

S T É G E R F E R E N C

A S Z E M L É L T E T É S É S A M E N N Y I S É G T A N I F I L M



Diss. B 525



A szemléltetés és a mennyiségtani film.

1. Szemléltetés a mennyiségtanban.

Hangsúlyoznom kell, hogy következetesen a mennyiségtan kifejezést használom a matematika helyett. Ezzel szembe akarom állítani a magasabb matematikát ennek elemi részével. A matematika tipikusan spekulatív tudomány. Itt az ismeretek megszerzésében az érzékszerveknek alárendeltebb - bár nem teljesen mellőzhető - szerep jut. Ezzel szemben a matematika tanulását előkészítő első alapok, vagyis a mennyiségtani ismeretek megszerzésében igen fontos szerep jut az érzékszervek közül a szemnek, fülnek és a kéznek. Felfogásom szerint a kéz / tapintás / nem annyira az ismeretek megszerzésében, mint inkább az ismeretek megszerzését elősegítő szemléltető eszközök / modellek, grafikonok stb / elkészítésében van segítségünkre. Annak ellenére, hogy már a régiéknél találunk utalásokat a szemléltetésre, ennek fontosságát nem minden korban érezték át. Vessünk csak egy pillantást a mennyiségtan tanításának helyzetére a középkorban. A tudomány nyelve a latin, és így a széles néprétegek nem részesülhettek a tudományok nyújtotta ismeretekben. Az ujkor elején jelentős fordulat állott be. A felfedezések nyomán a forgalom megnövekedett, a kereskedelem fellendült, ezért a népnek - helyesebben a városi polgárságnak - is mindinkább szüksége volt a számolásra. A szükséglet kielégítésére számolóiskolák keletkeztek, amelyekben számológymesterek tanítottak. Ezek közül kivált Adam Ries / 1492-1559. Nevét Riese, Rys, Ryse alakokban is találjuk /Korának jelentős számtanmetodikusa volt. Első műve /1518/ "Rechnung auff der Linihen." 1522-ben jelent meg " Rechnung auff der Linihen und Feder" című nagyobb munkája, amely a XVII. század közepéig 26 kiadást ért meg. A számolóiskolákban a tanítás célja

tisztán a műveletek technikai elsajátítása volt. A XVII. században is még a tiszta gépiesség volt a cél a művelet megértése és az eljárás indokolása nélkül. Lietzmann "Methodik des mathematischen Unterrichts" c. könyvében azt mondja, hogy ebben a korban a számtantánítás tisztán idomítás és szabályok beszajk-zása volt. /"So war das Rechnen ein Abrichten und einpauken von Regeln." / Ilyen körülmények között nem lehetett szó tudatos, a fogalmakat, az eljárást megvilágító szemléltetésről.

A mennyiségtantánítás pedagógiájának fejlődésével, elveinek tisztázásával megfelelő fontossághoz jut a szemléltetés is. Említünk meg itt elsőnek kiváló hazánkfiát, Marothi György / 1715-1744. / "Arithmetica, vagy számvetésnek mestersége" című könyvét, amely módszere és egyéb értékei miatt kiemelkedő és korszakalkotó volt. A könyv 1743-ban jelent meg. / A művet megjelenésének 200. évfordulóján alaposan ismertette Ligeti Béla "Marothi György 200 éves arithmetica" c. tanulmányában. Megjelent a Cselekvés Iskolája 1943-44. évf. 1-4. számában. / A könyv ma is teljesen korszerű elveket vall, és többek között hangsúlyozza a szemléltetés fontosságát. A számtantánítást jelentékenyen vitték előbbre a filantropisták / Basedow, Busse, Rochow /. Fontosabb 5 követelményük között szerepel: Kiindulás a szemléletből.

A szám absztrakt, az érzékek megfigyeléséből elvont fogalom. Ezzel szemben pl. az egyenes, a háromszög stb. eszményített képzetek, amelyeket nagy megközelítéssel megtalálhatunk a valóság tárgyain. A kört, a kockát látjuk, érzékelhetjük, de a számot nem, éppen úgy, ahogyan pl. az igazság fogalmát sem. Minden gyakorló pedagógus tudja, hogy a mennyiségtan két ága közül a mértanban az ismeretek megszerzése során sokkal nagyobb szerepük van az érzékszerveknek, mint a számtanban. / A régi görögök a számtant - arithmetikát - a geometria elé helyezték. Szerintük a számtanban kevesebb

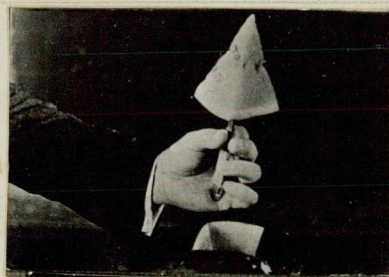
az érzékelhető, több a szellemi. / Nézzünk még néhány megnyilatkozást a szemléltetésre vonatkozóan:

Plato szerint a matematika híd a test és a szellem között; közül van az érzékelhető dolgok és a között, amit csak a tudatban élhetünk át. Kant szerint a gondolatok szemléletek nélkül üresek, míg a szemléletek gondolatok nélkül vakok. I.S. Mill a számok keletkezését az érzéki átélésben látja. Ezzel szemben G. Frege a gondolkodás eredményeként nézi őket. Ez a két felfogás nem zárja ki egymást. A kis számokról érzékelés útján szerzünk fogalmat, a nagyobbakat gondolkodás útjánegésztjük ki. Dr G. Junge "Einführung in Wesen und Wert der Mathematik" / 1928 / c. munkájában azt mondja, hogy a matematikai fogalmak gondolatiak, szellemiek, de eredetük mégis az érzéki benyomáson alapul és érzékelhető dolgokra alkalmazhatók.

Az elmondottakból következik, hogy a mennyiségtan tanításában is fontos szerepe van a szemléltetésnek. A szemléltetés lehet belső és külső. Értelmezésem szerint a belső szemléltetés lényege az, hogy helyes vezetés mellett már meglévő - és egymással összefüggő - ismeretelémekkel, vagy érzékszerveinkre ható benyomásokkal / külső szemléltetés / megindítunk olyan gondolatsorozatot, amelyet azután analógia alapján maga a tanuló önállóan folytathat addig míg el nem jut az új ismerethez. A belső szemléltetés előfeltétele a külső szemléltetés, amikor érzékszerveink útján jutunk új ismeretekhez.

1. A mennyiségtanban annál fontosabb a belső szemléltetés, minél magasabb fokra emelkedünk. Aristoteles szerint minden gondolkodás csak belső szemléleti képekkel mehet végbe. A mennyiségtanban a belső szemléltetés abban áll, hogy logikus egymásutánban történő haladással, fokozatos felépítéssel megvilágítsuk a számok

összefüggését, ami elvezet a megadott számokból az ismeretlenek kiszámításához. Az általános iskola felső tagozatában és középiskolákban egyre jobban előtérbe lép a belső szemléltetés. Amikor a tizes számrendszert fokozatosan bővítjük az egész számok birodalmában, tisztán a belső szemléletre támaszkodunk annak a logikai alkalmazásával, amit kisebb számkörben külső szemlélettel megismertünk. / 10 db egyforintos = 1 tízforintos ; 10 tízforintos = 1 százforintos/. Ezeket az összefüggéseket érzékelhető módon szemléltetjük is, de a tizes számrendszer további kiépítése / 10 száz = 1 ezres; 10 ezres = 1 tízezres stb / már analógia alapján belső szemléltetéssel történik. Hasonlóképpen külső szemlélettel, a méterrúd felhasználásával állapítjuk meg ezt, hogy 1 egészben 10 tized, 100 század, 1000 ezred van. A tizedesjegyek további kiépítése már hasonló törvényszerűség szerint történik, amelyet belsőleg szemlélünk. A "Testek köbtartalma"c. filmben gömbö alakú dinnyét lékelünk meg. A gúlára emlékeztető testet kiemeljük, és a globuson megmutatjuk ezeknek a testeknek az alapjait / szélességi és hosszúsági körök metszése./



Ezzel megindítottuk azt a gondolatfonalat, amelynek nyomán a

továbbhaladás már belső szemléléssel történik, amikor a tanulók elképzelik a csucsaiikkal a gömb középpontjában találkozó elemi gúlat.

A belső szemléltetésnek igen fontos szerepe van minden mennyiségtani, de elsősorban a mértani bizonyításokban. Amikor pl. az ugyanazon az íven fekvő kerületi és középponti szög összefüggését akarjuk megállapítani, körző hiányában szabadkézzel rajzolunk kört. Ez biztosan nem felel meg pontosan a kör definíciójának, de belsőleg úgy szemlélem, hogy felruházom mindazokkal a tulajdonságokkal, amelyek a kört jellemzik.

Az elmondottak megerősítik azt is, mennyire fontos, hogy a tanulók meglátását helyes irányban fejlesszük.

2. A helyes meglátás kifejlődésének alapja a külső / vagyis érzékszerveinkkel történő / szemlélés. Már Plato jegyezte fel, hogy az egyiptomiak almákat vittek a számtanérára, hogy azokból készítsenek feladatokat. Comenius Ámos János azt írta: "A tárgynak meg kell előznie a szabályokat ..." Pestalozzi a számtantanítás alapjául a következő tételt tette: "A szemlélés alapja minden megismerésnek." / "Die Anschauung ist das Fundament aller Erkenntnis." / Waitz azt írja "Allgemeine Pädagogik"-jában: "Az érzékelhető szemlélet a mennyiségtani oktatás szükségképeni kiindulása."

A matematika módszertanának egyik alapos szovjet művelője V. M. Bragyisz. "A középiskolai matematikatanítás módszertana" c. könyvében / magyarul megjelent a Szocialista Nevelés Könyvtára 34. számaként / a matematikatanítás alapelvei között az értelemyszerűség után rögtön másodiknak említi a szemléletesség elvét. "Szemléltetésnek nevezzük az olyan oktatást, amely közvetlenül felfogható konkrét alakzatokon, és nem ezekből absztrahált fogalmakon alapszik."

"Ha a tanítás során helyesen alkalmazzuk a szemléletesség elvét, akkor ez átmenetet fog képezni az eleven szemlélődéstől az absztrakt

gondolkodáshoz, vagyis meg fog felelni annak a nevezetes megfogalmazásnak, amelyet Lenin adott az ismeretelmélet lényegéről. / Az eleven szemlélődéstől az absztrakt gondolkodásig és ettől a gyakorlatig, ez az igazság, ez az objektív valóság megismerésének dialektikus útja. " / Nem ugorhatjuk át a tanulás első ütemét, az eleven szemlélődést, mert csakis ennek alapján alakíthatjuk ki a teljesértékű absztrakt gondolkodást. "

/ Megjegyzés: Az előzőkből látjuk, hogy Bragyisz szemléltetésen csak azt érti, amit én külső szemléltetésnek neveztem. /

Másik szovjet metodikus V. G. Csicsigin „Behatóan foglalkozik a számtantánítással” „A számtantánítás módszertana” c. könyvében.

/ Magyarul megjelent a Szocialista Nevelés Könyvtára 35. számaként. / Ezeket mondja: " A didaktika egyik alapelve: a tanításnak szemléletesnek kell lennie. "

" Minden emberben megvan az az igény, hogy lásson - mindent a saját szemével. Megvan a gyerekekben is. Az iskola akkor elégíti ki ezt az igényt, ha a gyerekek tanításánál szemléltető eszközöket alkalmaz. "

A középfokú mennyiségtan tanításában még igen erősen támaszkodunk a külső szemléltetésre. A szemléltetéshez felhasználunk kész modelleket, továbbá minden tárgyat, amely a tanteremben kezünk ügyébe akad és megfelel a kitűzött tanítási anyagnak. A szemléltető eszközök, modellek elkészítésében, megszerzésében igen tevékenyen vehetnek részt a tanulók is.

A szemléltetés történhetik a/ előzetesen, b/ az órán és c/ utólagosan.

a/ Az előzetes szemlélés célja megfigyelések gyűjtése, amelyek kiindulásul szolgálhatnak a következő óra anyagának tárgyalásakor, és ennek során nyernek fogalmi megvilágítást. Az előzetes szemlélés

helyességében soha nem bízhatunk meg teljesen. Nem vagyunk a tanulók mellett, és így nem helyesbíthetjük a téves megfigyeléseket. Ezért nagyon fontos, hogy az előzetes megfigyelésre határozottan, a félreértést kizáró módon adjuk meg az utmutatást. Pl. A párhuzamosság tárgyalásának előkészítésére a következő utmutatást adjuk: "Figyeljétek meg a hinta két kötelének a helyzetét egymáshoz viszonyítva, amikor a hinta áll, illetve mozog; a vasuti sinek, a kerítés léceinek, a létra fokainak stb. egymáshoz való helyzetét." A következő órán számonkérjük és értékeljük a megfigyeléseket. A hibákat kiselejtezzük, a helyeseket kiemeljük, és ezekkel indítjuk el az új anyag tanítását.

b/ Az előzetes szemléltetés - éppen azért, mert nem mindig helyes és nem bizonyos, hogy minden tanuló elvégezte - nem teszi feleslegessé a szemléltetést az órán. Sőt csak a tanár irányításával az órán végzett szemléltetéssel válik teljesen tudatossá és világossá az előzetes szemléltetés. Pl. A párhuzamos egyenesek tanításakor így járunk el: "Mit figyeltetek meg a hinta köteleinek a helyzetéről?" / Mindenütt egyenlő távol vannak egymástól. / "Keressetek a tanterem tárgyain olyan egyeneseket, amelyek egymástól mindig egyenlő távol haladnak." Ezek után már megadhatjuk a párhuzamosság meghatározását.

c/ Az utólagos szemléltetés célja az elmélyítés, a tudatos felismerés alapján az ismeretek rögzítése. Pl. A trapéz tanítása után: "Figyeljétek meg a taniszűrő szorítójának, a mosóteknő lapjainak alakját! Keressetek trapézokat!" Ilyenkor a megfigyelés könnyebb, mint előzetes szemléltéskor, mert a szemléltendő mértani alakzatra vonatkozó tudással, a fogalmi jegyek birtokában történik, és lényegében a tanultak gyakorlati alkalmazásáról van szó.

A szemléltetésnek egyik fontos eszköze a rajz.

A rajz háromféle:

1. szerkesztés; 2. vázalatos rajz; 3. grafikus ábrázolás.

1. A szerkesztést körzővel és vonalzóval végezzük, és lényege a pontosság. Amikor az óra új anyaga még nem tárgyalta mértani alakzat és a fogalmi jegyek összegyűjtéséről van szó, akkor pontos szerkesztést végzünk, hogy minél jobban közelítsük meg az alakzat tökéletes alakját. Pl. A téglalap ismertetésekor lényeges, hogy a szomszédos oldalak a lehető legtökéletesebben merőlegesek, a szembenlévő oldalak pedig párhuzamosak legyenek, mert csak így vonhatjuk el a téglalap jellemző egyéni jegyeit.

2. A vázlatos rajz célja a helyes elképzelés elősegítése. Amikor pl. a négyszögeket befejeztük, és összefoglalást végzünk, nincs is annyi időnk, hogy minden négyszöget megszerkesszünk. Mivel már ismert idomokról van szó, elég, ha egy-egy tanulóval felvázoltatunk a táblára négyzetet, téglalapot, trapézt stb. A rajz természetesen nem lesz pontos, de a felvázolás módjából már kitűnik, hogy a tanulónak világos fogalma van-e a kérdéses idomról. A vázolás a szemértéket és a kézügyességet is fejleszti. Neveljük a tanulókat arra, hogy a geometriai házi feladatok vagy iskolai dolgozatok megoldása közben is készítsenek vázlatos rajzot. Ez elősegíti a célhoz vezető munkamenet megállapítását. / Pl. Téglalap alaku kert átlója mentén vezető út hosszúságát kell kiszámítani. A tanuló felvázolja a téglalapot, meghuzza az átlót és így látja meg, hogy Pythagoras tételének alkalmazásával jut a célhoz/. A vázlatos rajz fontosságát hangsúlyozzák a nagy matematikus, Félix Klein / 1849-1925/ szavai: "Geometriai vizsgálódást tisztán logikai úton vezetni, a nélkül, hogy az arra vonatkozó ábra állandóan szem előtt legyen, számomra mindeképen lehetetlen. " Barra György: " A mennyiségtan tanítása " c. munkájában / 1943 / szintén kiemeli a vázlatos rajz jelentőségét a következőkben: " Ha a probléma térbeli viszonyokra is kiterjed, mint pl. a geometriai feladatoknál, fizikai tárgyú kérdéseknél, analitikus feladatoknál stb., akkor a helyzet tisztánlátását is el kell árulnia a tanulónak.

Ezt pedig egy világos, a lényegét feltüntető vázlatrajzzal teszi, amely az adott és keresett elemeket, nagysági és helyzeti viszonyaiknak lehető hű ábrázolásával mutatja be. Nem lehet eléggé hangsúlyozni, mennyire fontos, hogy a tanulóknak valósággal "vérévé válják az ilyen módon való elindulás."

3. A grafikus ábrázolásnak sok közös vonása van a szerkesztéssel. A grafikonnál is fontos a pontosság, mert csak így szemléltet a való helyzetnek megfelelően. A grafikon kétféle:

a/ Helyzetgrafikon, amely egymástól független mennyiségeket hasonlít össze bizonyos időpontokra. Ilyen grafikont kapunk akkor, ha pl. hazánk 10 legnagyobb városának lélekszámát hasonlítjuk össze azonos időpontra vonatkozóan. Itt a grafikon alapjául szolgáló mennyiségek egymástól teljesen függetlenek, és egyiknek a változása nincs befolyással a többire.

b/ Lényegesen más az a grafikon, amely olyan két mennyiség összefüggését szemlélteti, amikor is az egyik mennyiség változása szükségképen maga után vonja a másik mennyiség változását, még pedig meghatározott törvény szerint. Gondolok itt az egyenes és fordított arányosságra. Egyenes arányosság esetében az egyik mennyiség / független változó / maga után vonja a másik mennyiség / függő változó / olyan értelmű változását, hogy a két mennyiség számértékének hányadosa állandó; a fordított arányosságban pedig a változás olyan értelmű, hogy a két változó számértékének szorzata állandó.

Éppen az egyenes és fordított arányosságban kifejezésre jutó törvényszerű összefüggés és a tanításunk során felmerülő nehézségek keltették bennem életre 30 évvel ezelőtt a mennyiségtani film és ezen belül is az arányosságról készítendő film gondolatát.

2. A mennyiségtani film.

Az első kérdés, amit felvethetünk: Szükség van-e / helyesebben: Szükség lehet-e / filmre a mennyiségtan tanításában? Erre a kérdésre igen sok - sőt mondhatjuk, hogy a legtöbb - esetben határozottan tagadó, vagy legalábbis nagyon tartózkodó választ kapunk. Ennek egyik oka az, hogy a szakembert is teljesen váratlanul, meglepetésszerűen éri ez a kérdés, amelyről soha nem is gondolkozott. Annyira elvontnak tartja a mennyiségtant / matematikát / hogy ott nincs szükség a filmre, mint szemléltető eszközre. Azzal tisztában kell lennünk, hogy a film a mennyiségtanban sem akar más lenni, mint szemléltető eszköz. A film soha nem pótolhatja az őt alkalmazó oktatót, hanem csak segédeszköz a nevelő részére az ismeretátadás nehézségeinek leküzdésére, a tanulók számára pedig az ismeretszerzés munkájának megkönnyítésére.

A film lényege a mozgás, azaz helyesebben szólva a folyamat. Már Bolyai Farkas mondja a Tentamen egy helyén: "Ha a mozgást megengedjük, a geometria élénkebbé, könnyebbé és érthetőbbé válik." Ha megengedjük a mozgást, miért zárkózzunk el attól a szemléltető eszköztől, amelynek a lényege a mozgás?

A gondolat idegenszerűsége volt oka annak is, hogy az irodalomban alig esett szó a mennyiségtani filmről. Inkább csak ^{azok} a kartársak szóltak meg, akik hosszabb ideig foglalkoztak a mennyiségtani film gondolatával, és a gondolatból lelkesedés lett, amely azután már körül is nézett a filmre alkalmas témák után.

A volt VKM " Oktatófilm Kirendeltségének Hivatalos Közleményei" c. folyóirata / a továbbiakban O.K. / foglalkozott a filmoktatás kérdéseivel. / Az Oktatófilm Kirendeltség 1935-ben kezdte meg működését. A folyóirat 1936-ban indult és 1943 végéig rendszeresen jelent meg havonként. 1944-ben csak az október - novemberi szám

jelent meg. Ezt követően szünetelt a lap, míg 1947-ben ismét megjelent 4 szám: április, október, november és december havában.

1948-ban csak a januári és februári szám látott napvilágot, utána a Kirendeltség is, meg a folyóirat is végleg megszűnt. Ezzel egyben az oktatófilm gyártása is szünetelt 1952-ig. Ebben az évben kezdte működését az Oktatófilm Intézet, ahol az oktatófilmek most készülnek. /

Nézzünk a folyóiratból néhány megnyilatkozást! - " A számtan-mértan anyagából még nem készült film. Az egyenes és fordított arányosság szemléltetése gyakorlati felvételekkel, a kerület - és területszámítás, a felszín - és köbtartalomszámítás, a hosszúság-, terület- és köbmértékek összehasonlítása, a szabadban történő mérések jó szolgálatot tennének. " / O.K. II. évf. 37. 1937. / Ez a megállapítás helyesbítésre szorul. 1927-ben kezdtem foglalkozni az egyenes - és fordított arányosság filmre vitelének gondolatával. El is készítettem a 2 részre tervezett film részletes tervét /szcenáriumát / és 1928-ban benyújtottam a Székesfőváros VII. Ügyosztályának. A tervezet elfogadása után megtörtént a kivitelezés, és a kész film 1929-ben került az akkori fővárosi polgári iskolákba és gimnáziumok alsó tagozatába. Az Országos Polgári Iskolai Tanár-egyesületi Közlöny 1931. májusi számában közölték " Az oktatófilm a polgári iskolában" című folytatásos cikkem II. részét. Ebben a 414. lapon ezt olvassuk: A kerület- és területszámítás ; felszín - és köbtartalomszámítás. A hossz-, terület - és köbmértékek összehasonlítása lehetnek szintén tárgya egy filmnek. Azt hiszen, hasznos volna különösen az I. osztályos tanulók számára egy film a rajzeszközök helyes használatáról.

lehetne
Az egybevágóságról, hasonlóságról és szimmetriáról is egy-egy ügyes kisfilmet csinálni. Nagyon fontosnak tartanám, hogy a fiúiskolák III. osztályának anyagából a tanulók közreműködésével filmet készítsünk a szabadban az egyenes kitűzésére, mérőlánccal és

mérőszalaggal történő mérésre; mérőlegések kitűzése szögkereszttel;
távolságok közvetett mérésére; a szabadban kitűzött szög mérésére;
a magasságának mérésére; egy szóval a szabadban történő mérésekre
 vonatkozólag. " Ezek között tehát szerepelnek már mindazok a témák,
 melyeket az idézett nyilatkozat 6 évvel később említ. - " Filmre
 lehet vinni és szemléltethetővé lehet tenni teljesen elvont dolgokat
 is, amelyeknek megértése egyszerre könnyűvé válik a film szemlélé-
 sekör, így pl. igen szellemes rajzfilmek nehéz matematikai műveletek
 megértését teszik lehetővé máris. " / O.K. IV. 159- 161, 1939. /
 Nem ismerem a nyilatkozó részletes elgondolásait, de a nyilatkozat
 utolsó részével ilyen formában nem értek egyet. Nem tudom elképzel-
 ni pl. hogyan lehetne a filmet aránylag nem is nehéz műveletre,
 a másodfoku egyenlet megoldására felhasználni.

Az O.K. 1940. júniusi számában cikk jelent meg a mennyiségta-
 ni filmről. Bukovszky Ferenc dr. : " Matematikai filmeket! " c.
 cikkében megemlíti a következő 2 filmet: " A köbtartalomszámítás
 alapfogalmai" és " Testek köbtartalma." Azt írja, hogy mindkét át-
 dolgozott filmet Stéger Ferenc ismertette. Ez is helyesbítésre szo-
 rul. Ez a két film nem átdolgozott, hanem az én tervezetem alapján
 készült film volt. Ismertettem is mindkét filmet a folyóiratban.
 / O. K. III. 13-18, 1938 és III. 288-290, 1938. / Bukovszky a vi-
 déki iskolák szempontjából nagyon kíváncsún tartaná, hogy ezt
 a két filmet az Oktatófilm Kirendeltség is átvegye. A szerző a 142-
 150. lapig terjedő alapos cikkében igen sok jó megállapítást tesz
 a mennyiségügyi filmről. " Saját viszonyainkat tekintve nyugodtan
 megállapíthatjuk, hogy a középiskolák felsőbb tagozata részére -
 ahová pedig egyébként a filmoktatás súlypontja esik - nincs mate-
matikai oktatófilmünk. " " ... a matematikus szakkörök eddig nem
 hallatták szavukat az oktatófilm körül néhány év óta folyó kiadós
 véleményháboruban. Ennek okát ugyanis abban kell látnunk, hogy a

filmoktatás fejlődése a dolgok természete szerint azoknak a tárgyaknak az irányában indult meg / földrajz, természetrajz /, amelyek el nem odázható és mindenki előtt közvetlenül belátható szükség-ből követelték a filmet és amelyek kéretlenül és keresetlenül ontották a filmtémákat. " Majd tovább: "Senki előtt sem lehet kétséges, hogy egy trigonometriai film közelebb hozza a tanulókhöz az élet valóságát, mint a tankönyv ábrái, különösen akkor, ha már legalább egy e fajta mérést valóságban is elvégeztek. " A cikkíró rátér az okkal- móddal közbeiktatott egy-egy hangulatos jelenetre, u.n. pszichológiai pihenőre. " A legelvontabb mennyiségtani filmet is lehet úgy rendezni, hogy egy-egy, a történéssel csak lazább kapcsolatban álló - de semmiesetre sem disszonáns - hangulatos képpel az egész film levegőjét barátságosabbá tegyük. " Cikkének befejezéséül a szerző röviden összefoglalja az elmondottakat. Ebből idézem a következőket: " A mennyiségtanban is szükség van oktatófilmre. Ezek tárgyát mindenekelőtt úgy kell megválasztani, hogy azok minél több iskola minél több osztályában legyenek alkalmazhatók. Szűkebb körű filmtémák kidolgozására csak később kerülhet sor.- A film természete is megköveteli, de a könnyebb megértés is, hogy mozgást vigyünk bele a matematikának azokba a részeibe is, amelyeket eddig sztatikusan / kész modellekkel / , vagy csak ábrákkal szemléltettünk. "

Az O.K. 1941. decemberi számában is jelent meg Bukovszky Ferenctől egy cikk: " A film szerepe a matematikai tanításban " címmel. Ebben többek között ezeket mondja: " Általában matematikai filmekről már csak azért sem lehet beszélni, mert Magyarországon, tudomásunk szerint, összesen csak két ilyen film van: A köbtartalomszámítás alapfogalmai és a Testek köbtartalma. Mindkettő az alsófoku oktatás / elemi, polgári / céljaira készült, így amikor a

középiskoláról beszélünk, tulajdonképpen nem is jönnek számba. Mégis ezekre kell gondolnunk, ha valaki általában matematikai filmekről tesz említést. Hogy ezeket a filmeket valaki sikerületleneknek tartja-e vagy sem, egyéni megítélés dolga. Annyit azonban bizonyossággal állíthatunk, hogy a filmek használhatók. A Székesfőváros multévi/1940 / oktatófilmstatisztikája szerint az erősen használtak közé tartoznak, mindegyiket több mint 300-szor pergették." / A cikkíró lábjegyzetben megemlíti, hogy a filmeket látta is, mert a Székesfőváros Oktatófilmkezelőisége megtekintésre rendelkezésére bocsátotta. /

Hollós Sándor kassai tanár az O. K. 1942. áprilisi számában "Mennyiségtani oktatófilmek" címmel írt cikket. Az alábbiakban ebből idézek.

" ... nem lehet bátran és kategórikusan azt mondani, hogy a mennyiségtani viszonyok tisztán csak időbeli lefolyásuak ... Vannak tisztán időbeli folyamat is - ha ilyesmiről egyáltalán lehet beszélni - filmre vihető, ha alkalmas módon ki tudom vetíteni a térbe. Csak az alkalmas módot kell megtalálni. Ugyanez a helyzet a mennyiségtani viszonyoknál abban az esetben, ha tisztán időbeli lefolyásuaknak tekintem is. Ugy vetíthetem a térbe, vagyis úgy tehetem láthatókká, szemlélhetőkké, hogy térbeli jelenségek látható tulajdonságaiként jelentkeztek. "

A cikkíró ezután leírja / és ábrákkal kíséri / azt, hogyan képzei el az $\frac{a+b}{a-b} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 - b^2}$ azonosságot, továbbá az előjeles számok szorzását mozgással, azaz filmen szemléltetni. Majd a továbbiakban ezeket mondja: " És mivel játékszerű és élmény egy ilyen film, jobban is fog tetszeni a mennyiségtan, és a növendékekkel könnyebben kedveltetem meg ezt a tárgyat. A nagyobb érdeklődés hatása a nagyobb eredményekben fog mutatkozni. Tehát egyenesen vétek volna a filmet be nem fogni a mennyiségtani oktatásba."

" Hogy a mennyiségtani viszonyok filmesítési technikája nem olyan könnyű, mint pl. a szeretet filmre vitele, azt elismerem. Ez azonban még nem elég ok arra, hogy a filmet ne igyekezzünk felhasználni a mennyiségtan oktatásában ... Hanem inkább az következik, hogy a mennyiségtani oktatófilm tervezője nem lehet csak matematikus. Ellenben csak olyan matematikus lehet, akiben bizonyos írói tehetség is van, és a film technikáját ismeri. Meg vagyok győződve, hogy ilyen esetben az alkotás számára tág lehetőségek kínálkoznak. "

" Az iskolában az alkalmazott mennyiségtant oktatjuk, vagyis a megállapított igazságokat azonnal alkalmazzuk, a közönséges élet mindenféle megnyilvánulásaiban: kereskedelemben, iparban stb. és más tudományokban. Vagy pedig az egyes mennyiségtani igazságokat egyenesen éppen ezekből a közönséges élet nyújtottak esetekből vagy más tudomány területéről vonjuk le. És mivel ezek mind térben és időben történő viszonyok és folyamatok, kell hogy filmre vihetők legyenek. És így kell, hogy a film a mennyiségtanban is alkalmas pedagógiai segédeszköz legyen. A hangsúly a " segédeszköz" szón van, mert természetesen a film nem pótolhatja a jó tanárt. "

" Aki úgy érzi, hogy nincs szükség mennyiségtani filmre, vagy azt hiszi, hogy jó, használható filmet nem is lehet csinálni - az is legfeljebb csak annyit kockáztathat meg jogosan, hogy: Lássuk hát ezeket a filmeket! De semmiesetre sincs joga előre pálcát törni felette. Aki viszont megérzi, meglátja az igazságot minden hosszadalmas bizonyítgatás nélkül is / intuíció / hogy t.i. igenis szükség van magyar mennyiségtani oktatófilmekre, és lehet jó, használható filmeket csinálni, annak elő kell állania a mellette szóló érvekkel, hogy az ellenkezőket minél jobban meg lehessen győzni. "

Barthalis József kolozsvári tanár is irt cikket "A matematikai filmek megvalósítása felé" címmel. Ebből idézem a következőket:

" A gyakorlati tanítás indítja el a matematikai oktatófilmek tervezését ... A cél az, hogy tanítványainkon segítsünk. A segítség pedig indokolt.

Könnyű matematikai mozgásról beszélni annak, aki a matematikát magasabb fokon ismeri. De nehéz elképzelés annak, aki a mennyiségtan elemeivel bajódik, aki a sok fától nem látja az erdőt.

Egy kis felszabadulást jelent az oktatófilm. A matematikai oktatófilm csak színezi, megeleveníti a matematikát, - azt nem tanítja meg. Könnyedséget visz az eddigi nehézkesség helyébe, gyakorlatiassá teszi az eddigi elvontakat. "

Szükségünk van matematikai oktatófilmekre, hogy:

a gyermek, akit hozzánk küldenek mennyiségtan órára, ne szenvedjen a matematika meg nem értése miatt;

tanítványainkban a függvény fogalma élő valóság legyen / a tanterv is azt kívánja / ;

a trigonometria ne legyen csak rajz és logaritmuskeresés, hanem az élet mennyiségtana ;

a differenciálhányados ne csak rajz legyen, hanem szüllessen meg a szelő mozgásából. "

A cikkiró például hozza az $y = mx$; majd az $y = mx + b$ egyenes egyenletét. Mozgással / az origó körül elforgatással / akarja szemléltetni az $y = mx$ egyenes különböző helyzetét az m változásával. Az $y = mx + b$ egyenesnél pedig adott m / vagyis adott hajlásszög / mellett párhuzamos eltolással mutatja meg az egyenes helyzetét b változásával. Majd ezeket mondja: " Nem vésődik-e élesebben a tanulók emlékezetébe, ha mindezt látja? Nemcsak mondjuk, hogy itt mozgás van, hanem legyen is mozgás. "

Befejezésül azt mondja: " Közeledünk a matematikai filmek megvalósítása felé ... az akadályok apránként lehullnak, csak forgatni kell a kérdést azok között, akik szeretettel foglalkoznak vele. "

Pőcze Sára szombathelyi tanár az O.K. 1943. januári számában "Oktatófilmet a számtan tanításához!" címmel írt cikket. Ebből idézzük az alábbiakat:

" ... súlyok és mértékek, régi és új mértékegységeink, a pénz története mind adna filmre való anyagot.

Szemléltethető volna a magyar hold, a katasztrális hold, a mérőföld jelzőkövekkel / elképzelem Körösi Csonát vagy Julián barátot, mint ette a mérőföldet /, az erdei, a közönséges ől / erdőben favágás, farakomány/ " ... " Látom a kőművest, az ácsot a Zollstock-kal, az ősembert vagy Robinsont kezdetleges araszos mértékével. Felsorakozik az itce, a pint, az akó ... Mindezen kis jelölések beiktatása szórakoztató és pihenő pontot adna a fárasztó számtani ismeretek mellett." A cikkíró befejezésül ezt mondja: " Én hiszem, hogy lesznek nagyszerű oktatófilmjeink még a számtanra is... Mondhatjuk Petőfivel, hogy az álmok nem hazudnak."

Az azóta megszűnt Országos Polgári Iskolai Tanáregyesületi Közlöny 1930-31. évfolyamában három részből álló cikkem jelent meg "Az oktatófilm a polgári iskolában" címmel. Ebben végigmentem az egyes tantárgyakon, és megvizsgáltam őket az oktatófilm alkalmazásának szempontjából. A mennyiségtanról a cikk második részében van szó, amely megjelent a Közlöny 1931. májusi számában.

Ugyancsak cikkem jelent meg a Molnár János szerkesztésével 1930-ban kiadott " Polgári Iskolai Kis Enciklopédia " c. könyvben. A cikk címe: " A film jelentősége a tanításban." Ennek során szóltam a film szerepéről a mennyiségtan tanításában is: " A mennyiségtan tanításában kiválóan alkalmazhatók az összefoglaló fil-

nek. Példa gyanánt emlitem a területszámítás-ról és köbtartalomszámításról szóló összefoglaló filmet. Rövid félóra alatt egységbe foglalva szemléli a tanuló mindazt, amit sok-sok órán át mozaik-szerűen, részletekben tanult. Az összefoglaló filmekkel az egyes részeket rendszerbe foglaljuk. "

Az összefoglaló film jelentőségét kiemeli Barthalis József is előbb említett cikkében. " Nem fog fantáziamennyiségtanná válni a mi matematika tanításunk. Ellenben segíteni fogunk sok-sok kiszűdő gyermeknek abban, hogy emlékezetébe vésődjenek a matematika egyes fejezetei összefoglaló képekben." ... " A matematikai filmek csak összefoglalásra alkalmasak. Ilyen összefoglaló filmek lehetnek: A grafikus ábrázolás, a trigonometriai szögfüggvények érték-változásai, a differenciálhányados stb. "

3. Néhány adat a mennyiségtani film történetéből.

1. A Budapesti Székesfővárosi Pedagógiai Filmgyár 1913-ban kezdte meg működését. Itt készült az előzőkben már említett 3 mennyiségtani film. / Arányosság ; A köbtartalomszámítás alapfogalmai; Testek köbtartalma. / Ezeken kívül az akkori Vallás és Köznevelésiügyi Minisztérium kebelében létesült Oktatófilm Kirendeltség is készített mennyiségtani filmeket. Geszti Lajos akkori igazgató közlése szerint a második világháború előtt a helyzet a következő volt:

1. Az 1942-43. tanévben készült a Kupszeletek c. film. A filmet Hancsók Kálmán mezőkövesdi gimnáziumi tanár tervezte. 12 másolattal készült, és az 1942-43. tanévben 72-szer, az 1943-44. csonka iskolai évben pedig 30-szor pergették. A beérkezett jelentések a legnagyobb elismeréssel szóltak a film használhatóságáról.

2. Az 1943-44. tanévben megjelent a Szögfüggvények értékváltozása és ábrázolása című film. Tervezte Barthalis József kolozs-

vári gimn. tanár. A film lo másolattal készült és az 1943-44. csonka tanévben 30-szor pergették. A vélemények szintén elismerőek voltak.

3. Befejezés előtt állt: A kör kerülete és területe. A filmet tervezte dr Bukovszky Ferenc kőszegi gimn. tanár.

4. Elbírálásra vártak, részben már bírálóknál voltak a következő tervezetek: a/ Aránymérés irónnal, részben matematikai film. / Lantos Iván gimn. tanár /; b/ A törtekről / Szakolczay Gusztáv beregszászi gimn. tanár. /; c/ A differenciálművészet / Barthali József gimn. tanár. /

Ez összesen 9 film.

A Pedagógiai Filmgyárban készült 3 filmről később lesz részletesebben szó. Az Oktatófilm Kirendeltségnél készült és munkába vett 6 film sorsáról nincs tudomásom. Feltehető, hogy a második világháború idején tönkrementek.

II. Állíthatjuk, hogy a mennyiségtani film terén miénk a kezdeményezés. / 1927./ A németek 1932-ben készítették filmet Pythagoras tételéről. A franciák is készítették erről a tételről filmet, amelyet be is mutattak a Bécsben 1931. május végén tartott III. Nemzetközi Oktatófilm- konferencián. / A konferencián én is résztvettem Budapest Székesfőváros Köznevelési Ügyosztályának képviselőjeként. /

1939-ben Kurt Zierold német min. tanácsos Budapesten előadást tartott a német oktatófilm helyzetéről. Előadását a különböző tudományágak köréből készült filmek bemutatásával egészítette ki. Ezek között szerepelt a polárkoordinátákban megadott

$$r = a \frac{\sin 4\varphi}{\sin 3\varphi}$$

görbe keletkezését szemléltető film is. A film hossza kb. 40 m. A vélemények szerint a film jó és komolyan kell számolni a matematikai film lehetőségével. A filmet D. A. Greiner készítette 1936-ban. Ugyancsak 3 német filmről találunk említést a Film und Bild c. folyóirat 1937. márciusi számában. Mindhárom film az 1930-31. tanévben készült és címük a következő: Der Drehkegel ; Das einschalige Drehhyperboloid ; Gegenüberstellung von Drehkegel und einschaligen Drehhyperboloid. Az említett 4 film mindegyike a főiskolai oktatást szolgálja. Ha tehát ezen a fokon - ahová már neglehets matematikai iskolázottsággal jutnak el azok, akikben a megfelelő hajlam és tehetség is megvan - szükséges a film, mennyivel indokoltabb annak alkalmazása az alsófokon, ahol tehetségesnél és tehetségtelennél egyformán kell fejleszteni a matematikai gondolkodást, éleslátást, a mennyiségek összefüggésébe való betekintést.

Az alsóbb foku tanításhoz az osztrák Lichtbildstelle készített egy filmet a területszámításról. Ez azonban igen hézagos volt - és felfogásom szerint - nem felelt meg a céljának.

Megjegyzés. W. Reichel: Mathematischer Werkunterricht / megjelent 1914-ben / c. könyvből kitűnik, hogy már több, mint négy évtizeddel ezelőtt érezték szükségét a mennyiségtani filmnek. Pedig akkor még a filmoktatás gyermekcipőben járt, a mennyiségtani film pedig az álmok birodalmába tartozott. Az említett könyv előszavából idézem a következőket:

" Während nun ^{ne} ~~stark~~ Figuren sich durch Zeichnungen darstellen lassen, können bei beweglichen nur bestimmte Lagen festgehalten werden, von denen aus die Bewegung in Gedanken vollzogen werden muß. Bei einiger Übung wird das nicht allzu große Schwierigkeiten bereiten ; im Anfang jedoch wird sich zumal bei

schwächeren Schülern, deren Anschauungsvermögen für solche von *der* Zeichnung losgelöste Betrachtungsweise nicht ausreicht, das Fehlen geeigneter Mittel zur anschaulichen Darstellung mit veränderlichen Figuren unangenehm bemerkbar machen.

Diesem Übelstande sucht Münch / Darmstadt / abzuhelpfen, in - dem er die veränderlichen geometrischen Figuren durch den Kinetographen vorführen läßt ; dieses ausgezeichnete Veranschaulichungsverfahren wird jedoch aus wirtschaftlichen Gründen kaum große Verbreitung finden. Einen billigen Ersatz hierfür bieten die von Detlefs / Frankfurt a.M. / in Verlag von Otto Salle / Berlin / herausgegebenen " Kino-Hefte " die alle wichtigen Lehrsätze, geometrischen Örter und Konstruktionen in beweglichen Figuren kinematographisch zur Anschauung bringen ; doch wird der Umstand daß jeder Schüler einzeln ein solches Heftchen durchblättern muß, die Verwendung im Unterricht erschweren, und ihren Erfolg in Frage stellen."

Nálunk is foglalkoztak a pergőképek gondolatával. Dr. Bukovszky az Orsz. Középisk. Tanágyesületi Közlöny 1943. októberi számában cikket irt: Kézi pergőképek a mennyiségtan tanításában címmel. Ebből idézem a következőket:

" A következő sorokban egy eddig ismeretlen tanítási segédeszközt ismertetünk. Ezt annak felismerése hívta életre, hogy a mennyiségtan tanárnak a mozgás érzetét és szemléletét minden lehető módon fel lehet és fel kell használnia, ha tanítását szinessé, elevenné, vonzóvá és így eredményessé akarja tenni. ... Több olyan matematikai tételt rajzoltam meg pergőképekben egy-egy füzetben, amelyekben mozgás van, vagy amelyekbe mozgás vihető bele. Ezeket a pergőképeket azonban nem lehet eléggé hűen leírni, sem leírás után elképzelni, ezeket látni kell! Ezért egy példán megkísérlem bemutatni, hogyan készül és mit ábrázol egy ilyen pergőfüzet. "

" Igen egyszerű példát választok: Thales ismert tételének szemléltetését. Egy bizonyos AB távolság - mint átmérő - fölé félkört rajzolunk, ennek középpontja O, egy tetszőleges kerületi pontja C. Az A, B, C pontok derékszögű háromszöget határoznak meg, akárhol vesszük ^{is} fel C-t a félkörön. Ezt kell bemutatni. Egyformára vágott kartonlapokat veszünk, gondosan ügyelve arra, hogy az átmérők egymás fölé kerüljenek. / Az egymásra illesztett lapokon át lehet szurni az A, O, B pontokat. / Most vesszük az egyes lapokat és mindegyikre rárajzoljuk az ABC háromszöget, de úgy, hogy a C pont mindegyik lapon egy kissé elmozdult előző helyzetéhez képest, mondjuk B-től A felé. Ugy tekinthetjük a dolgot, hogy a C pont a jelzett irányban befutja a félkört és mi erről a mozgásról vesszünk fel pillanatképeket. Célszerű a változó háromszöget élénk / piros / színnel megfesteni és megfelelő feltűnő jellel ellátni a C-nél fekvő szöget. Ehhez az AC és BC hurokat a C ponton túl kissé meghosszabbítjuk. Ha most az így elkészített kartonlapokat egymásra illesztve összefűzzük és kezünkben pergetjük, érdekes jelenet elevenedik meg a szűnünk előtt folytonos mozgásban. A félkör C pontja B-ből elindulva befutja a félkört, közben maga után huzza az AC és BC hurokat, valamint az ABC háromszöget. Ezek mind szembe-tűnően változnak, de közben ^{ál} változatlan marad a C-nél fekvő szög. És éppen ez a megkapó, amit ^{int} látjuk a folytonos változás közben az állandóságot. "

" Ez a pergőfüzet egyszerűsége, közvetlensége és könnyűsége mellett még többet is ad, mint amilyen célra készült. Amikor a C pont pl. A-val esik egybe, eltűnik a háromszög, csak a C-nél volt derékszög marad meg, aminek szárai most az átmérő és a körérintő. Így megkaptuk azt a tételt is, hogy a körérintő merőleges a sugárra / átmérőre / . "

" Igen különböző témákat lehet így megrajzolni. Eddig kb 30 olyat állítottam össze a gimnáziumi anyagból, amelyeknek pergő megjelenése lehetséges és szükséges."

" Mindannyian tudjuk, hogy milyen nehéz a tanulókkal olyan változásokat elképzeltetni, amelyekben valamilyen mozgás van, ha azt a mozgást nem mutatjuk meg ... A valóságos mozgás szemlélése lenyűgöző hatással van a szemlélőre még akkor is, ha elképzelése helyes volt. "

A Szovjetunióban is évtizedek óta foglalkoznak a matematikai filmekkel, még pedig mind a mozgó, mind az álló, vagyis diafilmmel.

A Matyematyika v skole c. folyóirat 1957. évi 6. számában jelent meg A. P. Gromov: " A matematikai diafilm mint középiskolai szemléltető eszköz" c. cikke, amely áttekintő összefoglalást nyújt erről a kérdésről. Bevezetőül megemlíti, hogy az iskolai matematikai tananyag filmesítésének a kérdései már többször felvetődtek a szovjet szakirodalomban. Hivatkozik az alábbi cikkekre:

1. A. V. Drokin: Matematikai oktatófilmek. / Megjelent az "Oktatófilmek" gyűjt. 1935. évi 2-3. számában. /
2. F.F. Nagibin: A középiskolai matematikai tananyag filmesítéséről. / Matyematyika v skole 1955. 3. sz. /
3. A.N. Perepelkina: A középiskolai geometriai tananyag filmesítése. / Matyematyika v skole 1948. 3. sz. /
4. A.N. Perepelkina : A középiskolai geometriai tananyag filmesítéséről. / A Moszkvai Állami Patyomkinról elnevezett Pedagógiai Főiskola Oktatófilm-módszertani tanszékének tudományos közleményei" XXX. évf. 1 kötet 1953. /
5. N.F. Csetvertchin: Ábrázoló momentumok az infinitézimális analízis tanításában. /Matyematyiceszkoje proszvescsenyije

1953. 2. szám. /

A cikk megemlíti, hogy amióta megszervezték a Szovjetunióban az iskolai oktatófilmek rendszeres gyártását / 1930 /, elkészült 7 matematikai mozgófilm:

1. " Matematika, síkmértani feladatok a VI. osztály számára" 1931.
2. " A háromszögek egybevágósága", 1933.
3. " Gyökös kifejezések azonos átalakítása", 1933.
4. " Felületek képzése vonalakkal", 1936.
5. " Trigonometriai függvények", 1936.
6. " Inverz szögfüggvények", 1937.
7. " Egyenes és fordított arány", 1937.

Ezek közül a mai napig csak egy maradt meg használatban, a " Felületek képzése vonalakkal. " Erről a filmről 118 másolat készült, amelyek különböző filmtárakban / Moszkva, Leningrád stb/ vannak. A cikkiró szerint matematikai diapozitiveket / üvegen vagy filmen / nem adtak ki. " Így tehát gyakorlatilag nincsen matematikai vetíthető szemléltetőanyagunk. Ezért egyik legfontosabb feladatunk, hogy állássuk ilyenekkel az iskolákat."

" Kidolgoztuk a matematikai diafilmek és mozgófilmek tartalmát az egész középiskolai tananyagra."

Ezt az anyagot egy illetékes matematikai bizottság megvitatta. 1957-ben 7 geometriai film volt gyártás alatt 400 m átlagos hosszúsággal.

A továbbiakban a cikk szerzője rátér a matematikai film feladatára, felhasználására.

" A matematikai film feladata azoknak a folyamatoknak és változásoknak a bemutatása, amelyeket nehéz absztrakt uton elképzelni,

amelyeknek szemléletes leírása nagyszámu rajzot igényel, és amelyeknek nehéz vagy kevésbé hatásos a modellezése. A matematikai mozgófilm felhasználásakor az egyes filmkockák jobb megfigyelése céljából előzetesen állóképből kell bemutatni a filmkockát... Ezért módszertani szempontból nagyon célszerűnek látszik, hogy minden matematikai mozgófilmhez készüljön egy diafilm, vagy üveglépcsorozat a film legfontosabb kockáiból összeállítva. A diafilmet önállóan, a mozgófilm nélkül is lehetne alkalmazni. Ilyen módon a matematikai diafilm és mozgófilm nem zárják ki, hanem kölcsönösen kiegészítik egymást." Ehhez hozzáfűzöm a következőt: A diafilm kétségtelen előnye az, hogy nem suhan el, hanem hosszabb ideig szemlélhető, mint a mozgófilm.

" A diafilmek használatának nagyon sok közös vonása van a fali képek alkalmazásával. Azonban a matematikai diafilmeknek nagyon sok előnyük van mind a közönséges rajzokkal, mind pedig az egyéb szemléltető eszközökkel szemben! Ezek közül az előnyök közül sokkal a mozgófilm is rendelkezik. "

A részletes cikk a következőkben 9 pontban emeli ki a diafilmek előnyeit. Ezeknek a lényegét adom a következőkben:

1. A diafilmek lehetővé teszik nagy méretarányu rajzok alkalmazását. A 160×120 cm-es nagyságu világos rajzon, amit 5 m távolságból való vetítéssel kapunk, az osztály minden tanulója a helyéről is jól láthatja a rajz különböző részleteit.

2. A diafilm rajzsorozatainak a bemutatásakor lehetőség nyílik arra is, hogy feltárjuk a tanulmányozott jelenségben a dinamikát, annak fejlődésében.

3. A diafilmek bemutatása / ugyanúgy a mozgófilmeké is / leötétített osztályteremben történik. A tanulók figyelmét semmiféle kívülálló jelenség nem köti le. Ez elősegíti a fokozott figyelmet.

4. A diafilmeknek / és ugyanugy a mozgófilmeknek is / sokkal nagyobb lehetőségei vannak, mint a modelleknek. Bizonyos esetekben azért is fontos modellek nélküli gyakorlatokat végeztetnünk, hogy fejlesszük a tanulóknál a térbeli elképzeléshez szükséges készséget.

5. A diafilmek és mozgófilmek jól kiegészítik a tankönyvet, mert sokkal szélesebb alapon szemléltetik a tanulmányozott alakzat változásait és a változó folyamat méretét.

6. A diafilmek / és a mozgófilmek / alkalmazása lehetővé teszi az anyag mélyreható tárgyalása mellett a tanítási idő célszerűbb és gazdaságosabb beosztását.

7. A diafilmek alkalmazása mozgófilmek bemutatása mellett is szükséges.

8. A diafilmek lehetőséget adnak arra is, hogy a kész ábrák alkalmazásával célszerűbben szervezzük meg a szóbeli gyakorlatokat is a geometriaórákon.

9. A diafilmek lehetőséget adnak annak a nagy jelentőségű előkészítő munkának az elvégzéséhez is, amely ahhoz szükséges, hogy megállapítsuk az illető témáról készítendő oktatófilm alapvető tartalmát és jellegét.

1955-ben a V.I. Leninről elnevezett Moszkvai Állami Pedagógiai Intézet filmfelvevő laboratóriumában 12 geometriai diafilm készült a középiskolák számára. A cikkíró ismerteti ezeknek a tartalmát és melyik osztály számára készült. Pl. "Kör rajzolása három ponton keresztül", 24 filmkocka a VII. osztály számára.

Tartalma: A három ponton áthaladó kör középpontjának a megszerkesztése; hogyan változik ennek a háromszöghöz viszonyított helyzete a háromszögnek hegyesszöghöz derékszöghöz, majd tompaszöghöz való átalakulása közben.

Ugyanilyen módon ismerteti a többi diafilmet is.

A Műszaki Állami Pedagógiai Főiskola matematikai módszertani tanszékének a javaslatára gyakorlati foglalkozásokat végeztek matematika - szakos hallgatókkal geometriai diafilmek készítésére. A III. évfolyam 5. csoportjának hallgatói 1956. szeptemberében 6 diafilmet készítettek.

1. Közös érintő húzása két körhöz. 22 filmkocka, a VII. osztály számára.

2. Két egyenes párhuzamosságának a feltétele. 19 filmkocka, a VI. osztály részére.

3. Adott kört kívülről érintő megadott sugaru körök középpontjainak geometriai helye. 26 filmkocka, a VII. osztály számára.

4. Adott kör olyan hurjai középpontjainak mértani helye, amelyek átmennek a kör egy adott pontján. 16 filmkocka, a VII. osztály számára.

5. A következő szerkesztései feladat megoldásainak elemzése: rajzoljunk két adott körhöz érintőt úgy, hogy az egyiket adott pontban érintse. 17 filmkocka, a VII. osztály számára.

6. Apollonius köre. 22 filmkocka, a VIII. osztály számára.

A diafilmek terjedelmére nézve a cikkiró hivatkozik a tapasztalatra, amely szerint az órán 15-18 perc alatt 30-35 filmkockát lehet levetíteni. Ezért a maximális terjedelmet 40 kockában állapítja meg. Lehetnek ennél több kockából álló diafilmek is, de ezeket több órára felosztva használjuk. Kiemeli a feliratok rövidségének a fontosságát. " A hosszú feliratok a diafilmekben nagyon nyomasztóak, és csökkentik a tanulóknak az ábrákra fordított figyelmét. A matematikai diafilmek feliratainak rövidsége viszont azt hozza magával, hogy magyarázó jegyzeteket és módszertani utasításokat kell csatolni melléjük a tanárok számára. A diafilmek és az ok-

tatófilmek szerkezetét kizárólag a matematikatanítás feladatai és a szemléltető eszközökkel szemben támasztott követelmények határozzák meg. Ezért a matematikai oktatófilmek szerkesztése a középiskolai matematikatanítás módszertanának egy részét képezi. A matematikai oktatófilm kérdései nem a filmgyártás, hanem a matematikatanítás módszertanának kérdései."

Alkalmazási céljuknak megfelelően a szerző három csoportba osztja a diafilmeket:

1. Olyan diafilmek, amelyeknek az a célja, hogy még szélesebb alapon szemléltessék a tanult fogalmakat.
2. Olyanok, amelyeket az új anyag előadása alkalmával mutatunk be.

3. A tanult anyag ismétlését és rögzítését célzó diafilmek.

Egy-egy példát elemez is a 1. és 2. típusú filmre. / Ezek azonban nehezen érthetők, mert filmkockákra hivatkozik, amelyeknek a leírásban nincs ^{meg} a képe. /

A diafilmek 3. csoportjába tartozókat tartja a legszélesebb körben alkalmazhatónak. / A tanult anyag ismétlésére és rögzítésére ^{re} Ezért különösen sok geometriai tipizáló filmre van szükség.

A cikk utolsó része a diafilm készítéséről szól. E szerint a diafilm készítésének egész folyamatában a legfontosabb része a filmek tartalmának és sorrendjének a kidolgozása. Ha ezeket sorban lefényképezzük, kész is van a diafilm. A felépítés alapos átgondolás és elmélyedést kíván. A geometriai alakzatok ábrázolásába bele kell vinni a dinamikuság elemeit is azzal, hogy bemutatjuk az egyes mozgásokat, a lehetséges közbeeső helyzeteket azzal a céllal, hogy kiemeljük a lényeges kapcsolatokat és összefüggéseket, és bemutathassuk a változásokat.

Be kell mutatnia a diafilmnek a matematika gyakorlati alkalmazásait is.

A cikk a következőképen záródik:

" Mindthogy a matematikai diafilmek nagyon értékes szemléltető eszközök, s készítésük, valamint felhasználásuk technikája nagyon egyszerű, azért ajánlhatjuk a diafilm- készítésnek az iskolákban való megszervezését.

E mellett az iskolák érdekében feltételnül szükséges az is, hogy az O Sz F Sz K Oktatásügyi Minisztériumának Iskolai Főosztálya az eddiginél nagyobb aktivitást fejtsen ki a matematikai diafilmek kiadásának megszervezésében."

4. Az általam készített és tervezett filmek.

a/ Régebbi filmek

1. Az arányosság

A pergő kép - az állóképpel szemben - olyan tanítási anyag szemléltetésére szolgál, amelynél a folyamat, a fejlődés, a részek egymásból való kialakulásának megfigyelése és megértése a fontos. A film tehát a mennyiségtanban azokon a területeken alkalmazható - ha erre szükség van -, ahol felfogásunk és tapasztalataink szerint a mennyiségek összefüggésének megértését és átélését a külső szemlélet segíti elő. Nem lehet szó mennyiségtani film alkalmazásáról pl. a műveletek technikai végrehajtásában, mert az ehhez szükséges készséget a tanulónak gyakorlással kell megszereznie. Más azonban a helyzet akkor, amikor egyes mennyiségtani fogalmak tisztázásáról, a mértani szabályoknak tapasztalati úton történő megállapításáról, végül a több órán felaprózva tanult részek összefoglalásáról van szó. Kétségtelen, hogy a mennyiségtan területén a film alkalmazásának lehetősége igen kicsi. De ha csak 3-4 jól használható filmet tudnánk készíteni, már akkor sem lehetne a mennyiségtani film jogsultságát elvben tagadni. Más kérdés azonban az, hogy milyen céllal és milyen mértékben iktassuk be tanításunkba.

Nevelői működésem első éveiben állandóan tapasztaltam, hogy a tanulók egy része igen nehezen érti meg az arányosság fogalmát. Pedig mind az egyenes, mind a fordított arányosság fogalma alapvetően fontos nemcsak a matematikai továbbtanulásban, de a fizikában is. A százalékszámításban megállapítjuk, hogy a százaléérték egyenesen arányos az összeggel és a százaléklábbal / percenttel/. A százalékszámításra épített kamatszámításban tudatosítjuk azt, hogy pl. adott kamatláb és adott idő mellett a kamat egyenesen arányos a tőkével. Amikor pedig napkra számítunk kamatot, és beve-

zetjük a kulcsszámot mint 36 000-nek és a kamatlábnak a hányadosát, megvilágítjuk azt, hogy a kamatláb és a kulcsszám fordítottan arányosak. / Ahányszor nagyobb a kamatláb, annyszor kisebb a kulcsszám. /

A mértanban is megállapítjuk a téglalap területének tanításakor a következőket: Ha a téglalap egyik oldala állandó, akkor területe a másik oldallal egyenes arányosságban változik; ha pedig a terület állandó, akkor az oldalak fordítottan arányosak. / Ahányszorosára nő az egyik, annyiadrészt csökken a másik. /

Igen sok hiba származik a kettőstételi feladatoknak aránypárral történő megoldásakor abból, hogy a tanulóknak nincs tiszta fogalmuk az egyenes ill. fordított arányosságról.

A fizika tanításában már a legelején, az egyenletes mozgás tárgyalásakor van alkalmunk rámutatni arra, hogy a megtett út egyenesen arányos a sebességgel és a menetidővel / $s = c \cdot t$ /, és megadott út esetén a menetidő fordítottan arányos a sebességgel / $t = \frac{s}{c}$ /. A kétkaru emelőnél adott teher és teherkar esetén az erő fordítottan arányos az ő karjával. Ohm törvénye szerint az áramerősség annál nagyobb, minél nagyobb a feszültség / egyenes arányosság /, de annál kisebb, minél nagyobb a vezeték ellenállása / fordított arányosság /. Még rengeteg olyan példát lehetne mondani, amelyek mind azt mutatják, hogy az egyenes és fordított arányosság fogalma mennyire alapvetően fontos a további szám-tani és fizikai tanulmányokban.

A fentemlített nehézségek érlelték meg bennem azt a gondolatot, hogy nem lehetne-e mind az egyenes, mind a fordított arányosság fogalmát világossá tenni olyan képsorozattal, amelyben mozgás, kialakulás van. Így született meg 1927-ben a 2 részből álló Arányosság c.film tervezete. Megbírálás után 1928-ban kivitelre került sor és a kész film 1929-ben került az iskolákhoz. Ez volt az első

magyar mennyiségtani film.

Néhány gondolatban ki akaron fejteni, hogy felfogásom szerint mi tette indokolttá ezt a filmet. A mennyiségtan tanításának igen fontos feladata az u.n. funkcionális gondolkodás fejlesztése. A korszerű matematikai oktatás középpontjában a függvény fogalma áll. Az előzőkben már említett Félix Klein helyezte előtérbe a függvény fogalmát. A XX.század elején a matematikai oktatás reformjáért indított küzdelem élére állt. Az eredmény az a ma már általános felfogás, hogy a matematikai oktatásba minél előbb kell bevezetni a függvény fogalmát. Ennek lényege annak megértetése, hogy melyek az egymástól függő mennyiségek, és az egyiknek a folytonos változása milyen változást idéz elő a másiknál.

Megjegyzés. A mindennapi életben az egyenes ill. fordított arányosságra vonatkozó feladatok megoldása nem más, mint az $y = cx$ ill. $y = \frac{c}{x}$ függvények izolált pontjainak meghatározása. Az $y = cx$ függvény értelmezési tartománya $x \geq 0$ vagyis $|x| \geq 0$. Az $y = \frac{c}{x}$ függvény értelmezési tartománya $x > 0$; vagyis $|x| > 0$. / Az $x = 0$ helyen a függvénynek nincs értelme. / Egyenes ill. fordított arányosságra vonatkozó feladatokban csak azok az értékek jönnek számításba, amikor $c > 0$ és $x > 0$. Ennek megfelelően az egyenes ill. fordított arányosság grafikus ábrázolása során / ált. iskola VI. osztályában / a gyakorlati feladatok természeténél fogva mind az $y = cx$, mind pedig az $y = \frac{c}{x}$ függvénnyel meghatározott görbének csak az I. negyedben lévő része jöhet tekintetbe.

Amikor az egyenes arányosság tanításakor vizsgáljuk / állandó sebesség mellett! / a menetidő és a megtett ut összefüggését, tisztán a belső szemléletre vagyunk utalva. A tanulóknak már meglévő ismereteiből kell rekonstruálnunk azt a képet, hogy ha a vonat 1 óra alatt 30 km-t tesz meg, akkor 2 óra alatt 60 km, 3 óra

alatt

pedig 90 km a megtett ut. Ennél nagy baj az, hogy a függvényértékekhez nem folytonosan, hanem ugrásszerűen jutottunk. Ez még nem jogosít fel bennünket arra, hogy a két változó összetartozó értékeinek ábrázolása által nyert izolált pontokat az egyenes arányosságánál egyenes vonallal kössük össze és olyan értékekre is folytassuk, amelyeket nem számítottunk ki. Nem vonhatjuk le még azt a szabályt sem, hogy " Egyenes arányosságnál az egyik mennyiség bármilyen változásával a másik mennyiség ugyanolyan mértékben változik." Ezt bizonyos ^{mert} fokig ráerőszakoljuk a tanulókra, ~~nem~~ mi tudjuk, hogy így van. A tanulók meg is tanulják, és a feladatokat is legtöbbször jól fogják megoldani. De adósok maradtunk valamivel! Azzal, hogy alkalmat adjunk a tanulóknak betekintést szerezni a folytonos függvény lényegébe. Felfogásom szerint közelebb viszünk ehhez a tanulókat a következő képsorozattal: A képen egy álló vonatot látunk, a felső sarokban pedig egy órát, amely 0-t mutat. A vonat indulásával egy időben az óra is járni kezd. Amikor a mutató egyszer körüljár / azaz egy óra telt el /, pillanatig megáll. Ugyanakkor a vonat is megáll és kiugrik a felírás: 30 km. Ez a folyamat folytatódik és 2 óra múlva kiugrik 60 km, 3 óra múlva pedig 90 km. Tehát 2-szer, 3-szor több idő alatt a megtett ut is 2-szer, 3-szor több. Ezzel az élményszerű szemléléssel, a változás folyamatának átélésével könnyebben tisztázódik az egyenes arányosság fogalma. A film még 3 képsorozatot szemléltetett a fogalom megvilágítása érdekében. Igaz, hogy ezzel a tanuló pozitív tárgyi tudása nem lett több, mint film nélkül, de gazdagodott valamivel, ami lényeges: s ez a matematikai élelátás, a mennyiségek belső összefüggésének meglátása.

Külön film készült a fordított arányosságról. Ebben is néhány képsorozat mutatta be és igyekezett megvilágítani a fordított arányosság fogalmát.

A két film pergetési ideje egyenként 17-18 perc volt. Külön-külön fel lehetett használni az új anyag tárgyalásakor, amikor magyarázat nélkül peregtek a képek, majd az egyes képek után megállítottam a gépet, és elvégeztük a tudatosítást, értékelést. Az egyes, majd a fordított arányosság megtárgyalását és begyakorlását követő összefoglaló órán a két filmet egymásután pergettem le a két fogalom szembeállítására és elmélyítése céljából.

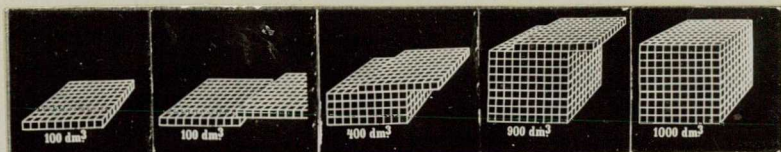
Mindkét film az első kísérlet volt a mennyiségtani filmek terén, és előzetes tapasztalatok nélkül készültek. A rajzos filmek készítésének technikája még kezdetleges fokon állt. Az elkészített pozitív másolatokat az iskolák elég nagy mértékben használták, a filmek negatívjai megrongálódtak, és így mindkét filmet 1937-ben selejteztük.

Megjegyzés: A köznapi beszédben is elég gyakran halljuk, hogy az arány és arányosság fogalmát összekeverik, ill. hibásan alkalmazzák. Pedig a kettő között lényegbevágó különbség van! a/ Az arányban két - egymástól független - egynevű mennyiség / pl. két testsúly / összehasonlításáról van szó abból a célból, hogy az egyik mennyiség a másiknak hányszorosa. A két mennyiség bármelyikének változása nincs befolyással a másikra. b/ Ezzel szemben az arányosság két egymástól függő mennyiség / pl. állandó sebesség mellett a menetidő és a megtett út; megadott folyadék-mennyiségnél az edények nagysága és száma stb / összehasonlítása abból a célból, hogy az egyiknek a változása milyen mértékű és milyen értelmű változást idéz elő a másik mennyiségben.

2. A köbtartalomszámítás alapfogalmai.

A film anyaga: a köbmértékek származtatása, viszonylagos nagysága; a váltószám; a köbmértékek és ürmértékek, majd az ür- és súlymértékek összefüggése; köbtartalom meghatározása ürmértékkel

tetszőleges alaku / vízben nem oldódó / szilárd testnél a skálázott edényben kiszorított víz térfogatából. A köbtartalom- / vagy térfogat - / számítás alapfogalmait különös gonddal kell tanítanunk, mert a továbbiakban állandóan érezzük az itt felmerülő nehézségeket. Kétségtelen, hogy a felsorolt anyagot majdnem teljes egészében igen jól lehet szemléltetni film nélkül, és ezt minden jó tanár meg is teszi. De itt is vannak olyan részletek, amelyek a valóságban egyáltalán nem, vagy igen nehezen szemléltethetők. Ilyen pl. a köbméter felépítése köbdeciméterekből. A tanteremben megoldhatatlan feladat. Ezzel szemben a vász^{on}on rövid idő alatt egymásra rétegeződik / 100-asával / az 1000 dm^3 , és ha a film helyes arányok szerint készült, akkor a tanuló maga előtt látja a köbmétert valódi nagyságban. A kialakulást pedig átéli, mert magában számolja is az egyes rétegeket, és így maradandó élménnyel gazdagodik. **M**eggyőződésem, hogy ilyen szemléltetés után a tanulóban meg rögződik a köbmértékek váltószáma, az 1000.



Megjegyzések: a/ Hogy a hossz-, terület- és köbmértékek váltószámával mennyi nehézség van, azt különösen a mennyiségtan tanára tudhatja. Óráról-órára tapasztalja, hogy igen sok tanuló szerint 1 m^2 -ben 10 dm^2 ; 1 m^3 -ben 100 dm^3 / esetleg csak 10 dm^3 ! / van. Ennek okát abban látom, hogy a tanulók soha nem élték azt a folyamatot, ahogyan a m^3 felépül dm^3 -ekből. b/ A fenti ábra a m^3 kialakulásának csak néhány mozzanatát szemlélteti. / Meg kell említeni, hogy a rajzok kivitele hibás, mert a hátrafutó élek perspektívikusan nem rövidülnek meg eléggé. / c/ Az a/-ban elmondottak miatt igen fontosnak tartom olyan film elkészítését, amely összehasonlít-

ja a hossz-, terület - és köbmértékeket és rögzíti a váltószámokat.

A film egyes részeit / pl. a váltószámra vonatkozó rész / bemutatathattuk külön-külön azon az órán, amelyen azt az anyagrészt tanítottuk. Felépítésénél fogva a film több órán tanult részletek összefoglalására is szolgált, tehát összefoglaló film. Bemutathattuk akkor, mielőtt áttértünk a mértani testek köbtartalmának kiszámítására.

A film 1936-ban készült. Hossza 90 m, pergetési ideje 9 perc volt. A második világháborúban a Pedagógiai Filmgyár anyagának legnagyobb részével elpusztult.

3. Testek köbtartalma

A film a köbtartalomszámítás elvi kérdéseit világította meg. Ezért tárgyalta a testek olyan egyszerű típusait, amelyeknél megértett eljárási mód érvényes hasonló típusúakra is. Célja volt azonkívül megmutatni azt, hogy a henger a szabályos sokszögalapu hasábnak az a határeset, amikor a sokszög oldalainak száma bármily nagy számnál is nagyobb, és az oldalak a 0 felé közelednek. Vagy: A henger olyan hasáb határeset, amelynek alapja körbe írt, azaz hursokszög, és a hurok mindegyikének határértéke 0. / Ezen a fokon csak az egyenes, köralapú hengert és kupot tárgyaljuk. / Ebből következik, hogy a köbtartalom / térfogat / kiszámításának elve a hasábra és hengerre azonos. Ugyancsak szemléletesen mutatta az egyenlő alapú és magasságú hasáb és gula, ill. henger és kup térfogatának összefüggését. Végül görögdinnye meglékelésével azt igyekezett megértetni, hogy a gömböt gulaszerű testekből / végül elemi gulákból / képzeljük összerakva. A gömb köbtartalmának kiszámítását e szerint visszavezetjük már ismert testre, a gulára.

A film felépítése:

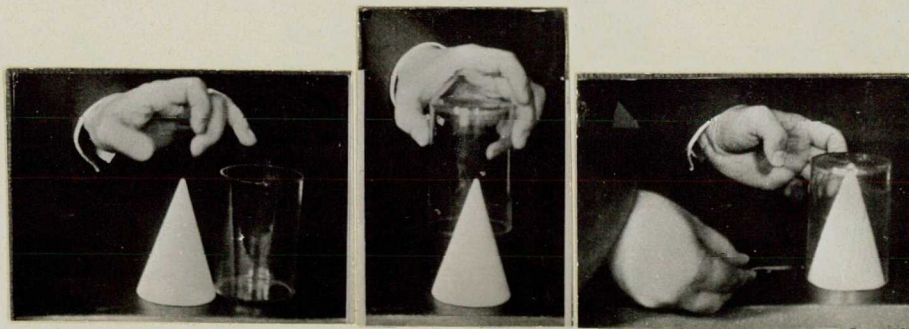
1. A kocka köbtartalma. A tanulók előtt épül fel dn^3 -ekből

a 2dm, majd 3 dm élű kocka. Mindkét esetben megállapítjuk, hogy a kocka köbtartalma = él . él . él .

2. A hasáb és henger köbtartalma. Kiindulunk négyzetes oszlop-alaku olajos kannából azzal a kérdéssel, hogy hány liter olaj fér a kannába. / Ahány dm^3 a térfogata. / A nyitott kannát / alapél 3 dm, magasság 5 dm / rétegenként megöltjük dm^3 -ekkel, majd megállapítjuk, hogy a köbtartalom egyenlő az alapterület és a magasság mértékszámának szorzatával. Majd szabályos 6-szög alapu hasáb éleit fokozatosan lefaragjuk és megéreztetjük azt, hogy az oldalak száma egyre nagyobb lesz, míg végül a hasábból henger lesz. Köbtartalmát ugyanugy számítjuk ki, mint a hasábét.

3. A gula köbtartalma. Egyenlő alapu és magasságú hasáb ill. gulánál megfigyeltettük, hogy a hasábba 3-szor annyi homok fér, mint a gulába. Tehát a gula köbtartalma az ugyanakkora alapu és magasságú hasáb köbtartalmának harmadrésze.

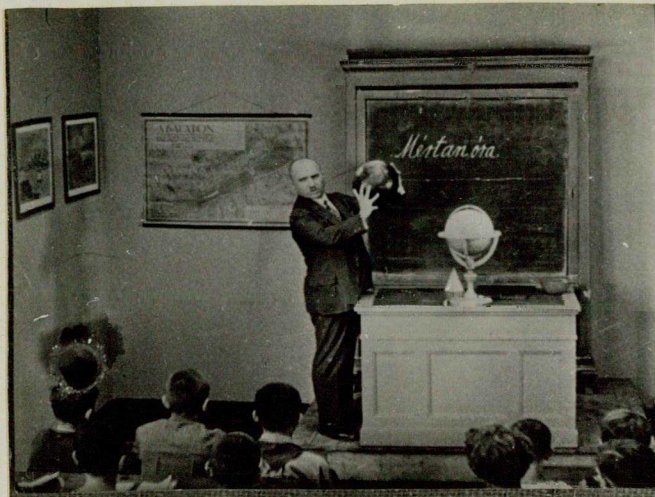
4. A kup köbtartalma. Szemléltetünk kartonból készített kupot, majd ugyanakkora alapu és magasságú hengeres üvegpoharat.



/ A képek szemléltetik a henger ill. kup alapjának és magasságának egyenlőségét. /

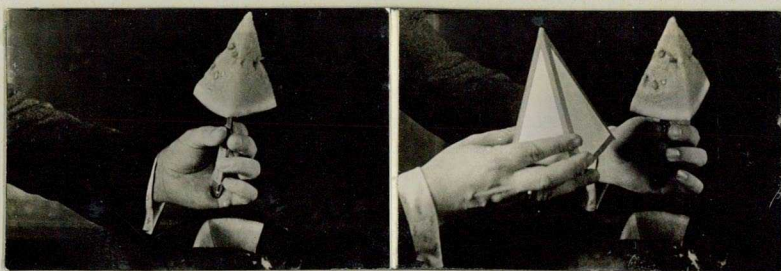
Tej beöntésével állapítottuk meg, hogy a hengerbe 3-szor annyi fér, mint a kupba. Vagyis a kup köbtartalma a henger köbtartalmának harmadrésze.

5. A gömb köbtartalma. Előre kiválasztottuk, a gömböt jól megközelítő görögdinnyét szemléltetünk. Melléje helyeztük a globust is



/ Felirat: Gömbalaku dinnye. Földünk is gömbalaku. /

Majd meglékeltek a dinnyét, és a kivágott gulaszerű testet összehasonlítottuk az előre elkészített gulával.



Gondoljuk az egész gömböt ilyen gulaszerű testekből összerak-
va! A globuszon szemléltetjük ezeknek a testeknek az alapjait,
amelyek annál jobban közelítik meg a sít, minél több " elemi "
gulát képzelünk el.



az alap területének és a magasság mértékszámának szorzatát 3-mal osztani. " Eddig tudta, de most már értette. A mennyiségtan tanárának gyakran van alkalma meggyőződni arról, hogy a tanuló valamit tud, de nem érti. Már pedig a megértést kell minden rendelkezésre álló eszközzel elősegíteni és megkönnyíteni. Ebben lehet segítségünkre néha egy-egy film.

4. Az összefoglaló film

Az ismertetett filmekkel kapcsolatban röviden szólni akarok az összefoglaló filmről. Ezt a következők miatt tartom hasznosnak:

1. A nagyobb didaktikai egységnek a különálló órák miatt szükségképpen széttagolt részeit rendszerbe foglaljuk. A tanulók látják, hogyan épül fel részleteiből az egység. Megértik azt, hogy az egyes részeket nem lehet tetszés szerint egymáshoz illeszteni, hanem egy belső logikai összefüggés szerint, amelynél a későbbiek megértéséhez feltétlenül szükséges az előzők biztos tudása. Meglátja a gyermek, hogy az egyes ismeretlenek úgy kapcsolódnak egymáshoz, mint a láncszemek, amelyekből csak úgy tudunk összefüggő, folytonos láncot készíteni, ha a szemeket fokozatosan kapcsoljuk egymáshoz. Ezzel igyekszünk megközelíteni a mennyiségtan tanításának oly rendkívül fontos célját, a logikus gondolkodásra nevelést. A szükséges ismeretmennyiség mellett ez a legnagyobb érték, amelyet a más iskolába vagy az életbe lépőknek utravalóul adhatunk. Olyan kincs, amelynek az élet minden körülményei között nagy hasznát veszik.

2. Meggyőződésem, hogy az összefoglaló filmek nagyban hozzájárulnak a tárgyi ismeretek tisztázásához és elmélyítéséhez is, éppen azzal, hogy a sok elaprózott részletet összefüggő egységbe foglalják. A gyermek sok olyan dolgot fog világosan látni, ami addig talán homályos volt előtte.

3. Az említett két tárgyi vonatkozásu előnyön kívül pszicholó-

giai szempontból is fontosnak tartom az összefoglaló filmet. Az összefoglaló órán a kérdések és feleletek sűrűn váltakoznak. Azok a lelki képek pedig, amelyekre a kérdések és feleletek vonatkoznak, mozaikszerűen következnek egymásután. A figyelmet mindig új dologra kell beállítani és koncentrálni. Ennek természetes következménye lehet a tanulók elfáradása, amely pillanattól kezdve az óra eredménye kérdésessé válik. Ezzel szemben a film pergő életet, mozgást visz az órába, amelynek minden mozzanatát érdeklődve lesi a tanuló. A geometriai alakzatok, a mennyiségek közötti összefüggések nemcsak a vásznon alakulnak ki, hanem az ő lelkük is aktívan vesz részt azoknak a kialakításában. Empirikus úton tesszük meg azokat a lépéseket, amelyek az általuk már ismert, de talán elhomályosult szabályokhoz vezetnek. A tanulót újra meggyőzzük, és jóleső érzéssel fogja megállapítani, hogy valóban igaz, amit annak ismert el már régebben. Egy-egy meglepő kép esetleg mosolyt vagy bémulatot vált ki belőle. Beleképzeli magát a filmen esetleg szereplő tanuló társa helyébe ; kíváncsian lesi a következő képeket. / Visszaemlékezem a következőre: Amikor a Testek köbtartalma c. film pergetése közben eljutottunk a henger ill. kup térfogatának összefüggéséhez és már kétszer beleöntöttük a tejjel megtöltött kup tartalmát a hengeres üvegpohárba, a tanulók szinte szorongva figyelték azt, hogy a kup tartalmának harmadszori áttöltésével vajon valóban megtelik-e a henger. A feszültség feloldódott, amikor az utolsó csepp beesése után ez valóban megtörtént. / Az említett momentumok mind olyanok, amelyek a figyelmet és érdeklődést ébrentartják, amivel elősegítik a tanultak megrögzítését és elmélyítését.

b./ Uj filmek.

1952-ben az Oktatásügyi / most Művelődésügyi / Minisztérium pályázatot hirdetett több tárgyból arra, hogy az illető tárgyból mely témák volnának alkalmasak oktatófilm készítésére. A tárgyak között szerepelt a matematika is, és ebből benyújtottam pályamunkát. A bíráló bizottság munkámnak a II. díjat ítélte meg. / Az első díjat az előzőkben említett dr. Bukovszky Ferenc nyerte el. /

A pályázatban az alábbi 9 tárgykört jelöltem meg:

1. Az arányosság. / Célja az egyenes ill. fordított arányosság fogalmának kialakítása. /

Két külön film készítendő:

a/ Egyenes arányosság

b/ fordított arányosság.

2. Területszámítás. / Célja a területszámításról tanultak összefoglalása. /

Két külön film.

a/ A területmértékek / értelmezés, összehasonlítás, váltószám/

b/ Idomok területe. A téglalapból kiindulva tárgyalná a film a területszámítást úgy, hogy a téglalapra vezetjük vissza a többi párhuzamos oldalú négyszög, majd a háromszög, a trapéz és deltoid területét. A téglalaphoz hasonló idomra vezetjük vissza a kör területét is, körcikkek egymásmellé helyezésével. A film lényegében összefoglaló, de egyes részleteit / külön másolatok készítésével / felhasználhatjuk az egyes idomok területét tárgyaló órákon is.

Hegjegyzés: Az ilyen részletfilmet az órán / esetleg hurokfilm formájában / többször egymásután pergethetjük mindaddig, míg a tanulók mindegyike meg nem értette.

3. Térfogatszámítás.

Két külön film:

a/ Térfogatmértékek

b/ Testek térfogata.

A két film célja, felépítése, alkalmazhatósága, teljesen egyező a területszámításra vonatkozó két filmről mondottakkal.

4. A hosszúság-, terület- és térfogatmértékek összehasonlítása.

Felfogásom szerint igen fontos film. Pályázatomban kétféle elgondolást adtam, ezek egyike így szólt: Tokba felcsavart térkép lóg a falon, és éppen csak az alsó szélét látjuk. Ceruzával vagy pálcával végig megyünk ezen és megmutatjuk a térkép hosszúságát. Ezután fokozatosan, lassu ütemben leeresztjük a térképet. A térképből egyre nagyobb terület látszik. Egy tanuló végig is simítja tenyerével az egész területet. Egy másik tanuló nedves szivaccsal végig-törli a tábla területét. Egy következő képsorozatban egymásután több réteg helyezkedik el egy téglalagra és megjelenik a felirat: A testek térfogatát térfogatmértékkel mérjük.

5. Pythagoras tétele. Erre is több megoldást adtam.

6. Területátalakítások. Ebből érdekesebb részletek: Adott négyzet átalakítása két négyzetté és négyzet felosztása öt egyenlő területű négyzetre.

7. Papírhajtogatási gyakorlatok. Ebből kiemelem: a/ Egyenlő oldalú háromszög hajtogatása téglalappból / illetve négyzetből / b/ szabályos nyolcszög előállítása hajtogatással.

8. A törtekre vonatkozó összefoglaló film. A film célja volna a törtekre vonatkozó alapismeretek összefoglalása, ami leegyszerűsítve körlappal ill. gömbbel / megközelítően almával / való szemléltetéssel történnék.

9. Mérések a szabadban. Az ezzel a tárgykörrel foglalkozó egy vagy több filmet különösen fontosnak tartom olyan városi iskolákban, ahol nincs lehetőség a szabadban közvetlenül végzett mérésekre. Ezt a filmet is részekre lehetne bontani, és így az egyes órákon használni.

Pályázatomban részletesen dolgoztam ki az egyenes arányosság ábrázolását, a fordított arányosságot egészen, továbbá a térfogat-mértékekre és a testek térfogatára vonatkozó témák egy-egy részletét. Ennek alapján kaptam megbízást: a " Az egyenes arányosság ábrázolása " és a " Fordított arányosság " c. filmek elkészítésére. Mindkét film el is készült.

1. Az egyenes arányosság ábrázolása.

A film elkészült 1956-ban. Hossza 40 m; pergetési ideje 4 perc. Az egyenes arányosság megtanítása után külön órát szentelünk a grafikus ábrázolásnak. Erre az órára készült a film. Elgondoláson szerint óra elején előzetes magyarázat nélkül lepergetjük / esetleg kétszer / a filmet. Utána következik a látottak megbeszélése, tudatosítása; majd az óra második felében a táblán és a tanulók füzetében is készítünk az egyenes arányosságról grafikont.

A film egy képsorozatból áll, és felépítése a következő: A képen napsütéses időben egy fa / jegenye / látszik. Majd egy derékszögű koordinátarendszer rajzolódik ki, melynek origója a fa talp-pontjában, egyik tengelye a fa törzsében, másik tengelye a fa árnyékának irányában van. Mindkét tengelyen ugyanakkora egységgel beosztások jelennek meg. A fa magassága 3 m, árnyékának hossza 2 m. Ez a kezdőhelyzet.

/ Megjegyzés: A következőkben K a képet, F a felíratot jelenti. /

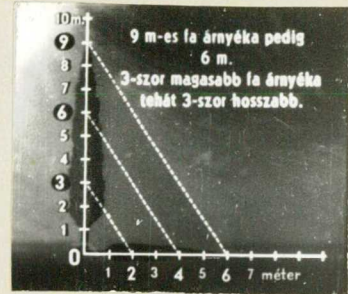
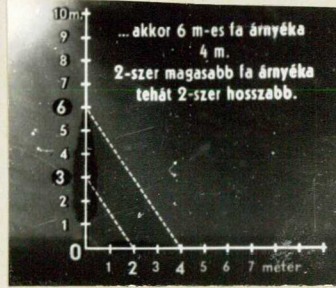
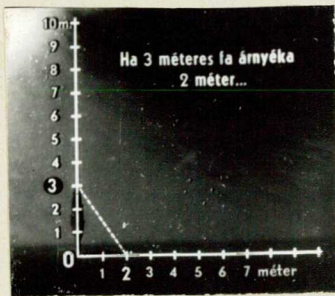
F: Ha 3-m-es fa árnyéka 2 m, akkor ...

K: Az előbbi fa egyenletesen tovább nő és egyidejűen növekszik az árnyéka is. Amikor a fa magassága 6 m, az árnyék éppen 4 m.

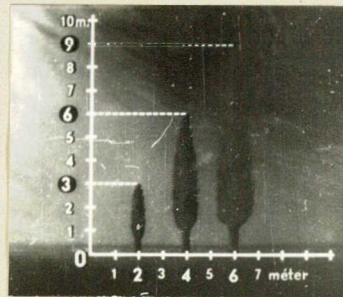
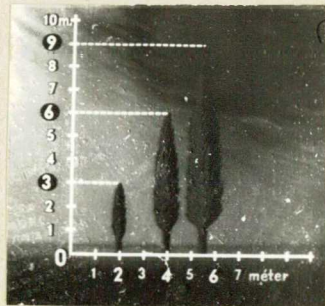
F: 6 m-es fa árnyéka 4 m.

K: Az előbbi fa ugyanolyan ütemben nő tovább, míg a 9 m-ig ér. Vele egyszerre nő az árnyéka is 6 m-ig. / A fa csucsát és az árnyék végpontját összekötő sugár jól látszik. /

F: 9 m-es fa árnyéka pedig 6 m.

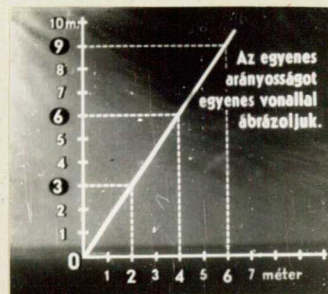
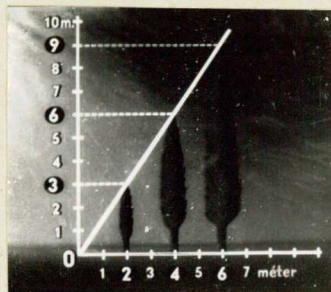


K: Végül a 3 fa egymásután jobbra megy a megfelelő árnyék végpontjáig, miközben a fák csúcsai pontozott nyomot hagynak. A helyzet ez lesz:



/ Az első kép a legnagyobb fát mozgás közben mutatja, amikor még nem érkezett el a 6 m-es árnyék végpontjába. /

K: Ezután a 0 pontból kiindul egy éles, folytonos félegyenes, amely összeköti a fák csúcsait. Végül az árnyékok eltűnnek, a fák elmosódnak, és helyükben szintén pontozott szakaszok láthatók.



F: Az egyenes arányosságot egyenes vonallal ábrázoljuk.

Megjegyzések. a/ Ezt a megoldást azért tartottam helyesnek, mert a fa növekedése és az árnyék nagyobbodása folytonosan történik,

és ezzel betekintést nyújt az egyenes arányosság lényegébe: az egyik mennyiség folytonos változása maga után vonja a másik mennyiség ugyanolyan mértékű folytonos változását.

b/ A film elkészítése óta is sokat foglalkoztatott az a gondolat, hogy ^{an} lehetne a filmet jobbra tenni. Ha átdolgozásra kerülne ~~x~~ sor, az előbbi képsorozat elé még egyet javasolnánk beiktatni. Ez a következő, amely természetes felvétellel készülne:

A képen egy mutatós / pl. Berkel - féle / mérleg van és mellette 3 egyenlő nagyságu pl. darával megtöltött - zacskó áll. A kezdőhelyzetben a mérleg mutatja a 0-t mutat. Ezután egymásután 1, 2, 3 zacskó tartalmának súlyát mérnök le, de nem úgy, hogy a zacskókat egymásután ráhelyeznők a mérlegre, mert így ugrásszerűen mutatná az áru mennyiségének és súlyának növekedését. Eljárás: Az első zacskó tartalmát üvegtölcséren keresztül / jól látható / egyenletesen folytatjuk a mérleg lapjára, miközben a mutató egyenletesen elfordul. Egy pillanatnyi megállás, és rövid felirat megadná 1 csomag súlyát. Ezután következnek a második, végül a harmadik csomag. A tanulók jól megfigyelhetnék, hogy az árurakás egyre nagyobb és a súlya is egyre nagyobb lesz. Azt hiszem, ez a szemléltetés jól segitené elő a folytonosság fogalmának kialakítását.

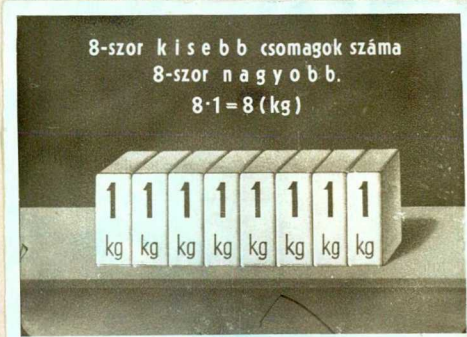
2. Fordított arányosság.

Két részből áll. Az I. rész két példát szemléltet és teljes hossza 80 m, pergetési ideje kb. 8 perc. A II. rész egy példát szemléltet, e mellett behatóan foglalkozik a fordított arányosság grafikonjával. Hossza 65 m, pergetési ideje kb. 7 perc. Két önálló filmnek is vehető. Az I. részt bemutathatjuk azon az órán, amelyen a fordított arányosságot tárgyaljuk; a második részt az ezt követő órán ~~ve~~ltjük, amikor a fordított arányosság ábrázolásával foglalkozunk.

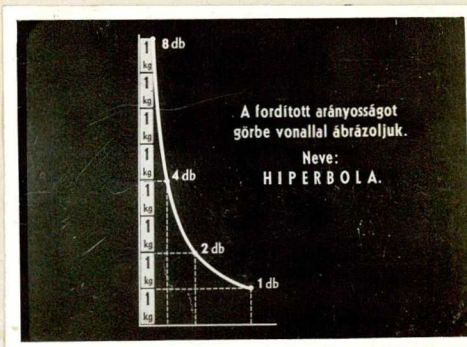
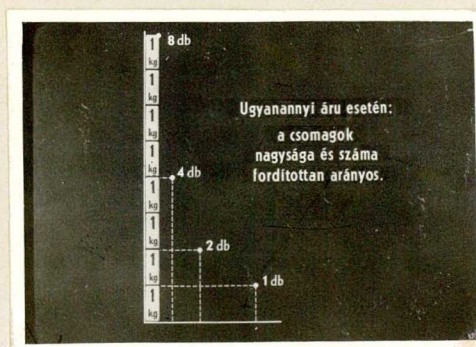
Az I. rész képsorozata:

1. példa. A csomagok nagysága és száma. Kiindulásul egy 8 kg-os csomag látszik. Ebből fokozatosan 2 db 4 kg-os, majd 4 db 2 kg-os, végül 8 db 1 kg-os csomag lesz.

A folyamat néhány lépését a mellékelt képek mutatják.

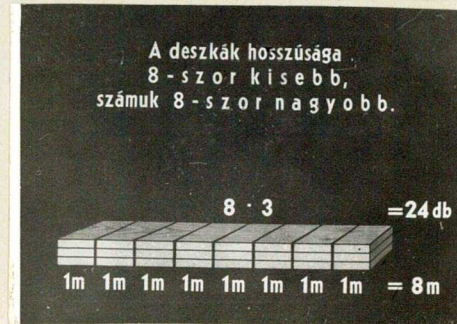
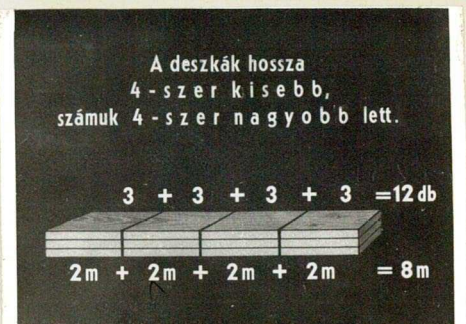
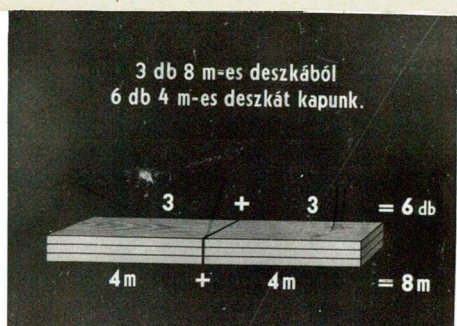
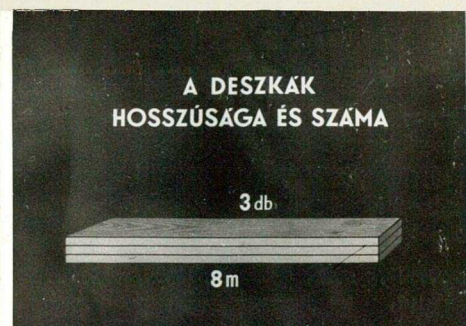


Ezután a két 4 kg-os, négy 2 kg-os, végül a nyolc 1 kg-os csomag egymásra helyezkedik, majd elmosódnak, de a téglalapok jobb felső csúcsa és oldalai pontosan megmaradnak. Így a kép már érzékelteti a hiperbola kialakulását. Az utolsó képen a hiperbola egy része ki is rajzolódik. / Természetesen csak az I, negyedben, mert x is, y is pozitív. /



2. A deszkák hosszúsága és száma. Az előbbivel analóg módon szemlélteti azt, hogy a félakkora, negyedakkora deszkák száma 2-szer,

4-szer nagyobb. Ennek a mozgási sorozatnak egyes mozzanatait szemléltetik az alábbi képek.

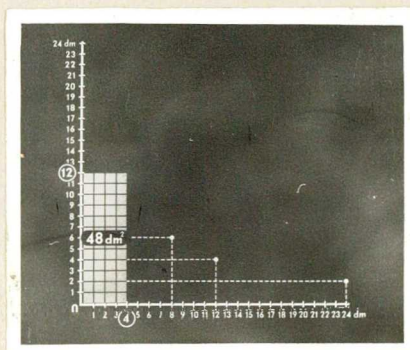
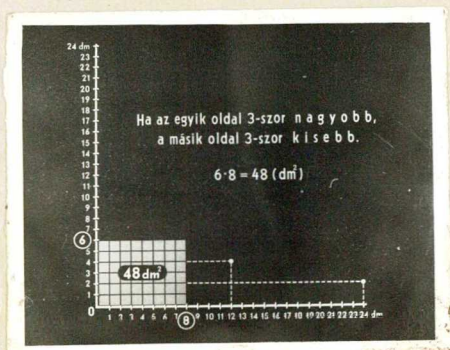
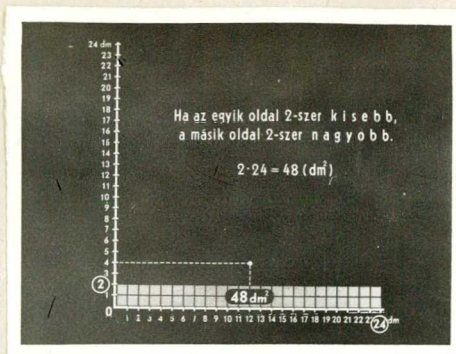
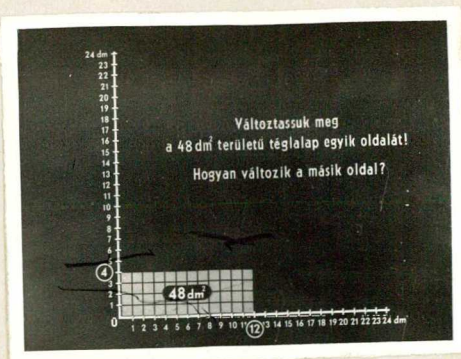


Ezután a deszkák is egymásra helyezkednek, a hiperbola kirajzolódik, és végül csak egyedül látszik.

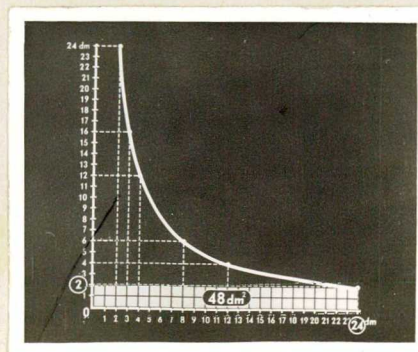
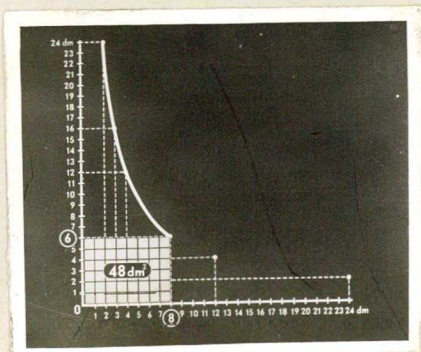
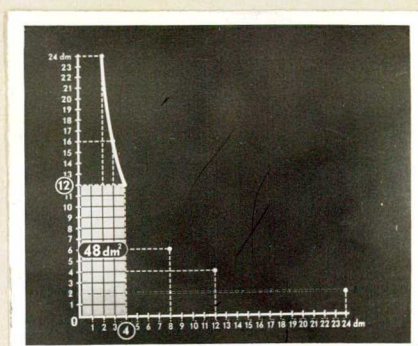
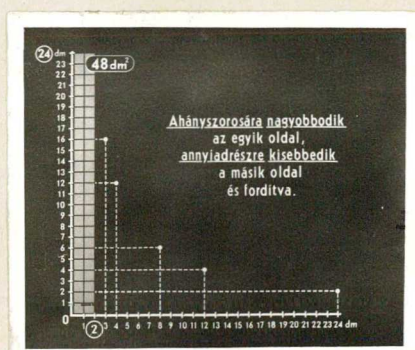


A II. rész egy képsorozata téglalapon azt szemlélteti, hogy állandó terület mellett az oldalak fordítottan arányosak. Kiindulunk 12 egységnyi hosszú, 4 egységnyi széles / 48 területegység / téglalapról. A képek a továbbiakban azt szemléltetik, hogy a hosszúság változásával hogyan változik a szélesség. / A terület állandó./

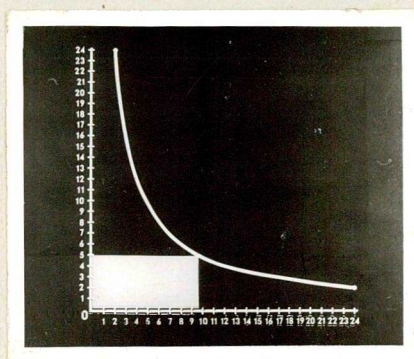
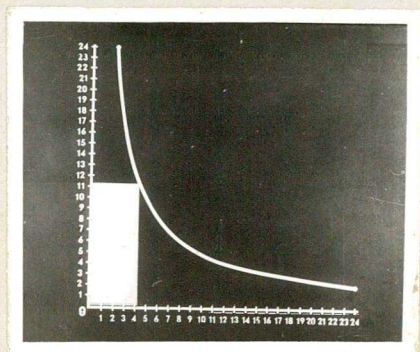




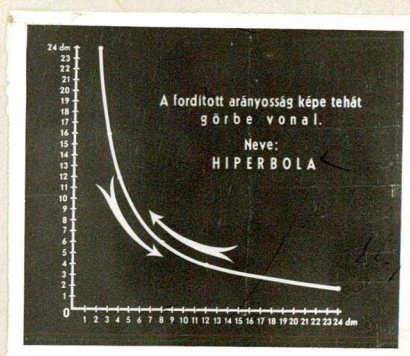
A két végső helyzet 24 egységnyi hosszú és 2 egységnyi széles, ill. 2 egységnyi hosszú és 24 egységnyi széles téglalap. Amikor az egyik téglalapról kialakul a másik, a jobb felső csúcshelyén erősebb pont marad, és az így kapott pontok sorozata már érzeti a hiperbola lefolyását. Fokozatosan ki is rajzolódik a hiperbola / egyik ága. /



Ezután az egyik szélső helyzetből kiindulva folytonosan változik a téglalap mindkét oldala úgy, hogy a jobb felső csucs a kirajzolt hiperbolán mozog. Ez a mozgás kétszer ismétlődik / ellenkező irányban! /, és így a tanulók jól figyelhetik meg a két összetartozó mennyiség / hosszúság és szélesség / folytonos változását.



Végül elmosódik a téglalap, és csak a fordított arányosság grafikonja, vagyis a hiperbola látszik a képen.



Ebbe a képbe rajzolódik bele a felírás: A fordított arányosságot görbe vonallal bárázoljuk. Neve: hiperbola. Bevezetésül a következő felirat látszik: Fordított arányosság: Ahányszorosára nő az egyik mennyiség, ugyanannyiadrészére csökken a tőle függő másik mennyiség.

A film bemutatását követő megbeszélésen még hangsúlyozhatjuk a következőket: Láttuk, hogy a téglalap egyik oldalának növekedésével a másik oldal egyre inkább csökken. Ha az egyik oldalt mind-

inkább növelejük, elérhetjük azt, hogy a másik oldal egy előre megadott tetszőleges kicsi számnál is kisebb legyen. Ez a grafikus ábrázolás szempontjából azt jelenti, hogy a hiperbola egyre inkább közeledik a két tengelyhez. Ezzel izelítőt adunk az aszimptota fogalmáról és erre a tanuló vissza fog emlékezni akkor, amikor a gimnázium III. osztályában az analitikus geometriában a hiperboláról részletesen tanul.

Ez a film is 1956-ban készült el.

Mindkét film az Iskolai Filmintézet által 1957 augusztus végén kiadott jegyzékben szerepel. / A jegyzékben összesen 123 film szerepel, ezek közül 5 a mennyiségtani filmek száma. / Mivel a jegyzék csak szeptember végén érkezett az iskolákhoz, nem lehetett beiktatni az éveleji ismétlések alkalmából. Saját iskolámban bemutattuk mindkét filmet a VII. osztályban akkor, amikor befejeztük az aránypár tanítását, és mielőtt rátértünk ennek alkalmazására szöveges / hármasszabályu / feladatok megoldásában. Az a tapasztalat, hogy a tanulók egy részének nehézséget okoz annak a megállapítása, hogy a feladatban szereplő mennyiségek egyenesen, vagy fordítottan arányosak-e, ami pedig alapja az aránypár helyes felírásának. A filmeket két párhuzamos VII. osztályban mutattuk be azzal a céllal, hogy az arányosságról a VI. osztályban tanítakat felelevenítsük. Összesen 61 tanuló volt jelen. Minden tanulónak otthon írásban kellett felelnie a következő kérdésekre:

1. Tetszett-e a filmvetítés?
2. Melyik tetszett jobban a két film közül? Miért?
3. a/ Megértettél-e mindent? b/ Mit értettél jobban, mint vetítés előtt?
4. A feliratok jól olvashatók voltak-e?

A feleleteket másnap reggel összegyűjtöttük kiértékelés céljából.

Az 1. kérdésre kivétel nélkül igen-nel feleltek. Többen azt válaszolták, hogy nagyon tetszett.

A 2. kérdésre a feleletek megoszlottak. 37 tanulónak a fordított arányosság, 9 tanulónak az egyenes arányosság tetszett jobban. 12 tanuló azt felelte, hogy mindkettő egyformán tetszett. Végül 3 tanulónak a grafikus ábrázolás ragadta meg legjobban a figyelmét.

Százalékos megoszlás:

Egyenes arányosság	14,7 %
Fordított arányosság	60,7 %
Mindkettő	19,7 %
Grafikus ábrázolás	4,9 %
összesen	100,- %

A "Miért?" kérdésre legtöbbször úgy feleltek, hogy megemlítették azt a példát, amely legjobban megragadta figyelmüket, és azt indokolták. Az egyenes arányosságból csak az ábrázolást mutatta be a film az előzőekben említett képsorozatokban, míg a fordított arányosságot 3 példa magyarázta. Így érthető, hogy a tanulók több mint felének a figyelmét a 3 kép valamelyike ragadta meg, és ezért a fordított arányosság tetszett jobban.

A 3.a/kérdésre egyöntetűen azt felelték, hogy mindent megértettek. / Ennek a kérdésnek a célja a saját munkám ellenőrzése volt: olyan-e a film felépítése pedagógiai szempontból, hogy megértése nem okoz nehézséget. / A 3.b/ kérdésre csak néhány tanuló felelt. (Már ismert anyagról volt szó.)

A 4. kérdésre 11 tanuló kivételével azt felelték, hogy a feliratok jól olvashatók. / Oktatófilmnél nagyon fontos, hogy a feliratok jól olvasható betűtípussal készüljenek és elég sokáig legyenek láthatók. /

Nézzünk most néhány szemelvényt a tanulók feleleteiből!

A megnyilatkozásokat a tanulók eredeti szövegezésében / a bennük előforduló hibákkal együtt / közlöm.

1. kérdés. " Nagyon tetszett, mert képletesen / ? / és érdekesítően mutatta be a film az arányosságot." / A tanuló nyilván azt akarta kifejezni: ... mert képekben ... / " Igen, nagyon tetszett" - " A film nekem nagyon tetszett, mert ezeket a példákat, amelyeket vetítettek, meg lehetett érteni." Legérdekesebb a következő felelet: " Először egy kicsit csodálkoztunk, hogy számtanból hogy lehet filmet vetíteni. De pár perc múlva mindannyian rájöttünk. "

2. kérdés. / Melyik tetszett jobban? Miért? / " Mindegyik, mert szemléletesen magyarázott." - " Az egyenes arányosság, mert a fa növekedése arányos volt az árnyéka növekedésével." - " Nekem a második rész tetszett legjobban. Azért, mert a deszkarudak segítségével megmagyarázták a fordított arányosságot. Ha az ember megnéz egy ilyen számtan filmet, jobban megérti azt a feladatot, amiről szó van. " - " Legjobban a deszkás példa tetszett nekem, mert az magyarázta meg legjobban a fordított arányosságot. " - " A fordított arányosság tetszett a legjobban, mert jól, értelmesen el volt magyarázva. " - " Mind a két film nagyon jó volt. Tisztán, értehetően magyarázta el a két arányosságot. " - " A grafikon tetszett a legjobban. " - " A filmből az a példa tetszett legjobban, amikor a deszkák egymásra vándoroltak. "

3. kérdés. " A filmet jól megértettem. " - " Mind a négy képet elég jól megértettem. " - " Azért, ^{mert} ~~meg~~ eddig nem ismertük a hiperbolát. " - " A fordított arányosságot már jobban értem. " " Azt értettem meg, hogy a fordított arány /?/jelölésére használt görbe vonalat hiperbolának nevezzük. " - " A hiperbola mutatását

és ábrázolását értettem meg a legjobban. " - " A fordított arányosságot értettem meg a példák alapján. " - " A fordított arányosságot értettem meg jobban. " - " Mit értettem legjobban? A hiperbolát." Érdekes a következő felelet: " Én a filmből nem tanultam, mert az arányosságot értettem, de azért mindenesetre világosabban áll előttem a példa, ha filmen mutatják. "

4. kérdés. " Nagyon jól lehetett olvasni a felirást. " Nagyon jól lehetett olvasni a felirást. " - " Nagyon jól, csak egy képnél volt egy kicsit fátyolos a betű. " - " Némelyik felirást jól lehetett olvasni, némelyiket nem jól. " - " Néha igen, néha nem. " - " A kisebb feliratokat nem jól lehetett látni. " - " Elég rossz volt. " - " A feliratok néha el voltak mosódva, így nem nagyon lehetett elolvasni, csak nehezen. " - " Az elején homályos volt. Különben olvasható volt. "

Megjegyzés: A feliratok olvasásában bizonyára befolyásolta a tanulók véleményét az a tény, hogy a pergetés megindításakor kereséssel be kellett állítani a lencsét a megfelelő távolságra és e közben a feliratok természetesen többé-kevésbé elmosódtak. / Erre vonatkozik az utolsónak említett megjegyzés. A film pergetése közben a feliratok mind elég hosszú ideig látszóttak, és jól olvashatók voltak. /

Természetes, hogy a 61 tanuló megkérdezéséből kialakult kép korántsem lehet általános érvényű, de azt hiszem, ha a tanulók százait kérdeznők is meg - mivel egyenlő korú gyerekekről van szó - a százalékos megoszlás nagyjából megegyezne a megadottal.

Megjegyzés. A vetítés után pontosan két hét múlva váratlanul ismét megkérdeztük a tanulókat. Röviden csak azt kellett leírniok, hogy a bemutatott filmekben milyen példák szerepeltek. Még azt a megkötést is tettem, hogy lehetőleg a képek sorrendjét is írják le.

Ezzel arról akartam meggyőződni, hogy az élmények alapján mennyire emlékeznek a látottakra. Ezen az órán a 7a osztályban 28 tanuló, a 7b osztályban pedig 24 tanuló, tehát összesen 52 tanuló volt jelen. A feleleteket néhány perc múlva össze is gyűjtöttük. Az 52 tanuló közül 22 felelt úgy, hogy a képeket a látott sorrendben említette. 21 tanuló feleletében az volt a hiba, hogy a látott 4 kép közül egyet-egyet kihagyott. Végül 9 tanuló feleletéből látszott, hogy még a szemléltetés után sincs tisztában az egyenes ill. fordított arányosság fogalmával. Az egyik tanuló pl. így felelt: Egyenes arányosság. Deszkák. Csomagok. / Mindkettő épen a fordított arányosságot szemléltette. / Fordított arányosság. Fa és árnyéka. / Ez pedig az egyenes arányosságot szemléltette azzal a megfigyeléssel, hogy ahányszorosára nő a fa, ugyanannyiszorosára nő az árnyéka/ a napsugarak állandó beesési szöge mellett. / A kapott feleletekből / különösen a hibásakból/ feltehető az, hogy szemléltetés nélkül még több tanulónak volna zavaros fogalma az egyenes ill. fordított arányosságról.

Megjegyzés. Dr. Bukovszky Ferenc, aki szintén résztvett az 1952. évi pályázaton, betekintés céljából utólag rendelkezésemre bocsátotta pályamunkáját. Ő főleg az általános gimnáziumok szempontjából dolgozta fel a kérdést. Az I.- II.- III. osztályok részére 22 témát tart filmesítésre szükségesnek. Ezek:

I. osztály

1. Műveletek előjeles számokkal.
2. Mértani helyek.
3. Azonosságok szemléltetése.
4. Középponti és kerületi szögek.
5. Thales tétele.
6. A háromszög szögei.
7. Szimmetria - tükrözés.

II. osztály.

8. Nagyítás, kicsinyítés.
9. Apollonius köre.
10. Területátalakítások.
11. Hasonló idomok területének aránya.
12. Körgyűrű területe.
13. Pont hatványa. / Szakköri munkaóra /
14. A tangens és arcustangens függvény.
15. Sinus és cosinus függvény.
16. Derékszög kitűzése a szabadban.

III. osztály.

17. Sinus és cosinus függvény / mind a négy negyedben /.
18. Egyenes egyenlete.
19. A parabola.
20. Kúpszeletek.
21. A kör kenőlejtése és területe.
22. Pythagoras tétele.

A két utolsó témáról részletes kidolgozást is mellékeltem.

c/ Tervbevett filmek

1. 1944. közepén 3 mennyiségtani film tervezetét küldtem be az / azóta megszűnt / Oktatófilm Kirendeltségnek. / Mérések a szabadban ; A henger térfogata ; A területszámítás / 1944 augusztusában azt a választ kaptam, hogy ... " a tervezetek nyugodalmasabb idők bekövetkeztével előszóval való megbeszélésre fognak kerülni." Az idők nem lettek nyugodalmasabbak és megbeszélésre nem került sor. A " Mérések a szabadban " c. film azóta elkészült az Iskolai Filmintézetben. / Lásd hátrább! /

2. 1956-ban nyújtottam be az Iskolai Filmintézethez " A hen-

ger térfogata " c. rövid film tervezetét. Elfogadták és előreláthatólag az 1958. év munkatervébe veszik fel kivitelezésre.

A film tartalma:

K:1. A képen megjelenik egy hasáb, amelynek alap- és fedőlapja szabályos hatszög. Először állóhelyzetben látjuk.

2. Azután a hasáb elfordul, és az alaplap fölfelé emelkedik addig, míg a fedőlap el nem takarja. Látjuk a szabályos hatszöget. Az oldalak mellett megjelennek a számok 1-től 6-ig. / A számok nem egyszerre, hanem egymásután jelennek meg, hogy a tanulók megszámlálhassák. /

3. A hasábot ismét állóhelyzetben látjuk / mint az 1. képen/, a számok eltűnnek.

4. A hasáb lassan forogni kezd, és egymásután kerülnek velünk szembe az egyes élek. Minden egyes mozzanatnál a hasáb megáll és egy kés / az éllel párhuzamosan / fölülről lefelé lenyesi az élt.

5. Amikor minden lét lenyestünk, fedőlappal ismét felénk fordul a hasáb, és egymásután megjelennek a számok az oldalak mellett 1-től 12-ig.

F: / Fokozatosan jelenik meg! / A 6 oldalú hasábból 12 oldalú lett.

K: 6. Újból áll a hasáb, és a kés ismét lenyesi az éleket./most már kissé gyorsabban megy, mint előbb. / Szemben látjuk a fedőlapot. / A tanulók már érzékelik, hogy a sokszög közeledik a körhöz. /

F: A hasáb már 24 oldalú.

K: 7. Az álló hasáb ismét forog, és a kés még egyszer-kétszer levág egy-egy élt.

F: Az oldalak száma egyre nagyobb lesz.

K: 8. Végül az a helyzet alakul ki, hogy a hasáb " átusztatással" hengerré lesz. Szembefordul, és látszik a kör alap.

K: 9. A henger ismét áll. Alatta megjelenik:

F: A henger tulajdonképpen köralapu hasáb.

K: 10. Végző képnek megjelenik egymás mellett a kiindulási / 6 oldal / hasáb és a henger. A hasáb, majd a henger alatt megjelenik:

F:

Térfogat:

alapterület szorozva a
magassággal.

Térfogat:

alapkör területe szorozva a
magassággal.

Más megoldás

A képek ugyanazok, mint az előző elgondolásban, de a kés nem felülről lefelé nyesi le az éleket, hanem a következőképen:

Az állóhelyzetben lévő hasábon felül és alul / a szabályos hatszög középpontjából / kinyulik egy tengely. Ezután a hasábot befogjuk egy esztergapadba. Majd elkezd lassan forogni és egy oldalról függőleges helyzetben közeledő kés egymásután nyesi le a 6 élt. / Így egyszerre esik le a hulladék. / Ezzel megkapjuk a 12 oldalú hasábot. Ezt álló helyzetben, majd fedőlapjával felénk fordulva látjuk.

A játék ismétlődik, közben a forgás megszűnik, és látjuk, hogy az oldalak száma egyre nagyobb lesz.

/ Az előző feldolgozásban jelzett feliratok ugyanugy megjelennek most is. /

Végül " Az oldalak száma egyre nagyobb lesz " felirat után a forgás üteme erősödik, és a tanuló a forgó sokszöget már körnek, a testet pedig hengernek látják.

A befejező rész ugyanaz, mint az előbbi feldolgozás 9. és 10. jelenete.

2. Véleményem szerint szükséges volna a középfoku oktatás

céljaira a következő filmek elkészítésére:

- a/ Az előzőekben említett és elpusztult "A térfogatmérés alapfogalmai" és "Testek térfogata" c. filmeket minél előbb pótolni kellene.
- b/ El kellene készíteni a "Területszámítás" c. filmét.
- c/ Hasznos volna a "Területátalakítások" c. film is.
- d/ Jó szolgálatot tette "A hossz-, terület- és térfogatmértékek" c. film.
- e/ "Néhány papírhajtogatási gyakorlat."
- f/ "Idommásolási módok."

Az általános iskola felső tagozatának mértani anyagában szerepel az eltolás, a tengelyes tükrözés, az elforgatás és a középpontos tükrözés. Igen szépen, meggyőzően lehetnek ezeket az idommásolási módokat mozgással szemléltetni. A filmben lennének természetes felvételek és rajzos képek. Pl. az eltolást bevezetné egy vasuti tolatás. Ez elvezetne a pályaszakasz fogalmához. Az elforgatásra kiinduló jelenetnek bemutatnók egy szélmalom forgó lapátját. Ezzel kapcsolatban tisztázzuk a forgásszög fogalmát. A természetes felvételeket követnék a trükkfelvételek, amelyek az eljárást szemléltetik. Ennek során nyernének megvilágítást a következők: eltolás esetén a pályaszakaszok párhuzamosak és egyenlők; forgatáskor az egyes pontok koncentrikus körökön mozognak és a forgásszögek egyenlők; mozgással szemléltetnók azt, hogy a középpontos / centrális / tükrözés nem más, mint forgatás a síkban 180° -kal, míg a tengelyes tükrözés 180° -os elforgatás a térben a szimmetriatengely körül. Jól lehetne megfigyelni azt, hogy eltolás, forgatás, középpontos tükrözés esetén az eredeti idom és a másolt párjának a körüljárása azonos, míg tengelyes tükrözés esetén ellenkező irányu.

Ezt az anyagot úgy gondolnám tanítani, hogy először bemutatjuk a filmét, azután végezzük a táblán / a tanulók a füzetükben / a szer-

kesztést. Megfigyeléseik alapján - a szükséges támogatással - maguk a tanulók fejtenék ki a szerkesztés menetét.

A középiskolák részére az alábbiakat tartom hasznosnak:

a/ A határeset / határhelyzet / fogalmának tisztázására kis filmet lehetne készíteni a körhöz külső pontból húzott érintőkre vonatkozóan. A külső pontból húzott érintők megszerkesztésének tárgyalása után kellene bemutatni a kis filmet az alábbi elgondolás szerint:

Kirajzolódik egy kör és egyik átmérője. Majd az átmérő meghosszabbodik és ezen felveszünk egy pontot. Ezután kirajzolódik az ebből a pontból húzható két érintő. A továbbiakban a felvett pont mozogni kezd az átmérő meghosszabbításán a kör középpontja felé. Egyidejűen a két érintő helyzete is változik és megfigyeljük, hogy a két érintési pont egyre jobban közeledik egymáshoz, az érintők bezárta szög pedig fokozatosan nagyobbodik. Amikor a felvett pont eléri a kör területét, a két érintési pont egybeesik, az érintők pedig egy egyenest alkotnak, amely merőleges a közös érintési ponthoz tartozó sugárra.

Megállapítás: A körvonalon lévő bármely ponthoz tartozó érintő a külső pontból húzható két érintőnek az a határeset, amikor a külső pont 0 távolságra van a körtől.- A felvett pont az átmérő meghosszabbításán mozoghat az előbbivel ellenkező irányban is, azaz mindinkább távolodik a körtől. A film szemléltetné, hogy az érintési pontok a kör területén egyre inkább távolodnak egymástól, az érintőkkel bezárt szög jobban és jobban kissebbedik, végül megéreztetné azt a határhelyzetét, amikor a pont bármely elgondolható nagy távolságnál is távolabb / a végtelenbe / kerül, a két érintő párhuzamos lesz a haladás irányára merőleges átmérő végpontjaiban.

b/ A körzsugorítás módszerének megértetésére felhasználható

volna a "Két kör közös érintője" c. film.

Elgondolás: Kirajzolódik két különböző / R és r / sugaru kör. A körök egyidejűen kezdenek zsugorodni / de az eredeti körvonalak pontozva megmaradnak. / A zsugorodás addig tart, amíg a kisebb kör sugara 0 , a nagyobb köré pedig $R-r$ lesz. A kisebb sugaru kör zsugorodásából kapott ponton át most kirajzolódik a másik körhöz a két érintő. Ezután kezdődik a körök felfuvódása eredeti nagyságukra. E közben a két érintő úgy mozog / párhuzamos eltolással /, hogy az érintési pontok egyiknél is, másiknál is a centrálissal meghatározott egyenesnek azonos partján legyenek. Végző helyzetben kapjuk a két kör közös külső érintőit. / Metszéspontjuk adja a körök külső hasonlósági pontját. / Ha a körök felfuvódása közben az érintők / forgással / úgy mozognak, hogy a két-két érintési pont a centrális egyenesének ellenkező partján van, a végző helyzetben kapjuk a közös belső érintőket. / Metszéspontjuk a két kör belső hasonlósági pontja. /

A film második része szemléltethetné az egyenlő sugaru és egymáson kívül fekvő körök / amikor a centrális $c=2r$ / közös külső és belső érintőit. Így : megjelenik a két különböző sugaru kör a közös külső érintőkkel. Az egyiknek a sugara, pl. a nagyobb köré állandó marad, míg a kisebb kör fokozatosan felfuvódik mindaddig, míg a két sugár egyenlő nem lesz. Közben mindig látjuk a közös érintőket és azt, hogy metszéspontjuk, vagyis a külső hasonlósági pont mindjobban távolodik. Végző helyzetben a két érintő párhuzamos, azaz nem metszik egymást. / A külső hasonlósági pont végtelen távol van. /

Hasonlóképen szemléltetjük a közös belső érintőket, és megállapítjuk, hogy egyenlő sugaru / és egymást nem metsző / körök belső hasonlósági pontja a centrális felezési pontjában van. / Ez igaz akkor is, amikor a körök érintkeznek, és a két érintő egy egyenesbe esik, amely az érintési pontban merőleges a centrálisra. /

c/ A szögfüggvények értelmezése után filken lehetne meggyőzően megértetni, hogyan változnak a szögfüggvények értékei, míg a szög 0° -tól 90° -ig nő. / A sinus és cosinus reciprok értékeit, vagyis a cosecanst és secanst nem tanítjuk, tehát ezeket mellőzzük. Tulajdonképpen a cotangens értékváltozását sem kell szemléltetnünk, mert ezt a tangens reciprok értéke adja meg. / Elég a sinus, cosinus és tangens értékváltozására kitérni.

Elgondolás: Közbulás helyzetből, derékszögű háromszögből indulunk ki. Az ábrán vizsgált szöggel α szemközti befogó legyen pl. a, a mellette lévő befogó b, míg az átfogó c. Megjelenik a felírás: $\sin \alpha = \frac{a}{c}$. Ebből a kezdőhelyzetből az átfogó egyenese / a szög mozgó szára / fokozatosan elfordul negatív irányban és a szög egyre kisebb lesz. Megfigyelhetjük, hogy a kisebbedő derékszögű háromszög átfogója egyre jobban közeledik b befogóhoz, míg a befogó mindjobban megközelíti a 0-t. Tehát az $\frac{a}{c}$ tört értéke 0 felé tart. A határesetben / amikor az átfogó beleesik b befogóba, vagyis a szög 0° lesz / az $\frac{a}{c}$ tört értéke $\frac{0}{b}$, azaz 0 lesz. Ebből a helyzetből a mozgó szár pozitív irányu forgatásával megfigyelhetjük, hogy a változó a befogó és c átfogó nagyságban egyre jobban közeledik egymáshoz, és így az $\frac{a}{c}$ tört értéke / vagyis $\sin \alpha$ / mindinkább közeledik az 1-hez. Végső helyzetben / amikor $\alpha = 90^\circ$ / a derékszögű háromszög elfajul / mert háromszögben nem lehet két 90° -os szög /. A kiindulásul vett háromszög a befogója is, c átfogója is minden határon túl nő, és hányadosuk tetszőleges pontosságig megközelelteti az 1-et. Ezt úgy értelmezzük, hogy $\alpha = 90^\circ$ esetén $\sin \alpha = 1$. Hasonlóképpen értethetjük meg a cosinus értékváltozását. Itt is közbulás helyzetből indulunk ki azaz a felírással, hogy $\cos \alpha = \frac{b}{c}$. Ezután a b befogóval szemközti csúcs mozogni kezd a befogón először a derékszög csúcsa / vagyis b befogó / felé.

Jól megfigyelhető, hogy állandó b mellett c átfogó, vagyis a $\frac{b}{c}$ valódi törtben a nevező állandóan kisebbedik, és így a tört értéke nagyobbodik. A határhelyzetben, vagyis amikor $\alpha = 0^\circ$, $c=b$, tehát $\frac{b}{c} = 1$, azaz $\cos 0^\circ = 1$. Ebből a helyzetből a derékszög csúcsába esett csúcs ellenkező irányban mozog a befogó irányában. α növekedésével $\frac{b}{c}$ törtben állandó számlálóban a nevező folytonosan nő, vagyis a tört értéke egyre kisebb lesz. Amint közeledik 90° -hoz, elérhetjük azt, hogy $\frac{b}{c}$ értéke bármily megadott kicsi szám alatt legyen, azaz tetszőlegesen megközelítjük a 0-t. Ezt matematikailag úgy fejezhetjük ki, hogy $\cos 90^\circ = 0$

A tangens értékváltozásának szemléltetését az egyenlőszáru derékszögű háromszöggel / $a=b$ és $\alpha = 45^\circ$ / kezdjük. Felírás: $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$. Ezután a b -vel szemben lévő csúcs először a befogón a derékszög csúcsa felé, majd ellenkező irányban mozog. Első esetben állandó nevező mellett az $\frac{a}{b}$ tört számlálója állandóan kisebbedik, tehát a tört értéke 1-től kezdve folytonosan csökken, míg $\alpha = 0^\circ$ helyzetben eléri a 0-t. A második esetben a törtben állandó nevező mellett a számláló egyre inkább nő, és vele egyidejűen a tört értéke mindinkább nő, sőt minden határon túl nő. Ezt úgy fejezzük ki, hogy $\operatorname{tg} 90^\circ \neq$ végtelen nagy.

A cotangens értékváltozását már nem kell szemléltetni, bár erről is lehetne filmet készíteni. A definícióból tudjuk, hogy $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$ és $\cot \alpha = \frac{b}{a}$, tehát rögtön megállapítjuk, hogy $\cot \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$. Ha a jobb oldali törtben a nevező egyre kisebbedik és közeledik 0-hoz / vagyis α szög 0° -hoz tart /, a tört / vagyis $\cot \alpha$ / értéke egyre nagyobb lesz, és elérhetjük azt, hogy nagyobb legyen bármely / előre megadott / nagy számnál. Ezt úgy fejezzük

ki, hogy a 0° -os szög cotangense végtelen nagy. Hasonló megfontolással eljutunk oda, hogy $\cot 90^\circ = 0$.

d/ A szögfüggvények általános értelmezésekor el kell szakadnunk a derékszögű háromszögtől. Nézetem szerint igen jól lehetne filmen szemléltetni a sinus és cosinus értékváltozását, miközben a szög 0° -tól 360° -ig / 0 -tól 2π -ig / nő. A tangens és cotangens változását már nem kell szemléltetni, mert mire eljutunk a tananyagban az általános értelmezésig, a tanulók már tudják azt, hogy

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \text{ ill. } \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \quad / \text{ vagy } \cot \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \quad / \text{ tehát}$$

a $\sin \alpha$ és $\cos \alpha$ értékeiből megállapíthatjuk $\operatorname{tg} \alpha$ abszolút értékét és előjelét. Pl. $\operatorname{tg} / 180^\circ + \alpha / = ?$ Tudjuk, hogy $\sin / 180^\circ + \alpha / = -\sin \alpha$ és $\cos / 180^\circ + \alpha / = -\cos \alpha$, ezért $\operatorname{tg} / 180^\circ + \alpha / =$

$$= \frac{-\sin \alpha}{-\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$$

A derékszögű koordinátarendszert a tanulók már ismerik. Ebben felvesszünk egy egységsugarú kört. Ahogyan az $= 0^\circ$ helyzetből / a sugár az x-tengelyben van / a sugár pozitív irányban elfordul, a szög egyre nagyobb lesz. Minden helyzetben kirajzolódnak a sugárnak a kör kerületén mozgó pontjához tartozó koordináták.

Az abszcissa minden helyzetben megadja a szög cosinusát, ordinátája pedig megadja a szög sinusát irány és nagyság szerint. A film folyamatos mozgással, fokozatos kifejléssel szemlélteti azt, hogy az első negyedben / $0^\circ - 90^\circ$ / hogyan nő a sinus 0 - 1 -ig ; a második negyedben / $90^\circ - 180^\circ$ / hogyan csökken 1 -től 0 -ra ; a harmadik negyedben / $180^\circ - 270^\circ$ / mint csökken tovább 0 -tól -1 -ig ; végül a negyedik negyedben / $270^\circ - 360^\circ$ / hogyan nő -1 -től 0 -ig. Hasonlóképpen lehet szemléltetni a cosinus értékváltozását a $0 - 2$ intervallumban.

e/ Nem tanítási órán, de a matematikai szakkörben / ahol a matematikából jobb tanulók vannak / megoldhatjuk a következő fela-

datot:

Egy körben gördül egy félsakkora sugaru kör úgy, hogy a két kör állandóan érintkezik. Kiinduló helyzetnek válasszuk a kis körnek azt a P pontját, amelyben a külső kört érinti. Be kell bizonyítani azt, hogy ha a kis kör kiindulási helyzetébe visszatér, P pont a nagy körben azon átmérőn mozog oda és vissza, amely a P kezdőhelyzetéhez tartozik.

Számítással a bizonyítás nem okoz nagyobb nehézséget. De nem hiszem, hogy akad olyan tanuló, aki P pont mozgását el is tudja képzelni. Ezt lehetne elősegíteni egy rajzos filmmel. Amint a belső kör a kezdőhelyzetből gördülni kezd, P pont jól látható nyomot hagy maga után, amely végig megy a nagy körben P ponthoz tartozó átmérőn addig míg a kis kör a nagy kör félkerületén végiggördül. Miközben a kis kör tovább gördül, P pont ugyanazon az átmérőn visszaszane egy kiindulási helyére.

5. Egyéb kész filmek.

1. A kör kerülete. Szerzője Cser Andor és Turi István. / Érdeklődésre Bukovszky Ferencről arról értesültem, hogy általa a "A kör kerülete és területe" címmel készített, az előzőkben említett tervezete - amely már 1944-ben befejezés előtt volt - nem készült el és sorsa előtte is ismeretlen. /

A film 1957-ben készült el. Hossza 74 m, pergetési ideje kb 8 perc. A film természetes felvételekből és rajzos részekből áll.

Felépítése:

A kiindulás természetes felvétel, amely azt szemlélteti, hogyan rajzolnak a tanulók a szabadban kört zsineggel. Ezt követik rajzos részek, amelyek szemléltetik, hogy a kör kerülete és sugara / ill. átmérője / egyenesen arányos. Egymásután 3 kör rajzolódik ki, melyekben a sugarak / ill. átmérők / aránya 1 : 2 : 3. A körvonalak egymásután kiegyenesednek, majd azt szemlélteti a kép, hogy a

legkisebb terület a másodikra éppen 2-szer, a harmadikra pedig éppen 3-szor mérhető rá.

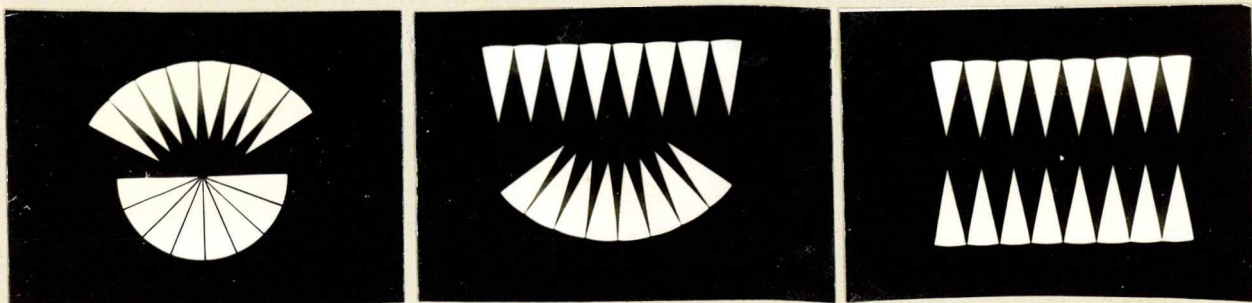


A következőkben természetes felvétel mutatja azt, amint a 2 tanuló zsineggel megméri 1 m-es külső átmérőjű kutyűrű kerületét. Meg is mérik a kerület hosszát, és az eredmény 3,14 m./ Közben megjelenik a felírás: $3,14 = \pi$ / A befejező rajzos kép π átmérőjű kört szemléltet, amelynek kerülete kiegészedik és alatta megjelenik a π felírás.

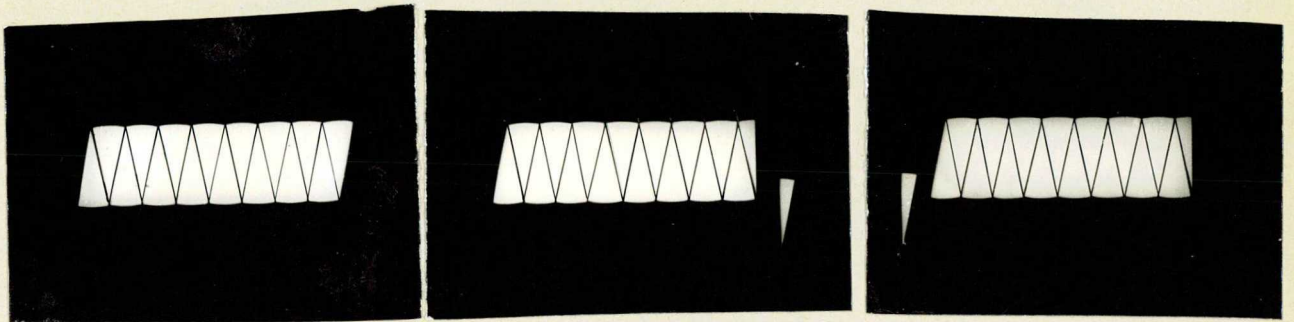
2. A kör területe

Szerzője: Cser Andor és Turi István. 1957-ben készült. Hossza 51 m, pergetési ideje kb 5 perc. Ez a film is rajzos képekből és természetes felvétellel készült. A területet körcikkek egymás mellé helyezésével téglalaphoz hasonló idomra vezeti vissza és így jut el a kiszámítás módjához.

Kiindulásul körlapot látunk, amely feldarabolódik 16 egyenlő körcikkre. A kör egyik átmérője mentén két részre oszlik, majd mindegyik részen a körcikkek szétnyílnak.

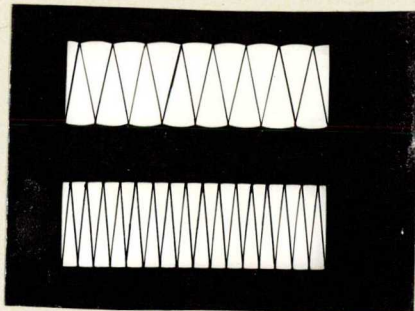


A körcikkek egymásba tolódnak, majd az első körcikk a sugár menté két egyenlő részre oszlik, és az egyik fele átvándorol az utolsó körcikk mellé.



Igy már téglalapra emlékeztető idomot kapunk, de két szemben lévő határvonala hullámos. Azután ugyanezt szemlélteti 32 körcikkel és megfigyelhető, hogy az idom már jobban megközelíti a téglalapot. Végül a kis körívekből álló két határvonal kiegyenesedik és előttünk áll egy - a kör területével egyező területű - téglalap, amelynek szomszédos oldalai $r\pi$ ill. r . A kör területe tehát

$$r\pi \cdot r = r^2 \pi$$



Ezt követi egy befejező természetű felvétel. Egy tanuló homogén / mindenütt egyenlő vastag / deszkalapokból lombfűrészszel kivág egy 10 egységnyi sugarú kört, majd 3 egyenlő / 10 egységnyi oldalú négyzetet, a negyedik / 100 területegységnyi / négyzetből pedig még 14 területegységnyi részt, azaz 14 századrészt. Kétkarú mérleg egyik serpenyőjébe a körlapot, a másikba pedig egymásután a 3 teljes négy-

zetet, majd még a töredékrészt helyezi. Amikor a törtrészt ráhelyezte, a mérlegen helyreállt az egyensúly. Mivel jelen esetben a súlyok arányosak a területekkel / helyesebben térfogatokkal / , a súlyok egyenlőségéből következik a területek egyenlősége. Tehát ha a kör sugara 10 hosszegység, akkor területe 314 területegység, ami írható így is: $100 \cdot 3,14$, vagyis $10^2 \cdot 3,14$. Végül megállapítja, hogy az r sugaru kör területe $= r^2$

Mindkét film felépítését pedagógiai szempontból általában helyesnek, érthetőnek, a lényegét jól szemléltetőnek találom. Felfogásom szerint azonban a kör területének megértésében hiányzik egy mozzanat. Ez a következő: Amikor kialakul a körcikkből a téglalap, alapjánál egyszerűen megjelenik az $r\pi$ felírás. Szerintem ezt nem tudatosítottuk eléggé. Közbeiktattam volna a következőt: A körcikkekből átusztatással kialakult a téglalap. Bal alsó csucsaéhoz / mint érintési ponthoz / kirajzolódik a kiindulási körlappal egyenlő sugaru körvonal. / Feketealapon nem fehér körlap, hanem csak fehér körvonal. / Ezt most a téglalap alapjára / hosszabb oldalára / merőleges átmérő két egyenlő részre osztja / félkerület /. Végül a jobboldali félkerület fokozatosan kiegyenesedik, és rásimul a téglalap hosszúságára. Így meggyőzően mutattuk meg és elmélyítettük azt, hogy a téglalap hossza akkora, mint a félkerület, azaz $r\pi$

3. Mérések a terepen

Szerzői : Ligeti Béla és Turi István.

A film 1957 második felében és 1958 elején készült. Két részből áll.

I. rész. Erről hangos változat is készült. Hossza 240 m, pergetési ideje kb 24 perc. Ez a rész a következő 5 mérési gyakorlatot dolgozza fel:

1. Egyenes kitűzésével két pont távolságának közvetlen mérése.

2. Merőleges kitűzése egyenes adott pontjában. Felhasználják az egyenlőszáru háromszögnek azt a tulajdonságát, hogy a magasság felezi az alapot és arra merőleges. / Az 1. gyakorlat alapján az adott pontból az egyenes mindkét oldalán egyenlő szakaszt mérnek rá, majd két végpontjában rögzítik olyan színeg két végpontját, amelynek felezési pontját megjelölték. A felezési pontba helyezett karóval kifeszített színeg egy egyenlőszáru háromszög két szára. Az egyenesen kitűzött pontot / az alap felezési pontja / és a szárak metszéspontját összekötő szakasz az egyenesre merőleges.

3. Merőleges kitűzése egyenes adott pontjában a derékszögű /szögkereszt/ segítségével. Ennek során alkalmazzák az irányzásról, beintésről tanultakat.

4. Szög mérése vízszintes síkban. Ezt egyszerű, házilag is elkészíthető eszközzel végzik. / Deszkalapra két- átmérőjükkel összeillesztett - szögmérőt ragasztottak, és a deszkalapot vízszintes helyzetben forgathatóan függőleges botra szerelték. /

5. Szög mérése függőleges síkban. Nem helyes, hogy ezt költséges eszközzel, teodolittal végzik. Alig akad iskola / különösen vidéken /, ahol ilyen eszköz van. Ezt is meg lehetett volna oldani két szögmérővel úgy, hogy kör alakú deszkára ragasztják és függőleges karóra szerelik vízszintes tengely körül függőleges síkban forgathatóan.

II. rész. / Ennek még nincs hangos változata. / Hossza kb 260 m, pergetési ideje 26 perc.

Ebben a részben 3 mérési gyakorlatot dolgoznak fel. Mindhárom esetben olyan távolságok meghatározásáról van szó, amelyek közvetlenül nem mérhetők meg. A háromszögek hasonlóságáról tanultakat

használják fel a kitűzött feladatok / pl. egy fa magassága, folyó szélessége / megoldásában.

Az egész film legnagyobb részét a terepen készült természetes felvételekből áll. Csak az egyes mérések befejezése után iktattak be egy-egy olyan rajzols képsorozatot, amely az eljárás lényegét szemlélteti. Helyes az, hogy a méréseket a kirándulást vezető szaktanár irányításával maguk a tanulók végzik.

A film felöleli a tantervben az általános iskola felső tagozatában / V-VIII. osztály / előírt mérési gyakorlatokat, és így kettős célt szolgálhat.

a/ Az egyes osztályokban végzendő gyakorlatok szerint részekre bontható, és külön másolatok készíthetők egy-egy anyagrészből. Ezeket a kisebb filmeket pergethetjük le a mérési gyakorlatot megelőző órán. Így megmutatjuk a végzendő gyakorlat munkamenetét és előkészítik a mérési gyakorlat tudatos, tervszerű - és azért eredményes - végrehajtását.

b/ A VIII. osztályban a tanév utolsó részében a tanterv elég időt szentel arra, hogy az általános iskolából kilépő tanulókkal összefoglaljuk a mennyiségtani anyag súlyponti részeit. Ennek során teljes egészében mutathatjuk be a filmet a szabadban végzett mérések összefoglalására.

Említettem, hogy az előbbi film I. részének hangos változata is készült. Ez az első magyar hangos mennyiségtani film. A fejlődés útján az oktatófilmek / és ezen belül a mennyiségtani filmnek / is el kell jutnia oda, hogy a tanulót az ismeretszerzésben két érzékszerv támogassa: a fül és a szem. / Filmvetítés során nem kapcsolható bele az ízlés, szaglás és tapintás szerve. A mennyiségtani filmben nincs is szükségünk erre a három érzékszervre, mert ezeknek útján a testek fizikai tulajdonságairól szerzünk ismereteket. Pl. sós íz; záptojás szag ; zsíros tapintát stb. /

A fül és szem együttműködésével valósul meg az u.n. audio-vizuális szemléltetés. Ennek nagy előnye az, hogy a film cselekményének folyamatosságát nem szakítják minduntalan félbe a közbeiktatott magyarázó feliratok. A feliratok vagy már lepergetett képekre, vagy pergetésre kerülő képekre vonatkoznak. Pedagógiai szempontból az utóbbi feliratok a helyesebbek, mert felhívják a tanulók figyelmét a bekövetkező cselekményre. De a közbeiktatott feliratokkal a mozgás folyamata és annak értelmezése, magyarázata között mindig időbeli eltolódás van. Ezzel szemben az audiovizuális szemléltetés során a mozgás és annak értelmezése között egyidejűség / párhuzamosság / áll fenn, ami elmélyültebb, maradandóbb ismeretet eredményez.

Megjegyzés. Az előzőekben ismertetett Az egyenes arányosság ábrázolása és a Pordított arányosság című néma filmekben úgy igyekeztünk a cselekmény folyamatosságát megőrizni, hogy a feliratok nem egyes képek közé iktatva kaptak helyet, hanem miközben a képek megszakítás nélkül peregnek, a felirat magán a folyamatosan tovasikló képen jelenik meg. Ez újabb kísérlet volt a házagosság elkerülésére.

1958. március 5-én előadást tartottam a Budapesti Pedagógus Továbbképző Intézetben. Az előadás tárgya volt: Mérések a terepen. Ennek során vetítésre került az előzőekben ismertetett Mérések a terepen c. film. Az előadáson 48 olyan kartárs volt jelen, akik mennyiség tantánnak fővárosi általános iskolákban.

A bemutatást megbeszélés követte. Ezt megelőzően / ^{be} hogy az elhangzó vélemények ne ^{be} folyásolják a kartársakat / mindenkinek egy-egy papírlapot adtam és tolibamondtam az általam előre elkészített alábbi 5 kérdést. /A filmet előzőleg ismételtén megnéztem, és ennek alapján állítottam össze a kérdéseket. /

1. Szükségesnek, hasznosnak tartja-e a filmet a tanításban?
2. Melyik tetszik jobban: a hangos vagy a néma változat?
3. Hogyan használná? Részekre bontva, vagy összefoglaló filmnek.
4. Megfelelő-e a film felépítése pedagógiai szempontból?
5. Milyen hibát vagy hiányt észlelt?

Arra kértem a kartársakat, hogy név nélkül adják be a papírokat.

A feleletek összegyűjtése és egybevetése után a következő kép alakult ki:

1. kérdés. Erre mind a 48-an feleltek.

Szükségesnek tartja	46	95,8 %
Nem tartja szükségesnek	2	4,2 %

A két utóbbi nem okolta meg állásfoglalását.

2. kérdés. Ennek a kérdésnek a felvetésére kiváló alkalom volt azért, mert végignézték az I. rész hangos változatát, és rögtön utána a II. rész néma változatát. Így közvetlen élmény alapján mondhatták meg véleményüket.

Erre a kérdésre 41 feleletet kaptam. Az eredmény szinte meglepő! Nem az volt, amit talán első pillanatban várni lehetett, hogy t. i. egyöntetűen a hangos változat mellett foglalnak állást. A 41 felelet így oszlott meg:

Hangos változat	22	53,6 %
Néma változat	19	46,4 %

A legtöbben nem indokolták meg véleményüket, egyesek igen. Pl. " A néma, írott szöveg maradandóbb. " - " A néma. U. is magyarázat hozzáfűzése is szükséges időnként. " - " A hangos jobban leköti a gyermekeket. " - " A hangos film eleven, kedves. " - Igen érdekes a következő megnyilatkozás: " Szerintem jobb, ha a tanár egyéni, az

osztály szellemi nivójához alkalmazott szöveggel kíséri a filmet."

3. kérdés. Erre a kérdésre 47-en válaszoltak. A feleletek három irányban oszlottak meg. Voltak olyanok, akik csak részekre bontva mint külön kis filmeket kívánják beiktatni; mások mint összefoglaló filmet kívánják felhasználni; végül a legnagyobb csoport mindkét módon használná a filmet, tehát az egyes órákon a tervbevett mérési gyakorlatra vonatkozó részletet mutatná be, majd az összes végzett mérések áttekintésére összefoglaló filmnek.

Részekre bontva	17	36,2 %
Összefoglaló filmnek	9	19,1 %
Mindkét módon	21	44,7 %

4. kérdés. 40-en válaszoltak. Megoszlás:

A film pedagógiai szempontból helyes	34	85 %
A film pedagógiai szempontból nem helyes	6	15 %

A 6 kartárs sem emelt súlyosabb kifogást. Hárman nevelési szempontból nem tartják helyesnek, hogy a tanulók a Margit-szigeten / ahol a felvétel történt / a fűre gázoltak. / Ez viszont a felvételek miatt elkerülhetetlen volt. /

5. kérdés. Erre 31 feleletet kaptam. Olyanok is emeltek egy-egy kifogást, akik az egész film pedagógiai felépítésével egyetértettek. A kifogások csak egy-egy részletre vonatkoztak. A 31 felelet legtöbbsége / 21 / hibának rója fel azt, hogy nem minden tanuló dolgozott. Azt kérdezték, hol volt a többi tanuló, míg 2-3 tanuló dolgozott. / Valóban a felvételek nem voltak szerencsések azért, mert a képen mindig csak 2-3 tanuló volt látható, az osztály túlnyomó többsége pedig nem. / 6 kartárs helytelenítette a teodolittal történt mérést azzal a megokolással, hogy alig van iskola, amelyben ez az eszköz megvan. 2 kartárs hiányolta a hangos változatban azt, hogy nincsenek

tanulói kérdések. 1. kartárs párbeszédes formát óhajtott volna; végül 1. kartárs keveselte a filmet kísérő magyarázatot.

Összefoglalás

1. 35 éves pedagógiai gyakorlatom alapján kialakult szilárd meggyőződés az, hogy a mennyiségtani filmre szükség van.

2. Eredményesen alkalmazható a film olyan anyagrészeknél, amelyekben a világos fogalomalkotást a mozgás, kifejlés segíti elő.

3. Az első magyar mennyiségtani film 1927-28-ban készült, és 1929-ben került az iskolákhoz.

4. Hazánkban jelenleg 5 kész mennyiségtani film van:

a/ Az egyenes arányosság ábrázolása.

b/ A fordított arányosság.

c/ A kör kerülete.

d/ A kör területe.

e/ Mérések a terepen.

5. A mennyiségtani filmnél is kívánatos, hogy hangos, vagyis audio-vizuális szemléltető eszköz legyen.

6. A mennyiségtani film fejlődési ütemére vonatkozóan nem lehet jóslatokba bocsátkozni. Meggyőződés, hogy a fejlődés útját nem lehet elterlaszolni, a fejlődés üteme pedig attól függ, hogy a szakos tanárok milyen lelkesedéssel, elmélyedéssel vizsgálják végig a tananyagot a film alkalmazhatósága szempontjából.

Tartalomjegyzék:

Oldal

1. Szemléltetés a mennyiségtanban	2
2. A mennyiségtani film	11
3. Néhány adat a mennyiségtani film történetéből	19
4. Az általam készített és tervezett filmek.	
a/ Régebbi filmek	31
b/ Új filmek	43
c/ Tervbevetett filmek	57
5. Egyéb kész filmek	66
Összefoglalás	75
Tartalomjegyzék	76

