial \delta p}{\partial z} = s \delta p, \text{ ha } z = 0. \quad (21)$$

A számítások során célszerű dimenzió nélküli paraméterek alkalmazása. Legyen tehát

$$\delta P \equiv \delta p / (n_0 - p_0), \quad X = x/L, \quad Y = y/L, \quad Z = z/L, \quad U = t/\tau,$$

$$L = (D_0 \tau)^{1/2},$$

5) A harmadik kerületi érték probléma a hővezetés esetében a következő [VIII, 91.o.]: Megoldandó hőáramlás esetében a v hőmérsékleteloszlásra vonatkozó

$$\partial v / \partial t = \kappa \operatorname{divgrad} v \quad (\kappa \text{ konstans})$$

differenciálegyenlet egy adott tartományban, ha a $t = 0$ -hoz tartozó kezdeti feltétel mellett a tartomány határán a $0^\circ K$ hőmérsékletű külső térbe sugárzott energiát is figyelembe vesszük. E kisugárzás azt jelenti, hogy a v függvénynek a külső normális irányában vett deriváltja arányos a hőmérsékletnek a test határán észlelhető ugrásával:

$$- \partial v / \partial n + hv = 0 \text{ a határfelületen } (t > 0; h \text{ konst.}).$$

valamint

$$S = s/v_D, \quad v_D = L/\tau \quad \text{és} \quad X_S = x_S/L, \quad Z_S = z_S/L,$$

ahol v_D a töltéshordozók diffúziós sebessége.

Kis fényintenzitásokra szorítkozva, bevezetve továbbá a dimenzió nélküli mennyiségeket (20) és (21) -be, a megoldandó differenciálegyenlet végleges alakja a következő:

$$\frac{\partial \delta P}{\partial U} = \text{divgrad } \delta P - \delta P, \quad (22)$$

$$\frac{\partial \delta P}{\partial Z} = S \delta P, \quad \text{ha } Z = 0. \quad (23)$$

A (22) egyenlet megoldása - a teljes teret kitöltő félvezető esetén, azaz a határfeltételtől eltekintve - ismert [20]. Alakilag az e^{-U} függvény és a megfelelő hővezetési probléma differenciálegyenlete megoldásának szorzata (olyan fényerősség esetén, amely $(n_0 - p_0) L^2$ párt létesít, a fénycsik mentén vett egységnyi hosszon):

$$\delta P = (4\pi U)^{-1} \exp \left[-U - (X - X_S)^2 / 4U \right] \exp \left[-(Z - Z_S)^2 / 4U \right]. \quad (24)$$

Nyilvánvaló, hogy a (23) határfeltételt is kielégítő megoldás e függvényről csak z -függésében különbözik. Elegendő tehát (24) második exponenciális tagjának olyan megváltoztatása, hogy az így előálló függvény (23)-nak is eleget tegyen.

A megoldást ez esetben a problémához tartozó $G(X, Z, U; X_S, Z_S)$ GREEN-függvény közvetlenül szolgáltatja. Általában ugyanis a $G(x, z, t; \xi, \zeta)$ GREEN-függvény olyan függvény, amely egy (ξ, ζ) -beli, pillanatig ható, normált forrás okozta perturbáció (x, z) pontban észlelt hatásának - a határfeltételt is kielégítő - időbeli lefolyását adja meg. Pontosabban egy parciális dif-

ferenciálegyenlethez tartozó G teljesíti a következő három feltételt [IX, 364.o.] :

- a) a tekintett tartományban, a (ξ, ζ) pont kivételével, folytonos első- és másodrendű differenciálhányadossal rendelkezik,
- b) kielégíti a homogén kezdeti feltételt, ha (ξ, ζ) nem esik a tartomány határára,
- c) a (ξ, ζ) ponttól eltekintve, megoldását képezi a homogén, parciális differenciálegyenletnek.

Ezek alapján könnyen belátható, hogy a (22) - (23) differenciálegyenlethez tartozó GREEN-függvény megkeresése a pillanatig ható (normált erősségű) generálás esetén fellépő probléma megoldásával egyértelmű. A G függvényt LAPLACE-transzformációval is elő lehetne állítani, célszerűbb azonban ez esetben direkt úton megszerkeszteni.

Ez utóbbi eljárás a LAPLACE-transzformáció RIEMANN-STIELTJES integrálokra való általánosításán alapszik ⁶⁾. Legyen δP -nek ilyen általánosabb értelmű transzformáltja a következő alakú:

$$\overline{\delta P} = (4\pi U)^{-1} \exp[-U-(X-X_s)^2/4U] \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-(Z-\zeta)^2/4U] dF(\zeta), \quad (25)$$

ahol egyelőre az $F(\zeta)$ integrátor függvényről csak azt tesszük

6) A RIEMANN-STIELTJES integrál definíciója [X, 3.o.]: Legyenek $\alpha(x)$ és $f(x)$ valós x -ekre értelmezett valós és korlátos változású függvények $a \leq x \leq b$ -ben. Jelölje Δ az $[a, b]$ intervallum δ normájú beosztását ($a = x_0 < x_1 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$, $\delta = \max (x_{i+1} - x_i)$, $i = 0, 1, \dots, n-1$). akkor, ha

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \sum_{i=0}^{n-1} f(\xi_i) [\alpha(x_{i+1}) - \alpha(x_i)] ,$$

$$x_i \leq \xi_i \leq x_{i+1} \quad (i = 0, 1, \dots, n-1) ,$$

létezik, a Δ -k sorozatának megválasztásától függetlenül, a határértéket az $f(x)$ függvénynek az $\alpha(x)$ integrátor függvényre vonatkozó, a -tól b -ig vett RIEMANN-STIELTJES integráljának nevezzük és

jelöljük.

$$\int_a^b f(x) d\alpha(x) \text{ -szel}$$

fel, hogy valós és korlátos változásu.

Az eljárás alapgondolata ezután a következő: $\xi \geq 0$ értékekre, azaz a félvezető belsőjében, ill. határán könnyű $F(\xi)$ -t úgy választani, hogy (25) a teljes teret kitöltő félvezető esetében kapott (24) megoldásra redukálódjék. Nem kell mást tennünk, mint $F(\xi)$ -t $\xi \geq 0$ -ra a $\xi = Z_s$ pontban egységnyi ugrásu, a $\xi < Z_s$ értékekre zérus normájú lépcsős függvényként felvenni. A $\xi < 0$ értékekre pedig, amelyeknek megválasztását a fizikai probléma nem korlátozza, $F(\xi)$ -t úgy határozzuk meg, hogy ekkor $\bar{\partial} F$ kielégítse a (23) határfeltételt. ($F(\xi)$, valamint a (25)-ben szereplő RIEMANN-STIELTJES integrál részletes kiszámítása - mint van ROOSBROECK idézett munkájának ismertetése - a Függelékben található meg, 2. pont.) Az idevonatkozó meggondolások arra az eredményre vezetnek, hogy a pillanatig tartó, normált erősségű generálás problémájához tartozó GREEN-függvény, amely tehát a (23) feltételt is kielégíti, a következő alakú:

$$G(X, Z, U; X_s, Z_s)$$

$$= (4\pi U)^{-1} \exp[-U - (X - X_s)^2/4U] \left\{ \exp[-(Z - Z_s)^2/4U] + \exp[-(Z + Z_s)^2/4U] \right. \\ \left. - 2S \int_0^\infty \exp[-S\xi - (Z + Z_s + \xi)^2/4U] d\xi \right\}. \quad (26)$$

A következők során ezt az eredményt fogjuk behatóbban diszkutálni, ill. mozgó fényfolt esetére általánosítani.

- b) A kontinuitási egyenlet integrálja mozgó fényfolttal történő generálás esetén, a fényfolthoz rögzített rendszerben. A diffúziós együttható, élettartam, szabad uthossz, valamint a mozgékonyosság meghatározása.

A pillanatig ható generálásról térjünk át arra az esetre, amikor a szabad töltéshordozókat egy állandó erősségű, az X -irányban egyenletes c sebességgel mozgó, infinitezimálisan keskeny fénysáv hozza létre. A forrás mindenkor koordinátái legyenek most is (x_s, z_s alapján) X_s, Z_s . A többi részletre vonatkozóan az előzőekben elfogadott fizikai kép legyen érvényes. Az 1. pontban említetteknek megfelelően, ilyen elrendezés esetében, a fényfolthoz rögzített $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ koordináta-rendszerben az állapot stacionárius. A mozgó rendszerbeli stacionárius megoldás (26) -ből két lépésben állítható elő:

Az első lépés egy koordináta-transzformáció, amely (26)-nak a mozgó koordináta-rendszerbeli alakját állítja elő. Második lépésként az így transzformált függvényben az időtől való függést kuszóboljuk ki, azaz a stacionárius állapotot leíró függvényt keressük meg. E feladat 0 -tól ∞ -ig vett U -szerinti integrálással oldható meg. Az így előálló, időtől független megoldás most már a töltéshordozók koncentrációjának helytől való függését fejezi ki a mozgó koordináta-rendszerrel együtt mozgó (egyszerűség kedvéért vegyük úgy, hogy e koordináta-rendszer Y -tengelyével egybeeső), normált erősségű forrás okozta zavar esetén [22].

Ennek megfelelően vezessük be tehát az új koordináta-rendszert. Az $\bar{x} = x - ct$, $\bar{y} = y$, $\bar{z} = z$ és $\bar{x}_s = \bar{z}_s = 0$ alapján a dimenzió nélküli koordináták alakja a következő:

$$\bar{x} = X - \frac{c}{L} t = X - \frac{c\tau}{L} U \equiv X - \alpha U, \quad \bar{y} = Y, \quad \bar{z} = Z, \quad \bar{x}_s = \bar{z}_s = 0.$$

Ebben a koordináta-rendszerben (26) a következő alakú:

$$\begin{aligned}
 g(\bar{X}, \bar{Z}, U; 0, 0) &= (2\pi U)^{-1} \exp[-U - (\bar{X} + \alpha U)^2/4U] \\
 &\times \left\{ \exp[-\bar{Z}^2/4U] - s \int_0^\infty \exp[-s\zeta - (\bar{Z} + \zeta)^2/4U] d\zeta \right\} \\
 &= (2\pi U)^{-1} \exp\left[-\left(1 + \frac{\alpha^2}{4}\right) U - \frac{\alpha}{2} \bar{X} - \bar{X}^2/4U\right] \\
 &\times \left\{ \exp[-\bar{Z}^2/4U] - s \int_0^\infty \exp[-s\zeta - (\bar{Z} + \zeta)^2/4U] d\zeta \right\}.
 \end{aligned} \tag{27}$$

A stacionárius állapotot leíró megoldás, $\bar{G}(\bar{X}, \bar{Z}; 0, 0)$, (27) -ből tehát U-szerinti integrálással nyerhető:

$$\bar{G}(\bar{X}, \bar{Z}; 0, 0) = \int_0^\infty g(\bar{X}, \bar{Z}, U; 0, 0) dU. \tag{28}$$

A (28) integrál explicit kiszámításához először végre kell hajtanunk a $V = (1 + \alpha^2/4)U$ - ekkor $dU/U = dV/V$ - helyettesítést. Ilymódon (27) olyan alakra hozható, hogy az integrálok kiszámítása a másodfajú, imaginárius argumentumu BESSEL-függvények integráلهállítással való összehasonlítás segítségével történhetik. Ez az integráلهállítás [XI, 183.o.] :

$$K_\nu(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{z}{2}\right)^\nu \int_0^\infty v^{-(\nu+1)} e^{-v - z^2/4v} dv \quad (\text{ha } \operatorname{Re} z^2 > 0)$$

(a BESSEL-függvény rendje, ν , ez esetben 0). Ennek segítségével:

$$\begin{aligned}
 \bar{G}(\bar{X}, \bar{Z}; 0, 0) &= \frac{1}{\pi} e^{-\frac{\alpha}{2} \bar{X}} \left\{ K_0\left[(\bar{X}^2 + \bar{Z}^2)^{1/2} (1 + \alpha^2/4)^{1/2}\right] \right. \\
 &\quad \left. - s \int_0^\infty e^{-s\zeta} K_0\left[(\bar{X}^2 + \bar{Z}^2 + \zeta^2)^{1/2} (1 + \alpha^2/4)^{1/2}\right] d\zeta \right\}.
 \end{aligned}$$

Feltételezve, hogy a kísérleti elrendezésnél a töltéshordozók koncentrációját detektáló tükontektus a $\bar{Z} = 0$ síkon érinti a félvezetőt,

$$\bar{G}(\bar{x}, 0; 0, 0) = \frac{1}{\pi} e^{-\frac{\alpha}{2} \bar{x}} \left\{ K_0 \left[|\bar{x}| \left(1 + \alpha^2/4 \right)^{1/2} \right] - S \int_0^{\infty} e^{-S\zeta} K_0 \left[\left(\bar{x}^2 + \zeta^2 \right)^{1/2} \left(1 + \alpha^2/4 \right)^{1/2} \right] d\zeta \right\} \quad (29)$$

adódik. A (29) egyenlet fejezi ki a töltéshordozók eloszlását a mozgó koordinátarendszerben, mozgó fényfolttal történő injiciálás esetében. Ez az egyenlet – a várakozásnak megfelelően – speciális esetként tartalmazza mind van ROOSBROECK, mind ADAM eredményeit. Az első szerző álló fényfolt esetében adja meg az eloszlásfüggvényt, és ez (29) -ből, $c = 0$ -nak megfelelően, $\alpha = 0$ helyettesítéssel nyerhető. Az ADAM által megadott eloszlásfüggvényben pedig a ζ -szerinti integrált tartalmazó tag hiányzik; ezzel bizonyítható az az állításunk, hogy ez utóbbi szerző eredményei csak zérus felületi rekombinációs sebesség esetében tükrözik a fennálló viszonyokat.

A (29) egyenlet még tovább egyszerűsíthető parciális integrálással (a kiintegrált rész ui. kiesik a BESSEL-függvények és a deriváltjaik közti kapcsolat következtében):

$$\bar{G}(\bar{x}, 0; 0, 0) = \frac{1}{\pi} e^{-\frac{\alpha}{2} \bar{x}} \int_0^{\infty} e^{-S\zeta} K_1 \left[\left(\bar{x}^2 + \zeta^2 \right)^{1/2} \left(1 + \alpha^2/4 \right)^{1/2} \right] \frac{\zeta}{\left(\bar{x}^2 + \zeta^2 \right)^{1/2}} d\zeta. \quad (30)$$

A (30) -ban szereplő integrál, ha S elég nagy, a benne fellépő $e^{-S\zeta}$ tag miatt igen gyorsan konvergál. Ilyenkor jó közelítéssel érvényes $\left(\bar{x}^2 + \zeta^2 \right)^{1/2} \approx \bar{x}$ és $\zeta \cdot \left(\bar{x}^2 + \zeta^2 \right)^{-1/2} \approx \zeta/\bar{x}$, aminek eredményeképpen a (30)-ban szereplő integrál kiszámítható:

$$\begin{aligned} \bar{G}(\bar{x}, 0; 0, 0) &= \frac{1}{\pi \bar{x}} e^{-\frac{\alpha}{2} \bar{x}} K_1 \left[|\bar{x}| \left(1 + \alpha^2/4 \right)^{1/2} \right] \int_0^{\infty} \zeta e^{-S\zeta} d\zeta \\ &= e^{-\frac{\alpha}{2} \bar{x}} K_1 \left[|\bar{x}| \left(1 + \alpha^2/4 \right)^{1/2} \right] (\pi \bar{x} S^2)^{-1}. \end{aligned}$$

Nagy $\bar{x}$ -ek esetében további közelítést lehet - most már a K_1 függvényre - alkalmazni [XI, 202.o.] :

$$K_1(z) \approx \left(\frac{x}{2z}\right)^{1/2} e^{-z}$$

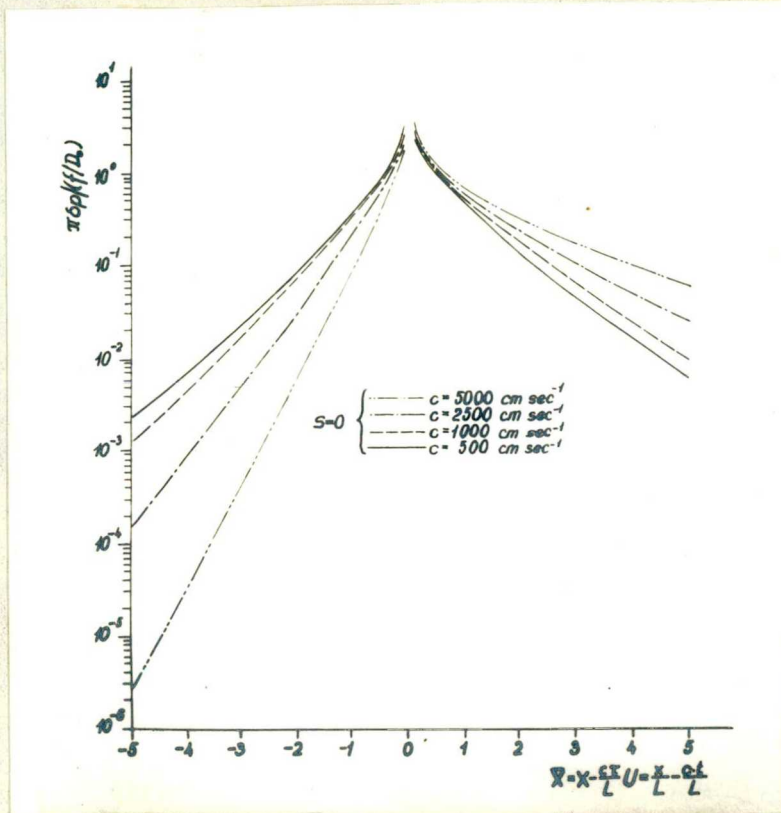
Ennek segítségével nyerhető $\bar{G}(\bar{x}, 0; 0, 0)$ végleges alakja. Ezen kifejezés felírása helyett azonban - szemléletesség kedvéért - célszerű visszatérni a GREEN-függvény reprezentációról az eredeti δp -re:

$$\delta p = \frac{f}{D_0 L} \bar{G} \approx \frac{f D_0^{1/2} \tau^{1/2}}{(2\pi)^{1/2} s^2 \left[\left(\frac{c}{2D_0}\right)^2 + \frac{1}{D_0} \right]^{1/4}} \times |\bar{x}|^{-3/2} \exp \left\{ -\frac{c}{2D_0} \bar{x} + |\bar{x}| \left[\left(\frac{c}{2D_0}\right)^2 + \frac{1}{D_0} \right]^{1/2} \right\} \quad (31)$$

(az $f/(D_0 L)$ szorzó azért lép fel, mert most a forrás erőssége nem normált és ezen felül (20) -ből (22) $D_0 L$ -lel való osztással nyerhető). A kísérleti munkában - a mérőberendezés nehézkes kalibrálását elkerülendő - δp logaritmusa nyer csak alkalmazást. Emiatt (31) -ben a konstans arányossági tényező nem jut szerephez, és a felhasználás szempontjából csak az a fontos, hogy

$$\delta p \sim |\bar{x}|^{-3/2} \exp \left\{ -\frac{c}{2D_0} + |\bar{x}| \left[\left(\frac{c}{2D_0}\right)^2 + \frac{1}{D_0 \tau} \right]^{1/2} \right\} \quad (31a)$$

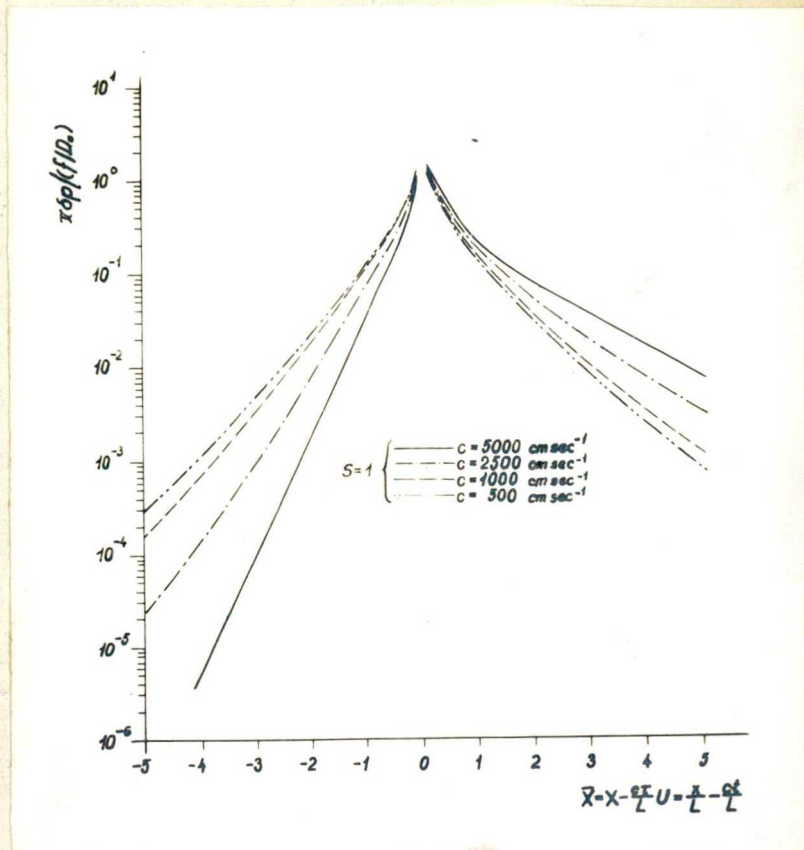
Az elméleti fotofeszültség-, pontosabban az $\ln \delta p / (f/D_0)$ görbéknek a mozgó koordinátarendszerbeli alakjáról ad számot a 6. és 7. ábra. A különböző c és s paraméter-értékek esetére kiszámított függvények a (30) egyenletnek felelnek meg. (Az elméleti görbék $D_0 = 10^2 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1}$ és $\tau = 10^{-4} \text{ sec}$ értékekre, mint nagyságrendi becslésekre vonatkoznak.)



6. ábra

nátarendszerben, $\bar{x} = x - ct$ függvényeként, két egyenes adódik, egy a görbe forrás előtti és egy a forrás utáni szakaszának megfelelően. Az ezek iránytangenseire vonatkozó kifejezésben azonban szerepel D_0 és τ paraméterként, s a két meredekség kifejezése egyenletrendszerként jelent az ismeretlen D_0 és τ -ra vonatkozóan. A két meredekséget, $1/L_1$,

Elvben a (30) egyenlet, gyakorlatban pedig annak egyszerűsített alakja, (31a), teszi lehetővé D_0 és τ (ezen keresztül L és μ_p) mérését. A követendő eljárás teljesen hasonló ahhoz, amit ADAM az $s = 0$ esetben javasolt. Ábrázolva ugyanis (31a)-t féllogaritmikus koordi-



7. ábra

III. $1/L_2$ -vel jelölve

$$\frac{1}{L_1} \equiv \left| -\frac{\ln p}{x} \right|_1 = \frac{c}{2D_0} + \left[\left(\frac{c}{2D_0} \right)^2 + \frac{1}{D_0 \tau} \right]$$

$$\frac{1}{L_2} \equiv \left| -\frac{\ln p}{x} \right|_2 = -\frac{c}{2D_0} + \left[\left(\frac{c}{2D_0} \right)^2 + \frac{1}{D_0 \tau} \right]$$

adódik, feltéve, hogy $\ln |\bar{x}|^{-3/2}$ közelítőleg konstans. Ezek alapján:

$$\begin{aligned} L &= (D_0 \tau)^{1/2} = (L_1 L_2)^{1/2} \\ D_0 &= \frac{c}{1/L_1 - 1/L_2} \\ \tau &= \frac{L_1 - L_2}{c} \\ \mu_p &= D_0 \frac{e}{kT} \quad (\text{EINSTEIN-összefüggés}) \end{aligned} \quad (32)$$

A (32) egyenletrendszer alapján tehát a kísérletileg meghatározott - azaz a pontkontaktus feszültségét jelző - oszcillogram kiértékelése révén a kristály e négy fontos jellemzője meghatározható. Minthogy (32) illetően levezetése során végülis elhanyagoltuk a felületi rekombinációt, a (32) rendszer alakja, természetesen megegyezik ADAMnak az $a = 0$ esetre kapott eredményével.

- c) A kontinuitási egyenlet integrálja mozgó fényfolttal történő generálás esetén, a kristályhoz rögzített rendszerben. A felületi rekombinációs sebesség meghatározása.

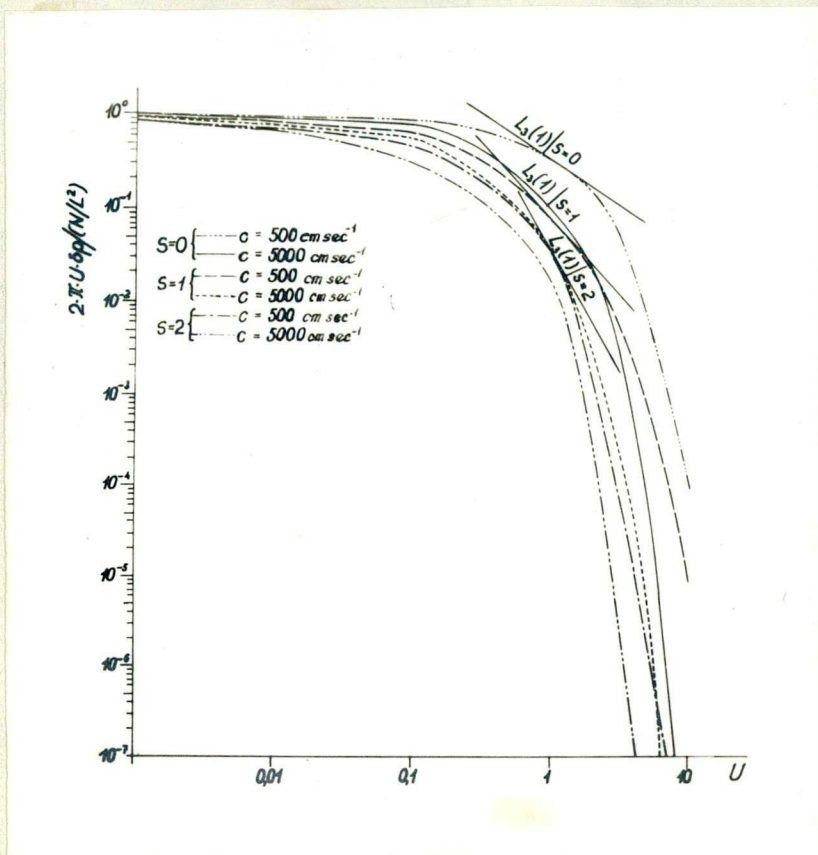
A (30) egyenlet tartalmazza ugyan a felületi rekombinációs sebességet paraméterként, de a 6. és 7. ábra összevetéséből látható, hogy az s paraméter változása a görbék alakját vajmi kevésbé befolyásolja. A (30) egyenlet közelítéseiben pedig már s csupán arányossági tényezőként szerepel, és ilyen módon, logaritmikus ábrázolásban, már csak a görbék egyszerű eltolódását okozza.

A felületi rekombinációs sebesség meghatározására alkalmas kifejezéshez úgy juthatunk, ha kiszámítjuk a töltéshordozók eloszlásfüggvényét a kristályhoz rögzített koordinátarendszerben. E kifejezés - bár ugyanazt a fizikai lényegyet tükrözi - a jelenség nem-stacionárius voltát is mutatja, s ezzel együtt az s paraméter változásaira sokkal érzékenyebb.

A mozgó fényfolttal történő generálás - e nézőpont szerint - az a . pontban tárgyalt esethez hasonló, azzal az eltéréssel, hogy a generálás helye, $(x_g, 0)$, most egyenletes mozgást végez. Jelöljük N -nel a fényfolt futása nyomán keletkező párok teljes számát, továbbá helyezzük el a detektort valahol az $X = Z = 0$ egyenesen; akkor (26) megfelelő alakja:

$$\begin{aligned} \delta p / (N/L^2) &= G(0, 0, U; \alpha U, 0) \\ &= (4\pi U)^{-1} \exp[-U - \alpha^2 U^2 / 4U] \left\{ 2 - 2S \int_0^\infty \exp[-S] - \frac{1}{2} \frac{S^2}{4U} dS \right\} \\ &= (2\pi U)^{-1} \exp[-(1 + \alpha^2 / 4)U] \left\{ 1 - S \int_0^\infty \exp[-S] - \frac{1}{2} \frac{S^2}{4U} dS \right\}. \quad (33) \end{aligned}$$

(Az N/L^2 tényező amiatt lép fel, mert a forrás nem normált erősségű.) Az összefüggésben szereplő integrál kiszámítható, ha azt az $\exp[-\frac{1}{2} \frac{S^2}{4U}]$ függvénynek S paraméter szerinti LAPLACE-



8. ábra

$$\delta p/(N/L^2) = (2\pi U)^{-1} \exp\left[-(1 + \alpha^2/4)U\right] \times \left\{1 - \pi^{1/2} S U^{1/2} e^{S^2 U} [1 - \operatorname{erf}(S U^{1/2})]\right\}, \quad (34)$$

ahol

$$\operatorname{erf}(x) = 2\pi^{-1/2} \int_0^x \exp[-\beta^2] d\beta.$$

A (34) egyenlet ilyen levezetésével a kristályhoz rögzített koordinátarendszerben is megkaptuk a töltéshordozók koncentrációjának időtől való függését. Az egyenletnek megfelelő $\ln(2\pi U \delta p/(N/L^2))$ görbék, $\ln U$ függvényében, az S és a $c = L\alpha/\tau$ paraméterek különböző értékei mellett a 8. ábrán láthatók. (Az elméleti görbék ez esetben is a $D_0 = 10^2 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1}$, $\tau = 10^{-4}$

transzformáltjának fogjuk fel. Ez az eljárás jogos, hiszen a LAPLACE-transzformáció értelmezve van a transzformációs paraméter minden komplex értékére, értelemszerűen a valós, nem-negatív S -ekre is. Az $\exp[-\xi^2/4U]$ transzformáltja integrál-táblázatokban megtalálható [XII, 174.o.]. Ennek megfelelően a (33) egyenlet alakja [22]:

sec értékekhez tartoznak.) Az elméleti görbék alakjából szem-
mellátható, hogy a töltéshordozók koncentrációját a nyugvó
koordinátarendszerben leíró összefüggés az S változásaira
valóban érzékenyen reagál. Ennek bemutatására a 8. ábrán meg-
húztuk a $c = 500 \text{ cm sec}^{-1}$ -hez tartozó görbék (ezeknél $S =$
 $= 0, 1, 2$) $U = 1$ pontban – azaz $t = \tau$ időpontban – vett é-
rintőit is. Ezek meredekségének változása mutatja, mennyivel
gyorsabban lecseng a koncentrációváltozás nagyobb felületi
rekombinációs sebességek esetében.

Az érintők meredekségének S -től való függését használhat-
juk fel S mérése céljából. A kísérleti munkában – az előzők-
höz hasonlóan – most is (34) logaritmusának alkalmazása cél-
szerű. Sőt, most a kétszer logaritmikus skála lesz megfelelő
a viszonylag lassu lecsengés miatt.

A kétszer logaritmikusan ábrázolt koncentrációváltozás-
görbék érintőire, azaz az ilyen módon ábrázolt (34) differen-
ciálhányadosára vonatkozó kifejezés kiszámításához szükségünk
lesz a következőre: Általában egy $f(x)$ görbe kétszer logarit-
mikusan ábrázolt megfelelőjének differenciálhányadosa:

$$\frac{\partial \ln f(y)}{\partial y} \quad (y = \ln x) .$$

Eszerint az $\ln U$ függvényeként ábrázolt $\ln(U G)$ differen-
ciálhányadosa:

$$L_3(V) = \frac{\partial \ln [\epsilon^V G(0, 0, \epsilon^V, \alpha \epsilon^V, 0)]}{V} = - (1 + \alpha^2/4) \epsilon^V \quad (35)$$

$$= \frac{\pi^{1/2} s \epsilon^{V/2} \epsilon^{s^2 V} [1 - \operatorname{erf}(s \epsilon^{V/2})] (1/2 + s^2 \epsilon^V) - s^2 \epsilon^V}{1 - \pi^{1/2} s \epsilon^{V/2} \epsilon^{s^2 V} [1 - \operatorname{erf}(s \epsilon^{V/2})]}$$

ahol $V = \ln U$, a kétszer logaritmikus koordinátarendszer ab-

szeisszája. Ha $S \in \sqrt[3]{V/2} \gg 1$, az $\operatorname{erf}(S \in \sqrt[3]{V/2})$ egy aszimptotikus sorral helyettesíthető [XII, 126.o.]. Növekvő $S \in \sqrt[3]{V/2}$ - vel a közelítés okozta hiba rohamosan csökken: már $S \in \sqrt[3]{V/2} = 2$ esetén is, a sor első négy tagját véve figyelembe, legfeljebb 4%. (E becslést a sor azon tulajdonsága teszi lehetővé, hogy az n -edik tagnál való megállás okozta hiba mindig kisebb az $n + 1$ -ik tag abszolút értékénél.) A sor alakja nagy $|x|$ -ekre és $-\pi/2 < \arg x < +\pi/2$ esetén a következő:

$$\frac{x^4}{2} [1 - \operatorname{erf}(x)] \approx \frac{e^{-x^2}}{2x} \left[1 - \frac{1}{2x^2} + \frac{1 \cdot 3}{(2x^2)^2} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{(2x^2)^3} + \dots \right]$$

Az első négy tag figyelembevételével (35):

$$L_3(V) \approx -(1 + \alpha^2/4) \in^V - 1 + \frac{6S^2 \in^V - 45/2}{4S^4 \in^{2V} - 6S^2 \in^V + 15} \quad (36)$$

Ez az összefüggés jól használható S kísérleti meghatározására, mert (36) S -re vonatkozóan egy másodfokúra redukálható negyedfoku egyenlet, amelynek fizikai jelentéssel rendelkező gyöke:

$$S = \left\{ \frac{3a + \left[9a^2 + 60(a-1)b \right]^{1/2}}{4 \in^V (a-1)} \right\}^{1/2},$$

ahol

$$a = L_3(V) + (1 + \alpha^2/4) \in^V + 2,$$

$$b = -L_3(V) - (1 + \alpha^2/4) \in^V + \frac{1}{2}.$$

Ennek alapján tehát a felületi rekombinációs sebesség meghatá-

rozásánál követendő eljárás a következő:

Mivel τ már ismert (b.pont), lehetséges a detektorfeszültség oszcillogram-görbéjének U -szorosát, U függvényében, kétszer logaritmikus koordinátarendszerben ábrázolni. E görbe irántangensét lemérve egy olyan helyen, amelyre várhatólag $S \in \sqrt{2} > 1$, (37) alapján S közvetlenül számítható. Az így nyert S -ből a felületi rekombinációs sebesség, s , cm sec^{-1} egységekben, könnyen adódik:

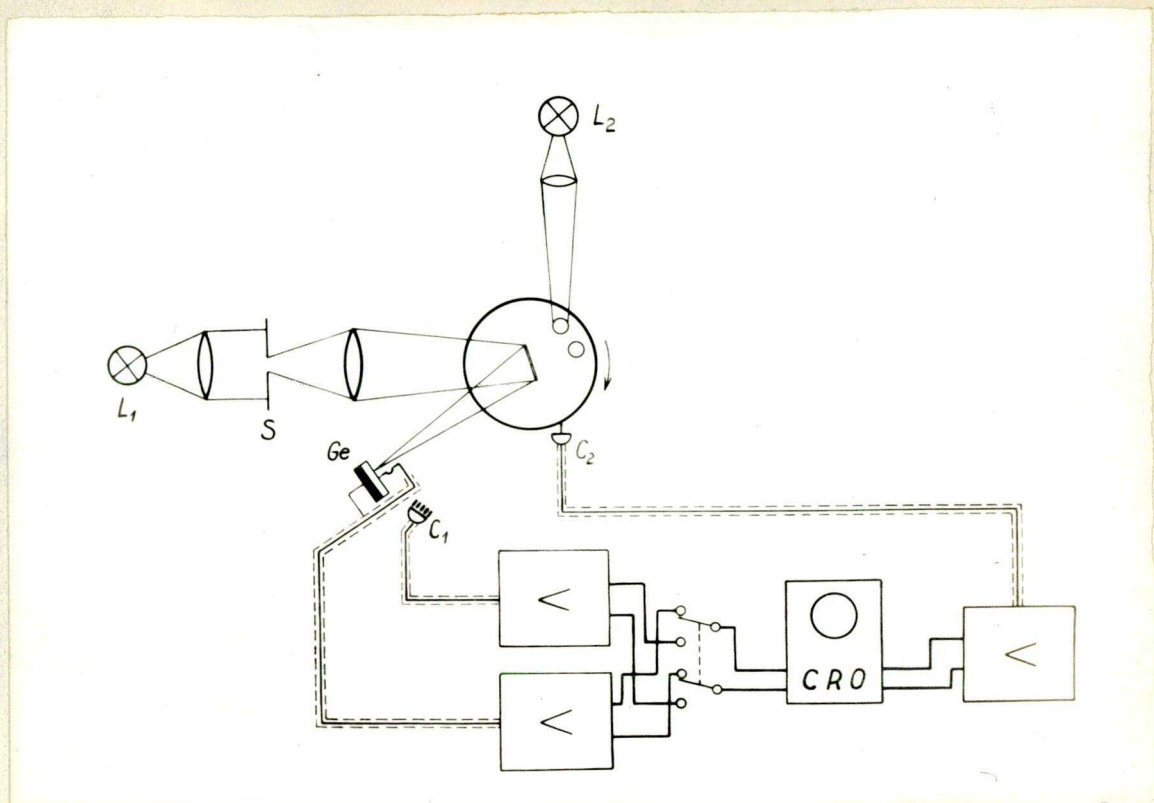
$$s = S L / \tau .$$

4. Az eljárás kísérleti megvalósítása.

a) Kísérleti berendezés.

A kísérletek lebonyolítására - s ez az eljárás előnyeként emelhető ki - a mozgó fényfolttal történő vizsgálatok során széleskörűen alkalmazott elrendezés közvetlenül használható. Ilyen berendezés leírása megtalálható pl. ADAM és SZOROKIN idézett munkáiban [17], [18].

A berendezés elvi rajza a 9. ábrán látható. A Ge kristály, fémalapra forrasztva, egy ZEISS-féle mikromanipulátor asztalán foglal helyet. Az L_1 , 90 W-os, izzólámpa fénye egy kondenzorlencsén át jut az S részre, a rész pedig egy forgó, elsőfelületű tükör közbeiktatásával képezhető le a kristály felszínére. A foszforbronz pontkontaktus mozgatását szintén a manipulátor segítségével lehetett végezni. A C_1 fotocella szolgált az oszcilloszkóp időtengelyének kalibrálására, a cella előtt elhelyezett, ismert geometriai adatokkal rendel-



9. ábra

kező fémrács-diafragma segítségével.

Két szélessávu erősítő erősítette egyrészt a kristályról, másrészt a fotocelláról származó impulzusokat. A jeleket a CRO katódsugár-oszcilloszkóp tette láthatóvá és fényképezhetővé. A tükör forgatását szinkron-motor végezte, a forgási sebesség ellenőrzésére pedig egy Orion-gyártmányú, precíziós mérősztróboszkóp (Oristrob) szolgált. Az L_2 lámpa fényét egy megfelelően lyuggatott, a tükörrel együtt forgó korong szaggatta a C_2 fotocella előtt. E celláról származó, erősített impulzusokat lehetett az oszcilloszkóp szinkronizálására használni. Erre azonban rendszerint nem volt szükség: a motor pontosan együtt futott a hálózati váltófeszültséggel. A hálózati frekvencia stabilitását ilyenkor a sztróboszkóp lengőnyelve és egy külön frekvenciamérő segítségével lehetett ellenőrizni. A fényfolt mozgási sebességének ismeretéhez szükség volt még a tükör és a kristály r távolságának pontos mérésére. E célra a mikromanipulátor mikrométercsavarját használtuk.

A forgó tükörrel előállított fényfolt-sebesség a tükör és a preparátum távolságának, valamint a motor fordulatszá-
mának (ez utóbbi a kísérletnél $\nu = \omega / 2\pi = 25 \text{ sec}^{-1}$) is-
meretében egyszerűen számítható:

$$c = 2 r \omega = 4 \pi r \nu .$$

b) Germánium kristályokban, mozgó fényfolt segítségével kel-
tett töltéshordozók élettartamának, diffúziós együttható-
jának, szabad uthosszának, mozgékonyságának és felületi
rekombinációs sebességének mérése.

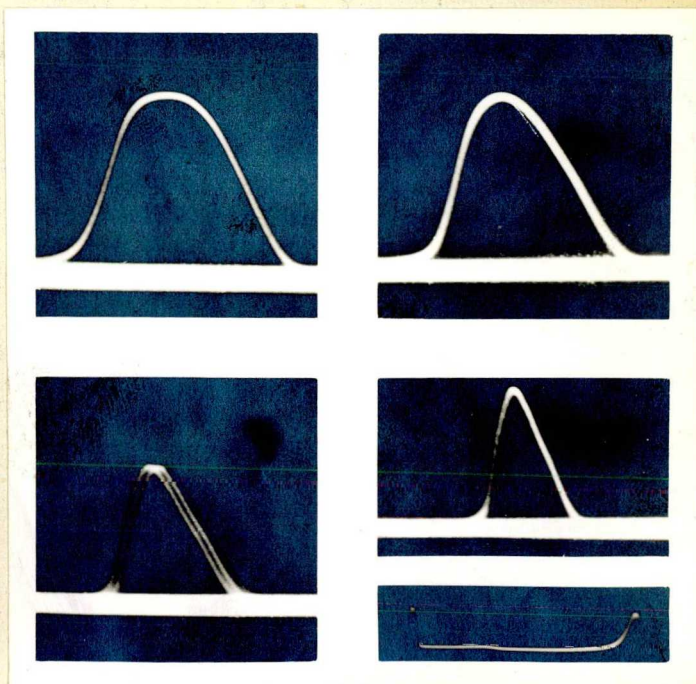
v A méréshez használt preparátumok ipari minőségű germáni-
umból készültek. A nagy első felületű kristályokat kb. $0,5 - 1 \text{ cm}^2$) ohmikus kontaktust biztosító forrasztással rögzítettük
az alapkontaktusként szerep-
lő fémlemezre.

A kristályok tisztítá-
sa a következőképpen történt:

a) Félperces maratás 100 ml
30%-os hidrogénhiperoxid
(VEB Laborchemie, p.a. mi-
nőség) és 0,5 ml 20%-os
nátriumhidroxid felforralt
keverékében (a forralást
a kristályok behelyezésé-
vel egyidőben hagytuk ab-
ba).

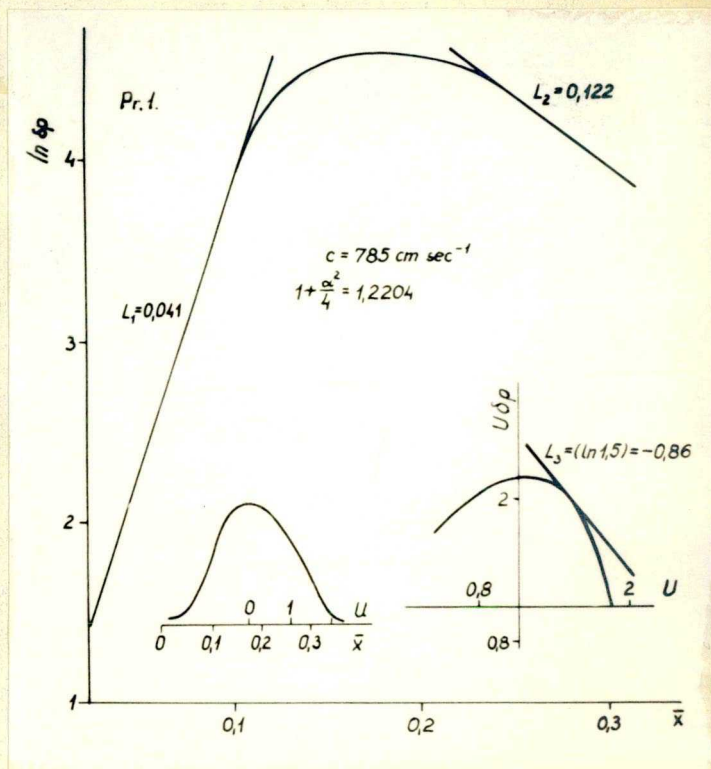
b) Desztillált vizes öblítés.

A preparátumokon végzett

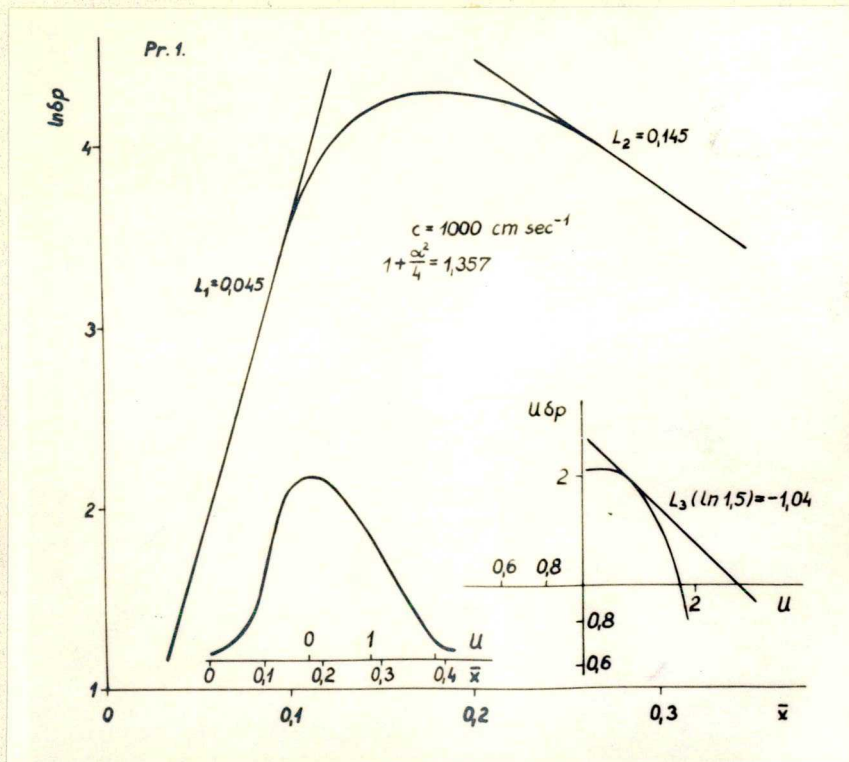


10. ábra

mérések célja kizárólag az eljárás kipróbálása volt. Ennek megfelelően a figyelem az egyébként változatlan körülmények között végrehajtott méréseknek c változásai következtében fellépő szórásának vizsgálatára irányult. Ezen belül is első sorban a felületi rekombinációs sebesség mért értékeinek szórására, mert a többi mennyiségnek a mozgó fényfolt módszerrel való - ki-
elégítő pontosságu - mérhetősége nem szorul igazolásra.



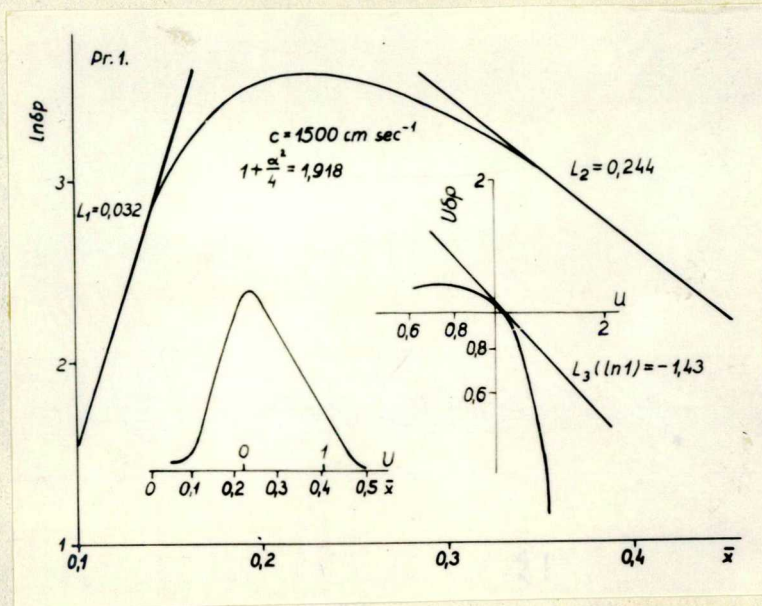
11. ábra



12. ábra

Felvételek készültek 785, 1000, 1500 és 2000 cmsec⁻¹-es fényfolt-sebességeknél. A 10. ábrán az 1. preparátumon észlelt fotoimpulzusok felvételei láthatók. E példaképpen közölt felvétel-sorozaton jól megfigyelhető az aszimmetria növekedése a fényfolt-sebesség növelésével. (Az ábrák egymásmellé másolá-



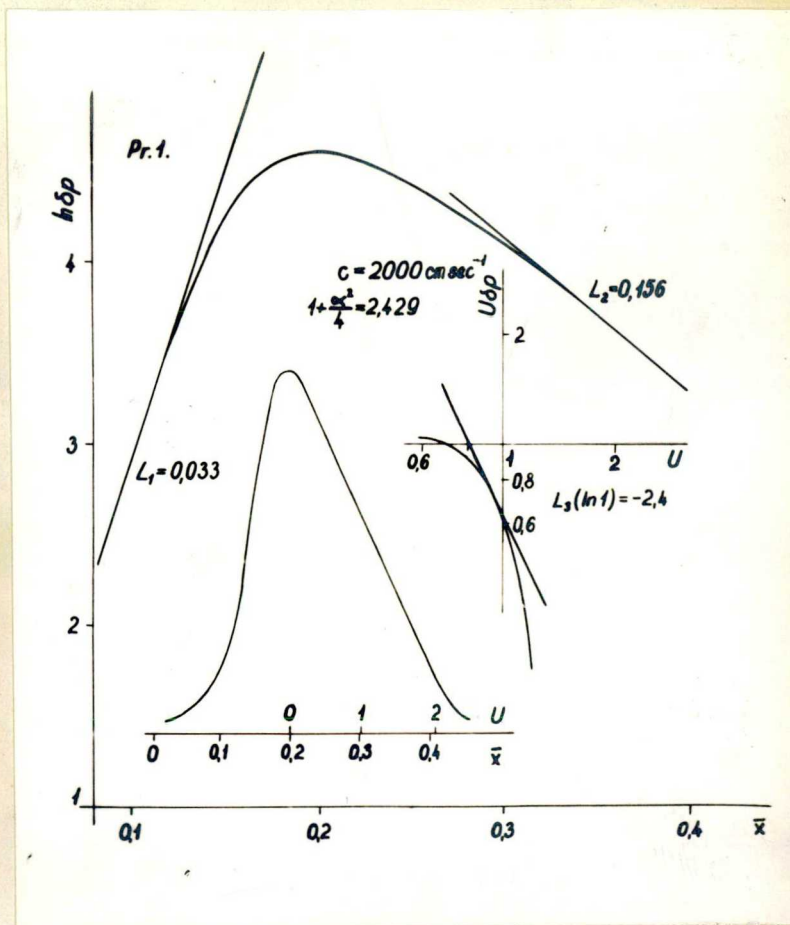


13. ábra

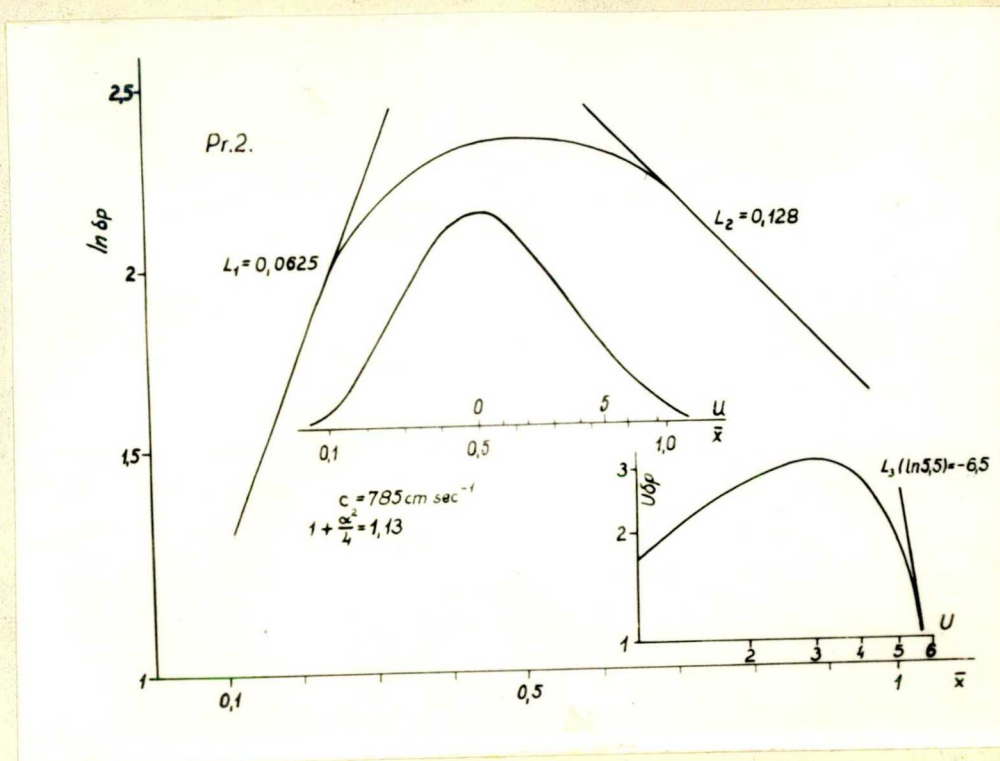
sánál úgy jártunk el, hogy a fényfolt mozgási sebessége balról-jobbra majd fölülről lefelé növekszik.) Minden felvételhez, természetesen, a C_1 fotocella előtti fémrács segítségével felvett időjelek társultak. A 10. ábrán látható időjel $434 \mu\text{sec}$ időtartamot jelez.

A mérések kiértékelésének menete a 11.-

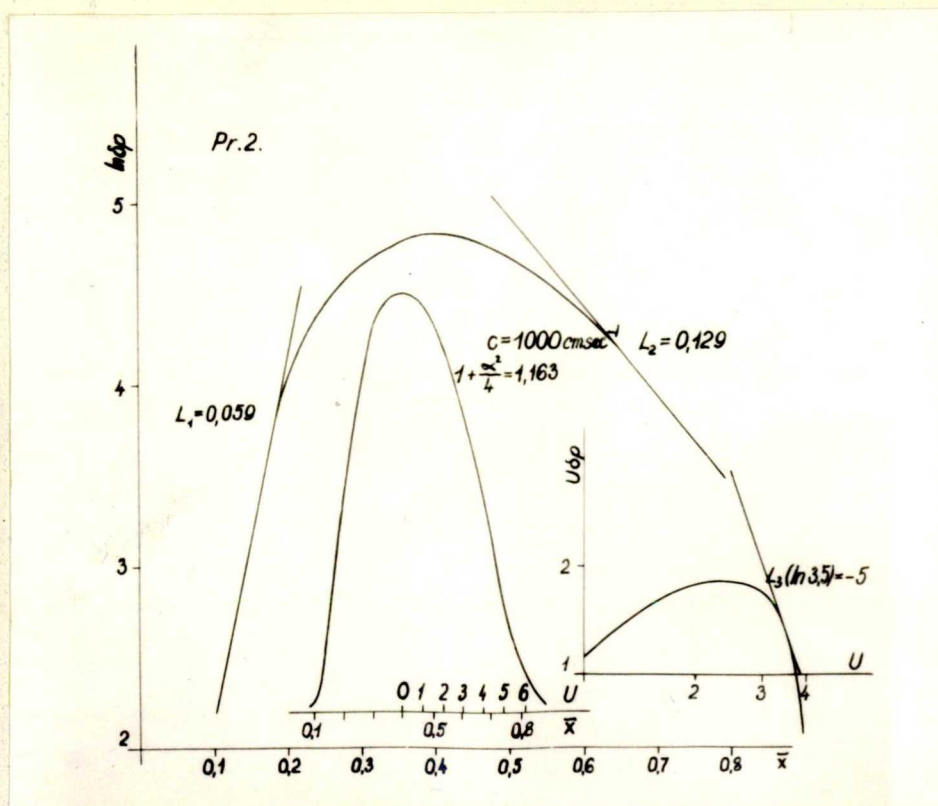
18. ábráról olvasható le. Mindegyik ábra alsó részén a feltüntetett sorszámú preparátumhoz tartozó, az ábrán megadott fényfolt-sebesség mellett felvett oszcillogramok láthatók. Ezeknél az abszcisszát beosztottuk, a későbbi kiértékelés céljából, egyrészt $\bar{x}$, másrészt U -koordináták egységeinek megfelelően. Ezután az oszcillogramokat pontról-pontra, tet-szés szerinti egysé-



14. ábra



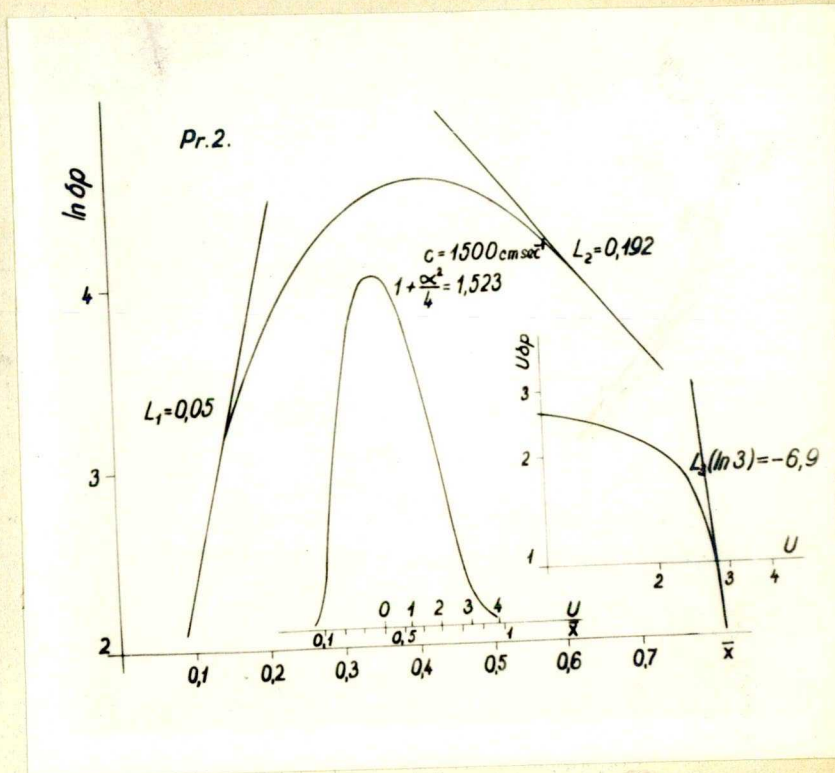
15. ábra



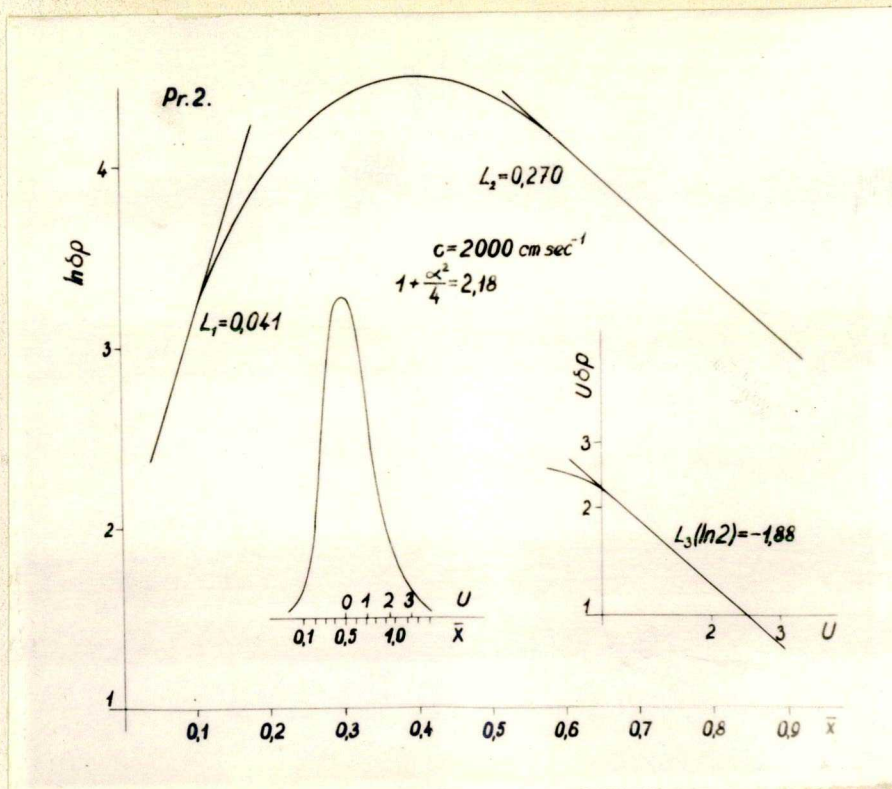
16. ábra

gekben, ábrázoltuk az $\ln \delta p$, $\bar{x} = c t$ koordinátarendszerben. Az így kapott görbékrol lehetett a két meredekséget, $1/L_1$ -et és $1/L_2$ -t leolvasni. Ezen értékeket (32)-be helyettesítve, könnyen ki lehetett számítani D_0 , τ , L , valamint μ_p érté-

keit. Ezekután, τ ismeretében, felrajzoltuk az eredeti oszcillogram-görbék U -szorosát U függvényében, kétszer logaritmikus skála alkalmazása mellett. E görbékhez (az ábrákon az $(U \delta P), U$ görbék) külső szakaszaik egy pontjában szintén érintőt húztunk. Ennek meredeksége $L_3(V)$. Az $L_3(V)$ értéket (37)-be he-



17. ábra



18. ábra

lyettesítve kiszámítható S , illetve τ . Az ilymódon végrehajtott kiértékelések eredményeit az 1. és 2. táblázatban foglaltuk össze [23]. Az utolsó két oszlopban szereplő felületi rekombinációs sebességre vonatkozó adatokat L és τ átlagértékei ($\bar{L}$ és $\bar{\tau}$) alapján számítottuk.

1. táblázat.

1. preparátum.

c cmsec^{-1}	D_0 $\text{cm}^2\text{sec}^{-1}$	τ μsec	L cm	μ_p $\text{cm}^2\text{V}^{-1}\text{sec}^{-1}$	$S(\frac{L}{\tau})$	$s(\frac{L}{\tau})$ cmsec^{-1}	$S(\frac{\bar{L}}{\tau})$	$s(\frac{\bar{L}}{\tau})$ cmsec^{-1}
785	48	103	0,071	1838	0,953	656	1,077	892
1000	65	100	0,081	2512	1,153	934	1,066	883
1500	81	133	0,104	3134	1,573	1230	1,573	1302
2000	84	62	0,072	3219	1,560	1811	4,011	3321
átlag	70	99	0,082	2677	1,310	1158	1,932	1600

2. táblázat.

2. preparátum.

c cm sec^{-1}	D_0 $\text{cm}^2\text{sec}^{-1}$	τ μsec	L cm	μ_p $\text{cm}^2\text{V}^{-1}\text{sec}^{-1}$	$S(\frac{L}{\tau})$	$s(\frac{L}{\tau})$ cmsec^{-1}	$S(\frac{\bar{L}}{\tau})$	$s(\frac{\bar{L}}{\tau})$ cmsec^{-1}
785	96	83	0,089	3692	1,976	2118	1,771	1849
1000	107	70	0,087	4115	2,719	3380	1,813	1893
1500	101	94	0,097	3884	2,026	2091	1,853	1935
2000	97	114	0,105	3730	1,485	1368	2,232	2330
átlag	100	90	0,094	3855	2,051	2239	1,917	2002

Kiszámítottuk a felületi rekombinációs sebesség mérésekor adódó abszolút és relatív hibák értékeit is (3. és 4. táblázat).

3. táblázat.

1. preparátum.

α cmsec^{-1}	$\Delta S \left(\frac{L}{\tau} \right)$	$\frac{\Delta S \left(\frac{L}{\tau} \right)}{\bar{S} \left(\frac{L}{\tau} \right)}$	$\Delta s \left(\frac{L}{\tau} \right)$ cmsec^{-1}	$\frac{\Delta s \left(\frac{L}{\tau} \right)}{\bar{s} \left(\frac{L}{\tau} \right)}$	$\Delta S \left(\frac{\bar{L}}{\tau} \right)$	$\frac{\Delta S \left(\frac{\bar{L}}{\tau} \right)}{\bar{S} \left(\frac{\bar{L}}{\tau} \right)}$	$\Delta s \left(\frac{\bar{L}}{\tau} \right)$ cmsec^{-1}	$\frac{\Delta s \left(\frac{\bar{L}}{\tau} \right)}{\bar{s} \left(\frac{\bar{L}}{\tau} \right)}$
785	-0,357	27%	-502	43%	-0,855	44%	-708	44%
1000	-0,157	12%	-224	19%	-0,866	45%	-717	45%
1500	0,263	20%	72	6%	-0,359	19%	-298	19%
2000	0,250	19%	653	56%	2,079	108%	1721	107%

4. táblázat.

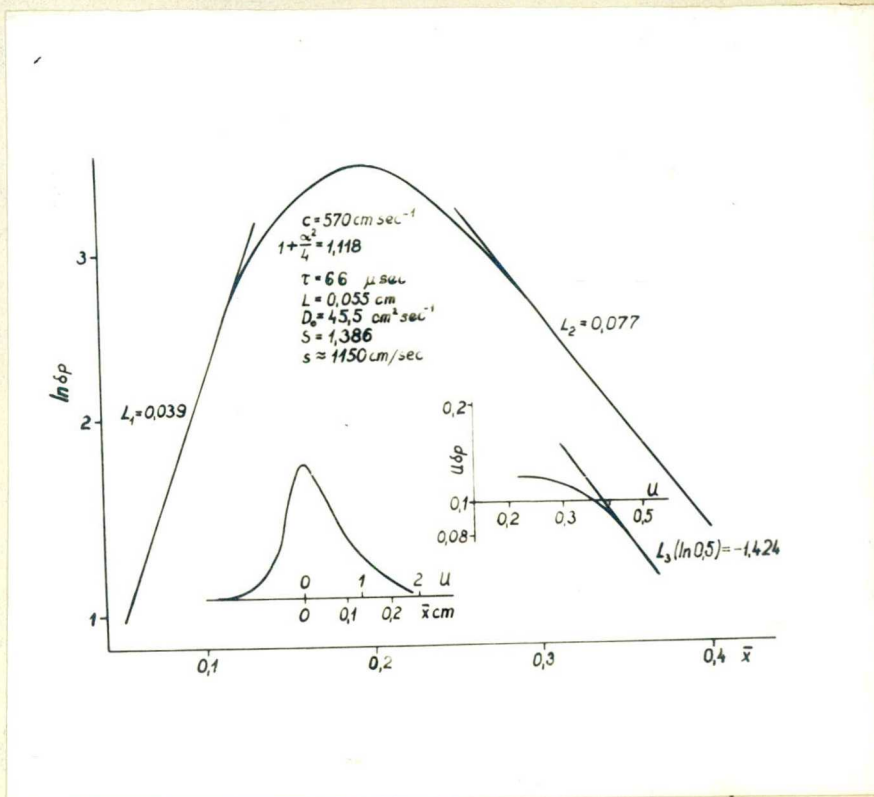
2. preparátum.

α cmsec^{-1}	$\Delta S \left(\frac{L}{\tau} \right)$	$\frac{\Delta S \left(\frac{L}{\tau} \right)}{\bar{S} \left(\frac{L}{\tau} \right)}$	$\Delta s \left(\frac{L}{\tau} \right)$ cmsec^{-1}	$\frac{\Delta s \left(\frac{L}{\tau} \right)}{\bar{s} \left(\frac{L}{\tau} \right)}$	$\Delta S \left(\frac{\bar{L}}{\tau} \right)$	$\frac{\Delta S \left(\frac{\bar{L}}{\tau} \right)}{\bar{S} \left(\frac{\bar{L}}{\tau} \right)}$	$\Delta s \left(\frac{\bar{L}}{\tau} \right)$ cmsec^{-1}	$\frac{\Delta s \left(\frac{\bar{L}}{\tau} \right)}{\bar{s} \left(\frac{\bar{L}}{\tau} \right)}$
785	-0,075	4%	-121	5%	-0,146	8%	-153	8%
1000	0,668	33%	1141	51%	-0,104	5%	-109	5%
1500	-0,025	1%	-148	7%	-0,064	3%	-67	3%
2000	-0,566	28%	-871	39%	0,315	16%	328	16%

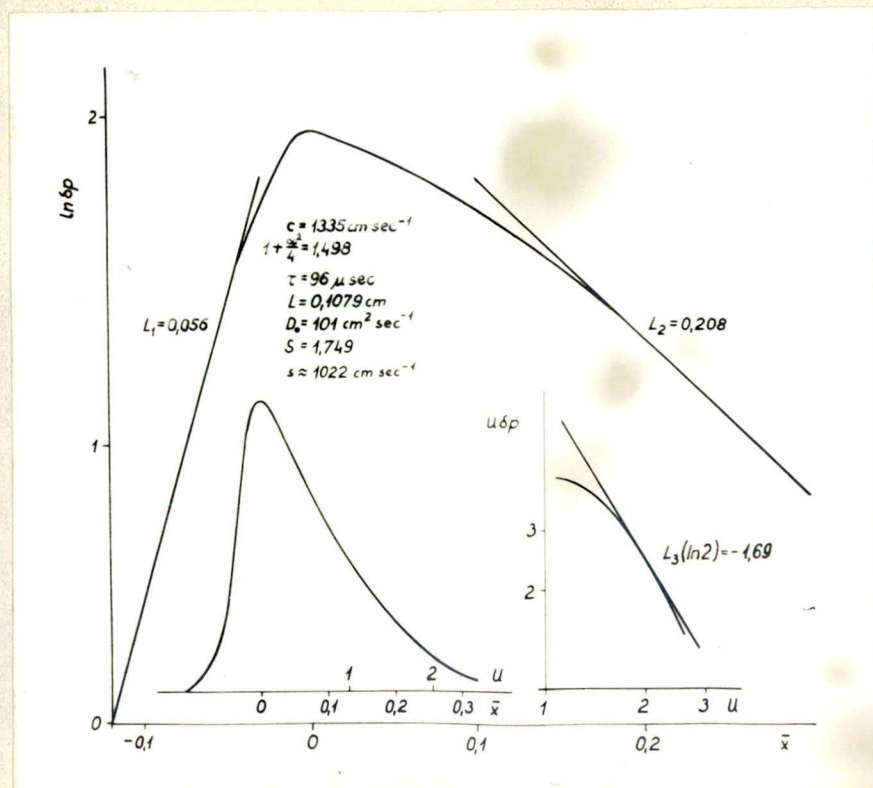
A 3. és 4. táblázat adatai alapján látható, hogy az eljárás - pontosságát tekintve - nem marad el egyéb, széles körben alkalmazott fotoelektromos eljárásoktól (a relatív hibák

átlag nem éri el a 30%-ot), s a kísérleti munkában jól felhasználható az az előnye, hogy csekély többlet-számolással a D_0 , τ , L és μ_p -n kívül a felületi rekombináció mérésére is lehetőséget nyújt.

Miként az első fejezetben vázolt eljárás tárgyalása során, úgy most is alkalmaztuk eredményeinket más kuta-



19. ábra



20. ábra

tók mérési adatainak kiértékelésére: kiszámítottuk a felületi rekombinációs sebesség értékét néhány olyan pre-parátumra (n-Ge-ra) vonatkozóan is, amelyek esetében a mozgó fényfolt-módszerrel felvett oscillogramok ADAM idézett dolgozatában találhatók meg (19. és 20. ábra).

Összefoglalás.

A disszertáció főbb eredményeit a következőkben foglalhatjuk össze.

Két módszert dolgoztunk ki a félvezetőkben jelenlévő töltéshordozók néhány fontos jellemzőjének meghatározására:

- 1) Az első fejezet egy olyan módszer leírását és kísérleti megvalósítását tartalmazza, amely vegyes típusu vezetés esetében is lehetővé teszi mindkét típusu töltéshordozó koncentrációjának és mozgékonyságának meghatározását elektromos, magneto- és termoelektromos mérések eredményeinek kiértékelése révén.
- 2) A második fejezetben kifejtett és kísérletileg vizsgált eljárás egy mozgó fényfolt felhasználásán alapuló fotoelektromos módszer, amely alkalmas a keltett kisebbségi töltéshordozók élettartamának, diffúziós együtthatójának, szabad ut-hosszának, mozgékonyságának és felületi rekombinációs sebességének meghatározására, a fotofeszültség időbeli változását ábrázoló oszcillogram kiértékelése alapján.

Az első módszer használhatóságát a vegyes típusu vezetést mutató hazai ferroszilícium ötvözetből készült preparátumon, míg a második eljárás alkalmazhatóságát ipari célokra használt germánium egykristályokon végzett méréseinkkel támasztottuk alá.

* * *

A disszertáció a Szegedi Tudományegyetem Kísérleti Fizikai Intézetében készült. Köszönetem szeretném kifejezni dr. Budó Ágoston egyetemi tanárnak, a Magyar Tudományos Akadémia tagjának, munkám hathatós támogatásáért. Hálásan köszönöm továbbá

az Intézet főlvezetőkkel foglalkozó kutatócsoportja vezetőjének, dr.Gombay Lajos egyetemi docensnek, a fizikai tudományok kandidátusának állandó segítségét és az első fejezetben kidolgozott módszernek mint témának rámbizását, valamint Lang János adjunktusnak a kísérleti munkák során nyújtott sokoldalú segítségét.

III. Függelék.

1. A (μ_p) -re vonatkozó egyenlet levezetése.

A megoldandó egyenletrendszer:

$$n \mu_n + p \mu_p = a$$

$$\frac{n \mu_n^2 + p \mu_p^2}{a^2} = b$$

$$\frac{4}{\pi} \frac{n \mu_n^3 + p \mu_p^3}{a} - \left(\frac{b a^2}{a} \right) = c$$

$$\frac{n \mu_n \ln(n/n_0) - p \mu_p \ln(p/p_0) + A (p \mu_p - n \mu_n)}{a} = d ,$$

azaz

$$n \mu_n + p \mu_p = a \quad (38)$$

$$n \mu_n^2 + p \mu_p^2 = a^2 b \quad (39)$$

$$n \mu_n^3 + p \mu_p^3 = \frac{\pi}{4} a (a^2 b^2 + c) \quad (40)$$

$$n \mu_n \ln(n/n_0) - p \mu_p \ln(p/p_0) + A (p \mu_p - n \mu_n) = a d . \quad (41)$$

Végrehajtva sorban a $\mu_n = \frac{a - p \mu_p}{n}$, majd az

$$n = \frac{(a - p \mu_p)^2}{a^2 b + p \mu_p^2} , \text{ végül pedig a}$$

$$p = \frac{\frac{\pi}{4} a^2 (a^2 b^2 + c) - a^4 b^2}{a \mu_p^3 + 2a^2 b \mu_p^2 + \frac{\pi}{4} a (a^2 b^2 + c) \mu_p} \quad \text{helyettesítést,}$$

megkapjuk a felhasznált (7) implicit egyenletet.

2. Az $F(\zeta)$ függvény meghatározása és a kontinuitási egyenlet megoldása pillanatig ható forrás esetén [20].

Ahhoz, hogy (25) $\zeta \geq 0$ -ra (24)-gyel egyenértékű legyen, $\zeta \geq 0$ esetben $F(\zeta)$ -nak, a $\zeta = Z_s$ pontban egységnyi ugrásu, lépcsős függvénynek kell lennie. Ezután $F(\zeta)$ -t a $\zeta < 0$ értékekre úgy kell megválasztani, hogy (23) teljesüljön. $F(-\zeta)$ helyett $F^*(\zeta)$ -t írva és bevezetve a

$$\chi(x, x_s, U) \equiv (4\pi U)^{-1} \exp[-U - (x - x_s)^2/4U]$$

jelölést, kapjuk:

$$\delta P = \chi(x, x_s, U) \int_0^\infty \exp[-(Z + \zeta)^2/4U] dF^*(\zeta) + \exp[-(Z - Z_s)^2/4U] .$$

Általában ugyanis lépcsős függvények esetén a RIEMANN-STIELTJES integrálok, kiszámítása igen egyszerű, mert az x -tengely egy $\{x_i\}$ beosztásához tartozó $F(x_{i+1}) - F(x_i)$ különbségek csak akkor nem tűnnek el, ha valamelyik "lépcső" beleesik az $x_{i+1} - x_i$ intervallumba. Eszerint, ha $\{\bar{x}_j\}$ helyeken vannak, pl. egységnyi lépcsők, ezek mindegyike egy $\int_{x_{i-1}}^{x_i} f(x) dF(x)$ integrálhoz egy-egy $f(\bar{x}_j)$ taggal járul. Így, ha $j = 1, \dots, n$, az integrál $\sum_{j=1}^n f(\bar{x}_j)$.

Térjünk ezek után vissza tulajdonképpeni problémánkhoz. A (23) határfeltétel kielégítéséhez szükséges $\partial \delta P / \partial Z$ kiszámi-

mitása:

$$\frac{\partial \delta P}{\partial Z} = \chi(x, x_s, U) \left\{ - \int_0^{\infty} \frac{Z + \zeta}{2U} \exp[-(Z + \zeta)^2/4U] dF^*(\zeta) - \frac{Z - Z_s}{2U} \exp[-(Z - Z_s)^2/4U] \right\}.$$

Ennek segítségével a (23) egyenlet a következő alakú lesz:

$$\begin{aligned} & - \int_0^{\infty} \frac{\zeta}{2U} \exp(-\zeta^2/4U) dF^*(\zeta) + \frac{Z_s}{2U} \exp(-Z_s^2/4U) \\ & = S \left[\int_0^{\infty} \exp(-\zeta^2/4U) dF^*(\zeta) + \exp(-Z_s^2/4U) \right]. \end{aligned} \quad (42)$$

$S = 0$ esetben (42) teljesíthető, ha $F^*(\zeta)$ is a $\zeta = Z_s$ pontban egységnyi ugrású lépcsős függvény. Ez az $F(-\zeta) = F^*(\zeta)$ helyettesítés szerint egy, a $Z = -Z_s$ pontban lévő tükör-forrást jelent. Minthogy általában $S \neq 0$, bontsuk $F^*(\zeta)$ -t két részre. Legyen $F_0^*(\zeta)$ a $\zeta = Z_s$ pontban egységnyi ugrású lépcsős függvény. A másik komponenst, $F_1^*(\zeta)$ -t pedig (42) alapján határozzuk meg. Tehát (42) az

$$F^*(\zeta) = F_0^*(\zeta) + F_1^*(\zeta)$$

helyettesítéssel:

$$\int_0^{\infty} \frac{\zeta}{2U} \exp(-\zeta^2/4U) dF_1^*(\zeta) + S \int_0^{\infty} \exp(-\zeta^2/4U) dF_1^*(\zeta) = -2S \exp(-Z_s^2/4U).$$

Minthogy az integrátor függvény valós és korlátos változású, az előző egyenlet parciálisan integrálható:

$$\int_0^{\infty} \frac{\xi}{2U} \exp(-\xi^2/4U) dF_1^*(\xi) + S \exp(-\xi^2/4U) F_1^*(\xi) \Big|_0^{\infty} \\ + S \int_0^{\infty} \frac{\xi}{2U} \exp(-\xi^2/4U) F_1^*(\xi) d\xi = -2S \exp(-Z_s^2/4U) .$$

Ha a $0 \leq \xi \leq Z_s$ intervallumban $F_1^*(\xi) = 2$ -t választunk, a bal-
oldal második tagja a jobboldali taggal ellentétten egyenlő
lesz. A $Z_s < \xi < \infty$ értékeknél viszont az előző kifejezés dif-
ferenciálegyenletet jelent $F_1^*(\xi)$ -ra, feltéve, hogy e függvény
ezen intervallumban folytonos differenciálhányadossal rendel-
kezik; az

$$\int_{Z_s}^{\infty} \frac{\xi}{2U} \exp(-\xi^2/4U) \left[\frac{dF_1^*(\xi)}{d\xi} + S F_1^*(\xi) \right] d\xi = 0$$

integrál eltűnéséhez ugyanis

$$\frac{dF_1^*(\xi)}{d\xi} + S F_1^*(\xi) = 0$$

szükséges. Ennek a differenciálegyenletnek a $\xi = Z_s$ pontban
folytonosan csatlakozó megoldása:

$$F_1^*(\xi) = 2 \exp[-S(\xi - Z_s)] , \quad Z_s \leq \xi < \infty .$$

Jelöljük a $0 \leq \xi \leq Z_s$ intervallumban zérus-normájú, a $\xi = Z_s$
pontban egységnyi ugrású lépcsős függvényt $\mathbb{1}(Z_s)$ -sel, akkor a
részeredmények alapján

$$F^*(\xi) = \mathbb{1}(Z_s) + 2 \exp[-S(\xi - Z_s)] \cdot \mathbb{1}(Z_s) .$$

A fellépő egyszerű integrálok kiszámítása után (25)-ből
adódik a probléma GREEN-függvénye (1. (26) egyenlet).

Felhasznált irodalom.

- [I] BUSCH, G., U. WINKLER: Ergebnisse d. exakten Natwiss. 29. köt. (Springer, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1956).
 - [II] SPENKE, E.: Elektronische Halbleiter (Springer, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1955).
 - [III] SHOCKLEY, W.: Electrons and Holes in Semiconductors (D.v. Nostrand, Toronto-New York-London, 1951), 1. kiad.
 - [IV] FRÖHLICH, H.: Elektronentheorie der Metalle (Springer, Berlin, 1936).
 - [V] DITCHBURN, R.W., N.F. MOTT: Semiconducting Materials (Butterworth, London, 1951).
 - [VI] KINGSTON, R.H.: Semiconductor Surface Physics (Univ. Pennsylvania Press, Philadelphia, 1957).
 - [VII] BRECKENRIDGE, R.G.: Photoconductivity Conference (J. Wiley, New York, 1956).
 - [VIII] CARSLAW, H.S., J.C. JAEGER: Operational Methods in Applied Mathematics (Oxford Univ. Press, London, 1948), 2. kiad.
 - [IX] COURANT, R., D. HILBERT: Methods of Mathematical Physics, 1. köt. (Interscience Publ., New York, 1953).
 - [X] WIDDER, D.V.: The LAPLACE Transform (Princeton Univ. Press, Princeton, 1946).
 - [XI] WATSON, G.N.: A Treatise on the Theory of BESSEL Functions (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1944).
 - [XII] MAGNUS, W., F. OBERHETTINGER: Formeln und Sätze für die speziellen Funktionen der mathematischen Physik (Springer, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1948), 2. kiad.
-
- [1] 1. pl. FAN, H.Y.: Phys. Rev. 78, 808 (1950),
 HUNG, C.S., J.R. GLIESSMAN: Phys. Rev. 79, 726 (1950),
 JOHNSON, V.A., H.Y. FAN: Phys. Rev. 79, 899 (1950),
 PRINCE, M.B.: Phys. Rev. 92, 681 (1953),
 SHOCKLEY, W.: Phys. Rev. 90, 491 (1953),
 STEVENSON, D.T., R.J. KEYES: Physica 20, 1041 (1954).
 - [2] MADELUNG, O., H. WELKER: Zs.f. angew. Phys. 5, 12 (1953).
 - [3] DAVIS, L. jr.: Phys. Rev. 56, 93 (1939).
 - [4] ESTERMANN, I., A. FONER: Phys. Rev. 79, 365 (1950).
 - [5] SEITZ, F.: Phys. Rev. 79, 372 (1950).

- [6] JOHNSON, V.A., W.J. WHITESELL: Phys. Rev. 82, 941 (1953).
- [7] JOHNSON, V.A., K. LARK-HOROVITZ: Phys. Rev. 92, 226 (1953).
- [8] TAUC, J.: Phys. Rev. 95, 1394 (1954).
- [9] KOHTOPOBA, T.A.: *TФ. 24, 1291 (1954).
- [10] BLOEM, J.: Philips Res. Repts. 11, 273 (1956).
- [11] GOMBAY, L., J. GYULAI, J. LÁNG: Acta Phys. Hung. 8, 203 (1957).
- [12] KOLAČEK, F.: Ann. d. Phys. 4. Folge, 39, 149 (1912).
- [13] ENGELHARD, E.: Ann. d. Phys. 5. Folge, 17, 501 (1933).
- [14] WINKLER, U.: Helv. Phys. Acta 28, 633 (1955).
- [15] AVERY, D.G., J.B. GUNN: Proc. Phys. Soc. A 68, 918 (1955).
- [16] BATH, D.G., H. CUTLER: J. Phys. Chem. of Solids 5, 171 (1958).
- [17] ADAM, G.: Zs. f. Naturforschg. 9a, 607 (1954).
- [18] СОРОКИН, О.Б.: *ТФ. 26, 2467 (1956), no. 26, 2473 (1956).
- [19] HERRING, C.: Bell Syst. Techn. J. 28, 401 (1949).
- [20] van ROOSBROECK, W.: J. Appl. Phys. 26, 380 (1955).
- [21] TANM, I.: Physik. Zs. Sowj. 1, 733 (1932).
- [22] GYULAI, J.: Acta Phys. Hung., megjelenőben.
- [23] GYULAI, J., J. LANG: Acta Phys. et Chem. Szeged, megjelenőben.

Jelölések és egységek

- (Megjegyzés: a) az "n", ill. "p" indexek a vezetési típusra utalnak,
b) az alkalmazott egységrendszer a szakirodalomban "laboratóriumi egységrendszer" néven szerepel [III].)

A	az általános WIEDEMANN-FRANZ törvény arányossági tényezője	
b	a mozgékonyságok aránya, $b = \mu_n / \mu_p$	
c	a II. fejezetben a fényfolt mozgási sebessége	cm sec ⁻¹
D _n , D _p	a kisebbségi töltéshordozók diffúziós együtthatója	cm ² sec ⁻¹
D ₀	ambipoláris diffuzivitás	cm ² sec ⁻¹
e	elektrontöltés	coulomb
e	a természetes logaritmus alapszáma	
ε _L	a vezetési sáv alsó széléhez tartozó energia	joule, eV
ε _V	a valenciasáv felső széléhez tartozó energia	joule, eV
Δε	a tiltott sáv szélessége, Δε = ε _L - ε _V	joule, eV
Δε _{A1} , Δε _{D1} , ...	a szennyezési nivóknak a megfelelő sávoktól mért energetikai távolsága	joule, eV
Δε _A , Δε _D	az akceptor, ill. donátor nivónak a megfelelő sávoktól mért energetikai távolsága	joule, eV
Δε _t	a csapdák energetikai mélysége a vezetési sáv alatt	joule, eV
f	fényhatásra keletkezett párok idő- és térfogategységre eső száma	cm ⁻³ sec ⁻¹
F _n , F _p	a töltéshordozók szabadsági foka, F _n = m/m _n [*] , F _p = m/m _p [*]	
g _s	spontán keletkező párok idő- és térfogategységre eső száma	cm ⁻³ sec ⁻¹
g _{vt}	a valenciasáv-csapda átmenet révén keletkező defektelektronok idő- és térfogategységre eső száma	cm ⁻³ sec ⁻¹
g _{tL}	a csapda-vezetési sáv átmenet révén keletkező szabad-elektronok idő- és térfogategységre eső száma	cm ⁻³ sec ⁻¹
h	PLANCK-állandó	joule sec
I	áramerősség	amper

k	BOLTZMANN-állandó	joule fok ⁻¹
L	az ambipoláris diffuzivitáshoz és a τ élettartamhoz tartozó diffúziós hossz, $L = (D_0 \tau)^{1/2}$	cm
L_n, L_p	a kisebbségi töltéshordozók szabad uthossza, $L_n = (D_n \tau_n)^{1/2}$, $L_p = (D_p \tau_p)^{1/2}$	cm
m	elektrontömeg	g
m_n^*, m_p^*	a töltéshordozók effektív tömege	g
M	a kísérleti preparátum z-irányu mérete	cm
n	a szabad-elektronok koncentrációja	cm ⁻³
n_i	a spontán létrejött párok koncentrációja	cm ⁻³
n_L	effektív állapotsűrűség a vezetési sávban, $n_L = 2(2\pi m_n^* kT/h^2)^{3/2}$	cm ⁻³
n_0	az elektronok egyensúlyi koncentrációja	cm ⁻³
n_t	a csapdákon tartózkodó elektronok koncentrációja	cm ⁻³
N	a pillanatnyi generálás révén keltett párok száma	
$N_{A1}, N_{D1}, \dots$	az akceptorok és donátorok koncentrációi többféle szennyezés esetén	cm ⁻³
N_A, N_D	az egyetlen típusu akceptor, ill. donátor nivó koncentrációja	cm ⁻³
N_t	az elektroncsapdák koncentrációja	cm ⁻³
p	a szabad defektelektronok koncentrációja	cm ⁻³
p_0	a defektelektronok egyensúlyi koncentrációja	cm ⁻³
p_v	effektív állapotsűrűség a valenciasávban, $p_v = 2(2\pi m_p^* kT/h^2)^{3/2}$	cm ⁻³
δp	többlet defektelektron-koncentráció, $\delta p = (n_0 - p_0)$	cm ⁻³
δP	redukált többlet defektelektron-koncentráció, $\delta P = \delta p / (n_0 - p_0)$	
r	a forgótükör és a preparátum távolsága	cm
r_s	a vezetési sáv és valenciasáv közötti átmenet révén létrejövő spontán rekombinációk idő- és térfogategységre eső száma	cm ⁻³ sec ⁻¹
r_{Lt}	a vezetési sávból a csapdába került elektronok idő- és térfogategységre eső száma	cm ⁻³ sec ⁻¹
r_{tv}	a csapda-valenciasáv átmenet révén létrejött rekombinációk idő- és térfogategységre eső száma	cm ⁻³ sec ⁻¹
R	HALL-együttható	cm ³ coul ⁻¹
s	felületi rekombinációs sebesség	cm sec ⁻¹

S	a felületi rekombinációs sebesség dimenzió nélküli megfelelője, $S = s/v_D$	
t	időkoordináta	sec
T	hőmérséklet	$^{\circ}K$
ΔT	hőmérsékletkülönbség	$^{\circ}C$
U	redukált időkoordináta, $U = t/\tau$	
v_D	a töltéshordozók diffúziós sebessége, $v_D = L/\tau$	cm sec ⁻¹
$V, \Delta V$	elektromos feszültségkülönbség	volt
V	a II.fej. 2.c. pontjában logaritmikus abszcissza, $V = \ln U$	
V_{ab}	termoelektromotoros erő	volt, mV
$dV = dx dy dz$	térfogatelem	cm ³
x, y, z	DESCARTES-koordinátarendszer tengelyei, térkoordináták	cm
X, Y, Z	redukált térkoordináták, $X = x/L, \dots$	
$\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$	a fényfolthoz rögzített rendszerbeli koordináták	cm
$\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$	a fényfolthoz rögzített rendszerbeli redukált koordináták, $\bar{X} = \bar{x}/L, \dots$	
x_s, z_s	a fényfolt koordinátái az álló rendszerben	cm
X_s, Z_s	a fényfolt redukált koordinátái az álló rendszerben, $X_s = x_s/L, Z_s = z_s/L$	
$\bar{x}_s, \bar{z}_s$	a generálás helye a fényfolthoz rögzített rendszerben	cm
$\bar{X}_s, \bar{Z}_s$	a generálás helye a fényfolthoz rögzített redukált rendszerben, $\bar{X}_s = \bar{x}_s/L, \bar{Z}_s = \bar{z}_s/L$	
dx, dy, dz	koordinátadifferenciálok	cm
$\mathcal{B} = (B_x, B_y, B_z)$	mágneses indukció	gauss
$\mathcal{E} = (E_x, E_y, E_z)$	elektromos térerősség	volt cm ⁻¹
$i = (i_x, i_y, i_z)$	elektromos áramsűrűség	amper cm ⁻²
$i_n = (i_{nx}, i_{ny}, i_{nz})$	elektronáramsűrűség	amper cm ⁻²
$i_p = (i_{px}, i_{py}, i_{pz})$	defektelektron-áramsűrűség	amper cm ⁻²
v_n, v_p	az elektronok, ill. defektelektronok haladási sebessége	cm sec ⁻¹
α	$= c/L$	
ϵ	dielektromos állandó	
ϵ_0	a vákuum permeabilitása	farad cm ⁻¹
ζ	FERMI-nívó	joule, eV
θ	a vegyes típusu félvezető HALL-szöge	radián

θ_n, θ_p	n-, ill. p-típusú félvezető HALL-szöge	radián
λ_e	a hővezetés elektronos részéhez tartozó hővezetési együttható	joule cm ⁻¹ . .sec ⁻¹ fok ⁻¹
μ	THOMSON-együttható ($[\mu I \Delta T]$ = a térfogatban időegység alatt felszabaduló hőmennyiség, cal sec ⁻¹ -ben)	cal fok ⁻¹ . .coulomb ⁻¹
μ_H	HALL-mozgékonyság, $\mu_H = \sigma R$	cm ² volt ⁻¹ . .sec ⁻¹
μ_n, μ_p	az elektronok, ill. defektelektronok haladási mozgékonyága, röviden mozgékonyága, $\eta_n = \mu_n \ell$, $\eta_p = \mu_p \ell$	cm ² volt ⁻¹ . .sec ⁻¹
ν	fordulatszám	sec ⁻¹
$\rho(x, y, z)$	tértöltés-sűrűség	coul cm ⁻³
$\Delta \rho$	= $\rho_0 - \rho_{\%}$, a $\mathcal{L}$ -tér hatásaképpen fellépő fajlagos ellenállásváltozás	Ω cm
$\Delta \rho / \rho_{\%}$	mágneses térben fellépő relatív ellenállás-változás	
$\Delta \rho / \rho_B$	transzverzális mágneses térben fellépő relatív ellenállásváltozás, röviden, transzverzális mágneses ellenállásváltozás	
σ	vezetőképesség vegyes típusú vezetés esetén	Ω^{-1} cm ⁻¹
σ_n, σ_p	vezetőképesség tiszta típusú vezetés esetén	Ω^{-1} cm ⁻¹
σ_0	vezetőképesség külső mágneses tér jelenléte nélkül	Ω^{-1} cm ⁻¹
τ_n, τ_p	a kisebbségi töltéshordozók élettartama	sec, μ sec
τ	a töltéshordozók élettartama $\tau_n = \tau_p = \tau$ feltételezéssel	sec, μ sec
$\overline{\tau_n^*}, \overline{\tau_p^*}$	a relaxációs idők átlaga	sec
φ_{ab}	differenciális termoelektromotoros erő, röviden, termoerő, $\varphi_{ab} = dV_{ab}/dT$	volt fok ⁻¹ , mV fok ⁻¹
ω	a hálózati váltófeszültség körfrekvenciája	sec ⁻¹

Tartalom.

	Bevezetés	1
I.	A töltéshordozók koncentrációinak és mozgékony- sá- gainak mérése vegyes típusu félvezetők esetén ve- zetőképesség-, HALL-feszültség-, transzverzális mágneses ellenállásváltozás- és termoerő-mérés a- lapján	3
1.	Előzetes megjegyzések	3
a.	A vezetőképesség és n , p , μ_n , μ_p kapcsolata	3
b.	A HALL-együttható visszavezetése a mikrojellem- zőkre	4
c.	A transzverzális mágneses ellenállásváltozás, va- lamint az n , p , n , p összefüggése	7
d.	A termoerő összefüggése a mikrojellemzőkkel	9
2.	Az (1) - (4) egyenletekből álló rendszer megoldása	10
3.	Az eljárás gyakorlati kivitelezése	12
a.	Kísérleti berendezés	12
b.	Ferroszilícium preparátum vezetőképességének, HALL- együtthatójának, transzverzális mágneses ellenállás- változásának és termoerejének mérése	16
c.	A mérési adatok kiértékelése	17
II.	Fotoelektromos eljárás p -, ill. n -típusu félveze- tőkbe injiciált kisebbségi töltéshordozók élettart- amának, diffúziós együtthatójának, szabad uthossz- szának, mozgékonyságának és felületi rekombinációs sebességének mérésére	21
1.	A mikrojellemzők fotoelektromos uton történő mé- rése, áttekintés	21
2.	A kontinuitási egyenlet	25
3.	A kontinuitási egyenlet integrálja	31
a.	A kontinuitási egyenlet integrálja infinitezimá- lisan rövid ideig tartó generálás esetén	31
b.	A kontinuitási egyenlet integrálja mozgó fény- foltal történő generálás esetén, a fényfolt- hoz rögzített rendszerben. A diffúziós együttható, élettartam, szabad uthossz, valamint a mozgé- konyság meghatározása	36
c.	A kontinuitási egyenlet integrálja mozgó fény- foltal történő generálás esetén, a kristályhoz	

	rögzített rendszerben. A felületi rekombinációs sebesség meghatározása	42
4.	Az eljárás kísérleti magvalósítása	46
a.	Kísérleti berendezés	46
b.	Germánium kristályokban, mozgó fényfolt segítségével keltett töltéshordozók élettartamának, diffúziós együtthatójának, szabad uthosszának, mozgékonyságának és felületi rekombinációs sebességének mérése	48
	Összefoglalás	56
III.	Függelék	58
1.	A μ_p -re vonatkozó egyenlet levezetése	58
2.	Az $F(\lambda)$ függvény meghatározása és a kontinuitási egyenlet megoldása pillanatig ható forrás esetén	59
	Felhasznált irodalom	62
	Jelölések és egységek	64

