JÓZSEF ATTILA TUDOMÁNYEGYETEM

TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR

BÜZA ANTAL

# SZABAD ALGEBRÁK SZÁMÍTÓGÉPES VIZSGÁLATA

EGYETEMI DOKTORI ÉRTEKEZÉS

SZEGED, 1986

# 1. BEVEZETÉS

AZ ÉRTEKEZÉS TÁRGYA A SZABAD ALGEBRÁK ELÖÁLLITÁSA ÉS VIZSGÁLATA. AZ ELÖÁLLITÁS SZÁMITOGÉPI PROGRAM FELHASZNÁLÁSÁVAL TÖRTÉNT. ENNEK SORÁN TÜNT FEL, HOGY BIZONYOS VARIETÁSOK SZABAD SPEKTRUMA, A VARIETÁST GENERÁLÓ ALGEBRA ALAPHALMAZA ELEMSZÁMÁTÓL FÜGGETLENÜL MEGEGYEZIK, SÖT AZ ÖSSZEFÜGGÉS ENNÉL SOKKAL MÉLYEBB. EZEN ÖSSZEFÜGGÉS VIZSGÁLATA VEZETETT EL A "$\mathcal{B}$-MEGHATÁROZOTT" FÜGGVÉNYEK DEFINIÁLÁSÁHOZ ÉS VIZSGÁLATÁHOZ, MELY EREDMÉNYEKET NÉHÁNY TÉTEL FOGLALJA ÖSSZE. AZ IGY MEGFOGALMAZOTT TÉTELEK ALKALMAZÁSI PÉLDÁI KERESÉSE KÖZBEN TERELÖDÖTT A FIGYELEM A "MINTAFÜGGVÉNYEKRE", MELYEKRÓL VÁRHATÓ VOLT, HOGY "$\mathcal{B}$-MEGHATÁROZOTTAK" LESZNEK, EZ AZONBAN NEM MINDEN ESETBEN IGAZ, VAN NÉHÁNY KIVÉTEL. AZ E SZEMPONTBÓL KIVÉTELESNEK SZÁMITÓ FÜGGVÉNYEK ALKALMAZÁSÁVAL ÉRDEKES TULAJDONSÁGÚ AZONOSSÁGSOROZAT KÉPEZHETÖ. EZT RÉSZLETESEN KÜLÖN FEJEZETBEN TÁRGYALJUK.

AZ ÉRTEKEZÉS BEMUTAT EGY ALGORITMUST SZABAD ALGEBRÁK ELÖÁLLITÁSÁRA, ÉS EGY AZ EZEN ALGORITMUSRA ALAPOZOTT SZÁMITOGÉPI PROGRAMOT NÉHÁNY FUTTATÁSI PÉLDÁVAL. IGY VALAMELYEST MÓD NYILT PROGRAMOZÁSI NYELVEK ÖSSZEHASONLITÁSÁRA IS, AZOK SZABAD ALGEBRÁK KEZELÉSÉRE VALÓ ALKALMASSÁGA SZEMPONTJÁBÓL.

AZ IRODALOMJEGYZÉK A TÉMÁHOZ KAPCSOLODO PUBLIKÁCIOKBÓL AD VÁLOGATÁST , AZ ÉRTEKEZÉSBEN AZ IRODALOMJEGYZÉKBELI SZÁMUKKAL HIVATKOZOK RÁJUK.

EZ UTON IS KÖSZÖNETET MONDOK CSÁKÁNY BÉLA PROFESSZORNAK , AKI ÉVEKEN ÁT SÓK BIZTATÁST , SEGITSÉGET ÉS ÖTLETEKET ADOTT TANULMÁNYAIMBAN.

AZ ÉRTEKEZÉST EGY SZÖVEGSZERKESZTŐ PROGRAM NYOMTATTA KI, AZON A SORNYOMTATO BERENDEZÉSEN , MELYEN E LISTA KÉSZÜLT A MAGYAR BETÜKÉSZLETNEK CSAK EGY RÉSZE TALÁLHATO MEG, IGY KIZÁROLAG NAGYBETÜK , EZEK KÖZÖTT IS CSAK 4 (Á,É,Ö,Ü) ÉKEZETES BETÜ HASZNÁLHATO. BIZOK ABBAN , HOGY AZ ÉRTEKEZÉS E FORMÁBAN IS JÓL OLVASHATO , EGYÉRTELMÜ ÉS MEGFELELŐ KÜLALAKU.

## 2. ALAPFOGALMAK ÉS JELÖLÉSEK

AZ $M^n$ HALMAZNAK $M$ -BE VALO LEKÉPEZÉSEIT $M$ -EN ÉRTELMEZETT $n$ -VÁLTOZOS (VAGY $n$ ARITASU) MÜVELETEKNEK NEVEZZÜK. A MÜVELETEK JELÖLÉSÉRE ÁLTALÁBAN KIS LATIN BETÜKET HASZNÁLUNK. AZ $f$ MÜVELET ARITÁSÁT JELÖLJE $\nu(f)$. HA AZ $a_1,\dots,a_n \in M$, AKKOR AZ $(a_1,\dots,a_n) \in M^n$ ELEM $n$ -ESNEK AZ $f$ MÜVELET MELLETTI KÉPÉT $f(a_1,\dots,a_n)$ JELÖLI. AZT AZ $n$ VÁLTOZOS MÜVELETET, MELY MINDEN ELEM $n$ -ESHEZ ANNAK $i$ -EDIK ELEMÉT RENDELI $n$ VÁLTOZOS $i$ -EDIK PROJEKCIONAK NEVEZZÜK ÉS $e_i^n$ -EL JELÖLJÜK.

HA $M$ NEMÜRES HALMAZ, $\sigma$ PEDIG AZ $M$ -EN ÉRTELMEZETT MÜVELETEK TETSZÖLEGES HALMAZA, AKKOR AZ $(M;\sigma)$ PÁRT ALGEBRÁNAK NEVEZZÜK. AZ $M$ HALMAZT A TEKINTETT ALGEBRA TARTOHALMAZÁNAK, $\sigma$ ELEMEIT PEDIG AZ ALGEBRA MÜVELETEINEK TEKINTJÜK.

AZ $(\Omega;\nu)$ PÁRT SZIGNATURÁNAK NEVEZZÜK, AHOL $\Omega$ TETSZÖLEGES HALMAZ (MÜVELETJELEK HALMAZA), $\nu$ PEDIG $\Omega$ LEKÉPEZÉSE A NEM NEGATIV EGÉSZ SZÁMOK $N$ HALMAZÁBA. HA $f \in \Omega$ ÉS $\nu(f)=n$, AKKOR AZT MONDJUK, HOGY $f$ ARITÁSA $n$. TEKINTSÜK AZ $(M;\sigma)$ ALGEBRÁT ÉS AZ $(\Omega;\nu)$ $(=\sigma)$ SZIGNATURÁT. TEGYÜK FEL, HOGY LÉTEZIK $\Omega$ -NAK $\sigma$ -RA VALO OLYAN $\varphi$ LEKÉPEZÉSE, AMELY BÁRMELY MÜVELETJELET VELE MEGEGYEZÖ ARITASU MÜVELETBE VISZ ÁT, IGY $\Omega$ ELEMEIT FELHASZNÁLHATJUK AZ $(M;\sigma)$ ALGEBRA MÜVELETEI

JELÖLÉSÉRE : $\sigma$ BÁRMELY ELEMÉT $\Omega$ AZON ELEMÉVEL (ELEMEIVEL) JELÖLJÜK , AMELY(EK)NEK $\varphi$ MELLETTI KÉPE $f$ , EZEN JELÖLÉS MELLETT $(M;\sigma)$ -T $\sigma$ SZIGNATURÁJU ALGEBRÁNAK NEVEZZÜK. AMIKOR EGY $\sigma$ SZIGNATURÁJU ALGEBRÁT TEKINTÜNK , MINDIG ADOTTNAK TÉTELEZZÜK FEL A $\varphi$ LEKÉPEZÉST IS.

A MEGEGYEZŐ SZIGNATURÁJU ALGEBRÁKAT HASONLÓ ALGEBRÁKNAK , AZ EGY ALGEBRÁHOZ HASONLÓ ÖSSZES ALGEBRÁK OSZTÁLYÁT HASONLÓSÁGI OSZTÁLYNAK NEVEZZÜK.

A TOVÁBBIAKBAN - HA NEM OKOZHAT FÉLREÉRTÉST - AZ ALGEBRÁKAT TARTOHALMAZUKKAL JELÖLJÜK.

BÁRMELY $n$ NEM NEGATÍV EGÉSZ SZÁMRA $\sigma$ SZIGNATURÁJU $n$ ARITÁSU TERMEK A KÖVETKEZŐK :

1.) $\Omega$ MINDEN $0$ ARITÁSU ELEME $n$ ARITÁSU TERM.

2.) AZ $x_1,\dots,x_n$ JELEK $n$ ARITÁSU TERMEK.

3.) HA $p$ $\Omega$ -NAK TETSZŐLEGES $m$ ARITÁSU $(m>0)$ ELEME ÉS $q_1,\dots,q_m$ $n$ ARITÁSU TERMEK , AKKOR $p(q_1,\dots,q_m)$ IS $n$ ARITÁSU TERM.

4.) MINDEN $n$ ARITÁSU TERM ELŐÁLL AZ 1.),2.),3.) SZABÁLYOK VÉGES SZÁMU ALKALMAZÁSÁVAL.

TEKINTVE MOST EGY $\sigma$ SZIGNATURÁJU $M$ ALGEBRÁT , BÁRMELY $n$ ARITÁSU TERMHEZ HOZZÁRENDELHETÜNK EGY $n$ - VÁLTOZOS MÜVELETET AZ $M$ HALMAZON A KÖVETKEZŐKÉPPEN :

I) HA $\sigma$ $0$ ARITÁSU TERM , AKKOR AZT A MÜVELETET RENDELJÜK HOZZÁ, MELY $M^n$ BÁRMELY ELEMÉNEK AZ $\sigma$ -VAL JELÖLT $0$ VÁLTOZOS MÜVELET ÁLTAL KIJELÖLT ELEMET

FELELTETI MEG.

II) AZ $x_i$ JELHEZ AZ $e_i^n$ PROJEKCIOT RENDELJÜK ( $i$ =1,...,$n$ -RE).

III) A $p(q_1,\dots,q_m)$ TERMHEZ AZT A MÜVELETET RENDELJÜK, AMELY TETSZŐLEGES $(a_1,\dots,a_n) \in M^n$ ELEM $n$ -ESNEK A $p(q_1(a_1,\dots,a_n),\dots,q_m(a_1,\dots,a_n))$ ELEMET FELELTETI MEG. ( $q_i(a_1,\dots,a_n)$ AZ $(a_1,\dots,a_n)$ ELEM $n$ -ESNEK A $q_i$ TERMHEZ RENDELT MÜVELET MELLETTI KÉPE.)

MINDAZOKAT AZ $M$ -EN ÉRTELMEZETT $n$ -VÁLTOZOS MÜVELETEKET, AMELYEK VALAMELY TERMHEZ VANNAK HOZZÁRENDELVE, $M$ $n$ -VÁLTOZOS POLINOMJAINAK NEVEZZÜK.

AZ $M$ ALGEBRA $S$ NEMÜRES RÉSZHALMAZA RÉSZALGEBRA, HA BÁRMELY $f \in \Omega$ MÜVELETRE NÉZVE ZÁRT.

LEGYEN $T$ AZ $M$ ALGEBRÁNAK TETSZŐLEGES RÉSZHALMAZA, EKKOR $M$ $T$ ÁLTAL GENERÁLT RÉSZALGEBRÁJA $M$ $T$-T TARTALMAZÓ ÖSSZES RÉSZALGEBRÁI METSZETE, JELÖLÉSE: $[T]$.

LEGYEN $A$ ÉS $B$ KÉT HASONLÓ ALGEBRA. AZ $A$ HALMAZNAK A $B$ HALMAZBA VALÓ $\varphi$ LEKÉPEZÉSÉT HOMOMORF LEKÉPEZÉSNEK NEVEZZÜK, HA A MÜVELETEKKEL SZEMBEN INVARIÁNS, AZAZ $(f_A(a_1,\dots,a_n))\varphi = f_B(a_1\varphi,\dots,a_n\varphi)$, AHOL $f_A$ ÉS $f_B$ $\Omega$ UGYANAZON $i$ ELEMÉHEZ AZ $A$ ILLETVE $B$ ALGEBRÁBAN RENDELT MÜVELETEK.

HA $\varphi$ KÖLCSÖNÖSEN EGYÉRTELMÜ HOMOMORF LEKÉPEZÉS, AKKOR $\varphi$ IZOMORF LEKÉPEZÉS. HA AZ $A$ ÉS $B$ ALGEBRA KÖZÖTT LÉTEZIK IZOMORF LEKÉPEZÉS, AKKOR $A$ -T ÉS $B$ -T IZOMORFAKNAK MONDJUK,

EZT $A \cong B$ -VEL JELÖLJÜK. AZ ALGEBRÁK HALMAZÁN AZ IZOMORFIA EKVIVALENCIARELÁCIÓ (MERT REFLEXIV ,SZIMMETRIKUS ÉS TRANZITIV).

ALGEBRAI VIZSGÁLATOK SZEMPONTJÁBÓL AZ IZOMORFIZMUS AZ ALGEBRÁK AZONOS MÉRETÉT ÉS VISELKEDÉSÉT HATÁROZZA MEG , EZÉRT AZ IZOMORF ALGEBRÁKAT ALGEBRAI VIZSGÁLATOK SZEMPONTJÁBÓL AZONOSAKNAK TEKINTHETJÜK. EZT FELHASZNÁLJUK A KÖVETKEZŐ DEFINICIÓNÁL IS.

AZ $A$ ÉS $B$ <u>ALGEBRÁK DIREKT SZORZATÁN</u> OLYAN ALGEBRÁT ÉRTÜNK , MELY IZOMORF AZZAL AZ ALGEBRÁVAL , MELYNEK TARTOMÁNYA $A \times B$ , MŰVELETEIT PEDIG A KÖVETKEZŐ MODON ÉRTELMEZZÜK ; HA $f$ $n$ ARITÁSÚ MŰVELETJEL $A$ ÉS $B$ (KÖZÖS) SZIGNATURÁJÁBÓL , ÉS $(a_1,b_1),\dots,(a_n,b_n) \in A \times B$ AKKOR $f((a_1,b_1),\dots,(a_n,b_n)) = (f(a_1,\dots,a_n), f(b_1,\dots,b_n))$. EZT ÁLTALÁNOSÍTHATJUK ALGEBRÁK TETSZŐLEGES ÖSSZESSÉGÉNEK DIREKT SZORZATA MEGHATÁROZÁSÁRA IS. LEGYEN $\Gamma$ TETSZŐLEGES HALMAZ , MELYNEK MINDEN $\gamma$ ELEMÉHEZ HOZZÁ VAN RENDELVE EGY $M_\gamma$ ALGEBRA. TEKINTSÜK AZ ÖSSZES OLYAN LEKÉPEZÉSEKET , AMELYEK $\Gamma$ MINDEN $\gamma$ ELEMÉHEZ $M_\gamma$ EGY ELEMÉT RENDELIK (EZEK A TEKINTETT ALGEBRA-RENDSZER KIVÁLASZTÁSI FÜGGVÉNYEI , ILYENEK LÉTEZÉSÉT A KIVÁLASZTÁSI AXIÓMA BIZTOSÍTJA). EZEK LESZNEK A TEKINTETT ALGEBRA-RENDSZER DIREKT SZORZATÁNAK ELEMEI , MELYEKEN A MŰVELETEKET "PONTONKÉNT" VÉGEZZÜK. EZT A DIREKT SZORZATOT $\prod_{\gamma \in \Gamma} M_\gamma$ JELÖLI ; AZ $M_\gamma$ ALGEBRÁK A DIREKT SZORZAT TÉNYEZŐI.

# 3. ZÁRT ALGEBRA-OSZTÁLYOK TÍPUSAI ,

## VARIETÁSOK , SZABAD ALGEBRÁK

A TOVÁBBIAKBAN ALGEBRÁK OSZTÁLYAIRÓL BESZÉLVE FELTESSZÜK , HOGY A TEKINTETT OSZTÁLY BÁRMELY ALGEBRÁVAL EGYÜTT MINDEN , AZZAL IZOMORF ALGEBRÁT IS TARTALMAZ.

LEGYEN $\mathcal{A}$ TETSZŐLEGES ALGEBRA-OSZTÁLY. JELÖLJE $H\mathcal{A}$ AZT AZ OSZTÁLYT , MELY AZ ÖSSZES $\mathcal{A}$ -BA TARTOZÓ ALGEBRÁK ÖSSZES HOMOMORF KÉPEIBŐL ÁLL. JELÖLJE $S\mathcal{A}$ AZ $\mathcal{A}$ -BELI ALGEBRÁK ÖSSZES RÉSZALGEBRÁINAK OSZTÁLYÁT , $P\mathcal{A}$ AZ $\mathcal{A}$ -BELI ALGEBRÁKBÓL KÉPEZHETŐ ÖSSZES DIREKT SZORZATOK OSZTÁLYÁT. TERMÉSZETESEN BÁRMELY $\mathcal{A}$ ALGEBRA-OSZTÁLYRA $\mathcal{A} \subseteq H\mathcal{A}, S\mathcal{A}, P\mathcal{A}$ . HA $H\mathcal{A} \subseteq \mathcal{A}$ , EZ AZT JELENTI , HOGY $\mathcal{A}$ BÁRMELY ALGEBRÁVAL EGYÜTT ANNAK MINDEN HOMOMORF KÉPÉT IS TARTALMAZZA. ILYENKOR AZT MONDJUK, HOGY $\mathcal{A}$ A <u>HOMOMORF KÉPEK KÉPZÉSÉRE NÉZVE ZÁRT</u>. HASONLÓAN ÉRTELMEZHETJÜK A RÉSZALGEBRA KÉPZÉSRE ÉS A DIREKT SZORZAT KÉPZÉSRE VALÓ ZÁRTSÁGOT IS. AZ OLYAN ALGEBRA-OSZTÁLYT , MELY ZÁRT A HOMOMORF KÉPEK , RÉSZALGEBRÁK ÉS DIREKT SZORZATOK KÉPZÉSÉRE NÉZVE , <u>VARIETÁSNAK</u> NEVEZZÜK.

<u>AZONOSSÁGNAK</u> NEVEZZÜK AZ OLYAN JELSOROZATOT , MELY EGY

TERMMEL KEZDÖDIK, UTÁNA EGYENLÖSÉGJEL ÁLL, ÉS EGY AZ ELÖBBIVEL MEGEGYEZÖ ARITÁSU TERMMEL FEJEZÖDIK BE, AZT MONDJUK, HOGY AZ $f=g$ AZONOSSÁG TELJESÜL AZ $M$ ALGEBRÁN, HA A KÉT OLDALÁN ÁLLO TERMEK ÁLTAL MEGHATÁROZOTT POLINOMOK $M$ -EN MEGEGYEZNEK.

HA EGY $\mathcal{A}$ ALGEBRA-OSZTÁLYHOZ LÉTEZIK OLYAN $T$ AZONOSSÁGHALMAZ, HOGY MINDAZON ALGEBRÁK OSZTÁLYA, MELYEKEN $T$ TELJESÜL, ÉPPEN $\mathcal{A}$, AKKOR $\mathcal{A}$ -T AZONOSSÁGOKKAL DEFINIÁLHATO OSZTÁLYNAK HIVJUK. BIRKHOFF TÉTELE SZERINT AZ AZONOSSÁGOKKAL DEFINIÁLHATO OSZTÁLYOK ÉPPEN A VARIETÁSOK (BIZONYÍTÁS:(10)).

HA $\mathcal{B}$ ALGEBRÁK EGY OSZTÁLYA ÉS AZ $F=[Z]$ $(\in\mathcal{B})$ ALGEBRA RENDELKEZIK AZZAL A TULAJDONSÁGGAL, HOGY $Z$ -NEK BÁRMELY $M$ $(\in\mathcal{B})$ ALGEBRÁRA VALO BÁRMELY $\sigma$ LEKÉPEZÉSÉHEZ VAN $F$ -NEK OLYAN $M$ -BE VALO HOMOMORFIZMUSA, AMELYNEK $Z$ -RE VALO RESTRIKCIOJA $\sigma$ ( $\sigma$ FOLYTATHATO $F$ -NEK $M$ -BE VALO HOMOMORFIZMUSÁVÁ ), AKKOR AZT MONDJUK, HOGY $F$ SZABAD ALGEBRA A $\mathcal{B}$ OSZTÁLYBAN A $Z$ SZABAD GENERÁTORRENDSZERREL.

HA $F_1$ ÉS $F_2$ SZABAD ALGEBRÁK A $\mathcal{B}$ OSZTÁLYBAN, ÉS GENERÁTORRENDSZEREIK SZÁMOSSÁGA MEGEGYEZIK, AKKOR $F_1$ ÉS $F_2$ IZOMORFAK (BIZONYÍTÁS (10)). IGY BESZÉLHETÜNK $n$ RANGU $\mathcal{B}$-SZABAD ALGEBRÁROL, HA $\mathcal{B}$ VARIETÁS, BÁRMELY $n$ -RE LÉTEZIK $n$ RANGU $\mathcal{B}$ -SZABAD ALGEBRA.

AZ $\mathcal{A}$ VARIETÁS SZABAD SPEKTRUMA $Sp(\mathcal{A}) = (n_0, n_1, \dots)$ AHOL $n_i$ AZ $i$ RANGU $\mathcal{A}$ -SZABAD ALGEBRA TARTOHALMAZA ELEMSZÁMA. (MÁS SZAVAKKAL: $n_i$ AZ $i$ SZABAD GENERÁTOR ÁLTAL $\mathcal{A}$ -BAN SZABADON GENERÁLT ALGEBRA ELEMSZÁMA.)

AZ $A$ ALGEBRÁT TARTALMAZÓ VARIETÁSOK KÖZÜL A LEGSZŰKEBBET AZ $A$ ÁLTAL GENERÁLT VARIETÁSNAK NEVEZZÜK, S $V(A)$ -VAL JELÖLJÜK, HA AZ ALGEBRÁT $(M;\mathcal{O})$ -VAL JELÖLTÜK AKKOR AZ ÁLTALA GENERÁLT VARIETÁS JELÖLÉSÉRE $V(\langle M;\mathcal{O}\rangle)$ -T HASZNÁLJUK.

A TOVÁBBIAKBAN CSAK VÉGES SZÁMOSSÁGÚ (TARTOHALMAZÚ) ALGEBRÁK ÁLTAL GENERÁLT VARIETÁSOKKAL FOGLALKOZUNK.

# 4. SZABAD ALGEBRÁK ELŐÁLLÍTÁSA

A KÖVETKEZŐKBEN MEGADUNK EGY MÓDSZERT, AMELLYEL ADOTT ALGEBRA ÁLTAL GENERÁLT VARIETÁS SZABAD ALGEBRÁI MEGSZERKESZTHETŐK. A MÓDSZER ALKALMAS ARRA, HOGY SZÁMÍTÓGÉPEN MEGVALÓSÍTSUK, AMIT KONKRÉT ESETEKBEN MEG IS FOGUNK TENNI.

E FEJEZETBEN AZ ALGEBRÁRA ÉS TARTOHALMAZÁRA IS HIVATKOZUNK, EZÉRT JELÖLÉSBEN IS MEGKÜLÖNBÖZTETJÜK ŐKET.

LEGYEN $\mathcal{A} = (A; f)$ TETSZŐLEGES ALGEBRA. EGYSZERŰSÉG KEDVÉÉRT FELTETTÜK, HOGY $\mathcal{A}$ EGYETLEN MŰVELETE $f$; TÖBB MŰVELET ESETÉN IS A MOST KÖVETKEZŐHÖZ HASONLÓ MEGGONDOLÁSOKAT VÉGEZHETÜNK.

LEGYEN $n$ TETSZŐLEGES TERMÉSZETES SZÁM. MEGALKOTJUK AZ $\mathcal{A}$ ÁLTAL GENERÁLT $V(\mathcal{A})$ VARIETÁS $n$ ELEM ÁLTAL SZABADON GENERÁLT SZABAD ALGEBRÁJÁT. TEKINTSÜK AZ ( $n$ ELEMŰ ) $\underline{n} (= \{0, 1, \dots, n-1\})$ HALMAZT. VEGYÜK AZ ÖSSZES $\varphi: \underline{n} \to A$ LEKÉPEZÉS $\Phi$ HALMAZÁT. TEKINTSÜK $A^{\Phi}$ $x_i: \varphi \mapsto \varphi(i)$ $(i \in \underline{n})$ ALAKU ELEMEIT. AZ EZEK ÁLTAL $A^{\Phi}$ -BEN GENERÁLT $F_n$ RÉSZALGEBRA - MINT $\mathcal{A}$ DIREKT HATVÁNYÁNAK RÉSZALGEBRÁJA - $V(\mathcal{A})$ -HOZ TARTOZIK. MEGMUTATJUK, HOGY $F_n$ ÉPPEN A KERESETT SZABAD ALGEBRA AZ $x_0, \dots, x_{n-1}$ SZABAD GENERÁTORRENDSZERREL.

EHHEZ AZT KELL IGAZOLNUNK, HOGY, HA $\mathcal{B} \in V(\mathcal{A})$ ÉS $b_0, \dots, b_{n-1} \in \mathcal{B}$, AKKOR AZ $x_i \mapsto b_i$ $(i = 0, \dots, n-1)$ LEKÉPEZÉS FOLYTATHATÓ $F_n$ -NEK $\mathcal{B}$ -BE VALÓ HOMOMORFIZMUSÁVÁ. AZ $F_n$

ALGEBRA BÁRMELY ELEME $t(x_0,\dots,x_{n-1})$ ALAKBAN ÍRHATÓ FEL, AHOL $t$ ALKALMAS $n$-VÁLTOZOS TERM (AMELY AZ $f$ MŰVELETI JELBŐL ÉPÜL FEL), MEGMUTATJUK, HOGY $h: t(x_0,\dots,x_{n-1}) \mapsto t(b_0,\dots,b_{n-1})$ A KÍVÁNT HOMOMORFIZMUS. NYILVÁNVALÓAN $h(x_i) = b_i$ $(i=0,\dots,n-1)$, ELÉG AZT BELÁTNUNK, HOGY $h$ LEKÉPEZÉS; EKKOR ÚGYANIS NYILVÁNVALÓAN FELCSERÉLHETŐ AZ $f$ MŰVELETTEL. VALÓBAN, TETSZŐLEGES $t_1,\dots t_k$ $n$-VÁLTOZOS TERMEKRE

$$h(f(t_1(x_0,\dots,x_{n-1}),\dots,t_k(x_0,\dots,x_{n-1}))) = f(t_1(b_0,\dots,b_{n-1}),\dots,t_k(b_0,\dots,b_{n-1})) =$$
$$= f(h(t_1(x_0,\dots,x_{n-1}),\dots,t_k(x_0,\dots,x_{n-1})).$$

AZT KELL TEHÁT IGAZOLNUNK, HOGY, HA AZ $s, t$ $n$-VÁLTOZOS TERMEKRE $s(x_0,\dots,x_{n-1}) = t(x_0,\dots,x_{n-1})$ $F_n$-BEN, AKKOR $s(b_0,\dots,b_{n-1}) = t(b_0,\dots,b_{n-1})$. ELLENKEZŐ ESETBEN, $\mathcal{B} \in V(\mathcal{A})$ MIATT, $s=t$ NEM AZONOSSÁG $V(\mathcal{A})$-BAN, DE EKKOR $s=t$ NEM AZONOSSÁG $\mathcal{A}$-BAN (HISZEN $\mathcal{A}$ AZONOSSÁGAI $V(\mathcal{A})$ MINDEN ALGEBRÁJÁRA ÖRÖKLŐDNEK); VANNAK TEHÁT OLYAN $a_0,\dots,a_{n-1} \in A$, HOGY $s(a_0,\dots,a_{n-1}) \neq t(a_0,\dots,a_{n-1})$. TEKINTSÜK A $\varphi_a: i \mapsto a_i$ $(i=0,\dots,n-1)$ LEKÉPEZÉST, AMELY $\Phi$-HEZ TARTOZIK. SZÁMÍTSUK KI $s(x_0,\dots,x_{n-1})$ ÉS (A VELE EGYENLŐ) $t(x_0,\dots,x_{n-1})$ $(\in A^{\Phi})$ AMA KOMPONENSEIT, MELYEK $\varphi_a$ KÉPEI. MIVEL $A^{\Phi}$-BEN KOMPONENSENKÉNT VÉGEZZÜK A MŰVELETEKET, S ÍGY BÁRMELY TERM-FÜGGVÉNYT IS KOMPONENSENKÉNT KÉPEZÜNK, TOVÁBBÁ $x_i$ $\varphi_a$-KOMPONENSE ($x_i$ DEFINÍCIÓJA SZERINT) $\varphi_a(i) = a_i$, AZÉRT $s(x_0,\dots,x_{n-1})$ $\varphi_a$-KOMPONENSE $s(a_0,\dots,a_{n-1})$, $t(x_0,\dots,x_{n-1})$ $\varphi_a$-KOMPONENSE $t(a_0,\dots,a_{n-1}) \neq s(a_0,\dots,a_{n-1})$, AHONNAN $s(x_0,\dots,x_{n-1}) \neq t(x_0,\dots,x_{n-1})$, ELLENTMONDÁSBAN

FELTEVÉSÜNKKEL.

AZ ISMERTETETT MODSZER LÉNYEGÉBEN BIRKHOFFNAK A NEVEZETES VARIETÁS-TÉTEL BIZONYÍTÁSÁNÁL HASZNÁLT MODSZERE. GYAKORLATI ALKALMAZÁSAKOR FELÍRJUK AZ ÖSSZES $A^n$ -BELI ELEM $n$ -EST, S EZEK ELSŐ,...,$n$ -EDIK KOMPONENSEI ALKOTJÁK AZ $x_0,\dots,x_{n-1}$ ELEM $|A|^n$ -ESEKET. A MÁR RENDELKEZÉSÜNKRE ÁLLÓ ELEM $|A|^n$ -ESEKBŐL AZ $f$ MŰVELET KOMPONENSENKÉNTI ALKALMAZÁSÁVAL ÚJABB ELEM $|A|^n$ -ESEKET ALKOTUNK, MINDADDIG, AMÍG ÚJABB ELEM $|A|^n$ -ESEK ELŐÁLLNAK.

A VIZSGÁLAT CÉLJAIRA KÉSZÍTETT SZÁMÍTÓGÉPI PROGRAM (RÉSZLETES LEÍRÁSÁT LÁSD KÜLÖN FEJEZETBEN) A FENTI ELGONDOLÁS SZERINT KERESI MEG A SZABAD ALGEBRA ELEMEIT.

A SZABAD ALGEBRÁK ELEMEIT TEHÁT TERM ALAKBAN ÁLLÍTJUK ELŐ. A TOVÁBBIAKBAN SZABAD ALGEBRÁK TANULMÁNYOZÁSAKOR, HA KÉT SZABAD ALGEBRA ELEMEINEK TERM ALAKJA MEGEGYEZIK, AKKOR AZT MONDJUK, HOGY A VIZSGÁLT KÉT SZABAD ALGEBRA <u>ELEMEI SZERKEZETE MEGEGYEZŐ</u>.

A TERM-EKHEZ (KORÁBBAN TÁRGYALT MODON) MŰVELETEKET (POLINOMOKAT) RENDELHETÜNK. ÉRDEKES ÖSSZEFÜGGÉS VAN A SZABAD ALGEBRA ELEMSZÁMA ÉS A TÉNYLEGESEN $n$ ARITÁSÚ POLINOMJAI SZÁMA KÖZÖTT.

AZT MONDJUK, HOGY EGY $p$ POLINOM TÉNYLEGESEN (VAGY

LÉNYEGESEN) $n$ ARITÁSÚ, HA $p$ PONTOSAN $n$ KÜLÖNBÖZŐ VÁLTOZÓJÁTÓL FÜGG. A $p$ POLINOM AKKOR ÉS CSAKIS AKKOR FÜGG AZ $i$ -EDIK VÁLTOZÓJÁTÓL (MÁSSZOVAL $i$ -EDIK VÁLTOZÓJA PONTOSAN AKKOR LÉNYEGES), HA VANNAK OLYAN $a_1,\dots,a_i,b_i,a_{i+1},\dots$ ELEMEK, HOGY $p(a_1,\dots,a_i,a_{i+1},\dots) \neq p(a_1,\dots,b_i,a_{i+1},\dots)$.

JELÖLJE $P(n)$ A VIZSGÁLT VARIETÁS TÉNYLEGESEN $n$ ARITÁSÚ POLINOMJAI SZÁMÁT, $F(n)$ PEDIG A TEKINTETT VARIETÁSBAN AZ $n$ SZABAD GENERÁTOR ÁLTAL SZABADON GENERÁLT ALGEBRA ELEMEI SZÁMÁT. EKKOR, MINTHOGY $\binom{n}{i}$ FÉLE MODON VÁLASZTHATJUK KI $n$ ELEMBŐL AZT AZ $i$ ELEMET MELY A TEKINTETT POLINOM TÉNYLEGES $i$ VÁLTOZÓJA LESZ, AZ ÍGY ELŐÁLLOTT POLINOMOK KÜLÖNBÖZŐK LÉVEN A SZABAD ALGEBRA EGY - EGY (ÖSSZESSÉGÜKBEN AZ ÖSSZES) ELEMÉT ADJÁK, TEHÁT:

$$F(n) = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} P(i)$$

EZEN EGYENLETEKET $P(i)$ -KRE MEGOLDVA PEDIG AZ

$$P(n) = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} (-1)^{n-i} F(i)$$

ÖSSZEFÜGGÉST KAPJUK. (E TÉMÁRÓL LÁSD MÉG (1) - BEN.)

# 5. „$\mathcal{B}$ MEGHATÁROZOTT" FÜGGVÉNYEK, VARIETÁSOK „$\mathcal{B}$ MEGHATÁROZOTT" FÜGGVÉNYEKKEL, AZ ILYEN VARIETÁSOK SZABAD SPEKTRUMA

A SZABAD ALGEBRÁKAT ELŐÁLLÍTÓ PROGRAM HASZNÁLATA KÖZBEN TŰNT FEL, HOGY A JOEL BERMAN (1) CIKKBELI TÁBLÁZATÁBAN SZEREPLŐ $(\underline{2};D2)$ ALGEBRA ÁLTAL GENERÁLT VARIETÁS SZABAD SPEKTRUMA (LEGALÁBBIS ELSŐ 6 ELEME) MEGEGYEZIK AZ $(\underline{3};m_0)$ ALGEBRA ÁLTAL GENERÁLT VARIETÁS SZABAD SPEKTRUMÁVAL. ($D2$ LÁSD (1), MEDIÁN, $m_0$ LÁSD (7).)

A TAPASZTALT HASONLÓSÁGOKAT KERESVE JUTHATUNK AZ EZT OKOZÓ MÉLYEBB ÖSSZEFÜGGÉSRE, VÉGÜL ARRA AZ EREDMÉNYRE, HOGY BIZONYOS - MEGHATÁROZOTT TULAJDONSÁGÚ - FÜGGVÉNYHALMAZZAL BÍRÓ ALGEBRÁK ÁLTAL GENERÁLT VARIETÁSOK SZABAD SPEKTRUMA (SŐT SZABAD ALGEBRÁIK SZERKEZETE IS) MEGEGYEZIK.

A TOVÁBBIAKBAN - HA MÁST NEM MONDUNK - ÚGY TEKINTJÜK, HOGY A VIZSGÁLT ALGEBRÁK TARTOHALMAZA AZ $\underline{n} = \{0,1,\dots,n-1\}$ HALMAZ.

NEVEZZÜK " $p+1$ MEGHATÁROZOTT"-NAK AZ $f_k(x_1,\dots,x_k)$ $k$ VÁLTOZOS FÜGGVÉNYT , HA A BELÖLE ÉS A PROJEKCIOKBOL (ÖSSZETETT FÜGGVÉNY KÉPZÉS VÉGESSZÁMU ALKALMAZÁSÁVAL) KÉPEZHETÖ LEGFELJEBB $n$ VÁLTOZOS FÜGGVÉNYEK OLYANOK , HOGY :

1.) AZ OLYAN SOROZATOKON , MELYEKBEN $p$ -NÉL NAGYOBB ELEM NEM SZEREPEL , $p$ -NÉL NEM NAGYOBB ÉRTÉKET VESZ FEL , MÁSKÉPPEN " $p+1$ " -ET TISZTELI.

2.) HA VALAMELY KÉT AZONOS ( $n$ ) LÉNYEGES VÁLTOZOSZÁMU FÜGGVÉNY ÉRTÉKEI MEGEGYEZNEK AZ ÖSSZES $p$ -NÉL NAGYOBB ÉRTÉKEKET NEM TARTALMAZO ELEM $n$ -ESEKEN , AKKOR A KÉT TEKINTETT FÜGGVÉNY MEGEGYEZIK.

AZ $f_k$ " $p+1$ MEGHATÁROZOTT" FÜGGVÉNYBÖL ÖSSZETETT FÜGGVÉNY KÉPZÉSSEL ISMÉT " $p+1$ MEGHATÁROZOTT" FÜGGVÉNY KELETKEZIK. AZ ELSÖ TULAJDONSÁG NYILVÁNVALOAN ÖRÖKLÖDIK , A MÁSODIK TULAJDONSÁG PEDIG AZ ÖSSZETETT FÜGGVÉNY KÉPZÉS "TRANZITIV" TULAJDONSÁGA MIATT SZINTÉN ÖRÖKLÖDIK. ( $f_k$ FELTEVÉS SZERINT " $p+1$ MEGHATÁROZOTT" IGY $f_k$ -BOL ÖSSZETETT FÜGGVÉNY KÉPZÉSSEL KÉPZETT FÜGGVÉNYBÖL ISMÉT ÖSSZETETT FÜGGVÉNYT KÉPEZVE AZ TEKINTHETÖ - AHOGY IGAZ IS - AZ $f_k$ -BOL KÉPZETT ÖSSZETETT FÜGGVÉNYNEK , S IGY A 2. TULAJDONSÁG TELJESÜLÉSE $f_k$ " $p+1$ MEGHATÁROZOTT"-SÁGA KÖVETKEZMÉNYE.)

AZ , HOGY AZ $(M;f_k)$ ALGEBRA $f_k$ FÜGGVÉNYE "$p+1$ MEGHATÁROZOTT" , AZT IS JELENTI EGYBEN , HOGY AZ $(M;f_k)$ ALGEBRÁNAK VAN OLYAN $(N,f_k)$ $(N\subseteq M)$ $p+1$ELEMÜ VALODI RÉSZALGEBRÁJA , HOGY $V(\langle N;f_k\rangle)=V(\langle M;f_k\rangle)$ , AZAZ AZ ÁLTALUK GENERÁLT VARIETÁSOK

MEGEGYEZNEK.

LEGYEN AZ $f_K(x_1,\dots,x_K)$ $K$ VÁLTOZOS FÜGGVÉNY OLYAN, HOGY:

$$f_K(x_1,\dots,x_K)=\begin{cases} t & \text{HA } x_1,\dots,x_K \text{ KÖZÜL LEGALÁBB } \left[\frac{K}{2}\right]+1 \\ & \text{ÉPPEN A } t \text{ ÉRTÉKET VETTE FEL,} \\ c & \text{(KIVÁLASZTOTT KONSTANS) MÁSKOR.} \end{cases}$$

EZ ESETBEN $f_K$ -T ( $K$ VÁLTOZOS) <u>KONSTANS-TÖBBSÉGI FÜGGVÉNY</u>NEK NEVEZZÜK. (A VÁLTOZÓI TÖBBSÉGÉNEK ÉRTÉKÉT KAPJA, HA VAN 50%-NÁL NAGYOBB TÖBBSÉG, ILLETVE KONSTANS HA NINCS VÁLTOZÓINAK AKTUÁLIS ÉRTÉKEIBEN A FENTI ÉRTELEMBEN VETT TÖBBSÉG.)

AZ ÁLTALÁNOSSÁG MEGSZORÍTÁSA NÉLKÜL A $0$ -T HASZNÁLHATJUK A KISZEMELT KONSTANS JELÖLÉSÉRE, ENNEK MEGFELELŐEN A TOVÁBBIAKBAN LEGYEN $c = 0$.

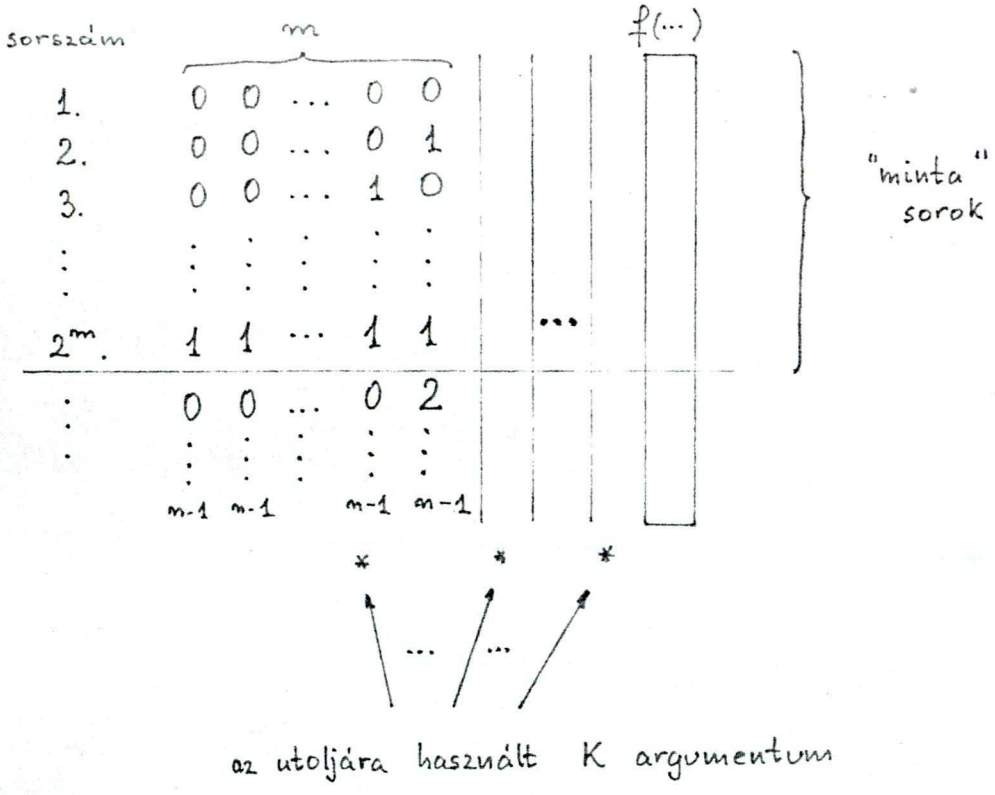
<u>1. LEMMA</u>: AZ $f_K$ $K$ VÁLTOZOS KONSTANS-TÖBBSÉGI FÜGGVÉNY (MELY AZ <u>$m$</u> -ON ÉRTELMEZETT) " <u>2</u> MEGHATÁROZOTT".

$f_K$ PERSZE MÁS-MÁS, ATTÓL FÜGGŐEN MELY ALGEBRÁBAN TEKINTJÜK. " <u>$p+1$</u> MEGHATÁROZOTTSÁGA" MIATT <u>$p+1$</u> -EN MEGADOTT DEFINÍCIÓJÁNAK MEGFELELŐ DEFINÍCIÓJÚ FÜGGVÉNYEKET NAGYOBB TARTOMÁNYÚ ALGEBRÁKBAN IS $f_K$ -VAL JELÖLJÜK.

BIZONYÍTÁS: A FÜGGVÉNY A DEFINÍCIÓ 1.) KÖVETELMÉNYÉT NYILVÁNVALÓAN KIELÉGÍTI. A MÁSODIK KÖVETELMÉNYRŐL: LEGYEN $f(\dots)$ FÜGGVÉNY $f_K$ -BŐL KÉPZETT LEGFELJEBB $m$ VÁLTOZOS. BE FOGJUK LÁTNI, HOGY AZ ÖSSZES 0,1 -ESEKBŐL ÁLLÓ ELEM $m$ -ESEKEN FELVETT ÉRTÉKEI EGYÉRTELMŰEN MEGHATÁROZZÁK BÁRMELY ELEM $m$ -ESEKEN A

FÜGGVÉNY ÉRTÉKÉT. (AZAZ HA KÉT FÜGGVÉNY, MELY $f_k$ -BOL ÖSSZETETT FÜGGVÉNY KÉPZÉSSEL KELETKEZETT, LEGFELJEBB $m$ VÁLTOZÓS ÉS A $0,1$ - BÖL ÁLLÓ ELEM $m$ -ESEKEN FELVETT ÉRTÉKEI MEGEGYEZNEK, AKKOR TELJESEN MEGEGYEZNEK, VAGYIS UGYANAZT A LEKÉPEZÉST VALÓSÍTJÁK MEG.)

ÍRJUK FEL TEHÁT $f(\dots)$ MÜVELETTÁBLÁZATÁT AZ ÖSSZES ELÖZÖ FÜGGVÉNYEKKEL EGYÜTT OLY MODON, HOGY ANNAK ELSÖ $2^m$ SORÁBAN A $0,1$ -ESEKBÖL ÁLLÓ SOROZATOK SZEREPELJENEK, MAJD JELÖLJÜK MEG (PÉLDÁUL *-GAL) AZON OSZLOPOKAT, MELYRE UTOLJÁRA KELL ALKALMAZNUNK AZ $f$ FÜGGVÉNYT.



TEKINTSÜK MOST VALAMELY $2^m$ -NÉL NAGYOBB SORSZÁMU SORAT (EZ TEHÁT MÁR 0,1 - TÖL KÜLÖNBÖZÖ ELEMEKET IS TARTALMAZ), EZEN SORBAN A FÜGGVÉNY A *-GAL MEGJELÖLT OSZLOPOKBELI ÉRTÉKEI TÖBBSÉGÉT VESZI FEL ÉRTÉKÜL (HA LÉTEZIK A DEFINICIO ÉRTELMÉBEN VETT TÖBBSÉG) , ILLETVE KONSTANS ÉRTÉKET, VEGYÜK ÉSZRE AZT , HOGY HA A SORT ÁTALAKITJUK OLY MODON , HOGY A MEGJELÖLT OSZLOPOKBAN TÖBBSÉGBEN LEVÖ ELEMEKET ( A TELJES SORBAN) 1 -RE AZ ÖSSZES TÖBBI ELEMEKET 0 -RA CSERÉLJÜK ( AZ EREDMÉNY OSZLOPBAN IS) AKKOR A FÜGGVÉNY KONSTANS-TÖBBSÉGI JELLEGE MIATT EGY OLYAN SORT KAPUNK MELY MÁR AZ ELSÖ $2^m$ "MINTA" SOROK KÖZÖTT SZEREPELT, (A HELYETTESITÉST AZ TESZI LEHETÖVÉ , HOGY A $0,1,\dots,m,\dots$ "SZÁMOKAT" CSAK SZIMBOLUMOKKÉNT HASZNÁLJUK.)

IGY A FÜGGVÉNY ÉRTÉKÉT TEKINTETT SORUNKBAN A "MINTA" SOR FELHASZNÁLÁSÁVAL MEGÁLLAPITHATJUK , CSAK AZ ESETLEGES VISSZAHELYETTESITÉST KELL MEGTENNÜNK, (HA UGYANIS A "MINTA" SORBAN A FÜGGVÉNY ÉRTÉKE 1 , AKKOR A TEKINTETT SORBAN AZ LESZ AZ ÉRTÉK , AMELYIKET OTT 1 -EL HELYETTESITETTÜK).

<u>1. TÉTEL</u> : A $V(\langle \underline{m}; f_k \rangle)$ VARIETÁSOK SZABAD SPEKTRUMAI ( SÖT AZ UGYANANNYI SZABAD GENERÁTOR ÁLTAL SZABADON GENERÁLT ALGEBRÁK ELEMEI SZERKEZETE IS) $m=2,3,\dots$ -RA - RÖGZITETT $f_k$ K VÁLTOZOS "KONSTANS-TÖBBSÉGI" FÜGGVÉNNYEL - MEGEGYEZNEK.

BIZONYITÁS : A $V(\langle \underline{2}; f_k \rangle)$ VARIETÁSBAN (TOVÁBBIAKBAN $V_2$ ) AZ $x_1,\dots,x_m$ -EL JELÖLT SZABAD GENERÁTOROK ÁLTAL SZABADON GENERÁLT ALGEBRA ELEMEI FELIRHATÓK

1986.03.12 B MEGHATÁROZOTT

(*) $f_k(\dots)$

ALAKBAN.

A $V(\langle \underline{m}; f_k \rangle)$ VARIETÁSBAN (TOVÁBBIAKBAN $V_m$ ) AZ $x_1, \dots, x_m$ -EL JELÖLT SZABAD GENERÁTOROK ÁLTAL SZABADON GENERÁLT ALGEBRÁNAK A (*) ALAKU JELSOROZATOK MEGHATÁROZZÁK EGY-EGY KÜLÖNBÖZÖ (MINTHOGY MÁR A 0,1 -BÖL ÁLLÓ SOROZATOKON IS KÜLÖNBÖZÖ) ELEMÉT , S IGY

(1) $Sp(V_m) \geq Sp(V_2)$

TEGYÜK FEL MOST, HOGY $V_m$ VARIETÁSBAN AZ $m$ ELEM ÁLTAL GENERÁLT SZABAD ALGEBRÁNAK VAN MÉG ELEME , MELY FELIRÁSÁT A (*) ALAKUAK KÖZÖTT NEM KAPTUK MEG $V_2$ TEKINTETT SZABAD ALGEBRÁJA ELEMEI FELIRÁSÁBÓL, JELÖLJE EZT AZ ELEMET $g_m$ $(=f_k(\dots))$. $g_m$ A 0,1 -BÖL ÁLLÓ SOROZATOKON VETT ÉRTÉKEI $V_2$ TEKINTETT SZABAD ALGEBRÁJA VALAMELY ELEME (ÉRTÉKEIVEL) KELL MEGEGYEZNIE (HISZEN AZ A MÜVELETRE - $f_k$-RA- NÉZVE MÁR ZÁRT) , JELÖLJÜK EZT AZ ELEMET $h_2$ -VEL.

LEGYEN $h_m$ $V_m$ TEKINTETT SZABAD ALGEBRÁJA $h_2$ -NEK MEGFELELÖ (VELE AZONOS FELIRÁSÚ) ELEMÉNEK JELÖLÉSE. MIVEL $g_m$ ÉS $h_m$ UGYANAZON SZABAD ALGEBRA EGY-EGY ELEMÉT JELÖLI , S A 0,1 -BÖL ÁLLÓ SOROZATOKON MEGEGYEZNEK , TOVÁBBÁ AZ AZ 1.LEMMA SZERINT $f_k$ " $\underline{2}$ MEGHATÁROZOTT" IGY $g_m = h_m$. EZ ELLENTMOND INDULÓ FELTEVÉSÜNKNEK , S IGY :

(2) $Sp(V_m) \leq Sp(V_2)$.

(1) ÉS (2) ÖSSZEVETÉSÉBÖL :

$$Sp(\langle \underline{m}; f_k \rangle) = Sp(\langle \underline{2}; f_k \rangle).$$

1986.03.12 $\mathcal{B}$ MEGHATÁROZOTT

ALKALMAZÁS : JELÖLJE $f_3$ A TÖBBSÉGI FÜGGVÉNYT (MEDIÁN). AZ 1.TÉTEL SZERINT $V(\langle n; f_3\rangle)$ SPEKTRUMA $n$ -TŐL FÜGGETLENÜL : 1 , 2 , 4, 12 , 81 , (>2442).

AZ 1.TÉTEL ÁLTALÁNOSÍTÁSAKÉNT KIMONDHATÓ A

2. TÉTEL : : A $V(\langle n; f_k\rangle)$ VARIETÁSOK SZABAD SPEKTRUMAI ( SŐT AZ UGYANANNYI SZABAD GENERÁTOR ÁLTAL SZABADON GENERÁLT ALGEBRÁK ELEMEI SZERKEZETE IS) $n=p+1, p+2, \ldots$-RA - RÖGZÍTETT $f_k$ $k$ VÁLTOZOS " $p+1$ MEGHATÁROZOTT" FÜGGVÉNNYEL - MEGEGYEZNEK.

BIZONYÍTÁS AZ ELSŐ TÉTEL BIZONYÍTÁSÁHOZ TELJESEN HASONLÓAN.

A " $p+1$ MEGHATÁROZOTTSÁG"-NÁL NINCS ANNAK JELENTŐSÉGE , HOGY ÉPPEN $0, 1, \ldots, n, \ldots$ - EL JELÖLTÜK AZ ALGEBRA TARTOHALMAZÁNAK ELEMEIT , S IGY HASONLÓ DEFINÍCIÓ ÁLTALÁNOSABBAN IS KIMONDHATÓ:

AZ $f(x_1, \ldots, x_k)$ $k$ VÁLTOZOS $A$ -N ÉRTELMEZETT "$B$ MEGHATÁROZOTT" FÜGGVÉNY , AHOL $B \subseteq A$ , HA BELŐLE ÖSSZETETT FÜGGVÉNY KÉPZÉSSEL ELŐÁLLÍTHATÓ LEGFELJEBB $n$ VÁLTOZOS $g$, $h$ FÜGGVÉNYEK OLYANOK , HOGY :

1.) $f(B^k) \subseteq B$

2.) HA $g$ ÉS $h$ $B^n$ -EN VETT ÉRTÉKEI PONTONKÉNT MEGEGYEZNEK AKKOR $g=h$ .

E DEFINÍCIÓ FELHASZNÁLÁSÁVAL MEGFOGALMAZHATJUK A 2. TÉTEL MEGFELELŐ ALAKJÁT :

3. TÉTEL : A $V(\langle A_n; f_k\rangle)$ VARIETÁSOK SZABAD SPEKTRUMAI ( SŐT AZ

UGYANANNYI SZABAD GENERÁTOR ÁLTAL SZABADON GENERÁLT ALGEBRÁK ELEMEI SZERKEZETE IS) $|A_n| = p+1, p+2, \ldots$ -RE MEGEGYEZNEK AHOL $f_k$ $A$-N ÉRTELMEZETT RÖGZÍTETT $K$ VÁLTOZOS " $\underline{B}$ MEGHATÁROZOTT" FÜGGVÉNY , VALAMINT $|B| = p+1$, $B \subseteq A_n \subseteq A$

A TÉTELEK (EGYIK?) JELENTŐSÉGE AZ , HOGY A SZABAD SPEKTRUM CSAK A FÜGGVÉNYTŐL FÜGG , AZAZ ELÉG $V(\langle \underline{p+1}; f_k \rangle)$ -BEN A SZABAD SPEKTRUMOT MEGÁLLAPÍTANI , AMI ÖNMAGÁBAN MÉG MINDIG LEHET BONYOLULT FELADAT DE ÖSSZESSÉGÉBEN MÉGISCSAK A LEGEGYSZERŰBB EBBEN A KÖRBEN , IGY ANNAK MEGÁLLAPÍTÁSÁRA VAN LEGNAGYOBB ESÉLYÜNK.

AZ EDDIGIEK ALKALMAZÁSÁRA TEKINTSÜNK NÉHÁNY PÉLDÁT.

I. PÉLDA : HA $f_k^i$ $K$ VÁLTOZOS $i$-EDIK PROJEKCIÓ (RÖGZÍTETT $i$ $(\leq K)$-RE) , AKKOR $f_k^i$ " $\underline{2}$ MEGHATÁROZOTT" , IGY A 2. TÉTELT MEGFOGALMAZVA RÁ :

A $V(\langle \underline{n}; f_k^i \rangle)$ VARIETÁSOK SZABAD SPEKTRUMAI ( SŐT AZ UGYANANNYI SZABAD GENERÁTOR ÁLTAL SZABADON GENERÁLT ALGEBRÁK ELEMEI

SZERKEZETE IS) $m=2,3,\ldots$ -RA MEGEGYEZNEK.

SPECIÁLISAN A PROJEKCIOK BÁRMELY HALMAZA ÖSSZESSÉGÉBEN IS " $\underline{2}$ MEGHATÁROZOTT" (AMI ALATT AZT ÉRTJÜK , HOGY A VELÜK KÉPZETT ÖSSZETETT FÜGGVÉNYEK $\underline{2}$ -T TISZTELIK ÉS HA KÉT , BELÖLÜK KÉPZETT ÖSSZETETT FÜGGVÉNY MEGEGYEZIK A CSAK $0,1$ -ET TARTALMAZÓ SOROZATOKON , AKKOR AZONOSAK), IGY IGAZ A KÖVETKEZÖ ÁLLITÁS IS :

A $V(\langle \underline{m};\mathcal{F}\rangle)$ VARIETÁSOK SZABAD SPEKTRUMAI ( SÖT AZ UGYANANNYI SZABAD GENERÁTOR ÁLTAL SZABADON GENERÁLT ALGEBRÁK ELEMEI SZERKEZETE IS) $m=2,3,\ldots$ -RA MEGEGYEZNEK AHOL $\mathcal{F}=\{f \mid f:$ PROJEKCIO$\}$ .

A PROJEKCIOK ESETÉBEN AZ IS NYILVÁNVALÓ , HOGY A SZABAD SPEKTRUM ATTÓL SEM FÜGG , HOGY PONTOSAN HÁNYADIK PROJEKCIO FÜGGVÉNYT HASZNÁLJUK.

A SPEKTRUM MINDIG $1,2,3,\ldots,m,\ldots$

KÖVETKEZMÉNY : A $V(\langle \underline{m};\mathcal{F}\rangle)$ VARIETÁS SZABAD SPEKTRUMA MEGEGYEZIK $V(\langle \underline{m};\mathcal{F}\cup\mathcal{F}_p\rangle)$ SZABAD SPEKTRUMÁVAL , AHOL $\mathcal{F}_p$ ELEMEI PROJEKCIOK.

II. PÉLDA : HA $f_K$ $K$ VÁLTOZÓS KONSTANS-TÖBBSÉGI FÜGGVÉNY AKKOR A LEMMA SZERINT " $\underline{2}$ MEGHATÁROZOTT" S IGY IGAZ RÁ A 2,

TÉTEL MEGFELELŐJE :

BÁRMELY $m \geq 2$ -RE A $V(\langle m; f_k \rangle)$ VARIETÁSOK SZABAD SPEKTRUMA MEGEGYEZIK $V(\langle 2; f_k \rangle)$ SZABAD SPEKTRUMÁVAL.

KONKRÉTAN $\underline{2}$ -ON $f_2$ ÉPPEN A MINIMUM-FÜGGVÉNY , MÁSSZOVAL , $f_2$ ÉPPEN A LOGIKAI KONJUNKCIÓ :

$f_2$

| $x_2 \backslash x_1$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |

A SZABAD SPEKTRUM(OK) : $1, 3, 7, 15, \ldots, 2^m - 1, \ldots$

KONKRÉTAN $\underline{2}$ -ON $f_3$ ÉPPEN A TÖBBSÉGI FÜGGVÉNY, MÁSSZOVAL, $f_3$ ÉPPEN AZ $x_1x_2 \vee x_1x_3 \vee x_2x_3$ BOOLE-FÜGGVÉNY ;

$f_3$

| $x_1$ $x_2$ \ $x_3$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 0 | 0 | 0 |
| 0 1 | 0 | 1 |
| 1 0 | 0 | 1 |
| 1 1 | 1 | 1 |

$\underline{3}$ -ON PEDIG $f_3$ A


1986.03.12 $\underline{3}$ MEGHATÁROZOTT

HÁLÓ MEDIÁN MŰVELETE, MIND $V(\langle 2; f_3 \rangle)$, MIND $V(\langle 3; f_3 \rangle)$ ESETÉN (ÉS BÁRMELY TARTOHALMAZ ESETÉN IS) A SZABAD SPEKTRUM(OK) : 1,2,4,12,81,(>2442).

KONKRÉTAN $K = 4$ -RE :

$f_4$

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$: 0 | 0 | 1 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| | | $x_4$: 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

A SZABAD SPEKTRUM(OK) : 1,3,10,54,(>744)

III.PÉLDA :

AZ $f_m^{(K)}(x_1,\dots,x_k)$ $K$ VÁLTOZOS FÜGGVÉNYT, MELY AZ $A$ JÓLRENDEZETT HALMAZON VAN ÉRTELMEZVE, <u>MAXIMUM FÜGGVÉNY</u>NEK NEVEZZÜK, HA

$$f_m^{(K)}(x_1,\dots,x_k) = x_i \quad , \text{ahol} \quad x_i \geq_A x_j \quad , \; j = 1,\dots,k$$

1986.03.12 $\mathcal{B}$ MEGHATÁROZOTT

LEMMA : AZ $f_m^{(K)}(x_1,\dots,x_K)$ MAXIMUM FÜGGVÉNY " $\mathcal{B}$ MEGHATÁROZOTT" , AHOL $\mathcal{B}$ AZ $A$ HALMAZ KÉT "LEGKISEBB" ELEME , AZAZ :

$$\mathcal{B}=\{z_1,z_2 \mid z_1 \preccurlyeq_A x_i : x_i\in A;\ z_2 \preccurlyeq_A x_i : x_i \in A\setminus\{z_1\}\}$$

BIZONYÍTÁS : A " $\mathcal{B}$ MEGHATÁROZOTTSÁG" DEFINICIÓJÁBAN SZEREPLŐ 1. TULAJDONSÁG NYILVÁNVALÓAN TELJESÜL , A 2. TULAJDONSÁG FENNÁLLÁSÁT A KONSTANS-TÖBBSÉGI FÜGGVÉNYEKRE TETT MEGGONDOLÁSOKHOZ TELJESEN HASONLÓAN BIZONYÍTHATJUK BE. $f_m^{(K)}(\dots)$ ÉRTÉKÉT A MŰVELETTÁBLÁZAT TEKINTETT SORÁBAN ÍGY SZÁMÍTHATJUK KI: MAX ELEM $\Leftrightarrow z_2$ , TÖBBI $\Leftrightarrow z_1$ HELYETTESÍTÉSSEL "MINTA" SORT KAPUNK , S AZ ESETLEG SZÜKSÉGES VISSZAHELYETTESÍTÉSSEL AZ EREDMÉNYT.

FENTI MEGGONDOLÁSOK $K$ - TOL IS FÜGGETLENEK , UGYANIS A $K$ VÁLTOZÓS MAXIMUM FÜGGVÉNY ÉS A 2 VÁLTOZÓS MAXIMUM FÜGGVÉNY EGYMÁSBÓL ELŐÁLLÍTHATÓK :

$$f_m^{(K)}(x_1,\underbrace{x_2,\dots,x_2}_{K-1}) = f_m^{(2)}(x_1,x_2)$$

$$f_m^{(2)}(\dots f_m^{(2)}(f_m^{(2)}(x_1,x_2),x_3),\dots,x_K) = f_m^{(K)}(x_1,\dots,x_K)$$

S ÍGY ÖSSZETETT FÜGGVÉNY KÉPZÉSSEL MINDKETTŐBŐL UGYANAZON FÜGGVÉNYEK KÉPEZHETŐK.

KÖVETKEZMÉNY (A 2. TÉTEL MEGFELELŐ ALAKJA ) :

A $V(\langle \underline{m}; f_m^{(k)} \rangle)$ VARIETÁSOK SZABAD SPEKTRUMA , SŐT AZ UGYANANNYI SZABAD GENERÁTOR ÁLTAL SZABADON GENERÁLT ALGEBRÁK ELEMEI SZERKEZETE IS) $m = 2, 3, \ldots$ -RA MEGEGYEZNEK AHOL $f_m^{(k)}$ $K$ VÁLTOZOS MAXIMUM FÜGGVÉNY ( $K$ =2,3,... BÁRMELY ÉRTÉKÉRE UGYANAZ.)

PÉLDÁUL :

$f_m^{(2)}(x_1, x_2)$:

| $x_1 \backslash x_2$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

A SZABAD SPEKTRUM : $1, 3, 7, 15, \ldots, 2^i - 1, \ldots$

ÉSZREVEHETJÜK , HOGY AZ ITT TALÁLT SPEKTRUM MEGEGYEZIK A II. PÉLDÁBAN EMLÍTETT ELSŐ ESETTEL , ENNEK AZ AZ OKA , HOGY ALAKLMAS RENDEZÉST VÁLASZTVA A KÉTELEMŰ HALMAZON ÉRTELMEZETT MAXIMUM ILLETVE MINIMUM FÜGGVÉNYEK MEGEGYEZNEK A KÉTELEMŰ HALMAZ KONSTANS-TÖBBSÉGI FÜGGVÉNYEIVEL.

IV. PÉLDA :

A III. PÉLDÁHOZ HASONLÓ MEGGONDOLÁSOK IGAZAK AZ ANNAK MINTÁJÁRA MEGHATÁROZOTT MINIMUM FÜGGVÉNYRE IS.

1986.03.12 B MEGHATÁROZOTT

# 6. A (HÁROM VÁLTOZOS)

## MINTAFÜGGVÉNYEK VISELKEDÉSÉRŐL

A " B MEGHATÁROZOTT" FÜGGVÉNYEK EGY-EGY PÉLDÁJÁT KERESVE (MELYEKRE AZ 1-3 TÉTELEK KONKRÉTAN MONDANAK KI MEGÁLLAPÍTÁSOKAT) TERMÉSZETES GONDOLATKÉNT ADODOTT A MINTAFÜGGVÉNYEK MEGVIZSGÁLÁSA IS. MIVEL A MINTAFÜGGVÉNYEK - MEGHATÁROZÁSUKNÁL FOGVA - A VÁLTOZÓMINTÁJUK ÁLTAL MEGHATÁROZOTT MÓDON VISELKEDNEK ÍGY ELSŐ BENYOMÁSRA AZ AZ ELKÉPZELÉS ALAKULHAT KI , HOGY A K VÁLTOZOS MINTAFÜGGVÉNY " K MEGHATÁROZOTT". EZ AZONBAN NEM ÍGY VAN , SOK MINTAFÜGGVÉNY " B MEGHATÁROZOTT" DE NÉHÁNY NEM , E NÉHÁNY KIVÉTELNEK AZONBAN FELISMERHETŐ KÖZÖS TULAJDONSÁGA IS VAN. A TOVÁBBIAKBAN E TÉMAKÖR VIZSGÁLATÁT MUTATOM BE.

ÁLTALÁNOSSÁGBAN TEKINTSÜNK EGY $A$ HALMAZT ÉS AZON EGY $\varrho$ KÉTVÁLTOZOS RELÁCIOT. AZ $f$ FÜGGVÉNYT <u>$A$ -N ÉRTELMEZETT $\varrho$ -MINTAFÜGGVÉNYNEK</u> NEVEZZÜK HA :

1.) HA MINDEN $a_1, \dots, a_n$ $(\in A)$ -RA $f(a_1, \dots, a_n) \in \{a_1, \dots, a_n\}$

2.) HA $a_1, \dots, a_n$ VALAMINT $b_1, \dots, b_n$ OLYANOK , HOGY MINDEN $i, j$ $(1 \leq i, j \leq n)$ -RE $a_i \varrho a_j$ AKKOR ÉS CSAKIS AKKOR HA $b_i \varrho b_j$ ÉS $f(a_1, \dots, a_n) = a_t$ AKKOR $f(b_1, \dots, b_n) = b_t$ .

A TOVÁBBIAKBAN AZ "EGYENLŐSÉG-MINTAFÜGGVÉNYEKKEL" FOGLALKOZUNK , VAGYIS OLYAN MINTAFÜGGVÉNYEKKEL MELYEK MINDIG VALAMELY VÁLTOZÓJUK ÉRTÉKÉT VESZIK FEL , ÉS HOGY PONTOSAN MELYIKET , AZ AZ AKTUÁLIS VÁLTOZÓMINTÁJUKTÓL FÜGG.

HAROM VÁLTOZOS EGYENLŐSÉG-MINTA A KÖVETKEZŐ NÉGY LEHET : ABC , AAB , ABA , BAA ; ENNEK MEGFELELŐEN 24 DARAB HAROM VÁLTOZOS EGYENLŐSÉG-MINTAFÜGGVÉNY LÉTEZIK , EZEK "ÖSSZEVONT MŰVELETTÁBLÁZATA" A KÖVETKEZŐ :

| MINTA | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 22 | 23 | 24 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ABC | A | A | A | A | A | A | A | B | B | B | B | B | B | B | C | C | C | C | C | C | C |
| AAB | A | A | A | B | B | B | B | A | A | A | B | B | B | B | A | A | A | A | B | B | B |
| ABA | A | B | B | A | A | B | B | A | A | B | A | A | B | B | A | A | B | B | A | B | B |
| BAA | A | A | B | A | B | A | B | A | B | B | A | B | A | B | A | B | A | B | B | A | B |

A 2, 11, 21 MINTA-FÜGGVÉNYEK AZ 1.,2., ILLETVE 3. PROJEKCIO FÜGGVÉNYEK , EZEKET A TÁBLÁZATBAN NEM IS TÜNTETTEM FEL.

A FENTI TÁBLÁZATBAN SZEREPLŐ 21 MINTAFÜGGVÉNY VALAMELYIKÉVEL BIRO ALGEBRÁK ÁLTAL GENERÁLT VARIETÁSOKBAN A 3 , 4 SZABAD GENERÁTOR ÁLTAL GENERÁLT SZABAD ALGEBRÁK VIZSGÁLATÁRA A SZÁMITOGÉPI PROGRAMOT HASZNÁLVA A KÖVETKEZŐ MEGFIGYELÉST TEHETJÜK ; HAT KÜLÖNLEGES VISELKEDÉSŰ FÜGGVÉNYTŐL ELTEKINTVE A TÖBBI FÜGGVÉNNYEL BIRO ALGEBRÁK ÁLTAL GENERÁLT VARIETÁSOK

SPEKTRUMA ELSÖ NÉHÁNY ELEME , ÉS A SZABAD ALGEBRÁK ELEMEI SZERKEZETE IS MEGEGYEZIK , IGY EZEN 18 FÜGGVÉNY LEHET , HOGY " 3 MEGHATÁROZOTT".

A KÜLÖNLEGES VISELKEDÉSÜ MINTAFÜGGVÉNYEK , ÉS AZON KÉT FÜGGVÉNY , AMELY $(3;p_i)$ - N MEGEGYEZIK , DE $(4;p_i)$ -N ELTÉR (A FÜGGVÉNYEKET $p_i$ -VEL JELÖLVE , AHOL $i$ A FENTI TÁBLÁZATBELI OSZLOPINDEX) :

| | | | |
|---|---|---|---|
| $p_3$ : | $p_3(x, p_3(y,x,z), p_3(x,v,z))$ | $p_3(x, p_3(y,x,z), v)$ | 75 |
| $p_5$ : | $p_5(x, p_5(x,y,z), p_5(v,y,x))$ | $p_5(x, z, p_5(v,y,x))$ | 68 |
| $p_{10}$ : | $p_{10}(x, z, p_{10}(x,v,y))$ | $p_{10}(x, y, p_{10}(x,v,z))$ | 39 |
| $p_{13}$ : | $p_{13}(x, p_{13}(y,x,z), p_{13}(y,v,z))$ | $p_{13}(x, z, p_{13}(y,v,z))$ | 110 |
| $p_{18}$ : | $p_{18}(x, y, p_{18}(v,x,z))$ | $p_{18}(x, y, p_{18}(z,y,v))$ | 36 |
| $p_{19}$ : | $p_{19}(x, y, p_{19}(y,z,v))$ | $p_{19}(x, y, p_{19}(x,v,z))$ | 30 |

EZEN TÁBLÁZAT UTOLSO OSZLOPÁBAN AZT AZ ELEMSZÁMOT KÖZLÖM , AHOL - A SZABAD ALGEBRA ELEMEI GENERÁLÁSI ALGORITMUSA SZERINT - AZ ELSÖ ELTÉRÉS KELETKEZIK.

LEVONHATO TEHÁT A KÖVETKEZTETÉS : $p_3, p_5, p_{10}, p_{13}, p_{18}, p_{19}$

BIZTOSAN NEM " 3 MEGHATÁROZOTT".

E HAT FÜGGVÉNYBEN A TÖBBIEKTŐL ELTÉRŐ KÖZÖS TULAJDONSÁG AZ, HOGY EZEK MIND ÚGY VISELKEDNEK MINT A PROJEKCIÓ-FÜGGVÉNYEK, KIVÉVE AZT AZ ESETET, AMIKOR MINDHÁROM VÁLTOZÓJUK ÉRTÉKE KÜLÖNBÖZŐ (ABC MINTA).

KONKRÉTAN :

$p_3$ 2. PROJEKCIÓ, DE ABC MINTÁN ÉRTÉKE : A,

$p_5$ 3. PROJEKCIÓ, DE ABC MINTÁN ÉRTÉKE : A,

$p_{10}$ 1. PROJEKCIÓ, DE ABC MINTÁN ÉRTÉKE : B,

$p_{13}$ 3. PROJEKCIÓ, DE ABC MINTÁN ÉRTÉKE : B,

$p_{18}$ 1. PROJEKCIÓ, DE ABC MINTÁN ÉRTÉKE : C,

$p_{19}$ 2. PROJEKCIÓ, DE ABC MINTÁN ÉRTÉKE : C.

$p_{10}$, $p_{18}$ VALÓDI SZEMIPROJEKCIÓ (LÁSD (7)), A TÖBBI A $\chi(f)=0$ FELTÉTELT NEM ELÉGÍTI KI. ( $\chi$ DEFINÍCIÓJÁT LÁSD (7).)

AZ ITT ( TÁBLÁZATBAN ELFOGLALT HELYE MIATT ) $p_5$ -EL JELÖLT 3 VÁLTOZÓS EGYENLŐSÉG-MINTAFÜGGVÉNYT SZOKÁSOS $l_3$ -MAL IS JELÖLNI, EZÉRT A TOVÁBBIAKBAN AZ ÉRTEKEZÉSBEN EZT A JELÖLÉST HASZNÁLJUK.

## 7. AZONOSSÁG SOROZAT $\ell_3$ -MAL

AZONOSSÁGOK , AMELYEK TELJESÜLNEK $(\underline{n};\ell_3)$ -ON , DE NEM TELJESÜLNEK $(\underline{m};\ell_3)$ -ON HA $m>n$ ,

AZ ELŐZŐ FEJEZETBEN LEIRT TAPASZTALATOK SZERINT TÖBBEK KÖZÖTT AZ $\ell_3$ FÜGGVÉNY IS RENDELKEZIK AZZAL A TULAJDONSÁGGAL , HOGY VELE KÉPEZHETŐ OLYAN AZONOSSÁG , MELY TELJESÜL $(\underline{3};\ell_3)$ ALGEBRÁBAN , DE NEM TELJESÜL $(\underline{4};\ell_3)$ ALGEBRÁBAN. E MEGFIGYELÉS ALAPJÁN MERÜLT FEL AZ AZ ÖTLET , HOGY HASZNOS LENNE OLYAN AZONOSSÁGSOROZATOT KONSTRUÁLNI , MELY AZONOSSÁGAI EGYRE NAGYOBB TARTOHALMAZU ÉS $\ell_3$ FÜGGVÉNYHALMAZU ALGEBRÁKON MÉG TELJESÜLNEK , DE ANNAL NAGYOBB TARTOHALMAZU ÉS $\ell_3$ FÜGGVÉNYHALMAZU ALGEBRÁKON MÁR NEM.

EZ HASZNOSNAK IGÉRKEZETT A $(\underline{3};\ell_3)$ ALGEBRA VIZSGÁLATÁRA ABBÓL A SZEMPONTBÓL , HOGY ANNAK VAN-E VÉGES AZONOSSÁG BÁZISA. A MEGFIGYELÉSEK E "FŐ KÉRDÉS" MEGVÁLASZOLÁSÁHOZ NEM VITTEK KÖZELEBB , AZONBAN A KÍVÁNT TULAJDONSÁGÚ AZONOSSÁGSOROZATOT SIKERÜLT KÉPEZNI , S EZT FELHASZNÁLVA MEGADNI $(\underline{3};\ell_3)$ AZONOSSÁGAINAK EGY OSZTÁLYOZÁSÁT. A TOVÁBBIAKBAN EZT MUTATOM BE.

AZ $l_3$ FÜGGVÉNY DEFINICIOJA MÁR ISMERT UGYAN , DE MEGADUNK EGY MÁS , ÁLTALÁNOSABBAN HASZNÁLT DEFINICIOT IS :

$$l_3(x_1,x_2,x_3)=\begin{cases} x_1 & \text{ha } |\{x_1,x_2,x_3\}| = 3, \\ x_3 & \text{máskor} \end{cases}$$

AZ AZONOSSÁGSOROZAT ELSÖ TAGJÁUL AZ ELÖZÖ FEJEZETBEN TALÁLT AZONOSSÁGOT HASZNÁLHATJUK :

$$(1) \qquad l_3(x_1, l_3(x_1,x_2,x_3), l_3(x_4,x_2,x_1)) = l_3(x_1,x_3,l_3(x_4,x_2,x_1))$$

EZ AZONOSSÁG $(\underline{3};l_3)$ -BAN , DE MÁR $(\underline{4};l_3)$ -BAN NEM. AZ (1) AZONOSSÁGOT JELÖLJE A TOVÁBBIAKBAN : $f_1=g_1$ . AZ AZONOSSÁGSOROZAT $i$ -EDIK TAGJÁT JELÖLJE $f_i=g_i$ .

AZ AZONOSSÁGSOROZATOT INDUKTIVAN KÉPEZZÜK.

TEGYÜK FEL TEHÁT , HOGY AZ AZONOSSÁGSOROZAT ELSÖ $i$ TAGJA MÁR ISMERT , AZAZ :

$$f_1=g_1,\ f_2=g_2,\ \dots,\ f_i=g_i$$

EZEK RENDRE 4 , 5 , ... , $i+3$ VÁLTOZOS KIFEJEZÉSEK , ÉS A $k$ -ADIK OLYAN , HOGY TELJESÜL $(\underline{m};l_3)$-ON , HA $m \le k+2$ , DE NEM TELJESÜL $(\underline{m};l_3)$-ON , HA $m > k+2$ .

KERESSÜK MOST AZ $i+1$ -EDIK AZONOSSÁGOT , $f_{i+1}=g_{i+1}$ -ET

$$(*)\qquad \begin{aligned} &\ell_3(x_{i+4}, f_i(x_1,\dots,x_{i+3}), L(x_1,\dots,x_{i+4})) = \\ &\ell_3(x_{i+4}, g_i(x_1,\dots,x_{i+3}), L(x_1,\dots,x_{i+4})) \end{aligned}$$

ALAKBAN, MEGKÖVETELJÜK ENNEK ÉRVÉNYESSÉGÉT $(\underline{i+3}; \ell_3)$ -RA ÉS NEM TELJESÜLÉSÉT $(\underline{i+4}; \ell_3)$ -RA.

TEKINTSÜK AZ $x_k = x_\ell$ ESETEKET, AHOL $k, \ell \neq i+4$; EKKOR (*) $f_i = g_i$ MIATT TELJESÜL. $L(x_1,\dots,x_{i+4})$ -T KELL TEHÁT ÚGY MEGVÁLASZTANUNK, HOGY $x_k = x_{i+4}$ $(k=1,\dots,i+3)$ ESETEKBEN IS TELJESÜLJÖN (*), DE $|\{x_1,\dots,x_{i+4}\}| = i+4$ -RE NE TELJESÜLJÖN (*), EZ ELÉRHETŐ, HA $L$ OLYAN, HOGY:

| eset | $L$ | megengedett érték | javasolt érték |
|---|---|---|---|
| $x_{i+4} = x_1$ | $L(x_{i+4}, x_2, \dots, x_{i+4})$ | $x_{i+4}$ vagy $x_{i+3}$ | $x_{i+4}$ |
| $x_{i+4} = x_2$ | $L(x_1, x_{i+4}, \dots, x_{i+4})$ | $\{x_1,\dots,x_{i+4}\} \setminus \{x_1, x_{i+3}\}$ | $x_{i+4}$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | ua. $\vdots$ | ua. $\vdots$ |
| $x_{i+4} = x_{i+2}$ | $L(x_1,\dots,x_{i+4}, x_{i+3}, x_{i+4})$ | ua. | $x_{i+4}$ |
| $x_{i+4} = x_{i+3}$ | $L(x_1,\dots,x_{i+4}, x_{i+4})$ | $x_{i+4}$ vagy $x_1$ | $x_1$ |

A MEGKÖVETELT TULAJDONSÁGÚ $L$ PEDIG $\ell_3$ ISMÉTELT ALKALMAZÁSÁVAL MEGKONSTRUÁLHATÓ. MÉGPEDIG:

$$L = \ell_3(\ell_3(\dots \ell_3(\ell_3(\ell_3(x_1, x_2, x_{i+4}), \ell_3(x_3, x_4, x_{i+4}), x_{i+4}), \ell_3(x_5, x_6, x_{i+4}), x_{i+4}), \dots), x_{i+2}, x_{i+4})$$

(A KÉPZÉSÉBEN

MÁR $x_{i+3}$ -AT NEM HASZNÁLVA)

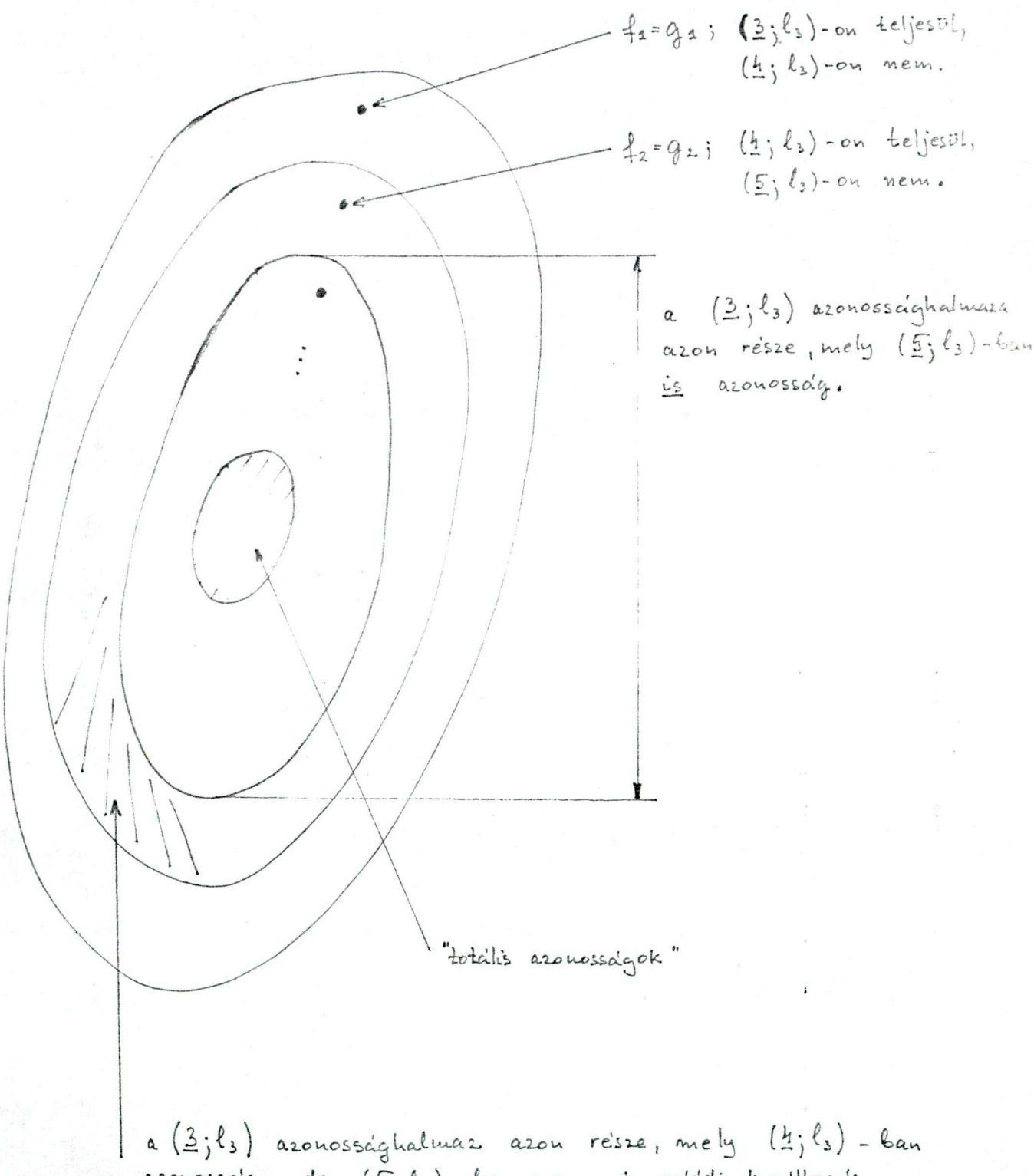
MODON ,

IGY MEGKONSTRUÁLTUK A (*) AZONOSSÁGOT , BE KELL MÉG BIZONYÍTANI , HOGY EZ $(\underline{i+4}; \ell_3)$ -N MÁR NEM ÁLL. ENNEK BELÁTÁSÁHOZ TEKINTSÜK AZT AZ ESETET , AMIKOR MINDEN VÁLTOZÓJA MÁS - MÁS ÉRTÉKET VESZ FEL , EKKOR (*) A KÖVETKEZŐ ALAKOT ÖLTI :

$$\underbrace{\ell_3(x_{i+4}, \underbrace{f_i(x_1,\dots,x_{i+3})}_{x_{i+3}\ (**)}, \underbrace{L(x_1,\dots,x_{i+4})}_{x_1})}_{x_{i+4}} \qquad \underbrace{\ell_3(x_{i+4}, \underbrace{g_i(x_1,\dots,x_{i+3})}_{x_1\ (**)}, \underbrace{L(x_1,\dots,x_{i+4})}_{x_1})}_{x_1}$$

MEGJEGYZÉS : (**)-BAN KIHASZNÁLTUK AZ $f_i, g_i$ FÜGGVÉNYEK AZON TULAJDONSÁGÁT , HOGY VÁLTOZÓIK CSUPA KÜLÖNBÖZŐ ÉRTÉKEIN VETT ÉRTÉKÜK $f_i(x_1,\dots,x_{i+3}) = x_{i+3}$ ÉS $g_i(x_1,\dots,x_{i+3}) = x_1$ LESZ ("ELSŐ - UTOLSÓ TULAJDONSÁG"). E TULAJDONSÁG ÖRÖKLŐDÉSÉT ÉPPEN UGYANEZEN GONDOLATMENET BIZONYÍTOTTA.

A MOST ELŐÁLLÍTOTT AZONOSSÁGSOROZAT JELLEMZŐ TULAJDONSÁGA ALKALMAT AD ARRA , HOGY $(\underline{3}; \ell_3)$ AZONOSSÁGAINAK EGY OSZTÁLYOZÁSÁT MEGADJUK. EZT AZ OSZTÁLYOZÁST ÁBRÁN SZEMLÉLTETVE :




a $(\underline{3}; \ell_3)$ azonossághalmaz azon része, mely $(\underline{4}; \ell_3)$-ban azonosság, de $(\underline{5}; \ell_3)$-ban nem; és valódi 4 változós (azaz nincs egy gyűrűvel kijjebb).

# 8. A SZABAD ALGEBRA ELEMEIT ELŐÁLLITO SZÁMITOGÉPI PROGRAM

AZ ELKÉSZITETT PROGRAM A "SZABAD ALGEBRÁK ELŐÁLLITÁSA" CIMŰ FEJEZETBEN LEIRT MODSZERT ALKALMAZZA SZABAD ALGEBRÁK ELEMEI MEGKERESÉSÉRE.

A PROGRAMOZÁS MEGKEZDÉSEKOR EL KELLETT DÖNTENI, HOGY MELY PROGRAMOZÁSI NYELVET CÉLSZERŰ HASZNÁLNI. MINTHOGY SPECIÁLIS ALGORITMUSLEIRÓ ( ESETLEG KIMONDOTTAN ALGEBRAI FELADATOKRA ORIENTÁLT ) NYELV FORDITOPROGRAMJA NEM ÁLLT RENDELKEZÉSRE, IGY AZ "ÁLTALÁNOS PROGRAMOZÁSI NYELV" -EKKÉNT EMLEGETETT KÖRBŐL KELLETT VÁLASZTANI.

AZ ÁLTALÁNOS PROGRAMOZÁSI NYELVEK KÖZÜL VALÓ VÁLASZTÁSNÁL ELMÉLETI MEGGONDOLÁS NEM VEZETETT, MERT NÉMI TULZÁSSAL UGYAN, DE A HELYZET AZ ÉLŐ NYELVEKHEZ LEHET HASONLÓ, AHOLIS NEM DÖNTHETŐ EL ELMÉLETI ALAPON, HOGY PÉLDÁUL EGY ALGEBRAI DOLGOZATOT MAGYAR, ANGOL VAGY SPANYOL NYELVEN CÉLSZERŰBB MEGIRNI. MINDEN VÁLASZTÁS NYILVÁN A TEKINTETT NYELV SPECIALITÁSAIT FOGJA KIHASZNÁLNI, S IGY ( FOGALMAZÁSI - LEIRÁSTECHNIKAI SZEMPONTBÓL ) MÁS - MÁS MEGOLDÁSHOZ VEZET, DE

UGYANAZT A CÉLT ÉRI EL. UGY GONDOLOM NEM TULZÁS AZ SEM , HOGY MIND AZ ÉLO _, MIND A SZÁMITOGÉPI NYELVEK HASZNÁLATÁBAN AZ IS BEFOLYÁSOLO , HOGY MELYIK HASZNÁLATÁBAN MENNYIRE JÁRTAS AZ EMBER.

A VÁLASZTÁSI SZEMPONTOK TEHÁT : EGYRÉSZT A PL/I , FORTRAN , PASCAL , ASSEMBLY ÉS COBOL NYELVEK FORDITOPROGRAMJAIHOZ VOLT MODOM HOZZÁFÉRNI ( S EZEK HASZNÁLATÁBAN VAN GYAKORLATOM IS) , MÁSRÉSZT SZÜKSÉGEM VOLT IGEN NAGY MEMÓRIA TERÜLETEKRE , S IGY OLYAN NYELVRE , MELY LEHETÖSÉGET AD A PROGRAMBOL A MEMÓRIÁVAL VALO GAZDÁLKODÁSRA , TOVÁBBÁ JO ÁTTEKINTHETÖSÉGET ELÖSEGITÖ MINNÉL SZÉLESEBB LEHETÖSÉGEKKEL HASZNÁLHATO PROGRAMSZERVEZÖ UTASITÁSAI VANNAK.

A VÁLASZTÁS VÉGÜLIS IGY A PL/I NYELV PLIOPT FORDITOJÁRA ESETT. KIHASZNÁLTAM A DINAMIKUS TÖMB DEKLARÁCIOS , A VÁLTOZATOS CIKLUSSZERVEZÖ, A REKURZIV PROGRAMOZÁSI LEHETÖSÉGEKET. (A TÖBBI NYELVEKEN BONYOLULTABB S IGY NEHEZEBBEN ÁTTEKINTHETÖ PROGRAMOZÁSI MODSZEREKKEL KELLETT VOLNA DOLGOZNI.)

A HASONLO TÉMAKÖRREN SZÁMITOGÉPET FELHASZNÁLOK IS NAGYJÁBOL HASONLO GONDOLATRA JUTHATTAK , LEGALÁBBIS EZ DERÜL KI (3) ÉS (4) PUBLIKÁCIOKBÓL , AHOLIS SZINTÉN FORTRAN ILLETVE PL/I PROGRAMNYELVEK FELHASZNÁLÁSÁT EMLITIK.

A PROGRAM EC-1045 TIPUSU (IBM 370/158 -AL KOMPATIBILIS) SZÁMITOGÉPEN , OS/VS1 OPERÁCIOS RENDSZER ALATT MÜKÖDIK , PLIOPT NYELVEN IRODOTT , FUTÁSIDEJE A MEGOLDANDO FELADAT MÉRETÉTÖL FÜGG, KONKRÉTAN 4 MÁSODPERCTÖL 22 ORÁS FUTÁSIDÖKKEL TALÁLKOZTAM

(CPU IDÖBEN MÉRVE) , ILYEN HOSSZU IDŐ ALATT KB 12000 ELEMÉT TALÁLTA MEG A VIZSGÁLT SZABAD ALGEBRÁNAK.

A PROGRAM KONKRÉT ISMERTETÉSE A MELLÉKELT PROGRAMLISTA ELEJÉN TALÁLHATÓ MEG. ILLUSZTRÁCIÓKÉNT A MELLÉKLETBEN MEGTALÁLHATÓK A PROGRAM FUTTATÁSI LISTÁI !

- $V(\langle \underline{2}; \text{medián} \rangle)$ VARIETÁSBAN 4 ÉS 5 SZABAD GENERÁTOR ÁLTAL SZABADON GENERÁLT ALGEBRÁK KÉPZÉSÉRE ,
- $V(\langle \underline{3}; mo \rangle)$ VARIETÁSBAN 4 ÉS 5 SZABAD GENERÁTOR ÁLTAL SZABADON GENERÁLT ALGEBRÁK KÉPZÉSÉRE ,
- $V(\langle \underline{4}; med4 \rangle)$ VARIETÁSBAN 4 SZABAD GENERÁTOR ÁLTAL SZABADON GENERÁLT ALGEBRÁK KÉPZÉSÉRE ,
- $V(\langle \underline{3}; b_{16} \rangle)$ VARIETÁSBAN 3 ÉS 4 SZABAD GENERÁTOR ÁLTAL SZABADON GENERÁLT ALGEBRÁK KÉPZÉSÉRE ,
- $V(\langle \underline{3}; b_{17} \rangle)$ VARIETÁSBAN 4 SZABAD GENERÁTOR ÁLTAL SZABADON GENERÁLT ALGEBRÁK KÉPZÉSÉRE ,
- $V(\langle \underline{4}; p_{14} \rangle)$ VARIETÁSBAN 4 SZABAD GENERÁTOR ÁLTAL SZABADON GENERÁLT ALGEBRÁK KÉPZÉSÉRE.

A FÜGGVÉNYEK A FUTÁSI LISTÁKON PONTOSAN SZEREPELNEK , ITT (7)-BEN ALKALMAZOTT JELÖLÉSEKET HASZNÁLTAM.

A FUTTATÁSI PÉLDÁK A KÜLÖNBÖZŐ OUTPUT LEHETŐSÉGEK BEMUTATÁSÁT IS SZOLGÁLJÁK. A KÜLÖNBÖZŐ LISTÁK IGEN HASZNOSAK VOLTAK AZ ESETEK RÉSZLETES TANULMÁNYOZÁSÁBAN , PÉLDÁUL ANNAK VIZSGÁLATÁBAN , HOGY MI MODON KELETKEZNEK UJ ELEMEK , ILLETVE HA A KELETKEZETT ELEM NEM UJ , AKKOR AZ MELYIK KORÁBBIVAL VOLT AZONOS , STB.

1986.03.12 PROGRAM

# 9. IRODALOM

(1) BERMAN,J., ALGEBRAIC PROPERTIES OF K-VALUED LOGICS , TENTH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON MULTIPLE-VALUED LOGIC , EVANSTON , ILLINOIS , 1980 , 195-204 OLD.

(2) BERMAN,J., FREE SPECTRA OF 3-ELEMENT ALGEBRAS , UNIVERSAL ALGEBRA AND LATTICE THEORY , PUEBLA , 1982 , 10-53 OLD.

(3) BERMAN,J., KÖHLER,P., CARDINALITIES OF FINITE DISTRIBUTIV LATTICES , MITTEILUNGEN AUS DEM MATHEM. SEMINAR GIESSEN , GIESSEN , 1976 , 103-124 OLD.

(4) BERNAM,J., MUKAIDONO,M., ENUMERATING FUZZY SWITCHING FUNCTIONS AND FREE KLEENE ALGEBRAS , COMP. & MATHS. WITH APPLS. VOL.10, NO.1, 1984 , 25-35 OLD.

(5) BURRIS,S., SANKAPPANAVAR,H.,P., A COURSE IN UNIVERSAL ALGEBRA , GRADUATE TEXTS IN MATHEMATICS 78 , SPRINGER-VERLAG , NEW YORK , 1981.

(6) CSÁKÁNY,B., ALGEBRA , JATE JEGYZET , BUDAPEST , 1974.

(7) CSÁKÁNY,B., ALL MINIMAL CLONES ON THE THREE-ELEMENT SET , ACTA CYBERNETICA , TOM.6 , FASC.3 , SZEGED , 1983 , 227-238 OLD.

(8) CSÁKÁNY,B., HOMOGENOUS ALGEBRAS ARE FUNCTIONALLY COMPLETE , ALGEBRA UNIVERSALIS , 11 , BASEL , 1980 , 149-158 OLD.

(9) CSÁKÁNY,B., THREE-ELEMENT GRUPOIDS WITH MINIMAL CLONES , ACTA SCI. MATH. 45 , SZEGED , 1983 , 111-117 OLD.

(10) JATE BOLYAI INTÉZET , UNIVERZÁLIS ALGEBRA (JEGYZET) , SZEGED , 1976.

# 10. MELLÉKLETEK

- "A" : A SZABAD ALGEBRA ELEMEIT ELÖÁLLITO PROGRAM FORDITÁSI , SZEREKESZTÉSI LISTÁJA.
- "B" : $V(\langle 2; \text{medián} \rangle)$ VARIETÁSBAN 4 ÉS 5 SZABAD GENERÁTOR ÁLTAL SZABADON GENERÁLT ALGEBRÁK KÉPZÉSE.
- "C" : $V(\langle 3; m_0 \rangle)$ VARIETÁSBAN 4 ÉS 5 SZABAD GENERÁTOR ÁLTAL SZABADON GENERÁLT ALGEBRÁK KÉPZÉSE.
- "D" : $V(\langle 4; \text{med}4 \rangle)$ VARIETÁSBAN 4 SZABAD GENERÁTOR ÁLTAL SZABADON GENERÁLT ALGEBRÁK KÉPZÉSE.
- "E" : $V(\langle 3; b_{16} \rangle)$ VARIETÁSBAN 3 ÉS 4 SZABAD GENERÁTOR ÁLTAL SZABADON GENERÁLT ALGEBRÁK KÉPZÉSE.
- "F" : $V(\langle 3; b_{17} \rangle)$ VARIETÁSBAN 4 SZABAD GENERÁTOR ÁLTAL SZABADON GENERÁLT ALGEBRÁK KÉPZÉSE.
- "G" : $V(\langle 4; p_{14} \rangle)$ VARIETÁSBAN 4 SZABAD GENERÁTOR ÁLTAL SZABADON GENERÁLT ALGEBRÁK KÉPZÉSE.

# TARTALOM

1. BEVEZETÉS 1

2. ALAPFOGALMAK ÉS JELÖLÉSEK 3

3. ZÁRT ALGEBRAOSZTÁLYOK TÍPUSAI ,

VARIETÁSOK , SZABAD ALGEBRÁK 7

4. SZABAD ALGEBRÁK ELŐÁLLÍTÁSA 10

5. " $\mathcal{B}$ MEGHATÁROZOTT" FÜGGVÉNYEK ,

VARIETÁSOK " $\mathcal{B}$ MEGHATÁROZOTT" FÜGGVÉNYEKKEL ,

AZ ILYEN VARIETÁSOK SZABAD SPEKTRUMA 14

6. A (HÁROM VÁLTOZOS)

MINTAFÜGGVÉNYEK VISELKEDÉSÉRŐL 28

7. AZONOSSÁG SOROZAT $l_3$ -MAL 33

8. A SZABAD ALGEBRA ELEMEIT ELÖÁLLITO

SZÁMITOGÉPI PROGRAM 39

9. IRODALOM 42

10. MELLÉKLETEK 44

# M E L L É K L E T E K

```
//U010AAA1 JOB S089,BUZA                                                00000010
LOG IEF403I U010AAA1 STARTED TIME=18.53.12 USER=GUTS
LOG IEF404I U010AAA1 ENDED   TIME=18.54.22
// EXEC PLIXCL                                                          00000020
//PLI.SYSIN DD *                                                        00000030
IEF142I - STEP WAS EXECUTED - COND CODE 0000
IEF373I STEP /PLI      / START 86007.1853
IEF374I STEP /PLI      / STOP  86007.1853 CPU   0MIN 17.67SEC STOR VIRT 512K
//LKED.SYSLMOD DD DSN=DV.LINKLIB(U010SMAL),DISP=OLD                     00004390
IEF142I - STEP WAS EXECUTED - COND CODE 0000
IEF373I STEP /LKED     / START 86007.1853
IEF374I STEP /LKED     / STOP  86007.1854 CPU   0MIN 04.56SEC STOR VIRT 354K
IEF285I  U010AAA1 SYSOUT=A.
IEF375I  JOB /U010AAA1/ START 86007.1853
IEF376I  JOB /U010AAA1/ STOP  86007.1854 CPU   0MIN 22.23SEC
```

```
OPTIONS SPECIFIED

OBJECT,NODECK;

* PROCESS MARGINS(2,72,1),NOESD,LINECOUNT(65),X(S),GOSTMT;              00000040

OPTIONS USED

AGGREGATE      NOCOUNT        ATTRIBUTES(SHORT)
GOSTMT         NODECK         CHARSET(60,EBCDIC)
INSOURCE       NOESD          NOCOMPILE(S)
LMESSAGE       NOFLOW         FLAG(I)
NEST           NOGONUMBER     LINECOUNT(65)
OBJECT         NOIMPRECISE    MARGINS(2,72,1)
OPTIONS        NOINCLUDE      SEQUENCE(73,80)
SOURCE         NOINTERRUPT    SIZE(433872)
STMT           NOLIST         NOSYNTAX(S)
               NOMACRO        XREF(SHORT)
               NOMAP
               NOMARGINI
               NOMDECK
               NONUMBER
               NOOFFSET
               NOOPTIMIZE
               NOSTORAGE
               NOTERMINAL
```

SOURCE LISTING

```
STMT LEV NT

  1     0   SMALLG : PROC(PARAM) OPTIONS(MAIN);                          00000050

            /*****************************************************************  00000060
            *                                                               *  00000070
            *            S M A L L G        P R O G R A M                  *  00000080
            *                                                               *  00000090
            *                                                               *  00000100
            *    A PROGRAM SZABAD ALGEBRAK ELEMEI KERESESERE ALKALMAS,      *  00000110
            *    A KELETKEZETT ELEMEK ES A KELETKEZES KORULMENYEI           *  00000120
            *    IGENY SZERINTI KIIRASAVAL.                                 *  00000130
            *                                                               *  00000140
            *    A PROGRAM MEGSZORITASAI , ES JAVASOLT MODOSITASI           *  00000150
            *    LEHETOSEGEK :                                              *  00000160
            *                                                               *  00000170
            *      - AZ ALGEBRA MUVELETE MAX 9 VALTOZOS LEHET.              *  00000180
            *        HA EZT BOVITENI KIVANJUK AZ 'I.' - VEL                 *  00000190
            *        JELOLT SOROKAT MODOSITSUK                              *  00000200
            *                                                               *  00000210
            *      - AZ ALGEBRAHOZ EGY MUVELETE (FUGGVENYE) VAN.            *  00000220
            *        HA EZT BOVITENI KIVANJUK AZONOS VALTOZOSZAMU           *  00000230
            *        MUVELETEKKEL AKKOR A 'II.' - VEL JELZETT               *  00000240
            *        SOROKAT MODOSITSUK , ILLETVE EZEK MINTAJARA            *  00000250
            *        EZEKET KOVETOEN BOVITSUK A PROGRAMOT.                  *  00000260
            *                                                               *  00000270
            *        HA A MUVELETEK VALTOZOSZAMA ELTERO AKKOR               *  00000280
            *        TOVABBI MODOSITAS SZUKSEGES A MUVELETTABLA             *  00000290
            *        BEOLVASASA-KIIRASA ES A MUVELETVEGZES                  *  00000300
            *        PROGRAMRESZEKNEL.                                      *  00000310
            *                                                               *  00000320
            *      - E**(E**N) MAX 2**31-1 LEHET (JELENTESUK LASD           *  00000330
            *        A DEKLARACIOS RESZNEL)                                 *  00000340
            *        HA EZT TUL KELL LEPNI AKKOR A PROGRAM                  *  00000350
            *        TOMBKEZELESI RESZEIBEN JELENTOSEBB MODOSITAS           *  00000360
            *        SZUKSEGES , MIVEL EZ MEGHALADJA A PLIOPT EZE-          *  00000370
            *        VALTOZATU FORDITOJA ALAPLEHETOSEGEIT. MANUALIS         *  00000380
            *        MEGOLDASOKKAL AZONBAN E KORLATOKON TUL IS              *  00000390
            *        MUKODTETHETO A PROGRAM. (A NAGY SZAMOK KEZELESET       *  00000400
            *        ES A TOMBOK INDEXELESET PROGRAMOZOTTAN KELL            *  00000410
            *        MEGOLDANI.)                                            *  00000420
            *                                                               *  00000430
            *      - F , M , N (JELENTESUK LASD A DEKLARACIOS RESZNEL)      *  00000440
            *        MAXIMUM 99 LEHET. HA EZT NOVELNI KIVANJUK              *  00000450
            *        AZ I/O FORMATUMOKAT KELL MEGVALTOZTATNUNK.             *  00000460
            *                                                               *  00000470
            *      MEGJEGYZES : A PROGRAM MUKODESE SPECIALIS ESETEKBEN      *  00000480
            *      JELENTOSEN FELGYORSITHATO, EGYESZT HA A MUVELETVEGZEST   *  00000490
            *      PROGRAMOZZUK , MASRESZT HA A VIZSGALT ESETBEN            *  00000500
            *      ELMELETI MEGFONTOLASOKBOL TUDJUK , HOGY BIZONYOS         *  00000510
            *      VALTOZO VARIACIOK A MUVELETVEGZESBOL KIHAGYHATOK         *  00000520
            *      S ENNEK MEGFELELOEN MODOSITJUK 'ISMVAR' ELJARAST.        *  00000530
            *                                                               *  00000540
            *                                                               *  00000550
            *    INPUT :                                                    *  00000560
```

```
*            JELENTESUK :                                          *   00000590
*                PRINT    : 'EREDM' ES 'VALT' TABLAZATOK           *   00000600
*                           NYOMTATODNAK KI.                       *   00000610
*                ALL      : AZ UJONAN KELETKEZETT ELEM ES          *   00000620
*                           SZERKEZETE NYOMTATODIK KI.             *   00000630
*                PRINTALL : AZ UJONAN KELETKEZETT ELEM ES          *   00000640
*                           SZERKEZETE , VALAMINT 'EREDM' ES       *   00000650
*                           'VALT' TABLAZATOK NYOMTATODNAK KI.     *   00000660
*            MEGADASARA VONTKOZO ELLENORZES ES ALAPERTELMEZES      *   00000670
*            NINCS , 'PRINT' , 'ALL' , ES 'PRINTALL' -TOL          *   00000680
*            ELTERO ESETEKBEN CSAK                                 *   00000690
*                - A VIZSGALT ALGEBRA ELEMSZAMA                    *   00000700
*                - A MUVELET VALTOZOSZAMA                          *   00000710
*                - A GENERALO ELEMEK SZAMA                         *   00000720
*                - A MUVELET MEGNEVEZESE ES MUVELETTABLAZATA       *   00000730
*                - A GENERALT ALGEBRA ELEMSZAMA                    *   00000740
*            KERUL KINYOMTATASRA.                                  *   00000750
*                                                                  *   00000760
*        - SYSIN -ROL :                                            *   00000770
*                - A VIZSGALT ALGEBRA ELEMSZAMA (F(2))             *   00000780
*                - A MUVELET VALTOZOSZAMA       (SKIP,F(2))        *   00000790
*                - A GENERALO ELEMEK SZAMA      (SKIP,F(2))        *   00000800
*                - A MUVELET MEGNEVEZESE        (SKIP,A(80))       *   00000810
*                - A MUVELET MUVELETTABLAZATA                      *   00000820
*                           EREDMENY OSZLOPA    (SKIP,F(2))        *   00000830
*            A 'KARTYA' INPUTOT TETSZOLEGES TARTALMU               *   00000840
*            (PELDAUL 'VEGE' SZOVEGU) KARTYA ZARJA.                *   00000850
*            (AZ INPUT EGYSZERUBB PROGRAMOZHATOSAGA MIATT.)        *   00000860
*                                                                  *   00000870
*                                                                  *   00000880
*   OUTPUT :                                                       *   00000890
*            SYSPRINT -EN MEGJELENO NYOMTATHATO FORMATUMBAN,       *   00000900
*            TARTALMAT LASD 'INPUT EXEC PARM'  LEIRASANAL          *   00000910
*                                                                  *   00000920
*                                                                  *   00000930
*   MUNKA :                                                        *   00000940
*            SYSUT1 -EN MUNKA MAGNESLEMEZ VAGY MAGNESSZALAG        *   00000950
*            ALLOMANYT KELL KIJELOLNI , 'EREDM' ES 'VALT'          *   00000960
*            TOMBOK MERETENEK MEGNOVELESE VEGREHAJTHATO-           *   00000970
*            SAGAERT.                                              *   00000980
*   MEGJEGYZES : EZEN NOVELESI ELJARASRA AZERT VAN SZUKSEG         *   00000990
*   MERT ARANYLAG KIS FELADAT MEGOLDASAHOZ IS 'EREDM' ES           *   00001000
*   'VALT' TOMBOKET NEM LEHET TELJES (ELMELETI) MERETUKBEN         *   00001010
*   FELVENNI. IGY EGY KIS MERETTEL INDUL A PROGRAM , MAJD          *   00001020
*   SZUKSEG ESETEN BOVITI A TOMBOK MERETET. E MEGOLDASSAL          *   00001030
*   LENYEGESEN NAGYOBB FELADATOK IS VIZSGALHATOK (MEGOLDHATOK)*    00001040
*   MINT NELKULE. A PROGRAM FUTASI KORNYEZETEBEN (OS/VS1)          *   00001050
*   KEVESEBB MINT 16 MBYTE MERETU MEMORIAT HASZNALHAT EGY          *   00001060
*   PROGRAM.                                                       *   00001070
*                                                                  *   00001080
*                                                                  *   00001090
*   A PROGRAM FORDITASAHOZ SZUKSEGES : IBM OS PLIOPT FORDITO.      *   00001100
*                                                                  *   00001110
*   A PROGRAM MODOSITAS NELKUL IBM OS/VS1 , SVS , MVS              *   00001120
*   KORNYEZETBEN MUKODTETHETO.                                     *   00001130
*                                                                  *   00001140
*   KESZITETTE : BUZA ANTAL                                        *   00001150
*                                                                  *   00001160
*   UTOLSO UPDATE : 1985 AUGUSZTUS 24                              *   00001170
```

STMT LEV NT

```
*                                                          *
*                                                          *
*  ********************************************************
*  *                                                      *
*  *  FUTTATO JCL :                                       *
*  *                                                      *
*  *   //... EXEC PGM=U010SMAL,PARM='/...'                *
*  *   //STEPLIB DD A PROGRAM LINKLIB SZERU KONYVTARA     *
*  *   //SYSPRINT DD ... PLD. SYSOUT=A                    *
*  *   //PLIDUMP ... PLD. SYSOUT=D                        *
*  *   //SYSUT1 DD UNIT=SYSDA,SPACE=(CYL,(5,5)),          *
*  *   // DCB=(DSORG=PS,RECFM=F,BLKSIZE=7280,LRECL=7280)  *
*  *   //SYSIN DD ...                                     *
*  *            .                                         *
*  *            .                                         *
*  *            .                                         *
*  *                                                      *
*  *   MEGJEGYZES :                                       *
*  *     - ELEGENDOEN NAGY PARTICIOBAN KELL               *
*  *       FUTTATNI (VS1-BEN MEGFELELO JOB OSZTALYBAN ,   *
*  *       VS2-BEN MEGFELELO REGION PARAMETERREL).        *
*  *     - ELEGENDO FUTASIDOT KELL BIZTOSITANI            *
*  *       (JOB VAGY EXEC TIME PARAMETER ALKALMAZASAVAL).*
*  *     - SZUKSEG LEHET A PLIOPT FUTAST TSASIZE          *
*  *       PARAMETER MEGADASARA IS.                       *
*  *   A MEMORIA ES A CPU HASZNALATI IGENY AZ EPPEN       *
*  *   MEGOLDANDO FELADATTOL FUGG.                        *
*  *                                                      *
*  ********************************************************
*                                                          *
**********************************************************/
```

00001180
00001190
00001200
00001210
00001220
00001230
00001240
00001250
00001260
00001270
00001280
00001290
00001300
00001310
00001320
00001330
00001340
00001350
00001360
00001370
00001380
00001390
00001400
00001410
00001420
00001430
00001440
00001450
00001460
00001470
00001480

A.5

```
STMT LEV NT

  2   1   0   DCL (E,                /* ALAP ALGEBRA ELEMSZAMA */                    00001490
                 M,                  /* MUVELET VALTOZOSZAMA */                      00001500
                 N,                  /* A GENERALO ELEMEK SZAMA */                   00001510
                 HATAR,              /* MUVELETVEGZES ALSO HATARA */                 00001520
                 HATAR+1,            /* HATAR - 1 */                                 00001530
                 JELZO,              /* MUVELETVEGZES FELSO HATARA */                00001540
                 JELZO+1,            /* JELZO - 1 */                                 00001550
                 JELZO2,             /* AKTUALIS TELITETTSEG */                      00001560
                 JELZO2+1,           /* JELZO2 - 1 */                                00001570
                 INDEX,              /* MUVELETTABLAZAT SORSZAM (0-TOL) */           00001580
                 I,J,K,L,IW,IS1W,IS2W   /* CIKLUS , MUNKA STR. VALTOZOK */           00001590
                  ) STATIC FIXED BINARY(15,0),                                       00001600

                EEN STATIC FIXED BINARY(31,0) INIT(100), /* E**(E**M) HELYETTI       00001610
                                EREDM  ES  VALT TABLAZAT OSZLOPSZAM */               00001620

                EEN+LIM STATIC FIXED BINARY(31,0) INIT(2147483647), /* E**(E**N)   00001630
                                LIMIT  2**31 - 1 */                                  00001640

                (ONCODE,FLOOR,SUBSTR) BUILTIN,                                       00001650

                ISMVAR ENTRY,  /* ISMETLESES VARIACIO KEPZO SZUBRUTIN */             00001660

                PARAM CHAR(100) VAR, /* EXEC PARM FOGADO MEZO */                     00001670

                SYSUT1 FILE STREAM, /* EREDM ES VALT TABLAZATOK NOVELESEHEZ          00001680
                                       MUNKA FILE */                                 00001690
                SYSIN FILE STREAM INPUT,                                             00001700
                SYSPRINT FILE STREAM OUTPUT,                                         00001710

                (MUVTAB(E**M,M+1),  /* AZ ALGEBRA E MUVELETE TABLAZATA */            00001720
                 EREDM(E**N,EEN),   /* A SZABAD ALGEBRA KELETKEZO ELEMEI            00001730
                                       (OSZLOPONKENT) */                             00001740
                 EREDM(E**N),       /* AKTUALISAN ELVEGZETT MUVELET EREDMENYE */     00001750
                 VALT(M,EEN),       /* A SZABAD ALGEBRA UJ ELEME MELY KORABBI       00001760
                                       ELEMEKEN VALO MUVELETVEGZESSEL               00001770
                                       KELETKEZETT */                               00001780
                 VARN(N),VARM(M)    /* N ILLETVE M HOSSZU VEKTOROK , AZ             00001790
                                       ISMETLESES VARIACIOKAT TARTALMAZZAK */       00001800
                  ) BINARY FIXED(15,0) CONTROLLED,                                   00001810

                (S100,S101) CHAR(100), /* NYOMTATASI SZOVEG KONSTANSOK */            00001820

                (VAN,JEL,KELETKEZETT+UJ) BIT(1), /* UJ ELEM VIZSGALATAHOZ             00001830
                                       LOGIKAI VALTOZOK */                           00001840

                SZOVEG CHAR(80);       /* FUGGVENY - ALGEBRA  MEGNEVEZESE             00001850
                                          ADAT AZONOSITASHOZ ES NYOMTATASHOZ */      00001860


  3   1   0   S100 = (40)'*'↑↑' EREDMENY  TABLAZAT '↑↑(40)'*';                      00001870
  4   1   0   S101 = (34)'*'↑↑' AZ ELSO EREDMENYT ADO VARIACIO '↑↑(34)'*';           00001880


  5   1   0   ON ERROR BEGIN;      /* A PROGRAM FUTASA KOZBEN FELLEPO HIBA           00001890
                                       ESETEK KEZELESE */                            00001900
  6   2   0      PUT EDIT ('INSTALLACIOS MERET TULLEPES') (SKIP(3),COL(10),A);       00001910
  7   2   0      PUT EDIT ('ONCODE:  ',ONCODE) (SKIP(3),COL(10),A,A);                00001920
  8   2   0      GO TO VEGEA;                                                        00001930
```

```
STMT LEV NT

  9   2  0   END;                                                          00001940

             /* E , M , N   BEOLVASASA - KIIRASA */                        00001950

 10   1  0     GET EDIT (E,M,N) (F(2),SKIP);                               00001960
 11   1  0     GET SKIP;                                                   00001970
 12   1  0     PUT EDIT ('AZ ALAPALGEBRA ELEMSZAMA :',E,                   00001980
                        'A MUVELET VALTOZOSZAMA :',M,                     00001990
                        'A GENERALO ELEMEK SZAMA :',N)                    00002000
                       (SKIP(2),A,COL(30),F(3));                          00002010

             /* A MUVELETTABLAZAT BEOLVASASA - KIIRASA */                  00002020

 13   1  0       ALLOCATE MUVTAB,EREDM,ERDM,VALT,VARN,VARM;        /* II. */ 00002030
 14   1  0     VALT = -1;                                                  00002040

 15   1  0     GET EDIT (SZOVEG) (A(80));                        /* II. */ 00002050
 16   1  0     PUT EDIT (SZOVEG) (SKIP(3),SKIP(3),COL(10),A);    /* II. */ 00002060

 17   1  0     PUT EDIT ('MUVELETTABLAZAT :',' ') (SKIP(3),SKIP(3),COL(10),A,  00002070
                                                 SKIP(2),A);       /* II. */ 00002080
 18   1  0     DO I = 1 TO M;                                    /* II. */ 00002090
 19   1  1        PUT EDIT ('    X',I) (A,F(1));          /* I. */  /* II. */ 00002100
 20   1  1     END;            PUT EDIT ('F') (X(9),A);             /* II. */ 00002110
 22   1  0     VARM = 0;                                         /* II. */ 00002120
 23   1  0     GET EDIT (MUVTAB(1,M+1)) (F(2));                  /* II. */ 00002130
 24   1  0     GET SKIP;                                         /* II. */ 00002140
 25   1  0     IW = 1;                                           /* II. */ 00002150
 26   1  0     CALL SUB1(IW);                                    /* II. */ 00002160
 27   1  0     CALL SUB2(IW);                                    /* II. */ 00002170
 28   1  0     JELZO = E;                                        /* II. */ 00002180
 29   1  0     HATAR = 0;                                        /* II. */ 00002190
 30   1  0     DO I = 2 TO E**M;                                 /* II. */ 00002200
 31   1  1        JELZO+1 = JELZO - 1;                           /* II. */ 00002210
 32   1  1        CALL ISMVBR(VARM,M,JELZO+1,HATAR);             /* II. */ 00002220
 33   1  1        GET EDIT (MUVTAB(I,M+1)) (F(2));               /* II. */ 00002230
 34   1  1        GET SKIP;                                      /* II. */ 00002240
 35   1  1        CALL SUB1(I);                                  /* II. */ 00002250
 36   1  1        CALL SUB2(I);                                  /* II. */ 00002260
 37   1  1     END;                                              /* II. */ 00002270

 38   1  0     PUT SKIP(3);                                                00002280
```

A.7

```
STMT LEV NT

                /*.ER.EDMENY TABLAZAT ELSO N OSZLOPA KITOLTESE */                00002290

 39   1  0      JELZO = F;                                                      00002300
 40   1  0      HATAR = 0;                                                      00002310
 41   1  0      EREDM = 0;                                                      00002320
 42   1  0      VARN = 0;                                                       00002330
 43   1  0      DO I = 2 TO F**N;                                               00002340
 44   1  1         JELZO+1 = JELZO - 1;                                         00002350
 45   1  1         CALL TSMVAR(VARN,N,JELZO+1,HATAR);                           00002360
 46   1  1         DO J = 1 TO N;                                               00002370
 47   1  2            EREDM(I,J) = VARN(J);                                     00002380
 48   1  2         END;                                                         00002390
 49   1  1      END;                                                            00002400
 50   1  0      JELZO = N;                                                      00002410
```

```
STMT LEV NT

                /* EREDMENY TABLAZATBANI MUVELETVEGZES ELOKESZITESE */                  00002420

 51   1  0       HATAR = 0;                                                             00002430
 52   1  0       JELZO , JELZO2 = N;                                                    00002440
 53   1  0       VARM = 0;                                                              00002450
 54   1  0       KELETKEZETT←UJ = '1'B;  /* HOGY BEINDULJON AZ ALGORITMUS */            00002460

                /* AMIG UJ OSZLOP KELETKEZIK MUKODIK A MUVELETVEGZES ES BEJEGYZES */   00002470

 55   1  0       DO WHILE (KELETKEZETT←UJ);                                             00002480

 56   1  1          KELETKEZETT←UJ = '0'B;                                              00002490

                /* MUVELETVEGZES HATAR.-.JELZO ELEMEK FELHASZNALASAVAL */               00002500

 57   1  1       ISM : /* VARM +1 INDEXU ELEMEKKEL MUVELET ELVEGZESE */                 00002510

                     DO I = 1 TO E**N;    /* SORONKENT */                  /* II. */    00002520
 58   1  2           INDEX = 0;                                            /* II. */    00002530
 59   1  2           DO J = 1 TO M;                                        /* II. */    00002540
 60   1  3              INDEX = INDEX + EREDM(I,VARM(J)+1) * (E**(M-J));/*II.*/        00002550
 61   1  3           END;                                                  /* II. */    00002560
 62   1  2           ERDM(I) = MUVTAB(INDEX+1,M+1);                        /* II. */    00002570
 63   1  2        END;                                                     /* II. */    00002580

                     /* UJ ELEM KELETKEZETT := E ? */                                   00002590

 64   1  1        VAN = '0'B;                                                           00002600
 65   1  1        DO I = 1 TO JELZO2 WHILE (\VAN);                                      00002610
 66   1  2           JEL = '1'B;                                                        00002620
 67   1  2           DO J = 1 TO E**N WHILE (JEL);                                      00002630
 68   1  3              IF ERDM(J) \= EREDM(J,I) THEN JEL =  '0'B;                      00002640
 69   1  3           END;                                                               00002650
 70   1  2           IF JEL THEN                                                        00002660
                        VAN = '1'B;     /* ESETLEGES RESZLETEZES KIIRASA */             00002670
 71   1  2        END;                                                                  00002680

                     /* HA UJ ELEM,BE KELL VENNI A TABLAZATBA */                        00002690

 72   1  1        IF \ VAN THEN DO;                                                     00002700

 73   1  2           IF JELZO2 = EEN THEN IF \ NOVEL THEN DO;                           00002710
 74   1  3              PUT EDIT ('EEN←LIM-ET ELERTE') (SKIP(3),COL(20),A);             00002720
 75   1  3              GO TO VEGE;                                                     00002730
 76   1  3           END;                                                               00002740

 77   1  2           JELZO2 = JELZO2 + 1;     /* AKTUALIS TELITETTSEG */                 00002750
 78   1  2           KELETKEZETT←UJ = '1'B;  /* ALGORITMUS NEMERT VEGET */               00002760
 79   1  2           EREDM(*,JELZO2) = ERDM; /* EREDMENY - BE */                         00002770
 80   1  2           VALT (*,JELZO2) = VARM ;/* VALT - BA */                             00002780

 81   1  2           IF PARAM = 'PRINTALL'↑ PARAM = 'ALL' THEN DO;                      00002790
                        /* RESZEREDMENY KIIRAS */                                      00002800
```

```
STMT LEV NT

 82   1  3                JELZO2+1 = JELZO2 - 1;                          00002810
 83   1  3                PUT EDIT (JELZO2+1,' -IK ELEM A :')             00002820
                                 (SKIP(2),COL(10),F(10),A);               00002830
 84   1  3                PUT EDIT (VARM) (F(5));                         00002840
 85   1  3                PUT EDIT ('  -BOL KELETKEZETT  :  ') (A);       00002850
 86   1  3                CALL FUGGV(JELZO2);                             00002860
 87   1  3             END;                                               00002870

 88   1  2          END;                                                  00002880

                    /* HA VARM = JELZO - 1 AKKOR EZ A CSOPORT KESZ */     00002890

 89   1  1          JEL = '1'B;                                           00002900
 90   1  1          DO I = 1 TO M;                                        00002910
 91   1  2             IF VARM(I) = JELZO - 1 THEN JEL = JEL & '1'B;      00002920
 92   1  2                                   ELSE JEL = JEL & '0'B;      00002930
 93   1  2          END;                                                  00002940
 94   1  1          IF JEL THEN GO TO TOV;                                00002950

                    /* KOVETKEZO VALTOZOVARIACIO KEPZESE */              00002960

 95   1  1          JELZO+1 = JELZO - 1;                                  00002970
 96   1  1          HATAR+1 = HATAR - 1;                                  00002980

 97   1  1          CALL ISMVAR(VARM,M,JELZO+1,HATAR+1);                  00002990

 98   1  1          GO TO ISM;                                            00003000

 99   1  1       TOV : /* EZ A CSOPORT KESZ */                            00003010
                    HATAR = JELZO;                                        00003020
100   1  1          JELZO = JELZO2;                                       00003030
101   1  1          VARM = 0;                                             00003040

102   1  1     END; /* DO WHILE... */                                     00003050
```



A.10

```
                /* SZUBRUTINOK */                                          00003060

103   1  0  FUGGV : PROC(IP) RECURSIVE;                                   00003070

                  /* A KELETKEZETT ELEM "SZOKASOS" FUGGVENY FORMAJU KIIRASA */  00003080

104   2  0          DCL (IP,IFU,IFV) FIXED BINARY(15,0),                  00003090
                       JELEK(6) CHAR(1) INIT('X','Y','Z','V','W','#'); /* I. */  00003100
105   2  0          PUT EDIT ('F(') (A);                                  00003110
106   2  0          DO IFU = 1 TO M;                                      00003120
107   2  1             IFV = VALT(IFU,IP) + 1;                            00003130
108   2  1             IF IFV - 1 < N THEN PUT EDIT (JELEK(IFV)) (A);     00003140
109   2  1                            ELSE CALL FUGGV(IFV);               00003150
110   2  1             IF IFU < M THEN PUT EDIT (',') (A);                00003160
111   2  1          END;                                                  00003170
112   2  0          PUT EDIT (')') (A);                                   00003180
113   2  0  END FUGGV;                                                    00003190

114   1  0  SUB1 : PROC(IS1);                                             00003200

                 /* VARM ATHELYEZESE MUVTAB IS1. SORANAK ELSO M ELEMERE */  00003210

115   2  0        DCL IS1 FIXED BINARY(15,0);                             00003220

116   2  0        DO IS1W = 1 TO M;                                       00003230
117   2  1           MUVTAB(IS1,IS1W) = VARM(IS1W);                       00003240
118   2  1        END;                                                    00003250
119   2  0  END SUB1;                                                     00003260

120   1  0  SUB2 : PROC(IS2);                                             00003270

                 /* MUVTAB IS2. SORA KINYOMTATASA */                      00003280

121   2  0        DCL IS2 FIXED BINARY(15,0);                             00003290

122   2  0        PUT SKIP(2);                                            00003300
123   2  0        DO IS2W = 1 TO M;                                       00003310
124   2  1           PUT EDIT (MUVTAB(IS2,IS2W)) (F(6));                  00003320
125   2  1        END;                                                    00003330
126   2  0        PUT EDIT (MUVTAB(IS2,M+1)) (F(11));                     00003340
127   2  0  END SUB2;                                                     00003350

128   1  0  PUTER : PROC;                                                 00003360

                 /* EREDM,VALT  KINYOMTATASA JELZO OSZLOPIG , 20 OSZLOPONKENT */  00003370

129   2  0         K = FLOOR(JELZO/20) +1;                                00003380
130   2  0         PUT PAGE;                                              00003390
131   2  0         DO I = 1 TO K;                                         00003400
132   2  1            PUT EDIT (S100) (SKIP(3),A);                        00003410
133   2  1            PUT SKIP(2);                                        00003420
134   2  1            DO J = (I-1)*20 TO (I*20)-1;                        00003430
135   2  2               PUT EDIT (J) (F(5));                             00003440
136   2  2            END;                                                00003450
137   2  1            PUT SKIP(2);                                        00003460
```

```
STMT LEV NT

 138   2  1            DO L = 1 TO E**N;                                    00003470
 139   2  2               PUT SKIP(2);                                      00003480
 140   2  2               DO J = (I-1)*20 + 1 TO I*20 WHILE (J <= JELZO);   00003490
 141   2  3                  PUT EDIT (EREDM(L,J)) (F(5));                 00003500
 142   2  3               END;                                              00003510
 143   2  2            END;                                                 00003520
 144   2  1            PUT EDIT (S101) (SKIP(3),A);                         00003530
 145   2  1            DO L = 1 TO M;                                       00003540
 146   2  2               PUT SKIP(2);                                      00003550
 147   2  2               DO J = (I-1)*20+1 TO I*20 WHILE (J <= JELZO);     00003560
 148   2  3                  IF VALT(L,J) >= 0 THEN                         00003570
                                        PUT EDIT (VALT(L,J)) (F(5));      00003580
 149   2  3                                ELSE                            00003590
                                        PUT EDIT ('      ') (A);          00003600
 150   2  3               END;                                              00003610
 151   2  2            END;                                                 00003620
 152   2  1         PUT SKIP(3);                                            00003630
 153   2  1         PUT SKIP(3);                                            00003640
 154   2  1         END;                                                    00003650
 155   2  0   END;                                                          00003660


 156   1  0   NOVEL : PROC RETURNS(BIT(1));                                 00003670

                    /* EREDM , VALT TOMBOK NOVELESE */                     00003680

 157   2  0          DCL WORK FIXED BINARY(31,0);                           00003690

 158   2  0          WORK = EEN;                                            00003700

                   /* EREDM,VALT KIIRASA */                                00003710
 159   2  0          OPEN FILE (SYSUT1) OUTPUT;                             00003720
 160   2  0          PUT FILE (SYSUT1) EDIT (EREDM,VALT) (F(10));           00003730
 161   2  0          CLOSE FILE (SYSUT1);                                   00003740

                   /* EREDM , VALT ELENGEDESE */                           00003750
 162   2  0          FREE EREDM,VALT;                                       00003760

                   /* EEN (MAX EEN←LIM-IG) NOVELESE */                     00003770
 163   2  0          EEN = EEN + 100;                                       00003780
 164   2  0          IF EEN > EEN←LIM THEN RETURN('0'B);                    00003790

                   /* EREDM,VALT MEGNOVELT UJRAALLOKALASA */               00003800
 165   2  0          ALLOCATE EREDM,VALT;                                   00003810

                   /* EREDM,VALT VISSZAOLVASASA */                         00003820
 166   2  0          OPEN FILE (SYSUT1) INPUT;                              00003830
 167   2  0          DO I = 1 TO E**N;                                      00003840
 168   2  1             DO J = 1 TO WORK;                                   00003850
 169   2  2                GET FILE (SYSUT1) EDIT(EREDM(I,J)) (F(10));      00003860
 170   2  2             END;                                                00003870
 171   2  1          END;                                                   00003880
 172   2  0          DO I = 1 TO M;                                         00003890
 173   2  1             DO J = 1 TO WORK;                                   00003900
 174   2  2                GET FILE (SYSUT1) EDIT(VALT(I,J)) (F(10));       00003910
 175   2  2             END;                                                00003920
 176   2  1          END;                                                   00003930
 177   2  0          CLOSE FILE (SYSUT1);                                   00003940
```

```
STMT LEV NT

 178   2  0          RETURN('1'B);                                          00003950

 179   2  0  END NOVFL;                                                     00003960


 180   1  0  VEGFA:                                                         00003970
              IF SUBSTR(PARAM,1,5) = 'PRINT' THEN CALL PUTER;              00003980
 181   1  0  PUT EDIT ('ELEMSZAM:    ',JELZO) (SKIP(3),A,F(15));           00003990
 182   1  0  VEGE : END;                                                   00004000
```

| DCL NO. | IDENTIFIER | ATTRIBUTES AND REFERENCES |
|---|---|---|
| 2 | E | STATIC ALIGNED BINARY FIXED (15,0)<br>10,12,13,13,13,28,30,39,43,57,60,67,138,165,167 |
| 2 | EEN | STATIC ALIGNED INITIAL BINARY FIXED (31,0)<br>13,13,73,158,163,163,164,165,165 |
| 2 | EEN+LIM | STATIC ALIGNED INITIAL BINARY FIXED (31,0)<br>164 |
| 2 | ERDM | (*) CONTROLLED ALIGNED BINARY FIXED (15,0)<br>13,13,62,68,79 |
| 2 | EREDM | (*,*) CONTROLLED ALIGNED BINARY FIXED (15,0)<br>13,13,41,47,60,68,79,141,160,162,165,165,169 |
| 2 | FLOOR | BUILTIN<br>129 |
| 103 | FUGGV | ENTRY RETURNS(DECIMAL /* SINGLE */ FLOAT (6))<br>86,109 |
| 2 | HATAR | STATIC ALIGNED BINARY FIXED (15,0)<br>29,32,40,45,51,96,99 |
| 2 | HATAR+1 | STATIC ALIGNED BINARY FIXED (15,0)<br>96,97 |
| 2 | I | STATIC ALIGNED BINARY FIXED (15,0)<br>18,18,19,30,30,30,33,35,36,43,43,43,47,57,57,57,60,62,65,65,68,90,90,91,131,<br>131,134,134,140,140,147,147,167,167,167,169,172,172,174 |
| 104 | IFU | AUTOMATIC ALIGNED BINARY FIXED (15,0)<br>106,106,107,110 |
| 104 | IFV | AUTOMATIC ALIGNED BINARY FIXED (15,0)<br>107,108,108,109 |
| 2 | INDEX | STATIC ALIGNED BINARY FIXED (15,0)<br>58,60,60,62 |
| 104 | IP | /* PARAMETER */ ALIGNED BINARY FIXED (15,0)<br>107 |
| 57 | ISM | /* STATEMENT LABEL CONSTANT */<br>98 |
| 2 | ISMVAR | EXTERNAL ENTRY RETURNS(BINARY FIXED (15,0))<br>32,45,97 |
| 115 | IS1 | /* PARAMETER */ ALIGNED BINARY FIXED (15,0)<br>117 |
| 2 | IS1W | STATIC ALIGNED BINARY FIXED (15,0) |

```
DCL NO.   IDENTIFIER          ATTRIBUTES AND REFERENCES

                              116,116,117,117

121       IS2                 /* PARAMETER */ ALIGNED BINARY FIXED (15,0)
                              124,126

2         IS2W                STATIC ALIGNED BINARY FIXED (15,0)
                              123,123,124

2         IW                  STATIC ALIGNED BINARY FIXED (15,0)
                              25,26,27

2         J                   STATIC ALIGNED BINARY FIXED (15,0)
                              46,46,47,47,59,59,60,60,67,67,67,68,68,134,134,135,140,140,140,141,147,147,
                              147,148,148,168,168,169,173,173,174

2         JEL                 AUTOMATIC UNALIGNED BIT (1)
                              66,67,68,70,89,91,91,92,92,94

104       JELEK               (6) AUTOMATIC UNALIGNED INITIAL CHARACTER (1)
                              103,103,103,103,103,103,108

2         JEL70               STATIC ALIGNED BINARY FIXED (15,0)
                              28,31,39,44,50,52,91,95,99,100,181
                              129,140,147

2         JEL70←1             STATIC ALIGNED BINARY FIXED (15,0)
                              31,32,44,45,95,97

2         JEL702              STATIC ALIGNED BINARY FIXED (15,0)
                              52,65,73,77,77,79,80,82,86,100

2         JEL702←1            STATIC ALIGNED BINARY FIXED (15,0)
                              82,83

2         K                   STATIC ALIGNED BINARY FIXED (15,0)
                              129,131

2         KELETKEZETT←UJ      AUTOMATIC UNALIGNED BIT (1)
                              54,55,56,78

2         L                   STATIC ALIGNED BINARY FIXED (15,0)
                              138,138,138,141,145,145,148,148

2         M                   STATIC ALIGNED BINARY FIXED (15,0)
                              10,12,13,13,13,13,18,23,30,32,33,59,60,62,90,97,106,110,116,123,126,145,165,
                              172

2         MUVTAB              (*,*) CONTROLLED ALIGNED BINARY FIXED (15,0)
                              13,13,23,33,62,117,124,126

2         N                   STATIC ALIGNED BINARY FIXED (15,0)
                              10,12,13,13,13,43,45,46,50,52,52,57,67,108,138,165,167

156       NOVEL               ENTRY RETURNS(BIT (1))
                              73

2         ONCODE              BUILTIN
                              7
```

| DCL NO. | IDENTIFIER | ATTRIBUTES AND REFERENCES |
|---|---|---|
| 2 | PARAM | /* PARAMETER */ UNALIGNED CHARACTER (100) VARYING<br>81,81,180 |
| 128 | PUTER | ENTRY RETURNS(DECIMAL /* SINGLE */ FLOAT (6))<br>180 |
| 2 | SUBSTR | BUILTIN<br>180 |
| 114 | SUB1 | ENTRY RETURNS(DECIMAL /* SINGLE */ FLOAT (6))<br>26,35 |
| 120 | SUB2 | ENTRY RETURNS(DECIMAL /* SINGLE */ FLOAT (6))<br>27,36 |
| 2 | SYSIN | EXTERNAL FILE STREAM INPUT<br>10,11,15,23,24,33,34 |
| 2 | SYSPRINT | EXTERNAL FILE STREAM OUTPUT<br>12,16,17,19,21,38,74,83,84,85,181<br>6,7,105,108,110,112,122,124,126,130,132,133,135,137,139,141,144,146,148,149,<br>152,153 |
| 2 | SYSUT1 | EXTERNAL FILE STREAM<br>159,160,161,166,169,174,177 |
| 2 | SZOVEG | AUTOMATIC UNALIGNED CHARACTER (80)<br>15,16 |
| 2 | S100 | AUTOMATIC UNALIGNED CHARACTER (100)<br>3,132 |
| 2 | S101 | AUTOMATIC UNALIGNED CHARACTER (100)<br>4,144 |
| 99 | TOV | /* STATEMENT LABEL CONSTANT */<br>94 |
| 2 | VALT | (*,*) CONTROLLED ALIGNED BINARY FIXED (15,0)<br>13,13,14,80,107,148,148,160,162,165,165,174 |
| 2 | VAN | AUTOMATIC UNALIGNED BIT (1)<br>64,65,70,72 |
| 2 | VARM | (*) CONTROLLED ALIGNED BINARY FIXED (15,0)<br>13,13,22,32,53,60,80,84,91,97,101,117 |
| 2 | VARN | (*) CONTROLLED ALIGNED BINARY FIXED (15,0)<br>13,13,42,45,47 |
| 182 | VEGE | /* STATEMENT LABEL CONSTANT */<br>75 |
| 180 | VEGEA | /* STATEMENT LABEL CONSTANT */<br>8 |
| 157 | WORK | AUTOMATIC ALIGNED BINARY FIXED (31,0)<br>158,168,173 |

AGGREGATE LENGTH TABLE

| DCL NO. | IDENTIFIER | LVL. | DIMS | OFFSET | ELEMENT LENGTH. | TOTAL LENGTH. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | FROM | | 1 | | 2 | ADJ |
| 2 | EREDM | | 2 | | 2 | ADJ |
| 10A | JELEK | | 1 | | 1 | 6 |
| 2 | MOVTAB | | 2 | | 2 | ADJ |
| 2 | VALT | | 2 | | 2 | ADJ |
| 2 | VARM | | 1 | | 2 | ADJ |
| 2 | VARN | | 1 | | 2 | ADJ |
| | | | | SUM OF CONSTANT LENGTHS | | 6 |

NO MESSAGES PRODUCED FOR THIS COMPILATION

COMPILE TIME 0.25 MINS SPILL FILE: 0 RECORDS, SIZE 3491

```
OPTIONS SPECIFIED

OBJECT,NODECK;

* PROCESS GOSTMT,MARGINS(2,72,1),NOESD,LINECOUNT(65),X(S);                00004010


OPTIONS USED

AGGREGATE       NOCOUNT         ATTRIBUTES(SHORT)
GOSTMT          NODECK          CHARSET(60,EBCDIC)
INSOURCE        NOESD           NOCOMPILE(S)
LMESSAGE        NOFLOW          FLAG(I)
NEST            NOGONUMBER      LINECOUNT(65)
OBJECT          NOIMPRECISE     MARGINS(2,72,1)
OPTIONS         NOINCLUDE       SEQUENCE(73,80)
SOURCE          NOINTERRUPT     SIZE(433872)
STMT            NOLIST          NOSYNTAX(S)
                NOMACRO         XREF(SHORT)
                NOMAP
                NOMARGINI
                NOMDECK
                NONUMBER
                NOOFFSET
                NOOPTIMIZE
                NOSTORAGE
                NOTERMINAL
```

SOURCE LISTING

```
STMT LEV NT

  1      0  ISMVAR : PROC(VARIS,M,JELZO,HATAR);                                  00004020

            /*****************************************************                00004030
            *                                                   *                00004040
            *  VARIS (M) ELEMU VEKTORBA A 0,1,2,...,JELZO ERTEKEK  *             00004050
            *  LEXIKOGRAFIKUSAN KOVETKEZO AZON M ELEMU ISMETLESES  *             00004060
            *  VARIACIOJAT KEPZI MELYBEN VAN A HATAR-NAL NAGYOBB   *             00004070
            *  ELEM                                              *               00004080
            *                                                    *               00004090
            *  FIGYELEM : SPECIALIS ESETEKBEN MODOSITVA GYORSITHATO *            00004100
            *             A PROGRAM FUTASA ↑                     *              00004110
            *                                                    *               00004120
            *****************************************************/              00004130

  2   1  0         DCL VARIS(M) FIXED BINARY(15,0)    CONTROLLED   ,             00004140
                      ATV(M) FIXED BINARY(15,0)    CONTROLLED   ,                00004150
                      (M,JELZO,HATAR)  FIXED BINARY(15,0),                      00004160
                      (I,J) STATIC FIXED BINARY(15,0),                          00004170
                      JEL BIT(1) STATIC;                                        00004180
  3   1  0           ALLOCATE ATV;                                              00004190

  4   1  0    TOV : ATV = 0;                                                    00004200

  5   1  0          DO I = 1 TO M;                                              00004210
  6   1  1             IF VARIS(I) = JELZO THEN ATV(I) = 1;                     00004220
  7   1  1          END;                                                        00004230

  8   1  0          DO I = M TO 1 BY -1 WHILE (ATV(I)=1) ; ; END;               00004240

 11   1  0          IF (I = 0 & ATV(1) = 1) THEN GO TO OUT;                     00004250

 12   1  0          VARIS(I) = VARIS(I) + 1; DO J = I + 1 TO M; VARIS(J) = 0;  END;00004260

 16   1  0          JEL = '1'B;                                                 00004270

 17   1  0          DO I = 1 TO M;                                              00004280
 18   1  1             IF VARIS(I) <= HATAR THEN JEL = JEL & '1'B;              00004290
 19   1  1                                  ELSE JEL = JEL & '0'B;              00004300
 20   1  1          END;                                                        00004310

 21   1  0          IF JEL THEN DO;                                             00004320
 22   1  1             VARIS(M) = HATAR + 1;                                    00004330
 23   1  1             GO TO OUT;                                               00004340
 24   1  1          END;                                                        00004350

 25   1  0   OUT :    FREE ATV;                                                 00004360

 26   1  0   END ISMVAR;                                                        00004370
```

ATTRIBUTE AND CROSS-REFERENCE TABLE (SHORT)

| DCL NO. | IDENTIFIER | ATTRIBUTES AND REFERENCES |
|---|---|---|
| 2 | ATV | (*) CONTROLLED ALIGNED BINARY FIXED (15,0)<br>3,3,4,6,8,11,25 |
| 2 | HATAR | /* PARAMETER */ ALIGNED BINARY FIXED (15,0)<br>18,22 |
| 2 | I | STATIC ALIGNED BINARY FIXED (15,0)<br>5,5,6,6,8,8,8,11,12,12,13,17,17,18 |
| 2 | J | STATIC ALIGNED BINARY FIXED (15,0)<br>13,13,14 |
| 2 | JEL | STATIC UNALIGNED BIT (1)<br>16,18,18,19,19,21 |
| 2 | JELZO | /* PARAMETER */ ALIGNED BINARY FIXED (15,0)<br>6 |
| 2 | M | /* PARAMETER */ ALIGNED BINARY FIXED (15,0)<br>3,5,8,13,17,22 |
| 25 | OUT | /* STATEMENT LABEL CONSTANT */<br>11,23 |
| 2 | VARIS | (*) CONTROLLED /* PARAMETER */ CONNECTED ALIGNED BINARY FIXED (15,0)<br>6,12,12,14,18,22 |

AGGREGATE LENGTH TABLE

| DCL NO. | IDENTIFIER | LVL | DIMS | OFFSET | ELEMENT LENGTH. | TOTAL LENGTH. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | ATV | | 1 | | 2 | ADJ |
| 2 | VARIS | | 1 | | 2 | PARAM |

A.21

```
COMPILER DIAGNOSTIC MESSAGES

ERROR ID L   STMT    MESSAGE DESCRIPTION


COMPILER INFORMATORY MESSAGES

IEL0430I I   1       NO 'MAIN' OPTION ON EXTERNAL PROCEDURE.

END OF COMPILER DIAGNOSTIC MESSAGES

COMPILE TIME    0.04 MINS        SPILL FILE:     0 RECORDS, SIZE  3491
```

CROSS REFERENCE TABLE

CONTROL SECTION

| NAME | ORIGIN | LENGTH |
|---|---|---|
| PLISTART | 00 | 50 |
| PLIMAIN | 50 | 8 |
| SYSUT1 | 58 | 1C |
| SYSIN | 78 | 1C |
| SYSPRINT | 98 | 20 |
| *SMALLG2 | B8 | C10 |
| IELCGIA | CC8 | 6C |
| IELCGIB | D38 | 40 |
| IELCGUA | D78 | 72 |
| IELCGUB | DF0 | 70 |
| IELCGUC | E60 | 7C |
| IELCGCL | EE0 | 6C |
| *SMALLG1 | F50 | 2D70 |
| *ISMVAR2 | 3CC0 | F0 |

ENTRY

| NAME | LOCATION | NAME | LOCATION | NAME | LOCATION | NAME | LOCATION |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| PLICALLA | 6 | PLICALLB | A | | | | |
| SMALLG | F58 | | | | | | |

| LOCATION | REFERS TO SYMBOL | IN CONTROL SECTION | LOCATION | REFERS TO SYMBOL | IN CONTROL SECTION |
|---|---|---|---|---|---|
| 6FBC | IBMBCTHD | IBMBCT01 | 6FC0 | IBMBCTHF | IBMBCT01 |
| 6FCC | IBMBCTHP | IBMBCT01 | 6FD4 | IBMBCTHE | IBMBCT01 |
| 6FD0 | IBMBCXTA | $UNRESOLVED(W) | 7088 | IBMBCCSA | IBMBCCS1 |
| 707C | IBMBCHXH | IBMBCH01 | 7080 | IBMBCWDH | IBMBCW01 |
| 7084 | IBMBCHFH | IBMBCH01 | 7090 | IBMBCMPH | $UNRESOLVED(W) |
| 7098 | IBMBCMPH | $UNRESOLVED(W) | 709C | IBMBCHXY | IBMBCH01 |
| 70A0 | IBMBCVDY | $UNRESOLVED(W) | 70A4 | IBMBCHFY | IBMBCH01 |
| 70B0 | IBMBCMPY | $UNRESOLVED(W) | 70B8 | IBMBCMPY | $UNRESOLVED(W) |
| 7094 | IBMBCXOA | $UNRESOLVED(W) | 72E0 | IBMBSPLC | IBMBSPL1 |
| 720C | IBMBOCLA | IBMBOCL1 | 755C | IBMBSPLA | IBMBSPL1 |
| 7560 | IBMBSPLB | IBMBSPL1 | 7564 | IBMBSPLC | IBMBSPL1 |
| 7558 | IBMBOCLA | IBMBOCL1 | 7A68 | IBMBSIST | $UNRESOLVED(W) |
| 81C0 | IBMBERCA | $UNRESOLVED(W) | 81C4 | IBMBEEFA | IBMBEEF1 |

LOCATION 20 REQUESTS CUMULATIVE PSEUDO REGISTER LENGTH

PSEUDO REGISTERS

| NAME | ORIGIN | LENGTH | NAME | ORIGIN | LENGTH | NAME | ORIGIN | LENGTH | NAME | ORIGIN | LENGTH |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *SMALLG3 | 00 | 4 | *SMALLG4 | 4 | 4 | *SMALLG5 | 8 | 4 | *SMALLG6 | C | 4 |
| *SMALLG7 | 10 | 4 | *SMALLG8 | 14 | 4 | SYSIN | 18 | 4 | SYSUT1 | 1C | 4 |
| *ISMVAR3 | 20 | 4 | | | | | | | | | |

TOTAL LENGTH OF PSEUDO REGISTERS 24
ENTRY ADDRESS 00

TOTAL LENGTH 8350
****U010SMAL DOES NOT EXIST BUT HAS BEEN ADDED TO DATA SET

```
//U010AAAT JOB 8010,B07A
LOG IEF403I U010AAAT STARTED TIME=16.35.41 USER=GUTS
LOG IEF404I U010AAAT ENDED   TIME=20.37.41
//SMALL PROC PRINT=PRINTALL                                          00000011
//SMALLG  EXEC PGM=U010SMAL,PARM='ISASIZE(300K)/&PRINT',             00000020
//    TIME=1400                                                       00000030
//STEPLIB DD DSN=DV.LINKLIB,DISP=SHR                                  00000050
//SYSPRINT DD SYSOUT=A                                                00000060
//PLIDUMP DD SYSOUT=D                                                 00000070
//SYSUT1 DD UNIT=SYSDA,SPACE=(CYL,(5,5)),                             00000071
//           DCB=(DSORG=PS,RECFM=F,BLKSIZE=7280,LRECL=7280)           00000072
// PEND                                                              00000080
//SMALLG1 EXEC SMALL                                                  00000081
//SYSIN DD * GENERATED STMT
IEF142I - STEP WAS EXECUTED - COND CODE 0000
IEF373I STEP /SMALLG  / START 86005.1635
IEF374I STEP /SMALLG  / STOP  86005.1636 CPU   0MIN 15.55SEC STOP VIRT 444K
//SMALLG1 EXEC SMALL,PRINT=ALL                                        00000122
//SYSIN DD * GENERATED STMT
IEF142I - STEP WAS EXECUTED - COND CODE 0000
IEF373I STEP /SMALLG  / START 86005.1636
IEF374I STEP /SMALLG  / STOP  86005.2037 CPU 240MIN 38.84SEC STOP VIRT 444K
IEF285I  U010AAAT SYSOUT=D,A.
IEF375I  JOB /U010AAAT/ START 86005.1635
IEF376I  JOB /U010AAAT/ STOP  86005.2037 CPU 240MIN 54.39SEC
```

A MUVELET VALTOZOSZAMA : 3

A GENERALO ELEMEK SZAMA : 4

MEDIAN 2

MUVELETTABLAZAT :

| X1 | X2 | X3 | F |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

4 -IK ELEM A : 0 1 2 -BOL KELETKEZETT : F(X,Y,Z)

5 -IK ELEM A : 0 1 3 -BOL KELETKEZETT : F(X,Y,V)

6 -IK ELEM A : 0 2 3 -BOL KELETKEZETT : F(X,Z,V)

7 -IK ELEM A : 1 2 3 -BOL KELETKEZETT : F(Y,Z,V)

8 -IK ELEM A : 0 1 6 -BOL KELETKEZETT : F(X,Y,F(X,Z,V))

9 -IK ELEM A : 0 1 7 -BOL KELETKEZETT : F(X,Y,F(Y,Z,V))

10 -IK ELEM A : 0 2 7 -BOL KELETKEZETT : F(X,Z,F(Y,Z,V))

11 -IK ELEM A : 0 3 7 -BOL KELETKEZETT : F(X,V,F(Y,Z,V))

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | [illegible] | [illegible] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | | | | |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | | | | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | | | | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | | | | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | | | | |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | | | | |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | |

********** AZ ELSO EREDMENYT ADO VARIACIO **********

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 3 |
| 2 | 3 | 3 | 3 | 6 | 7 | 7 | 7 |

ELEMSZAM: 12

MEDIAN 2

MUVELETTABLAZAT :

| X1 | X2 | X3 | F |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

5 -IK ELEM A : 0 1 2 -BOL KELETKEZETT : F(X,Y,Z)

6 -IK ELEM A : 0 1 3 -BOL KELETKEZETT : F(X,Y,V)

7 -IK ELEM A : 0 1 4 -BOL KELETKEZETT : F(X,Y,W)

8 -IK ELEM A : 0 2 3 -BOL KELETKEZETT : F(X,Z,V)

9 -IK ELEM A : 0 2 4 -BOL KELETKEZETT : F(X,Z,W)

10 -IK ELEM A : 0 3 4 -BOL KELETKEZETT : F(X,V,W)

11 -IK ELEM A : 1 2 3 -BOL KELETKEZETT : F(Y,Z,V)

12 -IK ELEM A : 1 2 4 -BOL KELETKEZETT : F(Y,Z,W)

13 -IK ELEM A : 1 3 4 -BOL KELETKEZETT : F(Y,V,W)

14 -IK ELEM A : 2 3 4 -BOL KELETKEZETT : F(Z,V,W)

```
16 -IK ELEM A :   0   1   9  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,Y,F(X,Z,W))
17 -IK ELEM A :   0   1  10  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,Y,F(X,V,W))
18 -IK ELEM A :   0   1  11  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,Y,F(Y,Z,V))
19 -IK ELEM A :   0   1  12  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Y,F(Y,Z,W))
20 -IK ELEM A :   0   1  13  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Y,F(Y,V,W))
21 -IK ELEM A :   0   1  14  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Y,F(Z,V,W))
22 -IK ELEM A :   0   2  10  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Z,F(X,V,W))
23 -IK ELEM A :   0   2  11  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Z,F(Y,Z,V))
24 -IK ELEM A :   0   2  12  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Z,F(Y,Z,W))
25 -IK ELEM A :   0   2  13  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Z,F(Y,V,W))
26 -IK ELEM A :   0   2  14  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Z,F(Z,V,W))
27 -IK ELEM A :   0   3  11  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,V,F(Y,Z,V))
28 -IK ELEM A :   0   3  12  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,V,F(Y,Z,W))
29 -IK ELEM A :   0   3  13  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,V,F(Y,V,W))
30 -IK ELEM A :   0   3  14  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,V,F(Z,V,W))
31 -IK ELEM A :   0   4  11  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,W,F(Y,Z,V))
32 -IK ELEM A :   0   4  12  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,W,F(Y,Z,W))
33 -IK ELEM A :   0   4  13  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,W,F(Y,V,W))
34 -IK ELEM A :   0   4  14  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,W,F(Z,V,W))
35 -IK ELEM A :   0   5  10  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(X,Y,Z),F(X,V,W))
36 -IK ELEM A :   0   5  13  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(X,Y,Z),F(Y,V,W))
37 -IK ELEM A :   0   6  12  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(X,Y,V),F(Y,Z,W))
38 -IK ELEM A :   0   7  11  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(X,Y,W),F(Y,Z,V))
39 -IK ELEM A :   0   8  12  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(X,Z,V),F(Y,Z,W))
40 -IK ELEM A :   0   9  11  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(X,Z,W),F(Y,Z,V))
41 -IK ELEM A :   0  10  11  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(X,V,W),F(Y,Z,V))
42 -IK ELEM A :   0  11  12  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(Y,Z,V),F(Y,Z,W))
43 -IK ELEM A :   0  11  13  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(Y,Z,V),F(Y,V,W))
44 -IK ELEM A :   0  11  14  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(Y,Z,V),F(Z,V,W))
```

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 46 | -IK ELEM A : | 0 | 12 | 14 | -BOL KELETKEZETT | : F(Y,F(Y,Z,W),F(Z,V,W)) |
| 47 | -IK ELEM A : | 0 | 13 | 14 | -BOL KELETKEZETT | : F(X,F(Y,V,W),F(Z,V,W)) |
| 48 | -IK ELEM A : | 1 | 2 | 13 | -BOL KELETKEZETT | : F(Y,Z,F(Y,V,W)) |
| 49 | -IK ELEM A : | 1 | 2 | 14 | -BOL KELETKEZETT | : F(Y,Z,F(Z,V,W)) |
| 50 | -IK ELEM A : | 1 | 3 | 14 | -BOL KELETKEZETT | : F(Y,V,F(Z,V,W)) |
| 51 | -IK ELEM A : | 1 | 4 | 14 | -BOL KELETKEZETT | : F(Y,W,F(Z,V,W)) |
| 52 | -IK ELEM A : | 1 | 5 | [illegible] | -BOL KELETKEZETT | : F(Y,F(Y,Y,Z),F(X,V,W)) |
| 53 | -IK ELEM A : | 1 | 5 | 13 | -BOL KELETKEZETT | : F(Y,F(Y,Y,Z),F(Y,V,W)) |
| 54 | -IK ELEM A : | 1 | 6 | 9 | -BOL KELETKEZETT | : F(Y,F(X,Y,V),F(X,Z,W)) |
| 55 | -IK ELEM A : | 1 | 7 | 8 | -BOL KELETKEZETT | : F(Y,F(X,Y,W),F(X,Z,V)) |
| 56 | -IK ELEM A : | 1 | 8 | 12 | -BOL KELETKEZETT | : F(Y,F(X,Z,V),F(Y,Z,W)) |
| 57 | -IK ELEM A : | 1 | 8 | 13 | -BOL KELETKEZETT | : F(Y,F(X,Z,V),F(Y,V,W)) |
| 58 | -IK ELEM A : | 1 | 9 | 11 | -BOL KELETKEZETT | : F(Y,F(X,Z,W),F(Y,Z,V)) |
| 59 | -IK ELEM A : | 2 | 5 | 10 | -BOL KELETKEZETT | : F(Z,F(X,Y,Z),F(X,V,W)) |
| 60 | -IK ELEM A : | 2 | 5 | 14 | -BOL KELETKEZETT | : F(Z,F(X,Y,Z),F(Z,V,W)) |
| 61 | -IK ELEM A : | 2 | 6 | 9 | -BOL KELETKEZETT | : F(Z,F(X,Y,V),F(X,Z,W)) |
| 62 | -IK ELEM A : | 2 | 6 | 12 | -BOL KELETKEZETT | : F(Z,F(X,Y,V),F(Y,Z,W)) |
| 63 | -IK ELEM A : | 2 | 6 | 14 | -BOL KELETKEZETT | : F(Z,F(X,Y,V),F(Z,V,W)) |
| 64 | -IK ELEM A : | 2 | 7 | 8 | -BOL KELETKEZETT | : F(Z,F(X,Y,W),F(X,Z,V)) |
| 65 | -IK ELEM A : | 2 | 7 | 11 | -BOL KELETKEZETT | : F(Z,F(X,Y,W),F(Y,Z,V)) |
| 66 | -IK ELEM A : | 3 | 5 | 10 | -BOL KELETKEZETT | : F(V,F(X,Y,Z),F(X,V,W)) |
| 67 | -IK ELEM A : | 3 | 5 | 13 | -BOL KELETKEZETT | : F(V,F(X,Y,Z),F(Y,V,W)) |
| 68 | -IK ELEM A : | 3 | 5 | 14 | -BOL KELETKEZETT | : F(V,F(X,Y,Z),F(Z,V,W)) |
| 69 | -IK ELEM A : | 3 | 6 | 9 | -BOL KELETKEZETT | : F(V,F(X,Y,W),F(X,Z,W)) |
| 70 | -IK ELEM A : | 3 | 6 | 14 | -BOL KELETKEZETT | : F(V,F(X,Y,W),F(Z,V,W)) |
| 71 | -IK ELEM A : | 3 | 7 | 8 | -BOL KELETKEZETT | : F(V,F(X,Y,W),F(X,Z,V)) |
| 72 | -IK ELEM A : | 3 | 7 | 11 | -BOL KELETKEZETT | : F(V,F(X,Y,W),F(Y,Z,V)) |
| 73 | -IK ELEM A : | 4 | 5 | 10 | -BOL KELETKEZETT | : F(W,F(X,Y,Z),F(X,V,W)) |
| 74 | -IK ELEM A : | 4 | 5 | 13 | -BOL KELETKEZETT | : F(W,F(X,Y,Z),F(Y,V,W)) |

```
75 -IK FLEM A :    4    5   14  -BOL KELETKEZETT  :  F(W,F(X,Y,Z),F(Z,V,W))
76 -IK FLEM A :    4    6    9  -BOL KELETKEZETT  :  F(W,F(X,Y,V),F(X,Z,W))
77 -IK FLEM A :    4    6   12  -BOL KELETKEZETT  :  F(W,F(X,Y,V),F(Y,Z,W))
78 -IK FLEM A :    4    7    8  -BOL KELETKEZETT  :  F(W,F(X,Y,W),F(X,Z,V))
79 -IK FLEM A :    4    7   14  -BOL KELETKEZETT  :  F(W,F(X,Y,W),F(Z,V,W))
80 -IK FLEM A :    0   11   45  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(Y,Z,V),F(X,F(Y,Z,W),F(Y,V,W)))

FLEMSZAM:          81
```

```
//SMALL PROC PRINT=PRINTALL                                          00000011
//SMALLG  EXEC PGM=U010SMAL,PARM='ISASIZE(300K)/&PRINT',             00000020
//    TIME=1400                                                      00000030
//STEPLIB DD DSN=DV.LINKLIB,DISP=SHR                                 00000050
//SYSPRINT DD SYSOUT=A                                               00000060
//PLIDUMP DD SYSOUT=0                                                00000070
//SYSUT1 DD UNIT=SYSDA,SPACE=(CYL,(5,5)),                            00000071
//           DCB=(DSORG=PS,RECFM=F,BLKSIZE=7280,LRECL=7280)          00000072
// PEND                                                              00000080
//SMALLG1 EXEC SMALL                                                 00000081
//SYSIN DD * GENERATED STMT
IEF142I - STEP WAS EXECUTED - COND CODE 0000
IEF373I STEP /SMALLG  / START 86005.2040
IEF374I STEP /SMALLG  / STOP  86005.2041 CPU    0MIN 58.79SEC STOR VIRT 442K
//SMALLG1 EXEC SMALL,PRINT=ALL                                       00000122
//SYSIN DD * GENERATED STMT
IEF373I STEP /SMALLG  / START 86005.2041
IEF374I STEP /SMALLG  / STOP  86006.1344 CPU1017MIN 57.19SEC STOR VIRT 442K
IEF298I  U010AAAV SYSOUT=0,A.
IEF375I  JOB /U010AAAV/ START 86005.2040
IEF376I  JOB /U010AAAV/ STOP  86006.1344 CPU1018MIN 55.98SEC
```

AZ ALAPALGEBRA ELEMSZAMA : 3

A MUVELET VALTOZOSZAMA : 3

A GENERALO ELEMEK SZAMA : 4

M 0

MUVELETTABLAZAT :

| X1 | X2 | X3 | F |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 2 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 2 | 0 |
| 0 | 2 | 0 | 0 |
| 0 | 2 | 1 | 0 |
| 0 | 2 | 2 | 2 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 2 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 2 | 1 |
| 1 | 2 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 1 | 0 |

C.2

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 2 | 2 |
| 2 | 2 | 0 | 2 |
| 2 | 2 | 1 | 2 |
| 2 | 2 | 2 | 2 |

```
 4 -IK ELEM A :   0   1   2  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Y,Z)
 5 -IK ELEM A :   0   1   3  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Y,V)
 6 -IK ELEM A :   0   2   3  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Z,V)
 7 -IK ELEM A :   1   2   3  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,Z,V)
 8 -IK ELEM A :   0   1   6  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Y,F(X,Z,V))
 9 -IK ELEM A :   0   1   7  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Y,F(Y,Z,V))
10 -IK ELEM A :   0   2   7  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Z,F(Y,Z,V))
11 -IK ELEM A :   0   3   7  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,V,F(Y,Z,V))
```

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 | 2 | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 | 2 | | | | | | | | |
| 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | | | | | | | | |
| 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | | | | | | | | |
| 0 | 2 | 1 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | | | | | | | | |
| 0 | 2 | 2 | 0 | 2 | 0 | 0 | 2 | 0 | 2 | 2 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 2 | 2 | 1 | 2 | 0 | 0 | 2 | 0 | 2 | 2 | 0 | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 | 2 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 |
| 1 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 2 | 0 | 2 | 0 | 0 | 2 | 0 | 2 | 2 | 0 |
| 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 |
| 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 0 | 0 | 2 | 0 | 2 | 2 | 0 | 2 | 0 | 0 | 2 |
| 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 2 | 0 | 1 | 2 | 0 | 2 | 2 | 0 | 2 | 0 | 0 | 2 |
| 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 |
| 2 | 0 | 2 | 1 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 |
| 2 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 2 | 1 | 0 | 2 | 0 | 2 | 2 | 0 | 2 | 0 | 0 | 2 |
| 2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 |
| 2 | 1 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 |
| 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 |
| 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 2 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 |
| 2 | 2 | 0 | 1 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 |
| 2 | 2 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 2 | 1 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 |
| 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 2 | 2 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |

********** AZ ELSO EREDMENYT ADJ VARTACIO **********

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 3 |
| 2 | 3 | 3 | 3 | 6 | 7 | 7 | 7 |

ELEMSZAM: 12

C.7

Z ALAPALGEBRA ELEMSZAMA : 3

MUVELET VALTOZOSZAMA : 3

GENERALO ELEMEK SZAMA : 5

M 0

MUVELETTABLAZAT :

| X1 | X2 | X3 | F |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 2 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 2 | 0 |
| 0 | 2 | 0 | 0 |
| 0 | 2 | 1 | 0 |
| 0 | 2 | 2 | 2 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 2 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 2 | 1 |
| 1 | 2 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 1 | 0 |



C.8

```
 2    1    0    0
 2    1    1    1
 2    1    2    2
 2    2    0    2
 2    2    1    2
 2   12    2    2

  5 -IK ELEM A :   0   1   2  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Y,Z)
  6 -IK ELEM A :   0   1   3  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Y,V)
  7 -IK ELEM A :   0   1   4  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Y,W)
  8 -IK ELEM A :   0   2   3  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Z,V)
  9 -IK ELEM A :   0   2   4  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Z,W)
 10 -IK ELEM A :   0   3   4  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,V,W)
 11 -IK ELEM A :   1   2   3  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,Z,V)
 12 -IK ELEM A :   1   2   4  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,Z,W)
 13 -IK ELEM A :   1   3   4  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,V,W)
 14 -IK ELEM A :   2   3   4  -BOL KELETKEZETT  :  F(Z,V,W)
 15 -IK ELEM A :   0   1   8  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Y,F(X,Z,V))
 16 -IK ELEM A :   0   1   9  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Y,F(X,Z,W))
 17 -IK ELEM A :   0   1  10  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Y,F(X,V,W))
 18 -IK ELEM A :   0   1  11  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Y,F(Y,Z,V))
 19 -IK ELEM A :   0   1  12  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Y,F(Y,Z,W))
 20 -IK ELEM A :   0   1  13  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Y,F(Y,V,W))
 21 -IK ELEM A :   0   1  14  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Y,F(Z,V,W))
 22 -IK ELEM A :   0   2  10  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Z,F(X,V,W))
 23 -IK ELEM A :   0   2  11  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Z,F(Y,Z,V))
 24 -IK ELEM A :   0   2  12  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Z,F(Y,Z,W))
 25 -IK ELEM A :   0   2  13  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Z,F(Y,V,W))
 26 -IK ELEM A :   0   2  14  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Z,F(Z,V,W))
```

```
28 -IK ELEM A :   0   3   12  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,V,F(Y,Z,W))
29 -IK ELEM A :   0   3   13  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,V,F(Y,V,W))
30 -IK ELEM A :   0   3   14  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,V,F(Z,V,W))
31 -IK ELEM A :   0   4   11  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,W,F(Y,Z,V))
32 -IK ELEM A :   0   4   12  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,W,F(Y,Z,W))
33 -IK ELEM A :   0   4   13  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,W,F(Y,V,W))
34 -IK ELEM A :   0   4   14  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,W,F(Z,V,W))
35 -IK ELEM A :   0   5   10  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(X,Y,Z),F(X,V,W))
36 -IK ELEM A :   0   5   13  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(X,Y,Z),F(Y,V,W))
37 -IK ELEM A :   0   6   12  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(X,Y,V),F(Y,Z,W))
38 -IK ELEM A :   0   7   11  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(X,Y,W),F(Y,Z,V))
39 -IK ELEM A :   0   8   12  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(X,Z,V),F(Y,Z,W))
40 -IK ELEM A :   0   9   11  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(X,Z,W),F(Y,Z,V))
41 -IK ELEM A :   0  10   11  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(X,V,W),F(Y,Z,V))
42 -IK ELEM A :   0  11   12  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(Y,Z,V),F(Y,Z,W))
43 -IK ELEM A :   0  11   13  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(Y,Z,V),F(Y,V,W))
44 -IK ELEM A :   0  11   14  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(Y,Z,V),F(Z,V,W))
45 -IK ELEM A :   0  12   13  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(Y,Z,W),F(Y,V,W))
46 -IK ELEM A :   0  12   14  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(Y,Z,W),F(Z,V,W))
47 -IK ELEM A :   0  13   14  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(Y,V,W),F(Z,V,W))
48 -IK ELEM A :   1   2   13  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,Z,F(Y,V,W))
49 -IK ELEM A :   1   2   14  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,Z,F(Z,V,W))
50 -IK ELEM A :   1   3   14  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,V,F(Z,V,W))
51 -IK ELEM A :   1   4   14  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,W,F(Z,V,W))
52 -IK ELEM A :   1   5   10  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,F(X,Y,Z),F(X,V,W))
53 -IK ELEM A :   1   5   13  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,F(X,Y,Z),F(Y,V,W))
54 -IK ELEM A :   1   6    9  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,F(X,Y,V),F(X,Z,W))
55 -IK ELEM A :   1   7    8  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,F(X,Y,W),F(X,Z,V))
56 -IK ELEM A :   1   8   12  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,F(X,Z,V),F(Y,Z,W))
```

```
59 -IK ELEM A :   2   5  10  -BOL KELETKEZETT  :  F(Z,F(X,Y,Z),F(X,V,W))
60 -IK ELEM A :   2   5  14  -BOL KELETKEZETT  :  F(Z,F(X,Y,Z),F(Z,V,W))
61 -IK ELEM A :   2   6   9  -BOL KELETKEZETT  :  F(Z,F(X,Y,V),F(X,Z,W))
62 -IK ELEM A :   2   6  12  -BOL KELETKEZETT  :  F(Z,F(X,Y,V),F(Y,Z,W))
63 -IK ELEM A :   2   6  14  -BOL KELETKEZETT  :  F(Z,F(X,Y,V),F(Z,V,W))
64 -IK ELEM A :   2   7   8  -BOL KELETKEZETT  :  F(Z,F(X,Y,W),F(X,Z,V))
65 -IK ELEM A :   2   7  11  -BOL KELETKEZETT  :  F(Z,F(X,Y,W),F(Y,Z,V))
66 -IK ELEM A :   3   5  10  -BOL KELETKEZETT  :  F(V,F(X,Y,Z),F(X,V,W))
67 -IK ELEM A :   3   5  13  -BOL KELETKEZETT  :  F(V,F(X,Y,Z),F(Y,V,W))
68 -IK ELEM A :   3   5  14  -BOL KELETKEZETT  :  F(V,F(X,Y,Z),F(Z,V,W))
69 -IK ELEM A :   3   6   9  -BOL KELETKEZETT  :  F(V,F(X,Y,V),F(X,Z,W))
70 -IK ELEM A :   3   6  14  -BOL KELETKEZETT  :  F(V,F(X,Y,V),F(Z,V,W))
71 -IK ELEM A :   3   7   8  -BOL KELETKEZETT  :  F(V,F(X,Y,W),F(X,Z,V))
72 -IK ELEM A :   3   7  11  -BOL KELETKEZETT  :  F(V,F(X,Y,W),F(Y,Z,V))
73 -IK ELEM A :   4   5  10  -BOL KELETKEZETT  :  F(W,F(X,Y,Z),F(X,V,W))
74 -IK ELEM A :   4   5  13  -BOL KELETKEZETT  :  F(W,F(X,Y,Z),F(Y,V,W))
75 -IK ELEM A :   4   5  14  -BOL KELETKEZETT  :  F(W,F(X,Y,Z),F(Z,V,W))
76 -IK ELEM A :   4   6   9  -BOL KELETKEZETT  :  F(W,F(X,Y,V),F(X,Z,W))
77 -IK ELEM A :   4   6  12  -BOL KELETKEZETT  :  F(W,F(X,Y,V),F(Y,Z,W))
78 -IK ELEM A :   4   7   8  -BOL KELETKEZETT  :  F(W,F(X,Y,W),F(X,Z,V))
79 -IK ELEM A :   4   7  14  -BOL KELETKEZETT  :  F(W,F(X,Y,W),F(Z,V,W))
80 -IK ELEM A :   0  11  45  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(Y,Z,V),F(X,F(Y,Z,W),F(Y,V,W)))

ELEMSZAM:          81
```

```
//SMALL PROC PRINT=PRINTALL                                          00000011
//SMALLG  EXEC PGM=U010SMAL,PARM='ISASIZE(300K)/*PRINT',             00000020
//   TIME=1400                                                       00000030
//SIEPLIB DD DSN=DV.LINKLIB,DISP=SHR                                 00000050
//SYSPRINT DD SYSOUT=A                                               00000060
//PLTDUMP DD SYSOUT=A                                                00000070
//SYSUT1 DD UNIT=SYSDA,SPACE=(CYL,(5,5)),                            00000071
//          DCB=(DSORG=PS,RECFM=F,BLKSIZE=7280,LRECL=7280)           00000072
// PEND                                                              00000080
//SMALLG1 EXEC SMALL                                                 00000081
//SYSIN DD * GENERATED SIET
IEF402I - STEP JAS EXECUTED - COND CODE 0000
IEF373I STEP /SMALLG  / START 86005.2037
IEF374I STEP /SMALLG  / STOP  86005.2040 CPU    2MIN 53.65SEC SIOR VIRT 442K
IEF285I   U010AAAU SYSOUT=A,A.
IEF375I  JOB /U010AAAU/ START 86005.2037
IEF376I  JOB /U010AAAU/ STOP  86005.2040 CPU    2MIN 53.65SEC
```

D.1

AZ ALAPALGEBRA ELEMSZAMA : 4

A MUVELET VALTOZOSZAMA : 3

A GENERALO ELEMEK SZAMA : 4

MEDIAN 4

MUVELETTABLAZAT :

| X1 | X2 | X3 | F |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 2 | 0 |
| 0 | 0 | 3 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 2 | 0 |
| 0 | 1 | 3 | 0 |
| 0 | 2 | 0 | 0 |
| 0 | 2 | 1 | 0 |
| 0 | 2 | 2 | 2 |
| 0 | 2 | 3 | 0 |
| 0 | 3 | 0 | 0 |
| 0 | 3 | 1 | 0 |
| 0 | 3 | 2 | 0 |
| 0 | 3 | 3 | 3 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 2 | 0 |
| 1 | 0 | 3 | 0 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 2 | 1 |
| 1 | 1 | 3 | 1 |
| 1 | 2 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 2 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 0 |
| 1 | 3 | 0 | 0 |
| 1 | 3 | 1 | 1 |
| 1 | 3 | 2 | 0 |
| 1 | 3 | 3 | 3 |
| 2 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 1 | 0 |
| 2 | 0 | 2 | 2 |
| 2 | 0 | 3 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 2 | 2 |
| 2 | 1 | 3 | 0 |
| 2 | 2 | 0 | 2 |
| 2 | 2 | 1 | 2 |
| 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 2 | 3 | 2 |
| 2 | 3 | 0 | 0 |
| 2 | 3 | 1 | 0 |
| 2 | 3 | 2 | 2 |
| 2 | 3 | 3 | 3 |
| 3 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 1 | 0 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 | 1 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | 1 | 2 | 0 |
| 3 | 1 | 3 | 3 |
| 3 | 2 | 0 | 0 |
| 3 | 2 | 1 | 0 |
| 3 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 2 | 3 | 3 |
| 3 | 3 | 0 | 3 |
| 3 | 3 | 1 | 3 |
| 3 | 3 | 2 | 3 |
| 3 | 3 | 3 | 3 |

```
 4 -IK ELEM A :   0   1   2  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Y,Z)
 5 -IK ELEM A :   0   1   3  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Y,V)
 6 -IK ELEM A :   0   2   3  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Z,V)
 7 -IK ELEM A :   1   2   3  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,Z,V)
 8 -IK ELEM A :   0   1   6  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Y,F(X,Z,V))
 9 -IK ELEM A :   0   1   7  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Y,F(Y,Z,V))
10 -IK ELEM A :   0   2   7  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,Z,F(Y,Z,V))
11 -IK ELEM A :   0   3   7  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,V,F(Y,Z,V))
```

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 1 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | |
| 3 | 3 | 3 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | | | | | | | | |
| 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | | | | | | | | |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | | | | | | | | |

D.5

********** AZ ELSO EREDMENYT ADO VARIACIO **********

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 3 |
| 2 | 3 | 3 | 3 | 6 | 7 | 7 | 7 |

ELEMSZAM: 12

```
LOG IEF403I U010AAAV STARTED TIME=18.26.04 USER=GUIS
LOG IEF404I U010AAAV ENDED   TIME=18.49.05
//SMALL PROC PRINT=PRINTALL                                          00000011
//SMALLG  EXEC PGM=U010SMAL,PARM='ISASIZE(300K)/&PRINT',             00000020
//    TIME=1400                                                      00000030
//STEPLIB DD DSN=DV.LINKLIB,DISP=SHR                                 00000050
//SYSPRINT DD SYSOUT=A                                               00000060
//PLIDUMP DD SYSOUT=0                                                00000070
//SYSUT1 DD UNIT=SYSDA,SPACE=(CYL,(5,5)),                            00000071
//          DCB=(DSORG=PS,RECFM=F,BLKSIZE=7280,LRECL=7280)           00000072
// PEND                                                              00000080
//SMALLG1 EXEC SMALL   B 16 HAROM GENERALOVAL                        00000081
//SYSIN DD * GENERATED STMT
IEF142I - STEP WAS EXECUTED - COND CODE 0000
IEF373I STEP /SMALLG  / START 86007.1826
IEF374I STEP /SMALLG  / STOP  86007.1827 CPU   0MIN 52.27SEC STOR VIRT 444K
//SMALLG1 EXEC SMALL,PRINT=ALL   B 17 4 GENERALOVAL                  00000122
//SYSIN DD * GENERATED STMT
IEF142I - STEP WAS EXECUTED - COND CODE 0000
IEF373I STEP /SMALLG  / START 86007.1827
IEF374I STEP /SMALLG  / STOP  86007.1849 CPU  21MIN 04.00SEC STOR VIRT 462K
IEF298I  U010AAAV SYSOUT=0,A.
IEF375I  JOB /U010AAAV/ START 86007.1826
IEF376I  JOB /U010AAAV/ STOP  86007.1849 CPU  21MIN 56.27SEC
```

AZ ALAPALGEBRA ELEMSZAMA : 3

A MUVELET VALTOZOSZAMA : 2

A GENERALO ELEMEK SZAMA : 3

0 16

MUVELETTABLAZAT :

| X1 | X2 | F |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 2 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 1 |
| 2 | 0 | 2 |
| 2 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |

3 -IK ELEM A : 0 1 -BOL KELETKEZETT : F(X,Y)

4 -IK ELEM A : 0 2 -BOL KELETKEZETT : F(X,Z)

5 -IK ELEM A : 1 0 -BOL KELETKEZETT : F(Y,X)

6 -IK ELEM A : 1 2 -BOL KELETKEZETT : F(Y,Z)

7 -IK ELEM A : 2 0 -BOL KELETKEZETT : F(Z,X)

8 -IK ELEM A : 2 1 -BOL KELETKEZETT : F(Z,Y)

9 -IK ELEM A : 0 6 -BOL KELETKEZETT : F(X,F(Y,Z))

10 -IK ELEM A : 0 8 -BOL KELETKEZETT : F(X,F(Z,Y))

11 -IK ELEM A : 1 4 -BOL KELETKEZETT : F(Y,F(X,Z))

E.2

```
12 -IK ELEM A :    1    7  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,F(Z,X))
13 -IK ELEM A :    2    3  -BOL KELETKEZETT  :  F(Z,F(X,Y))
14 -IK ELEM A :    2    5  -BOL KELETKEZETT  :  F(Z,F(Y,X))
15 -IK ELEM A :    3    2  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,Y),Z)
16 -IK ELEM A :    3    4  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,Y),F(X,Z))
17 -IK ELEM A :    3    6  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,Y),F(Y,Z))
18 -IK ELEM A :    3    8  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,Y),F(Z,Y))
19 -IK ELEM A :    4    1  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,Z),Y)
20 -IK ELEM A :    4    6  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,Z),F(Y,Z))
21 -IK ELEM A :    4    8  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,Z),F(Z,Y))
22 -IK ELEM A :    5    2  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Y,X),Z)
23 -IK ELEM A :    5    4  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Y,X),F(X,Z))
24 -IK ELEM A :    5    6  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Y,X),F(Y,Z))
25 -IK ELEM A :    5    7  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Y,X),F(Z,X))
26 -IK ELEM A :    6    0  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Y,Z),X)
27 -IK ELEM A :    6    4  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Y,Z),F(X,Z))
28 -IK ELEM A :    6    7  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Y,Z),F(Z,X))
29 -IK ELEM A :    7    1  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,X),Y)
30 -IK ELEM A :    7    3  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,X),F(X,Y))
31 -IK ELEM A :    7    5  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,X),F(Y,X))
32 -IK ELEM A :    7    8  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,X),F(Z,Y))
33 -IK ELEM A :    8    0  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,Y),X)
34 -IK ELEM A :    8    3  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,Y),F(X,Y))
35 -IK ELEM A :    8    5  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,Y),F(Y,X))
36 -IK ELEM A :    0   11  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(Y,F(X,Z)))
37 -IK ELEM A :    0   13  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(Z,F(X,Y)))
38 -IK ELEM A :    0   15  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(F(X,Y),Z))
39 -IK ELEM A :    0   18  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(F(X,Y),F(Z,Y)))
40 -IK ELEM A :    0   19  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(F(X,Z),Y))
41 -IK ELEM A :    1    9  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,F(X,F(Y,Z)))
```

E.3

```
44 -IK ELEM A :   1  17  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,F(F(X,Y),F(Y,Z)))
45 -IK ELEM A :   1  22  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,F(F(Y,X),Z))
46 -IK ELEM A :   2  10  -BOL KELETKEZETT  :  F(Z,F(X,F(Z,Y)))
47 -IK ELEM A :   2  12  -BOL KELETKEZETT  :  F(Z,F(Y,F(Z,X)))
48 -IK ELEM A :   2  19  -BOL KELETKEZETT  :  F(Z,F(F(X,Z),Y))
49 -IK ELEM A :   2  21  -BOL KELETKEZETT  :  F(Z,F(F(X,Z),F(Z,Y)))
50 -IK ELEM A :   2  28  -BOL KELETKEZETT  :  F(Z,F(F(Y,Z),F(Z,X)))
51 -IK ELEM A :  15   1  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(F(X,Y),Z),Y)
52 -IK ELEM A :  22   0  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(F(Y,X),Z),X)
53 -IK ELEM A :  29   0  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(F(Z,X),Y),X)
```

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 0 | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 0 |
| 2 | 0 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

E.5

********** AZ ELSO EREDMENYT ADO VARIACIO **********

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 |
| 1 | 2 | 0 | 2 | 0 | 1 | 6 | 8 | 4 | 7 | 3 | 5 | 2 | 4 | 6 | 8 | 1 |

********** EREDMENY TABLAZAT **********

| 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 2 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 |

E.6

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |

********** AZ ELSO EREDMENYT ADO VARIACIO **********

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 6 | 6 | 6 | 7 | 7 | 7 | 7 | 8 | 8 | 9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 8 | 2 | 4 | 6 | 7 | 0 | 4 | 7 | 1 | 3 | 5 | 8 | 0 | 3 | 5 | 11 | 13 | 15 | 18 |

********** EREDMENY TABLAZAT **********

| 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | | | | | | |
| 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | | | | | | |
| 0 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | |
| 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 2 | 2 | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 2 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |

********** AZ ELSO EREDMENYT ADO VARIACIO **********

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 15 | 22 | 24 |
| 19 | 9 | 14 | 15 | 17 | 22 | 10 | 12 | 19 | 21 | 28 | 1 | 0 | 0 |

ELEMSZAM: 54

```
//U010AAAV JOB 5010,BUZA
LOG IEF403I U010AAAV STARTED TIME=18.57.02 USER=GUTS
LOG H Q
LOG H Q
LOG IEF450I U010AAAV,SMALLG1 ,SMALLG   ABEND S222        TIME=03.04.12
//SMALL PROC PRINT=PRINTALL
//SMALLG  EXEC PGM=U010SMAL,PARM='ISASIZE(300K)/&PRINT',                00000011
//    TIME=1400                                                         00000020
//STEPLIB DD DSN=DV.LINKLIB,DISP=SHR                                    00000030
//SYSPRINT DD SYSOUT=A                                                  00000050
//PLIDUMP DD SYSOUT=D                                                   00000060
//SYSUT1 DD UNIT=SYSDA,SPACE=(CYL,(5,5)),                               00000070
//          DCB=(DSORG=PS,RECFM=F,BLKSIZE=7280,LRECL=7280)              00000071
// PEND                                                                 00000072
//SMALLG1 EXEC SMALL   B 16                                             00000080
//SYSIN DD * GENERATED STMT                                             00000081

COMPLETION CODE - SYSTEM=222  USER=0000

IEF242I ALLOC. FOR U010AAAV SMALLG   SMALLG1  AT ABEND
IEF237I 150   ALLOCATED TO STEPLIB
IEF237I 233   ALLOCATED TO SYSUT1
IEF373I STEP /SMALLG  / START 86007.1857
IEF374I STEP /SMALLG  / STOP  86008.0304 CPU  77MIN 29.09SEC STOR VIRT 464K
IEF298I  U010AAAV SYSOUT=A.
IEF375I  JOB /U010AAAV/ START 86007.1857
IEF376I  JOB /U010AAAV/ STOP  86008.0304 CPU  77MIN 29.09SEC
```

AZ ALAPALGEBRA ELEMSZAMA : 3

A MUVELET VALTOZOSZAMA : 2

A GENERALO ELEMEK SZAMA : 4

R 16

MUVELETTABLAZAT :

| X1 | X2 | F |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 2 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 1 |
| 2 | 0 | 2 |
| 2 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | -IK ELEM A : | 0 | 1 | -BOL KELETKEZETT | : | F(X,Y) |
| 5 | -IK ELEM A : | 0 | 2 | -BOL KELETKEZETT | : | F(X,Z) |
| 6 | -IK ELEM A : | 0 | 3 | -BOL KELETKEZETT | : | F(X,V) |
| 7 | -IK ELEM A : | 1 | 0 | -BOL KELETKEZETT | : | F(Y,X) |
| 8 | -IK ELEM A : | 1 | 2 | -BOL KELETKEZETT | : | F(Y,Z) |
| 9 | -IK ELEM A : | 1 | 3 | -BOL KELETKEZETT | : | F(Y,V) |
| 10 | -IK ELEM A : | 2 | 0 | -BOL KELETKEZETT | : | F(Z,X) |
| 11 | -IK ELEM A : | 2 | 1 | -BOL KELETKEZETT | : | F(Z,Y) |
| 12 | -IK ELEM A : | 2 | 3 | -BOL KELETKEZETT | : | F(Z,V) |

```
13 -IK ELEM A :   3   0  -BOL KELETKEZETT  :  F(V,Y)
14 -IK ELEM A :   3   1  -BOL KELETKEZETT  :  F(V,Y)
15 -IK ELEM A :   3   2  -BOL KELETKEZETT  :  F(V,Z)
16 -IK ELEM A :   0   8  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(Y,Z))
17 -IK ELEM A :   0   9  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(Y,V))
18 -IK ELEM A :   0  11  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(Z,Y))
```

```
1003 -IK ELEM A :  16  40  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,F(Y,Z)),F(F(X,Y),F(V,Z)))
1004 -IK ELEM A :  16  51  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,F(Y,Z)),F(F(X,Z),V))
1005 -IK ELEM A :  16  52  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,F(Y,Z)),F(F(X,Z),F(X,V)))
1006 -IK ELEM A :  16  54  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,F(Y,Z)),F(F(X,Z),F(Y,V)))
1007 -IK ELEM A :  16  57  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,F(Y,Z)),F(F(X,Z),F(V,Y)))
1008 -IK ELEM A :  16  58  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,F(Y,Z)),F(F(X,Z),F(V,Z)))
1009 -IK ELEM A :  16  59  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,F(Y,Z)),F(F(X,V),Y))
1010 -IK ELEM A :  16  60  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,F(Y,Z)),F(F(X,V),Z))
```

```
1685 -IK ELEM A :  29  103  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,F(X,V)),F(F(Z,X),F(V,Y)))
1686 -IK ELEM A :  29  105  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,F(X,V)),F(F(Z,V),V))
1687 -IK ELEM A :  29  110  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,F(X,V)),F(F(Z,Y),F(Z,V)))
1688 -IK ELEM A :  29  111  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,F(X,V)),F(F(Z,Y),F(V,X)))
1689 -IK ELEM A :  29  112  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,F(X,V)),F(F(Z,Y),F(V,Y)))
1690 -IK ELEM A :  29  114  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,F(X,V)),F(F(Z,V),Y))
1691 -IK ELEM A :  29  115  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,F(X,V)),F(F(Z,V),F(X,Y)))
1692 -IK ELEM A :  29  117  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,F(X,V)),F(F(Z,V),F(Y,X)))
```

A MUVELET VALTOZOSZAMA : 2

A GENERALO ELEMEK SZAMA : 4

B 17

MUVELETTABLAZAT :

| x1 | x2 | F |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 2 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 1 |
| 2 | 0 | 2 |
| 2 | 1 | 2 |
| 2 | 2 | 2 |

4 -IK ELEM A : 0 1 -BOL KELETKEZETT : F(X,Y)

5 -IK ELEM A : 0 2 -BOL KELETKEZETT : F(X,Z)

6 -IK ELEM A : 0 3 -BOL KELETKEZETT : F(X,V)

7 -IK ELEM A : 1 0 -BOL KELETKEZETT : F(Y,X)

8 -IK ELEM A : 1 2 -BOL KELETKEZETT : F(Y,Z)

9 -IK ELEM A : 1 3 -BOL KELETKEZETT : F(Y,V)

10 -IK ELEM A : 2 0 -BOL KELETKEZETT : F(Z,X)

11 -IK ELEM A : 2 1 -BOL KELETKEZETT : F(Z,Y)

12 -IK ELEM A : 2 3 -BOL KELETKEZETT : F(Z,V)

```
13 -IK ELEM A :   3   0  -BOL KELETKEZETT  :  F(V,X)
14 -IK ELEM A :   3   1  -BOL KELETKEZETT  :  F(V,Y)
15 -IK ELEM A :   3   2  -BOL KELETKEZETT  :  F(V,Z)
16 -IK ELEM A :   0   8  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(Y,Z))
17 -IK ELEM A :   0   9  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(Y,V))
18 -IK ELEM A :   0  11  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(Z,Y))
19 -IK ELEM A :   0  12  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(Z,V))
20 -IK ELEM A :   0  14  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(V,Y))
21 -IK ELEM A :   0  15  -BOL KELETKEZETT  :  F(X,F(V,Z))
22 -IK ELEM A :   1   5  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,F(X,Z))
23 -IK ELEM A :   1   6  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,F(X,V))
24 -IK ELEM A :   1  10  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,F(Z,X))
25 -IK ELEM A :   1  12  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,F(Z,V))
26 -IK ELEM A :   1  13  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,F(V,X))
27 -IK ELEM A :   1  15  -BOL KELETKEZETT  :  F(Y,F(V,Z))
28 -IK ELEM A :   2   4  -BOL KELETKEZETT  :  F(Z,F(X,Y))
29 -IK ELEM A :   2   6  -BOL KELETKEZETT  :  F(Z,F(X,V))
30 -IK ELEM A :   2   7  -BOL KELETKEZETT  :  F(Z,F(Y,X))
31 -IK ELEM A :   2   9  -BOL KELETKEZETT  :  F(Z,F(Y,V))
32 -IK ELEM A :   2  13  -BOL KELETKEZETT  :  F(Z,F(V,X))
33 -IK ELEM A :   2  14  -BOL KELETKEZETT  :  F(Z,F(V,Y))
34 -IK ELEM A :   3   4  -BOL KELETKEZETT  :  F(V,F(X,Y))
35 -IK ELEM A :   3   5  -BOL KELETKEZETT  :  F(V,F(X,Z))
36 -IK ELEM A :   3   7  -BOL KELETKEZETT  :  F(V,F(Y,X))
37 -IK ELEM A :   3   8  -BOL KELETKEZETT  :  F(V,F(Y,Z))
38 -IK ELEM A :   3  10  -BOL KELETKEZETT  :  F(V,F(Z,X))
39 -IK ELEM A :   3  11  -BOL KELETKEZETT  :  F(V,F(Z,Y))
40 -IK ELEM A :   4   2  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,Y),Z)
41 -IK ELEM A :   4   3  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,Y),V)
42 -IK ELEM A :   4  12  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,Y),F(Z,V))
```

```
43 -IK ELEM A :   4   15  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,Y),F(V,Z))
44 -IK ELEM A :   5    3  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,Z),V)
45 -IK ELEM A :   5    9  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,Z),F(Y,V))
46 -IK ELEM A :   5   14  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,Z),F(V,Y))
47 -IK ELEM A :   6    8  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,V),F(Y,Z))
48 -IK ELEM A :   6   11  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(X,V),F(Z,Y))
49 -IK ELEM A :   7    2  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Y,X),Z)
50 -IK ELEM A :   7    3  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Y,X),V)
51 -IK ELEM A :   7   12  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Y,X),F(Z,V))
52 -IK ELEM A :   7   15  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Y,X),F(V,Z))
53 -IK ELEM A :   8    3  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Y,Z),V)
54 -IK ELEM A :   8    6  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Y,Z),F(X,V))
55 -IK ELEM A :   8   13  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Y,Z),F(V,X))
56 -IK ELEM A :   9    5  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Y,V),F(X,Z))
57 -IK ELEM A :   9   10  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Y,V),F(Z,X))
58 -IK ELEM A :  10    1  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,X),Y)
59 -IK ELEM A :  10    3  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,X),V)
60 -IK ELEM A :  10    9  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,X),F(Y,V))
61 -IK ELEM A :  10   14  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,X),F(V,Y))
62 -IK ELEM A :  11    3  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,Y),V)
63 -IK ELEM A :  11    6  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,Y),F(X,V))
64 -IK ELEM A :  11   13  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,Y),F(V,X))
65 -IK ELEM A :  12    4  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,V),F(X,Y))
66 -IK ELEM A :  12    7  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,V),F(Y,X))
67 -IK ELEM A :  13    1  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(V,X),Y)
68 -IK ELEM A :  13    2  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(V,X),Z)
69 -IK ELEM A :  13    8  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(V,X),F(Y,Z))
70 -IK ELEM A :  13   11  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(V,X),F(Z,Y))
71 -IK ELEM A :  14    2  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(V,Y),Z)
72 -IK ELEM A :  14    5  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(V,Y),F(X,Z))
```

F.3

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| [illegible] -IK ELEM A : | 14 | 10 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(V,Y),F(Z,X)) |
| 74 -IK ELEM A : | 15 | 4 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(V,Z),F(X,Y)) |
| 75 -IK ELEM A : | 15 | 7 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(V,Z),F(Y,X)) |
| 76 -IK ELEM A : | 0 | 25 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(X,F(Y,F(Z,V))) |
| 77 -IK ELEM A : | 0 | 27 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(X,F(Y,F(V,Z))) |
| 78 -IK ELEM A : | 0 | 31 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(X,F(Z,F(Y,V))) |
| 79 -IK ELEM A : | 0 | 33 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(X,F(Z,F(V,Y))) |
| 80 -IK ELEM A : | 0 | 37 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(X,F(V,F(Y,Z))) |
| 81 -IK ELEM A : | 0 | 39 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(X,F(V,F(Z,Y))) |
| 82 -IK ELEM A : | 0 | 53 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(X,F(F(Y,Z),V)) |
| 83 -IK ELEM A : | 0 | 62 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(X,F(F(Z,Y),V)) |
| 84 -IK ELEM A : | 0 | 71 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(X,F(F(V,Y),Z)) |
| 85 -IK ELEM A : | 1 | 19 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(Y,F(X,F(Z,V))) |
| 86 -IK ELEM A : | 1 | 21 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(Y,F(X,F(V,Z))) |
| 87 -IK ELEM A : | 1 | 29 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(Y,F(Z,F(X,V))) |
| 88 -IK ELEM A : | 1 | 32 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(Y,F(Z,F(V,X))) |
| 89 -IK ELEM A : | 1 | 35 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(Y,F(V,F(X,Z))) |
| 90 -IK ELEM A : | 1 | 38 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(Y,F(V,F(Z,X))) |
| 91 -IK ELEM A : | 1 | 44 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(Y,F(F(X,Z),V)) |
| 92 -IK ELEM A : | 1 | 50 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(Y,F(F(Z,X),V)) |
| 93 -IK ELEM A : | 1 | 66 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(Y,F(F(V,X),Z)) |
| 94 -IK ELEM A : | 2 | 17 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(Z,F(X,F(Y,V))) |
| 95 -IK ELEM A : | 2 | 20 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(Z,F(X,F(V,Y))) |
| 96 -IK ELEM A : | 2 | 23 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(Z,F(Y,F(X,V))) |
| 97 -IK ELEM A : | 2 | 26 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(Z,F(Y,F(V,X))) |
| 98 -IK ELEM A : | 2 | 34 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(Z,F(V,F(X,Y))) |
| 99 -IK ELEM A : | 2 | 36 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(Z,F(V,F(Y,X))) |
| 100 -IK ELEM A : | 2 | 41 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(Z,F(F(X,Y),V)) |
| 101 -IK ELEM A : | 2 | 50 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(Z,F(F(Y,X),V)) |
| 102 -IK ELEM A : | 2 | 67 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(Z,F(F(V,X),Y)) |

F.4

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 103 | -IK ELEM A : | 3 | 16 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(V,F(X,F(Y,Z))) |
| 104 | -IK ELEM A : | 3 | 18 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(V,F(X,F(Z,Y))) |
| 105 | -IK ELEM A : | 3 | 22 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(V,F(Y,F(X,Z))) |
| 106 | -IK ELEM A : | 3 | 24 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(V,F(Y,F(Z,X))) |
| 107 | -IK ELEM A : | 3 | 28 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(V,F(Z,F(X,Y))) |
| 108 | -IK ELEM A : | 3 | 30 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(V,F(Z,F(Y,X))) |
| 109 | -IK ELEM A : | 3 | 40 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(V,F(F(X,Y),Z)) |
| 110 | -IK ELEM A : | 3 | 49 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(V,F(F(Y,X),Z)) |
| 111 | -IK ELEM A : | 3 | 58 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(V,F(F(Z,X),Y)) |
| 112 | -IK ELEM A : | 4 | 31 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(X,Y),F(Z,F(Y,V))) |
| 113 | -IK ELEM A : | 4 | 37 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(X,Y),F(V,F(Y,Z))) |
| 114 | -IK ELEM A : | 4 | 44 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(X,Y),F(F(X,Z),V)) |
| 115 | -IK ELEM A : | 5 | 39 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(X,Z),F(V,F(Z,Y))) |
| 116 | -IK ELEM A : | 7 | 29 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(Y,X),F(Z,F(X,V))) |
| 117 | -IK ELEM A : | 7 | 35 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(Y,X),F(V,F(X,Z))) |
| 118 | -IK ELEM A : | 7 | 53 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(Y,X),F(F(Y,Z),V)) |
| 119 | -IK ELEM A : | 8 | 38 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(Y,Z),F(V,F(Z,X))) |
| 120 | -IK ELEM A : | 10 | 23 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(Z,X),F(Y,F(X,V))) |
| 121 | -IK ELEM A : | 10 | 34 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(Z,X),F(V,F(X,Y))) |
| 122 | -IK ELEM A : | 10 | 62 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(Z,X),F(F(Z,Y),V)) |
| 123 | -IK ELEM A : | 11 | 36 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(Z,Y),F(V,F(Y,X))) |
| 124 | -IK ELEM A : | 13 | 22 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(V,X),F(Y,F(X,Z))) |
| 125 | -IK ELEM A : | 13 | 28 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(V,X),F(Z,F(X,Y))) |
| 126 | -IK ELEM A : | 13 | 71 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(V,X),F(F(V,Y),Z)) |
| 127 | -IK ELEM A : | 14 | 30 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(V,Y),F(Z,F(Y,X))) |
| 128 | -IK ELEM A : | 16 | 15 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(X,F(Y,Z)),F(V,Z)) |
| 129 | -IK ELEM A : | 17 | 12 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(X,F(Y,V)),F(Z,V)) |
| 130 | -IK ELEM A : | 18 | 14 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(X,F(Z,Y)),F(V,Y)) |
| 131 | -IK ELEM A : | 22 | 15 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(Y,F(X,Z)),F(V,Z)) |
| 132 | -IK ELEM A : | 23 | 12 | -BOL | KELETKEZETT | : | F(F(Y,F(X,V)),F(Z,V)) |

```
135 -IK ELEM A :   29   9  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,F(X,V)),F(Y,V))
136 -IK ELEM A :   30  13  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(Z,F(Y,X)),F(V,X))
137 -IK ELEM A :   34  11  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(V,F(X,Y)),F(Z,Y))
138 -IK ELEM A :   35   8  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(V,F(X,Z)),F(Y,Z))
139 -IK ELEM A :   36  10  -BOL KELETKEZETT  :  F(F(V,F(Y,X)),F(Z,X))

ELEMSZAM:          140
```

AZ ALAPALGEBRA ELEMSZAMA : 4

A MUVELET VALTOZOSZAMA : 3

A GENERALO ELEMEK SZAMA : 4

PATTERN 14

MUVELETTABLAZAT :

| X1 | X2 | X3 | F |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 2 | 2 |
| 0 | 0 | 3 | 3 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 2 | 1 |
| 0 | 1 | 3 | 1 |
| 0 | 2 | 0 | 0 |
| 0 | 2 | 1 | 2 |
| 0 | 2 | 2 | 0 |
| 0 | 2 | 3 | 2 |
| 0 | 3 | 0 | 0 |
| 0 | 3 | 1 | 3 |
| 0 | 3 | 2 | 3 |
| 0 | 3 | 3 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 2 | 0 |
| 1 | 0 | 3 | 0 |

```
 98 =TK ELEM A :   0   8   2  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Y),Z)

 99 =TK ELEM A :   0   8   3  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Y),V)

100 =TK ELEM A :   0   8   4  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Y),F(V,Y,Z))

101 =TK ELEM A :   0   8   5  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Y),F(V,Y,V))

102 =TK ELEM A :   0   8   6  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Y),F(V,Z,Y))

103 =TK ELEM A :   0   8   7  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Y),F(V,Z,V))
                                              0    8    8 EQU    0
                                              0    8    9 EQU   62

104 =TK ELEM A :   0   8  10  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Y),F(Y,X,Z))
                                              0    8   11 EQU   99

105 =TK ELEM A :   0   8  12  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Y),F(Y,Z,V))

106 =TK ELEM A :   0   8  13  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Y),F(Y,V,Z))

107 =TK ELEM A :   0   8  14  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Y),F(Z,X,V))

108 =TK ELEM A :   0   8  15  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Y),F(Z,Y,V))
                                              0    9    0 EQU    0

109 =TK ELEM A :   0   9   1  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Z),Y)

110 =TK ELEM A :   0   9   2  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Z),Z)

111 =TK ELEM A :   0   9   3  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Z),V)

112 =TK ELEM A :   0   9   4  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Z),F(V,Y,Z))

113 =TK ELEM A :   0   9   5  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Z),F(V,Y,V))

114 =TK ELEM A :   0   9   6  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Z),F(V,Z,Y))

115 =TK ELEM A :   0   9   7  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Z),F(V,Z,V))
                                              0    9    8 EQU   89
                                              0    9    9 EQU    0

116 =TK ELEM A :   0   9  10  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Z),F(V,X,Z))

117 =TK ELEM A :   0   9  11  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Z),F(Y,X,V))

118 =TK ELEM A :   0   9  12  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Z),F(Y,Z,V))

119 =TK ELEM A :   0   9  13  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Z),F(V,V,Z))
                                              0    9   14 EQU  111

120 =TK ELEM A :   0   9  15  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(X,V,Z),F(Z,Y,V))
                                              0   10    0 EQU    0
                                              0   10    1 EQU   18
                                              0   10    2 EQU   26

121 =TK ELEM A :   0  10   3  =BOL KELFTKEZETT  :  F(X,F(Y,X,Z),V)
                                              0   10    4 EQU   1*
```

G.2