/

D I D A K T I K A I   A L G O R I T M U S O K   E L E M E I

GYARAKY FERENC FRIGYES

doktori értekezése.

BEVEZETŐ

Sokan leszögezték már, hogy ha az oktatás mesterei akarunk lenni, akkor a célhoz vezető utat, az oktatás módszerét alaposan kell ismernünk. A most bemutatásra kerülő ut az eddig ismertektől sokban eltérő sajátos ut, amely az eddigi főleg pedagógiai és pszichológiai mesgyékről kissé letérve, olyan területeket is érint, mint a halmazelmélet, a matematikai logika, a valószinüség-számitás, a gráf-elmélet, kibernetika, automatika, ... Ezt a még igen nehezen járható utat fogjuk algoritmikus utnak nevezni. Magát a diszciplinát pedig, mivel a didaktika területéről indul ki és ide is tér vissza: <u>didaktikai algoritmusoknak</u>.

Mint általában a határterületeket érintő diszciplináktól sem, ugy ettől sem várhatjuk el, hogy valamelyik irányban is elmélyüljön. Tárgyalásunk menetét éppen ezért szigoru iránytényezőnek kell meghatároznia. Ezt a szerepet itt egy általános algoritmus definició fogja betölteni, amely mint iránytü, vezet bennünket végig a fenti labirintuson.

Természetesen nem ez az első kisérlet ennek a problémának a megoldására. Az eddig elismert legeredményesebb munkát L.N.LANDA, a kiváló - nyugati szakmai körökben is uttörőnek elismert - szovjet tudós végezte ezen a téren. Idevágó főmüve az "Oktatás és az algoritmusok" e disszertáció irásával egyidőben jelent meg, s igy nagy sajnálattal le kellett mondanom arról, hogy e szerény kis munkát az abban szereplő értékes anyaggal gazdagitsam.

LANDÁN kivül mások is foglalkoztak ezzel a kérdéssel, de csak egy-

egy tanulmány erejéig. Nagyobb összefogó munkát egy-egy részterületen G.MEYER munkájában és K.ELSNER doktori disszertációjában értékelhetünk.

Az eléggé elszórt és elszigetelt jellegü tanulmányok sok esetben nem a rendszerezés irányában, hanem ellenkezőleg, a terminológiai zürzavar fokozása irányában hatottak.

Ezek egyensulyának megteremtése e disszertáció másik feladata, amelyet ugy kivánok megoldani, hogy a definiciók szigoru rendje után három szinten:

formális,

konstruktiv, és

strukturális

szinten kivánom az anyagot tárgyalni, hogy ezzel is a fejlődés dialektikus folyamatát biztositsam.

/A formális és konstruktiv elemek cimü részben felhasznált matematikai apparátus elemeit ismertetni fogom./

I.

AZ ALGORITMUS FOGALOM KLASSZIKUS ÉS MODERN ÉRTELMEZÉSE.

Az arab Al Kvarizmi nevéből keletkezett több, esetleg végtelen sok, egymástól csak bizonyos adatokban /kiindulási/ eltérő matematikai probléma megoldására szolgáló általános eljárás /130:119/. A legközismertebb ilyen algoritmus az ugynevezett "euklideszi algoritmus", amely két szám legnagyobb közös osztójának a meghatározására szolgál, pl.: 72 és 40 legnagyobb közös osztójának meghatározásánál:

72 : 40 = 1
32

40 : 32 = 1
8

32 : 8 = 4
0

A legnagyobb közös osztó tehát: 8.

A matematikai bizonyitást mellőzve látható, hogy az algoritmus az alábbi eljárást absztrahálja:

1./ Oszd el a nagyobbik számot a kisebbikkel.

2./ Az első osztót oszd el ezután az első maradékkal.

3./ Ezt folytasd, és a második osztót oszd el a második maradékkal.

4./ Ezt az eljárást mindaddig folytasod, amig a maradék "0" nem lesz. Ebben az esetben az utolsó osztó lesz a keresett legnagyobb közös osztó.

A most bemutatott algoritmus megadása "szóbeli leirással" történt.

A matematika fejlődése során keletkeztek ujabb definiciók is, igy: "Algoritmus = eljárás azonos tipusú feladatok megoldására". Eme túl egyszerü definiciók sok esetben nem bizonyultak teljes értékünek, s igy szigorúbb megkötések is keletkeztek, melyek szerint: Valamilyen előirás csak akkor algoritmus, ha teljesen meghatároz valamilyen folyamatot, tevékenységet és bizonyos azonos kiinduló adatokból mindig azonos végeredményekre vezet. A.I.POPOV /106:176/ szerint algoritmusnak bizonyos matematikai feladatok megoldási receptjét nevezik, amely pontosan megadja a megoldás megkeresésére szolgáló szabályokat, mégpedig olyan alakban, hogy a megoldást úgyszólván mechanikusan megkapjuk, ha lépésről lépésre követjük az algoritmus útmutatásait. Jó példaként emlithető itt az ugynevezett FIBONACCI-féle számok sorozata, ahol adva van $U_o = 0$; $U_1 = 1$; a továbbiakban pedig a sorozat bármely három egymásután következő tagja az alábbi algoritmus szerint képezhető:

$$U_2 = U_1 + U_o = 1 + 0 = 1$$
$$U_3 = U_2 + U_1 = 1 + 1 = 2$$
$$U_4 = U_3 + U_2 = 2 + 1 = 3$$

- - - - - - - - - - - - -

Általánosságban:

$$\boxed{U_{n+2} = U_{n+1} + U_n}$$

Ez az algoritmus matematikai modellje.

Az algoritmus fogalom sok más klasszikus terminológiához hasonlóan kinőtte eredeti kereteit, s általánossá vált. Igy ma már a modern algoritmus definiciók nem beszélnek tovább "matematikai feladatok megoldási receptjeiről", hanem az algoritmus által meghatározott tevékenységek körét ma már egyre több tudományágban értelmezik. Igy pl. A.A.MARKOV /91: / szerint az algoritmus fogalmának általánosságban tulajdonképen nincs szigorú matematikai meghatározása, s ezért körül kell határolni. Adott esetben pl. az ugynevezett <u>normális algoritmus</u> fogalmát vezetik be; ennek egészben véve azok a számitási eljárások felelnek meg, amelyeket manapság rekurzivoknak szoktak nevezni. Ezeknek elemi lépésekre kell tagolódnia, amelyek mindegyikét egyértelmü és félreérthetetlen szabályok szerint hajthatjuk végre. A lépések "integrális" jellegüek lehetnek, s ez esetben az objektum jelentős részére, vagy egészére kihatnak, de lehetnek lokális tipusúak is, t.i. amikor csak eleve korlátozott helyi változásokat haznak létre. A normális algoritmusoknak lehetővé kell tenniök az integrális lépéseknek véges számú elemi lokális müveletre való visszavezetését. Erre épiti A.A.CSENCOB /16 : —/ tömörebb definicióját, amikor <u>az algoritmust a szabályok és tevékenységek olyan rendszerének tekinti, amelyek szerint a megadott feladatot a leggazdaságosabban lehet elvégezni.</u> Ez a definició már az optimalitásra is utal, bár megállapitása még csak horizontális jellegü. A későbbiek során már egyazon algoritmuson belül vertikális metszetben fogjuk az optimális algoritmust meghatározni. Igen mélyen hatolt a modern algoritmus-elmélet definicióinak felkutatásába H.THIELE /132:111-146/, aki szerint a modern algoritmus fogalom, a régi praktikus számtani algoritmusok /négyzetgyökvonás; regula falsi/ definicióiból olyképpen adódott, hogy a "számolás fogalmát" először az "aritmetikai müveletek" fogalmával, majd végezetül az általános "kalkulusok /itéletkalkulus, automatizált nyelvi forditás/operációival" helyettesitették. A nyelvtudományok területén is nélkülözhetetlen algoritmus fogalmát ANTAL LÁSZLÓ / 4 : —/ a következőképpen vezeti be: A modern strukturalista nyelvtudomány a nyelvtant mondatok keltésére, generálására szolgáló szabályok összességének tekinti, mely szabályok lényegében algoritmusoknak tekinthetők.

A fogalom további kiterjesztésének eklatáns megoldását adta A.MÜLLER /98: 6/: Ahogy az ember képes az automaták jelzéseit a megadott helyen leolvasni, előre megadott módon jeleket hozzárendelni, ezeket a jeleket a meghatározott helyen elhelyezni, és egy előre megadott feltétel teljesülése vagy nem teljesülése esetén a leolvasási folyamatot egy másik meghatározott helyen folytatni, vagy ezt a folyamatot megállitani, úgy ezt a munkát egy automata is képes elvégezni. Ezt a folyamatot egy tevékenység algoritmusának nevezhetjük. Közel jutott ehhez a megállapitáshoz F.MALIŘ /92: 81/, amikor az algoritmus fogalma alatt az egymásután következő operációknak azt a szigorúan meghatározott sorrendjét érti, amelynek segitségével az ember vagy gép egy előre meghatározott eredményt /célt/ elérhet. Életközelségbe hozza ezt az alábbi "hétköznapi" példával:

Valaki egy nyilvános telefonállomáson akar telefonálni. Ennek érdekében az alábbi operációkat kell elvégeznie:

1./ A "hallgatót" kézbe kell vennie. /H/

2./ A telefonérmét be kell dobnia. /D/

3./ A meghivandó állomás számjegyeit a meghatározott sorrendben tárcsáznia kell. /T/

Elméletileg a három operáció segitségével:

$$3! = 3 . 2 . 1 = 6$$

müvelet végezhető:

HDT	HTD	DHT
DTH	TDH	THD

Valójában azonban csak akkor fog tudni telefonálni, ha a "helyes algoritmust" HDT ismeri.

Az agy fiziológiai aspektusából A.V.NAPALKOV /102: —/ adja az alábbi algoritmus definiciót: "Azok az algoritmusok tehát, amelyek lehetővé teszik, hogy az agy önállóan a leggazdaságosabban dolgozza ki uj, bonyolult munkaprogrammját /anélkül, hogy sorra venné az emlékezetében tárolt összes adatokat/, a következőkben foglalhatók össze: A válogatás egyfelől irányitottan, célszerüen, másfelől pedig a külső konkrét körülményekkel szigorú összhangban folyik. Mindkettő egy sajátos fiziológiai mechanizmus, a "kettős fenekü" idegsejtek müködése révén válik lehetővé."

A jelenleg legáltalánosabb definició szerint /130:120/ algoritmus legáltalánosabb értelemben bármiféle szabatosan előirt eljárás/matematikai modellje/. Átvitt értelemben az ilyen eljárásokat is algoritmusnak nevezik. A továbbiakban erre a definicióra épitjük fel vizsgálódásainkat.

A következőkben már a didaktikai algoritmusokat definiáljuk:

J.R.H.DEUTSCH /17: 11/ szerint "A tanulási folyamat vezérlésének algoritmusa a viselkedések valószinüségeinek lépésről-lépésre történő változásainak figyelembevételével fejleszthető ki. - Az oktatási folyamat algoritmizálhatóságának meghatározása szerint: Az oktatási algoritmus egy olyan módszeres tanitási eljárás, amely szerint minden egyes oktatási lépésnek az egész rendszeren belül olyan meghatározott helye van, hogy bármelyik pontból egy meghatározott döntés alapján minden esetben el lehet jutni a következő oktatási lépéshez [redacted]. H.FRANK /35:101/ szerint egy oktatási algoritmus egy olyan speciális törvényszerüség, mely szerint egy oktatási rendszer /tanár, vagy oktatógép/ egy tanulási rendszertől /tanuló, vagy tanuló-automata/ előre megadott jeleket /válaszok, kérdések, kérések - röviden; betáplálandó jeleket/ vesz át és ezt követően jelzéseket /értékelő, ujabb kérdések, utasitásokat/ ad le, vagy helyez úgy el, hogy az a tanuló-rendszer részére leolvasható /hallható, vagy látható/ legyen.

F.MALIŘ /92: 81/ a pszichológiai algoritmus fogalmát definiálva megállapitja, hogy ez a tanulók által szigorú sorrendben elvégzendő pszichikai operációk sorrendje. Ugyanitt megadja a metodikai algoritmus fogalmát is, mely alatt azokat a szigorú sorrendben egymást követő lépéseket érti, amelyeket úgy a tanárnak, mint a tanulónak el kell végeznie az oktatási cél elérése érdekében.

Az előbbiek során megismert legáltalánosabb algoritmus fogalom szerint bármiféle szabatosan előirt eljárás/matematikai modellje/algoritmus. Evidens, hogy azok a didaktikai folyamatok, amelyek a fenti követelménynek eleget tesznek, algoritmikusan leirhatók, s [redacted] hozzájuk rendelhető egy matematikai modell is. Ezek a didaktikai algoritmusok azonban az alábbiakban eltérnek a matematikai feladatok megoldására alkalmazott átalakitási algoritmusoktól /86 :f.3/:

1./ A matematikában minden átalakitási müvelet mindig egyértelmü eredményre vezet /pl. egy konkrét müvelet egy konkrét számot mindig ugyanazzá a másik konkrét számmá alakit át/, a didaktikában viszont az átalakitási müveletek többnyire nem egyértelmü, hanem valószinüségi eredményekre vezetnek /pl. ugyanaz az oktatási ráhatás különböző reakciókat vált ki más-más tanulóból, sőt eltérő időben esetleg ugyanabból a tanulóból is/.

2./ A didaktikában a kezdő érték is legtöbbnyire valószinüségi érték, mivel a tanuló ismereteinek foka is csak megközelitőleg határozható meg.

Az oktatási algoritmusban ezért tekintetbe kell venni azokat a különböző reakciókat, amelyeket ugyanaz az oktatási ráhatás a tanulókból kiválthat és előre meg kell tervezni az ezekre történő reagálás módját. Ha egy más szempontból, mondjuk a "kibernetikus pedagógia" aspektusából akarnók az "oktatási algoritmust" definiálni, akkor /48: —/:

az uj ismeretek rendezetlensége = entrópia,

az uj ismeretek elrendezése = információs entrópia,

az uj ismeretek rendezettsége = negativ entrópia

megfeleltetések bevezetése után az oktatási algoritmust az információs entrópia egyik absztrakt modelljének is tekinthetjük.

A programmozott oktatásnak elvitathatatlan érdeme, hogy először tüzte ki a neveléstudomány elé a didaktikai folyamat algoritmikus leirásának feladatát. Ugyanis, amig kizárólag csak ember, pedagógus végezte az oktatást, be lehetett érni hozzávetőleges leirásokkal, általános és nem minden esetben határozott útmutatásokkal /pl. megfeleltek az efajta előirások is, hogy magas szinten kell tartani az osztály aktivitását; el kell érni az ismeretek tudatos elsajátitását, stb./. A tanár értelmes és gondolkodó lény, igy tapasztalatai és intuiciói alapján feltétlenül meg tudja határozni, hogy mikor magas az aktivitás, mikor alacsony, és mennyire kell fokozni; mikor szereztek a tanulók tudatos ismereteket és mikor nem eléggé tudatosak ismereteik, s akkor hogyan kell eddigi módszerén változtatnia, a tudatosság erősebb érvényesitése érdekében. Az ilyen természetü útmutatások hasznavehetetlenek a programmozott oktatásban, amely programmozott tankönyvek, vagy oktatógépek segitségével folyik. A gép nem tudja szabályozni a tanulók aktivitását, ha először nem adjuk meg részére azokat a szigorúan regisztrálható külső formákat, amelyekben az aktivitás megnyilvánul, vagy ha nem adjuk meg az aktivitás magas, illetve alacsony szintjének abszolut pontos kritériumait. A gép ezeknek a mutatóknak a segitségével változtathat az addigi oktatási stratégián. Ezek az okok indokolják a programmozásra kerülő tananyag algoritmikus leirásának feltétlen szükségszerüségét, amelyre ÁGOSTON GYÖRGY / 1 :499/ a következőkben utal: "Az algoritmusok kidolgozása egy-egy tantárgyban a programmkészités sokkal szolidabb tudományos-logikai alapját teremti meg, mint amilyennel ma az amerikai programmkészitők dolgoznak. Az amerikai programmkészitők ugyanis - legalábbis az általunk ismert tanulmányok szerint - csupán "próbálgatással" közelitik meg a tananyag optimális logikai strukturáltságát. Ez az induktiv kisérleti módszer egyesitve LANDA deduktiv módszerével, tehát a programm logikájának a matematikai logika felől történő megközelitésével, megbizhatóbb tudományosabb eljárás lehet egy programm szakaszokra bontásának, felépitésének megállapitásához.

Tisztázandó az a kérdés is, hogyan viszonyulnak egymáshoz az "oktatási programm" és az "oktatási algoritmus" fogalmak. Az elméletieskedést most mellőzve, megállapithatjuk, hogy gyakorlatilag azonosak. Az oktatás programmjának - a programmozott oktatás értelmében való - kidolgozása pontosan azt jelenti, hogy elkészitjük az oktatás algoritmusát, vagyis kidolgozzuk azt az előirást, amelyben meghatározzuk az oktatás tartalmát és célját, s ebben az oktatónak, illetve az oktatottnak a tevékenységét egyes müveletekre, komponensekre tagoljuk. Igy előre determináljuk az oktató, illetve az oktatott által végzendő müveleteket, melyek egyuttal reagálnak az utóbbi által elvégezhető müveletekre is. Egyben előirjuk az adott algoritmus szerinti oktatás befejezését is.

Az eddig ismertetett fogalmak helyét az "oktatás" rendszerében igen jól szemlélteti az alábbi L.N.LANDA-tól származó elrendezés /86 : 11/:

- oktatás
  - algoritmikus programm szerint folyó oktatás
    - programmozott oktatás
    - nem programmozott oktatás
  - algoritmikus programm nélkül folyó oktatás

Jól látható erről a sémáról, hogy az algoritmikus programm szerint folyó oktatás fogalma általánosabb a programmozott oktatás fogalmánál és magában foglalja a tanár, vagy oktató-gépek által vezetett programmozott oktatást.

Az elrendezés után közvetlen adódik az osztályozás problémája, s itt megállapithatjuk, hogy célszerüségi okokból a didaktikai algoritmusok három nagy főcsoportba oszthatók:

a./ Amelyekben a visszacsatolás hiányzik /ilyenek rendszerint azok a mintaóra-vázlatok, amelyek pontosan előirják, mit kell tennie az oktatás folyamán a tanárnak, de nem jelölik meg, mit kell tenniök a tanulóknak, és hogyan kell a tanárnak a tanulók megnyilatkozásaira reagálnia/.

b./ Amelyekhez hozzátartozik az operativ visszacsatolás /lásd a kibernetikai részt!/, az oktató és a tanuló között /az utóbbi számára feltétlenül/.

c./ Amelyek speciális didaktikai célok miatt késleltetett visszacsatolással rendelkeznek.

Pedagógus olvasónk részére ezek a megállapitások nem ujak, ugyanis az a./ tipust óratervekben tudatosan alkalmazza, a b./ tipust pedig az idő függvényeként, többnyire ösztönösen használja. A didaktikai irodalom ismerői pedig mindkét tipussal /gyakrabban az a./-val/ lépten-nyomon találkoznak. Ebből kifolyólag természetes a kérdés felvetése: Minek foglalkozunk akkor ezzel ilyen részletesen? Az előbbiek során már utaltunk erre, de itt egy ujabb aspektusból szeretnénk az előbbieket összefoglalni.

Az a./ tipusú oktatási algoritmus fajták feldolgozása a hagyományos pedagógus-tanuló /ember-ember/ rendszerben feltétlenül elegendő volt, a b./ tipusú a "pedagógus-véngban" van! Az oktatógépekkel /programmozott munkalapok, programmozott tankönyvek, egyszerü mechanikájú oktatógépek, bonyolultabb audio-vizuális berendezéssel müködő oktatógépek, és végül elektronikus számológépek, mint oktatógépek/ történő oktatásnál a programmozó-oktatógép-diák /ember-gép-ember/ rendszerben a b./ tipusú algoritmus is a müködés nélkülözhetetlen alapfeltétele. Ennek a hiánya az Iskola-televiziónál mutatkozik meg a legerősebben.

II.

A DIDAKTIKAI FOLYAMATOK ALGORITMIKUS LEIRÁSÁNAK MÓDSZEREI ÉS A LEGÁLTALÁNOSABB DIDAKTIKAI ALGORITMUSOK.

A folyamatok, és ezen belül a különböző tevékenységi formák algoritmikus leirásának első, és legelterjedtebb módja a szóbeli leirás. Ezt a módszert az a./ tipusú algoritmusoknál /főleg a hagyományos oktatás keretein belül/ alkalmazzák. Hazánkban NAGY SÁNDOR /101:303/ ezzel kapcsolatban a következőket irja: "Az ismeretszerzés, mint az oktatási folyamat egyik nagy átfogó fázisa, a megoldási módok variációinak egész sorát mutatja, melyekből azonban bizonyos jellegek /"modellek"/ jól kiemelhetők". Ezek a "modellek" átirhatók a./ tipusú didaktikai algoritmusokká. NAGY SÁNDOR ezt követően hét didaktikai algoritmust /modellt/ mutat be. Ezekből itt néhányat az első algoritmikus folyamatleirás módszere /"szóbeli utasitás"/ alapján fogunk tárgyalni:

Témakör: fémek fizikai és kémiai tulajdonságai /Ált.isk.8.oszt./. A tárgyalás algoritmusa:

1./ Célkitüzés. Egy adott fém fizikai és kémiai tulajdonságainak megismerése.

2./ Fizikai tulajdonságok felsorolása.

3./ Fizikai tulajdonságok elemzése.

4./ A fizikai tulajdonságok felsoroltatása a tanulókkal.

5./ A 2. és 3. összefoglalása.

6./ Kémiai tulajdonságok felsorolása.

7./ A kémiai tulajdonságokkal kapcsolatos kisérletek bemutatása.

8./ A kémiai tulajdonságokkal kapcsolatos kisérletek elemzáse.

9./ A kémiai tulajdonságokkal kapcsolatos kisérletek elemzéséből levonható következtetések megszövegezése.

10./A kémiai tulajdonságok felsoroltatása a tanulókkal.

11./A kémiai tulajdonságokkal kapcsolatos kisérletek elemzéséből levonható következtetések felsoroltatása a tanulókkal.

12./A 6.-9. összefoglalása.

13./ Annak megállapitása, hogy mire teszik alkalmassá az adott fémet fizikai és kémiai tulajdonságai.

x

Témakör: egy nagyobb költemény tárgyalásának megkezdése /gimn.I.o/.

1./ Ugyanennek a szerzőnek az ált.iskola 8.osztályában ismertetett kisebb költeményei alapján az "emlékét" felidéztetjük a tanulókkal.

2./ A megtárgyalásra kerülő költemény "Bevezető" cimü részének a bemutatása.

3./ A "Bevezető" részletekben történő elemzése.

4./ Az egyes részek lényeges összefüggéseinek kiemelése.

5./ Az elemzés feldolgoztatása a tanulókkal.

6./ A lényeges részek kiemelésének elvégeztetése a tanulókkal.

7./ A "Bevezető" rész formai elemzése.

8./ Általánositások a tanulók bevonásával.

9./ A költemény második részének bemutatása.

10./Összefoglalás és feladatként annak megtárgyalása, hogy a most bemutatott második részt a korábbi elemzések szempontjaira támaszkodva, otthon ki-ki saját maga végezze el.

x

Témakör: a hajszálcsövesség tárgyalása /falusi ált.isk.8.oszt./.

1./ A talajnedvesség megőrzésére irányuló tavaszi mezőgazdasági munkák idején szerzett megfigyelési adatok gyüjtése a tanulóktól.

2./ A probléma felvetése a tanulók felé: vajjon miért szükségesek ezek a müveletek?

3./ A tanulók hipotéziseinek összegyüjtése.

4./ A hajszálcsövességgel kapcsolatos egyszerü kisérletek elvégzése.

5./ A kisérletek eredményeinek elemzése.

6./ Az elemzés feldolgoztatása a tanulókkal.

7./ A 3. és 5. egybevetése.

8./ A tanultak gyakorlati alkalmazására történő utalás során visszatérés 1.-re.

Ugyanezt a témakört NAGY SÁNDOR más helyen az alábbi algoritmus szerint mutatja be:

1.-2.-3./ azonos az előbbivel.

4./ Első kisérlet.

5./ Elemzés.

6./ Elsődleges általánositás.

7./ Rögzités.

8./ Alkalmazás.

9./ Második kisérlet.

10./Elemzés.

11./Elsődleges általánositás.

12./Rögzités.

13./Alkalmazás.

14./Harmadik kisérlet.

15./Elemzés.

16./Elsődleges általánositás.

17./Rögzités.

18./Alkalmazás.

19./Befejező általánositás.

20./Összefoglalás /összesitő szóbeli rögzités/.

Az egy és ugyanazon témakörön belül alkalmazható algoritmusok differenciáltságára mutat, hogy NAGY SÁNDOR ugyanitt a hajszálcsövesség tárgyalására még három másik algoritmust is bemutat.

A második változat:

1.-2.-3./ azonos az előbbivel.

4./ Első kisérlet.

5./ Elemzés.

6./ Második kisérlet.

7./ Elemzés.

8./ Harmadik kisérlet.

9./ Elemzés.

10./Általánositás.

11./Rögzités.

12./Alkalmazás.

A harmadik változat:

1.-2.-3./ azonos az előbbivel.

4./ Első kisérlet.

5./ Elemzés.

6./ Elsődleges általánositás.

7./ Második kisérlet.

8./ Elemzés.

9./ Elsődleges általánositás.

10./Harmadik kisérlet.

11./Elemzés.

12./Elsődleges általánositás.

13./Összefoglaló általánositás.

14./A megértés ellenőrzése, és rögzités.

15./Alkalmazás.

A negyedik változat:

1.-2.-3./ azonos az előbbivel.

4./ Első kisérlet.

5./ Elemzés.

6./ Elsődleges általánositás.

7./ Rögzités.

8./ Második kisérlet.

9./ Elemzés.

10./Elsődleges általánositás.

11./Rögzités.

12./Harmadik kisérlet.

13./Elemzés.

14./Elsődleges általánositás.

15./Rögzités.

16./Összefoglaló általánositás.

17./Alkalmazás.

E négy változat a fő mozzanatok egymáshoz való viszonyának, elhelyezkedésének, kölcsönös kapcsolatának "ábrázolása", /Algoritmusa - kiemelés tőlem!/. Valamennyi változat ugyananannak az anyagrész oktatási folyamatának a "szóródásai". A II.változat viszonylag a legegyszerübb, a III.változatnál a tulajdonképpeni általánositáshoz három egymáshoz kapcsolódó indukció utján jutnak el. A IV.változatnál a III.-tól csak a "szakaszos rögzitésben" tér el. Az I.változatban a "szakaszos rögzités" mellett a "szakaszos alkalmazás" is szerepel. Összefoglalva a négy változat eklatáns példája az egy és ugyanazon anyagrészt feldolgozó didaktikai algoritmusok sokféleségének.

E tudományág kezdeti stádiumához mérten a didaktikai algoritmusok feldolgozásában teljességre törekedett G. MEYER /95:96-156/. A korszerü feldolgozást, mely strukturális differenciáltsága alapján a didaktika igen tekintélyes területét átfogja, az alábbi részletezésben ismertetem.

I. Az analitikus-szintetikus módszer algoritmusa:

1./ Tekintsd mindenekelőtt az egészet, és törekedj a teljes áttekintésre!

2./ Bontsd részeire és elemeire!

3./ Vedd az elemek funkcióit, mint egyedi objektumokat az egészben!

4./ Irányitsd figyelmedet a legfontosabb részekre!

5./ Vizsgáld a lényeges részek kölcsönös kapcsolatait és hatásait!

6./ Épitsd ismét fel az egészet!

7./ Hasonlitsd össze hasonló esetekkel és keresd meg a legrövidebb formát az egész megragadásához!

8./ Használd fel az uj információkat a gyakorlatban!

II. Az induktiv módszer algoritmusa. /Galilei mutatott rá először, hogyan juthatunk el az egyes esetektől a törvényig, vagyis addig, hogy általános érvényü kijelentést tehessünk a természetről. Ő mutatta meg, hogy a természetnek kisérletek segitségével olyan kérdéseket tehetünk fel, amelyekre maga a természet ad választ./

1./ Keresd az egyes eseteket, az egyes konkrét jelenségeket és analizáld őket!

2./ Kutasd fel az egyes kapcsolatokat, a befolyásoló tényezőket!

3./ Mindenekelőtt a minőségi, majd a mennyiségi egyedi viszonyokat figyeld meg!

4./ Rakd össze az egyedi viszonyokat! /Esetleg táblázatos formába rendezve./

5./ Fogd össze és általánositsd az egyedi viszonyokat egy törvényben, egy szabályban, vagy egy formulában!

6./ Vizsgáld meg eredményeid helyességét példákon! Kisérletek segitségével és végül a gyakorlatban!

III. A deduktiv módszer algoritmusa:

1./ Indulj ki egy általános törvényből, vagy egy általános érvényü tételből!

2./ Állits fel egy uj itéletet!

3./ Keresd meg a szükséges feltételeket és sorakoztasd fel az egyes itéleteket, definiciókat és bizonyitásokat!

4./ Általánosits, és fogd össze az eddigieket!

5./ Vond le a deduktiv végkövetkeztetést! Erősitsd meg a kiindulási elveket, vagy bizonyitsd be helytelenségüket!

6./ Vizsgáld meg a deduktiv uton kapott végkövetkeztetéseid helyességét példákon, kisérletek segitségével, és végül a gyakorlatban!

IV. A történeti kifejlődés algoritmusa:

1./ Tekintsd a legrégibb, legeredetibb kifejlődést!

2./ Taglald a közbeeső fejlődési szakaszokat! Mutasd meg a fejlődés fő irányvonalait!

3./ Tekintsd a végső szakaszt, vagy a fejlődés további fokozatait /a perspektivákat/!

4./ Értékeld az egész kifejlődési szakaszt és vond le belőle a tanulságot!

V. A logikai kifejlődés algoritmusa:

1./ Magyarázd meg a kiindulási helyzetet! Ábrázold az alapvető elemeket és jelenségeket!

2./ Vonj be uj tényezőket! Mutass be más véleményeket, ábrázolásokat és összefüggéseket is, és analizáld ezeket!

3./ Az analizisből és az összefüggések átgondolásából vonj le végkövetkeztetéseket!

4./ Vonj be uj tényezőket és végkövetkeztetéseket mindaddig, amig a kivánt célt el nem éred!

VI. Az analógiás módszer algoritmusa:

1./ Ird le az ujat a korábbiaknak megfelelő analógia alapján!

2./ Mutass rá az azonosságokra, hasonlóságokra, de az eltérésekre is!

3./ Juss el igy uj ismeretekhez, amelyeket más uton és a gyakorlatban is ellenőrizz!

VII. A modell-módszer algoritmusa:

1./ Tervezd meg a tárgy, vagy jelenség leegyszerüsitett nyers modelljét!

2./ Ismerd fel a lényegest, az alapszerkezetet és az alapfunkciókat a "modell vázában"!

3./ Bővitsd tovább és javitsd a modell bemutatását, mutasd be több oldalról és nézőpontból!

4./ Ezt a bővitést addig csináld, amig a valóságot kellően meg nem közelitetted!

VIII. A "fekete doboz" módszerének és a "trial and error" módszernek az algoritmusa:

1./ Figyeld meg a tárgyat és a jelenséget pontosan! Ismerkedj meg vele behatóan!

2./ Kutass, a "bemenet", kisérlet és az azt követő "kijövet", vagy a vizsgálandó tárgy tulajdonságainak és magatartásának reakciói segitségével!

3./ Javitsd a "bemeneteket" és tedd megfontolás tárgyává az előző kisérletek pozitiv vagy negativ tapasztalatait.

4./ Menj fokozatosan előre a helyes uton, egészen a tudatos alkalmazásig!

IX. A problémamódszer algoritmusa:

1./ Irányitó és magyarázó analizis. Analizáld a problémahelyzetet, összetevőit és a közöttük lévő kapcsolatot! Formulázd meg a kulcskérdést, vagy próbáld meg legalább az értelmét, a vezérgondolatot felfogni!

2./ Keresés és próbálgatás! A megoldás céljából elevenitsd fel tapasztalataidat és meglévő ismereteidet! Használd a hasonlóságokat /analógiákat/, hangsulyokat, az átalakitási lehetőségeket! Próbáld ki a már leegyszerüsitett és felkutatott vonatkozásokat, a legkülönbözőbb irányokban! Állits fel hipotéziseket!

3./ A megoldás programmozása. Határozd meg a lebontandó programmot! Fontold meg a szakaszok sorrendjét, a megoldandó részproblémákat, valamint azt, hogy milyen segitséget kell itt igénybe venned! Az egyes problémákat próbáld analitikus-szintetikus uton megoldani. /Lásd az I. algoritmust - IX. kiegészitve I.-el = algoritmusok algoritmusa, - erről későbbiekben részletesen!/

4./ A problémák megoldása. Nehézségeknél, ellentmondásoknál fuss át az 1.-3. utasitásokon és keress jobb feltételeket! Ha szükséges, keress párhuzamos megoldásokat és ezek közül válaszd ki a legésszerübbet!

5./ Eredmények és kontroll. Indulj ki az eredményekből és vizsgáld meg, hogy a kulcs-kérdést megoldottad-e?! Ellenőrizd a megoldást a gyakorlatban és a tapasztalatban! Egyszerüsitsd le a megoldás menetét és figyeld meg, hogy ez milyen kihatással van az eredményre!

A következő algoritmus már eklatáns példaként szolál az előbb "zárójelben" emlitett algoritmusok algoritmusa fogalom bemutatására és tisztázására. Mint ahogy L.N.LANDA /86: 34/ is megállapitotta, hogy ha bonyolult, összetett müveleteket elemibb müveletekre /algoritmusokra/ kell bontanunk, abból a célból, hogy megadható legyen a bonyolult müveletek végrehajtásának algoritmusa, akkor ezt az algoritmust az algoritmusok algoritmusának, illetve egy magasabbfokú algoritmusnak tekintjük. Nevezzük a továbbiakban ezt G.MEYER /95 :116/ szerint "fő-algoritmusnak" és a részalgoritmusokat pedig "al-algoritmusoknak". Ez az eljárás szükség esetén tovább folytatható ujabb algoritmusok bontására. Ezek után a

X. Az információnyerés algoritmusa:

Fő-algoritmus:

1./ Alkoss a tárgyakról és jelenségekről képet megfigyelés, irodalom tanulmányozás, előadások hallgatása, kérdések és elgondolások alapján! /Ez az algoritmusforma hozzárendelt al-algoritmusok nélkül nem mond sokat, - részletes értékelést lásd később az univerzális algoritmusoknál!/

2./ Keresd az információk értelmét és a lényeges dolgokat elkülönitve mutass rá az ujonnan feltünt fogalmakra, a kapcsolatokra, a kölcsönös kapcsolatokra és összefüggésekre, és vond le a végső következtetéseket! Itt az analitikus-szintetikus módszert is használhatod! Fordits különös figyelmet arra, hogy a lényegest megszabaditsd a lényegtelentől! Kutasd igy az egész lényeges jegyeit, strukturáját és funkcióit!!! Sorold be az ujat a meglévő ismeretrendszeredbe!

1/1. Al-algoritmus = a megfigyelés algoritmusa:

1./ Állitsd be magadat a világos, pontos megfigyelésre!

2./ Készits olyan megfigyelési tervet, amely a részfeladatokat is átfogja!

3./ Törekedj a lehető legnagyobb figyelemre! Megfigyeléseid eredményét fokozd aktiv tevékenységgel is!

1/2. Al-algoritmus = a megfelelő szakirodalom felkutatásának algoritmusa:

1./ Keresd az első támpontot az enciklopédiák, lexikonok és dokumentációk területén!

2./ Az első információk után keress ujabb irodalmi forrásokat!

3./ Nézd át a könyvtárak recenzió- és szerzők jegyzékét!

4./ Kérj a könyvtárakban felvilágositást!

1/3. Al-algoritmus = A szakkönyv áttanulmányozásának algoritmusa:

1./ Szerezz gyors áttekintést a tartalomjegyzék áttanulmányozása révén!

2./ Tégy fel kérdéseket minden egyes fejezetnél! Rekapituláld a már meglévő ismereteidet!

3./ Olvasd át és dolgozd fel a könyvet! Jegyzetelj és alkalmazz egyéni röviditéseket és jeleket!

4./ Az egyes fejezeteket röviden foglald össze!

5./ Az egyes fejezetek összefoglalásait süritve készits egy átfogó összefoglalást! Kerüld a félreérthetőséget!

1/4. Al-algoritmus = a vázlatkészités algoritmusa:

1./ Add meg az információk lényeges gondolatmenetét!

2./ Elsősorban szigorúan a tényekhez /fogalmak, törvények, struktura, funkció/ ~~xxxxx~~ tartsd magad!

3./ Rögzitsd rövid mondatokban a lényeges gondolatokat és gondolatmeneteket!

4./ Füzd hozzá saját gondolataidat, mint utalásokat más információforrásokra!

1/5. Al-algoritmus = az előadás-hallgatás algoritmusa:

1./ Gondold át azokat, amiket az előadás témájából már ismersz!

2./ Koncentráltan figyelj és kövesd az előadó gondolatait!

3./ Jegyezd le a lényeges dolgokat vezérszavakban! Tartsd be az előadás beosztását!

4./ A főproblémát megalapozva kapcsolatokkal és végkövetkeztetésekkel együtt kisérd figyelemmel!

5./ Készits egyszerü vázlatokat, ábrákat, diákat, stb./

6./ A későbbiek során a lehetőségekhez képest egészitsd ki jegyzeteidet!

x

2/1. Al-algoritmus = a kisérletezés algoritmusa:

1./ Határozd meg a kisérlet célját!

2./ Indulj ki egy elképzelt kisérletből és úgy tervezd meg a kisérlet felépitését! Ügyelj a mérések pontosságára!

3./ Vezesd le a kisérletet! Szerezz áttekintést a ható tényezők nagyságáról és variációs lehetőségeiről!

4./ Diszkutáld az eredményeket és hasonlitsd össze más kisérletekkel! Általánositsd az eredményeket!

5./ Add meg a leegyszerüsités lehetőségeit!

2/2. Al-algoritmus = a fogalomképzés algoritmusa:

1./ Gyüjtsd össze tapasztalataidat és elképzeléseidet!

2./ Elemezz, hasonlits össze és fedj fel azonosságokat és különbségeket!

3./ Emeld ki a lényeges /használati, strukturális és funkcionális/ ismertetőjegyeket!

4./ Alakits ki a lényeges jegyekből tömör, szakszerü fogalom-meghatározást!

5./ Sorold be az uj fogalmat egy fogalom-rendszerbe! Keresd meg a főfogalmat!

2/3. A következtetés al-algoritmusa.

1./ Szemléld a jelenségeket mindig uj összefüggésekben!

2./ Fogalmazd őket át és csatolj hozzájuk "kis" előfeltevéseket. Állits fel uj következményeket!

3./ Képezz ezekhez közbenső következtetéseket és bizonyitó tételeket!

4./ Bizonyitsd be a felállitott következményeket, vagy vezesd őket ad absurdum!

5./ Végezd el az összefoglaló és lezáró következtetést!

2/4. Az összefüggések megragadásának al-algoritmusa.

1./ Keress egy jelenségben okozati vagy funkcionális összefüggéseket.

2./ A legkevésbbé elágazó összefüggésekből kiindulva emeld ki a lényeges és lényegtelen kapcsolatokkal birókat.

3./ Különitsd el meghatározó mozzanataikat!

4./ Foglald össze a legfőbb, leglényegesebb összefüggéseket a jelenség meghatározó kapcsolat együttesévé, törvényszerüségévé.

XI. Az információnyerés algoritmusa.

1./ Válaszd ki a rendszerezés szempontjait!

2./ Keresd meg a tárgyak és jelenségek ismertetőjegyeit, összefüggéseit, és emeld ki őket!

3./ Gondold meg, hogy milyen formában lehetne ezeket szemléletesen, áttekinthetően rendezni: táblázatosan, grafikusan, sematikusan, szimbolikusan!

4./ Próbálj ki több ábrázolási formát és válaszd a legelőnyösebbet!

XII. Általános besorolási és felismerési algoritmus.

1./ Keresd meg a lebontó és felépitő módszerrel /analizis-szintézis/ egy tárgy lényeges jegyeit és kapcsolatait, különösen strukturáit és funkcióit. Emeld ki a jellemző szimptómákat, a struktura-, funkció- vagy viselkedés-együttest!

2./ Hasonlitsd össze ezeket a lényeges ismertetőjegyeket ama besorolási rendszer osztályának ismertető-jegyeivel, amelybe a vizsgált tárgyat be kellene sorolni!

3./ Hasonlitsd össze a tárgynak, vagy jelenségnek az emlékezetedben tárolt belső modelljét a valóságos tárggyal!

4./ Állapitsd meg az emlékképpel való megegyezést, vagy meg nem egyezést.

XIII. Probléma-megoldás algoritmusa.

1./ A probléma tisztázása.

2./ A segédeszközök összeállitása.

3./ Keresés és próbálgatás.

4./ Egy megoldási terv felállitása.

5./ A megoldás végrehajtása.

6./ A megoldási nehézségek megállapitása.

7./ Uj kisérlet a felismert nehézségek tekintetbevételével.

8./ Ellenőrzés és javitás.

9./ Gyakorlás~~t~~.

10./ Alkalmazás.

XIV. A feladatmegoldás algoritmusa.

1./ A feladat tisztázása. Áttekintés a meglévő /adott/ és keresett dolgokról.

2./ A segédeszközök összeállitása. Saját tudásunk számbavétele, a gyakorlat megkérdezése, kézikönyvek, lexikonok, különleges szakmüvek segitségül vétele. A keresés és próbálgatás sejtéseken és hipotéziseken át vezet a megoldás utjára.

3./ A megoldási tervnek, vagy a megoldás menetének megállapitása. Megállapitjuk az ut szakaszait. Ismert eljárásokat vairálunk, átalakitunk, a feladatokhoz alkalmazunk. Egy jól elkészitett vázlat /amely az ábrázolás és feliratozás tekintetében világos/ döntően befolyásolja a tanuló gondolkodási folyamatát.

4./ A megoldás keresztülvitele. A sikerélmények pozitivan hatnak a megoldáshoz vezető további erőfeszitésekre.

5./ Ellenőrzés és javitás. Számot adunk arról, hogy mi sikerült és mi nem.

Az itt felsorolt öt lépés messzemenően egyezik a probléma-módszer algoritmusával is. A feladatok megoldásánál tehát mindig is egy általános algoritmust alkalmaztunk.

XV. Az elméleti ismeretek gyakorlatba való átvitelének és alkalmazásának algoritmusa.

1./ Emeld ki azokat a szempontokat, amelyeket a gyakorlatban meg kell valósitani.

2./ Hámozd ki a helyzet elvileg, elméletileg lényeges mozzanatait.

3./ Tervezd meg a megvalósitandó dolog egyszerü gondolati modelljét, amelyet fokozatosan tökéletesitesz, és a gyakorlati felhasználáshoz alkalmazol!

4./ Fontold meg, hogyan kell az elvégzendő munkát részleteiben lefolytatni, milyen elméleti gyakorlatokat és törvényeket kell sorjában megvalósitani. Eközben légy tekintettel az anyag tulajdonságaira, valamint a gyakorlati tárgy strukturájára, funkciójára és rendeltetésére. Vizsgáld meg az előállitás legkedvezőbb formáját!

./ Végezz ujra meg ujra ellenőrzéseket az elméleti ismeretek átvitele és alkalmazása során! Hasonlitsd össze a tényleges és az előirt állapotot!

XV/A. A gyakorlattól az elmélethez vezető algoritmus.

1./ Tekintsd át a fennálló helyzetet!

2./ Emeld ki a tárgy, vagy a jelenség lényegét, strukturáját, funkcióját!

3./ Rendeld hozzá ezt a lényeget egy osztályhoz, egy együtteshez!

4./ Idézd fel a megfelelő elméleti alapot!

5./ Hasonlitsd és rendeld hozzá az elméleti ismereteket a gyakorlati eseményhez.

XVI. Kutatási algoritmus.

1./ Állits fel sejtéseket, hipotéziseket, hogy milyen lehetne az uj dolog! Rögzitsd ezeket a vázlatokon rövid feljegyzésekben.

2./ Gyüjts anyagot, hogy feltevésedet pontosabbá tehesd. Gyüjts: tényanyagot, megfigyeléseket, kisérleti eredményeket, irodalmi tanulmányokat, kérdezősködések eredményeit, saját- és idegen tapasztalatokat, film-, fénykép- és hangszalagfelvételeket!

3./ Tisztázd és alakitsd át feltevésedet ujra meg ujra! Eközben alkalmazd az analizist és a szintézist, a sokféle kapcsolatok teljességét, a gondolatok, módszerek és dolgok variálását, a gondolati kisérleteket, az analógiákat, hasonló megoldási eljárásokkal és változó összefüggésekkel!

4./ Valósitsd meg a kiérlelt feltevést. Számits, vázolj, készits modelleket, vagy rajzokat, dolgozd ki a részleteket.

XVII. Algoritmusok a gyakorlati munkához.

Gyakorlati munkák.	Házi feladatok.	Szóbeli előadások.	Irásbeli előadások.
1./ Az elvégzendő munka tisztázása.	A feladat tisztázása.	Az előadás témájának tisztázása, megragadása.	A probléma-felvetés tisztázása.
2./ A müveletek analizise és szintézise a teljes folyamat szem előtt tartása.	Egyes cselekvésekre való felosztás, a cél szem előtt tartása.	Durva felosztás szakaszokra.	Durva felosztás, a részfeladatok mérlegelése.
3./ A munka megtervezése, segédeszközök, időtervezés, munkamódszerek.	Tervezés, szakaszokra osztás, segédeszközök, munkamódszer, határidők az egyes részekre vonatkozólag.	Tervezés, szakaszokra osztás, segédeszközök, tények összegyüjtése, saját és idegen gondolatok.	Tervezés, szakaszokra osztás, segédeszközök, tények gyüjtése, saját és idegen gondolatok. /A cédulák egyik oldalára irjunk csak!/
4./ Kivitelezés, az utánzó próbálgatástól a biztos tudásig. Munkaellenőrzés az egyes szakaszokban, vagy közbenső állapotokban.	Kivitelezés, végig kell menni az egyes müveleteken.	Megfogalmazás, finom tagolás, világosan, áttekinthetően, logikusan. Vezérszavak megadása, találó példák, képek, vázlatok, stb. végül rövid összefoglalás.	Megfogalmazás, finoman tagolás, rövid, világos mondatok, találó példák, képek, vázlatok, a szöveg leirása, egyszerü kifejezésmód, a levezetést utoljára irjuk meg.

Gyakorlati munkák.	Házi feladatok.	Szóbeli előadások.	Irásbeli előadások.
5./ Az elvégzett munkák ellenőrzése, a tényleges és az előirt állapot összehasonlitása, a nehézségek felfedése.	Ellenőrzés, a tényleges és előirt állapot állandó összehasonlitása, valamint végső ellenőrzés.	Ellenőrzés. Ez magában foglalja a fejtegetés és a téma összehasonlitását, valamint a magyarázó példákat.	Ellenőrzés. Elvégzendő a tárgyalás és a téma összehasonlitása.
6./ A munka kijavitása, helyesbités, kiegészités, a munka szervezési és technológiai megkönnyitése.	Javitás. Kiegészités vázlatokkal, rajzokkal, külalak.	Javitás. Áttekinthető tagolás.	Javitás. Felépités, tagolás, tartalom, gazdagság, forma, a stilus gördülékenysége.

G. MEYER: Didaktikai algoritmusainak áttekintő összefoglalása.

Algoritmusok a tanitási módszerek számára.

I. Az analitikus-szintetikus módszer.

Az algoritmus egy tárgy, vagy jelenség teljes áttekintésétől a lebontó módszer segitségével a lényeg kiemeléséhez, és végül a felépitő módszer segitségével az egésznek a fogalmához vezet.

II.-III. Az induktiv-deduktiv módszer.

Az induktiv módszer algoritmusa egyes esetektől és azok kapcsolataitól az induktiv következtetési eljárás során történő általánositáson keresztül vezet egy általános törvényhez, egy szabályhoz. A deduktiv módszer algoritmusa megmutatja az utat az általános törvénytől az egyes itéleteken és bizonyitó tételeken keresztül a deduktiv következtetéshez és az uj kijelentéshez, a speciális törvényhez.

IV. A genetikus módszer.

A történeti-kifejlesztő szemlélet esetében az algoritmus az eredeti, legrégibb fejlődési fokoktól a közbenső fejlődésen keresztül vezet a végső állapothoz, vagy a perspektivához.

V. A logikai-szisztematikus kifejlesztő eljárás alaphelyzetekből indul ki, ehhez további tényeket és következtetéseket füz, és igy éri el a kivánt végcélt.

VI. Az analógia módszere.

Az algoritmus itt a korábbi, már ismert dolgok vizsgálatából vezet uj felismerésekhez. A gyakorlatban ezeket az uj felismeréseket feltétlenül felül kell vizsgálni.

VII. A modell-módszer.

Egy durva, leegyszerüsitett modellből indulunk ki, amelyen a lényegeset, az alapvetőt felismerjük, egyre ujabb oldalakat adunk hozzá és igy az algoritmusnak megfelelően végül a valóság egyre jobb megközelitéséhez jutunk el.

VIII. A fekete doboz módszere és a próba és tévedés módszere.

Az algoritmus a bevitel állandó javitása, vagy irányitása utján egyre célzottabb eredményekhez vagy reakciókhoz vezet. Közben egy bizonyos stratégia fejlődik ki.

IX. A probléma-módszer.

Az algoritmus szerint itt a probléma kulcskérdéséből kell kiindulni és kereséssel és próbálgatással kell a megoldás utját megtalálni. Eközben meg kell állapitani a segédeszközöket és az eljárási szakaszokat, és végül meg kell birkózni a problémával. A munka közben végzett és a végső ellenőrzés teszi lehetővé, hogy az elért eredményeket a kitüzött céllal összehasonlitsuk és megfelelő irányitással helyesbitsük a megkezdett utat.

X. Az információnyerés algoritmusai.

1/1. A megfigyelés al-algoritmusa. Ez kimutatja, hogy világos feladatkitüzésből és megfigyelési tervből kell kiindulni. A sokoldalu kapcsolatok és a tárgy kiemelése, valamint az előzetes ismeretek hatékony megfigyeléséhez vezetnek.

1/2. Az irodalomkeresés al-algoritmusai. Enciklopédiákból, lexikonokból és dokumentációkból kiindulva tovább keresünk a könyvtárak vezérszó- és szerző-jegyzékeiben. A szakkönyvek minden irodalmi adata további forrásokat tár fel.

1/3. A könyvtanulmányozás al-algoritmusa. Eszerint először áttekintést kell szereznünk /tartalomjegyzék/. Minden fejezethez kérdéseket teszünk fel. Ezek elősegitik az olvasást és a feldolgozást. Jegyzetek, valamint az egyes fejezetek és az egész mü összefoglalása tömöritik az olvasottakat.

1/4. A kivonatkészités al-algoritmusa. Ez kimondja, hogy lényeges gondolatmeneteket, a legfontosabb tényeket, gondolati összefüggéseket kell rögziteni és ehhez saját gondolatainkat is fel kell jegyezni.

1/5. Az előadás-hallgatás al-algoritmusa. Az előadás tárgyáról már meglévő tudás előzetes átgondolásából kiindulva vezet az átgondolt hallgatás a lényeg, a központi problémák és a tagolás feljegyzéséhez. Rögziteni kell az indokolásokat, a vonatkozásokat, az összefüggéseket, a továbbfejlesztéseket és az alkalmazásokat is. Egyszerü vázlatok egészithetik ki a feljegyzést. A jegyzeteket az előadás után minél előbb ki kell egésziteni.

2/1. A kisérletezés al-algoritmusa. Ez az előkészitéstől, a kisérlet céljának kifejtésétől, az eljárás módszerének megállapitásán és a végrehajtáson keresztül vezet az eredményhez. Az eredmény megvitatása általánositáshoz és egyszerüsitéshez vezet.

2/2. A fogalomalkotás al-algoritmusa. Ez az élettapasztalatokból, vagy korlátozott, de kielégitő mennyiségü tárgyból és folyamatból indul ki, és az elemzésen, az összehasonlitáson, az absztrakción keresztül vezet a lényeges ismertetőjegyekhez és a fogalom meghatározásához.

2/3. A következtetés al-algoritmusa. Analizis és szintézis által a tárgyakat és folyamatokat egyre ujabb összefüggésekben vizsgáljuk. Kis előfeltevések hozzáadásával vagy bizonyitások és következtetések segitségével uj tételeket lehet igazolni, vagy ad absurdum vezetni.

2/4. Az összefüggések megragadásának al-algoritmusa. Itt is szerepel az analizis és a szintézis. Ezek segitenek kapcsolatokat, összefüggéseket felderiteni. Differenciálással emeljük ki a lényeges összefüggéseket, és a meghatározó mozzanatokat és összefoglalás, valamint általánositás segitségével találjuk meg az alapjukat képező törvényt.

<u>Az információfeldolgozás algoritmusai.</u>

XI. <u>A rendszerezés algoritmusa.</u>

Ez egy rendszerezési szemponttól a megfelelő ismertetőjegyek és összefüggések megkeresésén át a szemléletes, áttekinthető elrendezéshez vezet.

XII. <u>A besorolás és felismerés algoritmusa.</u>

Az analitikus-szintetikus eljárással kiemeljük a struktura vagy a funkció jellemző jegyeit és összehasonlitjuk őket a tárgynak, vagy a jelenségnek emlékezetünkben rögzitett belső modelljével. Az osztályozásnál is hasonlóan járunk el és összehasonlitásokat végzünk az osztály, a nem és a faj jegyeivel. Számitás, vagy grafikus ábrázolás támasztja alá a speciális felismerési algoritmusok felépitését.

z algoritmusok és az információ alkalmazása.

III. A problémamegoldás algoritmusa.

zt már a probléma-módszernél megtárgyaltuk.

A feladatmegoldás algoritmusa.

 feladatnak, az adott és keresett vonatkozásoknak a tisztázásából kiindul- ra jutunk el a segédeszközök összeállitásához és a megoldási tervhez. Ezt öveti a végrehajtás, valamint az ellenőrzés és javitás.

XIV. Az elméleti ismeretek gyakorlatba való átvitelének és alkalmazásának algoritmusa.

A helyzet tisztázása és elemzése után az elméletet át kell vinni a gyakorlatba. Ez azt jelenti, hogy egy gondolati modelltől hasonlitás, konkretizálás utján eljutunk a gyakorlat tárgyához. Az ellenőrzés az előirt és a tényleges állapotot hasonlitja össze.

XV. Az elmélet egy gyakorlati tárgyból való kihámozásának algoritmusa.

A fennálló helyzet tisztázása és analitikus-szintetikus vizsgálata utján ki kell emelni a lényeget. Az absztrakció és az elméleti alapokhoz történő hozzárendelés vezet a végcélhoz.

XVI. A kutatási algoritmus.

Ez arra utal, hogy szükség van a feladat világos kitüzésére. Ezt követi az anyaggyüjtés, valamint a koncepció tisztázása és az eszme kimunkálása, végül a kikeresés és a megvalósitás.

XVII. Az ismételten végrehajtandó munkák algoritmusa.

A gyakorlati tevékenységek algoritmusa magában foglalja a gyakorlati munkákat, a házifeladatokat, a szóbeli és irásbeli előadásokat. Az alapot az elvégzendő munka világos elképzelése alkotja. Analizis és szintézis révén kapjuk meg az egyes müveleteket, amelyeket egymás után kell sorakoztatnunk. A folyamatos munkaellenőrzés, valamint a végső ellenőrzés vezet a munka kijavitásához.

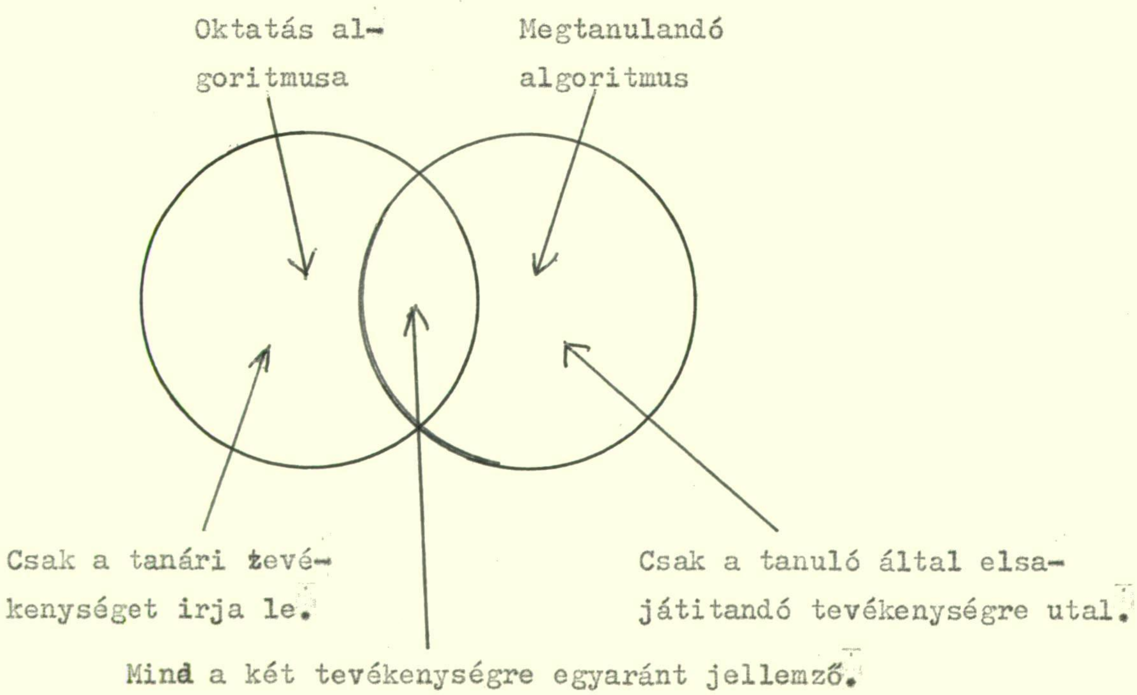
Algoritmus[redacted] formák[redacted].

Az eddig ismertetett a./ tipusu didaktikai algoritmusok korántsem meritették ki a felsorolás lehetőségeit. Célunk nem is a teljességre való törekvés volt, mindössze a legváltozatosabb példákkal akartuk bemutatni ennek a tipusnak a legeklatánsabb egyedeit. A formában és témában egyaránt differenciált tipusok megmutatták, hogy itt szó sincs az oktatási folyamat formalizmusba siklásának a veszélyéről, mindössze a didaktikai folyamat kimerithetetlen tartományán belül a már ismert azonos elemek kiemeléséről és absztrakciójáról azzal a céllal, hogy a konkrét alkalmazás minél szélesebb körben biztositható legyen.

Felvetődhet a kérdés, hogy vajjon algoritmus-szerü didaktikai szabályok előfordulásai csak a jelenkor termékei-e? Részletes didaktika-történeti elemzés nélkül megállapithatjuk, hogy már Comenius: "Didactica magna" magyar forditásában /14 :120/ a következőket olvashatjuk: "Miután a tanitó valamely tanórán a tananyagot röviden előadta, a szavak jelentését világosan megérttette, s a dolog használatát nyilván megmutatta, felszólitja a tanitványok egyikét, hogy a tanitó által mondottakat ugyanazon rendben /mintha a többiek tanitója lenne/ ismételje, a szabályokat ugyanazon szavakkal világositsa, s azok alkalmazását ugyanolyan példák által mutassa be, ha valamiben hibázik, kiigazitandó. Majd másikat szólit a tanitó, s ez is azt cselekszi a többiek odafigyelése közben. Aztán harmadikat, negyediket, vagy ahány szükséges, hogy kitünjék, hogy már mind helyesen megértették, s felujitani, tanitani tudják..." Igy a fenti kérdés megválaszolása igen egyszerü, hisz Comenius eljut a már fejlettebb b./ tipusu didaktikai algoritmusok szóbeli leirásához. /A formális elemek cimü részben ujra tárgyaljuk./

Az eddigiekben következetesen didaktikai algoritmusokról beszéltünk. A jövőben ezen belül meg kell különböztetnünk az oktatás algoritmusának és az algoritmus oktatásának a fogalmát. /86 : 22/ Az oktatás algoritmusai a tanuló irányitására szolgáló programmok, amelyekben az oktató müveletei az operátoroknak, a tanuló müveleteinek eredményei pedig a logikai feltételeknek a szerepét töltik be /fogalmak tisztázása a későbbiek során/. Az oktatás algoritmusa tehát utmutatást ad az oktatónak, hogy a tanuló különböző müveleteitől függően milyen müveleteket kell végeznie. Az algoritmus oktatása viszont olyan programm oktatása, amely utmutatást ad a tanulónak, hogy milyen müveletek végzendők el az adott müveleti objektumokkal, a különböző müveleti eredmények függvényeként. /L.N.LANDA szerint ezek két tipusra bonthatók, ugymint: felismerési algoritmusokra /XII./ és megoldási algoritmusokra /XIII./.

E két fogalomnak ilyen merev elválasztása helytelen. Nem vonható a kettő között olyan éles határvonal, amellyel a diszjunkt /közös elemmel nem rendelkező/ fogalmi halmazokat /egyértelmüen meghatározott dolgok összessége: F.M. REZA /110: 33/./ egymástól elválaszthatjuk. Ez a tanári tevékenységnek és a tanulói tevékenységnek merev elválasztásához vezetne. A két algoritmus-tipus ábrázolása közös elemü halmazokkal oldható meg:



Beszélhetünk még /konstruktiv és strukturális szinten/ az oktató programmok készitésének algoritmusáról /RULEG-FLOW-rendszer; H.FRANK, H.STACHOVIAK, - a IV. és V.fejezetben/, a Tantervek és az oktatási folyamat megtervezésének algoritmusa /I.B.MORGUNOV - a IV.fejezetben/.

Ezen kivül bevonjuk rendszerezésünkbe a 25. oldalon ismertetett algoritmusok algoritmusa fogalmat is, hogy összehasonlitási alapként szolgáljon az u.n. fél-algoritmus /H.FRANK /35: 6// fogalmának meghatározásánál. Amig az algoritmusok algoritmusa olyan szabatosan leirható eljárás, amelynek részmüveletei is külön-külön egy-egy szabatosan leirható eljárások, addig a félalgoritmus által azok a folyamatok irhatók le, amelyekben a szabatosan leirható eljárás szabatosan le nem irható eljárásokkal keveredik /RULEG-FLOW-rendszer, Bausteinmethode, MECHNERS-eljárás - a IV.fejezetben./.

Az eddigi fogalmakat elrendezve az oktatás folyamatában, megállapithatjuk, hogy ha az oktatónak az algoritmus oktatására pontos előirás áll rendelkezésére, akkor az algoritmus oktatásának algoritmusáról beszélünk. /Az oktatás algoritmusa és az algoritmus oktatása fogalmak egyesitéséből keletkezett a speciális algoritmusok algoritmusa./ Adódhat azonban egy másik eset, amikor nem rendelkezik az előbbi pontos előirással, hanem tapasztalataira és intuiciójára támaszkodva végzi az oktatást, esetleg az oktatás folyamán eszébe ötlő gondolatok és feltevések alapján változtat az oktatás menetén. Ebben az esetben az algoritmus oktatása nem didaktikai algoritmus szerint történik. Csak a teljesség kedvéért emlitjük meg, hogy nem algoritmikus folyamat oktatására is lehet didaktikai algoritmust szerkeszteni. Végül a leggyakoribb eset, amikor nem algoritmikus folyamatot oktatnak didaktikai algoritmus nélkül. Természetesen ezek az esetek sokszor a jelenség és a lényeg összefüggésében vizsgálandók, u.i. sok tanár, tanitó nemcsak tapasztalatai és intuiciója alapján, próbálgatások és keresések alapján tevékenykedik, hanem ha szabad igy kifejeznünk, nem tudatosult algoritmusok alapján is /86:102.o.30.j./

Ez azt jelenti, hogy a didaktikai feladatok általuk végrehajtott megoldása állandó és törvényszerü, tehát algoritmikus jellegü folyamat, viszont nem tudatositják ezeket a szabályokat. Tudományos és gyakorlati szempontból egyaránt nagyon értékes volna azoknak a nem tudatosult algoritmusoknak a felderitése, amelyek szerint a tapasztalt pedagógusok a didaktikai feladatokat megoldják. Tekintélyes részben épp ez lenne a pedagógiai tapasztalatok tudományos tanulmányozásának a feladata. Ezeknek a tapasztalatoknak nem egyszerü leirására, hanem algoritmikus leirására gondolunk, ugyanis csak ez tárja fel a pedagógus tevékenységének törvényszerüségeit.

Az algoritmusok és a formalizmus.

Az algoritmusok alkalmazása szellemi rutinmunkától való mentesitést jelent. Bizonyos ismétlődő folyamatokat formalizálnak. Ezáltal sok feladatot könnyen, gyorsan és nagyon csekély erőráforditással oldhatunk meg. Ez azonban egyet jelent a racionalizálással, tehát egy munkaeljárás segédeszközök által való egyszerüsitésével és gyorsitásával, idő megtakaritása céljából.

Formalizálni annyit jelent, mint formába önteni, és ezzel tehermentesiteni. Formalizmus ezzel szemben akkor áll fenn, ha valamit cél nélkül öntünk formába. /A "formalizmus" fogalmát itt pedagógiai értelemben, mint a "formális" gondolkodás negativ eredményét értjük. Itt nem a logikai müveletek formalizmusára gondolunk./

Az algoritmusok felállitása és a velük való dolgozás azonban mélyebb megértést igényel, tehát soha sem jelenthet formalizmust. Ha önállóan, vagy közös munkával algoritmusokat állitunk fel, ez az önálló alkotó gondolkodási tevékenységek egész sorát igényli. Az algoritmusok egyes értelmi müveleteket, közbenső tagokat tesznek feleslegessé. A gondolkodási folyamatok ezáltal megrövidülnek. Az algoritmus tagjai egy egészet alkotó cselekvéssé egyesülnek. Igy vezetnek az algoritmusok gondolkodási módszerekhez. Vezérfonalakat adnak meg, amelyeket nem kell mereven alkalmazni, hanem alkotó módon a mindenkori helyzethez kell alakitani, miközben gyakran az egyes lépéseket is értelmük szerint kell összekapcsolni. Ha az algoritmusokat nem ilyen alkotó módon és értelmesen alkalmaznánk, akkor egy "recept-pedagógiához" jutnánk, amivel az eleven és érdekes tanitásnak éppen az ellenkezőjét érnénk el.

Algoritmusok kidolgozása által tudatosithatjuk a tanulóban a szükséges gondolkodási folyamatokat. Ez a gondolkodás egész menetének önállóbb, célratörőbb kialakitásához vezet. Az algoritmusok megkeresése és felállitása az ismeretek jobb minőségéhez, gondolkodási módszerek elsajátitásához és nagyobb képességekhez és készségekhez vezet.

Ha az algoritmusok hozzájárulnak is az oktatás racionalizálásához és ha ilyen cselekvési utasitásokat sok vonatkozásban lehet is találni és felállitani, mégis helytelen lenne mindenáron algoritmusokat kidolgozni, vagy tanitani. Egy algoritmus, amely a tanulók egy csoportja számára alkalmasnak látszik, idősebb, vagy fiatalabb emberek egy másik csoportja számára alkalmatlannak bizonyulhat.

Itt kutató munkát kell végezni és meg kell keresni azokat az algoritmusokat, amelyek egy bizonyos életkor számára kedvezőek, vagy pedig fel kell állitanunk olyan algoritmusokat is, amelyeknek jelentősége az élet és a gyakorlat számára való általános érvényükben van. Az itt adott ösztönzések bizonyára hozzájárulnak az oktatási folyamat még messzebbmenő átgondolásához és tökéletesitéséhez.

III.

F O R M Á L I S   E L E M E K

Az előző fejezet záró gondolatai bizonyos mértékig alátámasztják annak a törekvésnek a jogosságát, amely ma már a humán tudományok egy részének /strukturális nyelvészet, orvostudomány, pszichológia, történelem/ is célkitüzése, azaz a nagyszámú faktorok által determinált folyamatok leirása szimbolikus jelek és formulák segitségével. Ezen törekvések ma már a didaktikai kutatók müveiben is gyakran fellelhetők. Különös létjogosultságra azonban csak a didaktikai algoritmusok megjelenése adott okot.

A továbbiak elfogadását meg kell hogy előzze itt is a szigorú definició igénye. Épp ezért a "formula" szigorú meghatározását kell szélesebb tartományban értelmeznünk. "Formula" /131:692/ matematikai jeleknek egy meghatározott sorozata, rendszerint a matematikai szöveg egy mondatának kifejezése. A matematikai logikában: matematikai jelek és szimbolumok olyan véges sorozata, amely rögzitett, vagy egy, vagy több változótól függő itéletet jelent, vagy az itélet-logikai szerkezetet adja meg. Mivel a didaktikai folyamatokhoz az I.fejezetben megadott definició alapján mindig hozzárendelhető egy matematikai modell is, igy az előbbiek alapján triviálisan adódik egy formula is.

A továbbiakban a fejlődés jelenlegi relációjában bemutatom a leglényegesebb algoritmus formákat. Ezek bemutatása során már áttérünk a b./ és c./ tipusú didaktikai algoritmusok tárgyalására is, amelyet az ismétlésbe esés vádja ellenére is, azzal a lényegbevágó megállapitással kezdjük, hogy ezeknél a didaktikai algoritmus tipusoknál az alapvető eltérés az operativ visszacsatolásban rejlik, ami pedig az egyes oktatási részfolyamatok esetleges gépesitésének nélkülözhetetlen előfeltétele.

I. Az első ismertetésre kerülő ilyen algoritmus forma/szerzője B.I.LJAPUNOV,/ mint /szimbolikus/ operátor-séma ismert a szakirodalomban. Tekintettel arra, hogy a későbbiek során jelentős szerepe lesz, igy most kitérünk az ismertetésére:

<u>Felépitésének menete:</u>

a./ Logikai feltételek: a, b, /Az ember cselekedeteit itéletek előzik meg, illetve követik. Ezeket az itéleteket, amelyek alapján eldöntjük, hogy mit cselekedjünk, nevezzük logikai feltételeknek./

b./ Operátorok: A, B, C, D, /A logikai feltételektől függő cselekedeteket jelentik./

c./ A logikai séma /operátor séma/. /Egy cselekvési mozzanatot szimbolizáló utasitás /programm/./

a $\overset{1}{\uparrow}$ Bb $\overset{2}{\uparrow}$ C * $\overset{1}{\downarrow}$ ABb $\overset{2}{\uparrow}$ C * $\overset{2}{\downarrow}$ D *

Az algoritmus által leirt müveletek:

1./ a Bb C *

/ * = megállitó /stop/ jel./

2./ a $\overset{1}{\uparrow}$ .... $\overset{1}{\downarrow}$ ABb C *

/az azonos számozású nyilak a müvelet menetét "irányitják"./

3./ a Bb $\overset{2}{\uparrow}$ $\overset{2}{\downarrow}$ D *

4./ a $\overset{1}{\uparrow}$ $\overset{1}{\downarrow}$ ABb $\overset{2}{\uparrow}$ $\overset{2}{\downarrow}$ D *

Ugyanezek tömörebb formában:

1./ /a B b C /

2./ /a A B b C/

3./ /a B b D

4./ /a A B b D/

E /szimbolikus/ operátor séma formula látszólagos komplikáltsága ellenére is azzal a pozitiv előnnyel rendelkezik, hogy a legösszetettebb didaktikai algoritmus "lineáris" /egy sor elrendezésbeni/ leirhatóságát biztositja.

K.ELSNER /20: 102/ ismertet egy olyan LJAPUNOV-féle szimbolikus algoritmust, amelyben az operátorok és logikai feltételek mellett itéleteket is beépit egy "tejfeldolgozó ipari ismeretek betanitását" szolgáló programm algoritmusába. A részletes ismertetést mellőzve, megelégszünk pusztán az algoritmus bemutatásával:

$$\overset{10}{\downarrow} \alpha_1 /\bar{a}/ \overset{1}{\uparrow} \overset{9}{\downarrow} L\alpha_2 /b/ \overset{2}{\uparrow} \overset{5,8}{\downarrow} A\alpha_3 /e/ \overset{3}{\uparrow} \overset{6}{\downarrow} VE \overset{2,3,\omega}{\downarrow} \alpha_4 /f/ \overset{4}{\uparrow}$$

$$H \overset{4}{\downarrow} \alpha_5 /\overline{a \wedge b}/ \overset{5}{\uparrow} \alpha_6 /\overline{a \wedge e}/ \overset{6}{\uparrow} \alpha_7 /a \wedge \bar{b}/ \overset{7}{\uparrow}$$

$$\overset{1}{\downarrow} FSV\omega \overset{7}{\downarrow} \alpha_8 /\bar{b}/ \overset{8}{\uparrow} \alpha_9 /\bar{c}/ \overset{9}{\uparrow} \alpha_{10} /d/ \overset{10}{\uparrow} *$$

itt:

az operátorok = L, A, E, F, H, S, V,

a logikai feltételek = $\omega, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8, \alpha_9, \alpha_{10}$,

az itéletek = a, b, c, d, e, f,

/Az $\overline{a \wedge b}$; $\overline{a \wedge e}$; $a \wedge \bar{b}$ szimbolumok értelmezésére a későbbiek során a matematikai logikai alapfogalmak tisztázásánál visszatérünk./

M.N.ROZENBERG /111: 67/ a meghibásodott TV-készülék átvizsgálására szolgáló algoritmust prezentál ugyanebben a formátumban:

$$AA_1B_1m \overset{1}{\uparrow} A_2B_2m \overset{2}{\uparrow} A_3B_3m \overset{3}{\uparrow} A_4B_4m \overset{4}{\uparrow} C_n \overset{5}{\uparrow} AA_5m \overset{6}{\uparrow} \quad \overset{1-6}{\downarrow} D$$

ahol:

A = a szignálgenerátor bekapcsolása a szükséges frekvenciával és belső modulációval,

A_1 = 1 V-os kimenőfeszültség beállitása,

A_2 = 200 MV-os feszültség beállitása,

A_3 = 40 MV-os " "

A_4 = 10 MV-os " "

A_5 = 1-2 MV-os " "

B_1 = a generátor kimenetének rákapcsolása az UP 4-es sorozatú 4-es csőre,

B_2 = a generátor kimenetelének rákapcsolása az UP 4-es sorozatú 3-as csőre,

B_3 = a generátor kimenetének rákapcsolása az UP 4-es sorozatú 2-es csőre,

B_4 = a generátor kimenetének rákapcsolása az UP 4-es sorozatú 1-es csőre,

C = Voltméter bekapcsolása,

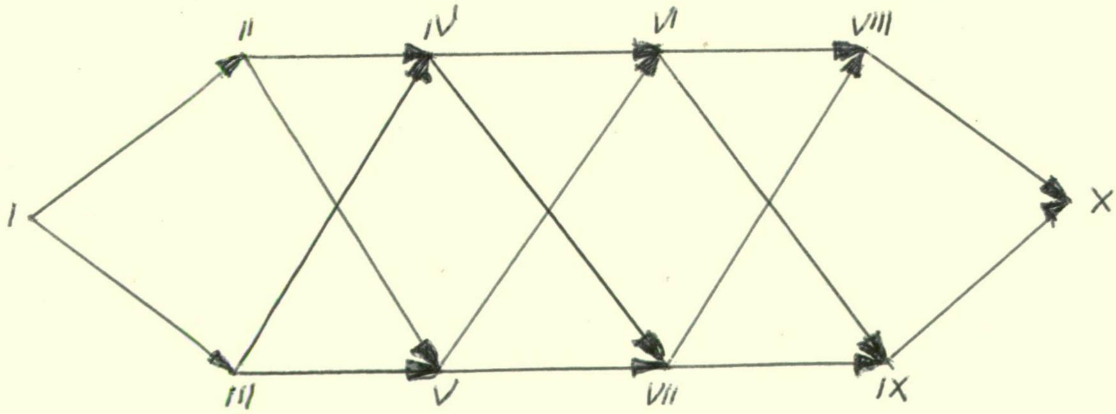
D = pontatlansági fok /eltérések/ megállapitása.

II. A második algoritmus leirási forma az ugynevezett gráf-séma /egyes esetekben fa-diagramm/. Ennek ismertetését a gráf-elmélet alapfogalmainak bemutatásával kezdem.

x.

A legkülönbözőbb tudományokban sok olyan probléma adódik, amelyeket pontok és e pontokat összekötő vonalak, azaz gráfok felrajzolásával lehet áttekinthetőbbé tenni, és ezek révén megoldani /131:902/. A gráf-elmélet ilyen pontokból és vonalakból álló alakzatok általános tulajdonságait vizsgálja, az egyes tudományok speciális fogalmaitól elvonatkoztatva. A felvett pontok /a gráf szögpontjai - ábrázolásuk ponttal, körrel, négyzettel, paralellogrammával, vagy háromszöggel történik/, jelképezhetik például egy ország városait, egy vegyület atomjait, egy elektromos hálózat elágazási pontjait, egy üzem müveleti részeit, egy embercsoport egyedeit, egy térkép országait, egy feladat megoldási menetének részeredményeit, egy didaktikai folyamat egyes stádiumait. A szögpárokat összekötő vonalak /a gráf élei, - ábrázolásuk általában egy egyenessel történik/ jelenthetik a városokat összekötő vasutvonalakat, az atomok közti vegyi kapcsolatokat, a hálózat ágait, a nyersanyag, ill. a munkadarab utját az üzemben, jelenthetik azt, hogy az embercsoport két-két egyede ismeri egymást, ill. hogy bizonyos rokoni kapcsolatban vannak, hogy a térkép két-két országának van közös határvonala, a feladat megoldásának további utját, a didaktikai rá-hatások vagy visszahatások utjait, stb.

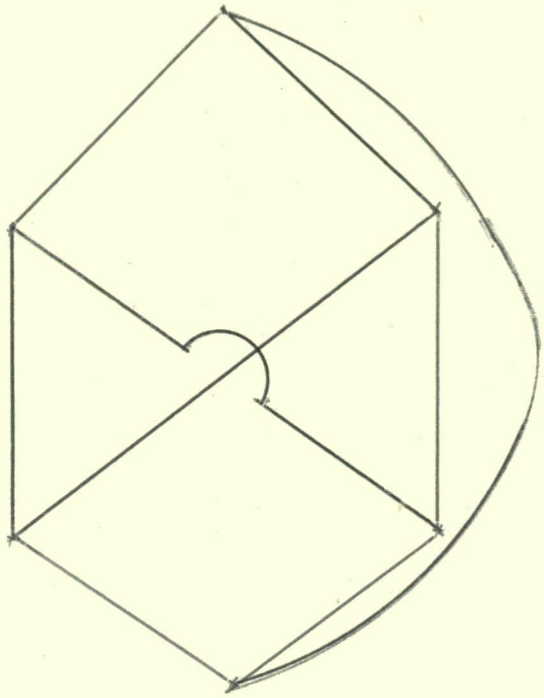
A gráfokhoz vezető legtöbb problémában csak azt vesszük szemügyre, hogy bizonyos dolgok közül melyik kettő között van adott tipusu kapcsolat. Ekkor a gráfot pusztán kombinatórikus értelemben tekintjük és a gráf élei csak a tekintett kapcsolat jelzésére szolgálnak. Ilyenkor mellékes, hogy a szögpontokat és éleket hogyan helyezzük el a sikban, ill. a térben. Az áttekinthetőség érdekében rendszerint arra törekszünk, hogy sikbeli elhelyezésnél az élek ne messék egymást. Didaktikai problémák ábrázolásánál néha elkerülhetetlen, - igy pl: F.KOPSTEIN /74:10/ által ismertetett "paragráfoknál":



.1.sz.ábra.

/A "Strukturális elemek" cimü részben részletesebben ismertetem./

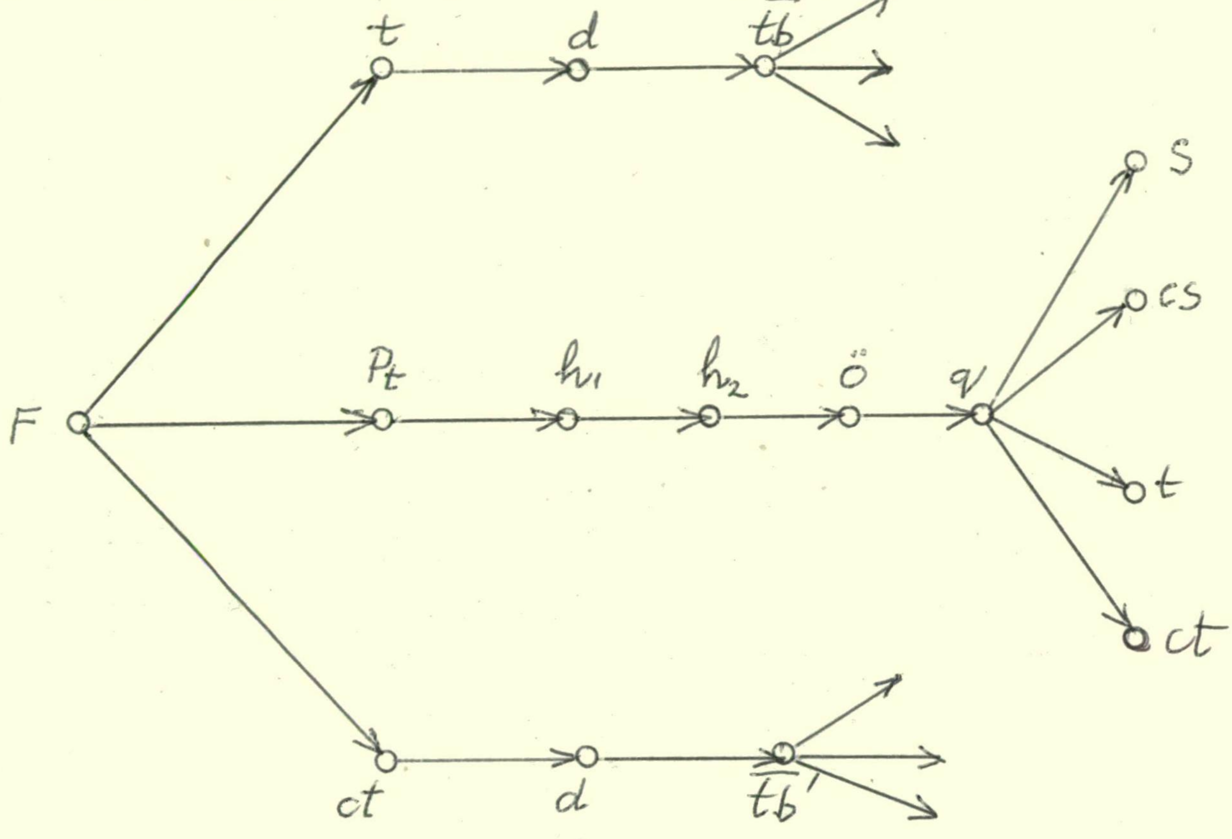
E kivánságnak nem mindig lehet eleget tenni, vannak "sikba nem rajzolható" gráfok, pl:



2.sz.ábra.

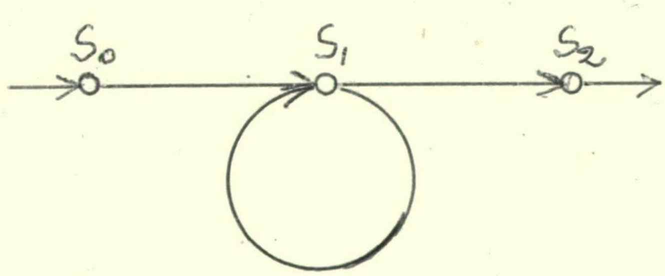
Más problémáknál az élek és szögpontok elhelyezkedésének is van bizonyos jelentősége /egyes didaktikai problémáknál is/. Ilyenkor a gráfokat többnyire mint topalógiai alakzatokat vizsgálják. Ha a gráfokkal szemléltetett kapcsolat nem "szimmetrikus", akkor az élek irányitásával a kapcsolat "irányát" is jelezhetjük. Pl. a szülő és utód közötti kapcsolatnál az éleket ugy irányitjuk, hogy azok a szülőknek megfelelő szögpontokból az utódoknak megfelelő szögpontokba vezessenek; egy feladat megoldása során a probléma-helyzetnek megfelelő szögpontokból a valamennyi lehetséges soron következő megoldási helyzetnek megfelelő szögpontokba vezessenek. Pl.: Egy derékszögü háromszög megoldásánál két adott befogóból indulunk ki: A probléma-helyzet "F" felismerése után a megoldás vezethet a tangens, cotangens összefüggések, ill. a Pythagoras-tétel felismeréséhez, majd innen az elvégzendő müveletek /osztás "d"; táblázat használata "t_b"; ill. "t_b'";

hatványozás "h", összeadás "ö"; gyökvonás "q"/ során át az ujabb prob-léma-helyzet megoldásához /fa-diagramm módszer/.



3...sz.ábra.

Bizonyos esetekben hurokéleket is célszerü szerepeltetni. Pl. az egyes lépésekhez visszairányitó programmok algoritmusainál:



4..sz.ábra.

Ha a gráfban a szögpontok vagy élek száma végtelen, a gráfot végtelennek mondjuk /a véges didaktikai folyamatoknál nem használjuk/.

A részletekbe való elmélyedést mellőzve, kizárólag már csak azokat a gráf-formákat és tételeket emlitem, amelyek nélkülözhetetlenek céljaink eléréséhez. A matematikai bizonyitásokról is lemondunk. [redacted]

miért?

1./ Egy gráfhoz többféleképpen rendelhetünk gráfot. Különösen egyszerü a hozzárendelés olyan páros gráfok esetében, amelyekben két szögpontot legfeljebb egy él köt össze. Ha $P_1, \dots\dots, P_n$ és $A_1 \dots\dots, A_m$ alkotják a "G" páros gráf szögpontjainak két osztályát, akkor G-hez azt az "n" sorból és "m" oszlopból álló $/C_{ij}/$ mátrixot rendeljük, amelyben $C_{ij} = 1$, vagy $C_{ij} = 0$, aszerint, hogy P_i össze van-e kötve A_j-vel, vagy nincs. Mátrixnak fogjuk nevezni az olyan paralellogramma alakú táblázatot, melynek a következő formája van:

$$C = \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & \dots & C_{1m} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & \dots & C_{2m} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & \dots & C_{3m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ C_{n1} & C_{n2} & C_{n3} & \dots & C_{nm} \end{vmatrix}$$

1.sz.mátrix.

ahol "n" a sorok száma, "m" pedig az oszlopok száma. Néha a mátrixot a fenti $C = /C_{ij}/$ - vel jelölik a tömörség kedvéért.

2./ I.B.MORGUNOV /96: 3/ szerint a gráf-szerkezeteknél "kontur"-nak fogjuk nevezni azt az utat, amelynél a kiindulási csúcs egybeesik a végső csúccsal.

3./ "Fá"-nak nevezzük azt az összefüggő gráfot, amelyben nincs kontur.

3/a. A "Fa-gráf" egy speciális formája az előbbi "fa-diagramm", melynek az algoritmusok ábrázolásánál jelentős szerepe van.

x.

Az algoritmusok szóbeli leirására, operátor sémával történő szimbolizálására és az uj gráf-sémával /fa-diagrammal/ történő ábrázolására szolgáljon az alábbi müszaki jellegü példa:

Tegyük fel, hogy egy dolgozó munkája megkezdése előtt leállenőrzi munkagépét, hogy üzemképes-e, az ellenőrzés során meggyőződik arról, hogy a gép be van-e kapcsolva a hálózatba, ha nincs, akkor bekapcsolja. Há be van kapcsolva, akkor benyomja az inditógombot és ellenőrzi, hogy kigyullad-e a piros lámpa, ha igen, akkor a készülék üzemképes, ha nem, akkor szerelőt kell hivnia, mert a piros lámpa felvillanása jelzi a gép üzemképességét. Ha jól megfigyeljük, akkor rögtön feltünik, hogy a feltételek és a müveletek között kényszerkapcsolat van, ugyanis bizonyos feltételek szerint /pl. kigyullad-e a piros lámpa, vagy nem/, bizonyos munkát kell végezni /megkezdeni a géppel a munkát, vagy szerelőt hivni/. A tevékenység nem volna algoritmikus jellegü, ha az ember a piros lámpa kigyulladására válaszul ötletszerüen hol az egyik, hol a másik cselekvést végezné el. Ezek után az irásbeli utasitásokra felépülő algoritmus:

1./ Ellenőrizd, be van-e kapcsolva a készülék a hálózatba!

Ha igen, akkor térj át a 3.utasitásra!

Ha nem, akkor:

2./ Kapcsold be a hálózatba!

3./ Nyomd be az inditógombot!

4./ Ellenőrizd, kigyulladt-e a piros lámpa!

Ha igen, akkor térj át az 5. utasitásra!

Ha nem, akkor térj át a 6. utasitásra!

5./ Kezdd meg a munkát!

6./ Hivj szerelőt!

Az 5. és 6. müvelet befejező müvelet, ugyanis ezek valamelyikével zárul az algoritmus szerinti tevékenység aszerint, hogy fennáll-e az előző feltétel vagy sem.

B.I.LJAPUNOV által bevezetett ugynevezett szimbolikus algoritmikus folyamat leirás módszer szerint, mint ismeretes, a tevékenység folyamatát elemi müveletek sorára bontjuk és az elemi müveleteket <u>operátoroknak</u> nevezzük és A, B, C, ... betükkel jelöljük; a feltételeket <u>logikai feltételeknek</u> nevezzük és a, b, c, ... betükkel jelöljük. A feltételek ellenőrzésének és a müveletek végrehajtásának sorrendjét <u>logikai sémának</u> nevezzük, mely meghatározott sorrendben elhelyezett operátorokból, logikai feltételekből és számozott nyilakból áll. Jelen esetben:

<u>Logikai feltételek</u>:

a = a készüléknek a hálózatba bekapcsolt állapota,

b = a piros lámpa kigyulladása.

<u>Operátorok</u>:

A = a készülék bekapcsolása a hálózatba,

B = az inditógomb benyomása

C = a munka megkezdése,

D = szerelő hivása.

Az operátorok utáni "✱" jel az algoritmikus tevékenység beszüntetését jelentő "stop" jel.

Az algoritmus:

$$a \overset{1}{\uparrow} Bb \overset{2}{\uparrow} C \ast \overset{1}{\downarrow} ABb \overset{2}{\uparrow} C \ast \overset{2}{\downarrow} D \ast$$

és az általa leirt munkamenet:

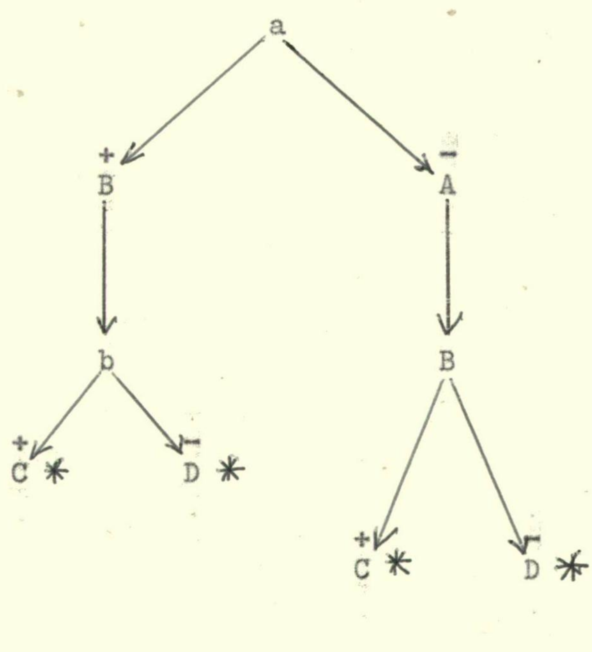
1./ A betü logikai feltétel /a/. Itt két változat adódhat:

a./ Ha fennáll a logikai feltétel, akkor a nyiltól függetlenül áttérünk a jobbra következő betüre /aB/,

b./ ha nem áll fenn a logikai feltétel, akkor megnézzük a nyil felett álló számot és arra a betüre térünk át, amelyre a nyil mutat /aA/.

2./ A betü operátor. Ebben az esetben végrehajtjuk az operátort, s azután áttérünk a jobbra következő betüre /aBb/, vagy /aABb/. Az algoritmus szerinti munkát addig végezzük, amig nem jutunk a "stop" /megállitó/ jelig /aBbC * / vagy /aABbC * / vagy /aABbD * / vagy /aBbD * /.

Ugyanez az algoritmikus folyamatok leirásának "gráf-séma" /fa-diagramm/ módszere alapján:



5. sz. ábra.

A sémán a nyilak a sajátságok és a müveletek ellenőrzésének sorrendjét prezentálják, a + és - jelek a sajátság meglétét vagy hiányát, a * pedig a befejező müveleteket.

Az előző fejezetben ismertetett COMENIUS-tól származó elv egy klasszikus b./ tipusu didaktikai algoritmus. Ezek szerint felépithető:

logikai feltételekből,

operátorokból, és a

hozzájuk tartozó logikai sémával.

<u>A logikai feltételek:</u>

a = a tanuló a tananyagot röviden előadta,

b = a tanuló a szavakat megértette,

c = a tanuló a dolgok használatát bemutatta.

<u>Az operátorok:</u>

A = a tananyag rövid előadása, a szavak jelentéseinek megérttetése, a dolgok használatának bemutatása,

B = a tananyagnak a tanulóval történő elmondatása,

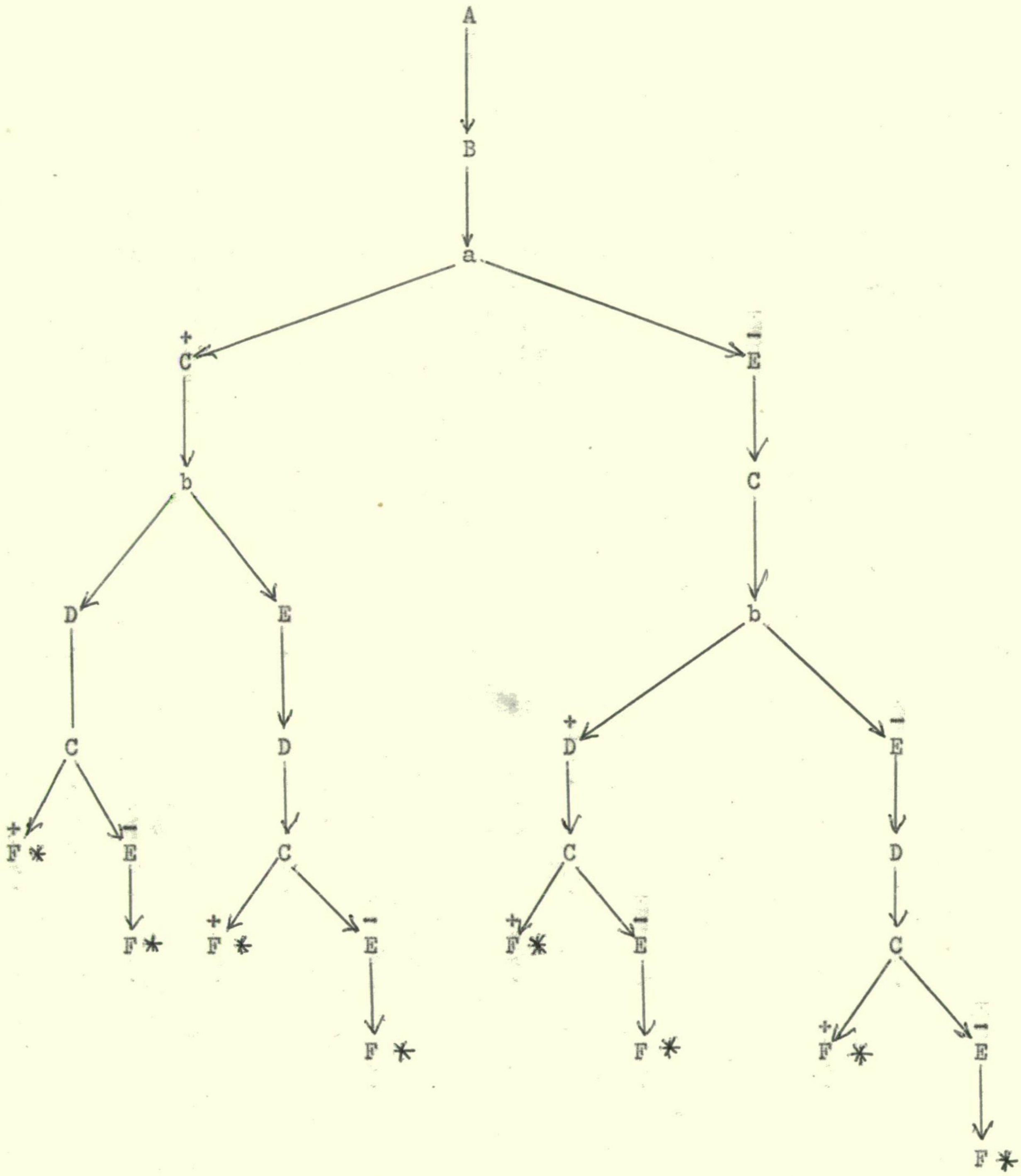
C = a szavak jelentésének a tanuló által történő megérttetése,

D = a dolgok használatának a tanuló által történő bemutattatása,

E = a tanuló hibáinak kijavitása,

F = a második tanuló felszólitása.

Az ehhez tartozó "gráf-séma" /fa-diagramm/:



6. sz. ábra.

és az ehhez tartozó szimbolikus algoritmus:

$$ABa \overset{1}{\uparrow} Cb \overset{2}{\uparrow} Dc \overset{3}{\uparrow} F* \overset{3}{\downarrow} EF* \overset{2}{\downarrow} EDC \overset{2}{\uparrow} F* \overset{2}{\downarrow} EF* \overset{1}{\downarrow} ECb \overset{1}{\uparrow} DC \overset{4}{\uparrow} F* \overset{4}{\downarrow} EF* \overset{1}{\downarrow} EDC \overset{1}{\uparrow} F* \overset{1}{\downarrow} EF$$

Kissé anaktronisztikus, de ha Kempelen Farkas sakkozógép helyett oktatógépet szerkesztett volna, akkor ez lehetett volna a müködési algoritmusa. A párhuzam sakk és didaktika között formális szinten indokolt, ugyanis egy mesteri fokon kidolgozott játszma szintén valamilyen algoritmust realizál. A sakk-irodalomban kidolgozott különböző "csel", "kezdő" és "végjátékok" szintén speciális tevékenységi /átalakitási/ algoritmusoknak tekinthetők.

Ezt követően planimetriai idomok tárgyalására szolgáló L.N.LANDA-tól /86 : 18/ származó /modern/ didaktikai algoritmust mutatunk be egy K.ELSNER-féle /19 : —/ ugynevezett "szöveges elrendezésben", mely lényegében a második fejezetben megismert módszer specifikus változatának tekinthető.

1./ Meghatározzuk a fogalmat és ábrát készitünk.

2./ Soroltassuk fel a tanulókkal a meghatározásban megadott sajátosságokat:

Ha kérdezett tanuló mindegyik sajátosságot felsorolta, akkor

3./ Nevezze meg azt a logikai kapcsolatot, amely ezeket a sajátosságokat összeköti.

4./ Irjuk fel valamennyi sajátosságot a logikai kapcsolatokkal együtt. /E-

Ha a kérdezett tanuló nem sorolta fel mindegyik sajátosságot, akkor

3./ Rajzoljunk olyan sikidomot, amely rendelkezik a tanuló által emlitett sajátosságokkal, de nem felel meg a helyes meghatározásnak és az adott ábrának.

Ha a tanuló kijavitotta hibáját, akkor

4./ Nevezze meg azt a logikai kapcsolatot, amely ezeket a sajátosságokat összeköti.

Ha a tanuló nem javitotta ki hibáját, akkor

4./ Szólitsunk fel egy másik tanulót.

5./ Ez javitsa ki a hibát.

zek után áttérünk a fogalom alkalmazásának gyakoroltatására és elsajátitásának ellenőrzésére./

5./ Irjuk fel valamenynyi sajátságot a logikai kapcsolatokkal együtt. /Ezek után áttérünk a fogalom alkalmazásának gyakoroltatására és elsajátitásának ellenőrzésére./

6./ Nevezze meg azt a logikai kapcsolatot, amely ezeket a sajátságokat összeköti.

7./ Irjuk fel valamenynyi sajátságot a logikai kapcsolatokkal együtt. /Ezek után áttérünk a fogalom alkalmazásának gyakoroltatására és elsajátitásának ellenőrzésére./

Ugyanennek az algoritmusnak a gráf-sémája /fa-diagramm/:

<u>Logikai feltételek:</u>

a = a tanuló valamennyi sajátosságot felsorolta,

b = a tanuló kijavitotta hibáját.

<u>Operátorok:</u>

A = a fogalom meghatározásának megfogalmazása, ábra bemutatása,

B = a meghatározásban megadott sajátosságok felsorolása,

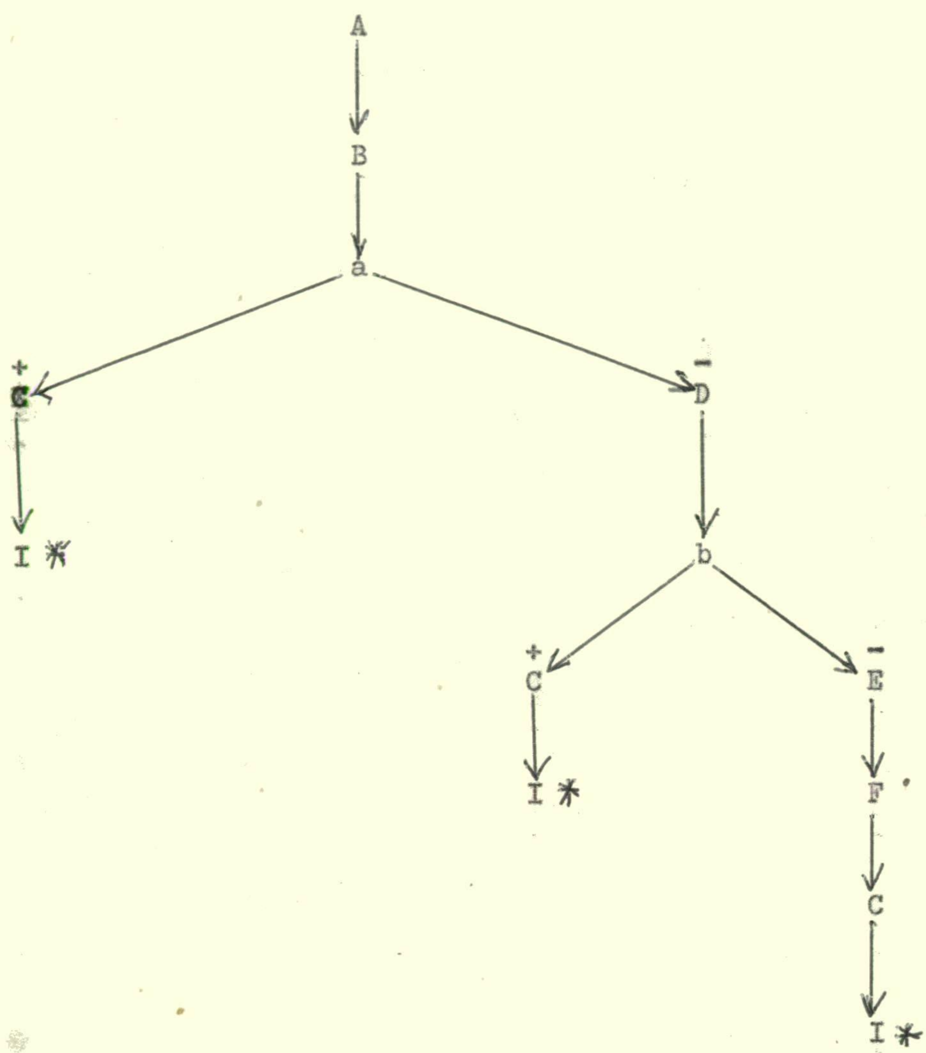
C = a sajátosságokat összekötő logikai kapcsolat megneveztetése,

D = az ellenábra eljárásának alkalmazása,

E = a másik tanuló felszólitása,

F = a hiba kijavitása,

I = a sajátosságok felirása a kapcsolatokkal együtt.



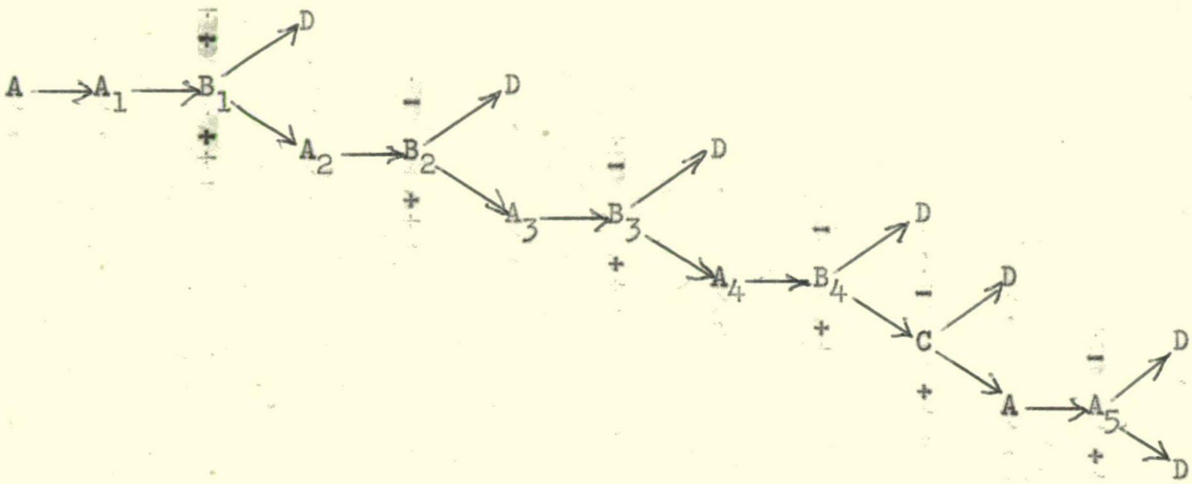
7. sz. ábra.

Végül a hozzátartozó szimbolikus algoritmus:

$$\mathrm{ABa} \overset{1}{\uparrow} \mathrm{CI}\,{*} \overset{1}{\downarrow} \mathrm{Db} \overset{2}{\uparrow} \mathrm{CI}\,{*} \overset{2}{\downarrow} \mathrm{EFCI}\,{*}$$

Az idegen nyelvi oktatásban ezeket az algoritmus formákat jelentős szerephez juttatta O.HERMENAU /58:425/ akkor, amikor a legrövidebben leirható algoritmusformaként az elrendezést /= operátorok/, megfontolást /=feltételek/, lefolyást /a munkalépések összessége - a Ljapunov-rendszerben megfelel a logikai sémának/ ajánlotta alkotóelemenként.

A fa-diagramm algoritmus leirási módszer érdekes változatát találjuk M. N. ROZENBERG-nál /111 : 68/, amikor az általa operátor-sémában leirt algoritmust /lásd ..47..oldal/ az alábbiakban átrendezi:



Konkrét kisérleti adatokat közöl G. CLAUSS /13 :371-373/ a "Mondattagolás" cimü nyelvtani algoritmusával elért eredményekről.

A LJAPUNOV - operátor séma algoritmus - :

$$\downarrow^{1} AqUGqUK_p \uparrow^{1} O_4q \uparrow^{2} U \downarrow^{2} O_3q \uparrow^{3} U \downarrow^{3} U_oq \uparrow^{4} U \downarrow^{4} U_zq \uparrow^{5}\downarrow^{5} U_{AW}q \uparrow^{6} U \downarrow^{6} Gq \uparrow^{7} U \downarrow^{7} Bq \uparrow^{8} U \downarrow^{8}$$

ahol az operátorok:

A = határozd meg a mondat állitmányát!

U = huzd alá szinessel!

G = Határozd meg a mondat tárgyát!

O_4 = Határozd meg a tárgyát a 4. esetben! stb. ....

K = Képezz tőmondatot A-ból és G-ből.

Logikai feltételek:

q = a kérdezett mondatrész megléte,

p = a tőmondat önállóan is értelmes,

z = meghatározott valamennyi mondatrész

- alapján oktatott kisérleti osztály eredményeit összehasonlitotta egy algoritmus nélkül oktatott kontroll-osztály eredményeivel. A hibapontok alapján történő összehasonlitást az alábbi grafikon demonstrálja:

Az algoritmus alapján történő oktatás eredményesebb voltát ennek alapján igazolta.

Gráf-elméleti alapon osztályozza az algoritmusokat H.FRANK /35:108/. Szerinte egy algoritmus makrostrukturája /a "Strukturális elemek" cimü részben e fogalmat részletesen ismertetem/ akkor és csak akkor egyértelmü, ha irányitható gráfokkal ábrázolható. Ezek a gráfok három "megkülönböztető jegy" alapján /rendezési elvek/ irhatók le.

1./ Egy gráfot kör nélkülinek /mi MORGUNOV alapján a "kontur nélküli" fogalmat fogjuk használni/ nevezhetünk, ha nem tartalmaz olyan útat, amelynek első lépése és utolsó lépése megegyezne. Ellenkező esetben a gráf "konturos".

2./ Egy gráf lineáris, ha az oktatási lépések rendezettek. Ellenkező esetben elágazó.

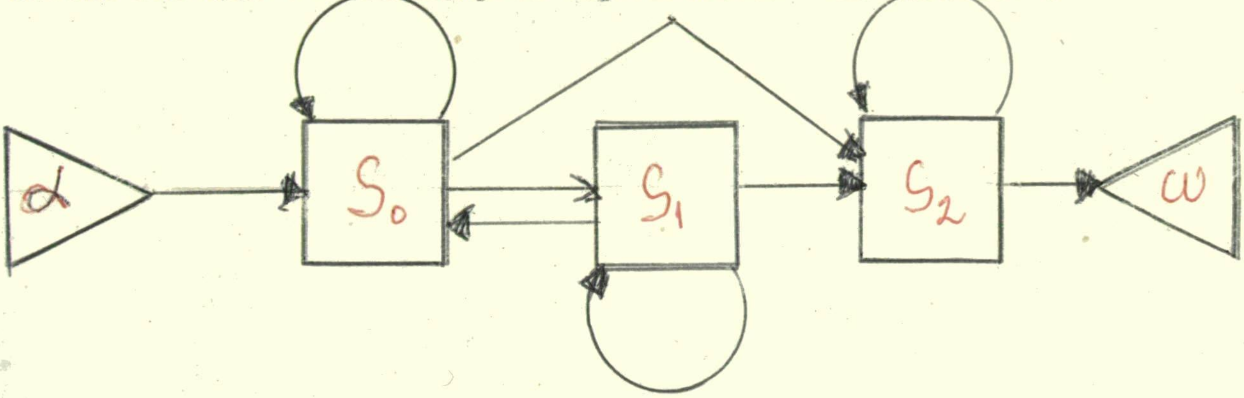
3./ Egy gráf direktiv, ha minden egyes lépéshez csak egy olyan irány tartozik, amelyik egy másik lépéshez vezet. Ellenkező esetben adaptiv.

Ezek kombinációja alapján nyolc algoritmus-tipus állitható elő.

Konturos - lineáris - direktiv	
Konturos - lineáris - adaptiv	
Konturos - elágazó - direktiv	x.
Konturos - elágazó - adaptiv	
Konturnélküli - lineáris - direktiv	
Konturnélküli - lineáris - adaptiv	
Konturnélküli - elágazó - direktiv	x.
Konturnélküli - elágazó - adaptiv	

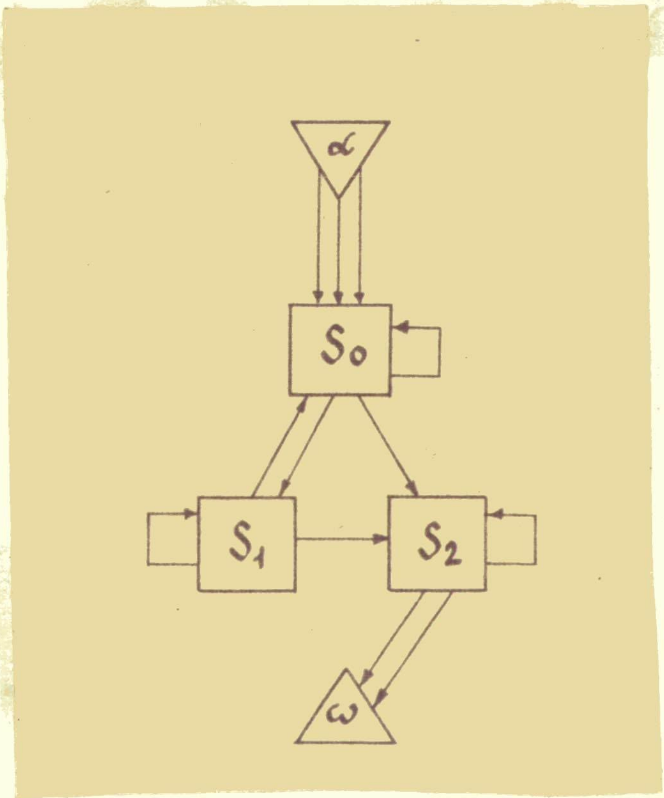
Ezek közül a x.-el jelölt két esetben logikai ellentmondás van, ugyanis az elágazó algoritmus feltétele magában tartalmazza azt a követelményt, hogy legyen legalább egy olyan lépés, amelyhez legalább két olyan irány tartozik, amelyek másik lépésekhez vezetnek. Ez pedig 3./-nak ellentmond, s igy az elágazó algoritmus nem lehet direktiv is. A megmaradó hat algoritmus tipust a fenti elrendezésben a ..I..sz.táblán találhatjuk meg, ahol "α" a start-jel és "ω" a stop-jel.

Két speciális algoritmust részletez H.FRANK az u.n. Mealy-algoritmust /35 :105/ és a Moore-algoritmust /35 :110/. Mind a két esetben a táblázatban feltüntetett "szabályozó algoritmusról" van szó. Itt a



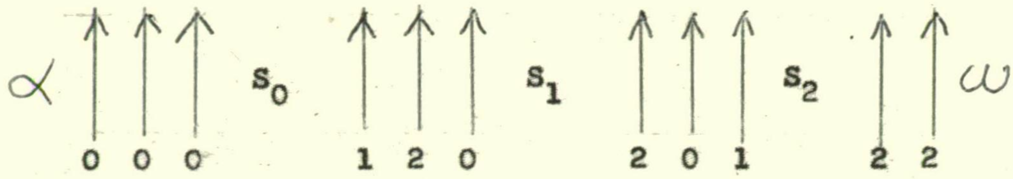
8. sz. ábra.

konturos gráfot a Mealy-algoritmusnál az alábbi módon rendezi:



9. sz. ábra.

H.THIELE /132:136-137/ a Mealy-algoritmus leirására különleges /szimbolikus/ operátor-sémát alkalmaz:

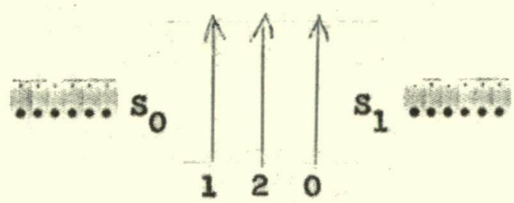


Ha egybevetjük a korábban ismertetett LJAPUNOV-féle operátor-sémával, akkor a következő eltéréseket regisztrálhatjuk:

a./ A Ljapunov-nál ✻ -al jelölt "stop"-jelnek itt "ω" felel meg.

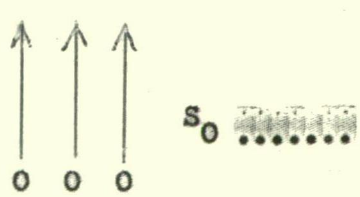
b./ THIELE-nél van "α" start-jel, az előző formulánál ez külön nincs feltüntetve.

c./ A "nyilak" alatt található számok jelentése nem egyezik a LJAPUNOV-sémánál a nyilak felett található számok jelentésével, ugyanis itt



azt jelenti, hogy az S_0-ból áttérhetünk az S_1-re, vagy S_2-re, de visszatérhetünk az S_0-ra is /amint az a gráfoknál a szemlélet alapján is megállapitható/.

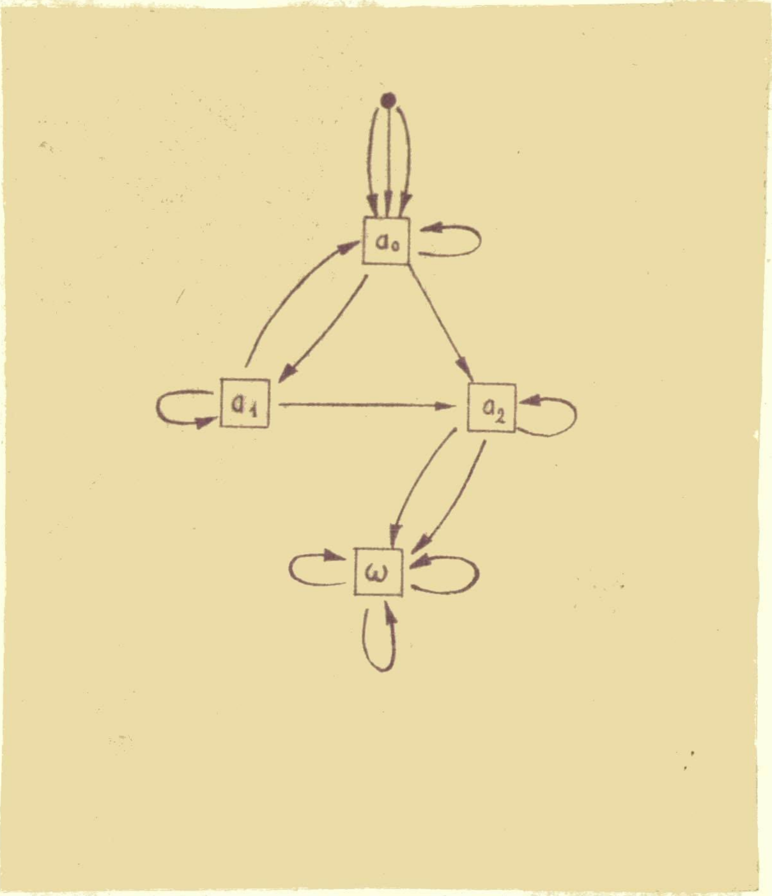
d./ Itt egyik stádiumból /α/ a másik stádiumba /S_0/ több parallel áttérés is lehetséges:



A Mealy-algoritmust realizálja a GEROMAT-II. oktatógép.

A Moore-algoritmus a Mealy-algoritmusból, mint annak speciális esete a-

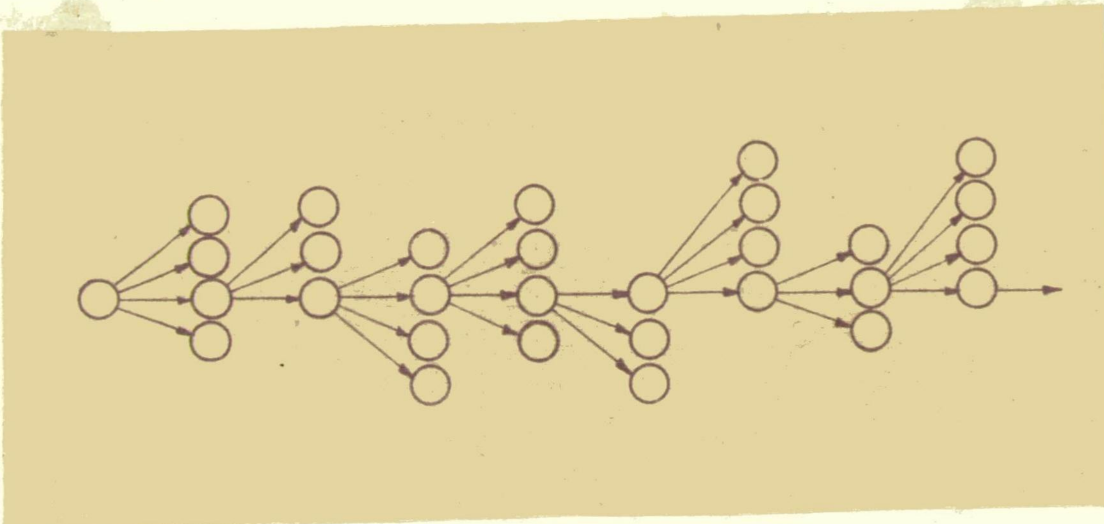
dódik /35 :110/. Ennél az algoritmusnál a Kezdő és végállapot is "lé-
pésnek" számit. /Részletes elemzése a "Strukturális elemek" cimü rész-
ben./ Az algoritmus gráf-sémája:



10 sz. ábra.

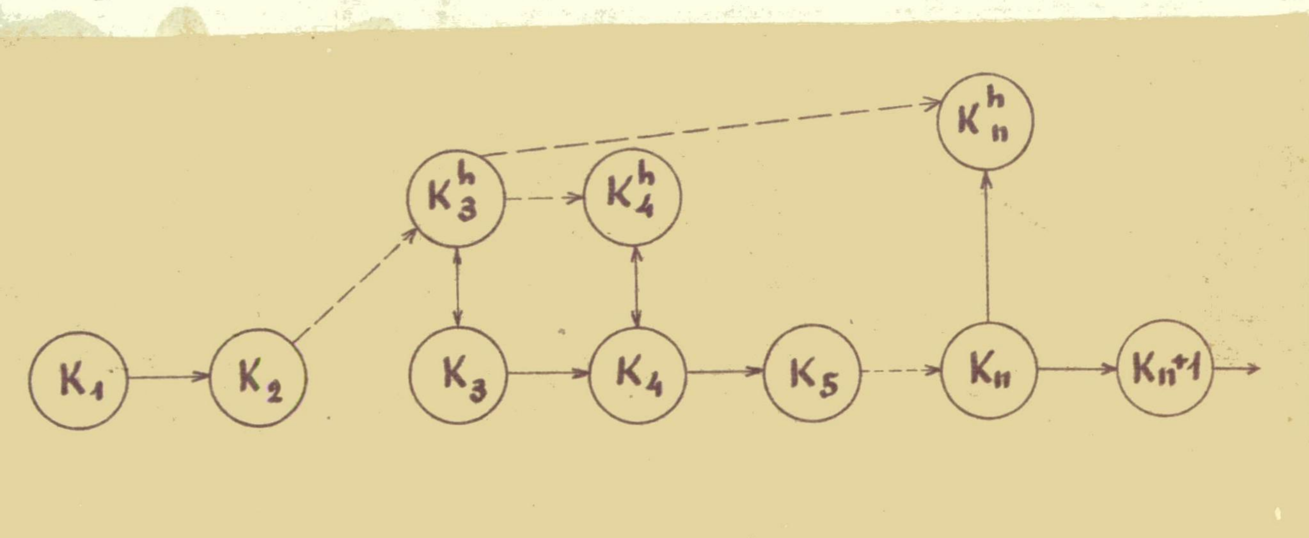
Ez az algoritmus pl. az ismert AUTOTUTOR-II. automatában realizálható, ahol az "a_i" állapot a filmszalag lehetséges helyzeteit adja meg. Ez azt jelenti, hogy a vetitendő filmkép egyidejüleg az aktuális "oktatási lé-pést" is determinálja.

A Frank-féle klasszifikációs kisérlet feltétlen érdeme, hogy elsőnek ad áttekintést a különféle algoritmus tipusokról /lásd I. sz. táblát/. A teljesség igényét azonban nem elégiti ki. Ugyanis a rendszerezés alapját képező "megkülönböztető jegyek" nem tartalmazzák a "felelet-választás" kritériumát. Igy D. TOLLINGEROVA /133:173/ által ismertetett feleletválasztós rendszerü algoritmushoz tartozó gráf



11. sz. ábra.

már nem helyezhető el a Frank-féle rendszerben. Legközelebb az "iterációs algoritmus"-hoz áll, de ugyanakkor ellentmond a "direktivitás" kritériumának. Hasonló nehézségbe ütközik egy V.SVAJCER-től származó /126 :65/ elágazó programm algoritmusát leiró gráf elhelyezése az emlitett rendszerben:



12. sz. ábra

ahol:

K_n = lépések /step/

K_i^h = a hipatétikus lépések

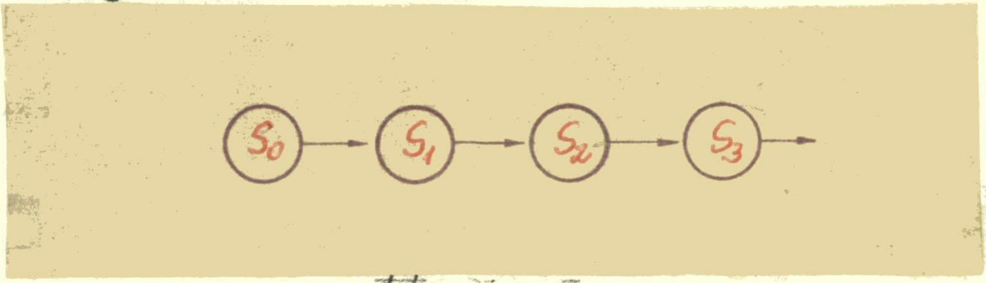
------> = a hipotézis iránya

<------> = a hipotézisek kontrollja.

K.J.KLAUER /70 : 14/ a didaktikai algoritmusokat "Flussdiagramm"-ok alapján rendszerezte. Ezek formális szempontból lényegében gráfok, igy a bemutatásuknak feltétlenül itt a helye. Rendszerének kidolgozásánál nem követte a H.FRANK-nál látható meghatározott feltételek kombinációiból adódó szigoru egzaktságra törekvő utat, de mivel tényanyaga az előbbi relációjában némileg eltérő, igy feltétlen érdemes vele foglalkoznunk.

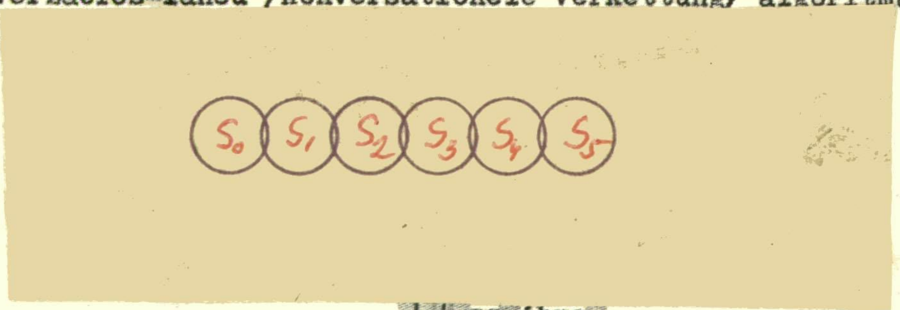
A. Lineáris programmok algoritmus-tipusai.

1./ Egyszerü lineáris algoritmusa teljesen analóg az előbbi rendszerezés Skinner-algoritmusával.



13...sz.ábra.

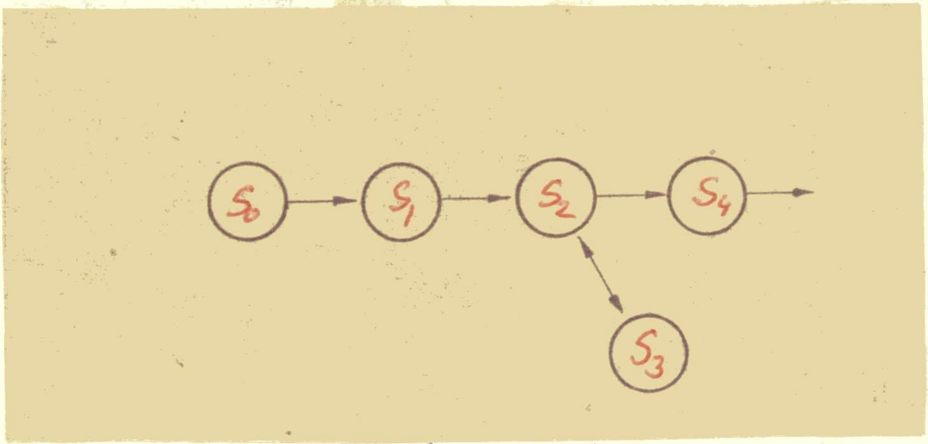
2./ Konverzációs-láncu /Konversationele Verkettung/ algoritmus.



.!.!.sz.ábra.

Ez nem helyezhető el a H.FRANK féle rendszerben, mivel a Skinner-algoritmustól eltér ugyan, de ugyanakkor hiányzik belőle a lépés megismétlésére utaló utasitás, s igy nem tesz eleget az "iterációs algoritmus" követelményének sem. A többi FRANK-nál tárgyalt algoritmus tipusokkal pedig az adaptivitás hiánya miatt nem parallellizálható.

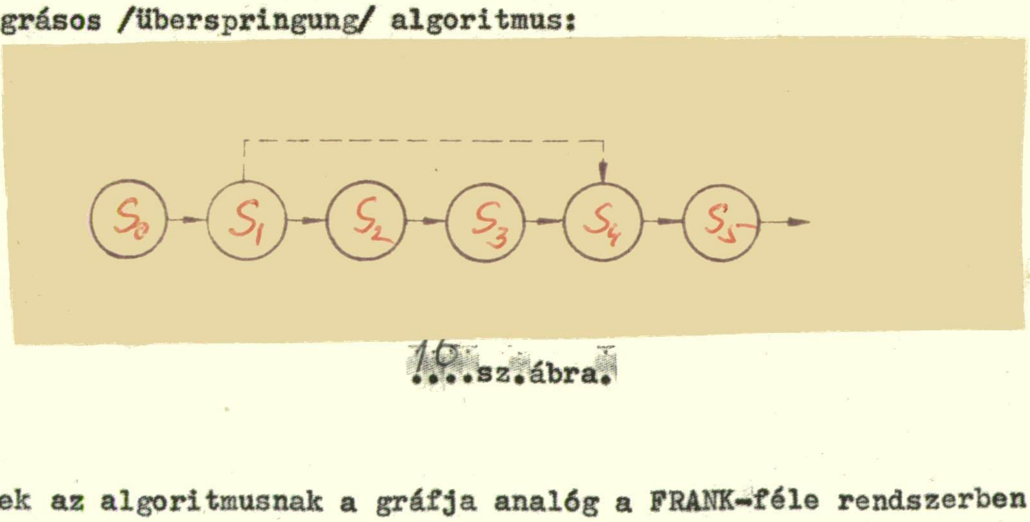
3./ Az egyszerü visszavezetésü algoritmus /einfache Rückführung/



15.sz.ábra.

a FRANK-féle rendezési elv alapján ez az S_2S_3, ill. az S_3S_2 irányok miatt egyrészt konturos, de nem direktiv gráf /algoritmus/. Mivel azonban az S_3 nem vezet be egy uj utat, igy nem lehet elágazó algoritmus sem. Ezek után már csak az vizsgálandó, hogy megfelel-e a "szabályozó algoritmus" követelményeinek. A gráfok egybevetése után azonban megállapithatjuk, hogy ez sem helyezhető el FRANK rendszerében.

4./ Átugrásos /überspringung/ algoritmus:

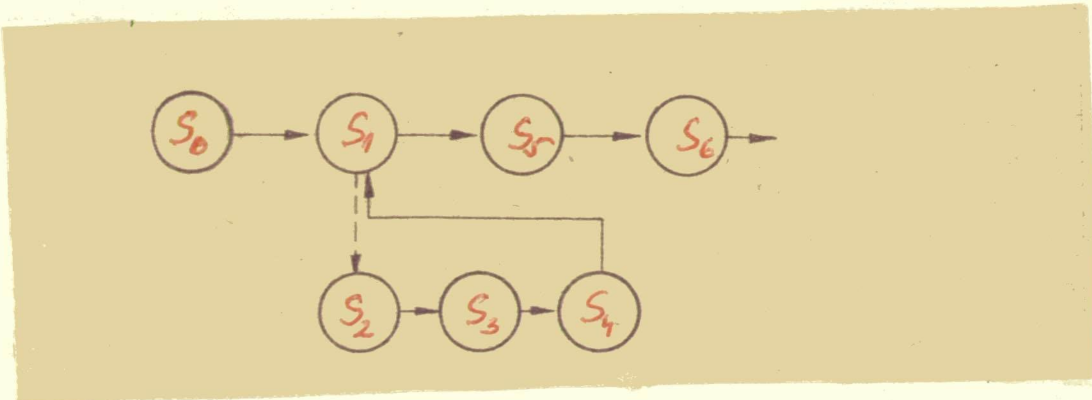


16.sz.ábra.

Ennek az algoritmusnak a gráfja analóg a FRANK-féle rendszerben a konturnélküli - lineáris - adaptiv gráffal.

B. Variált /Variablen/ programmok algoritmustipusai.

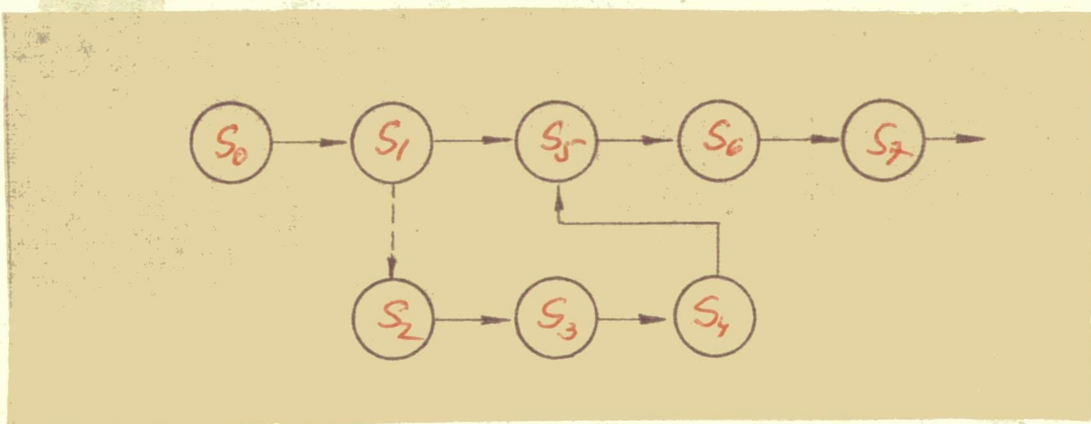
1./ Visszavezető /rückführende/ algoritmus:



17.sz.ábra.

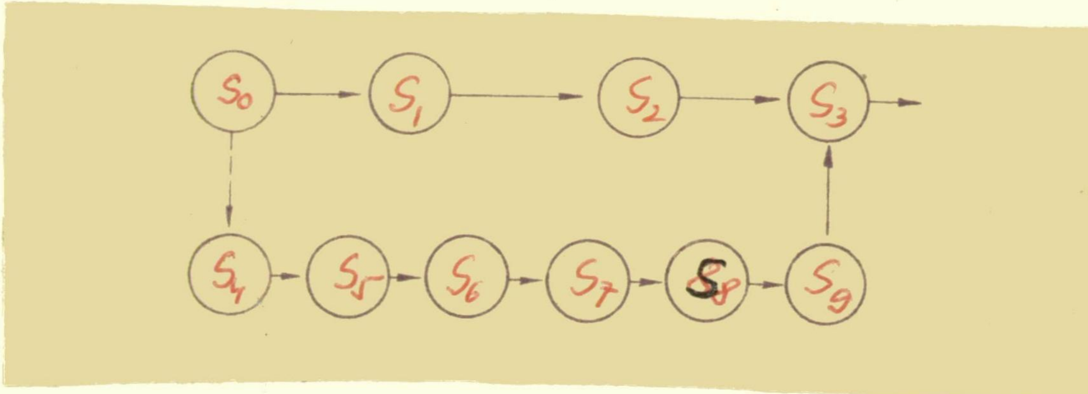
Ez az I/3 "variált" változata, igy az ott elmondottak értelemszerüen erre is vonatkoznak.

2./ Közbeiktatott /zwischen geschaltete/ algoritmus:



18.sz.ábra.

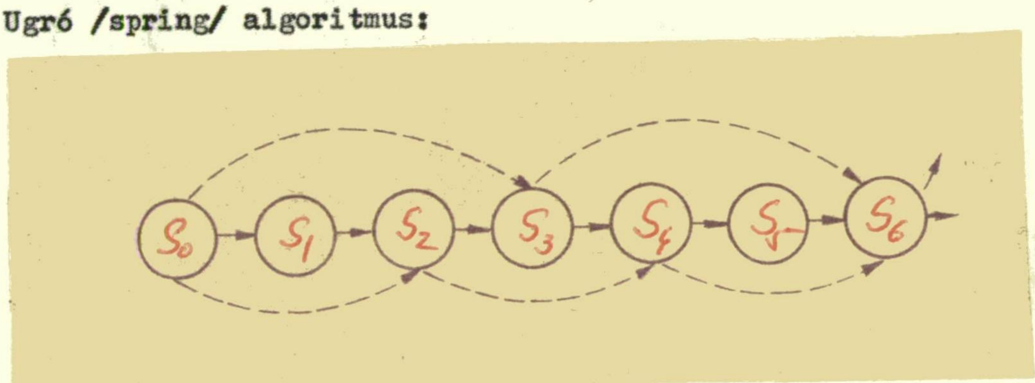
3./ Továbbvezető /weiterführende/ segitő algoritmus:



19.sz.ábra.

A II/2. és II/3. a FRANK-rendszerben a konturnélküli - elágazó - adaptiv algoritmusok gráfjaival megfeleltethetők.

4./ Ugró /spring/ algoritmus:



20.sz.ábra.

Ennek gráfja analóg a FRANK-féle konturnélküli - lineáris - adaptiv algoritmus gráfjával.

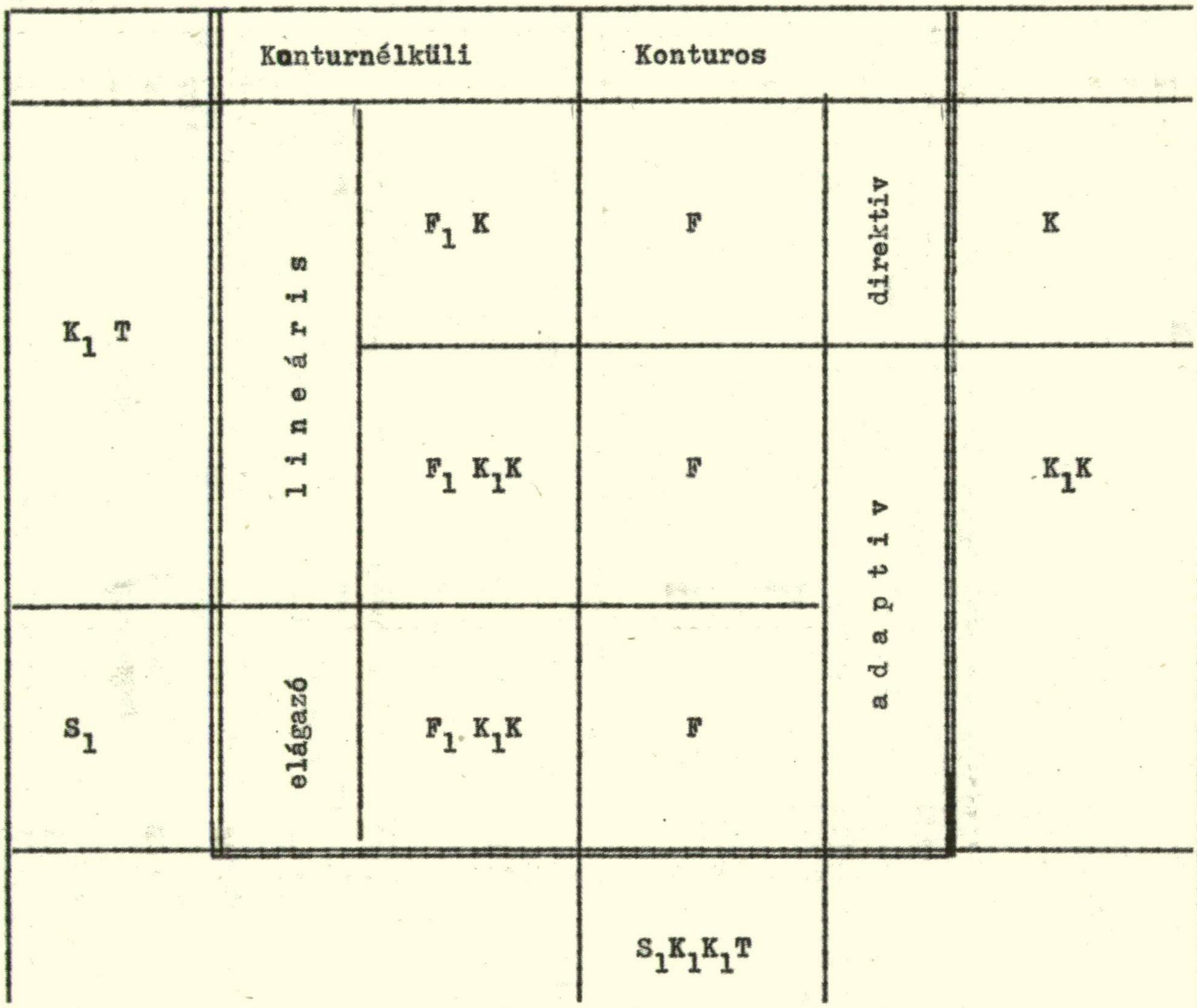
Ha most a két rendszer egybevetéséből további következtetéseket kivánunk levonni a didaktikai algoritmusok gráfjaik alapján történő osztályozására vonatkozóan, akkor célszerü az eddigi összehasonlitások eredményeit egy könnyen áttekinthető táblázatban összefognix, ahol:

K = J.K.KLAUER féle algoritmusok gráfjainak helye H.FRANK rendszerében /a vastagon keretezett rész/.

F = a Frank-féle algoritmusok gráfjai

T = D.TOLLINGEROVA által ismertetett algoritmus gráfjának helye Frank rendszerében

S = V.SVEJCER algoritmusához tartozó gráf helye a Frank-féle rendszerben.



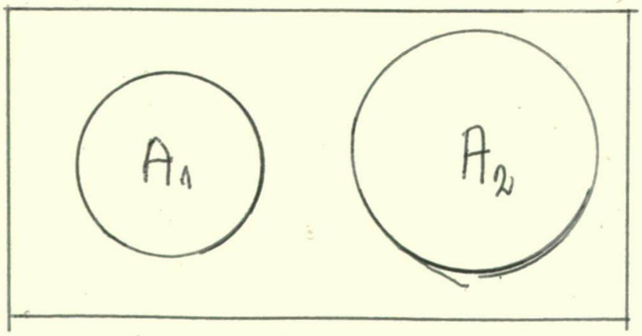
A Frank-rendszerü kivül elhelyezkedő K, T, S pontok mutatják, hogy H. FRANK gráf-elméleti alapon felépitett algoritmus klasszifikációja nem alkalmas valamennyi ismert algoritmus-tipus gráfjának elrendezésére. Ennek a hiányosságnak az oka a három "rendező elv" elégtelenségében keresendő. Eklatáns példa erre a KLAUER-féle klasszifikáció II/3.-as /algoritmus/ gráfja, valamint az ezt generalizáló D.TOLLINGEROVA féle /algoritmus/

gráfja, melyeket a baloldalon található K,T jelzések mutatnak, tekintettel arra, hogy ezek az algoritmus-gráfok lineárisak, nem direktivek, de nem is adaptivek. Az algoritmus formák kvalitativ és kvantitativ ugrásszerü fejlődése nem indokolja még a végérvényes klasszifikáció igényét. L.N.LANDA /86 : 25/ szerint az oktatás algoritmizálhatósága minden adott történelmi pillanatban közvetlenül az addig felismert pedagógiai-pszichológiai törvényszerüségek függvénye. Ebből következik a "rendező elvek" változásának szükségszerüsége is, amint azt a fenti "szórás" /a Frank-rendszeres kivül eső S, K, T/ is mutatja.

H.FRANK /37:114/ a ~~Sikkm~~ Skinner-algoritmus kibernetika-pedagógiai elemzését az "automata-elméletre" épülő tanulómodell /adversaten-modell/ alapján végzi. Ehhez használja az ..II..sz.táblán látható gráfot, ahol a pontok ismét a lehetséges "állapotokat" /zustände/ jelölik. A bemenő jeleket /Eingabealphabet/ 0;1 /bináris/ rendszer képezi. A szaggatott élek a "0", a folyamatos vonallal jelölt élek pedig az "1" által eszközölt átviteleket jelentik. Az A_1 és A_2 két különböző tanulónak ugyanazon "tanuló-modellhez" tartozó állapotaihoz tartozó halmazait jelölik. Ezek diszjunkt halmazok /nincs közös elemkük/:

$$A_1 \cap A_2 = 0$$

diagrammon:



..21..sz.ábra.

Az A_1 és A_2 halmazokat "makroállapotok"-nak /makrozustände/, a gráf pontjai által szimbolizált állapotokat pedig mikroállapotoknak /mikrozustände/ nevezik. A tanulási cél a tanulók eljuttatása a "Z" makroállapotba. /Részletesebb tárgyalás a "Konstruktiv elemek" cimü fejezetben./

IV. H.FRANK is /35:106/ és D.TOLLINGEROVA /133:177/ is kisérleteznek az algoritmus formák mátrixokkal történő leirásával. Ezt megelőzően a "gráfok éleit", mint irányvektorokat definiálják, s ennek segitségével szerkesztik meg az u.n. "átalakitási mátrixaikat".

H.FRANK a Moore-algoritmus mátrixos formájának szerkesztésénél a következő utat választotta:

a./ Kiindul a THIELE-féle szimbolikus operátor-sémából és képezi az alábbi átalakitási mátrixot:

	α	S_0	S_1	S_2	ω
α	0	$r_1 \vee r_2 \vee r_3$	0	0	0
S_0	0	r_3	r_1	r_2	0
S_1	0	r_2	r_3	r_1	0
S_2	0	0	0	r_1	$r_2 \vee r_3$
ω	0	0	0	0	$r_1 \vee r_2 \vee r_3$

2.sz.mátrix.

ahol: "$r_1 \vee r_2 \vee r_3$" jelenti, hogy az "α" /start/ és az S_0 között az r_1 vektor, vagy az r_2 vektor, vagy az r_3 vektor képez összeköttetést, de ugyancsak jelentheti azt is, hogy az "ω" /stop/ lépést ezen utak valamelyikén meg kell ismételni.

Az "$r_2 \vee r_3$" prezentálja azt a két utat, amely az S_2 -től az "ω"-ba átvisz.

Az "r_1" azokat a vektorokat jelzi, amelyek az S_0 -ból az S_1 -be, ill. az S_1 -ből az S_2 -be, vagy az S_2 -ből az S_2 -be visznek.

A továbbiakban H.FRANK a bemutatott logikai mátrixból képez egy "Kompozíciós [redacted] mátrixot". Eljárása az alábbi matematikai logikai meggondoláson alapul: /alapfogalmak tisztázása később a matematikai logikai bevezetőben/

r_1	$\vee$ r_2	$\vee$ r_3	az összetett itélet igazságértéke
0	0	0	0
1	0	0	1
0	1	0	1
1	1	0	1
0	0	1	1
1	0	1	1
0	1	1	1
1	1	1	1

/ha r_1 létezik, akkor "1", ha nem létezik, akkor "0"./

Ennek alapján az "α" és "S_0" közötti összeköttetés igazságértéke "1", mig az "α" és "S_1" közötti összeköttetés igazságértéke "0". Értelemszerüen, ahol összeköttetés van /r_1, r_2, r_3, ill. $r_2 \vee r_3$/, ott ennek az igazságértéke "1", mig ahol nincs, annak az igazságértéke "0".

Ezek után a Moore-algoritmus Kompozíciós [redacted] mátrixa:

	α	s_0	s_1	s_2	ω
α	0	1	0	0	0
s_0	0	1	1	1	0
s_1	0	1	1	1	0
s_2	0	0	0	1	1
ω	0	0	0	0	1

3.sz.mátrix.

A Mealy-algoritmus mátrixa:

	α	s_0	s_1	s_2	ω
α	0	1	0	0	0
s_0	0	1	1	1	0
s_1	0	1	1	1	0
s_2	0	0	0	1	1
ω	0	0	0	0	0

4.sz.mátrix.

Mivel a mátrix formák legalkalmasabbak a tömör és átfogó regisztrálásra, igy az előzőek során tárgyalt algoritmusok gráfjait a fenti elv alapján felirjuk mátrix alakban is. Majd kisérletet teszünk egyetlen mátrix diszkutálásával a felsorolt algoritmus tipusokat jellemezni. Ezt a célt szolgálja az alábbi /algoritmus/ mátrixokban a szignifikáns elemek kiemelése /bekeretezett számok/.

1./ A lineáris - direktiv - konturnélküli "Skinner algoritmus":

	α	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	ω
α	0	1	0	0	0	0	0
s_0	0	0	1	0	0	0	0
s_1	0	0	0	1	0	0	0
s_2	0	0	0	0	1	0	0
s_3	0	0	0	0	0	1	0
s_4	0	0	0	0	0	0	1
ω	0	0	0	0	0	0	0

5.sz.mátrix.

2./ A lineáris - direktiv - konturos "Iterációs algoritmus":

	α	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	ω
α	0	1	0	0	0	0	0
s_0	0	1	1	0	0	0	0
s_1	0	0	1	1	0	0	0
s_2	0	0	0	0	1	0	0
s_3	0	0	0	0	1	1	0
s_4	0	0	0	0	0	0	1
ω	0	0	0	0	0	0	0

6.sz.mátrix.

3./ Lineáris - adaptiv - konturnélküli /Umweg/ algoritmus:

	α	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	ω
α	0	1	0	0	0	0	0
s_0	0	0	1	0	1	0	0
s_1	0	0	0	1	0	0	0
s_2	0	0	0	0	1	0	0
s_3	0	0	0	0	0	1	0
s_4	0	0	0	0	0	0	1
ω	0	0	0	0	0	0	0

7.sz.mátrix.

4./ Lineáris - adaptiv - konturos szabályozó /Regelung/ algoritmus:

	α	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	ω
α	0	1	0	0	0	0	0
s_0	0	1	1	1	0	0	0
s_1	0	0	1	1	1	0	0
s_2	0	0	0	1	1	1	0
s_3	0	0	0	0	1	1	1
s_4	0	0	0	0	0	1	1
ω	0	0	0	0	0	0	0

8.sz.mátrix.

5./ Elágazó - adaptiv - konturnélküli "több útas" /Mehrweg/ algoritmus:

	α	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	ω
α	0	1	0	0	0	0	0
s_0	0	0	1	0	1	0	0
s_1	0	0	0	1	0	0	0
s_2	0	0	0	0	0	1	0
s_3	0	0	0	0	0	1	0
s_4	0	0	0	0	0	0	1
ω	0	0	0	0	0	0	0

9.sz.mátrix.

6./ Elágazó - adaptiv - konturos "Crowder"-algoritmus:

	α	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	ω
α	0	1	0	0	0	0	0
s_0	0	0	1	0	1	0	0
s_1	0	0	0	1	0	0	0
s_2	0	0	1	0	0	1	0
s_3	0	0	0	0	1	1	0
s_4	0	0	0	0	0	0	1
ω	0	0	0	0	0	0	0

10.sz.mátrix.

7./ A Kopstein-féle "paragráf algoritmus":

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.
I.	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
II.	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
III.	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
IV.	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
V.	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
VI.	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
VII.	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
VIII.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
IX.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

11.sz.mátrix.

8./ A D.TOLLINGEROVA által bemutatott "felelet-választós - direktiv" algoritmus:

	8A	12B	6A	13A	10B	6B	10A	18A
8A	0	1	1	1	1	0	0	0
12B	1	0	0	0	0	0	0	0
6A	1	0	0	0	0	0	0	0
13A	0	0	0	0	0	1	1	1
10B	1	0	0	0	0	0	0	0
6B	0	0	0	1	0	0	0	0
10A	0	0	0	1	0	0	0	0
18A	0	0	0	0	0	0	0	0

12.sz.mátrix.

/Itt a 8A, 12B, 6A, 13A, 10B, 6B, 10A és 18A a gráf pontjait jelölik, lásd a 121.old.ábrát./

V. Az algoritmusok formális elemeinek áttekintésére szolgáló "nyilt" klasszifikációhoz /nem zárt rendszer, a fejlődés során változhat/ használt első "fő rendezési elv" alapja az "algoritmus, mint egy átalakitási eljárás modellje". Erre a szerepre utal L.N.LANDA /86 : 44/ is, amikor kifejti, hogy egyedi esetben az oktatási ráhatásoknak a rendszerét olyan algoritmussal irhatjuk le és adhatjuk meg, amely a tanuló kiindulási állapota végállapottá való átalakitásának az algoritmusa. Ezzel analóg H.FRANK /37 :113/ előbb érintett koncepciója, mely szerint az algoritmus feladata a tanuló "ismeret-állapotának" az

A_i /ahol $i = 1, 2, ...n$/ makroállapotból

a Z makroállapotba való átalakitása.

Kiemeli az átalakitási szerepet F.MALIŘ /92 : 81/ is.

Ezek után vegyük a gráf-elméleti bevezetőből ismert 1.sz.mátrixot:

$$C = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & \cdots & c_{1m} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & \cdots & c_{2m} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & \cdots & c_{3m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & c_{n3} & \cdots & c_{nm} \end{vmatrix} = /c_{ij}/$$

1./ A "linearitás" feltétele, hogy a $/c_{ij}/$-ben érvényesüljön a /lásd az 5.sz.mátrix bekeretezett részét!/

$$c_{i,\ i+1} = 1$$

2./ A "konturosság" feltétele, hogy a $/C_{ij}/$-ben legyenek: /lásd a 6.sz.mátrix bekeretezett részét!/

$$C_{i,\,i} = 1 \text{ értékek.}$$

3./ A "direktivitás" feltétele, hogy $/C_{ij}/$-ben /lásd a 7.sz.mátrix bekeretezett részét/

$C_{i,\,i+k}$ /"k" = két 0-tól különböző esetben is/ $\neq 1$

4./ Az elágaztatás feltétele, hogy a $/C_{ij}/$-ben legalább egy esetben érvényesüljön: /lásd a 9.sz.mátrix bekeretezett részét!/

$C_{i,\,i+1} = C_{i,\,i+k}$ /ahol $k \neq 0$ és $k \neq 1$/ $= 1$

és

$C_{j-1,\,j} = C_{j-k,\,j}$ /ahol $k \neq 0$ és $k \neq 1$/ $= 1$

5./ A "konturnélküliség" feltétele, hogy a $/C_{ij}/$-ben minden /vesd egybe a 9.sz. és 10.sz.mátrixok keretezett részeit!/

$C_{i,\,i-k}$ /ahol $k = 0, 1, 2, \ldots$/ $= 0$ legyen.

6./ Az adaptivitás feltétele, hogy a $/C_{ij}/$-ben legyen /lásd a 8.sz. mátrix bekeretezett részét/

$C_{i,\,i+k} = C_{i,\,i+l}$ /ahol $k \neq 0$ és $l > k$/ $= 1$

7./ A több felelet választás feltétele, hogy a $/C_{ij}/$-ben legyen legalább egy olyan elrendezés, ahol /lásd a 12.sz.mátrix bekeretezett részét!/

C_{ij} /$j \neq 0$ és $j > i$ eseteiben "j", "k" különböző értékeinél/ $= 1$

és

C_{ji} /$j \neq 0$ és $j > i$ eseteiben "j", "k-1" különböző értékeinél/ $= 1$

8./ A "paragráf-algoritmus" feltétele, hogy a $/C_{ij}/$-ben érvényesülhet a /lásd a 11.sz.mátrix bekeretezett részét!/

$$C_{i,\,i+1} = C_{i,\,i+2} = C_{i+1,\,i+3} = C_{i+1,\,i+4} = 1$$

VI. Végső formájában ugyancsak mátrixos megoldást fog nyujtani a didaktikai algoritmusok következő u.n. <u>matematikai-logikai</u> uton történő megközelitése is. Ezt megelőző kitérőnkben a matematikai logika bevezető elemeivel ismerkedünk.

x.

A matematikai logika a logikai tudománynak része, melyről KALMÁR LÁSZLÓ /62: 3/ az alábbi megállapitást teszi:

"A gondolkodás a legmagasabb fejlettségi fokra jutott anyagnak, az emberi agynak sajátos müködése, amellyel tudatunk a tőlünk függetlenül létező anyagi világot tükrözi. Gondolkodásunk akkor helyes, ha hüen tükrözi a valóságot: hogy igy van-e, azt a tapasztalat dönti el. Nagyon sok tapasztalat kellett ahhoz, hogy az ember rájöjjön, hogyan gondolkodjék, hogy gondolatai helyesek legyenek: köztük olyan tapasztalatok is, hogy a gondolkodás bizonyos módjai, amelyeket helyesnek vélt, hibás eredményre vezettek. Ahhoz pedig, hogy a helyes gondolkodás általános forrásait rendszerezze és a helyes gondolkodás törvényeit megfogalmazza, az ember nagyfoku absztrakciójára volt szükség. Valóban, hogy a gondolkodás formáit a maguk tisztaságában vizsgálhassuk, el kellett tekintenünk a gondolatok tartalmától; s hogy a helyes gondolkodás általános, tehát különböző konkrét körülmények között egyaránt érvényes törvényeit felismerjük, el kellett tekintenünk azoktól a konkrét körülményektől, melyek között ezek a törvények az egyes konkrét esetekben érvényesülnek".

A matematikai logika legelemibb fejezete, az itéletkalkulus a logikai müveletekkel foglalkozik. A továbbiakban fontosak lesznek számunkra az olyan müveletek, amelyeket itéleteken végrehajtva, ismét itéleteket kapunk eredményül, mégpedig ezek közül azok a müveletek, amelyek eredményének logikai értéke csak azon itéletek logikai értékétől függ, amelyeken a müveletet végrehajtottuk. Az ilyen tulajdonságu

~~müveleteket~~

müveleteket <u>logikai müveleteknek</u> nevezzük. Minden logikai müveletnek megfeleltetünk egy olyan müveletet, amelyet logikai értékeken végrehajtva, logikai értéket kapunk eredményül.

Az első ilyen müvelet a <u>konjunkció</u>, amelyet az "és" szóval jelölünk. Ha A és B két itélet, akkor e müvelet eredménye "A" és "B" itélet, melyet igy jelölünk:

$$A \wedge B$$

Ennek logikai értéke valóban csak az A és B itéletek logikai értékétől függ. T.i. az "$A \wedge B$" itélet akkor és csak akkor igaz, ha "A" is és "B" is igaz.

A továbbiakban az "igaz = 1" és "hamis = 0" logikai értékjelek bevezetése után a konjunkciót igy definiáljuk:

"$A \wedge B$" akkor és csak akkor igaz $\boxed{1}$, ha A = 1 és B = 1; a többi esetekben, tehát ha A = 1 és B = 0; vagy ha A = 0 és B = 1; vagy ha A = 0 és B = 0, akkor "$A \wedge B$" hamis.

Értéktáblázatos /igazságérték mátrix/ formában:

A	$\wedge$	B
1	$\boxed{1}$	1
1	$\boxed{0}$	0
0	$\boxed{0}$	1
0	$\boxed{0}$	0

A második ilyen müvelet a <u>diszjunkció</u>, melyet a "vagy" szóval jelölünk. Ha A és B két itélet, akkor e müvelet eredménye az "A vagy B" itélet /amelyet gyakran "vagy A, vagy B" alakban mondunk/, s amelyet igy jelölünk:

$$A \vee B$$

Ennek logikai értéke csak az A és B logikai értékétől függ, és akkor, és csak akkor igaz $\boxed{1}$, ha A és B közül legalább az egyik igaz, esetleg mind a kettő. Tehát akkor és csak akkor hamis, $\boxed{0}$, ha A = B = 0. Értéktáblázatos /igazságérték mátrix/ formában:

A	$\vee$	B
1	$\boxed{1}$	1
1	$\boxed{1}$	0
0	$\boxed{1}$	1
0	$\boxed{0}$	0

A harmadik ilyen müvelet az <u>implikáció</u>, melyet a "ha...akkor..." kötőszavakkal jelölünk. Az A és B logikai értékeken végrehajtott müveletet, melynek jele:

$$A \longrightarrow B$$

/olvasd A nyil B/ úgy definiáljuk, hogy akkor és csak akkor hamis, ha A = 1 és B = 0; a többi három esetben /vagyis ha A = 1 és B = 1; vagy ha A = 0 és B = 1; vagy ha A = 0 és B = 0/ igaz.

Értéktáblázatos /igazságmátrix/ formában:

A	$\longrightarrow$	B
1	$\boxed{1}$	1
1	$\boxed{0}$	0
0	$\boxed{1}$	1
0	$\boxed{1}$	0

Megjegyzendő: hogy valamely "ha A_0, akkor B_0" /$A_0 \longrightarrow B_0$/ alakú itélet, ahol A_0 és B_0 határozott logikai értékü itéletek, igaz, eszerint pusztán azt jelenti, hogy vagy A_0 is és B_0 is igaz, vagy mindkettő hamis, vagy A_0 hamis és B_0 igaz, de nem jelenti azt, hogy A_0 és B_0 között valamilyen "<u>logikai kapcsolat</u>" van.

/A matematikai logikával foglalkozni kivánók VARGA TAMÁS "Matematikai logika" I.-II. cimü müvéből a további alapokat megismerhetik./

x./

1./ Az eddigi ismeretek alapján már felépithetjük egy adaptiv korrepetáló algoritmus matematikai logikai modelljét. Ezek adaptiv oktatási programmokban realizálódnak, s úgy müködnek, mint egy tapasztalt tanár, vagy még inkább mint egy instruktor, aki úgy fog egy-egy konkrét tanuló oktatásához, hogy csak a lehetséges fejlettségről van elképzelése és az oktatás folyamán tisztázza az illető konkrét tanuló konkrét fejlettségi szintjét és egyéni sajátosságait, és ennek alapján szabja az oktatás tartalmát és módját ehhez a tanulóhoz.

Tegyük fel, hogy a tanulókkal egy B_o feladat önálló megoldását szeretnénk elérni. A feladat egy egyszerü stereotyp készségfokon elsajátitandó feladat, amelynek megoldása nem igényel heurisztikus gondolkodást. Pl.: Alakitsd át szorzattá $100a^2b^2c^2d^2-1$ kifejezést!

A feladat megoldását ehhez hasonló, fokozatosan növekvő tényezőszámu feladatsoron keresztül közelithetjük meg az alapazonosság /azonosságok/ ismeretéből kiindulva:

Pl.: $a^2 - b^2 = /a + b// a - b/$

$$a^2 - 1 = a^2 - 1^2 = /a + 1//a - 1/$$

$$a^2c^2 = /ac/^2$$

$$100a^2 - 1 = 10^2a^2 - 1 = /10a/^2-1 = /10a + 1//10a -1/$$

Ugyanakkor gondolnunk kell arra is, hogy a tanuló esetleg az

$a^2 - b^2 = /a + b//a - b/$ illetve az

$a^2c^2 = /ac/^2$ vagy az

$100 = 10^2$ esetleg az

$1 = 1^2$ összefüggéseket sem ismeri.

Ezek után legyen a feladatsor /még kisérleti anyag/:

E_o = a tanuló az /a + b//a - b/ szorzást el tudja végezni.

E_1 = a tanuló az $a^2 + ab - ab - b^2$ eredményt össze tudja vonni.

E_2 = a tanuló az /a + b//a - b/ azonosságot ismeri.

A_o = a tanuló az $a^2 - b^2$ kifejezést szorzattá tudja alakitani.

A_1 = a tanuló a $b^2 -1$ kifejezésből a "b" értéket meg tudja határozni.

A_2 = a tanuló az $a^2 - 1$ kifejezést szorzattá tudja alakitani.

A_3 = a tanuló meg tudja állapitani, hogy 100 melyik számnak a négyzete.

A_4 = a tanuló a $100a^2$ kifejezést az $x^2y^2 = /xy/^2$ mintájára át tudja alakitani.

A_5 = a tanuló a $100a^2-1$ kifejezést szorzattá tudja alakitani.

A_6 = a tanuló a $100a^2b^2$ kifejezést az $x^2y^2z^2 = /xyz/^2$ mintájára át tudja alakitani.

A_7 = A tanuló a $100a^2b^2-1$ kifejezést szorzattá tudja alakitani.

A_8 = a tanuló a $100a^2b^2c^2$ kifejezést az $x^2y^2z^2v^2 = /xyzv/^2$ mintájára át tudja alakitani.

A_9 = a tanuló a $100a^2b^2c^2-1$ kifejezést szorzattá tudja alakitani.

A_{10} = a tanuló a $100a^2b^2c^2d^2$ kifejezést az $x^2y^2z^2v^2w^2 = /xyzvw/^2$ mintájára át tudja alakitani.

B_o = a tanuló a $100a^2b^2c^2d^2-1$ kifejezést szorzattá tudja alakitani.

Legyen a feladatsornak a fentiek szerint rendezett halmaza:

$E_o;E_1;E_2;A_o;A_1;A_2;A_3;A_4;A_5;A_6;A_7;A_8;A_9;A_{10};B_o$

Amennyiben ez a B_o feladat megoldásához szükséges összes elképzelhető információt tartalmazza, abban az esetben az alábbi algoritmus minden esetben elvezet a didaktikai célhoz. Az ilyen tipusú feladatsorok kidolgozása még a jövő feladata. Az algoritmusok kivitelezéséhez pedig nélkülözhetetlennek látszanak az elektronikus berendezéssel ellátott oktatógépek.

Ezek után tételezzük fel, hogy ha a tanuló megoldja

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

szorzattá alakitását, akkor megoldja a

$$100a^2b^2c^2d^2 - 1$$

szorzattá alakitását is, azaz:

$$A_o \longrightarrow B_o$$

Ennél a feltevésnél csak az implikáció részére az előbbiek során megállapitott definicióban megengedetteket tételezzük fel, ugyanis nem tételezzük fel, hogy A_o és B_o között valamiféle "logikai kapcsolat" lenne. Hiszen ezt a feladatmegoldások folyamatát befolyásoló pszichológiai tényezők sem indokolnák.

Az algoritmus felépitése:

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	
						Logikai séma és feltételek /0;1/		Operátorok
	A_i	A_j	B_o	$A_i \longrightarrow A_j$	$A_j \longrightarrow B_o$	$/A_i \longrightarrow A_j/\wedge/A_j \longrightarrow B_o/$	$A_i \longrightarrow B_o$	A VI. és VII. egybevetéséből levonható itélet:
	1		1	és i=0			1	✳ stop
	1		0	"			0	tovább: $/A_i \rightarrow A_j/\wedge/A_j \rightarrow B_o/$ ahol: i=0 és i>0
	0		1	"			1	"Aha" effektus ✳ stop
	0		0	"			1	tovább: $E_i \longrightarrow A_o$ ahol: k=0
1.	1	1	1	1	1	1	1	✳ stop
2.	1	1	0	1	0	0	0	tovább: $/A_j \rightarrow A_{j+1}/\wedge/A_{j+1} \rightarrow B$ majd ha $\boxed{1}$ akkor stop, ha $\boxed{0}$ akkor A_{j+2}-vel
3.	1	0	[illegible]	0	1	0	1	"Aha" effektus stop ✳
4.	1	0	0	0	1	0	0	tovább: $/A_i \rightarrow A_{j-1}/\wedge/A_{j-1} \rightarrow A$ majd ha $\boxed{1}$ vissza 2./-höz, ha $\boxed{0}$ akkor u.a. $/A_{j-2}/$-ve
5.	0	1	1	1	1	1	1	"Aha" effektus stop ✳
6.	0	1	0	1	0	0	1	tovább mint 2./
7.	0	0	0	1	1	1	1	"Aha" effektus stop ✳
8.	0	0	0	1	1	1	1	tovább $E_i \longrightarrow A_o$

E_i	E_j	A_o	$E_i \rightarrow E_j$	$E_j \rightarrow A_o$	$/E_i \rightarrow E_j/ \wedge /E_j \rightarrow A_o/$	$E_i \rightarrow A_o$	
1		1	és i=0			1	vissza az előbbihez
1		0	"			0	tovább $/E_i \rightarrow E_j/ \wedge /E_j \rightarrow A_o/$ ahol i=0 és j>0
0		1	"			1	"Aha" effektus, vissza az előbbihez.
0		0	"			1	információ
1	1	1	1	1	1	1	vissza az előbbihez

"Aha" effektus = a megoldandó probléma hirtelen felismerésének tényezője.

A továbbiakban az algoritmus-folyamat ismétlődik.

I., II., III. az itéletek igazságértékeit tartalmazzák.

IV., V. a rész összetett itéletek igazságértékeit mutatja.

VI., és VII. az algoritmus elemeit képező itéletek.

Ennek az algoritmusnak a gyakorlati értékéről 166 tanuló segitségével végzett kisérlet alkalmával meggyőződtünk. A részletes értékelés /47/:

a./ A résztvevő 166 fő közül a korrepetálást megelőzőleg egy sem tudta megoldani B_o-t.

b./ A kisérlet ugy folyt le, hogy a tanulók papirszalagokon kapták az előbbi rendezett halmaz sorrendjében a szükséges információkat és a következő információ tartalmára utaló kérdéseket.

c./ Vannak olyan, csak információkat tartalmazó halmazelemek, ahol kérdést nem tettünk fel.

d./ A válaszadás után kapták meg a következő szalagot.

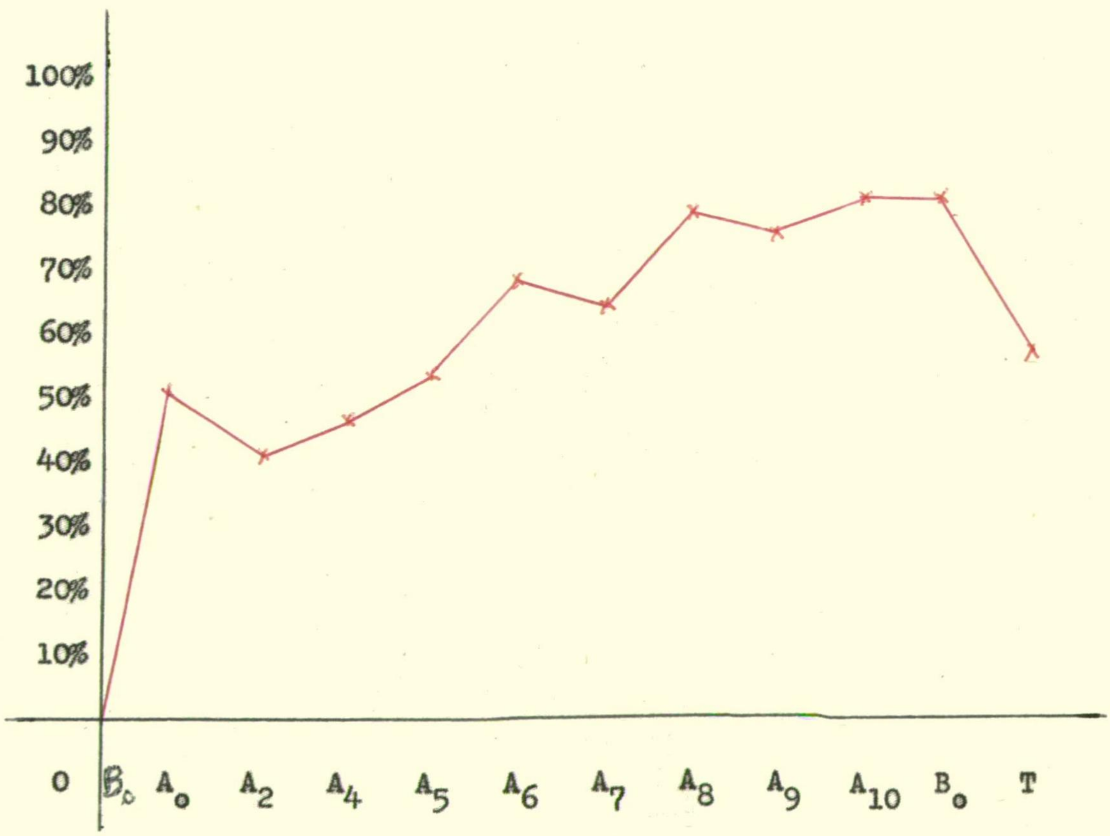
e./ Igy sikerült egy adaptiv oktatóberendezés szimulációja.

f./ A következő táblázatban a halmaz elemeihez rendelt számok mutatják azon tanulók számát, akik a halmazelemben lévő kérdésre helyes választ adtak.

g./ Ebből a táblázatból kihagytuk a csak informativ jellegü halmazelemeket, de kiegészitettük egy végső tesztvizsgálattal.

A kérdést tartalmazó halmazelemek	A_o	A_2	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	B_o	T
A helyes választ adók száma	51%	41%	48%	55%	72%	65%	80%	74%	79%	80%	59%

A következő grafikon ezt ábrázolja:



1.sz.grafikon.

A halmazérték rendszer, valamint a grafikon egyaránt igazolják az algoritmus "üzemképességét".

2./ A matematikai logika szimbolikáját alkalmazza K. ELSNER is /21 : 66-67/ akkor, amikor egy ILJAPUNOV-féle operátor-sémával felirt

$$EA \overset{\omega,3}{\downarrow} B\alpha \overset{1}{\uparrow} \beta \overset{2}{\uparrow} K \overset{1}{\downarrow} \gamma \overset{3}{\uparrow} L \overset{2}{\downarrow} \bar{A} \overset{\omega}{\uparrow}$$

algoritmust a logikai feltételekhez /α, β, γ/ rendelt igazságértékek segitségével is leirja:

α	β	γ	A leirt cselekvés menete
0	0	0	E A /B/
0	0	1	E A B L
0	1	0	E A /B/
0	1	1	E A B L
1	0	0	E A B /AB/
1	0	1	E A B /AB/
1	1	0	E A B K
1	1	1	E A B K

A zárójelben lévő operátorok /B/ a megismétlendő cselekvési ciklusokat jelzik. Igy például

E A /B/ = E A B B B B ....;

E A B /AB/ = E A B A B A B A B A ....;

3./ Az adaptivitás egy másik formáját biztositja az alábbi, ugyancsak matematikai-logikai kijelentés-kalkulussal leirt algoritmus is.

Az algoritmus alapja egy rekurziv formula, amely a kijelentés-logikában "exportáció törvénye" néven ismert összefüggésből vezethető le. Legyen itt a cél "E" egyenlet rendszer tipus biztos algebrai megoldásának az elérése. Mint a matematikából ismert, az egyenlet-rendszer megoldása egyszerűbb egyenletrendszerekre történő visszavezetésén át fokozatosan egyszerűsödő egyenleteken keresztül történik. Ezek után jelölje az egyszerűbb egyenletrendszerek, ill. egyenletek /bonyolultsági fok alapján/ rendezett halmazát az

$$E_1'; E_2' ; E_3' ; E_4' \text{ halmaz.}$$

Képezzük a következő itéleteket:

E = a tanuló meg tudja oldani az E' egyenlet-tipust.

E_1 = a tanuló meg tudja oldani az E_1' - ennek az egyenletnek megoldása során előálló - igen egyszerű egyenletet.

E_2 = A tanuló meg tudja oldani az E_2' /előbbi feltételnek megfelelő/ egyenletrendszert.

E_3 = A tanuló meg tudja oldani az E_3' /előbbi feltételnek megfelelő/ valamivel bonyolultabb egyenletrendszert.

E_4 = a tanuló meg tudja oldani az E_4' /ugyancsak az előbbi feltételnek megfelelő/ még bonyolultabb egyenletrendszert.

A megoldás kritériumát kifejező összetett itélet:

$$/E_1 \wedge E_2 \wedge E_3 \wedge E_4/ \longrightarrow E$$

Alkalmazzuk az exportáció törvényét /5: 32/

$$/E_1 \wedge E_2 \wedge E_3 \wedge E_4/ \longrightarrow E \;=\; E_1 \longrightarrow /E_2 \longrightarrow /E_3 \longrightarrow /E_4 \longrightarrow E///.$$

/Bizonyitás az idézett irodalomban található./

Igy az adaptivitás a következő algoritmusban realizálódott:

1./ $E_4 \longrightarrow E$ itt a VI/1. algoritmus táblázatának első négy /nem számozott/ sorának megfelelő átalakitásával kapott formula utasitásai szerint kapjuk a megállitó /stop/ jelet, vagy pedig a további utasitást az

2./ $E_3 \longrightarrow /E_4 \longrightarrow E/$ végrehajtására. A folyamat ismétlődése adja az algoritmus további szakaszait.

3./ $E_2 \longrightarrow /E_3 \longrightarrow /E_4 \longrightarrow E//$ illetve az

4./ $E_1 \longrightarrow /E_2 \longrightarrow /E_3 \longrightarrow /E_4 \longrightarrow E///$ elvégzendő müveletsort.

Az algoritmus adaptivitását az 1., 2., 3., 4. al-algoritmusok fokozata biztositja.

Például:

$$E' = \begin{cases} \dfrac{11}{2x - 3y} + \dfrac{18}{3x - \cancel{2y}} = 13 \\[2ex] \dfrac{27}{3x - 2y} - \dfrac{2}{2x - 3y} = 1 \end{cases}$$

$$E_4' = \begin{cases} 11\,a + 18\,b = 13 \\[2ex] 27\,b - 2\,a = 1 \end{cases}$$

$$E_3' = 27\,b - 2 \cdot \frac{13 - 18b}{11} = 1$$

~~amely az előzőből az~~ $\cancel{2x - 3y}$

amely az előzőből az $\frac{1}{2x - 3y} = a$ és $\frac{1}{3x - 2y} = b$ helyettesités, illetve az "a" kifejezése és behelyettesitése után triviálisan adódik.

Az algoritmus használatát az alábbi, az oktatási gyakorlatban elég gyakran előforduló esetek indokolják:

a./ Vannak olyan, főleg gyenge tanulók, akikre az uj információk felvétele olyan erősen hat, hogy ez gátolja a feladat megoldásához szükséges régebben tárolt információk asszociációját. Röviden a törtes egyenletrendszert még át tudja alakitani a két paraméter segitségével nem törtes alaku egyenlet-rendszerre, de utána nem jut eszébe a megoldás további menete.
Vagy tudja, hogy a most tanult német melléknév ragozásánál a melléknév egy adott esetben erősen ragozandó, de nem jut eszébe a főnév neme.
Egy következő esetben megemlitik a tanulóknak egy bizonyos vegyi anyag mezőgazdasági alkalmazásának előnyeit, de ugyanakkor akadnak olyan tanulók, akiknek nem jut eszükbe a kérdéses anyag fizikai, kémiai tulajdonságai.

b./ Ugyanerre a gyakorlati eredményre jutunk annál a tanulónál, aki nem szokta meg munkájában a huzamosabb ideig tartó és folyamatosan megismétlődő koncentrációt.

c./ Ugyancsak erre a jelenségre vezet az az eset is, amikor a tanuló az al-algoritmusokban lévő megtanulandó algoritmusokat még nem fejlesztette a készség, ill. jártasság fokára.

Eme egy és ugyanazon jelenségben rejlő különböző - a lényeget alkotó -

gátló okok feloldására célravezető ennek az adaptiv algoritmusnak az alkalmazása.

*

A matematikai logika segitségével történő algoritmus szerkesztés uttörő példáját találjuk meg NAGY JENŐ /99 : —/ "Nevelési tervében".

*

XII. A "matematikai logikai" formákkal szimbolizálható algoritmusok tárgyalása hiányos lenne, ha nem térnénk ki olyan esetekre is, amelyek csak az "absztrakt automaták" elméletének keretein belül érvényesek, de talán ezért a gépi programmozás terén /amikor a programmok egyes részeinek készitése mechanizálható/ perspektivát mutatnak:

1./ H.FRANK /35 :107/ a Moore-algoritmus logikai mátrixából /G/ logikai transzformációs mátrixokkal végzett szorzások segitségével előállit egy kompoziciós mátrixot /G^x/.

A T transzformációs mátrixot a 2.sz.mátrix alapján, mint kódmátrixot irjuk fel:

	α	S_o	S_1	S_2	ω
α	1	0	0	0	0
S_o	0	1	0	0	0
S_1	0	0	1	0	0
S_2	0	0	0	1	0
ω	0	0	0	0	1

13.sz.mátrix.

Az S_1 és S_2 sorok cseréje után kapjuk a T' transzformációs mátrixot:

$$T' = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

14.sz.mátrix.

Ezek után H.FRANK az alábbi mátrix szorzatot képezi:

$$G^x = T' \cdot G \cdot T'$$

$$G^x = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

x.x

A müveletek elvégzése előtt ismerkedjünk a mátrixok szorzásának fogalmával és technikájával LOVASS-NAGY VIKTOR /90: 20/ alapján:

a./ Adott "A" mátrixnak adott "B" mátrixszal való "A.B" szorzata csak akkor értelmezhető, ha "A"-nak /a baloldali tényezőnek/ ugyanannyi oszlopa van, mint ahány sora van "B"-nek /a jobboldali tényezőnek/.

b./ A szorzást ezek után a következő szabály szerint végezzük el:

1./ Vesszük a baloldali mátrix első sorának első elemét, s ezt megszorozzuk a középső mátrix első oszlopának első elemével, majd a baloldali mátrix első sorának második elemét megszorozzuk a jobboldali mátrix első oszlopának második elemével és igy tovább ... végezetül ezeket a szorzatokat összeadva megkapjuk a szorzat mátrix első sorának és oszlopának közös első elemét, majd az első sor első, elemét a második oszlop első elemével; utána az első sor második elemét a második oszlop második elemével szorozzuk, s ezt folytatva az összegük a szorzat mátrix első sorának második, ill. a második oszlop első elemét kapjuk mint közös elemet. Az eljárás a továbbiakban analóg módon követhető:

1.0+0.0+0.0+0.0+0.0;1.1+0.1+0.1+0.0+0.0;...................
0.0+1.0+0.0+0.0+0.0;......................................
0.0+0.0+0.0+1.0+0.0;......................................
....
....

x.x

$$T' . G = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

15.sz.mátrix.

Következő lépésként a 15.sz.mátrixot ismételten megszorozzuk T'-el, s ekkor

$$G^x = T' . G . T'$$

$$G^x = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

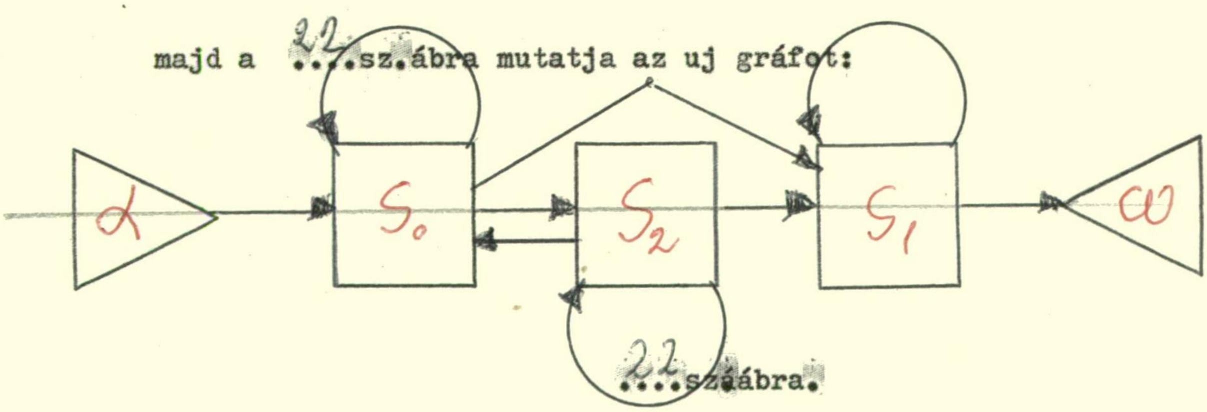
$$G^x = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

16.sz.mátrix.

Az ehhez tartozó gráf felirásához nélkülözhetetlen táblázat:

	α	s_o	s_1	s_2	ω
α	0	1	0	0	0
s_o	0	1	1	1	0
s_1	0	0	1	0	1
s_2	0	1	1	1	0
ω	0	0	0	0	1

majd a 22.sz.ábra mutatja az uj gráfot:



22.sz.ábra.

Ha ezt egybevetjük a ..8..sz.ábrán látható gráffal, akkor láthatjuk hogy az S_1 és S_2 helyet cseréltek. /A most elmondottaknak nem szabad több jelentőséget tulajdonitani, mint amennyi az "automaták elméletének" [redacted] megfelel. Eszerint ugyanis bármely automata a jelsorozatok valamely halmazának a jelsorozatok egy más halmazába való leképzését adja meg, ahol e jelsorozatok a bemenő, ill. a kimenő információ hordozói.

2./ H.FRANK ugyanitt emlitést tesz egy olyan "G^n" mátrix-hatványról, amelyiknek "$G_{ij}^{/n/}$" eleme megadja azon "n lépéses" utaknak a számát, amelyek az S_i-ből az S_j-be vezetnek. Mivel a szerző ennek a különben igen érdekes megállapitásnak konkrét tárgyalását mellőzte, igy az alábbiakban kivánom ezt pótolni.

a./ A mátrix-aritmetika /90: 27/ a kvadratikus-mátrixok hatványozását igy definiálja: "Több tényezős mátrix-szorzat speciális esete, valamely kvadratikus mátrix természetes egész kitevőjü hatványa:

$$A^n = A \cdot A \cdot A \cdot \ldots\ldots\ldots \cdot A$$

ahol "A" kvadratikus mátrixot jelent.

b./ Mivel G /lásd 3.sz.mátrix/ valamennyi e munkában eddig szereplő összes átalakitási mátrixszal együtt kvadratikus, igy:

$$G^n = G \cdot G \cdot G \cdot \ldots\ldots\ldots \cdot G$$

többszörös mátrix-szorzat értelmezhető.

c./ A G /Moore-algoritmus/ mátrix négyzete ezek szerint:

$$G^2 = G \cdot G$$

a mátrixok szorzásával ismertetett eljárás alapján:

$$G^2 = \begin{vmatrix} 0&1&0&0&0 \\ 0&1&1&1&0 \\ 0&1&1&1&0 \\ 0&0&0&1&1 \\ 0&0&0&0&1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0&1&0&0&0 \\ 0&1&1&1&0 \\ 0&1&1&1&0 \\ 0&0&0&1&1 \\ 0&0&0&0&1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0&1&1&1&0 \\ 0&2&2&3&1 \\ 0&2&2&3&1 \\ 0&0&0&1&2 \\ 0&0&0&0&1 \end{vmatrix}$$

Táblázatos formában átirva:

	α	S_o	S_1	S_2	ω
α	0	1	1	1	0
S_o	0	2	2	3	1
S_1	0	2	2	$\boxed{3}$	1
S_2	0	0	0	1	2
ω	0	0	0	0	1

17.sz.mátrix.

Vegyük észre, hogy az S_1-ből S_2-be vezető két lépéses átmenetek számát a "bekeretezett" 3-as mutatja. Ha ezt összevetjük a ...sz. ábra gráfjával, akkor a mátrixból leolvasható három kétlépéses ut az

S_1 —— S_o —— S_2

S_1 —— S_1 —— S_2

S_1 —— S_2 —— S_2

utakban könnyen felismerhetők.

Ha a háromlépéses utak számát meghatározó mátrixot

$$G^3 = G^2 \cdot G$$

összefüggés alapján kiszámitjuk:

$$G^3 = \begin{matrix} 0&1&1&1&0 \\ 0&2&2&3&1 \\ 0&2&2&3&1 \\ 0&0&0&1&2 \\ 0&0&0&0&1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0&1&0&0&0 \\ 0&1&1&1&0 \\ 0&1&1&1&0 \\ 0&0&0&1&1 \\ 0&0&0&0&1 \end{matrix} \quad = \quad \begin{matrix} 0&3&2&3&1 \\ 0&4&4&7&4 \\ 0&4&4&7&4 \\ 0&0&0&1&3 \\ 0&0&0&0&1 \end{matrix}$$

és az ismert "átalakitási táblázatba" felirjuk:

	α	S_o	S_1	S_2	ω
α	0	3	2	3	1
S_o	0	4	4	7	4
S_1	0	4	4	$\boxed{7}$	4
S_2	0	0	0	1	3
ω	0	0	0	0	1

18.sz.mátrix.

akkor az S_1-ből S_2-be vezető 7 különböző három-lépéses átmenetet az előbbi gráfon az

$S_1 - S_1 - S_1 - S_2$

$S_1 - S_1 - S_o - S_2$

$S_1 - S_1 - S_2 - S_2$

$S_1 - S_o - S_o - S_2$

$S_1 - S_o - S_2 - S_2$

$S_1 - S_2 - S_2 - S_2$

$S_1 - S_o - S_1 - S_2$

utakban felismerhetjük.

Jogosan felvetődhet a kérdés, hogy ez a szabály nem-e csak a Moore-algoritmus mátrixaira érvényes? A következőkben megkisérelem az összefüggés kiterjesztését más algoritmus-tipusra is, mint pl. a Skinner-algoritmusra, majd végül az általános érvényü igazolást.

d./ Vegyük a Skinner-algoritmus mátrixát /5.sz.mátrix/:

$$S = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Képezzük ennek a kvadratikus mátrixnak a négyzetét az

$$S^2 = S \cdot S$$

összefüggés alapján:

$$S^2 = \begin{vmatrix} 0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0&0&0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0&0&0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0 \end{vmatrix}$$

Majd átirva az átalakitási táblázatba, kapjuk:

	α	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	ω
α	0	0	1	0	0	0	0
s_0	0	0	0	1	0	0	0
s_1	0	0	0	0	1	0	0
s_2	0	0	0	0	0	1	0
s_3	0	0	0	0	0	0	1
s_4	0	0	0	0	0	0	0
ω	0	0	0	0	0	0	0

19.sz.mátrix-

ot, melyet egybevetve az .I....sz.tábla baloldali felső gráfjával, vegyük észre, hogy két lépéses átmenetet valóban csak a mátrix által definiált

$$\alpha - s_0 - s_1$$
$$s_0 - s_1 - s_2$$
$$s_1 - s_2 - s_3$$
$$s_2 - s_3 - s_4$$
$$-\;-\;-\;-\;-\;-\;-$$

utak adhatnak. Továbbá a kissé hosszadalmas számitási eljárás mellőzésével közvetlenül felirjuk az

$$s^6 = s^5 . s = /s^4.s/s = /s^3.s/.s .s = /s^2.s/.s .s .s$$

mátrixát:

$$s_6^{\beta} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

20.sz.mátrix.

majd a hozzátartozó átalakitási táblázatból:

	α	s_o	s_1	s_2	s_3	s_4	ω
α	0	0	0	0	0	0	1
s_o	0	0	0	0	0	0	0
s_1	0	0	0	0	0	0	0
s_2	0	0	0	0	0	0	0
s_3	0	0	0	0	0	0	0
s_4	0	0	0	0	0	0	0
ω	0	0	0	0	0	0	0

Az előbbi gráffal történő egybevetés után látható lesz, hogy 6 lépéses átalakitást csak az egyetlen

$$\alpha - s_o - s_1 - s_2 - s_3 - s_4 - \omega$$

ut képvisel.

Mint érdekesség, emlitésre méltó, hogy az:

$$S_7 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

21.sz.mátrix.

minden eleme "0", mivel a szóbanforgó gráfon is látható egyetlen hétlépéses átalakitási ut sincs.

d./ Az általános igazolásnál ismételten tekintetbe ~~xáx~~ kell vennünk a mátrixok szorzási szabályát.

Pl.:

G^2 mátrix $G_{ij}^{/2/}$ eleme a

"G" "i-edik" sorának és "j-ik" oszlopának megfelelő elemei szorzatainak az összege. Mivel az "i-edik" sor megadja mindazokat az átalakitási utakat, amelyek az S_i-ből indulnak ki; mig az "j-ik" oszlop prezentálja mindazokat az utakat, amelyek az S_j-be vezetnek. Ennek alapján a

$$G_{ij}^{/2/} = \ldots\ldots\ldots + G_{ik} \cdot G_{kj} + \ldots\ldots$$

összegben a $G_{ik} \cdot G_{kj}$ szorzat megadja mindazon utak számát, amelyek az S_i-ből az S_k-n át az S_j-be vezetnek "két lépés"-ben. /Mivel a G_{ik} az S_i-ből S_k-ba vezető utak száma és G_{kj} az S_k-ból az S_j-be vezető utak száma./ S igy a $G_{ij}^{/2/}$ elemben lévő összeg az összes lehetséges "két lépéses" átmenetek lehetőségeinek az összegét adja meg. Igy a H.FRANK-féle szabály általános igazolást nyert!

Az olvasóban joggal felvetődhet a kérdés: vajjon mi értelme van ennek a bonyolult mátrix-aritmetikai eljárásnak? Nem-e valami öncélu matematikai eljárás "eleganciájának divatbemutatóját" kell-e itt megcsodálnunk? - Kétségtelen, hogy a matematikai apparátus szerepe korunkban igen megnőtt, s bonyolult összefüggéseket sokszor feltünő müveleti egyszerüségben tárgyal. Az eljárás célszerüsége azonban mélyebben keresendő. A nemzetközi tudományos világ nagy szaktekintélyei közül egyre többen nyilatkoznak az elektronikus számológépek didaktikai szerepéről. Igy többek között A.I.BERG / 7 : 68/ akadémikus, aki szerint a jövő oktatása elképzelhetetlen nagyteljesitményü adaptiv elektronikus számológépek alkalmazása nélkül. Ha ezt magunkévá tudjuk tenni, akkor be kell azt is látnunk, hogy az ilyen eszközöknek az oktatás folyamatának minden tényezőjéről pontos adatokkal kell rendelkeznie, hisz a tanulók munkájának regisztrálásához ez nélkülözhetetlen. Igy a folyamatban előforduló lépések számát ismernie kell. /A konstruktiv elemek c. fejezetben részletesebben tárgyaljuk./

3./ A .....sz.ábra fa-diagrammjával ábrázolt algoritmust az alábbiakban matematikai logikai igazságértékekből képzett "sor-mátrix"-ok /olyan mátrixok, amelyek egy sort tartalmaznak csak/ összeadásával fogjuk leirni. Itt mindenek előtt két uj fogalmat vezetünk be:

a./ Mátrixok összeadása és kivonása csak ugyanannyi sort és oszlopot tartalmazó mátrixokra van értelmezve /90 : 91/. A mátrixok ~~xxx~~ összege alatt igy a megfelelő elemek összegeiből képzett mátrixot értjük.

b./ I.I.ZSEGALKIN /145:103/ meghatározásában, mely szerint a matematikai logikai alapmüveletek aritmetikai alapmüveletekkel szimbolizálhatók, a logikai összeadás a kizáró vagylagosságnak felel meg, tehát x + y nála akkor és csakis akkor egyenlő 1-el, vagyis akkor és csakis akkor igaz, ha vagy "x" vagy "y", de nem mind a kettő "igaz".

Igy ennek megfelelően a "matematikai logikai" bevezetőben ismertetett "diszjunkció" értéktáblázata módosul:

x + y			
1 + 1	0	modulo	2
1 + 0	1	"	2
0 + 1	1	"	2
0 + 0	0	"	2

ahol a "modulo 2 " azt jelenti, hogy az 1+1 = 2 eredménye, mint a "2-vel" történő osztás utáni maradék értelmezendő.

Ezek ~~xkx~~ szerint:

x + y	eredeti összeg	osztva 2-vel	maradék "modulo 2"
1 + 1	2	2 : 2 = 1	0 mod.2.
1 + 0	1	1 : 2 = 0	1 mod.2.
0 + 1	1	1 : 2 = 0	1 mod.2.
0 + 0	0	0 : 2 = 0	0 mod.2.

c./ Ezt követően abból az alapfeltevésből indulunk ki, hogy az operátor munkája megkezdésének az előfeltétele a készüléknek a hálózatba történő bekapcsolása és a piros lámpa felvillanása. Ezt a kijelentés-logika itéleteinek a segitségével is felirhatjuk:

	/a	∧ b/	$\longrightarrow$ C	az összetett itélet értéke
érték-mátrix	0	0	0	1
	1	0	0	1
	0	1	0	1
	1	1	0	$\boxed{0}$
	0	0	1	1
	1	0	1	1
	0	1	1	1
	1	1	1	$\boxed{1}$

A továbbiakban előrebocsájtjuk:

d./ Az itélet értékmátrixának bármelyik sora kettős értelemmel bir: statikus értelmezésben logikai feltétel, és dinamikus értelmezésben operátor. Pl.:

	/a	∧	b/	$\longrightarrow$	C	
	-	-	-	-	-	
	-	-	-	-	-	
B	0		1		1	b
	-	-	-	-	-	

szerint a baloldalon álló "B" jelenti, hogy végrehajtottuk a "gépüzem beinditását", a jobboldalon álló "b" az uj logikai feltételre utal, mely szerint a munka megkezdhető!

e./ Az algoritmus által leirt tevékenység optimális esetben a

0 0 0 -a

logikai feltételből indul ki és elvezet az

C	1	1	1	b

logikai feltételhez, vagy kevésbbé optimális esetben az

D	1	1	0	-b

logikai feltételhez. Az algoritmus által meghatározható megoldások száma egyenlő azon lehetséges összegek számával /mátrix-aritmetikai értelmezés/, amely a /0,0,0/ állapotból az /1,1,1/ vagy /1,1,0/ állapotba vezet.

f./ A megállító /stop/ jelet itt az összetett itélet megfelelő értékei: $\boxed{1}$ vagy $\boxed{0}$ jelentik.

Ezek után az algoritmus a következőképpen alakul:

		0	0	0	-a	
össze-adás!	A	1	0	0		sor-mátrixok
	B	0	1	1	b	
eredm. mod.2.	C	1	1	1	$\boxed{1}$	megfelel az /aABbC✳/-nek!

	0	0	0	-a	
A	1	0	0		
B	0	1	0	-b	
D	1	1	0	$\boxed{0}$	megfelel az /aABbD✳/-nek!

	1	0	0	a	
B	0	1	1	b	
C	1	1	1	$\boxed{1}$	megfelel az /aBbC✳/-nek!

	1	0	0	a	
B	0	1	0	-b	
D	1	1	0	$\boxed{0}$	megfelel az /aBbD* /-nek!

3/a. Ennek az algoritmusnak egy speciális változata, mint felismerési fél-algoritmus egyes összefüggések diszkutálására is alkalmazható. Ezzel a rész-algoritmussal végzett speciális gondolkodás-lélektani vizsgálatok /54 :— / alapgondolata M.LIEBING-/88 :563/-től származik, aki az algoritmusok tudatos elsajátitásában felismeri annak szükségszerüségét, hogy a tanulók képesek legyenek a logikai strukturák felismerésére és alkalmazására. Szerinte ennek azonban nemcsak egy speciális szakterületen, hanem a természeti jelenségek széles területein kell érvényesülnie. Ugyanis a különböző jelenségeknek egy- és ugyanazon logikai strukturájuk lehet, amelyek azonos gondolkodási folyamat segitségével tárulhatnak fel.

Ezek a didaktikai kutató munka jövőjét előrevetitő meglátások feltétlenül csak a pedagógiai pszichológia egzakt vizsgálaódásainak szürőin keresztül juthatnak el a széleskörü alkalmazás gyakorlatához. Ennek keretében vizsgálatokat folytattam, amelynek célja annak megállapitása volt, hogy a 16-18 éves II.-IV. gimnazista tanulók egy "ha A és B, akkor C" formáju itélet ismeretében az alant ismertetésre kerülő mátrix 2., 3. és 4.soraira utaló kérdésekre adott válaszaikban milyen mértékben ismerik fel az eredeti itélet specifikus alkalmazását. A vizsgálatokba 452 II.-IV.osztályos gimnazista tanulót vontam be. Ezek a koedukáció arányában oszlanak meg nemek szerint. A területi elosztásnál az általános mintavétel elve alapján Pest megye városi és falusi gimnáziumai /Nagykőrös, Aszód, Ócsa, Gödöllő, Ráckeve, Nagykáta, Monor, Szentendre és Szob/ szerepeltek. A témaköri megoszlásnál 65-en az algebrai, 278-an a sztereometriai és 109-en a planimetriai vizsgálatokban vettek részt.

A következőkben a matematikai logika alkalmazásának lehetőségein belül az elemi itélet-kalkulusok igazság-mátrixainak, ill. az általuk kapott, ill. alkotott kombinatórikus rendszerek pedagógiai-pszichológiai szerepére szeretnék utalni. Ezen belül - mint emlitettem - kizárólag az összetett előtagú implikációkkal foglalkoztam.

A matematikai logika értelmezése szerint az, hogy valamely "ha A, akkor C" alakú itélat, ahol "A" és "C" határozott logikai értékü itéletek, igaz, eszerint pusztán azt jelenti, hogy vagy "A" is és "C" is igaz, vagy mindkettő hamis; vagy "A" hamis és "C" igaz, de nem jelenti azt, hogy "A" és "C" között valamilyen logikai kapcsolat van, mig ettől függetlenül az "A" igaz és "C" hamis állitás minden esetben hamis. /G.KLAUS /71 : 71/ ezt a következő példán mutatja be: "Ha az eső esik, akkor az uttest nem nedves". Vagy A.I. POPOV /106: 97/ példája szerint: "Ha Péter prémiumot kap, akkor televiziót vásárol" itélet az előzőhöz hasonlóan csak akkor hamis, "ha Péter prémiumot kap, akkor nem vásárol televiziót"./ Az implikáció értelmezése egyébként sokszor nem esik egybe a köznyelv "ha... akkor..." kijelentéseivel. LEWIS és LANGFORD matematikai logikusok megpróbáltak egy olyan "szigoru implikációnak" nevezett müveletet levezetni, melynek az lett volna a feladata, hogy az "A" és "C" itéletek szigoru implikációjának igazsága ne csak azt fejezze ki, hogy az az eset, hogy "A igaz", "C mégis hamis" nem áll fenn, hanem azt is, hogy ez valamely "A" és "C" közötti kapcsolat folytán szükségképpen igy van. Ez a próbálkozás azonban nem vezetett eredményre. G.KLAUS a fentiek figyelembevételével az implikációt két nagy csoportra osztotta és azokat az implikációkat, melyek az "A" és "C" közötti kapcsolatot tartalmilag is kifejezik, materiális implikációknak nevezte.

Tekintsük a "ha A és B, akkor C" összetett materiális implikációt. Alkalmazzuk ennek igazság-mátrixát az itélettel kifejezett tétel diszkutálására:

	/A	$\wedge$ B/	$\longrightarrow$	C	
1.	1	1	1	1	
2.	0	1	1	1	
3.	1	0	1	1	
4.	0	0	1	1	
5.	1	1	0	0	!!!
6.	0	1	1	0	
7.	1	0	1	0	
8.	0	0	1	0	

Nevezzük ezt az eljárást specifikus diszkutáló algoritmusnak, melynek 1.sora szerint: "ha A igaz és B is igaz, akkor C is igaz". Ez maga a tétel. A 2.sor szerint, ha "A" hamis, és "B" igaz, akkor adódhat egy olyan speciális eset, amikor "C" is igaz. A 3.sor szerint, ha "A" igaz, de "B" hamis, akkor adódhat egy másik speciális eset, amikor "C" is igaz. A 4.sor szerint, ha "A" is hamis és "B" is hamis, akkor is előfordulhat egy eset /lehet, hogy függetlenségi eset.../, amikor "C" igaz. Az 5.sor szerint, ha "A" igaz és "B" igaz, akkor "C" hamis - ez az állitás helytelen. Ez a mátrix egyetlen hamis tétele. A 6.-8.sorokra - bár igaz itéletek - de mivel az alábbi vizsgálatoknál nem játszottak lényeges szerepet, nem térek ki.

A vizsgálat egy algebrai, egy sztereometriai és egy planimetriai témában folyt. Igy például:

Ha A = hatványalapok egyenlők,

B = a hatványkitevők egyenlők,

C = a hatványok is egyenlők.

Ebben az esetben az exponenciális egyenletek egy tipusa megoldásának alapjául szolgáló igen ismert összefüggéshez jutunk, mely szerint: ha a hatványok alapjai és kitevői egyenlők, akkor a hatványmennyiségek is egyenlők. Most a mátrix első sora a tétel. A 2.sor szerint, ha az alapok nem egyenlők, de a kitevők igen, akkor a hatványok, mint például a $/-2/^4 = 2^4$, vagy $13^0 = 456^0$ speciális esetekben mégis egyenlőek. /Ez a páros kitevőjü és "0" kitevőjü hatványok törvényeinek a felismerése./ A 3.sor szerint: ha az alapok egyenlők, de a kitevők nem, akkor a hatványok, például az $1^5 = 1^{43}$, vagy $0^7 = 0^{215}$ esetekben mégis egyenlőek. /Ez a felismerése annak, hogy a "0" bármelyik hatványa "0", 1-nek pedig 1./

Ha az egyenes és sikok merőlegességének feltételét kimondó CAUCHY-tétel ábrázoló-geometriai változatára alkalmazzuk a mátrixot, akkor

A = az egyenes első képe merőleges a sik első nyomvonalára,

B = az egyenes második képe merőleges a sik második nyomvonalára,

C = az egyenes merőleges a sikra.

Itt a mátrix 1.sora szerint, ha az egyenes első képe merőleges a sik első nyomvonalára és második képe a második nyomvonalra, akkor az egyenes merőleges a sikra. A 2.sor szerint, ha az egyenes első képe nem merőleges a sik első nyomvonalára, de második képe merőleges a sik második nyomvonalára, akkor az egyenes egy, az első képsikkal párhuzamos speciális helyzetü sikra merőleges. A 3.sor szerint, ha az egyenes első képe merőleges a sik első nyomvonalára, és második képe nem merőleges a második nyomvonalra, akkor az egyenes egy, a második képsikkel párhuzamos speciális helyzetü sikra merőleges.

Planimetriai alkalmazásként vettük a háromszögek hasonlóságának egyik esetét. Legyen:

A = két héromszögben megadom egy szög egyezőségét.

B = ugyanazon két háromszögben megadom az egyező szöget közrefogó megfelelő oldalak arányát,

C = a két háromszög hasonló.

A mátrix l.sora xx a hasonlósági eset. A 2.sor szerint, ha két háromszögnél nem adom meg az egy szögben való egyezőséget és megadom a két megfelelő oldal arányát, akkor a speciális háromszögek közül az egyenlőszáru háromszög hasonló. A 3.sor szerint, ha két háromszögben megadom egy szög egyezőségét, de nem adom meg egy megfelelő oldalpár arányát, akkor a speciális háromszögek közül a derékszögü háromszög hasonló. A 4.sor szerint, ha sem a szögek egyezőségét, sem a megfelelő oldalpárok arányát nem adom meg, akkor a speciális háromszögek közül az egyenlőoldalu és az egyenlőszáru derékszögü háromszögek hasonlóságát definiáltam.

Eredmények:

Kisérlet témaköre	Résztvevő tanulók száma	A mátrix sorai, amelyekre a kérdéseket feladtuk.	A helyes feleletet adó tanulók száma /%-ban is/.	A helytelen feleletet adó tanulók száma /%-ban is/.	x./ A téves logikai következtetésre jutott tanulók száma /%-ban is/.	Azon tanulók száma, akik nem adtak választ /%-ban is/.
Sztereometria	278	2. $\bar{A} \wedge B \to C$	25 / 9%/	108 /39%/	121 /44%/	24 / 8%/
		3. $A \wedge \bar{B} \to C$	24 / 8%/	111 /40%/	120 /44%/	23 / 8%/
Planimetria	109	2. $\bar{A} \wedge B \to C$	49 /45%/	21 /19%/	28 /26%/	11 /10%/
		3. $A \wedge \bar{B} \to C$	59 /54%/	18 /16%/	26 /24%/	7 / 6%/
		4. $\bar{A} \wedge \bar{B} \to C$	41 /38%/	15 /14%/	-	53 /25%/
Algebra	65	2. $\bar{A} \wedge B \to C$	6 / 9%/	15 /23%/	28 /43%/	16 /25%/
		3. $A \wedge \bar{B} \to C$	9 /14%/	15 /23%/	24 /37%/	17 /26%/
		4. $\bar{A} \wedge \bar{B} \to C$	4 / 6%/	13 /20%/	-	48 /74%/

<u>Következtetések:</u>

1./ Az algebrai és sztereometriai vizsgálatokban résztvett 343 tanuló közül a helyes választ adók átlaga 32,5 fő - azaz 9,4 %. Ez arra mutat, hogy a tanulók ebben a két témában nem tudnak diszkutálni. Összevetve a planimetriai példa relative magas - 46%-os - felismerési átlagával, feltétlenül kitünik, hogy az eddigi oktatási gyakorlat alapján a diszkutálás főleg a planimetriai problémákkal kapcsolatban fordult elő.

2./ Az algebrai és sztereometriai témáknál a legnagyobb százalékban /43-37-44/ a helytelen logikai következtetést használók tünnek ki. Ezekből egy-két reprezentáns idézetet bemutatok: "Ha egyenlők az alapok és a hatványok, akkor egyenlőknek kell lenni a kitevőknek is." - "Ha az egyenes merőleges a sikra és első képe merőleges a sik első nyomvonalára, akkor ebből az következik, hogy a második képének is merőlegesnek kell lennie a második nyomvonalra".

Ezekben az idézett itéletekben téves logikai azonosság ismerhető fel, ugyanis az idézetek azonosság-szerkezetéről:

$$\left[\left(/A \wedge B/ \longrightarrow C\right) \wedge \left(/\bar{A} \wedge B/ \longrightarrow C\right)\right] \longrightarrow A \equiv 1$$

1.	1	1	1	1	1	$\boxed{1}$	0	0	1	1	1	$\boxed{1}$	1
2.	0	0	1	1	1	$\boxed{1}$	1	1	1	1	1	$\boxed{0}$	0
3.	1	0	0	1	1	$\boxed{1}$	0	0	0	1	1	$\boxed{1}$	1
4.	0	0	0	1	1	$\boxed{1}$	1	0	0	1	1	$\boxed{0}$	0
5.	1	1	1	0	0	$\boxed{0}$	0	0	1	1	0	$\boxed{1}$	1
6.	0	0	1	1	0	$\boxed{0}$	1	1	1	0	0	$\boxed{0}$	1
7.	1	0	0	1	0	$\boxed{1}$	0	0	0	1	0	$\boxed{1}$	1
8.	0	0	0	1	0	$\boxed{1}$	1	0	0	1	0	$\boxed{0}$	0

mint azt a jobboldali oszlopban található három "0" érték mutatja, nem azonosság.

Ebből megállapitható, hogy a mátrix diszkutáló algoritmusának szokatlansága olymérvü, hogy téves logikai utakra vezethet. Részletezve:

Itt a tanulók előtt ismert volt az

$$/A \wedge B/ \longrightarrow C$$

összefüggés.

Ezután közöltem velük az

$$/\bar{A} \wedge B/ \longrightarrow C$$

információt.

Végül az ujonnan előállott helyzetet a két itélet összekapcsolásából kellett megitélniük:

$$[/A \wedge B/ \longrightarrow C] \wedge [/\bar{A} \wedge B/ \longrightarrow C]$$

A tanulók tekintélyes hányada itt az $\bar{A}$ itélet lehetetlenségét vélte felismerni, s igy jutottak el a

$$\big[[/A \wedge B/ \longrightarrow C] \wedge [/\bar{A} \wedge B/ \longrightarrow C]\big] \longrightarrow A$$

konkluzióhoz.

Ennek magyarázata abban kereshető, hogy az

$$/A \wedge B/ \longrightarrow C$$

tétel erős tulajdonsága álcázza és gátolja az eredeti probléma uj helyzetekben történő felismerését, s igy nagyjából e folyamatban a RUBINSTEIN-féle tetraéder- és a SZÉKELY-féle mérlegfeladatnál mutatkozó törvényszerüségek érvényesülnek. Ott az első esetnél a háromszög sikot meghatározó tulajdonsága gátolta a térbeli elrendezést, a második esetnél pedig a gyertya fényt-adó tulajdonsága gátolta az égés közben előálló súlyveszteség felismerését.

Az eddigi pedagógiai gyakorlat sokszor megelégedett elszigetelt tételek puszta közlésével, tehát "ha A és B, akkor C" - jobbik esetben azt verifikálták, esetleg alkalmazták. Elenyésző esetben utaltak a mátrix 5-8. sorának megfelelő változatokra, és a 2-4. sorok által definiált eseteket általában mellőzték. A tanulók gondolkodásának fejlesztéséhez az utóbbiak nélkülözhetetlenek, ugyanis a mátrix vezérelte dinamikus szemléletnek az eddigi statikus itélet-szemléletet feltétlenül ki kell egészitenie. A fentiekben ennek igazolására tettem kisérletet.

Ez a kis "gondolkodás-lélektani" kitérő csak példaként szolgálta az előbbiek során történt ismételt utalást, amely szerint az algoritmus-elmélet ma már a modern pszichológia bevett módszere.

x.

VIII. A következő bemutatásra kerülő didaktikai-algoritmus leirási forma csak az oktatási folyamat egy részét modellezi. Ennek alapja a Kombinatórika egyik fejezete: a"variáció-számitás". Ez a közismert matematikai eljárás mindennapossá vált a TOTO-elvben, ahol az 1.számú mérkőzés három eleméhez /1;2;X/ a 2.számu mérkőzés ugyancsak 3 eleme /1;2;X/ rendelhető, s igy két mérkőzés relációjában a lehetséges esetek száma:

$$3 \cdot 3 = 3^2$$

Mint ismeretes, ezen az uton számithatjuk ki a 13 mérkőzés összes variációinak a számát:

$$3^{13}\text{-t.}$$

Ebből kifejezhető az egy szelvény találati valószinüségének a száma is:

$$P_{toto} = \frac{1}{3^{13}}$$

A variációszámitásnak itt alkalmazott vállfaját "Ismétléses variációk" néven ismeri a szakirodalom. Ugyanis igen könnyü belátni, hogy például az alábbi Toto-szelvényben

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.
X	1	2	2	X	X	1	1	2	2	1	1	1

az "X" háromször, a "2" négyszer, mig az "1" pedig hatszor ismétlődő elem.

Általában az "n" elem "k-adik" osztályu ismétléses variációinak számát a

$$V_n^k = n^k$$

fejezi ki.

Didaktikai alkalmazásának bemutatása céljából tekintsük a következő párhuzamos szekvenciát. Legyen a./ b./ c./ d./ előre megadott szöveges feladatok és A./ B./ C./ D./ a hozzájuk tartozó egyenletek /ahol az egyező betük nem jelentik a hozzárendelést/. Ebben az esetben a megadott négy a./ b./ c./ d./ elem bármelyikéhez hozzárendelhető a A./ B./ C./ D./ elemek bármelyike, és ha a a./ és A./ azonos elemeknek tekinthető, akkor egy "négy-elemü" "másodosztályu" ismétléses variációt kapunk, ahol a megoldások száma:

$$4^2 = 16.$$

A továbbiakban konkrét példaként ragadjunk ki egy ebben a formátumban felépitett programm-részletet /50:138/. Most megforditjuk az eddigi gyakorlás menetét. Ezután szövegeket és egyenleteket fogunk felirni, s utána meg kell keresni, hogy melyik szöveghez melyik egyenlet tartozik.

a./ Egy szám háromszorosából elveszek ötöt, akkor megkapom a szám 45-el növelt értékét? Melyik ez a szám?

b./ A januári hőmérséklet háromszorosa még 5°-kal süllyedt, s ez 45°-os lehülésnek felel meg. Mekkora volt az eredeti januári hőmérséklet?

c./ Egy kőmüves csoport a naponta felrakandó téglasorok számát adagoló alkalmazásával először háromszorosára növelte, majd még felrakott 5 sort, igy az eredeti normáját napi 45 sorral emelte. Hány sort raktak fel naponta a gépesités előtt?

d./ A fékező rakéta az utolsó szakaszban az addigi időegységenkénti sebességváltoztatását a megelőző szakaszhoz viszonyitva háromszorosára fokozta, majd ezt a sebességet ujra 5 egységgel növelte, s igy tulajdonképpen az eredeti sebességváltoztatását 45 egységgel csökkentette időegységenként. Mennyi volt az időegységenkénti sebességváltoztatása az utolsó előtti szakaszban?

A most felsorolt szövegekhez tartozó egyenleteket az alábbiakban megtaláljuk:

A./ $3X + 5 = X + 45$

B./ $3X + 5 = X - 45$

C./ $3X - 5 = X - 45$

D./ $3X - 5 = X + 45$

Az alábbi összeállitásból válasszuk ki, hogy melyik szöveghez melyik egyenlet tartozik:

a - A ⟶ 81.	c - A ⟶ 89.
a - B ⟶ 82.	c - B ⟶ 90.
a - C ⟶ 83.	c - C ⟶ 91.
a - D ⟶ 84.	c - D ⟶ 92.
b - A ⟶ 85.	d - A ⟶ 93.
b - B ⟶ 86.	d - B ⟶ 94.
b - C ⟶ 87.	d - C ⟶ 95.
b - D ⟶ 88.	d - D ⟶ 96.

81. Helytelen!!! ...elveszek ötöt /ennek kivonás felel meg/.

82. Helytelen!!! ...elveszek ötöt /ennek kivonás felel meg/.

83. Helytelen!!! ...45-el növelt /ennek összeadás felel meg/.

84. Helyes!

85. Helytelen!!! ...5°-kal süllyedt /ennek kivonás felel meg/.

86. Helytelen!!! ...5°-kal süllyedt /ennek kivonás felel meg/.

87. Helyes!

88. Helytelen!!! ...45°-os lehülés /ennek kivonás felel meg/.

89. Helyes!

90. Helytelen!!! ...45 sorral emelték /ennek összeadás felel meg/.

91. Helytelen!!! ...még felrakott 5 sort /ennek összeadás felel meg/.

92. Helytelen!!! ...még felrakott 5 sort /ennek összeadás felel meg/.

93. Helytelen!!! ...45 egységgel csökkentette /ennek kivonás felel meg/.

94. Helyes!

95. Helytelen!!! ...5 egységgel növelte /ennek összeadás felel meg/.

96. Helytelen!!! ...5 egységgel növelte /ennek összeadás felel meg/.

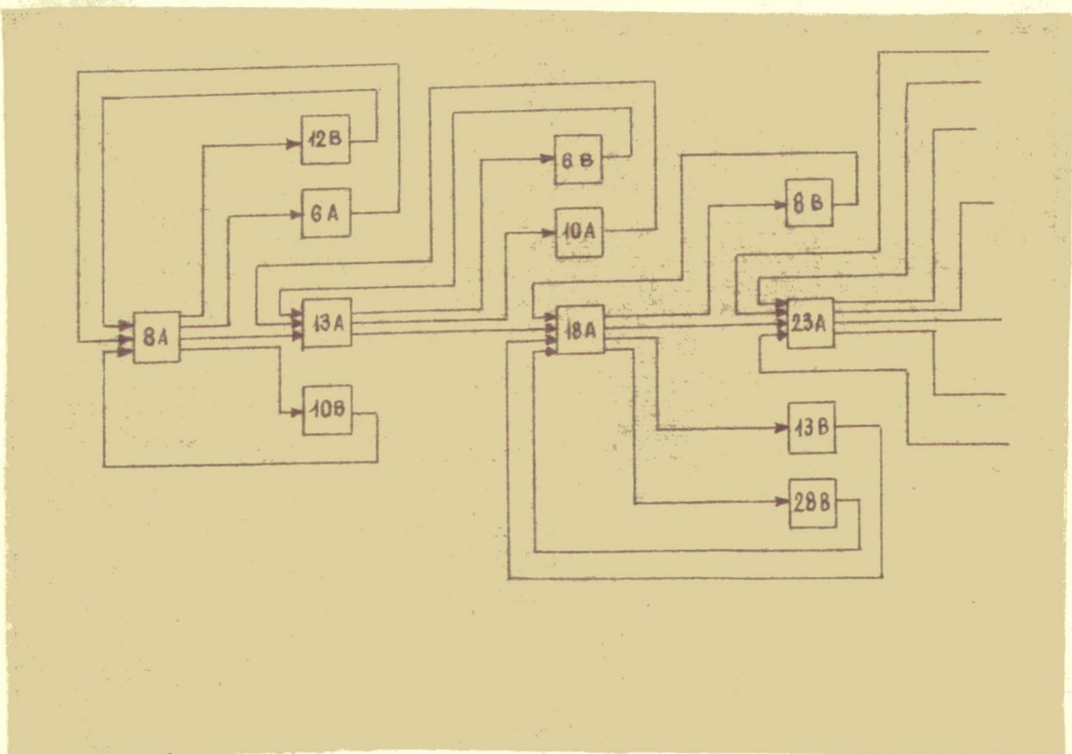
/A szöveg-müveleti jelek reláció felismerési algoritmusa!/

IX. Az egyik legelterjedtebb algoritmus leirási forma az ugynevezett "blokk-séma" módszer. Számos kutató használja, sőt L.N.LANDA /86 : 15/ külön kiemeli, hogy A.A.SZMIRNOV akadémikus /[redacted]/ munkáiban külön foglalkozik ezzel az eljárással.

A blokk-sémák lényegében olyan speciális gráfok, ahol a gráfok pontjait jelentéseiknek megfelelően "formailag is" tovább differenciáljuk, attól függően, hogy eldöntendő itéletet, problémát, az itélet értékét, információt, segitő információt, utasitást, diagnosztizálást, önértékelést, részutasitást, teszt-vizsgálatot, kérdést, stb. jelentenek. Ezek a jelölések sem egységesek, hanem formában, jelentésben és mennyiségben egyénileg még tovább differenciálódhatnak. Ilyen értelmü megnyilatkozással találkozunk H.KELBERT-nél /65:111/ is.

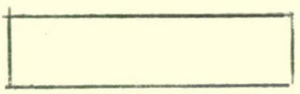
A továbbiakban megkiséreljük a legismertebb blokk-séma algoritmusok bemutatását.

1./ D.TOLLINGEROVA /133:175old.17.ábra/ a 11.sz.ábrán és a 12.sz. mátrixban bemutatott algoritmusát az alábbi blokk-sémában tárgyalja:

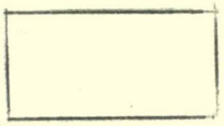


Ebben még nem találunk differenciált blokk-jelzéseket. /A Konstruktiv elemek c. részben következik a részletes tárgyalás!/

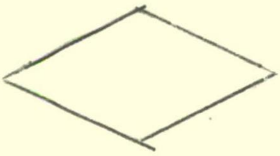
2./ G.BÖHME /11 : 17/ ismerteti egy oktatási célokra beprogramozott IBM.1620-as elektronikus számológép müködési algoritmusának blokk-sémáját. A Computer 16000 tárolóegységgel egyszerre 99 tanulóval foglalkozott. A blokk-séma /gráfpontjai/ differenciált jelrendszerrel dolgozik, ahol az egyes planimetria formák jelentései:



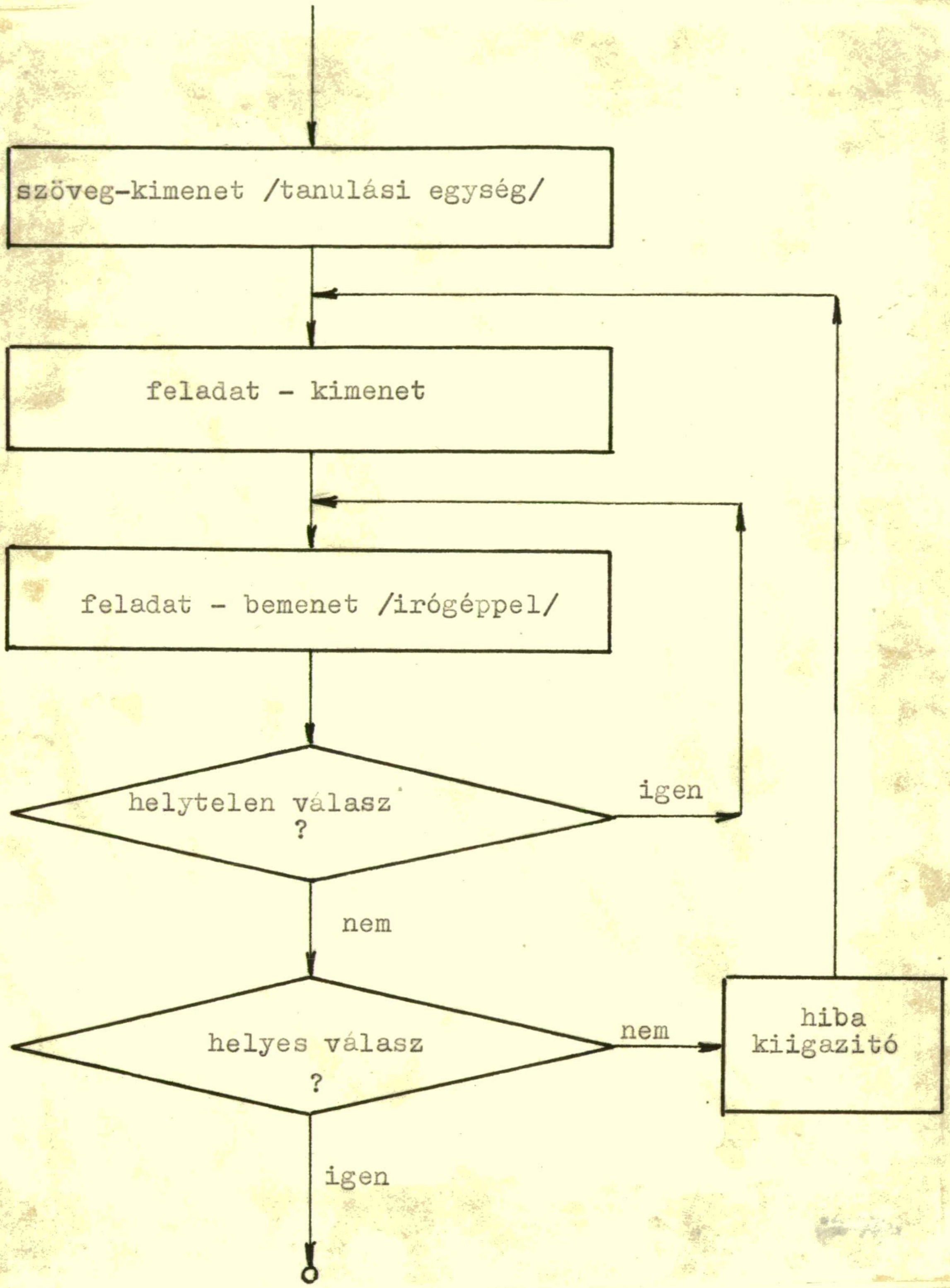
= információk, kérdés, felelet.



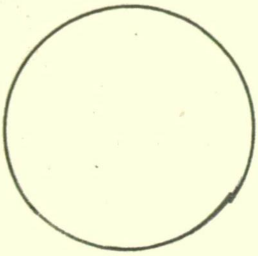
= utasitás /hiba esetén/



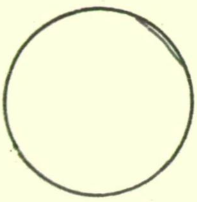
= eldöntendő kérdés, hiba /itélet alkotás/.



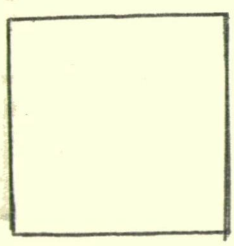
3./ **K.A.CZEMPER és H.BOSWAV a Plato- /Programmed Logic for Automatic Teaching Operation/ rendszerü oktatásra alkalmazott számológép blokk-séma algoritmusának /15 : 56/ leirásánál a következő gráf-pont /blokk/ elemeket használja:**



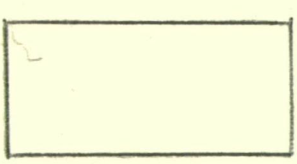
= valamilyen utasitás /tovább, vissza, kioldani/



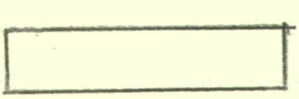
= valamilyen tevékenység /itéletalkotás, segitségkérés, "Aha", /a probléma váratlan felismerése.//.



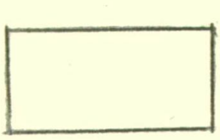
= a következő szöveg vagy probléma.



= segitő /szöveg, probléma/.

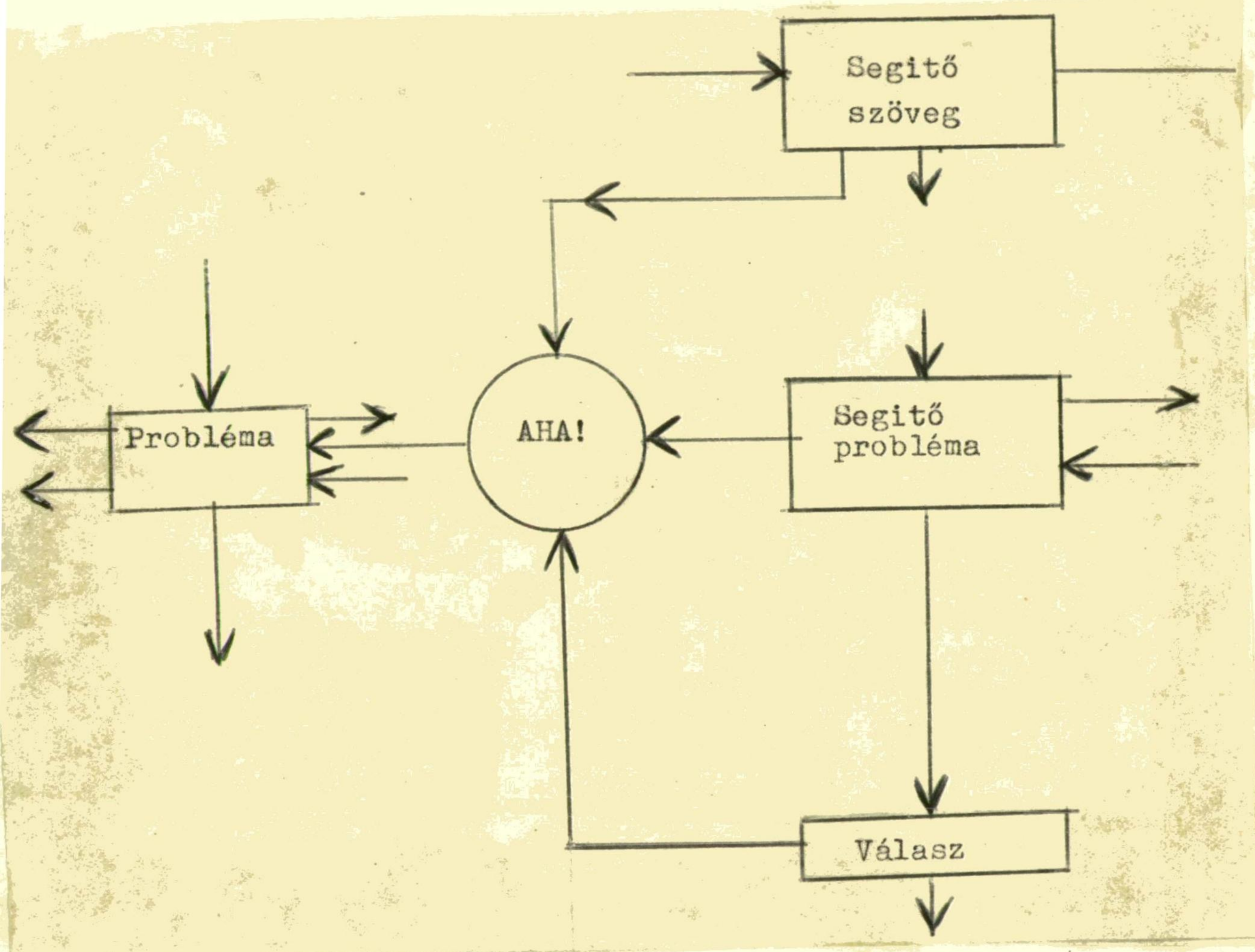


= probléma, válasz.



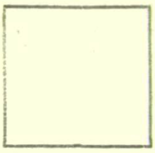
= itélet értéke /helyes, nem helyes./

A blokk-séma algoritmust a III..sz.tábla ábrázolja, melynek az alábbi kiemelt része



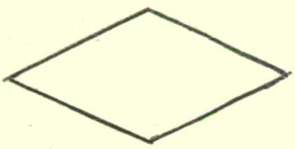
komparábilis a VI/3. 3./ 5./ és 7./ soraival, ahol az "A_3" közbeiktatása analóg a blokk-séma "segitő szöveg, ill. segitő probléma" eseteivel.

4./ A /15: 66/-on találjuk a CLASS /Computer-Based Laboratory for Automated School System/ blokk-séma algoritmusát. Itt a gráfpontok jelentésének differenciáltsága uj elemekkel fokozódik:

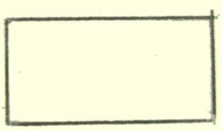


= közlemény

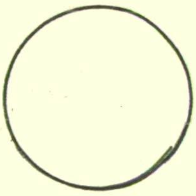
= diagnosztika



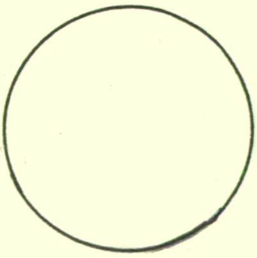
= a tanuló teljesitményének analizise /hibák száma, téves kérdés feltevése, helyes kérdés feltevése./



= a tanuló által végzendő önértékelés.



= értékelő ítéletek = igen, nem



= értékelő ítéletek = hibákra vonatkozó megjegyzések /sok, csekély, közepes, esetleges számszerü kifejezés: 0, 2, 3, stb./

A blokk-séma algoritmus /lásd a .IV..sz.táblát/ alapján összeállitott programmokkal müködő elektronikus berendezéssel /Computer/ ellátott oktatógépekkel végzett kisérletek célját a szerzők /15 :89-90/ az alábbiakban fogalmazzák meg:

1./ Azoknak a kulturális aspektusból hátrányos helyzetü tanulóknak a felkutatása, akik az olvasásban és számolásban lemaradtak.

2./ A tanitás kezdetén mutatott viselkedésük pontos megfigyelése abból a célból, hogy pontos képet nyerjenek az előbbi nehézségeket előidéző okokról.

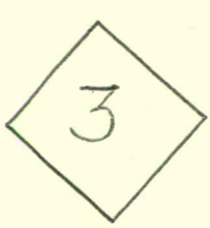
3./ Olyan berendezések tervezése és kipróbálása, amelyek tekintetbe veszik az előbbi nehézségeket és a meglévő gátlásokat, hogy ezeket a tanulásnál mutatkozó magatartásból minél előbb kizárják.

a./ Ebből a célból keresni kell az individualizált tananyag készités lehetőségeit,

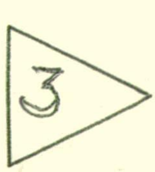
b./ a tanulási folyamat további vizsgálata, különösen a <u>matematikai tanulás elméletek</u> továbbfejlesztése,

c./ azon módszerek felkutatása, amelyek segitségével a tanuló egyéni képességeihez tudjuk igazitani az elsajátitandó tananyagot.

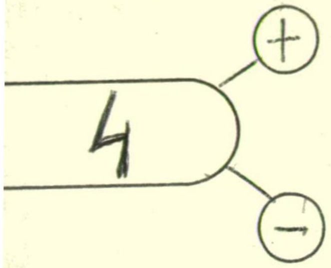
5./ A gráf-pontok legdifferenciáltabb alkalmazását /az eddigiek relációjában/ K.ELSNER /21:103-104/ blokk-séma algoritmusa prezentálja, amely a 46.oldalon található "tejfeldolgozó ipari ismeretek" LJAPUNOV-féle szimbolikus operátor-sémájával analóg.



= az elérendő cél



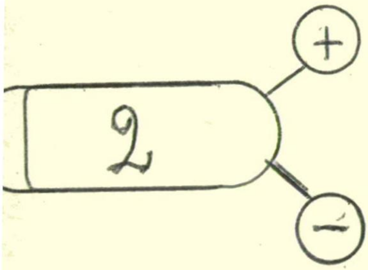
= a 3.sz. parancs /a részfeladathoz tartozó információ/.



= a 4.sz.teszt-kérdés, amely a technikai berendezés üzemképességének felülvizsgálására vonatkozik.

+ = a teszt-kérdésre adott igenlő válasz

− = a teszt-kérdésre adott nemleges válasz.



= a 2.sz.vizsgakérdés, ahol

+ = az erre adott helyes választ,

− = az erre adott helytelen választ jelenti.

= 4.sz. információs egység /egyszerü ismeretközlés./

= 5.sz. segitő információ /kiegészités, hamis válasznál adott információ./

A blokk-séma a .V..sz.táblán látható. Mint érdekességet emlitem, hogy ugyanitt a 102.oldalon megtalálhatjuk ugyanennek az algoritmusnak a differenciálatlan pontokból felépitett komparábilis gráfját is. Az ismertetett elemekből felépithető H.K.ELBERT /65:109/ blokk-sémája, mely a "serambled-book" kezelésének algoritmusát demonstrálja. /VI-VII.sz.tábla./

Eddig terjedt a blokk-séma algoritmusok ismertetése, amellyel csak a legeklatánsabb formák bemutatását kivántam elérni. A felsoroltak, ha a teljesség igényét nem is tudták kielégiteni, de minden esetben azt hiszem sikerült elérnünk két lényeges eredményt:

a./ Teljes mértékben érthetővé válik H.ZEMANEK /142: 23/ azon megállapitása, amely szerint a "logikai-blokk diagrammok" /blokk-sémák/ a legalkalmasabbak az algoritmusok általánositására. Ennek az oka abban keresendő, hogy jelölésmódja a legdifferenciáltabb, s igy a didaktikai folyamat legárnyaltabb részeit is modellezi.

b./ A 2./ 3./ 4./ és 5./ alapján valamennyi előbbi b./ tipusu algoritmus modellel történő egybevetés alapján kiemelhető az az egy komparábilis algoritmus elem, amely erre az algoritmus tipusra jellemző, s amely alapot ad a második algoritmus osztályozási módra.

X. A második klasszifikációs szempont alapja az a tény, hogy valamennyi b./ tipusu algoritmus itéleteiben egy bináris rendszer ismerhető fel. Ennek formai megoldása alapján megkülönböztethetünk olyan algoritmust, ahol a továbbhaladás irányát

a./ az "igen" vagy "nem" /a verbálformáju és egyes blokk-sémáju algoritmus modelleknél/,

b./ a "+" és "-" /a fa-diagramm "gráf" ill. a többi blokk-séma algoritmus modelleknél/,

c./ A "haladj tovább" vagy a "nyil irányába" /a LJAPUNOV-féle szimbolikus operátor algoritmus modellnél/,

d./ Az "1", ill. "0" itélet-értékek /a kijelentés logikai algoritmus modellnél/,

e./ Az egymáshoz rendelt betük találkozása vagy nem találkozása /a kombinatórikus rész-algoritmus modellnél/

határozza meg.

A formális algoritmus elemek bemutatott két fő rendező elv /"átalakitási" és "itélet" formák/ szerinti klasszifikációi nem tarthatnak igényt a teljességre. Tekintettel arra, hogy a fejlődés további lehetőségei a klasszifikáció részére determináló tényezők, s igy csak azok az elemek tekinthetők rendező elveknek, amelyek időállóak és jól meghatározhatók, igy:

a./ Az uj ismeretek megszerzésével kapcsolatban L.N.LANDA /86 : 39/ kifejti, hogy az oktatás folyamata lényegében azt jelenti, hogy minden egyes didaktikai feladat kiindulási adatait /vagyis a tanuló ismereteinek, jártasságainak és készségeinek kiindulási állapotát/ átalakitjuk az oktatás követelményei /célja/ által meghatározott végállapottá. Az átalakitás, mint rendező elv tehát bármelyik tárgykörben és minden olyan tanulónál, akinek ismereteiben bárminemü változás állott be, feltétlenül érvénnyel bir. Igy az átalakitási folyamat menetét modellező algoritmusok mátrixos klasszifikációja a feltételeknek megfelel.

b./ A b./ tipusu algoritmus definitiv kikötése a visszacsatolás ténye igy az erre vonatkozó itéleteket alapul vevő rendező elv /V.pont/ érvénye immanens.

c./ A formális elemek harmadik klasszifikációs lehetősége az I., II., IV., VI., VIII. IX. és XI.-ben található formai elemek megkülönböztetése. Önkéntelenül felvetődhet a kérdés: Nem lenne-e észszerü egy egységes nemzetközileg elfogadott didaktikai algoritmus forma kialakitása? F.MALIŘ /92 : 84/ szerint egy nemzetközileg elismert szimbolum az algoritmusok ábrázolására nem lehet öncél, hanem a metodikai eljárások preciz előállitásának és leirásának az eszköze. A fődolog az optimális algoritmusok megtalálása kellő elméleti megfontolás és kisérlet eredményeként, mig ezeknek az algoritmusoknak az ábrázolása csak másodlagos. /Erre a III.fejezetben, a Konstruktiv elemek cimü részben vissza fogok még térni./

Mind a három klasszifikációs tartományon belül elvileg korlátlan számban alakulhatnak ki ujabb algoritmus formák is. Nem zártuk ki annak a lehetőségét sem, hogy a didaktikai algoritmus formák további fejlődése ujabb rendező elvek érvényét is indokolják.

XI. Erősen eltér az eddigi didaktikai algoritmus formáktól az F.MALIŘ / 92:82-84/ által bevezetett "metodikai algoritmus" /egy tantárgyra - itt idegen nyelvoktatás - specializált didaktikai algoritmus, vagy ahogy NAGY SÁNDOR /100:147/ mondja: "A pedagógus didaktikai tevékenységének célszerü eljárásai"/ formalizmus. Mivel operativ visszacsatolással nem rendelkezik, s igy nem sorolható sem a b./ sem a c./ tipusú algoritmusok közé.

Demonstrációja után látni fogjuk, hogy szimbolizált a./ tipusu algoritmus /kombinatórikus elemekkel kiegészitve/.

A szimbolum rendszere:

U = tárgy és ábrázolása /universum/

U_1 = egy megadott tárgy /pl. egy asztal/

V = szó /általános szótári alak/

V_1 = egy megadott szó

W = a szavak halmaza

S = mondat /fogalma/

S_1 = ~~a mondatok halmaza~~ egy megadott mondat

= a mondatok halmaza

t = téma

$S_1^{V_1}$ = az első mondat, amelyik a "V_1" szót tartalmazza

S^t = a mondatoknak az adott téma /szöveg/ szerinti rendezett halmaza.

A továbbiakban kisbetüvel jelöli a tanuló tevékenységét és nagy betüvel a tanár tevékenységét.

a = a tanuló figyel, a tanulók figyelnek /audire/.

p = a tanuló beszél, a tanulók beszélnek /parler/.

P = a tanár beszél.

D = a tanár bemutat /demonstrare/.

E = a tanár magyaráz /explicare/.

Azok a jelek, amelyek a tanár, ill. a tanuló tevékenységét a nyelvi jelenségekkel összekötik:

+ = és azután

x = és egyidejüleg

$\sum$ = az összegezés jele, pl.: $\sum_{j=1}^{k} a_j = a_1+a_2+a_3+\dots+a_k$

j, k, q, m = a nyelvi jelenségek száma.

Az egyes szimbolumok összekötésével kifejezéseket kapunk, ami az oktatás folyamatában előforduló egyes operációkat igy rövid és áttekinthető formában ábrázolja:

$S_1 \cdot P$ = az első mondatot elmondja a tanár.

$S_1 \cdot p$ = az első mondatát elmondja a tanuló, vagy elmondják a tanulók.

$U_1 \cdot D$ = az első tárgyat bemutatja a tanár.

$V_1 \cdot E$ = az első szót megmagyarázza a tanár.

$S_1 \cdot Pxa$ = az első mondatot elmondja a tanár és a tanulók figyelnek.

$S_1^{V_1} \cdot p$ = a tanuló arról az első mondatról beszél, amely az első megadott szót tartalmazza.

F.MALIR szerint a metodikai szimbolumokkal hasonlóan járhatunk el, mint a matematikai szimbolumokkal:

$$S_1 \cdot Pxa + S_1 \cdot p = S_1 /Pxa + p/$$

illetve

$$S_1 \cdot p + S_2 \cdot p + \ldots\ldots\ldots + S_k \cdot p = \sum_{j=1}^{k} S_j \cdot p$$

A következőkben metodikai feladatokra felirt metodikai algoritmusokat mutat be:

<u>Adottnak tekintendők:</u>

Az uj szavak halmaza: $W \left\{ V_1, V_2, \ldots, V_k \right\}$

Egy adott témára megadott szöveg: S^t

Szerkesztendő a generativ grammatikán /strukturális nyelvészeti terminus technikus/ alapuló algoritmus, amely a tanulók aktiv szótanulását bemutatja. Itt mindenekelőtt eldöntendő, hogy a tanuló előbb dolgozzon az uj szavakkal, s csak azt követően az egész szöveggel, vagy megforditva? A variációk formalizmusa:

1./ $/S^t/ + /W/$

2./ $/W/ + /S^t/$

/Az $/S^t/$ szimbolum itt a "t" téma, "S" mondatával való foglalkozást ugy a tanulóra és a tanárra egyaránt kiterjeszti/. F.MALIR a CSSR-ben kialakult gyakorlat alapján a második variációt választja. A /W/ és $/S^t/$ szimbolumok részletes kifejtéséhez bevezeti az "ahogyan irják" /rewrite as/ szimbolumot: "$\longrightarrow$" /nem analóg az implikáció jelével!/.

Igy először a /W/-t dolgozza fel öt variációban:

1./ $/W/ \longrightarrow /W/ + /S^W/$ jelentése:

izolált munka az uj szavakkal és ezt követően olyan mondatokkal, amelyekben előfordulnak az előbbiek során bevezetett uj szavak:

2./ $/W/ \longrightarrow /S^W/ + /W/$

3./ $/W/ \longrightarrow /V_1/ + /S^{V}1/ + /V_2/ + /S^{V}2/ + \ldots$

4./ $/W/ \longrightarrow /S^{V}1/ + /V_1/ + /S^{V}2/ + /V_2/ + \ldots$

5./ $/W/ \longrightarrow /S_1{}^{V}1/ + /V_1/ + /S_2{}^{V}1/ + /V_2/ + \ldots$

Annak lerögzitése mellett, hogy további variációk is elképzelhetők, javasolja az 5./ variáció további feldolgozását a $V_2, V_3, \ldots V$ halmaz által megadott szókészletre a továbbiakban az $/S_1{}^{V}1/$; $/V_1/$ és $/S_2{}^{V}1/$ szimbolumok kifejtésénél előálló variációkat mutatja be, de kiemeli ezek közül az

$$/S_1{}^{V}1/ \longrightarrow U_1.D + S_1{}^{V}1/P+p/ + S_2{}^{V}2/P+p/ + \ldots + S_k{}^{V}1/P+p/ =$$

$$= U_1.D + \sum_{j=1}^{k} S_j{}^{V^j}/P+p/$$

$$/V_1/ \longrightarrow V_1.E$$

$$/S_2{}^{V}1/ \longrightarrow S_{k+1}{}^{V}1.p + S_{k+2}{}^{V}1.p + \ldots + S_{k+m}{}^{V}1.p = \sum_{j=k+1}^{k+m} S_j{}^{V}1.p$$

Végül az "uj szóval" végzendő munka teljes algoritmusa az 5./ variáció alapján:

$$U_1.D + \sum_{j=1}^{k} .S_j{}^{V}1 ./P+p/ + V_1.E + \sum_{j=k+1}^{k+m} S_j{}^{V}1 .p$$

Ezután diszkutálja a szerző az általa készitett algoritmust és megállapitja, hogy érvényessége az alábbi két feltétel teljesülésétől függ:

1./ Amennyiben a szó jelentése tárgy, tevékenység, vagy ezek ábrázolása,

2./ Amennyiben a szó fonetikai, merfológiai, vagy más nehézségeket nyujt.

Ha az első feltétel nem áll fenn, akkor érvényesül az

$$U_1 \cdot D = 0$$

ha a második feltétel nem teljesül, akkor pedig:

$$V_1 \cdot D = 0$$

összefüggés.

Az előbbiek során kifejtett algoritmus tehát igy négy formát ölthet:

1./ A teljes formát,

2./ Az "$U_1 . D$" nélküli formát,

3./ A "$V_1 . D$" nélküli formát,

4./ Az "$U_1 . D$" és "$V_1 . D$" nélküli formát.

Hasonló módon diszkutálható az /S^t/ szimbolum is.

F.MALÍŘ formalizmusának vannak határozottan elismerésre méltó előnyei, de vannak hátrányai is.

Komoly segitséget jelenthetnek rövid, tömör, áttekinthető "képletei":

a./ a gyakorló pedagógus munkájának megsegitése terén, azzal, hogy a fenti metodikai algoritmus óravázlatának elkészitésénél a szisztematikus órafelépitést és a könnyü áttekinthetőséget egyaránt elősegiti.

b./ A különböző metodikai eljárások tömör táblázatos elrendezésénél,

c./ Az optimális algoritmus, formális elemeken alapuló meghatározásában.

Igen nagy hátránya, hogy a formális elemek szintjénél tovább nem jutott. Szimbolizmusa nem alkalmas sem a konstruktiv, sem pedig a strukturális problémák megragadására, s igy nem képes:

1./ az átalakitási folyamat utjainak,

2./ az itélet szerkezeti kérdéseknek,

3./ az oktatás stratégiai lehetőségeinek,

4./ az oktatási folyamat stochasztikus elemeinek,

5./ az oktatási folyamatot befolyásoló faktorok együttesének

a modellezésére.

<u>Sommázva</u> F.MALIR rendszere semmivel sem ad többet annál, amit igért "a fundamentum alaprajzát", s igy nem várhatók sem a "kivitelezésre" sem a "felépitmény szerkezetére" vonatkozó elképzelések.

XII. A <u>c./ tipusu algoritmus</u> forma demonstrálása előtt utalni szeretnék azokra a didaktikai meggondolásokra, amelyek a késleltetett visszacsatolást indokolják:

a./ Egy megtanitandó algoritmus bemutatása és közös begyakoroltatása után következne az egyéni gyakorlás. Itt már a folyamat egészének szemléletén van a hangsuly, amelyet nem kivánunk a lépésenkénti visszacsatolás /életszerütlenségével/ kényszerével minduntalan megszakitani. Ennek érdekében a didaktikai algoritmusban szakaszonkénti, vagy egyszeri utólagos visszacsatolást alkalmazunk. /Lásd a VIII.algoritmusban bemutatott feladatok további megoldását kivitelező programmot a 138 sz.oldalon./

b./ Ilyen tipusu nyers programmok /kisérleti programmok, amelyek a végleges programm elkészitését megelőzik/ kipróbálása, ahol az előforduló hibalehetőségek sürüsödési pontjait kivánjuk meghatározni.

A többfelelet-választás elvén felépülő didaktikai algoritmusban sajátos összetevőként jutnak szerephez az entrópia, az információ-elmélet, a racionális algoritmusok szerkesztése és az elágaztatás elvei. /Lásd a VIII sz.táblán./ /Az implikációnál megismert "$\longrightarrow$" jel itt más értelmet kapott, "folyamat-jel", akárcsak az operátor algoritmusnál használt "$\uparrow\downarrow$" jelek./

Itt az A_1, A_2, A_3, ..., A_n a megtanitandó algoritmus lépései /step/. Az I_2 az A_2 lépéshez tartozó információ, mely az A_2 lépés megértéséhez szükséges bizonytalanság /jelenleg ld 4 = 2/ feloldását biztositja az A_{21}, A_{22}, A_{23}, A_{24} előre megszerkesztett válaszok közül a helyes felkutatásával. A tanuló az általa helyesnek vélt feleletet /X/-el jelöli. Ha az I_2-ben megadott információ nem elegendő a helyes válasz megkereséséhez, akkor az "S_2" segitő megadja az elégséges információ mennyiséget /ez egyben a programm elágazó része/. A késleltetett visszacsatolás abban nyilvánul meg, hogy a tanuló a kontroll-lapot - amely a helyes feleletek megjelölését is tartalmazó, az eredeti munkalappal analóg felépitésü - csak a munkalap feldolgozása után kapja meg, s ehhez kap megerősitést, vagy korrigálást.

Szolgáljon példaként az előbb emlitett programm:

					Segitők:
A megoldandó egyenlet:	$3x+5=x+45$	$3x-5=x-45$	$3x+5=x-45$	$3x-5=x+45$	
A rendezés után:	$2x=-40$	$2x=40$	$2x=50$	$2x=-50$	S_1, S_2
Az "x" kifejezése:	$x = \frac{50}{2}$	$x = \frac{-40}{2}$	$x = \frac{-50}{2}$	$x = \frac{40}{2}$	S_3
Az "x" értéke:	$x=-20$	$x= -25$	$x = 20$	$x = 25$	
Válaszolj a szövegben található kérdésre:	Az ismeretlen szám	A norma szerint felrakandó téglasorok száma.	A januári hideg C^o-ban	A fékező rakéta sebességváltozása az időegységben	S_4

S e g i t ő k :

S_1 = az "x"-es tagokat /ismeretlent tartalmazókat/ a baloldalra, a csak számértékeket tartalmazó tagokat pedig a jobboldalra rendezed. /Figyelj az előjelekre!/

S_2 = utána összevonsz mind a két oldalon!

S_3 = az "x" együtthatójával végigosztod az egyenlet mindkét oldalát.

S_4 = a 81.-96.-ig terjedő kapcsolatok alapján keresd vissza az egyes egyenletekhez tartozó szövegeket és kérdéseket.

K o n t r o l l - l a p

$3x+5=x+45$	$3x-5=x-45$	$3x+5=x-45$	$3x-5=x+45$
$2x = -40$	$2x = 40$	$2x = 50$	$2x = -50$

$x = \frac{50}{2}$	$x = \frac{-40}{2}$	$x = \frac{-50}{2}$	$x = \frac{40}{2}$
$x = -20$	$x = -25$	$x = 20$	$x = 25$
Az ismeretlen szám.	A norma szerint felrakandó téglasorok száma	A januári hideg C^{o}-ban.	A fékezőrakéta sebességváltozása/idő egység.

1964-ben ilyen tipusu algoritmusok alapján készült korrepetáló programmokkal / 45:137/ a derékszögü háromszög trigonometriai megoldása cimü tárgykörben végeztem kisérleteket.

Az elért eredményeket két kisérlet-sorozat alapján regisztráltam:

<u>a./ kisérlet-sorozat</u> célja annak eldöntése, hogy lehet-e egyáltalán ezzel a módszerrel eredményesen korrepetálni. A kisérletek négy iskolatipusban folytak /gimnázium, közös-igazgatásu gimnázium, szakközépiskola, gimnázium levelező-tagozat/, - a kisérlet menete: hagyományos ismétlő-óra tanári magyarázattal; óra végén a gyakorolt fenti témában egy dolgozat. Ennek értékelése után a leggyengébb eredményt elérő 6-8 fő két órás programmozott korrepetálás után feldolgozta a 9 munkalapot. Ezt követően ismét egy dolgozat. Egy hét elteltével ismét egy dolgozat.

Dolgozat átlaga az óra végén:	0,9	pont
" " a programmozott korrepetálás után:	3,9	"
" " egy héttel később:	2,5	"

A dolgozatok azonos tipusu és nehézségü feladatokat tartalmaztak.

<u>b./ kisérlet-sorozat</u> célja annak eldöntése, hogy a programmozott, vagy a hagyományos korrepetálás a hatékonyabb? Eltérése az a./ kisérlettől: egyszerre két párhuzamos osztályban folyik a hagyományos ismétlő óra; a programmozott korrepetálással egyidőben azonos létszámu, 14-14 fő, azonos félévi és dolgozati átlagu csoportban hagyomá-

nyos tanári korrepetálással dolgozták fel ugyanazt a kilenc feladatot.

	Hagyományos	Programmozott
Dolgozat átlaga az óra végén:	2,1 pont	1,5 pont
Dolgozat átlaga a korrepetálás után:	2,63 "	4,57 "
Dolgozat átlaga egy héttel később:	2,78 "	3,22 "

A reális értékeléshez feltétlenül megemlitem, hogy a hagyományos korrepetálás ideje másfél óra, mig a programmozott korrepetálás átlagideje két óra volt. Ezen kivül a programmozott korrepetáláson résztvevőket motiválta az a körülmény, hogy közöltem velük, hogy csak a kilenc munkalap feldolgozása után távozhatnak.

Sommázva: az a./ kisérlet alapján ugy látszik, hogy lehet ezzel a korrepetálási móddal is eredményt elérni. A b./ kisérlet pedig látszólag sejtteti, hogy ha egyenlőre lassubb is, de valamivel eredményesebb a programmozott korrepetálás.

Ha ezt az algoritmus-tipust értékelni akarjuk, akkor ismételten le kell rögzitenünk, amint már a fentiek során emlitettük:

~~xx~~ A c./ tipusu didaktikai algoritmusoknál a visszacsatolás késleltetett. Ezért ezek uj ismereteket folyamatosan közlő oktatási programmok készitésére nem igen alkalmazhatók. Az eddigi gyakorlat azt látszik igazolni, hogy ezek az algoritmusok főleg algoritmusok oktatását és begyakoroltatását szolgáló programmokban realizálhatók. Előnyként emlithetjük azt a tényt, hogy amig a többfelelet-választásos módszerekre jellemző "próba-szerencse" elve alapján adott helyes válaszok valószinüsége igen nagy /4 felelet-választás esetén 1/4 -/ addig ennek a valószinüsége ezzel a módszerrel ugrásszerüen csökkent /"n" lépés esetén $/\frac{1}{4}/^{n}$./

Igen figyelembe veendő hátrány annak a veszélye, hogy esetleg a téves válaszok rögződnek, amire általában a többfelelet-választós módszerével kapcsolatban W.HOCHHEIMER /[redacted]/ is rámutatott.

Sommázva a c./ tipusu algoritmus egy didaktikai részterületen a begyakoroltatás területén a jártasságok és készségek kialakitásánál hasznos lehet.

XIII. Minden előnye mellett komoly veszélyek forrása is lehet a formalizmusok alkalmazása. Itt mindenekelőtt azokra az "univerzális formális" elemekre kell gondolnunk, amelyeket a "mindenre érvényes képletek" alkotóelemeiként emlegetnek. Mivel ezek a torzitások ujabban a programmozott oktatással foglalkozó oktatás-lélektani és didaktikai munkákban is gyakran napvilágot látnak, szükségesnek tartjuk az algoritmus szó fogalmának helyes használatára ismételten utalni. Algoritmusnak nevezik egyes szerzők pl. valamely évfolyam anyagának, vagy egy-egy fejezetnek a "tartalmát", az "évi anyag algoritmusa" a "fejezet algoritmusa", egy bizonyos anyagrész tankönyvbeli kifejtésének a vázlatát, pl. "kifejtési algoritmusként" emlegetik. Ez a helytelen szóhasználat nemcsak ennek a fontos, és meglehetősen egzakt fogalomnak, hanem ezzel együtt az egzakt módszerek pedagógiai és pszichológiai alkalmazásának a diszkreditálásához vezet, s ugyanakkor zavarja és bizonytalanná teszi maguknak a pedagógiai problémáknak a megfogalmazását és megoldását is. Ez az utóbbi tény rendszerint nem ötlik mindjárt a szemünkbe, mivel az ilyen fejtegetéseket korszerü tudományos terminológiába öltöztetik a szerzők, sőt logikai és matematikai képleteket is alkalmaznak. Lássuk egy ilyen torz példán: Az algoritmus készitője célul tüzte ki az iskolai oktatás általános /univerzális/ algoritmusának a megszerkesztését. A problémát a következőképpen vélte megoldani:

Operátorok:

A = az elsajátitandó információ közlésének operátora /előadás, a tankönyv hasábjai, oktatófilm, magnetofon-szalag, stb./

B = a kapott információ elsajátitásának és bevésésének operátora /ismétlés kivonat, vagy tankönyv alapján, kiegészitő irodalom olvasása, betanulás, kivonatkészités, stb./

C = azon készségek kialakitásának operátora, amelyek az elsajátitott és bevésett információk gyakorlati alkalmazásához szükségesek, a külvilág jelenségeinek magyarázatára, feladatok megoldására, stb./

D = a jártasságok kialakitásának operátora.

E = konzultációs operátor /utasitások, tanácsok, sugalmazások, stb./

F = az oktatást beszüntető operátor.

Logikai feltételek.

p = az adott információ elsajátitásának ellenőrző logikai feltétele,

q = az elsajátitott információ gyakorlati használatával kapcsolatos készségek kialakitását ellenőrző logikai feltétel.

r = a jártasság meglétét ellenőrző logikai feltétel.

Az iskolai oktatás szimbolikus algoritmusa a fentiek alapján:

$$A \overset{1}{\uparrow} Bp \overset{1}{\downarrow} \overset{2}{\uparrow} Ecq \overset{2}{\downarrow} \overset{3}{\uparrow} Dr \overset{3}{\downarrow} F \ast$$

A formailag tökéletes algoritmus hibája, hogy semmi értelmük sincs az ilyen operátoroknak, mint "előadások tartása", "jártasságok kialakitása", "a kapott információ elsajátitása és bevésése", stb. Nem elemi aktusok ezek, hanem igen bonyolult folyamatok, amelyek maguk is algoritmikus leirást igényelnek, ráadásul még az sem igazolt, hogy egyáltalán lehet-e némelyikükről ilyen leirást szerkeszteni. Az ilyen algoritmus: "Tarts előadást", "mutass be filmet", "alakitsd ki a jártasságot", "tarts konzultációt" nem más, mint tartalom nélküli üres forma. A kérdés lényege az, hogyan épitsük fel és tartsuk meg az előadást, hogyan szerkesszük meg és használjuk fel az oktatási folyamatban az oktatófilmet, mi módon alakitsuk ki a jártasságokat, stb. Az algoritmus szerkesztője meg sem próbálta elemezni és algoritmizálni ezeket a bonyolult folyamatokat. "Elemi müveletnek" tekintette ezeket, holott végeredményben a jó algoritmusnak az a feladata, hogy irányitsa azt a folyamatot, tevékenységet, amelyet leir. A fenti algoritmus ezzel szemben semmit sem irányit, a szerkesztő egyszerüen algoritmikus formába leirta azt a szokásos közismert tételt, hogy az oktatás folyamata előadások tartásából, filmek bemutatásából, jártasságok kialakitásából, konzultációk tartásából, stb. tevődik össze. Ez az algoritmus szerkesztő ugy járt, univerzális algoritmusával, mint LAPLACE a világegyetem valamennyi mozgását meghatározó egységes képletével: egyik sem valósitható meg. Univerzális algoritmust csak akkor szerkeszthetnénk, ha abszolut ismernénk mindazokat a pszichológiai és pedagógiai jelenségeket és folyamatokat, amelyeknek az oktatás szempontjából jelentőségük van, ez viszont elvileg lehetetlen, mivel a megismerés fejlődő és kimerithetetlen folyamat, s a külvilág tárgyaira és folyamataira, valamint önmagunkra vonatkozó ismereteink minden adott pillanatban hiányosak. Másszóval univerzális oktatási algoritmus nincs, szerkesztése éppugy lehetetlen, mint minden matematikai feladat megoldására érvényes univerzális algoritmus szerkesztése. Legjobb ellenpélda erre a CHURCH-hipotézis, mely szerint van abszolut megoldhatatlan probléma /130:689/, s igy még a természetes számok aritmetikáját sem lehet teljesen formalizálni. Sommázva megállapithatjuk, hogy az oktatás algoritmizálhatósága egy adott történelmi pillanatban az oktatás törvényszerüségeire vonatkozó megismerés függvénye. /86 : / Kétségtelen az elmondottak megcáfolhatatlansága. Azonban LANDA egyes megállapitásai mégis vitathatók. Szerinte az "évfolyam anyagának" az "évi anyagnak" algoritmusáról beszélni értelmetlenség, üres formalizmus. Ennek a megállapitásnak feltétlenül helyt kell adni a "formális elemek tárgyalásának" szintjén. Ugyanis e téren a formalizmus nem dönt el és nem határoz meg semmit. Azaz formális szimbolumok puszta bevezetésével nem fogjuk tudni az "évfolyam anyagát" szerencsésebben kiválasztani és jobban elrendezni. Ezzel szemben elképzelhető egy olyan szabatosan leirható eljáráshoz tartozó /matematikai modell/ algoritmus, amelynek a segitségével már tudunk olyan számitásokat végezni, melyek optimális megoldásokhoz vezetnek. Ez feltétlenül több, mint üres absztrakció. Talán szerencsésebb lenne ennek a fejtegetésnek a lezárása olymódon, hogy amit formális szinten nem érdemes algoritmizálni, azt konstruktiv szinten talán érdemes.

A "Formális elemek" cimü fejezet végére értünk. Célunkat, a didaktikai algoritmusok szimbolizálását elősegitő apparátus bemutatását, a jelenleg kialakult forma-készlet tartományán belül egy-két esettől eltekintve /melyekre a konstruktiv, illetve a strukturális elemek ismertetése közben térünk ki/ megközelitőleg elértük. Bemutattuk tehát a didaktikai algoritmusok épületéhez tartozó fundamentum alaprajzának elkészitéséhez szükséges eszközöket és módszereket. Ez azonban önmagában igen kevés. Legtöbben ma még az algoritmus-elmélet pedagógiai alkalmazásának perspektiváiban is itt vélik felismerni a végcélt, ugy gondolják, hogy ezzel elértünk egy "korszerü" formális módszerhez, amely ma divatos és segiteni tudja a didaktikai folyamatok egyes részeinek gépesitését. Mások épp ebbe kötnek bele és szemünkre vetik, hogy ez csak a régi hagyományos oktatás uj jelrendszere, s igy nem sokkal visz előbbre a lényeges problémák megoldásánál. A két álláspont cáfolatára szolgál majd a IV. és V. fejezetben kifejtésre kerülő koncepció, mely a III.fejezet "mennyiségi" elemeiből "minőségi" perspektivába csap át, s prezentálja az oktatás hatékonyságának fokozását célzó modern utak mérhetőségének egzakt módszereit.

IV.

K O N S T R U K T I V   E L E M E K .

Felsorakoztattuk a fundamentum alaprajzának leirásához szükséges valamennyi ismert eljárást. Most hozzá kellene kezdeni a megépitéséhez. Itt többnyire különböző kivitelezési lehetőségekkel találkozunk, amelyek közül a legoptimálisabbat szeretnénk kiválasztani. Igy jutunk el az algoritmusok felépitésének problémáihoz, a konstruktiv elemekhez. Ebben a fejezetben tovább lépünk a már meglévő formális apparátus segitségével, annak konstruktiv jellegü továbbfejlesztésével, az absztrakción tulmenve, egyes folyamatokat magasabb szinten konkretizálunk. Minden egyes esetben szabatosan leirható /algoritmizálható/ eljárások segitségével próbálunk valamilyen didaktikai jellegü problémára választ adni, igy pl.:

<u>I. A megtanulandó algoritmusoknál el kell dönteni</u>, hogy melyik algoritmusban kisebb egy feladat megoldása során fellépő összes választási lehetőségek számának és az összes végső választási lehetőségek számának az aránya, vagy melyik algoritmusnál találjuk meg a megoldáshoz vezető legrövidebb logikai utat, vagy melyik algoritmus vezet a legnagyobb valószinüségi értékkel biró eredményes megoldáshoz; vagy melyik algoritmus tartalmazza a legnagyobb pragmatikai és szemantikai értékü információkat.

<u>II. A tanitás algoritmusánál eldöntendő</u>, hogy melyik programmozási eljárás /lineáris, elágazó, felelet-kiegészitéses, felelet-kiválasztós/ alkalmazása a legelőnyösebb, vagy egy "n" lépéses "átalakitási folyamatban" milyen "utakon" kell vezetni a tanulót, ha a végcél elérésének valószinüségét emelni kivánjuk.

<u>III. Az oktatóprogrammok készitésénél annak eldöntése</u>, hogy lehet-e egyáltalán és ha igen, akkor milyen módon, algoritmizálni:

a tanitandó anyag elemi részekre való bontását;

ennek alapján az oktatóprogramm elkészitését;

az igy elkészült programm kipróbálás utáni hibaértékelését és korrekcióját.

/Itt még felvetődhet az a kérdés is, hogy tekintettel e három folyamat igen magas munkaidő igényességére, mennyire lehet ezeknek elvégzését computerekre bizni. E kérdés felvetése a programmozott oktatás jövője szempontjából nem közömbös, s a részletes tárgyalás során megkiséreljük a válaszadást./

IV. Végül általában megvizsgálandó, hogy az átfogóbb didaktikai kérdéseket, mint a tanterv készitést, s magának az oktatási folyamatnak a megtervezését lehet-e egyértelmü szabályokba foglalva szabatosan leirni, s igy algoritmizálni.

E bevezető gondolatok után áttérünk a felvetett problémák részletes vizsgálatára.

I. A megtanulandó algoritmusok optimálisának kiszámitása.

Itt feltétlenül észre kell vennünk, hogy a "Formális elemek" cimü részben bemutatott algoritmusokhoz viszonyitva, általában nem egy algoritmust vizsgálunk, hanem két, vagy több ugyanarra a témára felirt algoritmust hasonlitunk össze az optimális meghatározása céljából.

1./ HELL GYÖRGY /57:411-414/ ismerteti Y.GENTILHOMME-től /41:13-31/, Y.BAR-HILLEL-től / 6:1-16/ és N.CHOMSKY illetőleg G.A.MILLER-től [redacted] származó koncepciót, mely szerint az optimális algoritmus kiszámitásának alapja az algoritmusok gráfjaiból közvetlenül kiszámitható "bonyolultsági fok".

A nyelvoktatás gyakorlatából vett példák bemutatását a következőkre alapozzuk:

a./ A nyelvoktatás gyakorlatából ismeretes, hogy ugyanazt a nyelvtani szabályt néha többféle formában is lehet alkalmazni, azaz különböző gondolatmenetekkel ugyanarra az eredményre lehet jutni.

b./ Az eredményeknek sokszor szubjektiv értékelése helyett L.N.LANDA és Y.GENTILHOMME ugy gondolják, hogy az eltérő gondolatmenetek algoritmusa objektiv értékelési alapot biztosithat.

c./ Az összehasonlitás nem szemmel látható felmérést jelent, hanem számitásos ellenőrzést, melyhez a gráfok adnak alapot.

Erre jó példát szolgáltat pl. a német melléknév ragozás. Az algoritmus összeállitásához a következőkre van szükség:

a./ ismerni kell az anyag jellemző vonásait, az adott esetben felhasználható nyelvi tulajdonságokat, nyelvi kategóriákat,

b./ meg kell keresni a jellemző tulajdonságok közötti logikus összefüggést.

A német melléknév ragozáshoz több nyelvi elemet szokás felhasználni, pl.:

a./ határozott névelő,

b./ határozatlan névelő,

c./ birtokos névmások,

d./ a főnevek neme,

e./ a főnevek száma,

stb.

Ezeket a ~~xxxy~~ nyelvi elemeket a szabálynak megfelelően csoportositjuk. A hagyományos "erős", "gyenge" és "vegyes" ragozás csoportjai pl. a következők:

L_1 = der, die, das, dieser, jener ...

L_2 = ein, kein, mein, dein ...

L_3 = $\emptyset$

S_1 = Tisch, Stuhl, Mann, ...

S_2 = Wand, Hand, Stadt, ...

S_3 = Haus, Buch, Zimmer, ...

K_1 = alanyeset,

K_2 = tárgyeset,

K_3 = birtokos eset,

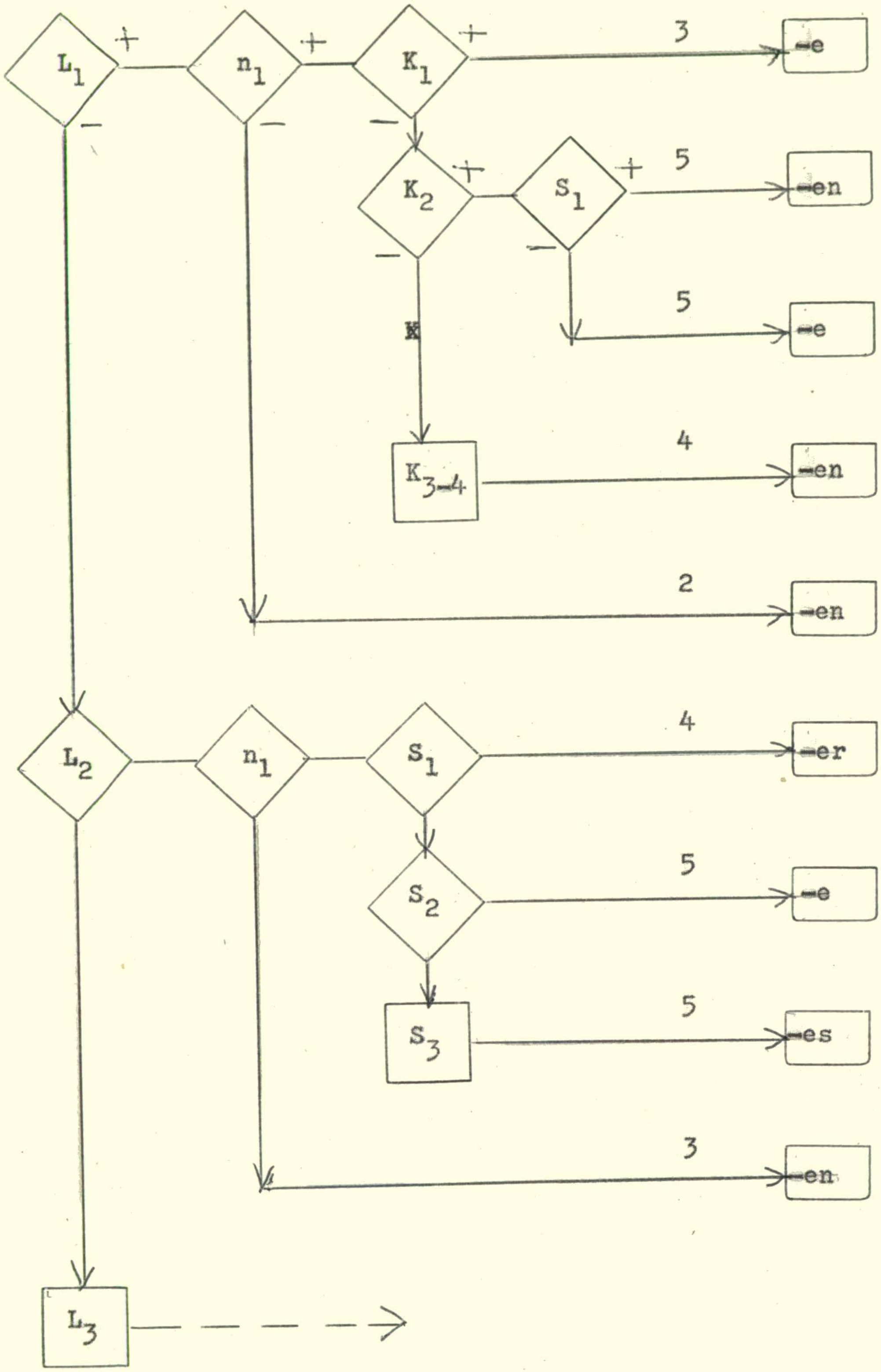
K_4 = részes eset,

n_1 = egyes-szám,

n_2 = többes-szám,

A szabály alkalmazásának gondolatmenetét gráffal is megadhatjuk, melyben a rombuszok a csoportjelöléseknek megfelelő eldöntendő kérdést, a téglalapok megállapitást jelölnek. Lásd a ..IX..sz.táblát, amely a melléknév ragozás első algoritmusának gráfját adja az ugynevezett "erős" ragozás nélkül.

A második, bemutatásra kerülő algoritmus nem azt veszi alapul, hogy a melléknév előtt határozott, vagy határozatlan névelő van-e, hanem azt nézi csak, hogy a melléknév előtti jellemző szón /névmás, vagy névelő/ megtalálható-e a "der, die, das" valamilyen végződése /L_1 csoport/ vagy nem /L_2 csoport/. A csoportok és szabályok alapján felállitható algoritmus képe:


L1
+
n1
+
K1
+
3
-e
K2
+
S1
+
5
-en
5
-e
K
K3-4
4
-en
2
-en
L2
n1
S1
4
-er
S2
5
-e
S3
5
-es
3
-en
L3

23. sz. ábra.

Lehetséges azonban még egy csoportositás is:

L_1 = das

L_2 = eine

L_3 = ein, kein, mein, dein, ...

L_4 = die, diese, solche, jene, keine, meine, deine, ...

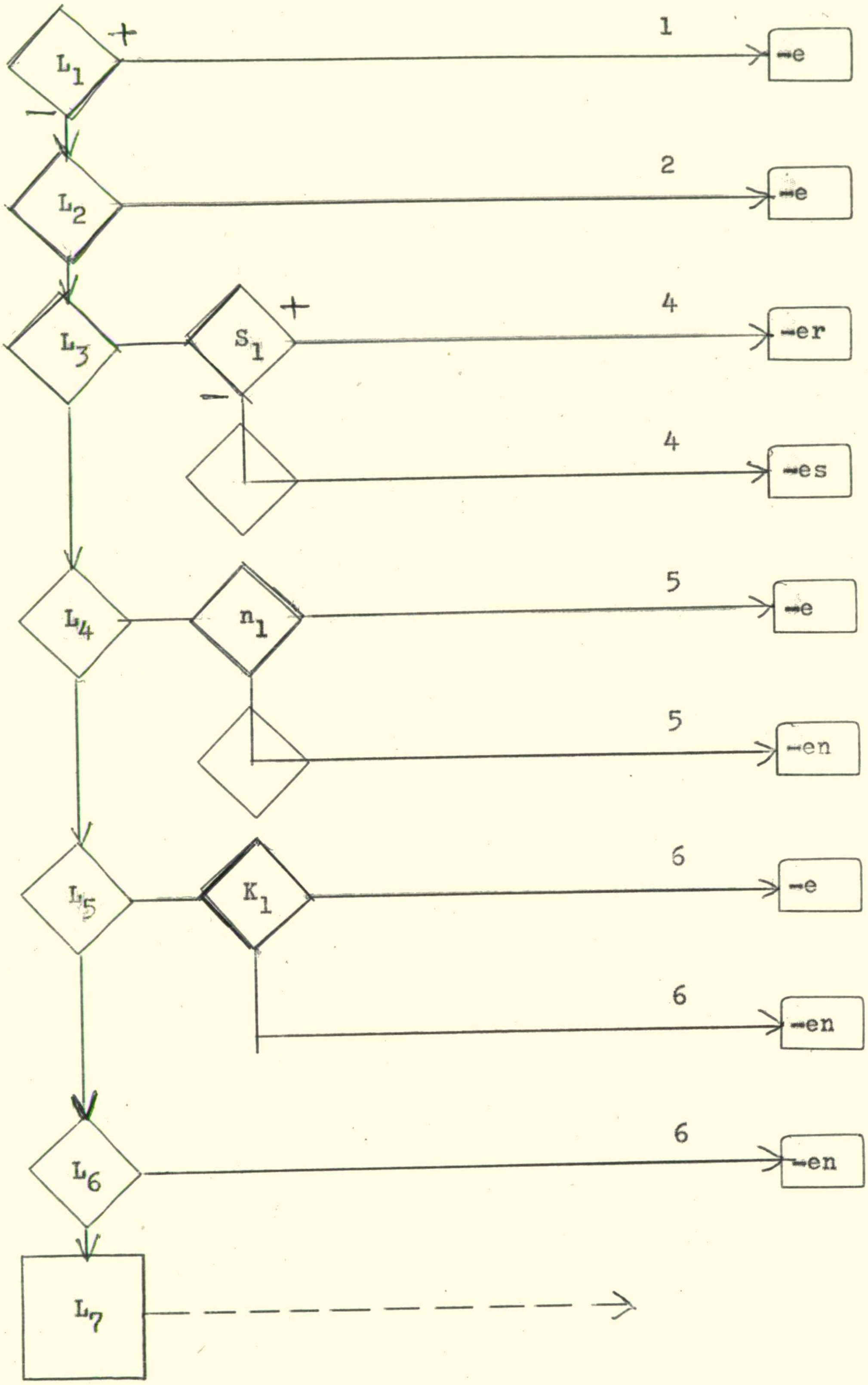
L_5 = der, dieser, jener, solcher, einer, keiner, meiner, ...

L_6 = den, des, dem; diesen, dieses, diesem; ...

L_7 = $\emptyset$

A táblázatban és az alkalmazásban is a "der, die, das" stb. olyan szóalakok, melyek nincsenek sem nemhez, sem számhoz, sem esethez kötve. Minden "der", "die", stb. a táblázatban ugyanaz a "der", "die", stb. szóalak és az algoritmus további szabályai egyformán vonatkoznak mindegyikre.

Az igy megalkotható harmadik algoritmus képe:



24. sz. ábra

A kapott algoritmus gráfok alapján lehetőség adódik arra, hogy a szabályok közül kiválasszuk azt, amely a legmegfelelőbb. Kétségtelen, hogy a választásnak a legegyszerübbre kell esnie, hiszen attól várhatjuk a legjobb eredményt. Melyiket tekinthetjük azonban a legegyszerübbnek? E három algoritmus közül azonban nem könnyü a választás. GENTILHOMME kibernetikai számitásokhoz folyamodott és lényegében azt nézi, hány választási lehetőséget tartalmaz egy gráf, és a választási lehetőségek hány végső válasz megfogalmazását segitik elő. A két szám viszonya adja a gráf bonyolultsági fokát:

$$B = \frac{\text{összes választási lehetőség}}{\text{összes végső válasz}}$$

Ennek alapján:

$$B_1 = \frac{192}{32} = 5{,}97$$

$$B_2 = \frac{36}{9} = 4{,}00$$

$$B_3 = \frac{39}{9} = 4{,}34$$

E módszer erősen matematikai jellege az olvasó szemében könnyen mechanikusnak tünhet, és igy kétségesnek látszik, hogy alkalmazható-e a kitüzött cél elérésére. GENTILHOMME itt információ-elméleti alapon számol. Igy képletei, és egy ezen algoritmus alapján dolgozó elektronikus számológép számára teljesen mindegy, milyen sorrendben és egy elágazódó gráfrendszer által illusztrált kérdés-hálózatban hol kell egy kérdésre válaszolni. Az embernél azonban nem mindegy, hogy az eldöntendő kérdések egy bonyolult rendszer elágazásaivá válnak-e, vagy pedig egy felsorolásos felosztás egyik tagját képezik-e. /Erről részletesen a "Strukturális elemek" cimü részben./ Ezen az alapon és a kisérletek /57 :—/ is ezt látszanak igazolni, s nem kétséges, hogy a

B_2 eredményesebb, mint a B_1, és

B_3 " " B_2

Nem ilyen egyértelmü a döntés azonban a B_2 és a B_3 között.

<u>Sommázva</u> már itt megállapitható, hogy

a./ Az információ-elméleti számitás nem alkalmazható változtatás nélkül akkor, amikor az algoritmussal jelölt gondolatmenetet nem gép, hanem ember végzi.

b./ A gondolatmenetek algoritmikus ábrázolása nem tekinthető tisztán elméleti jellegü kérdésnek. A különböző szabályok összevetése, ha ezt a tisztán kibernetikai tipusu feladatoktól - az emberi gondolkodás jellegét számbavéve - eltérő módon végezzük, a didaktikai munkában is jól felhasználható, mert megkönnyitheti a tananyag elsajátitását.

c./ Egyuttal észre kell vennünk ennek a módszernek szélesebbkörü, nemcsak a nyelvtan-tanitás területére korlátozódó alkalmazhatóságát is.

<u>2./ A következő optimális algoritmus számitás alapján a legrövidebb, logikailag korrekt ut felkutatása képezi.</u>

Ennek demonstrálására vegyük egy derékszögü háromszög trigonometriai megoldását, és vezessük be az alábbi szimbolumokat:

A baloldalon a programm a./ tipusu algoritmusa /szöveges elrendezésben/;

a jobboldalon a megfelelő szimbolumok.

1./ A háromszög oldalaiból képzett felsorolt törtek közül melyikben nincs ismeretlen?	$T_o/X;i/$ =	szimbolikus jelölés, mely szerint a derékszögü háromszög oldalaiból képezhetünk törteket $/T_o/$, melyek ismeretlent /X/ is, és ismerteket is /i/ tartalmaznak.

2./ Ennek számlálója és nevezője hogyan helyezkedik el "X" csucshoz viszonyitva?	h/X;1/	= a háromszög egy meghatározott oldalpárjának elhelyezkedése /h/ egy "X" szöghöz.
3./ Ez milyen szögfüggvénye "X"-nek?	f/i;X/	= szimbolikus jelölése a T_o/X;1/ törthöz rendelhető X szöghöz tartozó f/i;X/ szögfüggvénynek. A T_o/X;1/ és f/i;X/-ben az "X" és "i" helycseréje azt jelenti, hogy ha a törtben van ismeretlen, akkor ehhez ismert szög választandó és megforditva.
4./ Az 1./-ben kijelölt osztási müveletet végezd el. Melyik az eredmény?	"e"	szimbolizálja a müvelet eredményét.
5./ A megfelelő szögfüggvénytáblából keresd vissza. Mekkor az "X"?	U/X/ E/X/	= utasitás a szög visszakeresésére, = egyszerü egyenletátrendezés, melynek "X" oldal a megoldása.
6./ Miből kell kivonni "X"-et, hogy megkapjam az "Y"-t?	U/Y/	= a 4./-ben ismertetett eljárás végrehajtására vonatkozó utasitás.
7./ Mekkora az "Y" szög?		

Az 1./-7./ algoritmus 1./-5./ szakaszát megkiséreljük fenti elv alapján leröviditeni:

Az algoritmusban a következő kijelentés-logikai itéletek szerkeszthetők meg:

T_o/X;i/ ⟶ h/X;i/

f/i;X/ ⟶ h/X;i/

Itt és a továbbiakban ismételten kihangsulyozzuk /62: 32/, hogy az implikációban pl. T_o/X;i/ és h/X;i/ között [redacted] logikai kapcsolat [redacted] nincs.

Ezek szerint, ha a derékszögü háromszög oldalaiból adott törtet képeztünk, akkor meghatároztunk egy adott elhelyezkedést az "X" szöghöz viszonyitva; illetve ha a derékszögü háromszög adott "X" szögéhez hozzárendeltünk egy szögfüggvényt, akkor meghatároztunk egy elrendezést az adott "X" szöghöz viszonyitva.

A kettő együtt /a "Formális elemek" VI. ..... alapján bizonyitva/ képezi az alábbi

$$\left[T_o/X;i/ \longrightarrow h/X;i/\right] \wedge \left[f/i;X/ \longrightarrow h/X;i/\right] = \left[T_o/X;i/ \vee f/i;X/\right] \longrightarrow h/X;i/$$

1	1	1	$\boxed{1}$	1	1	1	1	1	1	$\boxed{1}$	1
0	1	1	$\boxed{1}$	1	1	1	0	1	1	$\boxed{1}$	1
1	1	1	$\boxed{1}$	0	1	1	1	1	0	$\boxed{1}$	1
0	1	1	$\boxed{1}$	0	1	1	0	0	0	$\boxed{1}$	1
1	0	0	$\boxed{0}$	1	0	0	1	1	1	$\boxed{0}$	0
0	1	0	$\boxed{0}$	1	0	0	0	1	1	$\boxed{0}$	0
1	0	0	$\boxed{0}$	0	1	0	1	1	0	$\boxed{0}$	0
0	1	0	$\boxed{1}$	0	1	0	0	0	0	$\boxed{1}$	0

/1/ azonosságot /melyet az egy sorban lévő bekeretezett azonos értékü számok mutatnak/.

Hasonlóképpen:

$$T_o/X;i/ \longrightarrow e$$

$$f\ /i;X/ \longrightarrow e$$

Ha a derékszögü háromszög oldalaiból adott törtet képeztünk, akkor kiszámitható egy "e" érték, illetőleg ha a derékszögü háromszög adott "X" szögéhez hozzárendeltünk egy szögfüggvényt, akkor kiszámitható egy "e" érték.

Az előbbi megismétlésével kapjuk a

$$\left[T_o/X;i/ \longrightarrow e\right] \wedge \left[f/i;X/ \longrightarrow e\right] \equiv \left[T_o/X;i/ \vee f/i;X/\right] \longrightarrow e$$

/2/ azonosságát.

$$\left[T_o/X;i/ \wedge f/i;X/\right] \longrightarrow U/X/$$

Ha a derékszögü háromszög oldalaiból képezünk egy adott törtet és a derékszögü háromszög-[redacted] "X" szögéhez hozzárendelünk egy szögfüggvényt, akkor utasitást adtunk egy adott szög visszakereséséhez.

$$\left[T_o/X;i/ \wedge f/i;X/\right] \longrightarrow E/X/$$

Ha a derékszögü háromszög adott oldalaiból képezünk egy törtet és a derékszögü háromszög adott "X" szögéhez hozzárendelünk egy szögfüggvényt, akkor utasitást adtunk egy adott egyszerü egyenlet átrendezésére.

Ezekből az alábbi módon képezhető az alábbi azonosság:

$T_o/X;i/ \wedge f/i;X/$ -t a rövidség kedvéért jelöljük "A"-val, akkor

$$/A \longrightarrow U/X/$$

vagy

$$/A \longrightarrow E/X/$$

esetekből

$$\left[A \longrightarrow U/X/\right] \vee \left[A \longrightarrow E/X/\right] = A \longrightarrow \left[U/X/ \vee E/X/\right]$$

A	→	U/X/	∨	A	→	E/X/	A	→	U/X/	∨	E/X/
1	1	1	$\boxed{1}$	1	1	1	1	$\boxed{1}$	1	1	1
0	1	1	$\boxed{1}$	0	1	1	0	$\boxed{1}$	1	1	1
1	0	0	$\boxed{1}$	1	1	1	1	$\boxed{1}$	0	1	1
0	1	0	$\boxed{1}$	0	1	1	0	$\boxed{1}$	0	1	1
1	1	1	$\boxed{1}$	1	0	0	1	$\boxed{1}$	1	1	0
0	1	1	$\boxed{1}$	0	1	0	0	$\boxed{1}$	1	1	0
1	0	0	$\boxed{0}$	1	0	0	1	$\boxed{0}$	0	0	0
0	1	0	$\boxed{1}$	0	1	0	0	$\boxed{1}$	0	0	0

Az "A" helyébe az eredeti értéket beirva:

$$\left[T_o/X;i/ \wedge f/i;X/\right] \longrightarrow \left[U/X/ \vee E/X/\right]$$

kapjuk a /3/ azonosságot.

A következő azonosságnál a

$$\left[\left(U/X/ \vee E/X/\right) \wedge e\right] \longrightarrow X$$

kifejezést, mely szerint: "ha utasitást adunk egy adott szög visszakeresésére, vagy egy adott egyenlet átrendezésére, és hozzárendeltünk egy adott "e" értéket, akkor kiszámitható egy meghatározott "X érték" - az ugynevezett exportáció törvénye alapján átalakitjuk:

$$\left[\left(U/X/ \vee E/X/\right) \wedge e\right] \longrightarrow X = \left[U/X/ \vee E/X/\right] \longrightarrow /e \longrightarrow X/$$

U/X/	∨	E/X/	∧	e	→	X	U/X/	∨	E/X/	→	/e	→	X/
1	1	1	1	1	$\boxed{1}$	1	1	1	1	$\boxed{1}$	1	1	1
0	1	1	1	1	$\boxed{1}$	1	0	1	1	$\boxed{1}$	1	1	1
1	1	0	1	1	$\boxed{1}$	1	1	1	0	$\boxed{1}$	1	1	1
0	0	0	0	1	$\boxed{1}$	1	0	0	0	$\boxed{1}$	1	1	1
1	1	1	0	0	$\boxed{1}$	1	1	1	1	$\boxed{1}$	0	1	1
0	1	1	0	0	$\boxed{1}$	1	0	1	1	$\boxed{1}$	0	1	1
1	1	0	0	0	$\boxed{1}$	1	1	1	0	$\boxed{1}$	0	1	1
0	0	0	0	0	$\boxed{1}$	1	0	0	0	$\boxed{1}$	0	1	1
1	1	1	1	1	$\boxed{0}$	0	1	1	1	$\boxed{0}$	1	0	0
0	1	1	1	1	$\boxed{0}$	0	0	1	1	$\boxed{0}$	1	0	0
1	1	0	1	1	$\boxed{0}$	0	1	1	0	$\boxed{0}$	1	0	0
0	0	0	0	1	$\boxed{1}$	0	0	0	0	$\boxed{1}$	1	0	0
1	1	1	0	0	$\boxed{1}$	0	1	1	1	$\boxed{1}$	0	1	0
0	1	1	0	0	$\boxed{1}$	0	0	1	1	$\boxed{1}$	0	1	0
1	1	0	0	0	$\boxed{1}$	0	1	1	0	$\boxed{1}$	0	1	0
0	0	0	0	0	$\boxed{1}$	0	0	0	0	$\boxed{1}$	0	1	0

és megkapjuk a /4/ azonosságot.

A /3/ és /4/ azonosságok alapján:

$$\left[T_o/X;i/ \wedge f/i;X/\right] \longrightarrow \left[U/X/ \vee E/X/\right]$$

$$\left[U/X/ \vee E/X/\right] \longrightarrow /e \longrightarrow X/$$

alkalmazzuk a "hipatetikus szillogizmus" törvényét, amelyből következik, az "implikáció tranzitivitása" G.KLAUS /71 : 82/ és KALMÁR LÁSZLÓ /62: 105/. Ezek szerint, ha:

$$
\begin{array}{llll}
T_o/X;i/ & \wedge & f/i;X/ & = A \\
U/X/ & \vee & E/X/ & = B \\
/e & \longrightarrow & X/ & = C
\end{array}
$$

egyszerübb jelöléseket alkalmazzuk, akkor az

$$/A \longrightarrow B/ \wedge /B \longrightarrow C/ = A \longrightarrow C$$

kifejezés mindazon esetekben igaz lesz, amikor az "$/A \longrightarrow B/$"; "$/B \longrightarrow C/$" illetve "$/A \longrightarrow C/$" három itélet mindegyike igaz, azaz:

/A	$\longrightarrow$	B/	$\wedge$	/B	$\longrightarrow$	C/	=	/A	$\longrightarrow$	C/
1	1	1	1	1	$\boxed{1}$	1		1	$\boxed{1}$	1
0	1	1	1	1	$\boxed{1}$	1		0	$\boxed{1}$	1
1		0		0		1		1		1
0	1	0	1	0	$\boxed{1}$	1		0	$\boxed{1}$	1
1		1		1		0		1		0
0		1		1		0		0		0
1		0		0		0		1		0
0	1	0	1	0	$\boxed{1}$	0		0	$\boxed{1}$	0

Ez a feltétel esetünkben elegendő, mivel a megoldás feltételét már az első /aláhuzott/ sor kielégiti, ugyanis ahhoz, hogy megoldásról egyáltalán beszélni lehessen, ahhoz:

$$A = 1$$

azaz

$$/T_o/X;i/ \wedge f/i;X/ = 1$$

mivel:

$$/T_o/X;i/ = f/i;X/ = 1$$

elengedhetetlen, tekintettel arra, hogy feltétlenül léteznie kell egy, a derékszögü háromszög adott oldalaiból képezett törtnek és egy adott "X" szöghöz /oldalhoz/ tartozó szögfüggvénynek.

$$B = 1$$

azaz

$$U/X/ \vee E/X/ = 1$$

mivel az "X" meghatározása minden esetben igényel egy szögfüggvénykeresést, vagy egy egyenlet megoldást.

$$C = 1$$

azaz

$$/e \rightarrow X/ = 1$$

mely az $e = 1$ és $X = 0$ logikai értékeket kizárja.

Ezek után az "A $\rightarrow$ C" formára

$$\left[T_o/X;i/ \wedge f/i;X/\right] \rightarrow /e \rightarrow X/$$

az előbb már igazolt "exportáció törvényét" alkalmazva, kapjuk a

$$\overline{T}_o/X;i/ \rightarrow \left[f/i;X/ \rightarrow /e \rightarrow X/\right]$$

az optimális algoritmus kijelentés-logikai itéletformáját. Ez tehát a feladat-megoldás lo~~gikai~~lag még korrekt legrövidebb utja, amelyet a "Formális elemek" ~~.......~~ XII -ban

$$\underset{i=1}{\overset{k}{R}} /A_i/$$ -vel

szimbolizáltunk, s amely az eredeti algoritmus

$$\underset{i=1}{\overset{r}{L}} /A_i/ \supset \underset{i=1}{\overset{k}{R}} /A_i/$$

lépéshalmazának részhalmaza. Tehát az a logikai ut, amely valamennyi helyes megoldáshoz vezető utban bennefoglaltatik. LÉNÁRD FERENC /87: 243/ rámutat erre pszichológiai aspektusból, amikor megállapitja, hogy "a logika az egyéni vonásoktól megisztitott gondolkodási folyamatot vizsgálja. A pszichológia pedig azt a gondolkodási folyamatot, amely egyéni vonásokkal, tévedésekkel, mellékutakkal terhes. Ez a megkülönböztetés magában rejti azt az azonosságot is, amely kifejezésre jut abban, hogy a problémák egyéni megoldási eljárása mindig tartalmazza az előbbi definiált gondolatmenetet is abban az esetben, ha a gondolkodó egyén a feladott problémát megoldotta". Sz.L.RUBINSTEIN /113 :149/ szerint pedig: "A gondolkodás pszichológiai és logikai megközelitésének kérdésével kapcsolatban a következő álláspontot foglalta el: A logika a gondolkodás legáltalánosabb törvényeivel és müveleteivel foglalkozik, vagyis egy olyan "ideális" állásponttal, amely megmutatja, hogyan kell a gondolkodásnak "mintaszerüen" lefolynia. Ezzel szemben a pszichológia a "reális" állapotot vizsgálja, vagyis azt, hogy egy-egy ember gondolkodási tevékenysége hogyan megy végbe."

Ezeknek megfelelően:

$\underset{i=1}{\overset{r}{L}} /A_i/$ = az egyéni vonásokkal mellékutakkal terhes, reális folyamat algoritmusa, amig

$\underset{i=1}{R^{k}}\ /A_i/$ = az egyéni vonásoktól megtisztitott, mintaszerü gondolatmenet algoritmusa, s végül:

$\underset{i=1}{L^{r}}\ /A_i/ \supset \underset{i=1}{R^{k}}\ /A_i/$ = ... a problémák egyéni megoldási eljárása mindig tartalmazza az előbb definiált gondolatmenetet is abban az esetben, ha a gondolkodó egyén a feladott problémát megoldotta.

Az előbb bemutatott optimális algoritmust 14 tanuló bevonásával kipróbáltuk olymódon, hogy a korrepetálást az

$\underset{i=1}{L^{r}}\ /A_i/$ - vel kezdtük és az

$\underset{i=1}{R^{k}}\ /A_i/$ - vel fejeztük be.

Az értékelés~~t~~ a X....sz.táblán látható, ahol a diagramm szaggatott vonalai a helytelen, a folyamatos pedig a jó megoldásokat ábrázolják. A vonalak vastagsága a megoldók számával arányos. A diagramm "tanulók gondolatmenetét" ábrázoló oszlopai közül a középsőn leolvasható, hogy 6 tanuló, azaz a vizsgált személyek 43 %-a elsajátitotta az optimális megtanulandó algoritmust.

Befejezésül felvetődhet a kérdés, hogy

a./ érdemes-e két lépés megtakaritása érdekében ezen eléggé bonyolult eljárást követni,

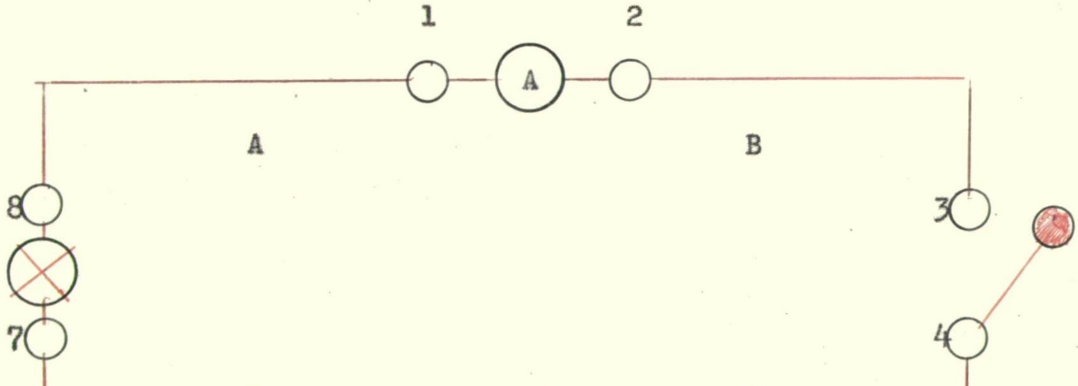
b./ nem adódna-e az $\underset{i=1}{R^{k}}\ /A_i/$ az $\underset{i=1}{L^{r}}\ /A_i/$-ből közvetlenül,

c./ hol és milyen feltételek mellett alkalmazható még ez az eljárás,

d./ létezik-e "rövidebb ut" meghatározásának ettől eltérő módja.

A válasz az I.fejezet végén következik.

3./ A 2./-höz igen közelálló véleményt képvisel A.A.CSENCOV, aki egyik munkájában /16 : 75/ az optimális algoritmus kiszámitását az elvégzendő müveletek számának csökkentésében látja. Véleménye szerint elmondhatjuk, hogy az algoritmus az azonosan bonyolult müveletek sorozata, s igy nyilvánvaló, hogy észszerüségének mércéje, kritériuma a müveletek száma. Minél kevesebb müveletre van szükség a feladat megoldásához, annál gyorsabban jutunk az eredményhez, és igy annál jobb az algoritmus. A tanulóknál is arra van szükség, hogy magukévá tegyék ezt a gondolatot, és a tevékenység sorrendjét /algoritmus/ a müveletek számával kell értékelniük. Igy a gyakorlati munkafeladat végrehajtása során is - ahol csak erre lehetőség nyilik - azt a sorrendet fogják választani, amely a legkevesebb müveletet tartalmazza. Például a VIII.osztályos laboratóriumi munka elvégzésekor az "Elektromos láncolat összeállitása és az egyes szakaszokban az áram irányának megváltoztatása" cimü feladatnál az ampermérő átalakitásához általában nyolc müveletet szoktak elvégezni:



25.sz.ábra.

1./ Bonstuk az 1.áramkört, válasszuk le az "A" vezetéket az ampermérők-
ről;

2./ Bontsuk a 2.áramkört, válasszuk le a "B" vezetéket az ampermérőről.

3./ Bontsuk a 8.áramkört, válasszuk le az "A" vezetéket a lámpáról;

4./ Kossük be a "B" vezetéket a 8.áramkörbe;

5./ Zárjuk be a láncot a 4.ponton /bontsuk az áramkört/;

6./ Kössük be a "B" vezetéket az ampermérő egyik pólusához;

7./ Kössük össze a felszabadult "A" vezeték egyik végét az ampermérő má-
sik pólusával;

8./ Kössük az "A" vezeték másik végét a nyilás-záróhoz.

A müveletek számát azonban 6-ra csökkenthetjük, ha kezdetben összekötjük a vezetékeket a 2. és 8.pontban, illetőleg az 1. és 3.pontban, és az ampermérőt az "A" vagy "B" vezetékkel egyidejüleg állitjuk át. Láthatjuk, hogy az egyszerü laboratóriumi munkát is meg lehet oldani kettővel kevesebb müvelettel, vagyis a müveletek száma egy negyeddel csökkenthető. Ugyanakkor A.A.CSENCOV később egy másik helyen ugyancsak egy elektromos kapcsolás optimális algoritmusát kutatta, s kisérleti eredményei az előző véleményének módositására késztették: "Ez a következtetés viszont azt jelzi, hogy a müveletek száma nem fogadható el összehasonlitási alapként a módszerek kedvező volta tekintetében. A módszerek helyes elbirálása céljából azt kell megállapitanunk, hogy átlagosan mennyi az a minimális változtatás, mellyel a hibát meg lehet állapitani és csak azután lehet felállitani a változtatások észszerüségének sorrendjét. Ez pedig az információs elmélet tételei alapján valósitható meg."

Mivel a következő optimális kiszámitása az információ elméleten alapul, igy egy-két idevágó alapfogalom tisztázásra szorul. TARJÁN REZSŐ /129 : 36/ az információ fogalmát a kibernetika egyik központi fogalmának tekinti. Ugyanakkor az információelmélet alapját pedig az információ mennyiség képezi, amelyet C.E.SHANNON /121: 39/ vezetett be, majd A.HINCSIN /59 : 39/ határozott meg kellő matematikai szabatossággal. Ennek a fogalomnak kvalitativ megfogalmazásához az alábbi meggondolások révén juthatunk el:

Minden közlés, akár irásbeli, szóbeli, vagy gépi közlésről van szó, valamiféle jelek, szimbolumok segitségével történik. Ezeket a jeleket jel-ABC-nek vagy csak röviden ABC-nek nevezik. A beszélt nyelvnél ezek a jelek az egyes hangok, az irott nyelvnél a rendes ABC betüi, a távirónál az alkalmazott Morse- vagy más rendszerü kódjelek, a TV-nél a képpontok, stb. Bármely információt ugy lehet kifejezni, hogy kevés számu jelet, például az ABC betüit valamilyen módon kombináljuk, valamilyen formában elrendezzük. Magát az információt éppen ez az elrendezés, a konfiguráció reprezentálja. Az információ tehát végső soron rendezettséget jelent. Az elrendezés legtöbbször időbeli egymásután következés /például az egymásután következő beszédhangok, táviró jelek, stb., de lehet térbeli elrendezés is, például az irott szöveg, vagy kép /a 4./-ben következő vizsgálataink alapja/./

Az információ mennyiség fogalmának néhány elméletileg és gyakorlatilag egyaránt fontos követelményt is ki kell elégitenie:

a./ Azonos kódolási mód esetében két különböző hosszuságu sorozat közül a hosszabb jelsorozatnak több információt kell adnia. Hogy a jelsorozatok különböző hosszuságából eredő különbségeket kiküszöböljük, célszerü az átlagos információ-mennyiséggel dolgozni, amely már a jelsorozat hosszától független.

b./ Az a./-ból következik, hogy ha egy közlemény /jelsorozat/ hosszát megkétszerezzük, akkor az általa közvetitett információ-mennyiség is közelitőleg kétszeres legyen. Gyakorlati szempontból azonban itt nem célszerü szigoru arányosságot megkövetelni, s az információ-mennyiséget ugy definiálják, hogy az információ-mennyiség lassabban növekedjék, mint az üzenet hossza. Ezt nevezik additivitási /összeadhatósági/ követelméynek.

J.HINCSIN /59 : 41/ kimutatta, hogy az információ-mennyiségnek egyetlen olyan mértéke van, amely a fenti két plauzibilis követelményen kivül az egyéb matematikai követelményeket is kielégiti, ez a

$$H = - K \sum_{1}^{n} P_i \log P_i$$

összefüggés, ahol a "P_i" az ABC egyes jeleinek az előfordulási valószinüségeit, "n" a sorozatban lévő jelek számát /az üzenet hosszát/, jelenti, "K" pedig egy önkényesen megválasztható numerikus állandó. Ez az információ-mennyiség. Hogy ezt mérni is tudjuk, megfelelő mértékegységet kell választani. A mértékegységet egy olyan igen egyszerü ABC alapján lehet definiálni, amely csak kétféle jelet, pl. a kettes számrendszerben a O-t és az 1-et tartalmaz, és ezek egyforma valószinüséggel fordulnak elő. Az információ-mennyiség, amelyet az egyszerü alternativa igen-nem jellegü eredménye szolgáltat az információ egysége, melyet a nemzetközileg kialakult szóhasználatnak megfelelően "bit"-nek neveznek /"bit" az angol "binary digit" szavaknak összevonásából keletkezett/. A fenti rendszert pedig lineáris rendszernek nevezzük /lásd a "Formális elemek" cimü fejezet III. pontjában található második klasszifikációt, melynek ez az alapja/.

A fentiekre szolgáljon a következő egyszerü példa, ahol egy előbbi tipusu /lineáris/ "0" és "1" jeleket 1/2 - 1/2 valószinüséggel továbbitó forráshoz tartozó információmennyiség:

$$H = -/\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2}/ = -/-\frac{1}{2}\log_2 2 - \frac{1}{2}\log_2 2/ =$$

$$= -/-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}/ = 1$$

ahol "$\log_2$" a kettesalapu logaritmus jele.

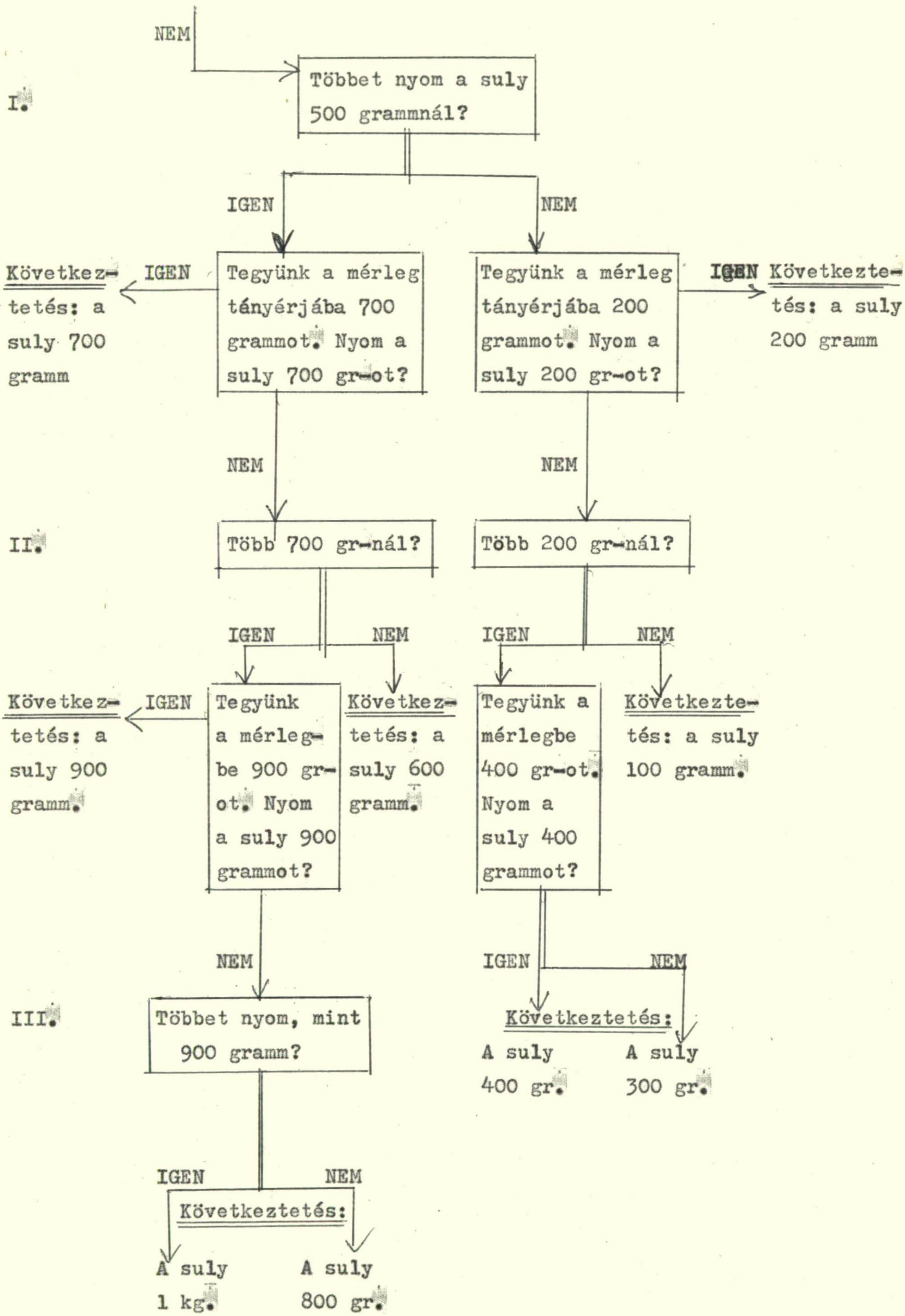
x x x

4./ Amint az a 3./-as pont végén idézett megállapitásból is kitünt, A.A.CSENCOV <u>a magas információ nyerést biztositó algoritmusokban</u> látja az optimalitás kritériumát. A szerző egy az észszerü /racionális/ algoritmusok feltárását egy kisérleti jellegü feladaton mutatja be, ugyanis ezek a feladatok különösen aktivizálják a tanulókat. A feladatban adva van egy mérleg 100; 200. 400 és 500 grammos sulyokkal. A mérleg egyik ~~xpax~~ serpenyőjén fekszik egy tárgy, sulya "R" gramm, amelyről tudjuk, hogy

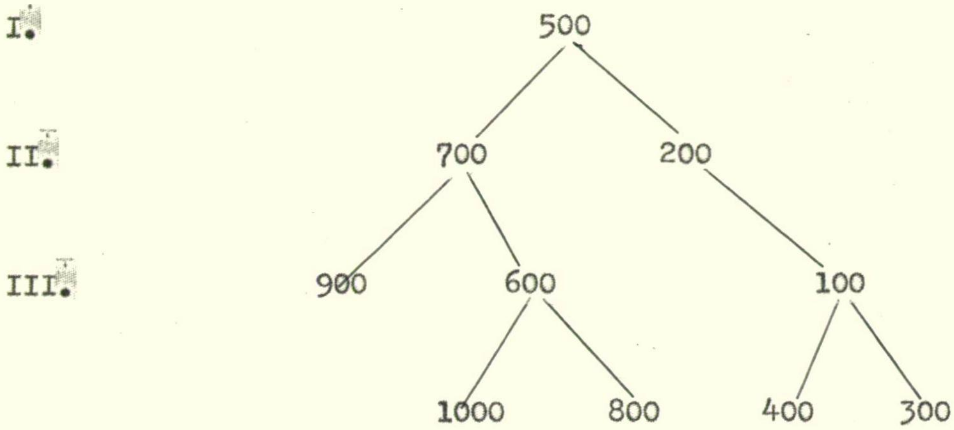
$$100 \text{ gr} \leq R \leq 1000 \text{ gr} = 1 \text{ kg}$$

valamint azt, hogy az egész számot 100 grammban fejezzük ki. <u>Feladat</u>: Tudjuk meg a tárgy sulyát a lehető legkevesebb müvelet elvégzésével. Az algoritmus: Hogy megismerjük az egész sulyt,

<u>Következtetés</u>: a suly 500 gramm.	← IGEN	Helyezzünk a mérleg tányérjára 500 grammot. Nyom a suly 500 grammot?
		↓


NEM
I.
Többet nyom a suly 500 grammnál?
IGEN
NEM
Következtetés: a suly 700 gramm
IGEN
Tegyünk a mérleg tányérjába 700 grammot. Nyom a suly 700 gr-ot?
Tegyünk a mérleg tányérjába 200 grammot. Nyom a suly 200 gr-ot?
IGEN
Következtetés: a suly 200 gramm
NEM
NEM
II.
Több 700 gr-nál?
Több 200 gr-nál?
IGEN
NEM
IGEN
NEM
Következtetés: a suly 900 gramm.
IGEN
Tegyünk a mérlegbe 900 gr-ot. Nyom a suly 900 grammot?
Következtetés: a suly 600 gramm.
Tegyünk a mérlegbe 400 gr-ot. Nyom a suly 400 grammot?
Következtetés: a suly 100 gramm.
NEM
IGEN
NEM
III.
Többet nyom, mint 900 gramm?
Következtetés:
A suly 400 gr.
A suly 300 gr.
IGEN
NEM
Következtetés:
A suly 1 kg.
A suly 800 gr.

Nem nehéz felismerni, hogy az egész sulyt /a test sulyát, "R"-t/ három összefüggés határozza meg. Ez könnyen igazolható, ha a "következtetések rendszeréből" indulunk ki, amelyet az alábbi gráfon szemléltetünk:



Itt leolvashatók a következők:

a./ 100-tól 1000-ig minden lehető olyan érték, amely a 100 gr-nak egészszámu többszöröse szerepel.

b./ A sulymegállapitáshoz három kérdésre kellett válaszolni.

c./ Az a./-ban szereplő és a gráfon leolvasható lehetséges értékek száma: 10.

Ha most a bizonytalanság megszüntetéséhez az információ-elméleti ismertetőben bemutatott képlet egyszerüsitett változatát felirjuk, akkor:

$$I = - \log_2 P$$

ahol $P = \frac{1}{10}$ és igy

$$I = -/- \log_2 10/$$

ahonnan:

$$2^I = 10$$

majd továbbá:

$$I \cdot \log_2 = \log 10$$

$$I = \frac{\log 10}{\log 2} = \frac{1}{0{,}3010} = 3{,}31$$

Ezek szerint a legészszerübb /racionális/ algoritmus felhasználásával:

$$3{,}31 \sim 3$$

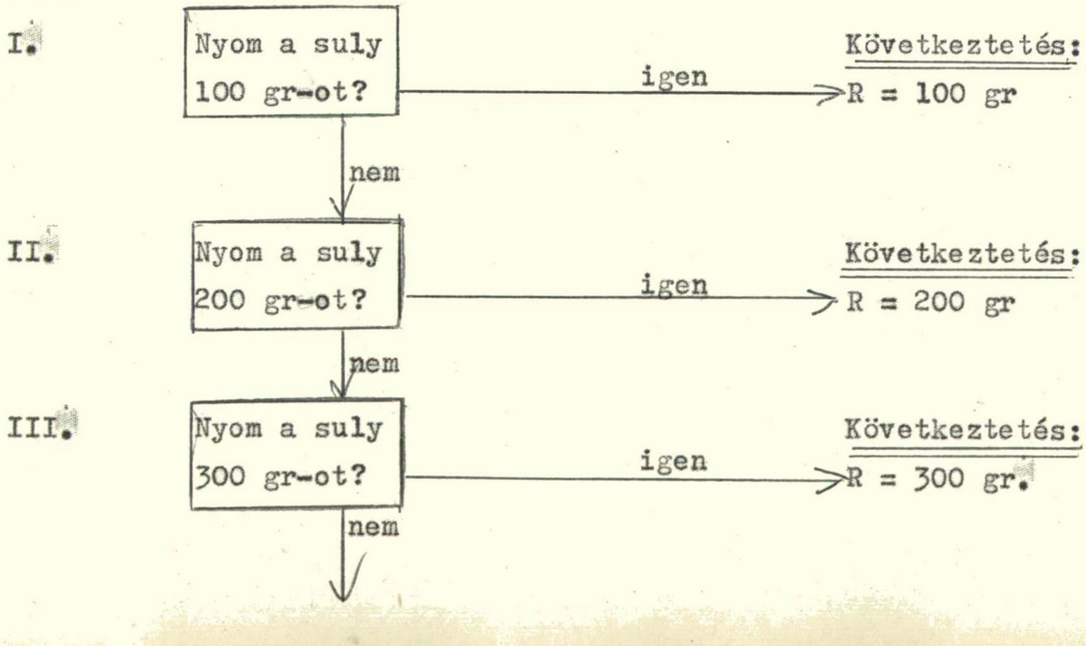
információ segitségével a feladat megoldható, ami a fenti esettel analóg. Felvetődhet az ellenkérdés: Mennyiben nevezhető ez a legészszerübb algoritmusnak? Nem lehet-e ennél egyszerübb megoldási utat találni? Vagy egyáltalán lehetséges-e ennél bonyolultabb megoldási ut?

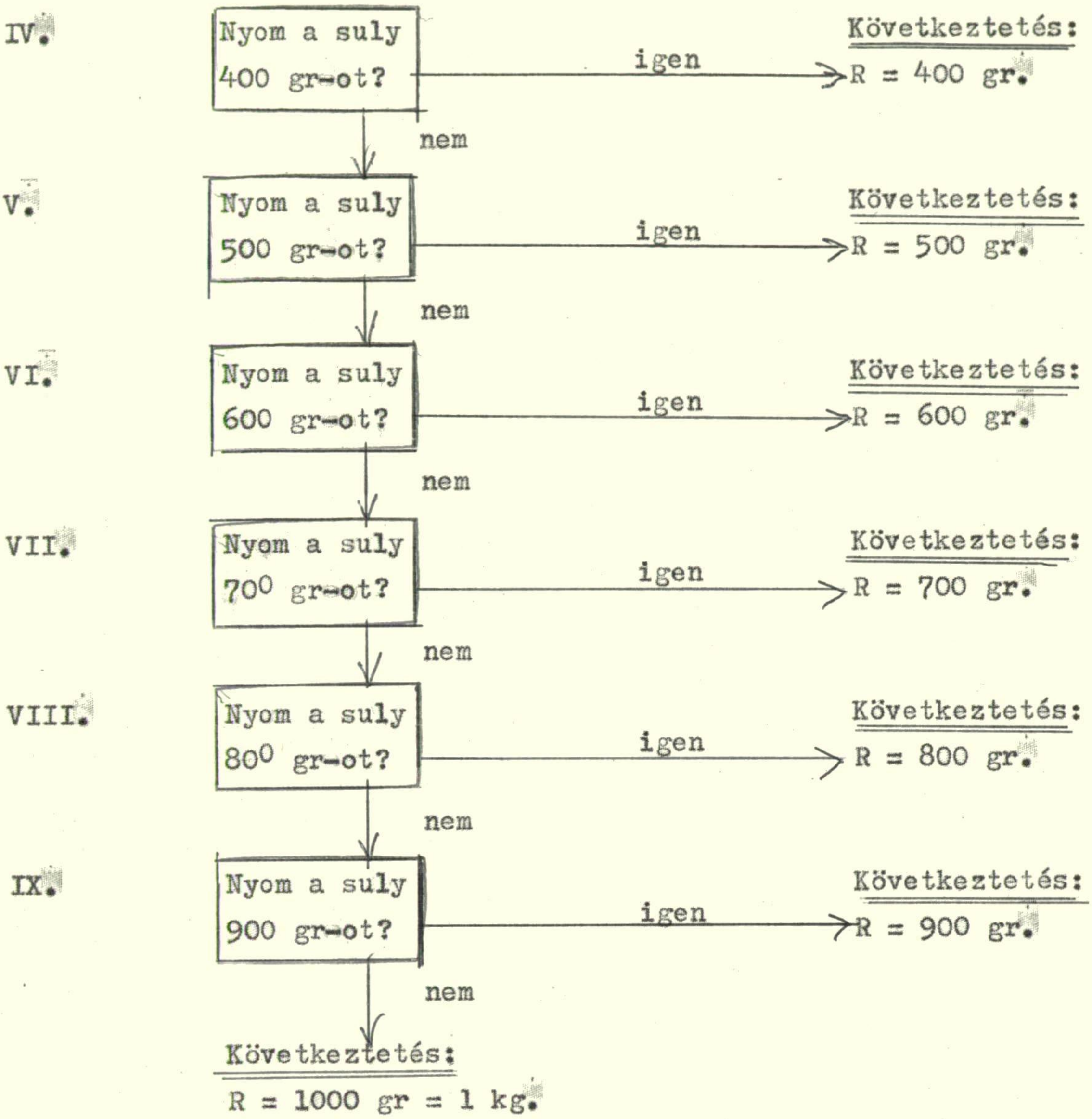
<u>A válaszok</u>:

a./ Ennél rövidebb ut nem lehet, hisz valamennyi lehetséges érték felsorolása a fenti gráfnál kevesebb szintü gráfban csak ugy lenne elképzelhető, ha egy szintre az igen-nem kérdés-változaton kivül még más adatok is felkerülnének. Ez pedig "bináris rendszer"-ben nem képzelhető el.

b./ A bináris rendszeren belül elképzelhető egy másik algoritmus is.

Pl.:





Az itt látható 9 összefüggés és az előbbi három összefüggés egybevetése választ ad egyrészt arra a kérdésre, hogy van kevésbbé racionális algoritmus is; de választ ad arra is, hogy a három összefüggést tartalmazó algoritmus valóban észszerü /racionális/. Egyben élesen kirajzolódik az algoritmusok optimális számitásának a tulajdonképpeni célja, a racionális algoritmus felkutatása is.

A levezetett algoritmus egyben feltárja gondolkodási müveleteink bonyolult összefüggéseit és nagy hatékonyságát is. Hisz az adott algoritmus gondolatban néhány másodperc alatt felállitható, sőt, néha a másodperc töredéke alatt, mig irásban rögzitve legalább 5 percet vesz igénybe. Ha bonyolultabb feladatot kell megoldani, jóval több müvelet elvégzésére van szükség, igy az algoritmus meggyorsitja a feladat megoldását, és megkönnyiti a válasz megtalálását.

Láthatjuk, hogy az algoritmusok összeállitásánál azt az elvet kell alkalmazni, mely szerint egy müvelet megoldásának folyamatába be kell vonni az információk maximális mennyiségét. Ez az algoritmus a müveletek olyan sorát alkotja, melyben minden müvelet - a bőséges információ következtében - maximális mértékben segiti a határozatlanság megszüntetését.

Meg kell mondanunk, hogy az emlitett elv annyira általános, hogy sok esetben alkalmazható az észszerü algoritmusok pontos matematikai következtetéseihez.

4/a. A most bemutatott <u>felismerési algoritmus</u> elmélyültebb tárgyalását és generalizációját mutatja be L.N.LANDA /84 :—/. Szerinte, ha egy speciális jelenség számára kell egy algoritmust keresnünk, akkor meg kell gondolnunk, hogy ugyanaz a jelenség különböző, a felismerést elősegitő jegyekkel birhat. Eljuthatunk külső /pl. alak/, de belső jegyekkel is /struktura és funkció/ a felismeréshez. Különösen nagy mértékben járulnak hozzá az emlékezéshez az emlékezetünk tárolójában őrzött többi eseményekkel való kapcsolatok és asszociativ összeköttetések. Igy térbeli, időbeli, kauzális, finális, funkcionális, modális, valamint hasonlósági és kontrasztkapcsolatok elő tudják idézni az emlékezést. Hiszen gyakran elég egy személyt bizonyos körülmények között, tehát bizonyos összefüggésekben elképzelni, hogy felismerjük.

A tárgyak és jelenségek felismeréséhez esetleg több felismerési algoritmus is adódik. Ki kell választani a legkedvezőbbet, az optimálisat. Egy jelenség "n" jegyére nézve /LANDA szerint/:

$$J = \sum_{i=0}^{n-2} . /n-i/^{2^i}$$

$$J = n./n-1/^2 . /n-2/^4 . /n-3/^8 ...../n-/n-2/^{2^{/n-2/}}$$

Az algoritmusoknak ebből az össz-mennyiségéből választjuk ki a legelőnyösebbet, vagy a legelőnyösebbeket. Közben az összes lehetséges jegyeket információs tartalmukra nézve meg kell vizsgálni vagy ki kell számitani. Továbbá meg kell gondolnunk, hogy a jegyek felismerése vagy ujrafelismerése az előző információktól, a tudás szinvonalától, a szellemi mozgékonyságtól és nem utolsósorban az információk közvetitésének módjától függ. Ezen kivül meg kell vizsgálni, hogy milyen sorrendben kell egymásután azonositani a legerősebben informativ jegyeket. E folyamatban lehet egy legrövidebb ut, amely azonban a tanulók számára nem mindig a legkedvezőbb. Számukra gyakran könnyebb több, de egyszerübb, áttekinthetőbb lépésben a cél felé haladni. Az össz-algoritmus a jegycsoportoknak egy kombinációjából áll, amely bizonyos részkijelentések megoldásához szükséges. Minthogy ezeket a jegycsoportokat mindig egy-egy algoritmus által lehet megragadni, az össz-algoritmus az egyes al-algoritmusok kombinációjából fog állni.

<u>Felismerési algoritmus</u>

1.részkijelentés /1.alalgoritmus/	2.részkijelentés /2.alalgoritmus/	3.részkijelentés /3.alalgoritmus/	4.részkijelentés /4.alalgoritmus/
1.ismertetőjegy igen	1.ismertetőjegy nem	1.ismertetőjegy nem	1.ismertetőjegy nem
2.ismertetőjegy igen	4.ismertetőjegy igen	5.ismertetőjegy igen	2.ismertetőjegy igen
3.ismertetőjegy nem		3.ismertetőjegy nem	5.ismertetőjegy igen

Ennél az eljárásnál előtérbe lépnek a már korábban ismertetett matematikai logikai müveletek. Az 1.ismertetőjegy a legnagyobb információs értékkel bir, mert meglététől vagy hiányától további döntések függnek, és ezen kivül leszükiti a felismerés területét.

A matematikai logika irásmódjával leirva, a fent megadott felismerési algoritmus a következő formát venné fel:

$$/m_1 \wedge m_2 \wedge m_3/ \vee /\bar{m}_1 \wedge m_4/ \vee /\bar{m}_1 \wedge m_5 \wedge \bar{m}_3/ \vee /\bar{m}_1 \wedge m_2 \wedge m_5/$$

Itt világosan látjuk, milyen uralkodó szerepet játszik az m_1 ismertetőjegy. E szimbolika segitségével az ismertetőjegy kombinációk vagyis az egyes alalgoritmusok könnyen és szemléletesen áttekinthetők. Az ismertetőjegyek elrendezése, összekapcsolása azonban lényeges szerepet játszhat. Egyáltalában nem közömbös, hogy egy ismertetőjegyet melyik helyen vizsgálunk meg. Az m_1 ismertetőjegy az első helyen az m_3 a második helyen több információt adhat, mint az

$$m_1 \wedge m_2 \wedge m_3$$

sorrend. L.N.LANDA /78 :—/ számitását követve, fenti algoritmusunkra nézve a következő eredményeket kapjuk: A $H_1/\beta/$ szimbolummal egy helyzetnek a közlés vétele előtti bizonytalanságát jelöljük /kiindulási helyzet/. H_2/β /-val jelöljük egy helyzet bizonytalanságát a m_1 közlés vétele után. Akkor az információk:

$$J/1,\beta/ = H_1/\beta/ - H_2/\beta/.$$

Ha egy közlés az egész bizonytalanságot megszünteti, akkor:

$$H_2/\beta/ = 0 \text{ és}$$

$$J/1,\beta/ = H_1/\beta/ - 0 = H_1/\beta/.$$

Most kiszámitjuk azt az információ-mennyiséget, amelyet minden egyes ismertetőjegy megad, ha a felismerés folyamatát vele kezdjük. Az m_1 ismertetőjegy számára két kiindulás adódik: vagy megvan, vagy nincs meg. Ha m_1 megvan, akkor az információ a következő:

$$= H_1/\beta/ - H_2/\beta/ = -lg_2 2 + lg_2 4 = 1 \;/\frac{bit}{szimbólum} \text{-ban}/;$$

mert m_1-re vonatkozólag összesen négy részkijelentés fordul elő.

Ha m_1 nem fordul elő $/\overline{m}_1/$, akkor /3.részkijelentés/:

$$\left|H_1/\beta/\right| = lg_2 3 = 1{,}58$$

Az információ tehát $\overline{m}_1$ -re vonatkozólag a következő:

$$\mathcal{J} = H_1/\beta/ - \overline{H}_2/\beta/ = -lg_2 2 + lg_2 3 = 0{,}58 \;/\frac{bit}{szimbólum} \text{-ban}/.$$

Most megállapitjuk azt az átlagos információt, amely akkor adódik, ha az m_1 ismertetőjeggyel kezdjük az eljárást.

Annak valószinüsége, hogy 1 $\frac{bit}{szimbólum}$ -ot kapunk $\frac{1}{4}$ /egyszer 4 részkijelentésben/, annak valószinüsége, hogy 0.58 $\frac{bit}{szimbolum}$ -ot kapunk $\frac{3}{4}$ háromszor nincs meg 4 részkijelentésben/. Eszerint m_1 ismertetőjegyre vonatkozólag az átlagos információ:

$$= \frac{1}{4} \cdot 1 + \frac{3}{4} \cdot 0{,}58 = 0.685 \;/\frac{bit}{szimbólum} \text{-ban}/.$$

Hasonló módon lehet megállapitani a többi ismertetőjegyekre vonatkozó információtartalmat is, ha első helyen alkalmazzuk őket. Ekkor megkapjuk, hogy melyik ismertetőjegy tartalmazza a legnagyobb információ-mennyiséget, és ezért kell az első helyen alkalmaznunk. Hasonló módon állapithatjuk meg azt is, hogy melyik ismertetőjegynek kell a 2. vagy a 3. helyen megjelennie.

LANDA itt ismertetett módszere az oktatás gyakorlatában valószinüleg ritkábban lesz alkalmazható. Ezért ő maga javasolt már egy grafikus módszert. Ez, kissé általánositva, a következőkben áll:

1./ Először is megállapitjuk egy jelenség ismertetőjegyeit.

2./ Megkeressük a legnagyobb információs értékkel biró jegyeket. Ezek általában azok az ismertetőjegyek, amelyeket a legfontosabb, leglényegesebb jellemzőknek kell tekintenünk.

3./ Az ismertetőjegyeket logikai strukturában, egy bizonyos sorrendbe hozzuk, miközben a legnagyobb információtartalmu ismertetőjegyet állitjuk a sor elejére.

Felismerési algoritmus

1./ 1.ismertetőjegy: ...	Megvan.....? igen nem
2./ 2.ismertetőjegy: ... Megvan az ismertetőjegy? igen nem	Ha megvan, akkor....? igen nem
Következtetés: ...	Akkor ez .... igen nem Következtetés: ....

Példa: rádióvevő készülék.

Ismertetőjegyek: dobozszerü káva, kezelőgombok, antennacsatlakozás, földcsatlakozás, hálózati csatlakozás.

Lényeges feladatok, szembetünő ismertetőjegyek:

1./ elektromágneses hullámok felvétele az antennán át,

2./ egy meghatározott, kivánt adóállomás kiválasztása /hangolás/,

~~3./~~ Meghatározó alkatrész: a rezgőkör.

3./ A felvett rádiójelek megerősitése. Nagyfrekvenciás erősités.

4./ A nagyfrekvenciás rezgések átalakitása kisfrekvenciás rezgésekké /demoduláció/.

Meghatározó alkatrész: az elektroncső.

5./ A kisfrekvenciás rezgések megerősitése.

Meghatározó alkatrész: az elektroncső.

6./ A kisfrekvenciás rezgések átalakitása hanggá vagy beszéddé. Hanghullámok keltése.

Meghatározó alkatrész: a hangszóró.

Fő ismertetőjegyek:

Nagyfrekvenciás rezgések /rádióhullámok átalakitása hanghullámokká.

Felismerési algoritmus /rádióvevő készülék/.

1. Ismertetőjegy:

Nagyfrekvenciás rezgéseket vesz fel egy antennán keresztül?

Igen	Nem
Nagyfrekvenciás vevőkészülék.	Nem nagyfrekvenciás vevőkészülék.

2. Ismertetőjegy:

Nagyfrekvenciás rezgéseket hanghullámokká alakit át?

Igen	Nem
Rádióvevő készülék	Nem rádióvevő készülék.

A tekintetbevett ismertetőjegyek száma szerint az algoritmus hosszabb, vagy rövidebb lehet. A tanulandó anyagba való igen intenziv behatolás eltávolit a felületességtől, és a tanulókat jobban ösztönzi a gondolkodásra, mint egy betanult meghatározás.

Egy másik módszer megfelel annak a gyakorlati eljárásnak, amelyet az életben alkalmazni szoktunk: Ha egy tárgyat vagy jelenséget meg akarunk vagy fel akarunk ismerni, akkor egy "valószinüségi modellt", egy "eljárási sémát" állitunk fel. Ezzel bizonyos "metszéseket" vagy "szondákat" vezetünk a megfigyelési mezőn keresztül és beszükitjük azt. Eközben analógiákat és azonosságokat használunk fel és egy osztagból indulunk ki. Ekkor a következő osztályozási algoritmus adódik:

1./ Megvannak az A /B, C, stb./ osztályhoz rendelt ismertetőjegyek?

Igen nem

2;/ Megvannak az a /b, c, stb./ nemhez tartozó ismertetőjegyek?

Igen nem

3./ Megvannak az /α, β, stb./ fajhoz rendelt ismertetőjegyek?

Igen nem

4./ Megvannak az egyedi tárgyhoz, az egyedi jelenséghez tartozó ismertetőjegyek?

Igen nem

Lehet az algoritmuson forditva, tehát az egyeditől az általános felé haladva is végigmenni. Ez egy besorolási algoritmus lenne.

Módszertani szempontok: A besorolási és osztályozása gyakorlatok hasznosak. Világos fogalmakhoz, a tárgyak és jelenségek pontos meghatározásához és jellemzéséhez, szigoru logikához és világosan megfogalmazott szabályokhoz vezetnek. Igy pl. egy teljes össze-visszaságot a találós játékhoz hasonlóan rendezni lehet.

4/b. Igen lényeges szerepet játszhat az algoritmusok optimálisának kiszámitásánál az L.P.ITELSON / 60:242-248/ által ismertetett "folyamatos, összes, ill. általános informáltság" koncepció.

ITELSON egy példából kiindulva vezeti le képletét /amely a 4./-es gondolatkör legáltalánosabb megfogalmazását kivánja adni, de ugyanakkor igen érdekes gyakorlati eredményekre is utal.

Adott egy négyszögről, amelyről ismert, hogy szembenfekvő szögei egyenlőek, meghatározandó, hogy ez paralellogramma, derékszögü négyszög, rombusz, vagy trapéz-e? A kezdeti bizonytalanság feloldásához, amely a 4 lehetséges esetből adódik:

$$H_1 = - \sum_{1}^{4} \frac{1}{4} \log \frac{1}{4} = 2 \text{ bit}$$

információ szükséges. Vizsgáljuk először, hogy az oldalak egyenlőek-e? Tegyük fel, hogy azok. Ebben az esetben is két megoldás lehetséges: a négyzet, ill. a rombusz.

$$H_2 = - \sum_{1}^{2} \frac{1}{2} \log \frac{1}{2} = 1 \text{ bit}$$

Ezután vizsgáljuk meg egyik teszőleges szögét, hogy vajjon derékszög-e? Legyen a megoldás nemleges. Ebben az esetben tehát a megoldás egyértelmüen: a rombusz. Most rá kell mutatni az alábbi törvényszerüségre: "A növekvő ismeretek csökkentik az egyértelmü megoldáshoz még szükséges információk számát. Ennek alapján a továbbiakban felteszi ITELSON a kérdést: milyen kapcsolat áll fenn az előzetes és a még szükséges informáltság között akkor, amikor valós objektumokról és rendszerekről akarunk itéletet mondani.

A választ a következő megfontolás alapján adja meg: Ha semminemü előzetes ismerettel nem rendelkezünk, a vizsgált eset, vagy objektumról, akkor a választás lehetőségének valószinüsége:

$$P_i = \frac{1}{n}$$

Ebben az esetben az egyértelmü kiválasztáshoz szükséges információ:

$$H_o = -\sum_{1}^{n} \frac{1}{n} \log \frac{1}{n} = \log n$$

/Lásd az előbbi konkrét esetet!/
Nevezzük ennek a "log n"-nek értékét: "potenciális kezdeti informáltságnak". Amennyiben bármilyen előismerettel rendelkezünk, akkor ez már veszit ebből a kezdeti értékből. Ezen ismeretek alapján tekintsük az egyik lehetőséget valószinübbnek, mint a másikat. /Például az előbbi esetben az "oldalak egyenlőségének" ismeretében valószinütlenebbekké váltak a "paralellogramma" és "derékszögü négyszög" feltevések és valószinübbek lettek a "rombusz," ill. "négyzet" alternativák.

Tételezzük fel, hogy az informáltság növekedését egy "K" mennyiség fejezi ki, amely részünkre a "helyzet bizonytalanságát" csökkenti:

$$H_1 = \log n - K$$

Az eddig megismert összefüggés alapján:

$$H_1 = - \sum P_i \log P_i$$

mutatja a "P_i" valószinüségét, az "i-ik" kiválasztás után feltéve, hogy az informáltság növekszik.

A baloldalak egyenlőségéből adódik a jobboldalak egyenlősége:

$$-\sum P_i \log P_i = \log n - K$$

ahonnan:

$$K = \log n + \sum P_i \log P_i$$

s végül:

$$K = \sum_{1}^{n} P_i \log n P_i$$

ahol:

n = a kiindulási adatok /megoldások, választási lehetőségek száma.

A $H_1 = \log n - K$-ból adódik a

$$H + K = \log n$$

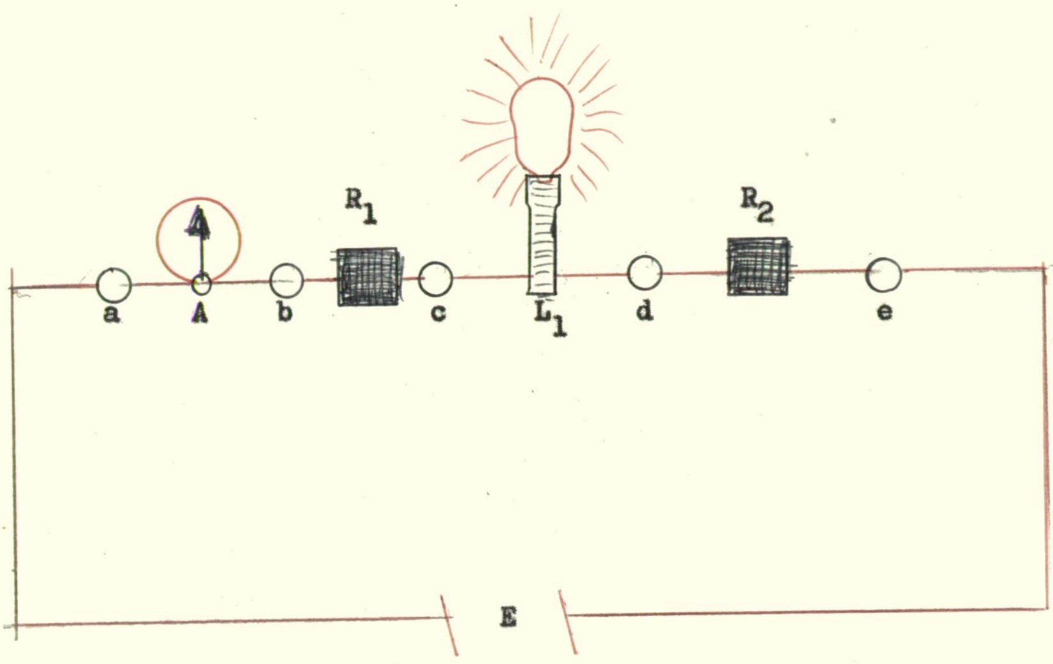
összefüggés, amely szerint <u>az aktuális információ és az informáltság összege minden adott feladatra egy konstans, mely nem más, mint a potenciális kezdeti informáltság.</u>

A fentiekkel érdemes L.M.FRIDMAN /39 :20-21/ idevágó vizsgálódásainak eredményeit egybevetni.

FRIDMAN számitásai szerint a tanulók a VI.osztályos geometria könyvben és a hozzátartozó feladatgyüjteményben 62-szer találkoznak egy tetszés szerinti háromszög hegyesszögével és csak 12-szer tompaszöggel. Amig ugyanebben a könyvben 366-szor találkoznak különböző szögekkel háromszögeken belül. Ebből adódóan az első esethez a 0,169-es, mig a második esethez csak a 0,033-as valószinüségi értékek rendelhetők. Ezek után magától érthető, hogy a tanuló, amikor egy háromszög szögeiről beszél, először a hegyesszögü variációra utal.

5./ A.A.CSENCOV-nál másutt / 16 :12-20/ és JAKUBOVICS ELEK-nél / 61 : — / az algoritmus elemeit képező itéleteknek és ezek tagadásainak előfordulási valószinüségeiből képezett küàönbségek szolgálnak a felismerési algoritmus optimálisa kiszámitásához alapként. CSENCOV egy VII.osztályos "Hiba feltárása összetett elektromos láncolatban" cimü fizikai témában; JAKUBOVICS a "Gyengeáramu jelzőberendezések" cimü villanyszerelő szakmai témában dolgoztak ki racionális felismerési algoritmusokat.

CSENCOV számitásait azzal a megállapitással kezdi, hogy a tanulók a fenti esetben gyakran azt sem tudják, hol kezdjék a lánc ellenőrzését és rengeteg időt elvesztegetnek az alkatrészek szétszedésével és összeállitásával. Miután a feladat megoldása a fizika tanárok szempontjából igen jelentős kérdés, levezet néhány algoritmust, melyeket azoknak az alapelveknek figyelembevételével állitott össze, amelyeket L.N.LANDA /84 : / fejtett ki. A feltevés szerint a VII.osztályban laboratóriumi munka folyik. "Vezetékek folyamatos egyesitésének tanulmányozása". A tanuló összeállit egy láncot, mely áramforrásból, ampermérőből, két ellenállásból és két lámpából áll. /.....sz.ábra/ Megállapitja, hogy a lánc nem müködik, az ampermérő nem mutat semmit, a lámpa nem ég. Hogy találja meg a láncban a hibát? Szét lehet szedni a láncot és ellenőrizni lehet minden alkatrészt. Ez azonban rengeteg időt vesz igénybe. Ujra össze kell állitani a láncot, öt müveletet kell elvégezni ahhoz, hogy az alkatrészeket ellenőrizzék. Nyilvánvaló, hogy ez a módszer nem észszerü. Másként is lehet a láncot ellenőrizni. Ha nem szedik szét, a láncot, hanem kizárják pl. a "b" és "c" pontot, ugy ha a lánc müködik, megállapitható, hogy az R_1 volt a hibás. Ilyen módszerrel bármely hibás rész felderithető.



26. sz. ábra.

Ám kérdés, milyen sorrendben kell a csatlakozásokat kiiktatni ahhoz, hogy a hibát minimális számu müvelet elvégzésével megtaláljuk. Hogy erre a kérdésre válaszolhassunk, elemezni kell a különböző müveletek eredményeit. /A következő megállapitások mind abból a feltevésből indulnak ki, hogy:

a./ csak egy alkatrész lehet hibás,

b./ a különböző alkatrészek hibásodási esélye egyenlő,

c./ minden müvelet egyenlően bonyolult./

Állitsuk össze a következő táblázatot:

Müvelet		k i j a v i t a t l a n				
No.	megnevezés	elem E	ampermérő A	ellenállás R_1	lámpa L_1	ellenállás R_2
1.	ab	-	+	-	-	-
2.	ac	-	+	+	-	-
3.	ad	-	-	-	-	-
4.	bc	-	-	+	-	-
5.	be	-	-	+	+	-
6.	de	-	-	+	+	+
7.	cd	-	-	-	+	-
8.	ce	-	-	-	+	+
9.	de	-	-	-	-	+
10.	ae	-	-	-	-	-

A táblázatban az "ab" müvelet az "a" és "b" pont vezetékes kapcsolatát jelenti, az "ac" müvelet az "a" és "c" pontokét, stb. A "+" jel az áramot a láncban /ég a lámpa, ill. müködik az ampermérő/, a "-" jel az áram müködésének a hiányát. Ha az elem hibás, ugy áram egyik müveleténél sem jelentkezik, ezért az "E" /elem hibás/ rubrikában minden müvelet "-" jellel szerepel.

Ha pl. az ampermérő hibás, ugy az "ab" és "ac" müveletek a lámpák bekapcsolása nélkül levezethetők, ám az összes többi müveletnél sikertelen lesz az áram fejlesztésére irányuló próbálkozás. Ezért az "A" rubrikában /hibás az ampermérő/ az "ab" és "ac" müveleteknél "+" jel szerepel, az összes többieknél "-".

Ha az R_1 ellenállás hibás, ugy csak az "ac", "ab" és "be" müveletekkel lehet áramot fejleszteni, stb. A lánc ellenőrzését a müveletek megfelelő sorrendjével lehet elvégezni. Miután az "a" müvelet nem fejleszt áramot a láncban, ám a "bc" és az "ac" müvelet tilos /a "be" müvelet esetén pedig rövidzárlat áll elő/, igy ezek a müveletek nem maradhatnak el.

Hagyjuk el a 3., 6., és 10. müveletet a .....sz.táblázatból. A hibás alkatrész felkutatásánál megvalósithatjuk az 1., 2., 4., 5., 7., 8., 9. müveleteket és azok kimenetelétől függően - van áram, vagy nincs áram - vonjuk le a következtetést.

Ám nem minden müveleti sorrend jelent észszerü ellenőrzési módot. Az ellenőrzés lehetséges módjai közül - az algoritmusok közül - ki kell választani a legészszerübbet, vagy néhányat a legészszerübbek közül.

Jelöljük a müveleteket számokkal és irjuk őket a következő sorrendben, amint látni fogjuk a ......sz.táblázat észszerübb leirásával állunk szemben /a 3., 6. és 10.müveletek kimaradtak/:

E:	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{7}$	8	$\overline{9}$
A:	1	2	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{7}$	8	$\overline{9}$
R_1:	$\overline{1}$	$\overline{2}$	4	5	$\overline{7}$	8	$\overline{9}$
L:	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	5	7	8	$\overline{9}$
R_2:	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{7}$	8	9

A rubrikákat itt igy olvassuk:

1.sor: Ha az E elem hibás, ugy az 1., 2., 4., 5., 7., 8., és 9. müvelet nem fejleszt áramot a láncban /a számok felett "_" jel áll/."

2.sor: Ha az A ampermérő hibás, ugy áram csak az 1. és 2.müvelet során fejleszthető, a 4., 5., 7., 8., és 9. müveletek azt nem teszik lehetővé. /Az 1. és 2. számok felett a "+" jelet az egyszerüség kedvéért elhagytuk./

A továbbiakban a táblázatokban a számok fölé csak a "-" jelet tesszük ki, a "+" jelet elhagyjuk. A rubrikák irásos magyarázatában azonban ezek a jelek szerepelni fognak a számok előtt, igy: -1., +1., stb.

Ezután már elszakadhatunk a sémától és foglalkozhatunk a matematikai számitásokkal. Ahhoz, hogy megállapithassuk az ellenőrzés első láncszemét, az első müveletet, abból az elvből indulunk ki, hogy maximális információ akkor nyerhető, ha a különböző azonos kimenetelü lehetőségü részeket külön választjuk és kideritjük, hogy az adott jelenség melyikhez tartozik. L.N.LANDA /82 : / szerint "minél közelebb áll egymáshoz a megoldási lehetőségek szerint csoportositott részecskék valószinüsége, annál inkább csökken a határozatlanság és annál több lesz a kapott információ. Ennél fogva elsőnek olyan müveletet kell kiválasztani, amely a nagyfoku határozatlanságot csökkenti. Ennek a müveletnek a meghatározása céljából ki kell számitani minden müvelet pozitiv és negativ kimenetelének a valószinüségét.

Pozitiv kimenetelnek azt tekintjük, ha áram keletkezik, negativnek, ha nem fejlődik áram. Ehhez pedig sorrendben át kell néznünk az oszlopba irt számokat.

Ha a láncban valamely alkatrész hibás - és 5 ilyen alkatrész van - ugy az 1.müveletnek csak egyik kimenetele lehet pozitiv, a másik 4 negativ lesz. A 2.müveletnek 2 pozitiv és 3 negativ megoldása van, stb.

Az 1.müvelet pozitiv kimenetelének lehetőségét P/1/-el jelöljük, a negativ kimenetelét pedig $P/\overline{1}/$-el, stb. Igy:

$$P/1/ = \frac{1}{5} \qquad P/\overline{1}/ = \frac{4}{5} \qquad \underline{A}\ P_1 = P/1/ - P/\overline{1}/ = -\frac{3}{5}$$

$P/2/ = \frac{2}{5}$ $P/\overline{2}/ = \frac{3}{5}$ $\Delta P_2 = P/2/ - P/\overline{2}/ = \frac{1}{5}$

$P/4/ = \frac{1}{5}$ $P/\overline{4}/ = \frac{4}{5}$ $\Delta P_4 = P/4/ - P/\overline{4}/ = \frac{3}{5}$

$P/5/ = \frac{2}{5}$ $P/\overline{5}/ = \frac{3}{5}$ $\Delta P_5 = P/5/ - P/\overline{5}/ = -\frac{1}{5}$

$P/7/ = \frac{1}{5}$ $P/\overline{7}/ = \frac{4}{5}$ $\Delta P_7 = P/7/ - P/\overline{7}/ = -\frac{3}{5}$

$P/8/ = \frac{2}{5}$ $P/\overline{8}/ = \frac{3}{5}$ $\Delta P_8 = P/8/ - P/\overline{8}/ = \frac{1}{5}$

$P/9/ = \frac{1}{5}$ $P/\overline{9}/ = \frac{4}{5}$ $\Delta P_9 = P/9/ - P/\overline{9}/ = \frac{3}{5}$

Láthatjuk, hogy legközelebb áll egymáshoz a P/2/ és $P/\overline{2}/$, a P/5/ és $P/\overline{5}/$, valamint a P/8/ és $P/\overline{8}/$. Nyilvánvaló, hogy a legtöbb információt akkor kapjuk, hogy ha a 2. 5. és 8. müvelettel kezdjük az ellenőrzést. Igy elsőnek a 2. 5. és 8. müveleteket választjuk.

Az elsőként kiválasztott müvelet a 2. számu.

I. Nézzük a "+2" kimenetelt /az "a" és "c" pont bezárásakor megfigyelhető, hogy a láncban van áram./ A lehetséges esetek közül csak azokat emeljük ki, amelyeknél a "+2" előfordul. Ez a táblázat 2. és 3. rovata /X/:

A	$\overline{1}$	2	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$
R_1	$\overline{1}$	2	4	5	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$

Ha a 2. müvelet pozitiv kimenetele után a 8., 8. és 9. müveleteket valósitjuk meg, ugy nem tudjuk megállapitani a hibát, miután a +7., +8., és +9. kimenetel nem felel meg a kiválasztott A és R_1 alkatrészeknek, a -7., -8. és -9. pedig nem teszi lehetővé a hibás alkatrész pontos megállapitását. Nyilvánvaló, hogy a ~~2x~~ második müveletként olyan müveletet kell kiválasztani, melynek pozitiv kimenetele megfelel egy alkatrész meghibásodásának, és a negativ pedig egy másik alkatrész hibájának. Ilyen müveletek az 1., 4. és 5. Következésképpen a második müvelet lehet a "+2" után az 1., 4. és 5.

Ha az 1.müveletnél áram keletkezik, ugy feltehető, hogy az ampermérő a hibás, ha áram nincs, ugy az R_1 ellenállás. A "-4" és "-5" esetében az ampermérő a hibás, a "+4" és "+5" esetekben az R_1.

Következésképpen:

a./ +1; -4; -5. esetében hibás az A

b./ -1; +4; +5. " " " R_1

II. Nézzük a "-2" kimenetelt /az "a" és "c" pont bezárásakor megfigyelhető, hogy áram van/, ehhez a táblázatból kiirjuk az /X/ -2 összes rovatokat:

E	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$
L	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	5	7	8	$\bar{9}$
R_2	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{7}$	8	9

$/M_2/$

Kiszámitjuk minden egyes müvelet pozitiv, ill. negativ kimenetelének esélyét, a táblázat szerint: $/M_2/$

$P/1/ = 0;\quad P/\bar{1}/ = 1$

$P/2/ = 0;\quad P/\bar{2}/ = 1$

$P/4/ = 0;\quad P/\bar{4}/ = 1$

$P/5/ = \frac{1}{3};\quad P/\bar{5}/ = \frac{2}{3}$

$P/7/ = \frac{1}{3};\quad P/\bar{7}/ = \frac{2}{3}$

$P/8/ = \frac{2}{3};\quad P/\bar{8}/ = \frac{1}{3}$

$$P/9/ = \frac{1}{3}; \qquad P/\overline{9}/ = \frac{2}{3}$$

Anélkül, hogy az egyes esetekben kiszámitanánk a P-t, láthatjuk, hogy legközelebb állnak egymáshoz:

$P/5/$ és $P/\overline{5}/$

$P/7/$ és $P/\overline{7}/$

$P/8/$ és $P/\overline{8}/$

$P/9/$ és $P/\overline{9}/$

Következésképpen a "-2" mellett a második müvelet az 5., 7., 8. és 9. kiválasztása.

1./ A második müvelet az 5.

Irjuk ki a táblázatból $/M_2/$ a "+5" rovatot:

L	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	5	7	$\overline{8}$	$\overline{9}$

Következtetés: +5 esetén az L hibás.

Irjuk ki a táblázatból $/M_2/$ a "-5" rovatot:

E	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$
R_2	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{7}$	8	9

Anélkül, hogy a valószinüséget kiszámitanánk, láthatjuk, hogy a "-5" harmadik müvelete a 8. és 9. lehet.

Következtetés:

a./ -8. és -9. esetén hibás az E,

b./ +8. és +9. " " " R_2.

2./ A második müvelet a 7. Irjuk ki a táblázatból $/M_2/$ a "+7" rovatot.

L $\overline{1}$ $\overline{2}$ $\overline{4}$ $\overline{5}$ 7 8 $\overline{9}$

Következtetés: a "+7" esetében hibás az E.

Irjuk ki a táblázatból /M_2/ a "-7" rovatot:

E $\overline{1}$ $\overline{2}$ $\overline{4}$ $\overline{5}$ $\overline{7}$ 8 $\overline{9}$

R_2 $\overline{1}$ $\overline{2}$ $\overline{4}$ $\overline{5}$ $\overline{7}$ 8 9

Látható, hogy a második müvelet lehet a 8., és 9.

Következtetés:

a./ -8. és -9. esetén hibás az E

b./ +8. és +9. " " " R_2

3./ A második müvelet a 8. Irjuk ki a táblázatból /M_2/ a "+8" rovatot:

L $\overline{1}$ $\overline{2}$ $\overline{4}$ 5 7 8 $\overline{9}$

R_2 $\overline{1}$ $\overline{2}$ $\overline{4}$ $\overline{5}$ $\overline{7}$ 8 9

Látható, hogy második müvelet lehet az 5., 7., és 9.

Következtetés:

a./ +5., +7., -9. esetén hibás az L

b./ -5., -7., +9. " " " R_2

Irjuk ki a táblázatból /M_2/ a "-8" rovatot:

E $\overline{1}$ $\overline{2}$ $\overline{4}$ $\overline{5}$ $\overline{7}$ $\overline{8}$ $\overline{9}$

Következtetés: -8 esetén hibás az E.

4./ A második müvelet a 9. Irjuk a táblázatból /M_2/ a "+9" rovatot:

R_2 $\overline{1}$ $\overline{2}$ $\overline{4}$ $\overline{5}$ $\overline{7}$ 8 9

Következtetés: +9 esetén hibás az R_2.

Irjuk ki a táblázatból /M_2/ a "-9" rovatot:

E	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$
L	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	5	7	8	$\overline{9}$

Láthatjuk, hogy a harmadik müvelet lehet az 5., 7. és 8.

Következtetés:

a./ -5., -7., -8., esetén hibás az E

b./ +5., +7., +8., " " " L.

Igy ha a 2.-t vesszük első müveletként, ugy kiszámitottuk a lánc ellenőrzésének minden észszerü algoritmusát. A számitások azt mutatták, hogy három legészszerübb müvelettel számolhatunk, ami jóval kevesebb, mint amennyit ilyen esetben a tanulók alkalmaznak.

Ugyanilyen módon lehet kialakitani az algoritmusokat, ha az 5. és 8. müvelettel kezdjük a munkát. Az algoritmusok kiszámitásánál feltételeztük, hogy csak egy alkatrész lehet hibás /vagy A, vagy E, vagy R_1, vagy L, vagy R_2/.

Ha elfogadjuk annak a lehetőségét, hogy egyidejüleg két alkatrész is hibás lehet, ugy az 1. táblázatba uj rovatok kerülnek. Az algoritmus kiszámitása bonyolultabbá válik, ám megoldható.

Első pillanatra ugy tünik, hogy az olyan egyszerü feladatok megoldásához, mint az elektromos lánc meghibásodásának feltárása, nem érdemes ilyen bonyolult módszereket alkalmazni. Lehet, hogy az adott esetben ez igaz is. Ám bennünket elsősorban annak az elvi lehetősége érdekelt, fel lehet-e használni a matematikai számitások rendszerét az elektromos lánc hibásodásának megállapitásához. Ha a tanár képes megtalálni a megfelelő algoritmust, értékelni annak észszerüségét, ez segitségére lesz abban, hogy megtalálja az oktatás legészszerübb módjait. Az elektromos láncolat hibásodásával gyakran találkoznak a tanulók a laboratóriumi munkák és a frontális kisérletek során. Különösen sok váratlan problémával találkozhatnak az "Egyszerü elektromontázs" cimü téma laboratóriumi munkálatai közben. Ezért ajánlatos, hogy a tanár előre dolgozza ki a láncolat általa ajánlott séma szerinti ellenőrzési algoritmusát /ebben az esetben az érintkezések számitanak hibásnak/, és ezt az algoritmust oktassa a tanulóknak. Természetesen nem kötelező minden algoritmus kidolgozása. Gyakorlatilag elég egy-kettőnek a kidolgozása, hogy ennek alapján a tanulók észszerüen oldhassák meg a kapott meghatározott tipusu feladatokat.

Általában a feladatok egy jelentős részének megoldását a matematikai számitásokon alapuló racionális algoritmusok segitségével lehet elvégezni. Az ilymódon nyert algoritmusok az összes közül a legészszerübbek, ezért a velük folytatott munka a leggazdaságosabb és a legjobb eredményekhez vezet.

6./ A következő optimális számitás egyes automatizálandó cselekvések megoldási algoritmusaira értelmezhető. <u>Alapja az algoritmus szerint végzett eredményes munka várható valószinüségi értéke.</u> Érvényességi körén belüli megkötések feltételezik:

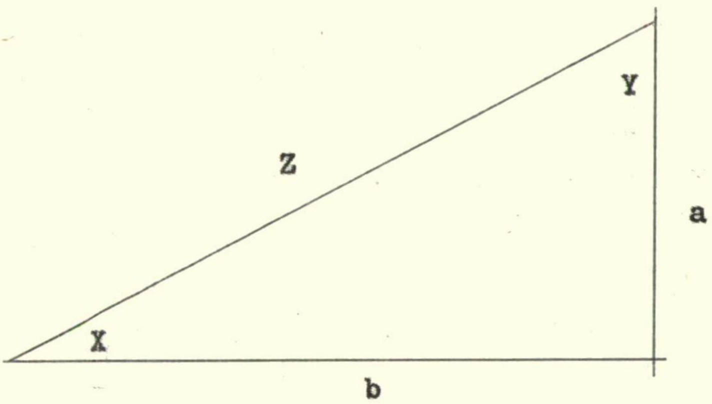
a./ hogy az automatizálódó cselekvés megoldási algoritmusa már korábban kialakitott készségeket /alap-automatizmusokat/ használ fel.

b./ A kialakitandó /automatizmus/ megoldási algoritmusok számos variációban előállithatók.

c./ A már készségfokon feltételezett alap-automatizmusok ismeretére elfogadható nagyságrendben /N/ végrehajtott kisérleten alapuló valószinüségi értékek a rendelkezésre állanak. /A kisérlet időpontjául a tanév első hetét választottuk, hogy igy valóban csak a szilárdabb ismeretek legyenek mérhetők./

Ezek után bemutatjuk egy konkrét megoldási algoritmus optimálisának a fentiek alapján történő kiszámitását.

A téma a derékszögü háromszög megoldási algoritmusának kialakitása abban az esetben, ha két befogó adott.



Amint azt a ~~sz~~ XI.sz.tábla mutatja, 38 ilyen megoldási algoritmus irható le. Ezek a táblán látható fa-diagrammról leolvashatók.

<u>Az itt található jelölések:</u>

F = feltétel /a két befogó adott/

t = ha a tangens összefüggést választottad /logikai feltétel/

ct = ha a cotangens összefüggést választottad /logikai feltétel/

s = ha a sinus összefüggést választottad /logikai feltétel/

cs = ha a cosinus összefüggést választottad /logikai feltétel/

Pt = ha a Phythagoras-tételt választottad /logikai feltétel/

psz = ha a pótszög kiszámitását választottad /logikai feltétel/

tb = állapitsd meg a szöget a szögfüggvény táblázatból /operátor/

tb' = állapitsd meg a szöget a "pótszögfüggvény táblázatból" /operátor/,

$\overline{tb}$ = keresd meg az ismert szög szögfüggvényértékét /operátor/,

$\overline{tb'}$ = keresd meg az ismert szög "pótszögfüggvényértékét" /operátor/

d = végezd el a kijelölt osztást /operátor/,

r = rendezd az egyenletet az ismeretlen kifejezése céljából /operátor/,

h_i = emelj négyzetre /operátor/,

ö = add össze a megfelelő tagokat /operátor/,

q = vonj négyzetgyököt /operátor/,

k = végezz kivonást /operátor/,

<u>és az operátorokból képezhető c./-ben definiált valószinüségi értékek:</u>

p/d/ = a jó eredményü osztás várható valószinüsége,

p/h_i/ = a jó eredményü négyzetreemelés várható valószinüsége,

p/ö/ = ...

p/q/ = ...

p/r/ = ...

p/k/ = ...

p/t_b/ = ...

p/tb'/ = ...

p/$\overline{tb}$/ = ...

p/$\overline{tb'}$/ = a jó eredményü pótszögfüggvényérték keresésének várható valószinüsége.

Ezek után alkalmazzuk a fa-diagrammra a fentieket olymódon, hogy az egyszerüség kedvéért feltételezzük, hogy a lépésekben végrehajtásra kerülő <u>müveletek /alap-automatizmusok/, mint események statisztikusan függetlenek.</u> Majd ezek után alkalmazzuk a valószinüségek szorzási összefüggésék. M.REZA /110: 61/. Ha ezt a feltevést egybevetjük a pszichológiában ismert automatizált cselekvés definiciójával /109:118/, akkor a fenti valószinüségi érték értelmezés esetében nem kerülünk ellentmondásba.

A logikai feltételekhez is tartoznak valószinüségi értékek. Itt azonban különbséget kell tenni a megoldási algoritmus optimálisának kijelölése előtti /E/ és utáni /U/ valószinüségi értékek között. Ugyanis a kitüntetett optimális algoritmus kiválasztása előtt a fa-diagrammon is leolvasható valamennyi megoldási algoritmus kiválasztása egyformán esélyes, s igy a logikai feltételekhez tartozó valószinüségi értékek:

$$p/t/ = \frac{1}{3} \text{ vagy } \frac{1}{4} \text{ vagy } \frac{1}{5}$$

$$p/ct/ = \frac{1}{3} \text{ vagy } \frac{1}{4} \text{ vagy } \frac{1}{5}$$

$$p/s/ = \frac{1}{4} \text{ vagy } \frac{1}{3} \text{ vagy } \frac{1}{5}$$

$$p/cs/ = \frac{1}{4} \text{ vagy } \frac{1}{3} \text{ vagy } \frac{1}{5}$$

$$p/pt/ = \frac{1}{3}$$

$$p/psz/ = \frac{1}{3} \text{ vagy } \frac{1}{5}$$

melyek a ..XI..sz.táblán látható fa-diagrammból közvetlenül adódnak.

A kitüntetett algoritmus kiválasztása után a logikai feltételek valószinüségi értékei értelemszerüen

$$p/t/ = /p/ct/ = p/s/ = p/cs/ = p/pt/ = p/psz/ = 1$$

értéket vesznek fel, mivel elméletileg mindegyikük lehet egy kitüntetett algoritmus meghatározója. Ebből is látható, hogy az optimális számitást a jelen esetben csak az alap-automatizmusok várható valószinüségi értékeire épitjük. A számitások ennek megfelelően két részből tevődnek össze /E/, ill. /U/ valószinüségi értékeiből. Gyakorlati szempontból részünkre csak /U/ valószinüségi értékei fontosak:

1./ p/d/.p/tb/.p/d/.p/tb/.p/$\overline{tb}$/.p/r/.p/d/ = p/d/^{3}.p/tb/^{2}.p/$\overline{tb}$/.p/r/

2./ p/d/.p/tb/.p/d/.p/tb/.p/h$_{1}$/.p/h$_{2}$/.p/ö/.p/q/ = p/d^{2}/.p/tb/^{2}.p/h$_{i}$/^{2}.
.p/ö/.p/q/

3./ p/d/^{3}.p/tb/^{2}.p/$\overline{tb}$'/.p/r/

4./ p/d/^{2}.p/tb/.p/$\overline{tb}$/.p/k/.p/r/

5./ p/d/.p/tb/.p/k/.p/h$_{i}$/^{2}.p/ö/.p/q/

6./ p/d/^{2}.p/tb/.p/$\overline{tb}$'/.p/k/.p/r/

7./ p/d/^{3}.p/tb'/.p/$\overline{tb}$/.p/r/

8./ p/d/^{2}.p/h$_{i}$/^{2}.p/ö/.p/q/.p/tb/.p/tb'/

9./ p/d/^{3}.p/tb'/.p/$\overline{tb}$'/.p/r/

10./ p/h$_{i}$/^{2}.p/ö/.p/q/.p/d/.p/tb/.p/d/.p/tb/ = p/h$_{i}$/^{2}.p/tb/^{2}.p/d/^{2}.p/ö/.p/q/

11./ p/h$_{i}$/^{2}.p/ö/.p/q/.p/d/^{2}.p/tb/.p/tb'/

12./ p/h$_{i}$/^{2}.p/ö/.p/q/.p/d/.p/tb/.p/k/

13./ p/h$_{i}$/^{2}.p/ö/.p/q/.p/d/^{2}.p/tb/^{2}

14./ p/h$_{i}$/^{2}.p/ö/.p/q/.p/d/^{2}.p/tb/.p/tb'/

15./ p/h$_{i}$/^{2}.p/ö/.p/q/.p/d/^{2}.p/tb'/.p/tb/

16./ p/h$_{i}$/^{2}.p/ö/.p/q/.p/d/^{2}.p/tb'/^{2}

17./ p/ö/.p/q/.p/h$_{i}$/^{2}.p/d/.p/tb'/.p/k/

18./ p/h$_{i}$/^{2}.p/ö/.p/q/.p/d/^{2}.p/tb'/.p/tb/

19./ p/h$_{i}$/^{2}.p/ö/.p/q/.p/d/^{2}.p/tb'/^{2}

20./ p/h$_{i}$/^{2}.p/ö/.p/q/.p/d/^{2}.p/tb/^{2}

21./ p/h$_{i}$/^{2}.p/ö/.p/q/.p/d/^{2}.p/tb/.p/tb'/

22./ p/h$_{i}$/^{2}.p/ö/.p/q/.p/d/.p/tb/.p/k/

23./ p/h$_{i}$/^{2}.p/ö/.p/q/.p/d/^{2}.p/tb/^{2}

24./ p/h$_{i}$/^{2}.p/ö/.p/q/.p/d/^{2}.p/tb/. p/tb'/

25./ $p/h_i/^2 \cdot p/\text{ö}/ \cdot p/q/ \cdot p/d/^2 \cdot p/tb'/ \cdot p/tb/$

26./ $p/h_i/^2 \cdot p/\text{ö}/ \cdot p/q/ \cdot p/d/^2 \cdot p/tb'/^2$

27./ $p/h_i/^2 \cdot p/\text{ö}/ \cdot p/q/ \cdot p/d/ \cdot p/tb'/ \cdot p/k/$

28./ $p/h_i/^2 \cdot p/\text{ö}/ \cdot p/q/ \cdot p/d/^2 \cdot p/tb'/ \cdot p/tb/$

29./ $p/h_i/^2 \cdot p/\text{ö}/ \cdot p/q/ \cdot p/d/^2 \cdot p/tb'/^2$

30./ $p/d/^3 \cdot p/r/ \cdot p/tb'/ \cdot p/tb/ \cdot p/\overline{tb}/$

31./ $p/d/^2 \cdot p/tb'/ \cdot p/tb/ \cdot p/h_i/^2 \cdot p/\text{ö}/ \cdot p/q/$

32./ $p/d/^3 \cdot p/tb'/ \cdot p/tb/ \cdot p/\overline{tb}'/ \cdot p/r/$

33./ $p/d/^2 \cdot p/tb'/ \cdot p/\overline{tb}/ \cdot p/k/ \cdot p/r/$

34./ $p/d/ \cdot p/tb'/ \cdot p/k/ \cdot p/h_i/^2 \cdot p/\text{ö}/ \cdot p/q/$

35./ $p/d/^2 \cdot p/tb'/ \cdot p/k/ \cdot p/\overline{tb}'/ \cdot p/r/$

36./ $p/d/^3 \cdot p/tb'/^2 \cdot p/\overline{tb}/ \cdot p/r/$

37./ $p/d/^2 \cdot p/tb'/^2 \cdot p/h_i/^2 \cdot p/\text{ö}/ \cdot p/q/$

38./ $p/d/^3 \cdot p/tb'/^2 \cdot p/\overline{tb}'/ \cdot p/r/$

Ezeket az alábbi módon értelmezhetjük a gyakorlatban:

Pl. a 10.-esnél:

$$p/pt/ = p/s/ = p/s/ = 1$$

mivel amennyiben ezt a megoldási algoritmust fejlesztjük automatizmussá, akkor a fenti logikai feltételek már nem tartalmaznak eldöntendő kérdést. Ennek figyelembevételével a 10.-es esetében a következőképpen jártunk el: "N" tanuló közül, akik a 10.-es algoritmus szerint dolgoznak,

$T \cdot p/h_i/$ fog az első négyzetreemelésnél helyes eredményt elérni; majd ezen

$T \cdot p/h_i/$ tanuló közül a második négyzetreemelésnél:

$T \cdot p/h_i/ \cdot p/h_2/ = T \cdot p/h_i/^2$ fog helyes eredményt produkálni, majd ezek közül:

$T \cdot p/h_i/^2 \cdot p/\text{ö}/$ tanuló fogja az összeadást is helyesen elvégezni, s igy tovább:

$T \cdot p/h_i/^2 \cdot p/\text{ö}/ \cdot p/q/$ jut a négyzetgyökvonásnál helyes eredményre, majd

$T.p/h_i/^2.p/ö/.p/q/.p/d/$ végzi el a sinus összefüggésből adódó kijelölt osztást, majd

$T.p/h_i/^2.p/ö/.p/q/.p/d/.p/tb/$ tanuló fog helyes szögeredményt kapni a táblázatból; majd

$T.p/h_i/^2.p/ö/.p/q/.p/d/.p/tb/.p/d/$ tanuló fogja a második sinus-összefüggésből adódó osztást helyesen elvégezni; s végül

$T.p/h_i/^2.p/ö/.p/q/.p/d/.p/tb/.p/d/.p/tb/ =$

$= T.p/h_i/^2.p/ö/.p/q/.p/d/^2.p/tb/^2$ tanuló kap értékelhető teljes megoldást.

$T = 1$ esetében, amint látjuk, az előbbi eredményhez jutunk.

A továbbiakban a rövidség kedvéért bevezetjük az alábbi jelöléseket /valamint az $N = 1456$, az általános mintavétel alapján kiválasztott /reprezentáns/ nagyságrendben végrehajtott kisérletből kapott valószinüségi értékeket/:

$p/P/ \quad = p/h_i/^2.p/ö/.p/q/ = 0,246$

$p/\underline{T}^2/ \quad = p/tb/^2.p/\overline{tb}/ = 0,278$

$p/\underline{T'}^2/ \quad = p/tb/^2.p/\overline{tb}/ = 0,228$

$p/\underline{T}/ \quad = p/tb/.p/\overline{tb}/ = p/\overline{tb}/.p/tb/^x = 0,40$

$p/\underline{T_1}/ \quad = p/tb/.p/\overline{tb'}/ = p/\overline{tb'}/.p/tb/^x = 0,32$

$p/\underline{T}/ \quad = p/tb/.p/tb'/.p/\overline{tb}/ = 0,201$

$p/\underline{T'}/ \quad = p/tb/.p/tb'/.p/\overline{tb'}/ = 0,175$

$p/T'/ \quad = p/tb/.p/tb'/ = 0,396$

x = az érvényes kommutáció törvénye alapján.

$p/kd/ = p/k/.p/d/ = 0{,}706$

$p/\underline{T}'/ = p/tb'/.p/\overline{tb}/ = 0{,}306$

$p/\underline{T};/ = p/tb'/.p/\overline{tb}'/ = 0{,}242$

$p/\underline{T}'^{2}/ = p/tb'/^{2}.p/\overline{tb}/ = 0{,}167$

$p/\underline{T};^{2}/ = p/tb'/^{2}.p/\overline{tb}'/ = 0{,}134$

$p/kr/ = p/k/.p/r/ = 0{,}513$

Ezek után a valószinüségi értékek tömörebb formában:

1./ $p/d/^{3}.p/\underline{T}^{2}/.p/r/$

2./ $\underline{p/d/^{2}.p/tb/^{2}.p/p/}$

3./ $p/d/^{3}.p/\underline{T},/^{2}.p/r/$

4./ $p/d/^{2}.p/\underline{T}/.p/kr/$

5./ $\underline{p/tb/.p/kd/.p/p/}$

6./ $p/d/^{2}.p/\underline{T},/.p/kr/$

7./ $p/d/^{3}.p/\underline{T}'/.p/r/$

8./ $\underline{p/d/^{2}.p/p/.p/T,/}$

9./ $p/d/^{3}.p/\underline{T},'/.p/r/$

10./ $\cancel{p/p/.p/tb/^{2}\,pd.p/d/^{2}}$

11./ $\cancel{p/p/.p/d/^{2}.p/T,/}$

12./ $\cancel{p/p/.p/kd/.p/tb/}$

13./ $\cancel{p/p/.p/d/^{2}.p/tb/^{2}}$

14./ $\cancel{p/p/.p/d/^{2}.p/T,/}$

15./ $\cancel{p/p/.p/d/^{2}.p/T,/}$

16./ $\underline{p/p/.p/d/^{2}.p/tb'/^{2}}$

17./ $\underline{p/p/.p/kd/.p/tb'/}$

18./ ~~p/p/.p/d/².p/T,/~~

19./ ~~p/p/.p/d/².p/tb'/²~~

20./ ~~p/p/.p/d/².p/tb/²~~

21./ ~~p/p/.p/d/².p/T,/~~

22./ ~~p/p/.p/kd/.p/tb/~~

23./ ~~p/p/.p/d/².p/tb/²~~

24./ ~~p/p/.p/d/².p/T,/~~

25./ ~~p/p/.p/d/².p/T,/~~

26./ ~~p/p/.p/d/².p/tb'/²~~

27./ ~~p/p/.p/kd/.p/tb'/~~

28./ ~~p/p/.p/d/².p/T,/~~

29./ ~~p/p/.p/d/².p/tb'/²~~

30./ $p/d/^{3}.p/r/.p/,\underline{T}/$

31./ ~~p/p/.p/d/².p/T,/~~

32./ $p/d/^{3}.p/r/.p/,\underline{T},/$

33./ $p/d/^{2}.p/kr/.p/\underline{T}'/$

34./ ~~p/p/.p/kd/.p/tb'/~~

35./ $p/d/^{2}.p/kr/.p/,\underline{T},/$

36./ $p/d/^{3}.p/\underline{T}'^{2}/.p/r/$

37./ ~~p/p/.p/d/².p/tb'/²~~

38./ $p/d/^{3}.p/\underline{T},'^{2}/.p/r/$

Közvetlenül leolvasható, hogy a

$\underline{2./}$ = 10./ = 13./ = 20./ = 23./

$\underline{8./}$ = 11./ = 14./ = 15./ = 18./ = 21./ = 24./ = 25./ = 28./ = 31./

$\underline{5./}$ = 12./ = 22./

$\underline{17./}$ = 27./ = 34./

$\underline{16./}$ = 19./ = 26./ = 29./ = 37./

s igy a döntés mindössze a fennmaradó 17 eset vizsgálatára korlátozódik.

Ez a megmaradt három tényezős szorzatokban előforduló valószinüségi érté-kek:

$p/d/$; $p/d/^{2}$; $p/d/^{3}$; $p/p/$; $p/r/$; $p/tb/$; $p/r/$; $p/k/$; $p/kd/$; $p/kr/$; $p/tb'/$; $p/\underline{T}^{2}/$; $P/\underline{T},^{2}/$; $p/\underline{T}/$; $p/T,/$; $p/T'/$; $p/\underline{T},/$; $p/tb/^{2}$; $p/tb'/^{2}$; $p/,\underline{T}/$; $p/,\underline{T},/$; $p/\underline{T},'^{2}/$

nagyság szerint csökkenő sorrendben történő felirásával kezdődhet, majd ezt követi azokhak a háromtényezős szorzatoknak a kiválasztása, amelyek a legnagyobb értékü tényezőket tartalmazzák. A kiindulási definicíó alapján ezek lesznek az optimális megoldási algoritmusok.

<u>Konkretizálva:</u>

1./ $p/d/^{3}.p/\underline{T}^{2}/.p/r/ = 0{,}796^{3}.0{,}278.0{,}577 = 0{,}0810$

2./ ~~pdx~~ $p/d/^{2}.p/tb/^{2}.p/p/ = 0{,}796^{2}.0{,}721^{2}.0{,}246 = 0{,}082$

3./ $p/d/^{3}.p/\underline{T},^{2}/.p/r/ = 0{,}796^{3}.0{,}228.0{,}577 = 0{,}061$

4./ $p/d/^{2}.p/\underline{T}/.p/kr/ = 0{,}796^{2}.0{,}40.0{,}513 = 0{,}129$

5./ $p/tb/.p/kd/.p/p/ = 0{,}721.0{,}706.0{,}246 = 0{,}125$

6./ $p/d/^{2}.p/\underline{T},/.p/kr/ = 0{,}796^{2}.0{,}32.0{,}513 = 0{,}104$

7./ p/d/^{3}.p/T'/.p/r/ = 0,796^3.0,306.0,577 = 0,089

8./ p/d/^{2}.p/p/.p/T,/ = 0,796^2.0,246.0,396 = 0,062

9./ p/d/^{3}.p/T,'/.p/r/ = 0,796^3.0,242.0,577 = 0,049

16./ p/p/.p/d/^{2}.p/tb'/^{2} = 0,246.0,796.0,55^2 = 0,059

17./ p/p/.p/kd/.p/tb'/ = 0,246.0,706.0,55 = 0,096

30./ p/d/^{3}.p/r/.p/,T/ = 0,796^3.0,577.0,201 = 0,059

32./ p/d/^{3}.p/r/.p/,T,/ = 0,796^3.0,577.0,175 = 0,051

33./ p/d/^{2}.p/kr/.p/T'/ = 0,796^2.0,513.0,306 = 0,100

35./ p/d/^{2}.p/kr/.p/,T,/ = 0,796^2.0,513.0,175 = 0,057

36./ p/d/^{3}.p/T'^{2}/.p/r/ = 0,796^3.0,228.0,577 = 0,066

38./ p/d/^{3}.p/T,'^{2}/.p/r/ = 0,796^3.0,134.0,577 = 0,039

Az optimalitás sorrendje:

p/4.// = 0,129

p/5.,/ = p/12.,/ = p/22.,/ = 0,125

p/6.,/ = 0,104

p/33.,/ = 0,100

p/17.,/ = p/27.,/ = p/34.,/ = 0,096

p/7.,/ = 0,089

p/2.,/ = p/10.,/ = p/13.,/ = p/20.,/ = p/23.,/ = 0,082

p/1.,/ = 0,081

p/36.,/ = 0,066

p/8.,/ = p/11.,/ = p/14.,/ = p/15.,/ = p/18.,/ = p/21.,/ = p/24.,/ =

= p/25.,/ = p/28.,/ = p/31.,/ = 0,062

p/3.,/ = 0,061

p/16.,/ = p/19.,/ = p/26.,/ = p/29.,/ = p/37.,/ = p/30.,/ = 0,059

p/35.,/ = 0,057

p/32.,/ = 0,051

p/9.,/ = 0,049

p/38.,/ = 0,039

A fentiekben lerögzitett elv alapján várható legoptimálisabb algoritmus a 4./-es, amely a fa-diagrammal egybevetve a következő lépésekből tevődik össze:

1./ tangens X

2./ osztás

3./ táblázatból történő visszakeresés eredménye = /X/

4./ pótszögszámitás

5./ kivonás /eredménye = Y/

6./ sinus "X"

7./ kikeresése a táblázatból

8./ az egyenlet rendezése

9./ osztás /eredménye = Z/

Ugyanakkor a legkisebb valószinüségü helyes megoldást adó algoritmus a 38./-as.

Ezzel az eljárással kapcsolatban felmerülő kérdések, ellenvetések:

1./ Mivel támasztható alá az az állitás, hogy az alapautomatizmusok független ese~~t~~ményeknek tekinthetők? Válaszul feltétlenül az idézett megállapitásból kell kiindulni: "A készségben az egymás után következő szakaszok közvetlenül meghatározzák egymást". Ez az alapautomatizmuson belüli részcselekvésekre érvényes. Az alapautomatizmusok egymástól való függetlenségének alapja az önálló valószinüségi értéken kivül abból adódik, hogy az eredményesen elvégzett négyzetgyökvonást követheti egy rosszul végzett összeadás, vagy megforditva; avagy egy jól végzett osztási müveletet követhet egy helytelen szögérték megállapitás a szögfüggvénytáblázatból és megforditva. Mindezek ellenére helyt kell adnunk annak az ellenvéleménynek, hogy a "feltételes valószinüség" fogalmán alapuló számitás az előbb kapott eredményeket feltétlenül finomitaná. Az eltérés azonban jóval szerényebb, mint az a munka és terjedelem, amely velejárója.

2./ Kézenfekvő ellenvetés a közismert aggály a tanulók gondolkodásának lemerevitése miatt. Ebben az esetben arra kell utalnunk, hogy pl. az alapautomatizmusok egy magasabb szinten nem akadályozzák az alkotó gondolkodás kibontakozását. Hasonlóképpen egy magasabb automatizmus sem akadályozza a még magasabb szinten kialakitható alkotó problémameglátást. Például egy sztereometriai, vagy planimetriai összetett feladattal kapcsolatban fellépő felismerési és megoldási algoritmus eredményességét nem akadályozhatja az a tény, hogy a feladatmegoldás során végső fokon a derékszögü háromszög megoldása automatizmus szinten történik.

<u>Sommázva</u>: Megállapitható, hogy az automatizmusok kialakitása terén a kisebb

ellenállás felé tolódás időben és eredményben nem gátolja a problémamegoldó gondolkodás kibontakozását. Például szolgáljon erre a didaktikai gyakorlat ama közismert jelensége, amikor a jó feladatmegoldó helytelen számitásai következtében rossz eredményre jut, s ez negative hat vissza a különben helyes gondolatmenetre.

7./ Az optimalitás meghatározásának alapját képezheti a struktura is. Ennek részletes ismertetése az V. részben következik.

8./ N.F.TALIZINA /128: —/ rámutat az eddig ismert megtanulandó algoritmusok közös hibájára, mely szerint ezek csak a végrehajtandó müveleteket adják meg, s nem biztositják az orientációs müveletek kialakitását. TALIZINA az optimalitás alapját belső orientáció kialakitásában látja. Szerinte az eddig kialakitott racionális algoritmusok szerint végzett munka váratlan esemény bekövetkezésekor nem biztositja a folyamatos továbbhaladást és zürzavart is okozhat. Az általa kidolgozott, illetve kidolgozás alatt álló "orientációs algoritmusok" a tanulás belső törvényeihez igazodnak és lehetővé teszik a különböző megoldási algoritmusok közötti eligazodást. A cél: a tanulót képessé tenni arra, hogy saját maga keresse meg a racionális megoldási algoritmust. Elgondolásait részleteiben még nem publikálta.

A IV/I. értékelő sommázása során mindenekelőtt rögziteni szeretném, hogy az 1.-8./ pontokban bemutatott alapelvek a jelenleg ismert utak, ismérvek, amelyek:

a./ csak annyit adnak, mint amennyit az alapdefiniciójuk igér,

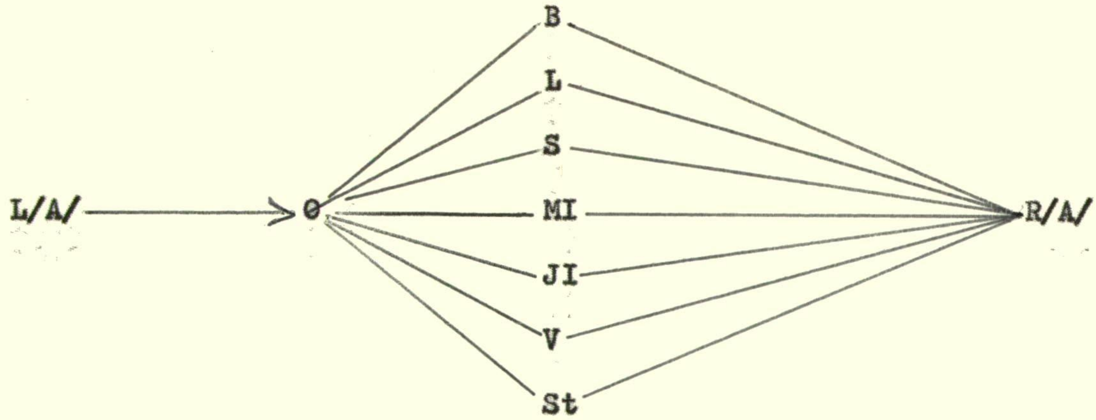
b./ felhasználásuk módszereit és területeit tekintve még a fejlődés stádiumában vannak,

c./ a jövőben feltétlenül uj alapelvek alapján felépülő, uj utakkal kell hogy gazdagodjanak,

d./ sohasem metafizikusan, hanem dialektikusan, mint együttes komplexumok tekintendők.

Az egyenlőre még kidolgozatlan általános racionális megoldási algoritmusoknak tehát egyaránt magukban kell foglalniok a bonyolultság /B/, a mintaszerü logikai ut /L/, a legkevesebb lépés /S/, a maximális információnyerés /MI/, a legjobb informáltság /JI/ a várható jó megoldás legnagyobb valószinüségének /V/, a legjobban követhető struktura /St/kritériumait.

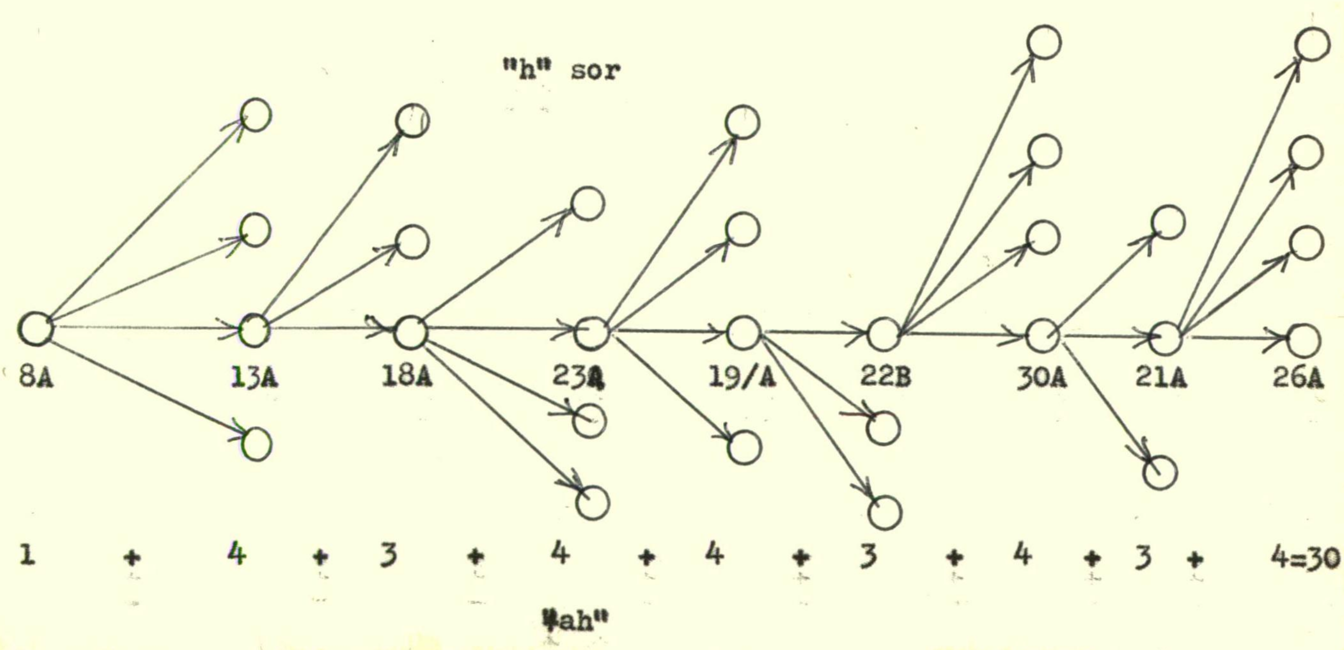
Tovább menve a legoptimálisabbnak tekinthetjük N.F.TALIZINA orientációs algoritmus /O/ elméletét, mely az 1.-7./ katalizátorának tekinthető. E-zek szerint a megtanitandó algoritmus "L/A/" az alábbi átalakitási folyamaton keresztül juthat el a racionális algoritmushoz,"R/A/"-hoz. Tehát orientációnak azt a folyamatot tekinthetjük, mely a tanuló figyelmét a B, L, S, MI, JI, V, St, ...-re irányitja.



Korunk termelő tevékenységéhez az embert egyre inkább a racionális algoritmusok szerint végzett munkája kapcsolja, ezért kell a jövő emberét ezek felismerésére képessé tenni. Ezzel együtt századunk tudományos forradalma a természettudományok, a termeléssel kapcsolatos tudományok és a humán tudományok területén ugrásszerüen megnövelte a megismerendő tényanyagot. Ezek egyre szélesedő körben történő elsajátitása a kötött iskolai tanulási időn belül csak a legészszerübb megismerési utak /felismerési és megoldási algoritmusok/ betartásával biztositható.

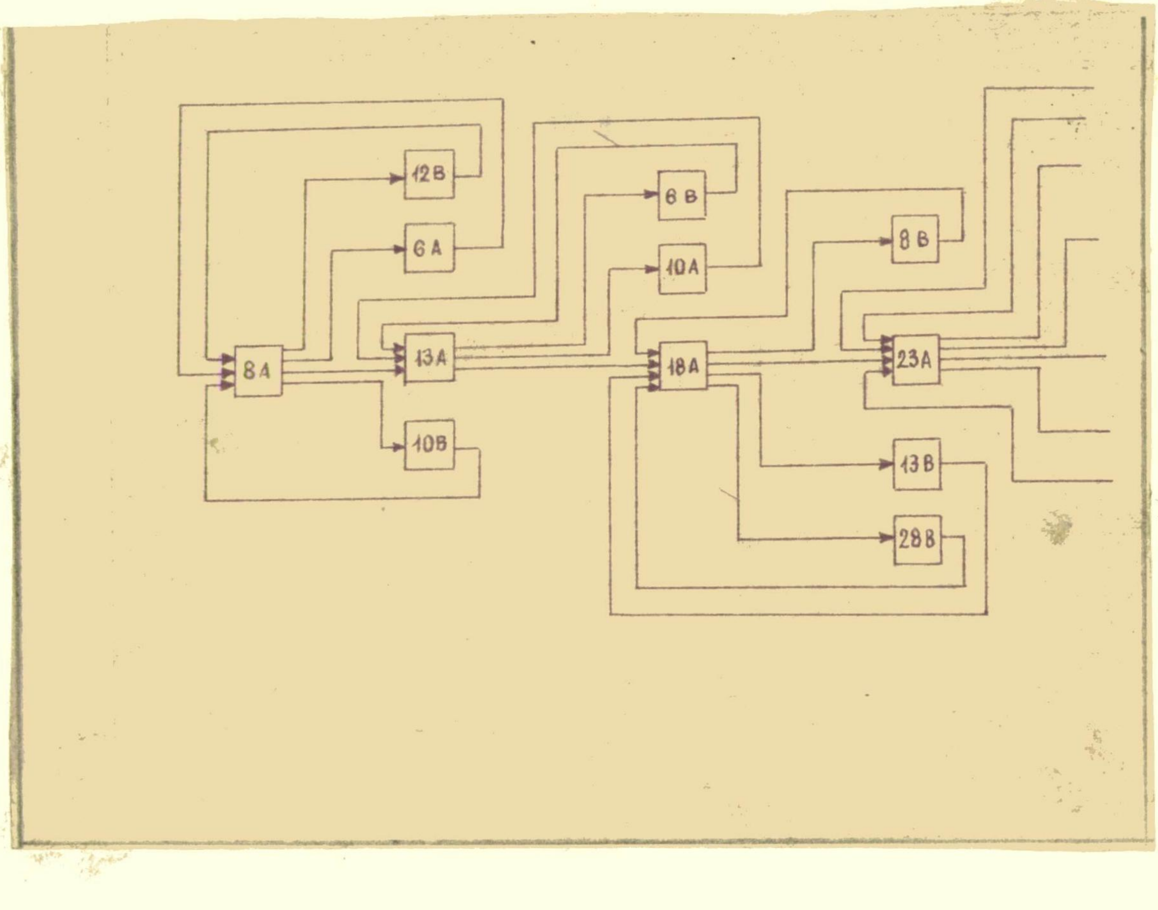
II. Az oktatás /tanitás/ algoritmusainak összehasonlitásánál előtérbe kerül a "Formális elemek" cimü részben részleteiben ismertetett "átalakitási folyamat" szerepe, mely ott a klasszifikáció alapjaként is szerepelt. Erre épitjük a most következő részben az optimális tanitási algoritmusok felkutatását célzó számitási eljárásokat. Az ilyen tipusu számitásokat a szakirodalom legujabban az optimális stratégia meghatározásának nevezi. E terület ujszerüségét a csekélyszámu rendelkezésre álló kidolgozott eljárás mutatja legjobban.

1./ Az oktatási algoritmusokkal kapcsolatos stratégiai számitások területén kiemelendő D.TOLLINGEROVA /133 : 7/ uttörő munkássága. TOLLINGEROVA valószinüségi számitási alapon kutatja a feleletválasztós átalakitási algoritmusokon belül kialakitható optimális stratégiát. Kiindul a ...11...sz. ábrán már ismertetett gráfból:



és a sorok a számát "h"-val az ezekben elhelyezett választható felelet-alternativák /az alternativa értelemszerüen két választ jelent csak, de a fogalmat a szerző általánosan használja/ számát pedig "ah"-val jelöli.

Ezt követően felirja a fenti gráfból képezett "blokksémát", amely már a visszacsatolás irányait is jelzi. Ezt a blokksémát mutattuk be a "Formális elemek" cimü rész 121. old. ábráján.



Ebből levezethető az átalakitási algoritmusra jellemző mátrix /amely ugyancsak az előző rész 12. számu mátrixa alapján már ismert/.

j \ i	8A	12B	6A	13A	10B	6B	10A	18A	$\sum i$
8A	0	1	1	0	1	0	0	0	3
12B	1	0	0	0	0	0	0	0	1
6A	1	0	0	0	0	0	0	0	1
13A	1	0	0	0	0	1	1	0	3
10B	1	0	0	0	0	0	0	0	1
6B	0	0	0	1	0	0	0	0	1
10A	0	0	0	1	0	0	0	0	1
18A	0	0	0	1	0	0	0	0	1
$\sum j$	4	1	1	3	1	1	1	0	$\sum i = \sum j = 12$

Eszerint a 8A -ból 4 "kimenet" van. Ugyanakkor a 8A -ba mindössze csak 3 "bemenet" vezet. Ezt az összefüggést a mátrixon található "$\sum i$" oszlop és "$\sum j$" sor alapján mint a kiindulási szekvenciára jellemző összefüggést az alábbi tömör formában szimbolizálhatjuk:

$$\sum j > \sum i$$

Ezzel szemben a 18A -ból nincs "kimenet", de ugyanakkor van egy "bemenet", amely mint a befejező szekvenciára jellemző összefüggés

$$\sum j < \sum i$$

szimbolizálható.

Ugyanakkor az összes többi szekvenciákra a "kimenetek" és "bemenetek" számának teljes egyensulya jellemző:

$$\sum j = \sum i$$

mely összefüggés a fenti két egyenlőtlenség kiegyenlitődése következtében egy, az algoritmusra jellemző állandóval is kifejezhető:

$$\sum j = \sum i = C = /12/$$

Továbbiakban "U"-val jelzi a szekvenciákban található összes egységek számát, amely a fentiekből közvetlenül adódó képletben is kifejezhető:

$$U = 1 + a_h$$

jelen esetben $a_h = 29$, s igy:

$$U = 1+29 = 30$$

majd bevezeti az alternativák indexe fogalmát:

$$I_a = \frac{U}{h}$$

jelen esetben $U = 30$, és $h = 9$, s igy:

$$I_a = \frac{30}{9} = 3{,}3$$

Ennek segitségével állapitható meg az oktatási /tanulási/ algoritmus jellege:

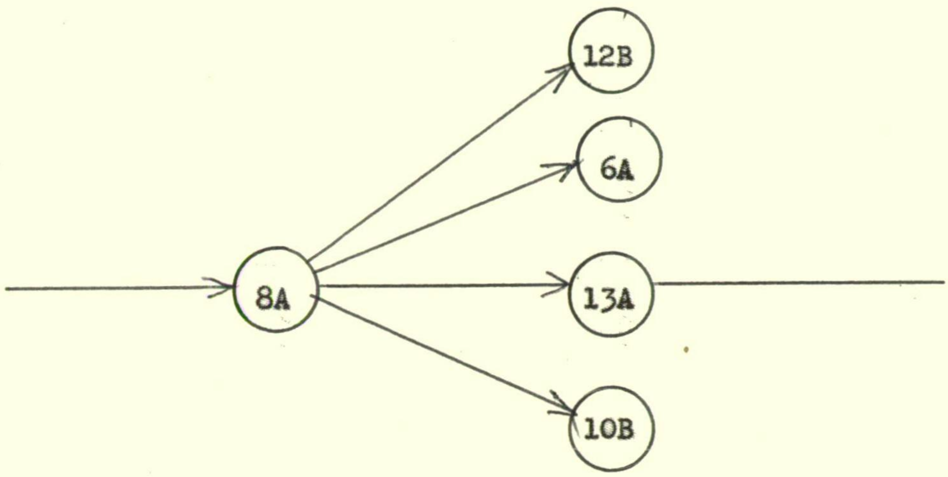
Pl.: ha $4 > I_a \geq 3$ akkor az algoritmus "3 alternativás"

$3 > I_a \geq 2$ akkor "2 alternativás", és ha

$2 > I_a \geq 1$ akkor az algoritmus már gyakorlatilag lineáris.

<u>Ezt követően térünk át a stratégiai számitásokra:</u>

Kiindulunk az előbbi gráf első és második szekvenciájából:



Ezt követően kombinatórikai alapon elemzi az algoritmus különböző lépésszámu átalakitási szakaszainak a számát, igy a 8A -ból a 13A -hoz a következő átalakitási variációk vezetnek:

<u>1 lépéses:</u> 8A —— 13A = 1

<u>3 lépéses:</u>
8A —— 12B —— 8A —— 13A
8A —— 6A —— 8A —— 13A
8A —— 10B —— 8A —— 13A
= 3

<u>5 lépéses:</u>
8A —— 12B —— 8A —— 6A —— 8A —— 13A
8A —— 12B —— 8A —— 10B —— 8A —— 13A
2
8A —— 6A —— 8A —— 12B —— 8A —— 13A
8A —— 6A —— 8A —— 10B —— 8A —— 13A
2
8A —— 10B —— 8A —— 6A —— 8A —— 13A
8A —— 10B —— 8A —— 12B —— 8A —— 13A
2
3.2 = 6

s végül a

7 lépéses:

$$\left.\begin{array}{l}
8A — 12B — 8A — 6A — 8A — 10B — 8A — 13A \\
8A — 12B — 8A — 10B — 8A — 6A — 8A — 13A \\
8A — 6A — 8A — 12B — 8A — 10B — 8A — 13A \\
8A — 6A — 8A — 10B — 8A — 12B — 8A — 13A \\
8A — 10B — 8A — 6A — 8A — 12B — 8A — 13A \\
8A — 10B — 8A — 12B — 8A — 6A — 8A — 13A
\end{array}\right\} 3.2.1 = 6$$

majd ezek összege:

$$1 + 3 + 3.2 + 3.2.1 = 16$$

ugyanez más formában:

$$1 + 3 + 3 / 3-1 / + 3 / 3-1 / /3 - 2/ = 16$$

ahonnan már leolvasható az alábbi kombinatórikus összegezési forma:

$$\frac{3/3-2/ /3-1/}{3/3-2/ /3-1/} + \frac{3/3-1/ /3-2/}{/3-1/./3-2/} + \frac{3/3-1/ /3-2/}{3-2} + \frac{3/3-1/ /3-2/}{0!} =$$

$$= 1 + 3 + 3/3-1/ + 3/3-1/ /3-2/ = 16$$

Mivel ez a 4 "alternativához" tartozó lehetséges lépések összegét fejezi ki, igy a következő formában is felirható:

$$S/4/ = \frac{/4-1/!}{/4-1/!} + \frac{/4-1/!}{/4-2/!} + \frac{/4-1/!}{/4-3/!} + \frac{/4-1/!}{/4-4/!}$$

ahol nem nehéz belátni, hogy például a

$$\frac{/4-1/!}{/4-3/!} = \frac{3!}{1!} = \frac{3/3-2/ /3-1/}{1} = \frac{3/3-2/ /3-1/}{3-2}$$

Ugyanakkor és a következőkben mindig:

$$S = 4$$

a négy alternativához tartozó stratégiák száma. Általában az "a" alternativához tartozó stratégiák száma:

$$S/a/ = \frac{/a-1/!}{/a-1/!} + \frac{/a-1/!}{/a-2/!} + \frac{/a-1/!}{/a-3/!} + ... + /a-1/$$

Ugyanez más jelölési módban:

$$S/a/ = V_o/a-1/ + V_1/a-1/ + V_2/a-1/ + ... + V_{a-1}/a-1/$$

A különböző alternativákhoz tartozó stratégiák táblázata:

a	1	2	3	4	5	6	7	8
S/a/	1	1	5	16	65	326	1957	13700

W.SIX /122 : / képlete is ugyanezt fejezi ki:

$$n = \sum_{V=0}^{n} /{}^{U}_{V}/ \cdot V! = /{}^{U}_{0}/\ 0! + /{}^{U}_{1}/ \cdot 1! + /{}^{U}_{2}/ \cdot 2! + ... + /{}^{U}_{U}/ \cdot n!$$

A következő lépésben TOLLINGEROVA a maximális lépések számát /k_{max}/ foglalja egy táblázatba; az alábbi képlet alapján:

$$k_{max} = 2a - 1$$

a	1	2	3	4	5	6	7	8
k_{max}	1	3	5	7	9	11	13	15

A továbbiakban egy segédképletet mutatunk be, amely egy alternativa osztályba sorlja a lehetséges lépések száma alapján a stratégiák összegét. A segédképlet, mely az egy osztályon belüli stratégiák számát megadja:

$$S_k/a/ = V_{\frac{k+1}{2}} /a-1/ = \frac{/a-1/!}{/a-\frac{k+1}{2}/!} = \frac{/a-1/!}{/\frac{2a-k-1}{2}/!}$$

/A bizonyitást mellőzzük!/

Az egy alternativa osztályon belüli stratégiák száma:

a	1	2		3			4				5				
k	1	1	3	1	3	5	1	3	5	7	1	3	5	7	9
$S_k/a/$	1	1	1	1	2	2	1	3	6	6	1	4	12	24	24
S	1	2		5			16				65				

Ezután bevezetünk egy valószinüségi hányadost, amely megmutatja egy stratégia előfordulásának a valószinüségét "k" lépésnél:

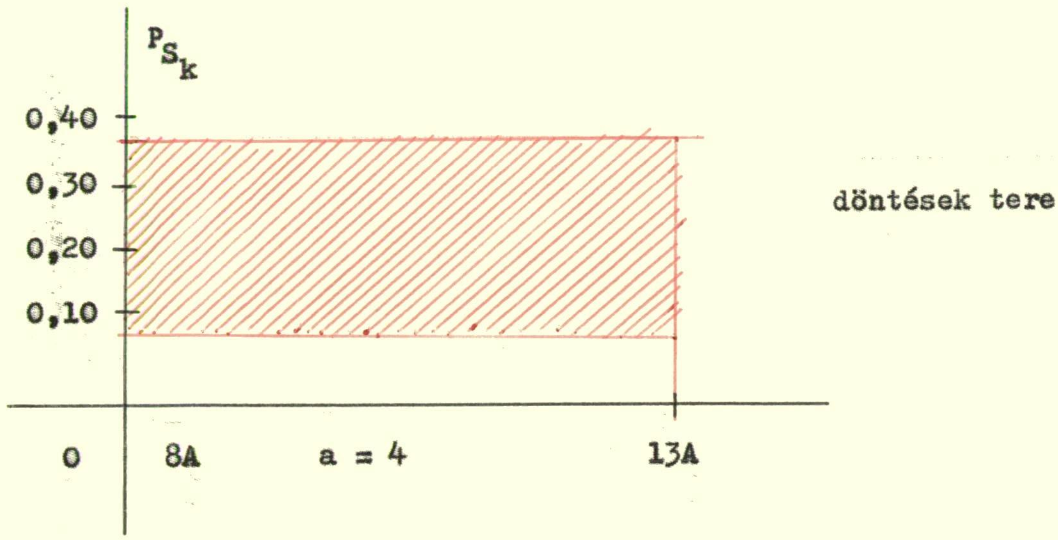
$$P_{S_k} = \frac{S_k/a/}{S/a/}$$

Ez a valószinüségi hányados lehetővé teszi az azonos "alternativák" osztályán belül az optimális stratégia meghatározását. Ezt a célt szolgálja az alábbi táblázat:

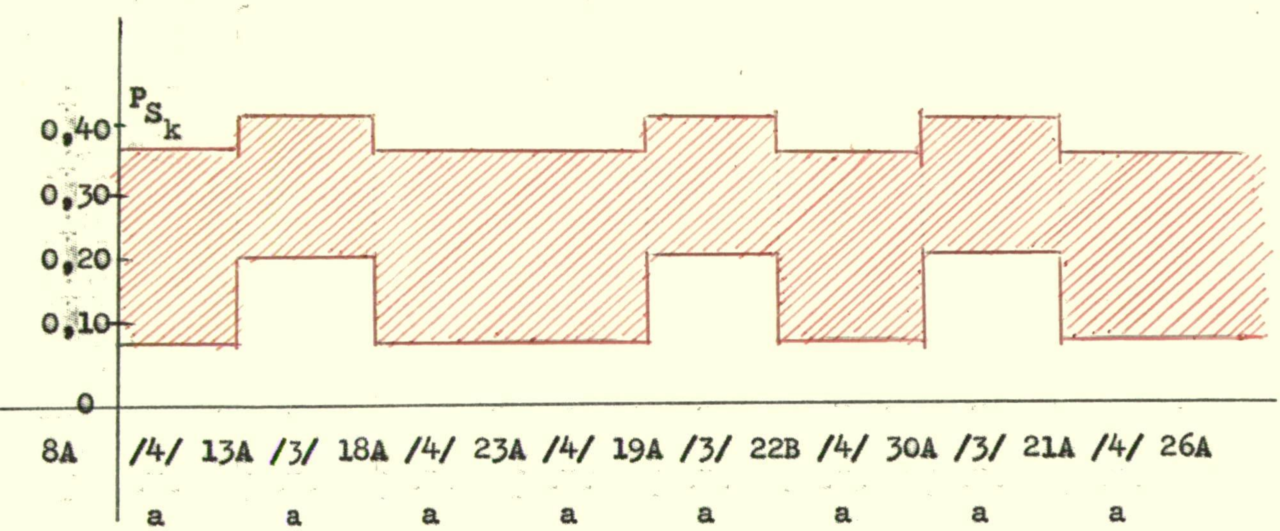
a	1	2	3		4			5			
$S_k/a/$	1	1	1	2	1	3	6	1	4	12	24
S/a/	1	2	5	5	16	16	16	65	65	65	65
P_{S_k}	1	0,5	0,2	0,4	0,06	0,18	0,37	0,01	0,06	0,18	0,37

Amint látjuk ez a három-alternativa esetén 0,20 és 0,40 között, négy esetében 0,06 és 0,37 között, öt esetén pedig 0,01 és 0,37 között változhat.

A négy-alternativa esetét ábrázolva:



Ha az eredeti algoritmus teljes folyamatára kidolgozzuk a /fenti táblázat alapján/ az előbbi grafikont,



akkor a <u>döntések terének</u> ingadozása látható.

W.SIX /122: / a "tanulást minősitő" táblázatnak nevezi az előző két táblázat egyesitéséből kapott táblázatot.

a	1	2	2	3	3	3	4	4	4	4	5
k	1	1	3	1	3	5	1	3	5	7	1
S/a/	1	2	2	5	5	5	16	16	16	16	65
S_k/a/	1	1	1	1	2	2	1	3	6	6	1
P_{S_k}	1	0,5	0,5	0,2	0,4	0,4	0,06	0,18	0,37	0,37	0,01

Végül TOLLINGEROVA az eddigieket összefogva, bebizonyitja, hogy az optimális stratégia szerint egy felelet-választós algoritmusnál a lépések számának növekedése forditott arányban áll az alternativák indexével, s igy gyakorlatilag átmegy egy lineáris algoritmusba.

Az alábbi e célt szolgáló táblázatban:

h = /mint ismert/ a sorok száma,

V = ebből a "felelet-választás" nélküli sorok száma,

h_a = pedig a fennmaradó "alternativ válaszokat" tartalmazó sorok száma.

Érvényes tehát az alábbi összefüggés:

$$V + h_a = h$$

a = alternativák száma,

I_a = alternativák indexe,

$$P_{S_k}/a/ = \frac{S_k/a/}{S/a/} = \frac{\text{az egy osztályon belüli stratégiák száma}}{\text{az "a" alternativához tartozó stratégiák száma}}$$

P_{S_k} min = a fenti alsó határa,

P_{S_k} max = a fenti felső határa.

Az első sor kitöltése:

h = 14; V = 3; akkor h_a = 14-3 = 11

A lehetséges alternativák száma:

8 soron soronként 4 alternativa

3 soron soronként 3 alternativa

$$I_a = \frac{8.4 + 3.3}{11} = 3{,}72 \qquad 3{,}7$$

$$P_{S_k}\ min = \frac{8.0{,}06 + 3.0{,}20}{11} = \frac{1{,}08}{11} = 0{,}098 \qquad 0{,}09$$

$$P_{S_k}\ max = \frac{8.0{,}37 + 3.0{,}40}{11} = \frac{4{,}16}{11} = 0{,}38$$

Lépések jelölése szakaszokban	h	V	h_a	a				I_a	P_{S_k} min	P_{S_k} max
				4	3	2	1			
9A-26A	14	3	11	8	3	0	0	3,7	0,09	0,38
27A-68A	32	3	29	2	10	3	14	2	0,60	0,69
64A-100B	34	4	30	2	8	8	12	2	0,59	0,66
106B-116A	12	1	11	0	1	4	6	1,3	0,74	0,76

A táblázatról leolvasható egyrészt az

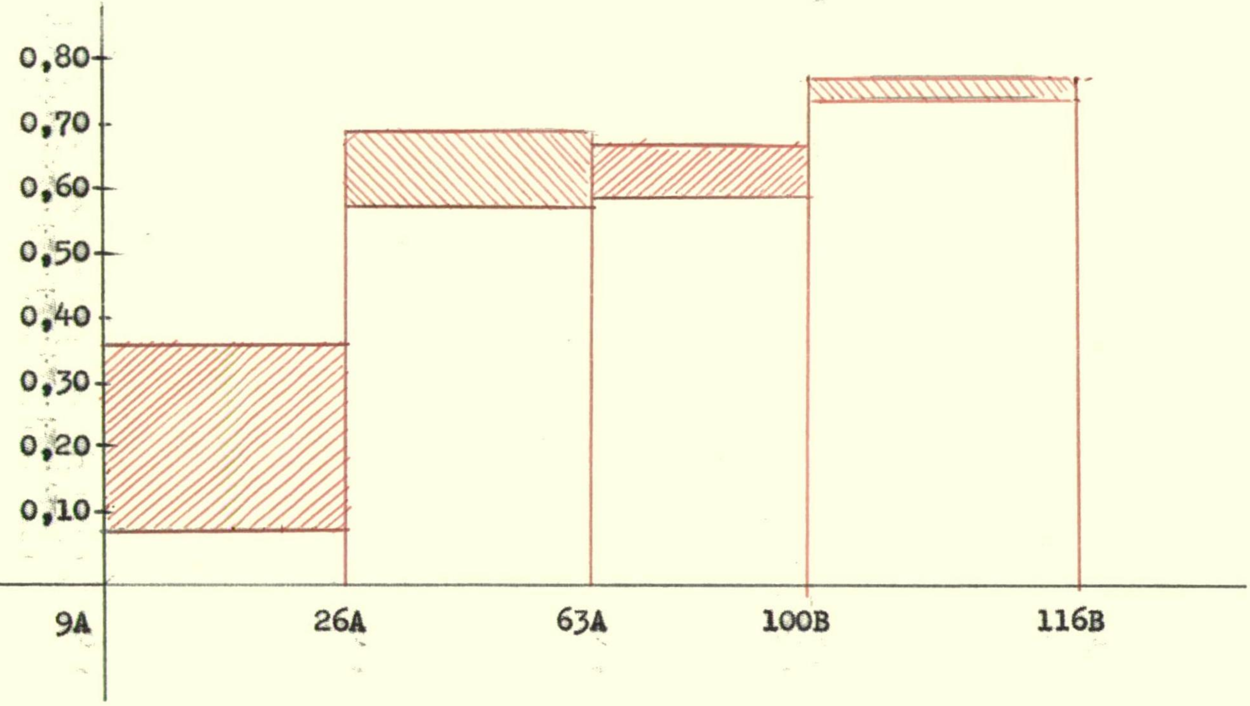
$$I_a = 3{,}7$$
$$I_a = 2$$
$$I_a = 2$$
$$I_a = 1{,}3$$

csökkenő tendenciáju indexekből az eredeti feltevés, vagyis az, hogy az optimális felelet-választós tanitási algoritmus kellőszámu lépés után lineáris algoritmusba megy át, másrészt még szemléletesebben mutatja ezt a:

$$\boxed{P_{S_k} \max \quad - \quad P_{S_k} \min}$$

által definiált döntések terének csökkenő tendenciája, és végül a valószinüségi értékek növekvő tendenciája.

Ezek szemléltetésére szolgál az utolsó grafikon:



2./ A következő stratégiai számitás alapját F.KOPSTEIN /74 : 10/ hipotézise /lásd ...1...sz.ábrát/ és a H.FRANK /35 :107/ által bemutatott "G^n" mátrixok /III/VII-2., 17.-21. mátrixok/ képezik. Célja az optimális átalakitási algoritmus kiszámitása az "átalakitási utak" számának nagysága alapján.

F.KOPSTEIN szerint feltehető, hogy az az oktatási struktura biztosabban vezethet eredményhez, ahol a kezdőpontból több egyenlő hosszuságu /egyenlő lépésszámu/ megoldási ut vezet a végponthoz, mint az olyan struktura, ahol csak egy ilyen ut létezik /Man kann, zum Beispiel, die Hypothese aufsetzen, dass eine Struktur in der mehrere Gleichwege - equipaths - von einem Anfangspunkt zu einem Endpunkt führen leichter gemeistert werden wird als eine Struktur in der nur ein oder zwei solcher Gleichwege existieren./ Ez a hipotézis azon az elven alapul, hogy amennyiben csak egy ilyen ut létezik, akkor ha a tanulót a tanulási folyamatban bárminemü zavaró hatás éri, azaz az egyetlen ut megtörik, akkor ez a tanuló a kezdőponttól a végpontig vezető reakció-láncának kifejtését /a megoldást/lehetetlenné teszi. /Diese Hypothese beruht darauf, dass eine Unterbrechung des Einzelwegs durch irgendeine Störung in der Reaktionskette - response chain - des empfangenden Schülers die abwicklung derselben vom Anfangspunkt bis zum Endpunkt unmöglich macht./ Röviden, ha néhány egyenlő megoldási utunk van, akkor emelkedik a végpont elérésének a valószinüsége. /Sind einige Gleichwege vorhanden so wird die Wahrscheinlichkeit der Erreichung des Endpunktes erhöht./

KOPSTEIN hipotézisét kisérletei, amelyeket folyamatosan folytat, igazolni látszanak. Ehhez H.FRANK előbb emlitett megállapitását kapcsoljuk, mely szerint ha egy gráfalakban leirható átalakitási algoritmus mátrixa "G", akkor "G^n" mátrix-hatvány elemei megadják az összes "n" lépéses átalakitások számát.

Ezt követően az előzőek során ismertetett /tanitási/ algoritmusok optimálisait ezen elv alapján fogjuk meghatározni.

1./ A Moore-algoritmus /G/

$$G = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$G^2 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$G^3 = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 4 & 7 & 4 \\ 0 & 4 & 4 & 7 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$G^4 = \begin{vmatrix} 0 & 4 & 4 & 7 & 4 \\ 0 & 8 & 8 & 15 & 11 \\ 0 & 8 & 8 & 15 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$G^5 = \begin{vmatrix} 0 & 8 & 8 & 15 & 11 \\ 0 & 16 & 16 & 31 & 26 \\ 0 & 16 & 16 & 31 & 26 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$G^6 \quad \begin{vmatrix} 0 & 16 & 16 & 31 & 26 \\ 0 & 32 & 32 & 63 & 57 \\ 0 & 32 & 32 & 63 & 57 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

A Moore-algoritmusnál tehát növekszik az "utak" száma. Vegyük észre, hogy a piros keretben lévő számok a két algoritmus elem között előforduló összekötő utak számának maximumát adják meg /továbbiakban $U^{/n/}_{/2/max}$ jelölést használjuk, amely két elem közötti "n" lépéses átalakitásnál előforduló maximális utak számát szimbolizálja /pl.: $GU^{/6/}_{/2/max} = 63$.

A Crowder-algoritmus 10.sz.mátrixának vizsgálatánál /jele: C/

$$C = \begin{array}{c|ccccccc} \bullet & \alpha & S_0 & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & \omega \\ \hline \alpha & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S_0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ S_1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ S_2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ S_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ S_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

$$C^2 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$C^3 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \boxed{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$C^4 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \boxed{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & \boxed{2} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$C^5 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & \boxed{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \boxed{2} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = C^{2k-1}$$

$$C^6 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \boxed{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & \boxed{2} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = C^{2k}$$

Tehát: $CU^{/n/}_{/2/\ max} = 2$

A Skinner-algoritmus mátrixának vizsgálatánál /lásd 19-20-21.sz.mátrixo- kat /jele: S/

$$S^2 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$S^6 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Ugyanakkor amint láttuk az S^7 már "O-mátrix". / : 19/ Igy

$$SU^{/n/}_{/2/\ max} = 1$$

A KOPSTEIN féle paragráf algoritmus "mátrixának" /11.sz.mátrix/ /jele: "${}_{r}K$"/, ahol r = a parallell utak száma:

$$
{}_2K = \begin{vmatrix}
0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{vmatrix}
$$

$$
{}_2K^2 = \begin{vmatrix}
0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{vmatrix}
$$

$$
{}_2K^3 = \begin{vmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 4 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 4 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 4 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{vmatrix}
$$

$$
{}_2K^4 = \begin{vmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 8 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{vmatrix}
$$

$$
{}_2K^5 = \begin{vmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{16} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{vmatrix}
$$

Nem nehéz belátni, hogy a "K^6" már "O-mátrix", s igy:

$$
{}_2KU^{/5/}_{/2/\,max} = 16
$$

ami egyben az összes "I-X" közötti lehetséges utak száma.

A 8.sz.mátrix által leirt szabályozó /Regelung/ algoritmus mátrixának

/jele: R/ vizsgálatánál:

$$R^2 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \boxed{3} & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & \boxed{3} & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & \boxed{3} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$R^3 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 6 & \boxed{7} & 6 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 6 & \boxed{7} & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 6 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$R^4 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 3 & 6 & 7 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & 10 & 16 & \boxed{19} & 13 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 10 & 16 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 10 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$R^5 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 4 & 10 & 16 & 19 & 13 \\ 0 & 1 & 5 & 15 & 30 & \boxed{45} & 35 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 15 & 30 & 26 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 15 & 14 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$R^6 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 5 & 15 & 30 & 45 & 35 \\ 0 & 1 & 6 & 21 & 50 & \boxed{90} & 75 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & 21 & 50 & 45 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 6 & 21 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 6 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

az $RU^{/6/}_{/2/\ max} = 90.$

A 6.sz.mátrix által leirt iterációs-algoritmus /jele: I/ vizsgálatánál:

$$I^2 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \boxed{2} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$I^3 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \boxed{3} & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{az } IU^{/7/}_{/2/\ max} = 15$$

A 7.sz.mátrix által leirt adaptiv /Umweg/ algoritmus /jele: U/ vizsgálatánál:

$$U^2 = \begin{vmatrix} 0&0&1&0&1&0&0\\ 0&0&0&1&0&1&0\\ 0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0 \end{vmatrix}$$

$$U^3 = \begin{vmatrix} 0&0&0&1&0&1&0\\ 0&0&0&0&1&0&1\\ 0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0 \end{vmatrix}$$

$$U^4 = \begin{vmatrix} 0&0&0&0&1&0&1\\ 0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0 \end{vmatrix}$$

$$U^5 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

látható, hogy a Skinner-algoritmus mátrixához hasonlóan az U^6 már "O-mátrix", és az $UU^{/n/}_{/2/\ max}$ = 1-nél nagyobb értéket nem vesz fel.

A 12.sz.mátrix által leirt felelet-választós Tollingerova-algoritmus /jele: T/ vizsgálatánál:

$$T^2 = \begin{vmatrix} \boxed{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$T^3 = \begin{vmatrix} 0 & 3 & 3 & \boxed{5} & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$T^4 = \begin{vmatrix} \boxed{9} & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 3 & 3 & 5 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & 5 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & 5 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$T^5 = \begin{vmatrix} 0 & 9 & 9 & \boxed{15} & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 5 & 5 \\ 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 2 \\ 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$T^6 = \begin{vmatrix} \boxed{27} & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 15 & 15 \\ 0 & 9 & 9 & 19 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 9 & 19 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 9 & 19 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Páratlan számu lépéseknél a legfelső sor első helye, páros számuaknál a ugyanott a negyedik hely a <u>sürüsödési hely</u>. Tehát:

$$TU^{/6/}_{/2/\ max} = 27$$

A 9.sz.mátrix által leirt "elágazó-adaptiv" /Mehrweg/ algoritmus /jele: M/ vizsgálatánál:

$$M^2 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$M^3 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$M^4 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$M^5 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

az M^6 már "O-mátrix"!

Az eddigi algoritmus-mátrixok hatványainak kissé terjengős bemutatása az általuk leirt folyamatok dialektikus szemlélését volt hivatva biztositani. A továbbiakban ugyanis ki szeretnénk emelni azokat a mátrix hatványokból leolvasható és általánositható tulajdonságokat, amelyek egyrészt a mátrixhoz tartozó tanitási algoritmusra jellemzőek, másrészt alkalmasak bizonyos optimális stratégiai számitásokra is.

1./ Szembetünő és igy bizonyitásra nem szorul, hogy a bemutatott mátrixok két nagy csoportra oszthatók:

a./ amelyeknél a hatványszorzatok a "O-mátrix"-hoz tartanak, pl:

S —— S^2 —— .... —— S^7 = "O-mátrix"

${}_2K$ —— ${}_2K^2$ —— ${}_2K^3$ —— ${}_2K^4$ —— ..... — ${}_2K^6$ = "O-mátrix"

U —— U^2 —— .... —— U^6 = "O-mátrix"

M —— M^2 —— .... —— M^6 = "O-mátrix"

Ezen összefüggés alapján ezeknél az algoritmusoknál előre megadható a maximális lépések száma. Különben ezek a mátrixok is még két alcsoportra oszthatók: 1./ amelyekben a mátrixoknak vannak, olyan elemei, amelyek monotonan növekednek /${}_2K$/, és olyanokra 2./ amelyekben az elemek csak /0;1/

értékeket vesznek fel /S; U; M/.

b./ Amelyeknek hatványszorzatai sohasem tartalmaznak "O-mátrixokat" /G, C, R,T/. Ezek is két alcsoportra oszthatók:

1./ amelyeknek egyes elemei minden határon tul nőnek /pl.: G, R, I/

2./ amelyekben két végleges forma váltakozó ismétlődése látható, pl: "C"-nél a "C^{2k}" és "C^{2k-1}" formák.

Ha ezeket egybevetjük a III/III.-al és a 7..sz.táblázattal, akkor észrevehetjük, hogy

a/1.-hez a konturnélküli gráfokkal leirható algoritmusok,

a/2.-höz ezek közül a paragráfokkal leirható algoritmusok,

b/1.-hez a konturos gráfokkal leirható algoritmusok,

b/2.-höz ezek közül egyedül a Crowder-algoritmus tartozik.

2./ Több mátrixnál kitünik, hogy egyes /piros keretben lévő/ elemek a többiekhez képest nagyobb mértékben növekednek, s igy ezek az általuk kifejezett "azonos lépés számu utak" sürüsödésére utalnak. Ezek azok, ahol az

$$XU^{/n/}_{/2/\ max} > 1$$

és monoton növekvő értékek az X = G, $_2K$, R, I, T esetekben.

Ugyanakkor $CU^{/n/}_{/2/\ max}$ = 2-nél nagyobb értéket soha nem vesz fel. Ennek az összefüggésnek két didaktikai értéke van:

a./ az 1/a.esetben ez a módszer lehetővé teszi, hogy pl. egy "$_rK^{/n/}$" tipusu algoritmus esetében, ha

$$_rK^{/n+1/} = \text{"O-mátrix", akkor}$$

$$U_rK^{/n/}_{/2/\ max} = \text{teljes /kiindulási ponttól a végpontig/}$$

vezető utak számát előre meghatározzuk.

b./ Az 1/b. esetekben az

$$XU^{n}_{/2/\ max} > 1$$

sürüsödési helyek kiszámithatósága lehetővé teszi, hogy az algoritmusnak erre a szakaszára épitsük a legnehezebben elsajátitható, legtöbbszöri ismétlést és lehetőleg minél több kisegitő ut bevonását igénylő elemeit.

3./ Az 1./ és 2./-ből következik, hogy ha célunk egy "T" anyagrész programozása és ehhez egy olyan algoritmus kiválasztása, amely azonos lépésszám mellett a lehető legtöbb átalakitási utat biztositja /pl. nehezebb anyagrész feldolgozása, gyengébb tanulók korrepetálása, stb/, akkor ezt a 2/b. alapján az alábbi módon számithatjuk ki:

Szolgáljon erre az alábbi táblázat: /.....sz.m/

	n=1	n=2	n=3	n=4	n=5	....
$GU^{/n/}_{/2/\ max}$	1	3	7	15	31	
$CU^{/n/}_{/2/\ max}$	1	1	2	2	2	
$_{2}KU^{/n/}_{/2/\ max}$	1	2	4	8	16	
$_{3}KU^{/n/}_{/2/\ max}$	1	3	7	17	41	
$RU^{/n/}_{/2/\ max}$	1	3	7	19	45	
$IU^{/n/}_{/2/\ max}$	1	2	3	4	6	
$UU^{/n/}_{/2/\ max}$	1	1	1	1	1	
$MU^{/n/}_{/2/\ max}$	1	1	1	1	1	

$TU^{/n/}_{/2/\ max}$	1	3	5	9	15
$SU^{/n/}_{/2/\ max}$	1	1	1	1	1

A táblázatból már leolvasható az "n" különböző értékeihez tartozó "egyenlő utak" száma, s igy meghatározható az optimális

$$"XU^{/n/}_{/2/\ max}" \text{ is.}$$

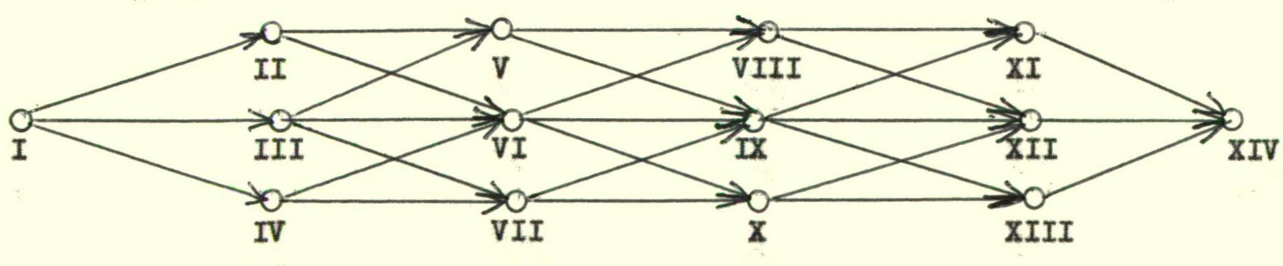
Természetesen, ha speciális didaktikai célok nem indokolják az ismétléseket /az egy és ugyanazon lépésekhez való visszatérést/, akkor a ..... sz. táblázat módositása indokolt.

Ebben az esetben pl. a táblázatból leolvasható optimális algoritmus nem az "R" mátrixhoz tartozó algoritmus lesz, hanem a "$_2K$"-hoz tartozó algoritmus.

<u>Sommázva:</u> az itt ismertetett elvek az optimális stratégia meghatározásának egy más oldalát mutatják be, mint amit a II/1.-ben ismertettünk. Felvetődhet a kérdés, hogy nem tulzás-e ezen bonyolult apparátus alkalmazása akkor, amikor pl. a "$_2K$" esetében a

$$_2KU^{/5/}_{/2/\ max} = 16 \text{ -ot}$$

közvetlenül aránylag "könnyü szerrel" leolvasható. Szabadjon ellenpéldaként a "$_3K$" tipusu gráfból kiindulva egy másik paragráfot bemutatni:



Felirjuk a hozzátartozó mátrixot:

$_3K=$

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	XIII.	XIV.
I.	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
II.	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
III.	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
IV.	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
V.	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
VI.	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
VII.	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
VIII.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
IX.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
X.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
XI.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
XII.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
XIII.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
XIV.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

majd az előbbi hatványozási eljárást alkalmazva kapjuk:

$_3K^2 =$

0	0	0	0	2	$\boxed{3}$	2	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	2	2	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	2	$\boxed{3}$	2	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	2	2	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	$\boxed{3}$	2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\boxed{3}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$
{}_3K^3 = \begin{vmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & \boxed{7} & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 3 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & \boxed{7} & 5 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 5 & 4 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{7} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{vmatrix}
$$

$$
{}_3K^4 = \begin{vmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & \boxed{17} & 12 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{17} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{vmatrix}
$$

$$
{}_3K^5 = \begin{vmatrix}
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&\boxed{41}\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0
\end{vmatrix}
$$

A ${}_3K^6$ már "O-mátrix"!

A ${}_3KU^{/5/}_{/2/\ max} = 41$ mutatja, hogy 41 féleképen juthatunk el az I-ből a XIV-be. Ennek leolvasása közvetlenül a gráfból már körülményes. Természetesen a mátrix szorzások is igen nagy figyelmet igénylő, s tekintélyes hibalehetőséggel járó számitások. Ha azonban ezt az eljárást különösen nagyobb lépésszámu algoritmusoknál Computerekre bizzuk, akkor a mátrixos forma a legracionálisabb módszer. A Computerek ilyen irányu felhasználásának lehetőségeire utalnak K.A.CZEMPER és H.BOSWAU /15 : 90/ és H.FRANK /32 : 6/.

A II. fejezet ismertetett anyagát összefoglalva ismételten kiemeljük a <u>didaktikának azt a szerepét, mely szerint az oktatásnak mindig valamilyen kiindulási állapotot kell valamilyen, az oktatás célja által meghatáro-</u>

<u>zott végállapottá alakitania.</u> Ezek[redacted] együtt[redacted] alkotják az oktatási ráhatások rendszere. Egyedi esetben az oktatási ráhatásoknak ezt a rendszerét olyan algoritmussal irhatjuk le és adhatjuk meg, amely a tanuló kiindulási állapotának végállapottá való átalakitására vonatkozik, - állapitja meg L.N.LANDA /86 : 39/.

Másodszor a "<u>stratégia</u>" fogalmának mi didaktikai értelmet adtunk. LANDA szerint /86 : 38/ nehéz szigoruan megkülönböztetni ezt a fogalmat /egzakt kibernetikai és matematikai értelemben véve/ az algoritmus fogalmától; azonos kategóriába tartoznak ezek. Jelenleg azonban a stratégia fogalmát gyakran tágabb értelemben használják, beleértve a véletlenszerü cselekvések lehetőségét is, ami az algoritmussal nem fér össze. Másrészt a stratégiát tekinthetjük a cselekvések lehetséges módjára vonatkozó előirásnak, az algoritmust pedig parancsolóbb természetü előirásnak. Ezzel kapcsolatban lerögzithetjük, hogy <u>a stratégia a lehetséges algoritmus, az algoritmus pedig a kiválasztott stratégia.</u>

III. Átvitt értelemben bármilyen féle szabatosan előirt eljárás matematikai modellje algoritmusnak nevezhető - hangzik az ismert alapdefinició. Ezen az alapon, ha létezik egy olyan programmkészitési eljárás, amely szabatosan leirható és találunk ehhez egy matematikai modellt /pl. mátrixot, vagy diagrammot/, akkor ezt az eljárást a fenti definició értelmében a programmkészités algoritmusának tekinthetjük. /Igy a megtanitandó algoritmus és a tanitás algoritmusa után ez az algoritmus-fogalom uj alkalmazása./ E fejezet azonban nem a programmozott oktatás terminológiájának bővitését célozza, hanem segitséget kiván nyujtani a programmozott oktatás után érdeklődőknek ahhoz, hogy aránylag világos és jól áttekinthető módszer birtokába jutva, saját maguk is készithessenek oktató programmokat és ezzel is segitsék az oktatás hatékonyságának fokozása terén kialakult törekvéseket.

Az eddig - jobbára empirikus - uton, a sokéves tanári tapasztalatra épülő, programmkészitési eljárások általában három szakaszra bonthatók:

1./ A tervezett tananyagrész elemi szabályokból és példa-anyagokból való felépitése.

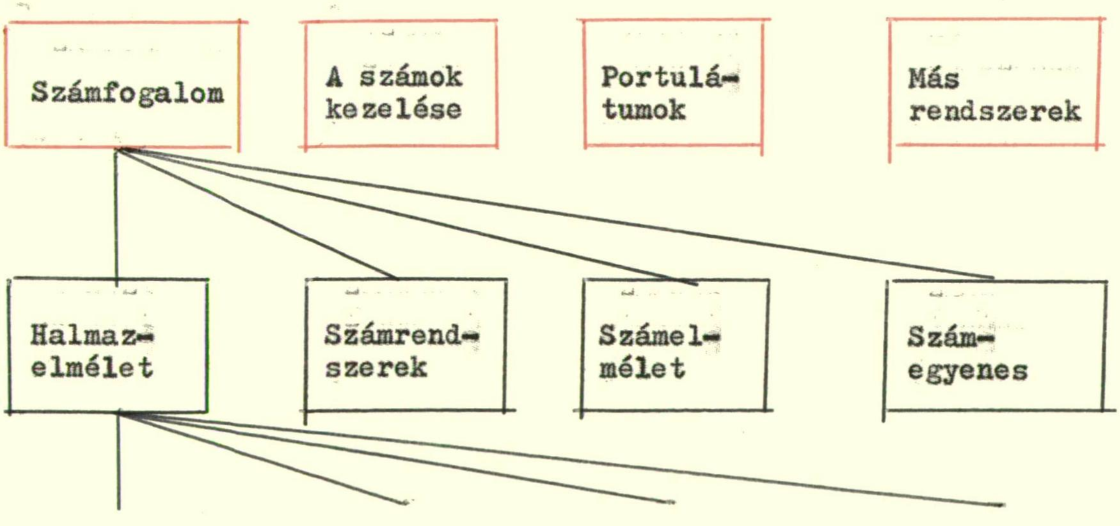
2./ Az 1./ lista alapján az oktató programm elkészitése.

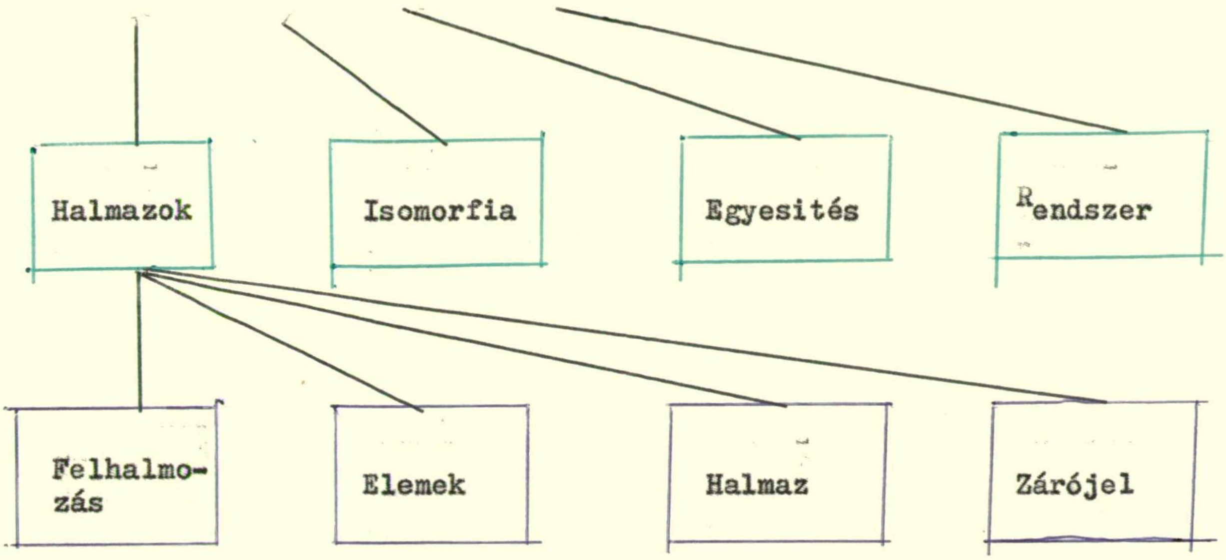
3./ A 2./ programm kipróbálása utján való javitása és finomitása.

Jelen esetben talán korai lenne még egy olyan algoritmusról beszélni, amely mind a három szakaszt átfogja. Az eddigi ilyen irányu próbálkozások általában az 1./ vagy 2./-re korlátozódtak.

1./ Először az 1./ szakaszra mutatunk be egy F.MECHER-/94:252/-től származó fél-algoritmust /lásd II/40. oldal/. Az eljárás alapgondolata a tananyag szisztematikus felbontása, mindaddig folytatva, amig az anyagrészt teljesen "atomjaira" nem bontották. MECHNER a különböző szinteken történő felosztásnál az egységek feljegyzésére különböző szinü kartonokat ajánl.

Pl.: A halmazelmélet elemei cimü anyagrész programmozását megelőző "atomokra" bontás folyamata:



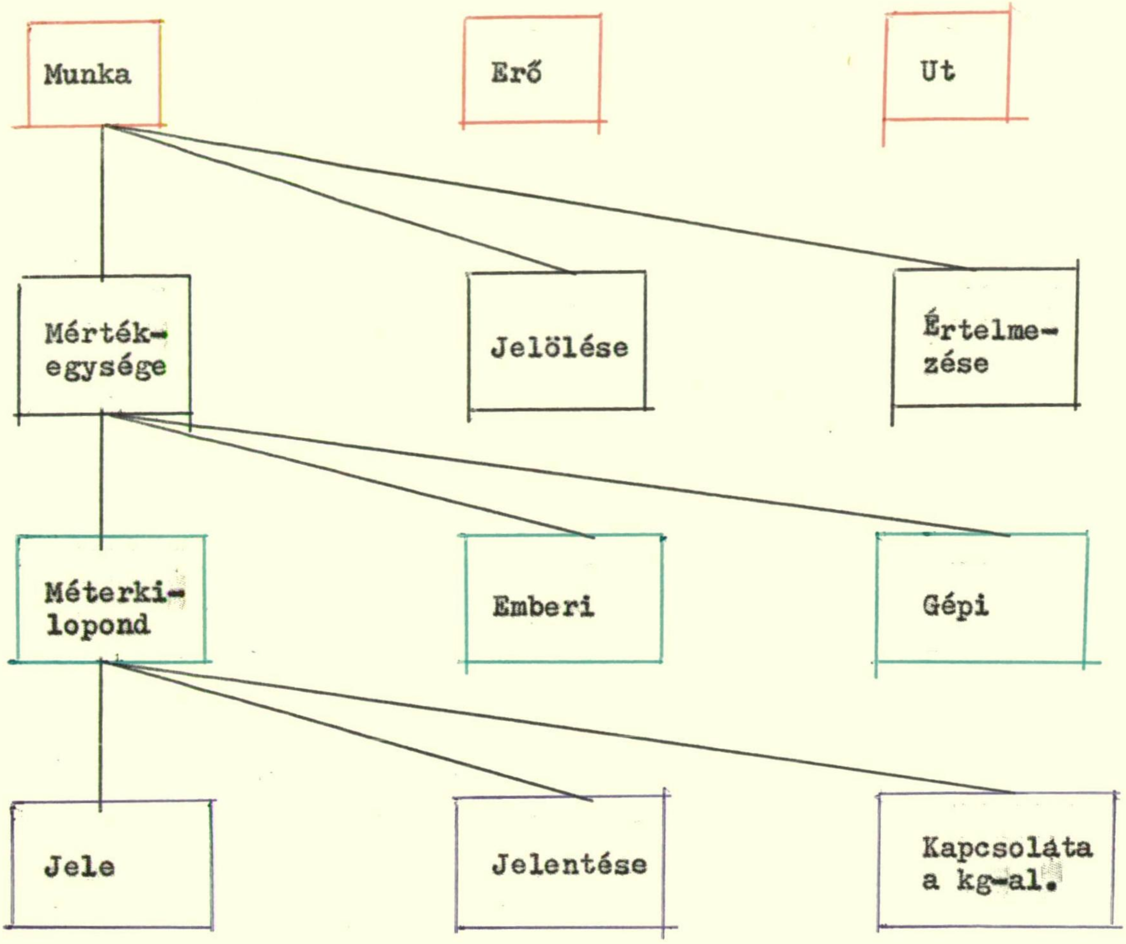


Könnyü belátni, hogy amennyiben valamennyi szinten elvégeznénk a teljes felbontást, akkor az utolsó sorban

$$4^4 = 256$$

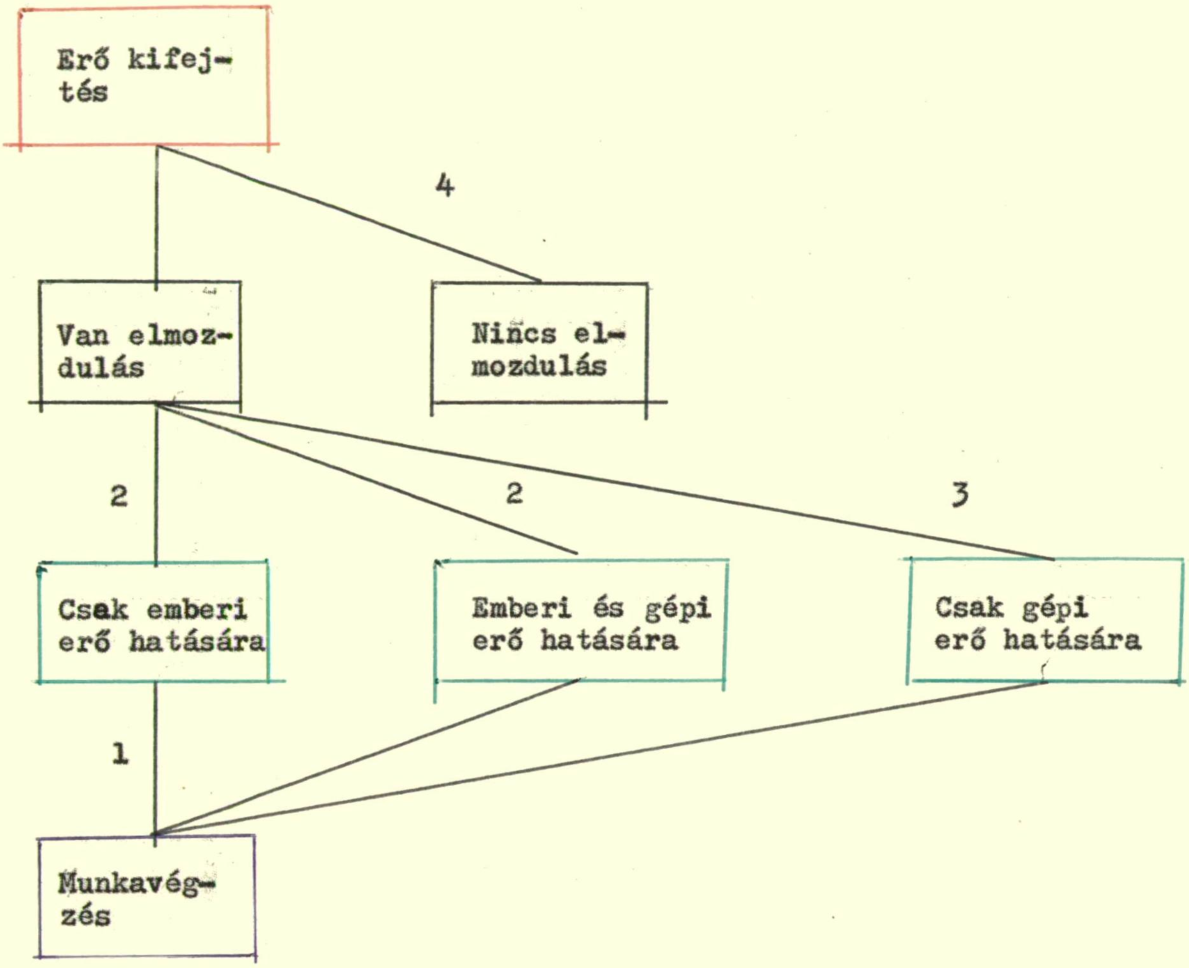
szekvenciához jutnánk. Ez azonban feltétlenül csak elméleti értékü szekvencia sor lenne. Hogy gyakorlatilag mi kerül a programmba, az az eddigi gyakorlat szerint a programmozó döntésére van bizva. /Ez a rész tehát még nem irható le teljesen szabatosan - emiatt tekintjük ezt az eljárást fél-algoritmusnak/. MECHNER egy diagrammot ismertet /94 :253/, amely alapján az eljárásnak ez a része is szabatosan leirhatóvá válik, sőt szerinte ezt a döntést egym a diagramm adatait feldolgozó computerre lehetne bizni.

Gyakorlati értékének kidomboritására szolgáljon még az alábbi VII. az általános iskolai évfolyamban tanitandó fizikai törvény programmozása. "A munkát ugy számitjuk ki, hogy az erőt megszorozzuk az erő irányába eső uttal".



2./ A következőkben a 2./-es szakasz algoritmizálását kivánjuk bemutatni, egy az USA-ban meghonosodott eljárás: a Ruleg-módszer és a Flow-diagramm /125 : —/ alapján. Le kell rögziteni bevezetőül még azt is, hogy ezt a fél-algoritmust kizárólag csak lineáris programmok készitésére használják. Mielőtt a részletes ismertetésre áttérnénk, be szeretném mutatni a két uj terminus-technikus jelentését: Ruleg, az angol szabályok: = ru's és példák = eg's fonetikus kiejtésének összeolvadásából keletkezett müszó, a Flow-diagramm pedig folyamat-diagrammot jelent.

A továbbiakban a VII-es. általános iskolai fizika IV/1. pontjából "A munka" cimü bevezető első 12 sorának a Ruleg-módszer és Flow-diagramm által meghatározott programmkészitési algoritmus segitségével készült, programmozott változatát mutatjuk be. Az emlitett anyagrész elemi szabályokból és példaanyagból történő felépitése az előbb ismertetett MECHNER-eljárás egyik speciális változata alapján történt.



/Lásd az előbbi, - III/1. pontban szereplő példát!/

A vonalak mellett szereplő számok a felbontott részfogalmak bemutatását szolgáló példák száma. Ennek alapján a tananyagrész elemi szabályokból és példákból álló sora: /4 + 2 + 2 + 3 + 1 = 12/

1./ Ha egy szénnel rakott nagy kocsit egyedül megtolsz, akkor erőt fejtettél ki, de a kocsi nem mozdul el.

2./ Ha egy nagy mozdony-kereket egyedül megemelsz, akkor erőt fejtettél ki, de a kerék mozdulatlan marad.

3./ Ha egy nagy élő fát megpróbálsz kidönteni, akkor erőt fejtettél ki, de a fa mozdulatlan marad.

4./ Ha egy nagy vastag falnak egyedül nekidőlve, megpróbálod ledönteni, akkor erőt fejtettél ki, de a fal mozdulatlan marad.

5./ Ha egy kis játékkocsit megtolsz, akkor erőt fejtettél ki és a kocsi elmozdul.

6./ Aki fát gyalul, az erőt fejt ki és elmozditja a gyalut.

7./ Aki vasat reszel, az erőt fejt ki és elmozditja a reszelőt.

8./ Aki egy zsákot egy autóra felrak, az erőt fejt ki és elmozditja a földről a zsákot.

9./ Pótkocsi huzásakor a vontató ....

10./ Épitkezésnél az emelőgép ....

11./ Toronyházban a teherfelvonó ....

12./ Ha valamely test erő hatására elmozdul, akkor fizikai értelemben munkavégzés történt.

Ezek után térünk át a 2.szakaszra, amelynek algoritmizálása a következő egzakt müveletekből tevődik össze:

a./ A Ruleg-mátrix megszerkesztése.

b./ A generalizált mátrix leképzése.

c./ A Flow-diagramm összeállitása az 1./, a./ és b./ összevetése alapján, majd

d./ az 1./ és c./ pont alapján az oktató-programm leirása.

a./ A Ruleg-mátrixot /továbbiakban R-mátrix/ a ......sz.mátrix mutatja.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	A	A	A	D							D
2	A	2	A	A	D							D
3	A	A	3	A	D							D
4	A	A	A	4	D							D
5	D	D	D	D	5	A	A	A				A
6					A	6	A	A				A
7					A	A	7	A				A
8					A	A	A	8	A	A	A	A
9								A	9	A	A	A
10								A	A	10	A	A
11								A	A	A	11	A
12	D	D	D	D	A	A	A	A	A	A	A	12

.....sz.mátrix.

Itt: A = /associatio/ gondolattársitás

D = /discrimination/ megkülönböztetés

1 = /definition linie/ definiciók vonala

A mátrix készitésének elve: Az 1.sor 1.oszlopában lévő 1-es az előbbi felbontás 1./ sorában bemutatott példa önmagával történő definiciója. A 2.sor 2.oszlopában lévő 2-es az előbbi felbontás 2./ sorában bemutatott példa önmagával történő definiciója. A 3.sor 3.oszlopában lévő 3-as ....
....

Az 1.sor 2.oszlopában lévő "A" az elemi felbontás 1./ példája és 2./ példája közötti gondolattársitásra utal, ami a két példa egybevetéséből nyilván-

való. Az 1.sor 3.oszlopában lévő "A" az elemi felbontás 1./ példája és 3./ példája közötti gondolattársitásra utal. A 2.sor 3.oszlopában lévő "A" az elemi felbontás 2./ példája és 3./ példája közötti ....
....

Az 5.oszlopban lévő "D"-k arra a megkülönböztetésre utalnak, ami az elemi felbontás 1./, 2./, 3./, és 4./ példái és az 5./ példa egybevetéséből adódik. A 12.oszlopban lévő "D"-k és "A"-k az elemi bontások ~~2ix~~ 12./-as szabályának az 1./-4./ példáktól való megkülönböztetését és az 5./-11./ példákkal való gondolattársitását jelentik.

Az 1. - 12. definiciók vonala alatt található "A"-k és "D"-k külön jelentéssel nem birnak, s mindössze csak a szimmetria kedvéért tüntettük fel őket. Külön feltüntetjük a lényeges szerepük miatt a különböző mezőnyök találkozásánál lévő vastagon bekeretezett elemeket.

A ......sz.mátrixon felismerhetők:

a./$_1$ Három különböző "A" /asszociációs/ mezőny = /asszociációs blokkok/ = = A-blokk.

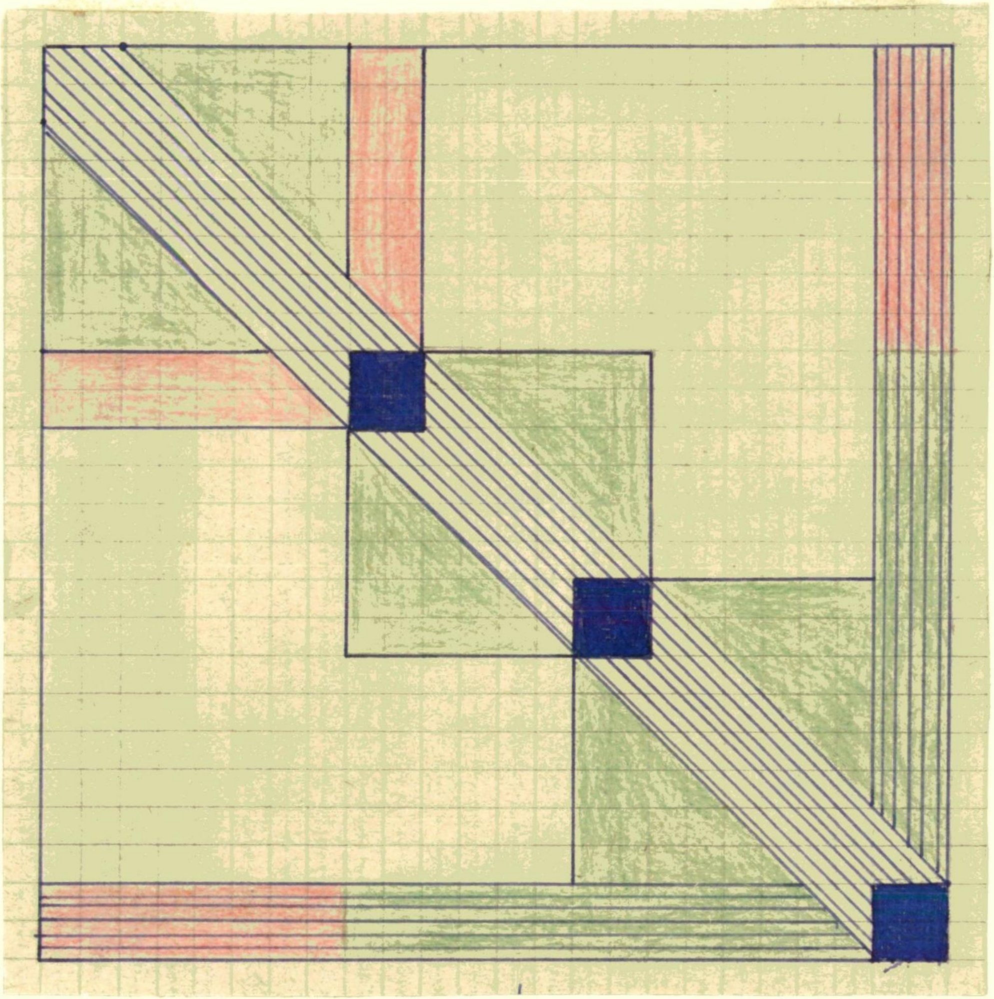
a./$_2$ egy "D" /diszkriminációs/ mezőny = /diszkriminációs-blokk/ = D-blokk.

a./$_3$ A definiciókból álló diagonális /definiciós vonal/ = D-vonal.

a./$_4$ Egy "D"-kből és "A"-kból álló sáv a /az ismeretek megszilárdulási sávja/ = M-sáv

a./$_5$ A blokkok közös elemei = /csomópontok/.

b./ Ezen jelenségek figyelembevételével készitjük el az alábbi generalizált mátrixot /továbbiakban G-mátrix/, amely a most definiált "blokkok", "vonalak" és "sávok" jelölésére szolgáló/[redacted]mátrix/.



.....sz.mátrix.

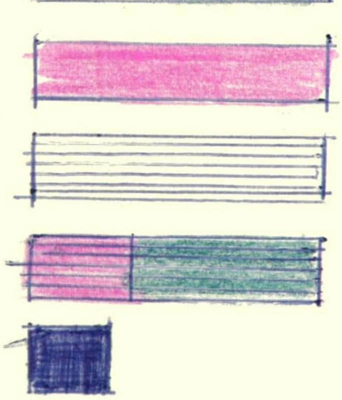
Asszociációs blokk:

Diszkriminációs blokk:

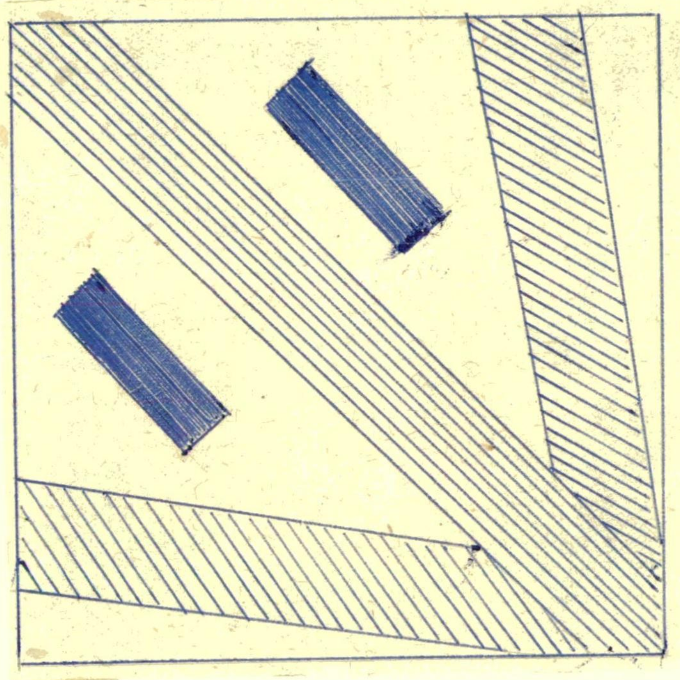
Definiciós vonal:

Megszilárdulási sáv:

Csomópontok:



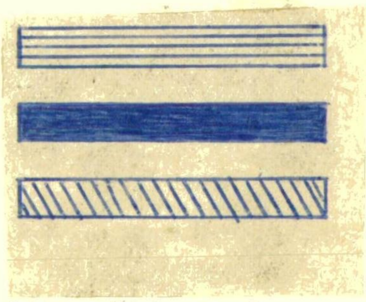
Az egyes anyagrészek logikai szerkezetére jellemző "generalizált mátrixok" formái a tananyagrészektől függően igen differenciáltak. Igy például a "Pythagoras-tétel trigonometriai bizonyitása" cimü anyagrész "generalizált mátrixa" már egész más formát mutat /.....sz.mátrix/:



Teljes definiciós vonal:

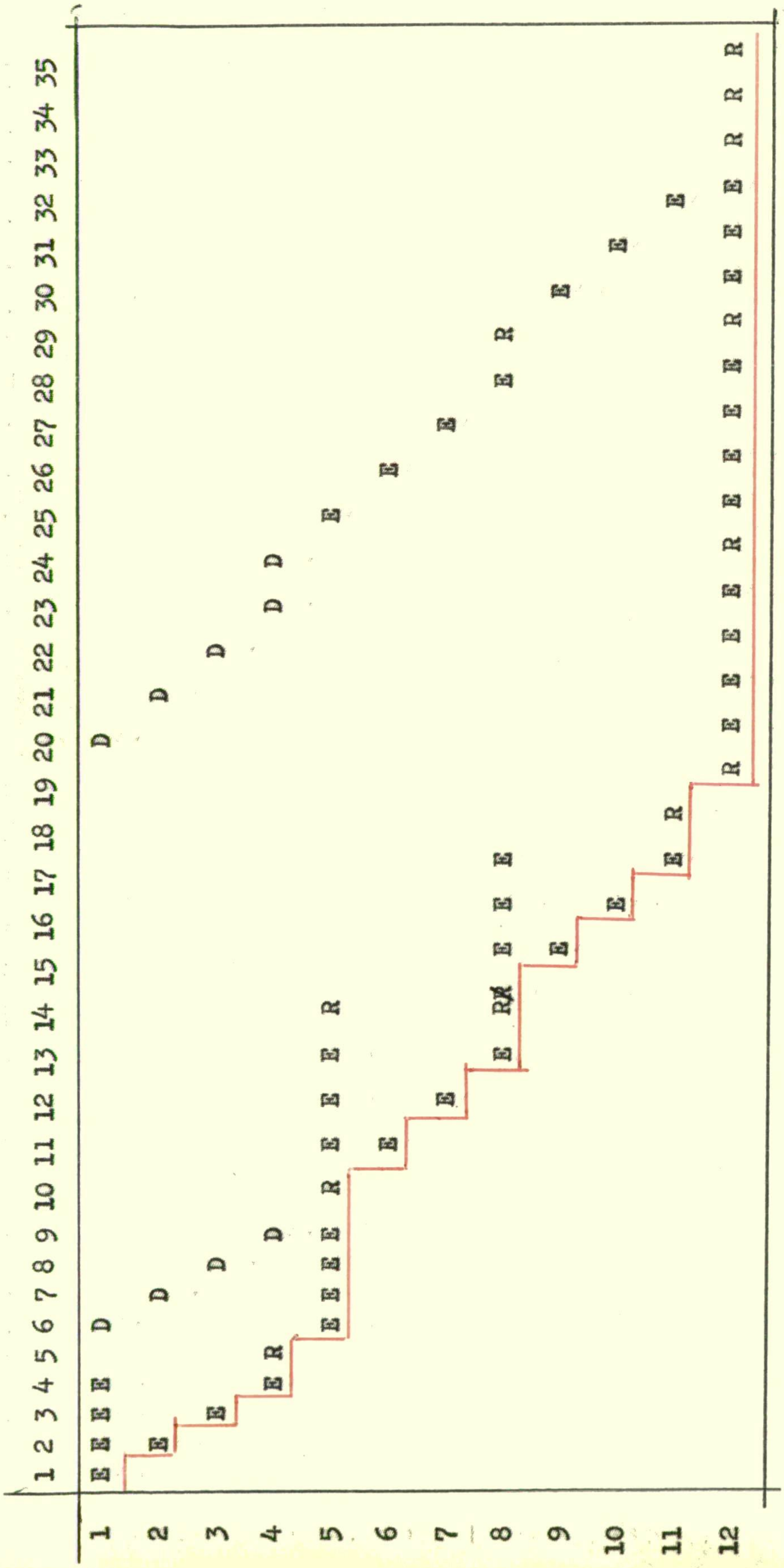
Megkülönböztetési blokk:

Megszilárdulási sáv:



.....sz.mátrix.

c./ Az elemi szabályok sorának a Ruleg-mátrixnak és a generalizált mátrixnak az egybevetéséből készitjük el a Flow-diagrammot /folyamat-diagramm/, amelynek sorszáma az elemi példák és szabályok számával /12/ megegyezik, s az előállitott oszlopok száma pedig megadja a programm lépéseinek a számát /35/.



27.sz.ábra.

Itt: R = /Ruleg/ szabály

E = /example/ példa

D = /discriminatio/ megkülönböztetés

I = /instruction/ utasitás

A diagramm elkészitésének elve:

Az R-mátrix 1.sorában lévő a definició, és a három "A" asszociációnak megfelelően az "F-diagramm 1.sorába beirunk négy "E"-t. A 2.sor és a 2.oszlop metszésénél leirt "E" jelenti a második lépést. A 3.sor és 3. oszlop metszésénél irjuk le a harmadik lépést jelző "E"-t. Majd a 4.sor és 4.oszlop ....

A 2., 3., és 4./ sorban lévő "A"-k értelmét az 1.sorban lévő "A"-k már kifejezték, igy ezeket figyelmen kivül hagyhatjuk. Az 1./-4./ lépésekben beirt "E"-k /példák/ általánositása képezi az 5./ lépést, s ezt jelzi az F-diagramm 4.sorának 5.oszlopában látható R /szabály/.

Az R-mátrix 5.oszlopában lévő "D"-k jelentésüknek megfelelően az F-diagramm 1., 2., 3., és 4./ soraiba kerülnek a /következő üres/ 6.oszloptól kezdődően lefelé haladva egy-egy hellyel jobbra irva. Mivel ezek az elemi példák és szabályok sorának 1.-4./ sorait különböztetik meg az 5./ sortól, igy értelemszerüen a F-diagramm 5.sorának következő /üres/ oszlopaiba kerülnek be, mint "E"-k /példák/. Igy érkezünk el az első csomóponthoz, az 5 -höz, mely az első "A-blokk" végét jelenti, s igy az annak megfelelő R az 5./ sor következő üres oszlopába, a 10./-esbe kerül. Egyuttal vegyük észre, hogy az R-mátrix 5.sorának 6., 7., 8./ oszlopaiban található "A"-k, mint "E"-k kerülnek be az F-diagramm 5.sorának következő három /üres/ oszlophelyeire. S mivel igy ismét egy "A-blokk" végéra értünk, ennek megfelelő csomópontot ugyanebben a sorban az "E"-k után irt "R"-rel jelöljük. Ezután az "E"-ket levetitjük a 6., 7., 8./ sorokba, az "R"-t pedig a 8./ sorba.

Ezt követően az "R-mátrix" 8./ sorának 9., 10. és 11./ oszlophelyein lévő "A"-knak megfelelő "E"-ket irjuk be az F-diagramm 8.sorának következő /üres/ helyeire, majd levetitjük őket a 9., 10., és 11./ sorokba és utána a harmadik "A-blokkot" lezáró "R"-t irjuk be a 11.sor következő helyére.

Az F-diagramm 12.sorát a végleges szabállyal kezdve, beirjuk a 20.oszlophelyre az R -t.

Ezt követi a "G-mátrix" "M-sávja", ahol az 1., 2., 3., 4./ soroktól való megkülönböztetést az állandóan /jobbra tolódó/ lefelé haladó "D"-kkel jelöljük, s a 4.soron egy "diszkriminációs szabállyal" zárjuk be. Ezt követően az 5., 6., 7., 8./-as sorokkal való gondolattársitást az állandóan /jobbra tolódó/ lefelé haladó "E"-kkel jelöljük, s a 8./ sorban lévő csomópontoknak megfelelően egy "R"-rel megtoldjuk. Végül a 9., 10., 11./ sorokkal való gondolattársitásnak megfelelő "E"-ket helyezzük el az előbbihez hasonlóan. Végül a 12.soron az általános szabálynak begyakorlására három "R"-rel zárjuk be az F-diagrammot.

Legvégül:

d./ Az oktató-~~xpgx~~ programmot az 1./ figyelembevétele mellett a c./ alapján készitjük el olymódon, hogy a Flow-diagramm minden egyes oszlopából egy programlépést készitünk ugy, hogy a pirossal aláhuzott "E"-ket és "R"-ket megszövegezzük. A programm felépitésénél érvényesitjük V.THIMM /[redacted]/ által ismertetett "SR-learning" /tanulási/ modelljét, ahol S /etimuli - Reize/ = ingert és R /response - Reaktion/ = választ jelentenek. Ez az elv ennél a programmnál az alábbi módon érvényesül.

Az egyes lépéseknél megállapitjuk az "S - R" faktor tárgyát, pl.:

a "G-mátrix" A_1-blokkjában:

$S_1 - R_1$ = erőt

$S_2 - R_2$ = mozdulatlan

A "G-mátrix" D, A_2 és A_3 blokkjaiban:

$S_1 - R_1$ = erőt

$S_2 - R_2$ = elmozdult

a "G-mátrix M-sávjában:

$S_1 - R_1$ = erőt

$S_2 - R_2$ = munkát

$S_3 - S_3$ = elmozdul

jelentenek.

Ezt követően az egyes blokkokban az "E"-knél és "R"-knél egyaránt érvényesitjük az alábbi elrendezést:

S_1	R_1
S_2	R_2
$S_1 + S_2$	$R_1 + R_2$
S_1	R_1
$S_1 + S_2$	$R_1 + R_2$
$S_1 + S_2 + S_3$	$R_1 + R_2 + R_3$

Ezt könnyen észrevehetjük, ha a programm "válasz sávját" megfigyeljük.

Ezek után a programm:

1./ Ha egy szénnel megrakott nagy kocsit sik /E/ terepen megpróbálasz eltolni, akkor erőt fejtettél ki, de a kocsi nem mozdul el.	
2./ Ha egy nagy élőfát megpróbálsz kidönteni, /E/ akkor .... fejtettél ki, de a fa mozdulatlan maradt.	erőt
3./ Ha egy nagy mozdonykereket megpróbálsz felemelni /E/, akkor erőt fejtettél ki, de a kerék .... maradt.	mozdulatlan
4./ Ha egy nagy vastag falat megpróbálsz ledönteni /E/, akkor .... fejtettél ki, de a fal .... maradt.	erőt mozdulatlan
5./ Ha egy erődet meghaladó tárgyat akarsz /R/ mozgásba hozni, akkor erőt fejtesz ki, de a tárgy mozdulatlan marad.	
6./ Ha egy kis játékkocsit megtolsz, akkor /E/ erőt fejtesz ki és a kocsi elmozdul.	
7./ Ha egy bicikli kereket felemelsz, akkor .... /E/ fejtettél ki, és a bicikli kerék elmozdult.	erőt
8./ Ha egy kiszáradt, korhadt kis fát kidöntesz, /E/ akkor erőt fejtesz ki és a kis fa	elmozdult.
9./ Ha egy korhadt vékony léckeritést ledöntesz /E/, akkor .... fejtesz ki és a kerités	erőt elmozdult.

10./ Ha egy erődet meg nem haladó tárgyat megmozditasz /R/, akkor erőt fejtesz ki és a tárgy elmozdul.	
11./ Aki fát gyalul, az erőt fejt ki és a /E/ gyalut elmozditja.	
12./ Aki vasat reszel, az .... fejt ki /E/ és elmozditja a reszelőt.	erőt
13./ Aki egy zsákot egy autóra felrak, az /E/ erőt fejt ki és a zsákot	elmozditja
14./ Ha egy erődet meg nem haladó tárgyat /R/ megmozditasz, akkor .... fejtesz ki és a tárgy	erőt elmozdul.
15./ Pótkocsi huzásakor a vontató .... fejt ki és a pótkocsi elmozdul.	erőt
16./ Épitkezésnél az emelőgép erőt fejt ki /E/ és a terhet	elmozditja
17./ Toronyházban a lift .... fejt ki /E/ és a terhet	erőt elmozditja
18./ A nagyerejü gépek, amikor erőt fejtenek /R/ ki, akkor elmozdulást idéznek elő.	
19./ Ha erő hatására valamely test elmozdul, /R/, akkor ezt a fizika nyelvén munkavégzésnek nevezzük.	
20./ Ha egy szénnel megrakott nagy kocsit sik terepen /E/ megpróbálasz eltolni, akkor erőt fejtettél ki, de munkát nem végeztél.	
21./ Ha egy nagy élő fát megpróbálsz kidönteni, /E/ akkor .... fejtettél ki, de munkát nem végeztél.	erőt

22./ Ha egy nagy mozdonykereket egyedül megpróbálsz /E/ felemelni, akkor erőt fejtettél ki, de .... nem végeztél.	munkát
23./ Ha egy nagy vastag falat megpróbálsz ledönteni/E/, akkor erőt fejtettél ki, de munkát	nem végeztél
24./ Ha erődet meghaladó tárgyat akarsz mozgázba /R/ hozni, erőt fejtesz ki, de nem végzel munkát.	
25./ Ha egy kis játékkocsit eltolsz, akkor erőt /E/ fejtesz ki és munkát végzel.	
26./ Ha egy bicikli kereket felemelsz, akkor /E/ .... fejtesz ki és munkát végzel.	erőt
27./ Ha egy kiszáradt, korhadt kis fát kidöntesz /E/, akkor erőt fejtesz ki és ..... végzel.	munkát
28./ Ha egy korhadt vékony léckeritést ledöntesz /E/, akkor .... fejtesz ki és .... végzel.	erőt munkát
29./ Ha egy erődet meg nem haladó tárgyat megmozditasz /R/, akkor .... fejtesz ki és .... végzel.	erőt munkát
30./ Pótkocsi vontatásakor a vontató .... fejt ki és munkát végez.	erőt
31./ Épitkezésnél az emelő gép erőt fejt ki és /E/ .... végez.	munkát
32./ Toronyházban a teherfelvonó .... fejt ki /E/ és .... végez.	erőt munkát
33./ Ha .... hatására valamely test elmoz-	erő

dul /R/, akkor ezt fizikai nyelven munkavégzésnek nevezzük.	
34./ Ha .... hatására valamely test .... /R/, akkor ezt fizikai nyelven munkavégzésnek nevezzük.	erő elmozdul
35./ Ha .... hatására valamely test .... /R/, akkor ezt fizikai nyelven .... nevezzük.	erő elmozdul munkavégzésnek

Vége a programmrészletnek.

A 12 elemi szabályból és példából felépitett programm 35 lépést tartalmaz. Ez az arány nem törvényszerü, esetenként az "R", ill. "G" mátrixok felépitésétől függ.

A 3. szakasz algoritmizálására G.KLAUS /71 :374/ és Å.BJERSTEDT /9 : 99-109/ tettek kisérleteket. Ezek a fél-algoritmusok azonban nem meritették ki az alapdefinició követelményét, még fél-algoritmus szintjén sem, igy tárgyalásuk a "Statisztikai módszerek" témakörébe tartozik.

Az "elágazó programm" készités algoritmizálásával foglalkozik G.M.SEDDON /120:458/, eljárását azonban még nem publikálta.

IV. A "Formális elemek" cimü rész 144. oldalán már emlitettük, hogy bizonyos esetekben értelmes a tanterv-készités és az oktatási folyamat tervezésének algoritmusáról beszélni. Ennek azonban természetes feltétele, hogy az emlitett folyamatok szabatosan leirhatók legyenek, s tartozzon hozzájuk egy matematikai modell. Amennyiben ezek a feltételek nem teljesülnek, ugy a fenti algoritmus éppugy értelmetlen, mint a III. pontban ismertetett univerzális algoritmus.

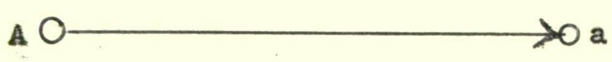
Konkrétan: I.B.MORGUNOV /96 :62-79/ eljárását kivánom itt ismertetni. Lehet, hogy más ilyen irányu koncepció is ismert, azonban a MORGUNOV-eljárás az, amely a fenti definició követelményeit teljes mértékben kielégiti, s egyben komoly gyakorlati értékekkel is bir.

MORGUNOV szerint elsőrendü fontosságu feladat olyan tantervek és programmok összeállitása, melyek tükrözik a tudományos szinvonalat és megfelelnek az élet követelményeinek. Az iskolai munka eredménye nagymértékben függ e feladat megoldásától. Ahhoz, hogy a feladatot tudományosan és megalapozottan oldjuk meg, nyilvánvalóan nem elegendő csak a meglévő tapasztalatokra támaszkodni. Fel kell fegyverkeznünk a szükséges apparátussal, objektiv kritériumokat kell kidolgoznunk az összeállitandó tantervek és programmoknak a jelenlegiekkel való összehasonlitására és azok további tökéletesitésére. Ebben az irányban már megtették az első kisérleteket. Javaslat hangzott el arra vonatkozóan, hogy az összehasonlitandó programmokat osszuk fel a tanulmányozandó anyag kicsiny, értelem szerint befejezett részeire. Azután állapitsuk meg a közöttük lévő logikai kapcsolatokat, melyek kifejezik az anyag kifejtésében érvényesülő folyamatosságot. Ajánlatos a programmok részekre való felosztását gráfok alakjában rögziteni, melyek alapján könnyebben figyelemmel kisérhetjük az anyag tanulásának logikai sorrendjét, és a szükséges esetben elvégezhetjük a megfelelő kiigazitásokat. /96 :—/ De ez nem elegendő. Meg kell állapitanunk minden egyes anyagrész fontossági fokát abból a célból, hogy a jelentőséggel nem biró anyagrészeket kihagyhassuk, vagy lerövidithessük.

Most azokat a kérdéseket vizsgáljuk, hogyan alkalmazható a gráf és a mátrix elmélet matematikai apparátusa a tantervek és programmok felépitésének tanulmányozására.

A továbbiakat megelőzően javasolom a "III.rész" gráfelméleti bevezetőjének áttanulmányozását!!! Majd azt követően az elméleti apparátust az alábbi módon kivánjuk konkretizálni esetünkre:

"Tantárgy" szóval jelöljük bármely tanulmányozandó anyagrész programmjának tetszés szerinti részét /a tantárgyakat a latin "abc" nagybetüival jelöljük: A, B, C, D/. Ugy véljük, hogy az anyag közlésének a forrása lehet akár a könyv, akár a tanár, akár oktatógép. Azt a közlési forrást, melyet a megfelelő tantárgyhoz tartozónak tekintünk, a gráf csucsával jelöljük, melynél a megfelelő betü szerepel. A szóbanforgó tantárgynak az ábráját, mely az oktatási folyamatban alakul ki /vagyis azt a tényt, hogy a szóbanforgó tantárgyat a tanulók tanulmányozzák és fel tudják ismerni/, a gráf csucsával és a csucsnál elhelyezett megfelelő "abc" kisbetüivel jelöljük. Az "A" tantárgy tanulási folyamatát a gráfon a következő módon ábrázoltuk:



...28..sz.ábra.

Itt a /A,a/ nyil az először tanult ismeretek átadási irányát jelöli. Nevezzük a bemutatott gráfot az "A" tantárgy tanulási gráfjának.

Ha két tantárgyat, az A-t és a B-t vizsgáljuk, akkor a következő négy logikai lehetőséget állithatjuk fel:

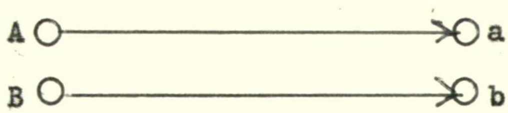
1./ Az "A" tantárgyból tanult ismereteket a "B" tantárgy nem tartalmazta, és a "B" tantárgyból tanult ismereteket nem foglalja magában az "A" tantárgy.

2./ Az "A" tantárgyból tanult ismereteket magában foglalja a "B" tantárgy, vagyis egyes olyan operativ egységeket, melyek az "A" tantárgy tanulásánál kialakultak, felhasználhatunk a "B" tantárgy uj operativ egységeinek kidolgozásához, de a "B" tantárgyból tanult ismereteket az "A" tantárgy nem foglalja magában.

3./ A "B" tantárgyból tanult ismereteket az "A" tantárgy magában foglalja, de az "A" tantárgyból tanult ismereteket nem foglalja magában a "B" tantárgy.

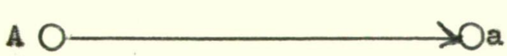
4./ Az "A" tantárgyból tanult ismereteket a "B" tantárgy magában foglalja és a "B" tantárgyból tanult ismereteket is megtaláljuk az "A" tantárgyban.

Az első esetben az "A" és "B" tantárgyak tanulási gráfja a következőképen fest:



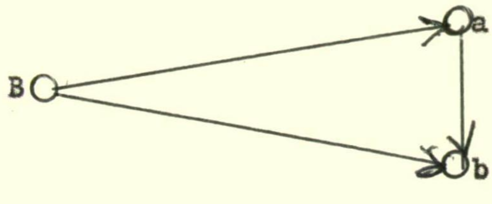
29.sz.ábra

A második esetben az "A" tanulási gráfját az alábbi ábrán adjuk meg:



30.sz.ábra

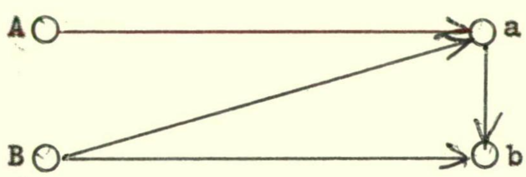
Tételezzük fel, hogy az "A" tantárgy ábrája áll fenn, vagyis van "a" csucs. Akkor a "B" tantárgy tanulási gráfja a következőképen szemléltethető:



31....sz.ábra.

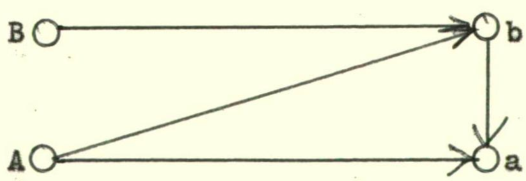
A /B,b/ nyil, mint a második ábrán, az először tanult ismeretek átadási irányát jelöli. A /B,a/ nyil az "A" tantárgyból tanult azon ismeretek irányát jelzi, melyek a "B" tantárgyban bennefoglaltatnak. A /a,b/ nyil az "A" tantárgyból tanult azon ismeretek felismerését jelöli, melyeket a "B" tantárgy magában foglal.

Az "A", "B" tantárgyak együttes tanulmányozásának gráfját is bemutatjuk:



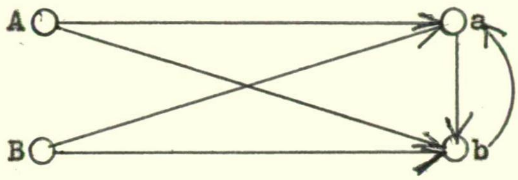
32....sz.ábra.

A harmadik eset hasonló a másodikhoz. A harmadik esethez tartozó gráf az "A" és "B" tantárgyak tanulását mutatja be:



33....sz.ábra.

Az "A" és "B" tantárgyak tanulásának gráfját a negyedik esetben a következő ábra mutatja be:



34.sz.ábra.

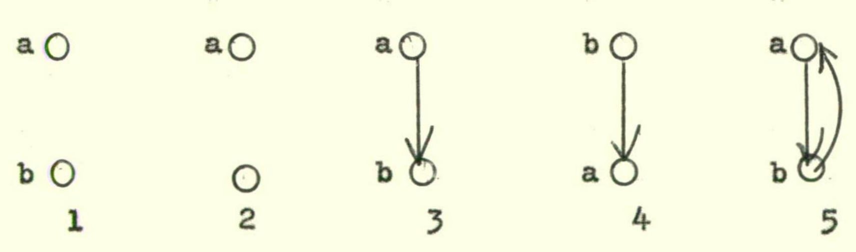
Az "A" és "B" tantárgyak tanulását eszerint a gráf szerint nem lehet megvalósitani, mert "a, b, a" logikai konturt kapunk, ahol /a,b/ nyil az "A" tantárgynak a "B"-ben való felismerését jelöli, a /b,a/ nyil pedig ellenkezőleg, a "B" tantárgyat ismertnek kell vennünk, pedig azt még nem tanulmányoztuk. Következésképpen az "A" és "B" tantárgyak tanulását hogy lehetővé tegyük, ki kell küszöbölnünk vagy az /a,b/ nyilat a /B,a/ nyillal együtt, vagy pedig a /b,a/ nyilat az /A,b/ nyillal együtt.

Az /a,b/ nyil kiküszöbölése azt jelenti, hogy a "B" tantárgy tanulása közben már nem feltételezhetjük az "a" csucs meglétét, vagy az "A" tantárgy felvázolt ábrájának meglétét.

A negyedik eset kiküszöbölésének másik utja abban áll, hogy az "A" és "B" tantárgyakat tartalmukat tekintve, igen kis részekre osztjuk. Akkor ezek között az uj tantárgyak között nem keletkezhetnek olyan gráfok, mint amelyeket a .....sz.ábra jelöl, mert a fedés általában nem az egész témánál áll fenn, hanem csak bizonyos részkérdésekben, s a hasonló tagolásoknál felszabadulnak olyan részek, amelyeknél az egybeesés vagy fedés nem áll fenn. Azonban ennél a felosztásnál, miként a kettőnél több tantárgy tanulásánál is, előfordulhatnak bonyolultabb jellegü logikai konturok.

Ahhoz, hogy a további kutatásokat megkönnyitsük, kivánatos a .....sz. és .....sz.ábrákon szereplő gráfok szerkezetének leegyszerüsitése. Tegyük fel, hogy először csak azokat a csucsokat rajzoljuk meg, amelyek a tárgy megszerkesztett ábrájának a meglétét jellemzik, vagyis a kisbetükkel jelölt csucsokat, másodszor csak azokat az irányt mutató nyilakat tartjuk meg, amelyek ezek között a csucsok között állanak fenn. Éppen ezek az ivek jellemzik azon operativ egységek felismerésének eredményét, amelyek az egyes tantárgyakban létrejöttek, azoknak más tantárgyakban történt felhasználásuk közben. Akkor azok a gráfok, amelyeket a ....sz. és ....sz.ábrákon mutattunk be, a következő alakot fogják felvenni /balról jobbfelé haladva/.

A .....sz.ábrán bemutatott gráfokat a tantárgyak leegyszerüsitett tanulási gráfjainak fogjuk nevezni. Nyilvánvaló, hogy tetszés szerinti számu ilyen leegyszerüsitett tantárgyi gráfot szerkeszthetünk. Abban az esetben, ha a tanulmányozandó tárgyak száma nagy, a gráf sematikus ábrázolása méginkább annak kutatása nehézzé válik. Ezért adott esetben jól felhasználhatjuk a megfelelő összefüggési mátrixokat. Meg fogunk adni egy leegyszerüsitett gráfot annak összefüggési mátrixával, s azt a tantárgyak tanulási mátrixának fogjuk nevezni:



Az A = $/a_{ij}/$ számu tantárgy tanulmányozási mátrixának gyakorlati megszerkesztése a megfelelő leegyszerüsitett gráf szerkesztésének elhagyásával a következő módon megy végbe: Tegyük fel, hogy a_{ij} = 1. Azaz az i sor és j oszlop metszésénél irjuk az egyest, ha a "j" tantárgy tanulása közben az "i" tantárgyból vett ismeretekre támaszkodik. Ha "j" tantárgy nem támaszkodik az "i" tantárgyra, akkor a_{ij} = 0. A tantárgyak tanulási mátrixa szemléletes képet ad minden egyes tantárgy tanulásának jellegéről külön-külön.

$$A = \begin{array}{c c} a & b & \\ \left\| \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\| & \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} \end{array} \qquad B = \begin{array}{cc} \| 0 \| & a \\ a & \end{array} \qquad C = \begin{array}{c c} a \quad b & \\ \left\| \begin{matrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\| & \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} \end{array}$$

$$D = \begin{array}{c c} a \quad b & \\ \left\| \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\| & \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} \end{array} \qquad E = \begin{array}{c c} a \quad b & \\ \left\| \begin{matrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{matrix} \right\| & \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} \end{array}$$

Eggyezzünk meg, hogy a továbbiakban a tantárgyakat természetes számokkal jelöljük. Ha a tantárgyak tanulási mátrixának sorait vizsgáljuk, mely tetszésszerinti tárgyra vonatkozhatik, akkor az egyesek, melyek benne a megfelelő oszlopokkal való metszéspontokban állanak, azokat a tantárgyakat /oszlopokat/ fogják mutatni, amelyek a tanulásuk közben felhasználják a megjelölt tantárgyból /sorból/ vett ismereteket.

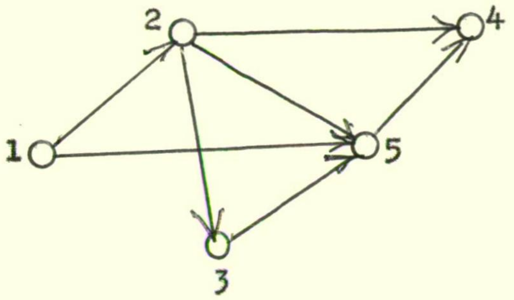
Az "A" tárgyak alább bemutatott tanulási mátrixában például a 6.sor 4. tantárgyát felhasználjuk a~~z~~ 3. 5. és 6.számu tantárgyak tanulásánál:

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\ \left\| \begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right\| \end{array} \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ \\ \end{array}$$

Ha a mátrixban szereplő bármely oszlopot vizsgáljuk, akkor az egyesek, melyek a megfelelő sorok kereszteződésében állanak, azokat a tantárgyakat fogják mutatni, melyekre az adott tantárgy tanulása közben támaszkodik. Igy például az "A" mátrixban a 3.számu tárgy tanulása közben felhasználja az 1., 4., és 6. tantárgyak ismereteit. A mátrixok megszerkesztésében semmiféle követelményt nem támasztottunk a tantárgyak időbeli tanulási sorrendjét illetően. Ezért nincs kizárva annak a lehetősége, hogy abban a gráfban, mely ennek a mátrixnak megfelel, előfordulhatnak logikai konturok, mint például a ~~2.....sz.~~ előző ábrán látható 5-ös gráf, vagy még ennél is bonyolultabb jellegüek.

Tüzzük ki a következő feladatot: meg kell határoznunk: előfordulnak-e a konturok a tantárgyak megadott leegyszerüsitett tanulási gráfjában? Hogy erre a kérdésre felelhessünk, élni fogunk a tantárgyak tanulási mátrixa csökkentésének vagy leröviditésének szabályával.

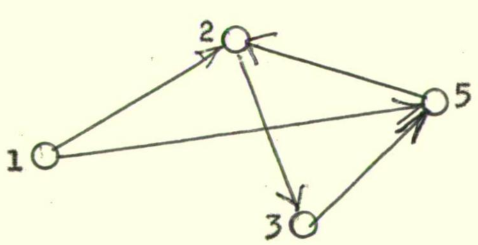
Fentebb rámutattunk, hogy az egyesek, amelyek a mátrix bármely sorában állanak, azokat a tantárgyakat jelölik, amelyekben felhasználjuk az adott tárgyból vett ismereteket. Ezért, ha ilyen sort nem találunk a mátrixban, amelyben csupán nullák szerepelnek, akkor ez azt fogja jelenteni, hogy ennek a tantárgynak az ismereteit nem használjuk fel semmiféle más tantárgyban. A ....sz.ábrán bemutatott gráf esetében például a neki megfelelő "B" mátrix 4.sora csupán nullákból áll.



$$
B = \begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\
\left\| \begin{array}{ccccc}
0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 0
\end{array} \right\|
\end{array}
\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ \end{array}
$$

35.sz.ábra

A gráfon ezt ugy jelöljük, hogy a 4.csucsból nem indul ki egyetlen nyil sem, és következésképpen azon nem is haladhat át logikai kontur. Ezért a 4.csucsot a gráfból el fogjuk távolitani a /2,4/ és /5,4/ nyilakkal együtt. A "B" mátrixban pedig ez a folyamat ugy zajlik le, hogy kihuzzuk a 4.sort és a 4.oszlopot. Ezek után az átalakitások után uj gráfot kapunk, és a neki megfelelő lerövidített "C" mátrixot:



$$
C = \begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 5 \end{array} \\
\left\| \begin{array}{cccc}
0 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 0 & 0
\end{array} \right\|
\end{array}
\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \end{array}
$$

36.sz.ábra

Azt látjuk, hogy a "C" mátrixban nincsenek olyan sorok, amelyek csupán nullákból állanának, és következésképpen a gráfban sincsenek olyan csucsok, amelyekből nem indulnak ki nyilak.

Jelöljük meg a továbbiakban a "C" mátrixban azokat az oszlopokat, amelyek csupán nullákból állanak. Ilyen az 1-es oszlop. Ez azt jelenti, hogy az 1. csucsba nem fut be nyil, azaz az 1. tárgy tanulása közben nem használunk fel más tantárgyakból vett ismereteket. Nyilvánvaló, hogy az első csucson keresztül nem halad át kontur. Távolitsuk el a gráfban az 1. csucsot azokkal a nyilakkal együtt, amelyek belőle kiindulnak. A "C" mátrixban pedig ki fogjuk huzni az 1. oszlopot és az 1. sort. Az átalakitások után uj gráfot és uj "D" mátrixot fogunk kapni:

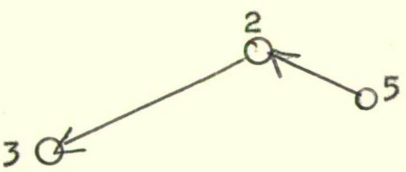
$$D = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 2 & 3 & 5 \end{array} \\ \left\| \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{array} \right\| \end{array} \begin{array}{c} \\ 2 \\ 3 \\ 5 \end{array}$$

A "D" mátrixban hiányoznak mindazok az oszlopok, mind pedig azok a sorok, amelyek csupán nullákból állanak, azaz a gráf minden egyes csucsából kiindulnak nyilak, s minden egyes csucsába befutnak. Amint a ..... sz. ábrán látható, kontur halad át a 2., 3. és 5. csucsokon. Hasonló a helyzet bármely mátrix esetében: miután elvégeztük annak redukálási folyamatát, vagy olyan mátrixot fogunk kapni, amelynél az összes tényezők nullák, vagy pedig olyant, amelynél nem az összes tényezők nullák, de hiányoznak azok az oszlopok és sorok, amelyek csupán csak nullákból állanak. Az első esetben a megfelelő gráfban hiányozni fognak a logikai konturok, a második esetben pedig fennállanak.

Ha a gráf alapján járunk el, s a tanulást a 2. tantárgynál fogjuk elkezdeni, akkor azt látjuk, hogy előtte tanulmányoznunk kell az 5. tantárgyat, az előtt pedig a 3.tantárgyat, ez előtt pedig a 2.tantárgyat, vagyis amikor még el sem kezdtük a 2.tantárgy tanulmányozását, már fel kell téteieznünk annak ismeretét. Ime, ebben áll a logikai kontur ellentmondása.

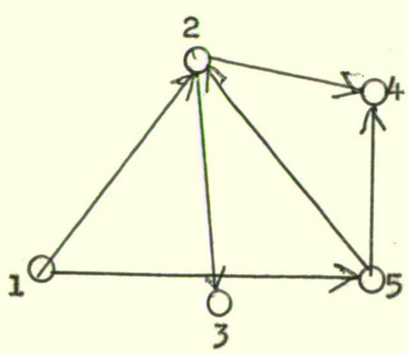
Ilymódon a logikai konturt meg kell szüntetnünk, vagyis el kell távolitanunk legalább is egy nyilat azok közül, melyek abban részt vesznek. A megfelelő nyil eltávolitásánál el kell döntenünk azt a kérdést, hogy melyik tantárgyban célszerübb előbb tanulmányozni a megfelelő anyagrészt.

Távolitsuk el például a ..36...sz.ábrán szereplő gráfban a /3,5/ nyilat. Ekkor a .....sz.ábrán bemutatott gráfot és a neki megfelelő "E" mátrixot fogjuk kapni:



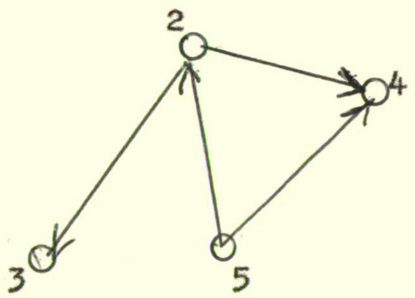
$$E = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 2 & 3 & 5 \end{array} \\ \left\| \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{array} \right\| \end{array} \begin{array}{c} \\ 2 \\ 3 \\ 5 \end{array}$$

A .....sz.ábrán mutatjuk be a .....sz.ábrán szereplő gráfot a /3,5/ nyil eltávolitása után, és a neki megfelelő B_1-el jelzett mátrixot:



$$B_1 = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \left\| \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right\| \end{array} \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array}$$

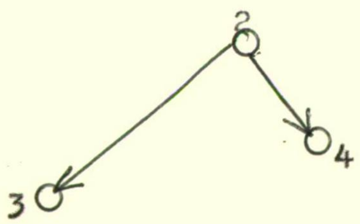
Ebben a gráfban logikai konturok nélkül folyhat le a tantárgyak sorrendben történő tanulmányozása. Már rámutattunk arra, hogy a nullának a jelenléte bármely oszlopban azt jelenti, hogy az adott tantárgy tanulása közben nem használunk fel más tantárgyból vett ismereteket, vagyis <u>ezeket célszerü elsősorban tanulni</u>. Érthető, hogy ilyen oszlop több előfordulhat. Távolitsuk el a B_1 mátrixból az 1.oszlopot, amely csupán nullákból áll és a neki megfelelő 1.sort. Ilymódon a B_2 mátrixot fogjuk kapni. A előbbi ~~2....sz.~~ábrán látható gráfban távolitsuk az 1.csucsot és a belőle kiinduló nyilakat. Akkor a .....sz.ábrán látható gráfot fogjuk kapni és a neki megfelelő B_2 mátrixot:



$$B_2 = \begin{array}{cc} \begin{array}{cccc} 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} & \\ \left\| \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right\| & \begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \end{array}$$

37.sz.ábra.

A B_2 mátrixban az 5.oszlop áll csupa nullákból. Következésképpen másodsorban kell tanulnunk az 5-el jelölt tantárgyat, mert a B_2-es mátrixban az 5-ös tantárgy nem támaszkodik más tantárgyakból vett ismeretekre. Távolitsuk el az 5.oszlopot az 5.sorral együtt. A .....sz.ábrán látható gráfban távolitsuk el az 5.csucsot és a /5,2/ és ~~x4~~ /5,4/ nyilakat. Ilymódon uj gráfot és a B_3 mátrixot fogjuk kapni:



$$B_3 = \begin{array}{cc} \begin{array}{ccc} 2 & 3 & 4 \end{array} & \\ \left\| \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right\| & \begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \end{array}$$

A B_3 mátrixban a 2.oszlop áll nullákból. Következésképpen a 2.tantárgyat fogjuk tanulni harmadsorban. Távolitsuk el a B_3 mátrixból a 2.oszlopot és a 2.sort, a megfelelő ábrán látható gráfból pedig a 2.csucsot és a /2,4/ és /2,3/ nyilakat. Ekkor a .....sz.ábrán látható gráfot és a B_4 mátrixot fogjuk kapni:

$$B_4 = \begin{array}{cc} 3 & 4 \\ \left\| \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\| & \begin{array}{c} 3 \\ 4 \end{array} \end{array}$$

38.sz.ábra.

Azt látjuk, hogy a B_4 mátrixban egyszerre szerepel két nullákból álló oszlop. Ezért a 3. és 4.számu tantárgyak tanulási sorrendben a 4. és 5.helyen fognak állni. Ezeknél a tanulás sorrendje tetszés szerinti lehet. Ilymódon a 268.sz.ábrán látható gráfra vonatkozóan a tantárgyak következő tanulási sorrendjét fogjuk kapni: 1,5; 2,3 és 4. A tantárgyak tanulási sorrendjének ilyen meghatározási módszerét bármely mátrixnál felhasználhatjuk azzal a feltételellel, hogy a megfelelő leegyszerüsitett gráfban nincsenek konturok.

A gráfok és mátrixok segitségével vizsgálhatjuk az egyes tantárgyak tanulására forditott idő mérlegelésének a kérdését is. E célból bonyolultabb matematikai apparátust kell igénybe vennünk és figyelembe kell vennünk a kiindulási adatokat, azaz minden egyes tantárgy gyakorlati alkalmazásának fontosságát.

A moszkvai Energetikai Főiskolán e tudományos módszertan segitségével összeállitották az egyik szak oktatási folyamatának gráfját, amely lehetőséget adott arra, hogy a tanulmányozott tantárgyakat időben logikusabban csoportosithassák. Az alábbiakban közöljük e gráf mintáját.

Tanulmányozás tárgyává tettek 20 tantárgyat. Irjunk mindegyik tantárgy mellé egy sorszámot, amely szerepelni fog a további számitásokban. Alább megadjuk a tantárgyak elnevezéseit:

1./ Felsőbb matematika

2./ Fizika

3./ Kémia

4./ Ábrázoló geometria

5./ Elméleti mechanika

6./ Anyagok technológiája

7./ Az elektrotechnika elméleti alapjai

8./ Elektromos mérések

9./ Elektrotechnikai anyagok

10./ Elektromos gépek

11./ Elektromágneses technika

12./ Elektron- és félvezető technika

13./ Impulzus technika

14./ Gépi ellenőrzés

15./ Az önvezérlés elmélete

16./ A számológép-technika alapjai

17./ Másoló rendszerek és szabályozók

18./ Távirányitás és távmérés

19./ Elektromos háztartási készülékek gyártási technológiája

20./ Az üzembiztonság technikai alapjai.

A fentebb emlitett tantárgyak leegyszerüsitett tanulási gráfjainak 20 csucsa lesz. E gráfnak megfelelően a mátrixban n = 20 sor fog szerepelni. A megfelelő tantervek elemzése nyomán összeállitották a tantárgyak tanulásának alább következő "A" mátrixát:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	2
	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	3
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	5
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	6
	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	7
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	8
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	9
A=	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	10
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	11
	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	12
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	13
	0	0	0	0	0	0	0	1	o	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	14
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	15
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	16
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	17
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	19
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20

A megfelelő tantárgyak tanárai összeállitották azon tárgyak közötti összefüggéseket, melyeket az "A" mátrixban az egyesek jelölnek. Ezek az összefüggések megmutatják, hogy az oszlopokban leirt tantárgyak milyen tantárgyakra /sorokra/ támaszkodnak. Először azt kell tisztáznunk, hogy az "A" nátrixnak megfelelő gráfban vannak-e konturok. E célból alkalmazzuk az "A" mátrixra a csökkentési szabályt. Azt látjuk, hogy az "A" mátrixban a 4., 17., 18. és 20.sorok csupa nullákból állnak. Ezért ezeket el lehet távolitani az ugyancsak nulla jelü oszlopokkal együtt. Ezen kivül az "A" mátrixban az 1. és 3. oszlopok ugyancsak nullákból állanak, ezért azokat is eltávolithatjuk a szintén nullából álló sorokkal együtt. Ilymódon rögtön eltávolitjuk az 1., 3., 4., 17., 18. és 20.sorokat és oszlopokat, s ezáltal egy uj "B" mátrixot nyerünk:

$$
B = \begin{array}{c c}
\begin{array}{cccccccccccccc} 2 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 19 \end{array} & \\
\left\|\begin{array}{cccccccccccccc}
0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right\| &
\begin{array}{c} 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 19 \end{array}
\end{array}
$$

A "B" mátrixban az előzőhöz hasonlóan távolitjuk el a 2. és 5.oszlopokat, a 2. és 5.sorokat. Igy a "C" mátrixot kapjuk.

$$C = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccccc} 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 19 \end{array} \\ \left\| \begin{array}{cccccccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right\| \end{array} \begin{array}{c} \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 19 \end{array}$$

A "C" mátrixban a 6. és 7. oszlopok csupán nullákból állanak. Távolitsuk el ezeket a 6. és 7. sorokkal együtt. Igy nyerjük a "D" mátrixot:

$$D = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccc} 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 19 \end{array} \\ \left\| \begin{array}{cccccccccc} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right\| \end{array} \begin{array}{c} \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 19 \end{array}$$

A "D" mátrixból távolitsuk el a 9.sort és a 9.oszlopot; ilymódon az "E" mátrixhoz jutunk. Az "E" mátrixból hagyjuk el a 12.sort és a 12. oszlopot, ezáltal kapjuk az "F" mátrixot:

$$F = \begin{array}{c c}
\begin{matrix} 8 & 10 & 11 & 13 & 14 & 15 & 16 & 19 \end{matrix} & \\
\begin{Vmatrix}
0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0
\end{Vmatrix} & \begin{matrix} 8 \\ 10 \\ 11 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 19 \end{matrix}
\end{array}$$

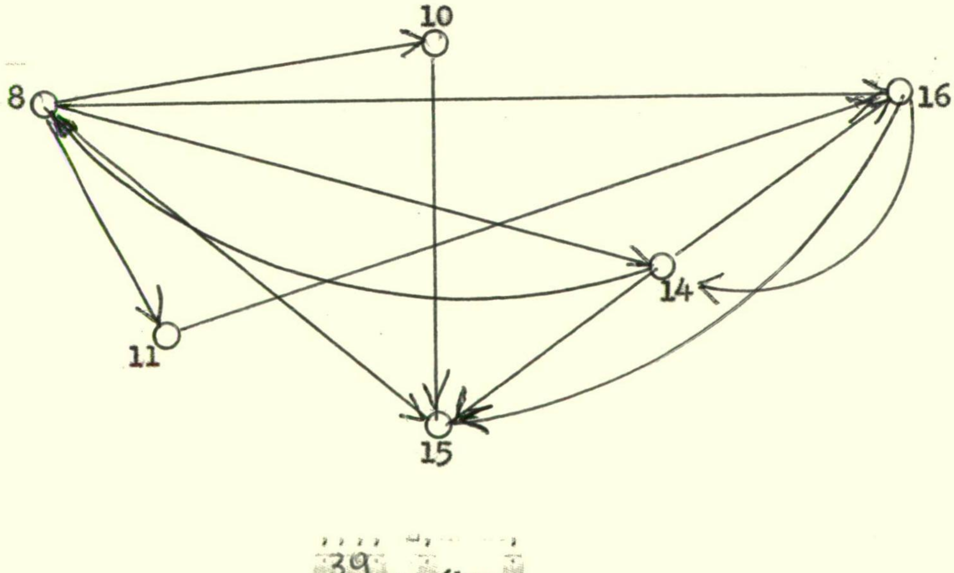
Az "F" mátrixból küszöböljük ki a 13. és 19.oszlopokat és a 13. és 19. sorokat. Ezáltal kapjuk a "G" mátrixot:

$$G = \begin{array}{c c}
\begin{matrix} 8 & 10 & 11 & 14 & 15 & 16 \end{matrix} & \\
\begin{Vmatrix}
0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0
\end{Vmatrix} & \begin{matrix} 8 \\ 10 \\ 11 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \end{matrix}
\end{array}$$

Azt látjuk, hogy a "G" mátrixban nincsenek olyan oszlopok és sorok, amelyek csupa nullákból állanának. Következésképpen a "G" mátrixnak megfelelő gráfban vannak konturok. A 39.sz.ábrán közöljük a "G" mátrixnak megfelelő gráfot.

Ebben a gráfban meg kell szüntetnünk a konturokat. Elsősorban meg kell állapitanunk, melyek a legkisebb távolságot mutató konturok, először, mert ezeket egyszerübb felfedezni, másodszor, mert ezek jellemzik legvilágosabban a konturok logikai képtelenségét. Ilyenek a /8, 14, 8/ és /14, 16, 14/ konturok. Módszeres meggondolások alapján távolitsuk el a /14, 8/ és /16, 14/ nyilakat. A $G = /g_{ij}/$ mátrixban ennek megfelel a $g_{14,\,8}$ és $g_{16,\,14}$ tényezők eltávolitása. Ennek eredményeképpen kapjuk az "M" mátrixot:

$$M = \begin{array}{c} \\ \left\| \begin{array}{cccccc} 8 & 10 & 11 & 14 & 15 & 16 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right\| \end{array} \begin{array}{c} \\ 8 \\ 10 \\ 11 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \end{array}$$



39.sz.ábra.

Az "M" mátrixban a 8.oszlop és a 16.sor csupa nullákból állanak. Ezért eltávolitjuk a 16. és 8. sorokat és a 8. és 16. oszlopokat, s igy megkapjuk az "M_1" mátrixot. Az "M_1" mátrixban a 10., 11. és 14. oszlopok állanak csupa nullákból, valamint a 15.sor. Ezek eltávolitása után megoldjuk az egész mátrixot. Ekkor már nem találhatunk uj konturokat. Ezért, ha a kiindulási "A" mátrixban eltávolitjuk az $a_{14,8}$ és $a_{16,14}$ tényezőket, akkor az A_1 mátrixot kapjuk és ennek a mátrixnak megfelelő gráfban hiányozni fognak a konturok:

$A_1=$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	2
0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	3
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	6
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	8
0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	11
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	12
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	13
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	14
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	16
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	17
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	19
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20

Az "A_1" mátrix felhasználásával meg tudjuk állapitani a táegyak tanulásának időbeli sorrendjét. Sorrend szerint először kell tanulni azokat a tantárgyakat, amelyeknek az A_1 mátrixban csupa nullákból álló oszlopai vannak. Ilyenek lesznek az 1. és 3. tantárgyak. Hagyjuk el az A_1 mátrixból az 1. és 3. oszlopokat, s az ezeknek megfelelő nullákból álló sorokat. Igy kapjuk meg az A_2 mátrixot:

$$
\begin{array}{c}
\\
A_2 =
\end{array}
\begin{array}{cc}
\begin{array}{cccccccccccccccccc} 2 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \end{array} & \\
\left\|\begin{array}{cccccccccccccccccc}
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right\|
&
\begin{array}{c} 2 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \\ 19 \\ 20 \end{array}
\end{array}
$$

Az A_2 mátrixban a 2., 4. és 5. oszlopok csupa nullákból állanak. Következésképpen másodsorban kell tanulni a 2., 4. és 5. tantárgyakat. A 2. 4. és 5.számu sorok és oszlopok elhagyása után kapjuk az A_3 mátrixot.

$$
A_3 = \begin{array}{c c}
\begin{array}{ccccccccccccccc} 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \end{array} & \\
\left\Vert \begin{array}{ccccccccccccccc}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array} \right\Vert &
\begin{array}{c} 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \\ 19 \\ 20 \end{array}
\end{array}
$$

Az A_3 mátrixban a 6. és 7. oszlopok állanak csupa nullákból. Következésképpen harmadsorban kell tanulni a 6. és 7. tantárgyakat, miután az A_3 mátrixból eltávolitottuk a 6. és 7. számokkal jelzett oszlopokat és sorokat, nyerjük az A_4 mátrixot.

Az A_4 mátrixban a 9. és 20. oszlopok állanak csupa nullákból. Ezért negyedsorban kell tanulni a 9. és 20. tantárgyakat.

$$A_4 = \begin{array}{||ccccccccccccc||c}
\multicolumn{1}{c}{8} & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 & 19 & \multicolumn{1}{c}{20} & \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 8 \\
1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 9 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 10 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 11 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 12 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 13 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 14 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 15 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 16 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 17 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 18 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 19 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20
\end{array}$$

Távolitsuk el az A_4 mátrixból a 9. és 20. oszlopokat és sorokat. Igy kapjuk az A_5 mátrixot.

$$A_5 = \begin{array}{||ccccccccccc||c}
\multicolumn{1}{c}{8} & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 & \multicolumn{1}{c}{19} & \\
0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 8 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 10 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 11 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 12 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 13 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 14 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 15 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 16 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 17 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 18 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 19
\end{array}$$

Az A_5 mátrixban a 12. oszlop áll csupa nullákból. Ezért ötödször a 12. tantárgyat kell tanulni. Távolitsuk el a 12. oszlopot és sort az A_5 mátrixból, s ezáltal az A_6 mátrixot kapjuk:

$$A_6 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccc} 8 & 10 & 11 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 & 19 \end{array} \\ \left\| \begin{array}{cccccccccc} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\cancel{1} & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right\| \end{array} \begin{array}{c} \\ 8 \\ 10 \\ 11 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \\ 19 \end{array}$$

Az A_6 mátrixban a 8., 13. és 19. oszlopok állanak csupa nullákból, ezért hatodsorban a 8., 13. és 19. tantárgyakat kell tanulni. Távolitsuk el az A_6 mátrixból a 8., 13. és 19. oszlopokat és sorokat. Igy kapjuk az A_7 mátrixot:

$$A_7 = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 10 & 11 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 \end{array} \\ \left\| \begin{array}{ccccccc} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right\| \end{array} \begin{array}{c} \\ 10 \\ 11 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \end{array}$$

Az A_7 mátrixban csupa nullákból állanak a 10., 11. és 14. oszlopok. Következésképpen hetedsorban kell tanulni a 10., 11. és 14. tantárgyakat. A 10., 11. és 14. számokkal jelölt soroknak és oszlopoknak az A_7 mátrixból való eltávolitása után nyerjük az A_8 mátrixot:

$$A_8 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 15 & 16 & 17 & 18 \end{array} \\ \left\| \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right\| \end{array} \begin{array}{c} \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \end{array}$$

Az A_8 mátrixban a 15.oszlop áll csupa nullákból. Ezért nyolcadsorban a 15.tantárgyat kell tanulni. Távolitsuk el a 15.sort és oszlopot az A_8 mátrixból, ekkor kapjuk az A_9 mátrixot:

$$A_9 = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 16 & 17 & 18 \end{array} \\ \left\| \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right\| \end{array} \begin{array}{c} \\ 16 \\ 17 \\ 18 \end{array}$$

Az A_9 mátrixban a 16. és 17. oszlopok állanak csupa nullákból. Ezért kilencedsorban a 16. és 17. tantárgyakat kell tanulni. Miután az A_9 mátrixból eltávolitottuk a 16. és 17. számokkal jelzett sorokat és oszlopokat, az A_{10} mátrixhoz jutunk:

$$A_{10} = \begin{array}{c} 18 \\ \left\| \begin{array}{c} 0 \end{array} \right\| \end{array} \begin{array}{c} \\ 18 \end{array}$$

Az A_{10} mátrixban csak nulla szerepel. Ezért sorrendben az utolsónak kell tanulni a 18. tantárgyat, vagyis a Távirányitást és távmérést".

Ha az A_1 mátrixban az oszlopokat és sorokat időbeni tanulásuk sorrendjében helyezzük el, akkor az A_1 mátrixnak olyan változatát kapjuk, amely háromszögalakot fog mutatni /96: —/, vagyis a főátlótól lefelé /a főátlót az $A_1=/a_{ij}/$ mátrixnak azok a tényezői képezik, amelyek alakja a_{ij}/, az A_1 mátrixban nullák helyezkednek el. Alább adjuk az A_1 mátrix képét, amelynek alakja háromszög:

$$
A_1 = \begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccccccccccccccc}
1 & 3 & 2 & 4 & 5 & 6 & 7 & 9 & 20 & 12 & 8 & 13 & 19 & 10 & 11 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18
\end{array} \\
\left\|\begin{array}{cccccccccccccccccccc}
0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right\|
\end{array}
\begin{array}{c}
\\ 1 \\ 3 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 9 \\ 20 \\ 12 \\ 8 \\ 13 \\ 19 \\ 10 \\ 11 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18
\end{array}
$$

Hasonlóképpen áll a dolog a többi esetekben is. Ha a tárgyak tanulásának tetszés szerinti mátrixát háromszögalakura tudjuk hozni, akkor ennek a mátrixnak megfelelő gráf alakján meg lehet valósitani a tantárgyak tanulási sorrendjének a megállapitását. Ekkor a tantárgyak tanulási sorrendje ugyanolyan lesz, mint a háromszögalaku mátrixban elhelyezkedő megfelelő sorok és oszlopok elhelyezési sorrendje. Az ajánlott tudományos módszer alkalmazása tudományosan megalapozottá és hatásosabbá teszi az oktatási folyamatot és a tanterveket.

Ez MORGUNOV algoritmusa, amely igen egyértelmü, szabatos módszer. A hozzátartozó matematikai modell segitségével a tantárgyak tanulási sorrendjének megállapitását egzakt módon oldja meg. Az algoritmus értelmezési köre azonban feltétlenül szélesebb, mint amit MORGUNOV prezentál. Azt hiszem, különösebb indokolás nélkül belátható, hogy a módszer alkalmas lehet még:

a./ a tantárgyakon belüli anyagrészek logikai sorrendben történő elrendezésére,

b./ esetleg egy tantervi egységen belüli egységek logikai sorrendjének meghatározására,

c./ egy programm elkészitésénél a szekvenciák logikai rendben való felépitésére,

d./ teszt-vizsgálatok kérdéseinek logikai felépitésére.

<u>Sommázva:</u> mindenütt alkalmazható, ahol egységek közötti logikai sorrendet kell rögziteni. Ugyanakkor vegyük észre azt is, hogy a bonyolult elrendezési problémák számológépes megoldására alkalmas matematikai modellhez jutottunk.

x x x

A "Konstruktiv elemek" cimü rész végére érve, megállapithatjuk, hogy - mint ahogy előrevetitettük - számos didaktikai problémában sikerült optimális döntést elérnünk. Ha eredményeinket L.KLINGBERG /72:321/, J.A. KOMENSKY /73 : 33/ didaktikai alapdefiniciójára /Didaktik ist die Lehre, vom Lehren/ felépitett három didaktikai funkciójának /1./ Vermittlungsfunktion; 2./ Hilfsfunktion; 3./ Führungsfunktion/ rendszerébe kívánjuk beépiteni, akkor megállapithatjuk, hogy a "Konstruktiv elemek" cimü részben bemutatott optimális számitások a KLINGBERG-féle funkciók mindegyikében alkalmazhatók. Igy a

1./ "Vermittlungsfunktion" /közvetitő funkció/ területén, valamint a
2./ "Hilfsfunktion" /a tanulást segitő funkció/ területén optimalizálhatók a megtanulandó algoritmusok. /I./1.-8./
3./ "Führungsfunktion" /a tanítás, mint a tanulási folyamat irányitásának a funkciója/ területén érvényesithetők a II/1., 2.,; a III. és IV.-ben bemutatott algoritmusok.

Mindezek mellett feltételezhető még két indokolt aggály:

1./ Mennyire meritették ki a bemutatott eljárások a lehetőségeket?
2./ Nem szakadtunk-e el a tapasztalati uttól, azaz nem bontottuk-e meg az elmélet és gyakorlat kötelező egységét?

Az 1./-re válaszolva ismételten utalni szeretnék arra, hogy a bemutatott eljárások csak a lehetőségek már felfedett utjaira utalnak, s igy sem horizontális, sem vertikális irányban nem tarthatnak a teljességre igényt.

A 2./-re KISS ÁRPÁD megállapitásával válaszolok /69: /. Szerinte az oktatás hatékonyságának fokozását célzó törekvések ma két irányból haladnak a cél felé:

a./ az empiria felől,
b./ az absztrakt /matematikai/ tanulási elméletek optimális algoritmusai felől,

Az a./ és b./ egy és ugyanazon fejlődési folyamat két oldala; kölcsönhatásaik az evoluciós szakaszban egyre jobban érvényesülnek, s végül a revoluciós ponton feltétlenül találkoznak.

V.

S T R U K T U R Á L I S   E L E M E K

A "Strukturális elemek" tárgyalását három fejezetre osztjuk:

Először a tanitás mikrostrukturáját ismertetjük. H.FRANK /35:102/ és H.ANSCHÜTZ /3 : —/ mikrostruktura alatt a tanitási lépések rendszerét értik, amely szerintük négy elemből tevődik össze:

1./ Az itélet /a megelőzőleg lefolyt és kódolt elemek reakciói/.

2./ A tanitási egység /adag/.

3./ A kérdések /amelyek a lehetséges válaszok repertoárját explicite tartalmazzák/.

4./ Az utasitás /a tanuló felé valaminek a feltételeként/.

A felsorolt elemekkel az előző fejezetekben formális, vagy konstruktiv szinten már foglalkoztunk. Igy ebben a fejezetben csak azt a néhány, már az előzőek során is tárgyalt elemet ragadjuk ki, amelyeket maguk a szerzőik is ebbe a részbe sorolnak. Elemző értékelés helyett inkább csak a terminológiai teljességre való törekvést tüztem itt ki célul.

Másodsorban ugyan, de fő céllal szeretném a tanitási algoritmusok makrostrukturáit bemutatni. Ezt a törekvésemet ennek a fogalomnak átfogóbb jellege is indokolja. H.FRANK /35:103/ szerint egy tanitási algoritmus makrostruktuája alatt egy olyan

"φ" funkció

értendő, amely minden egyes

$$r \in F(\mathcal{R})$$

bemeneti jelhez egy /"r" eleme "F /$\mathcal{R}$/" halmaznak/

tanulási utat rendel hozzá, ahol adott "φ" esetében a "W" ut $S_{/o/}$ kezdő lépése független az "r" bemeneti jeltől. H.KELBERT /65: 93/ szerint a programmozott oktatást kibernetikai aspektusból egy absztrakt automata munkájára jellemző strukturának és folyamatnak kell tekinteni, ahol a tanuló-rendszer /diák, ~~tanitó~~ tanuló, .../ egy stochasztikusan determinált automatát; a tanitó-rendszer /programmozott tankönyv, tanitó-gép, .../ pedig egy determinált automatát állit elő. A tanitó-rendszer determináltsága a pedagógiai elvek alapján felépitett tanitási algoritmusokban és a programmozott tananyag tartalmában realizálódik.

Mind a két definicióból kitünik, hogy ennek a résznek a tárgyalásánál

a./ igen közel jutottunk az absztrakt automaták elméletéhez,

b./ ennek matematikai modellezése pedig már a halmaz-elmélet alapfogalmainak ismeretét is igényli.

Éppen ezért ezt a fejezetet, bár igyekszünk kellő részletességgel tárgyalni, két oldalról:a nem matematikai utról is, meg a matematikai utról is meg fogjuk közeliteni.

A matematikai jellegü tárgyalásnál azonban az előző szokástól kissé eltérve nem mutatom be teljes részletességgel a felhasználásra kerülő matematikai apparátus elemeit.

A harmadik részben a tanulás belső strukturájának modellezésével kapcsolatban már kénytelenek leszünk egy teljesen uj, matematikai-logikai diszciplinát is prezentálni, tekintettel arra, hogy itt ez a cél elérésének nélkülözhetetlen alapeleme.

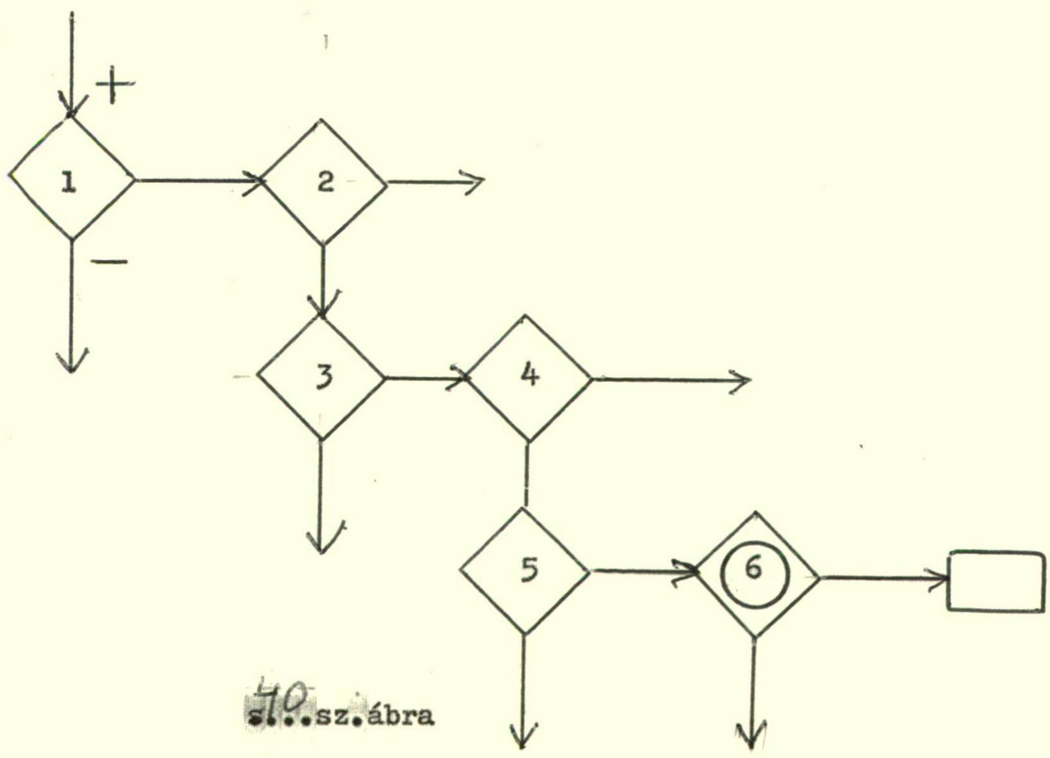
Ezek után rátérünk a részletes tárgyalásra.

x x x

I. Mikrostrukturák.

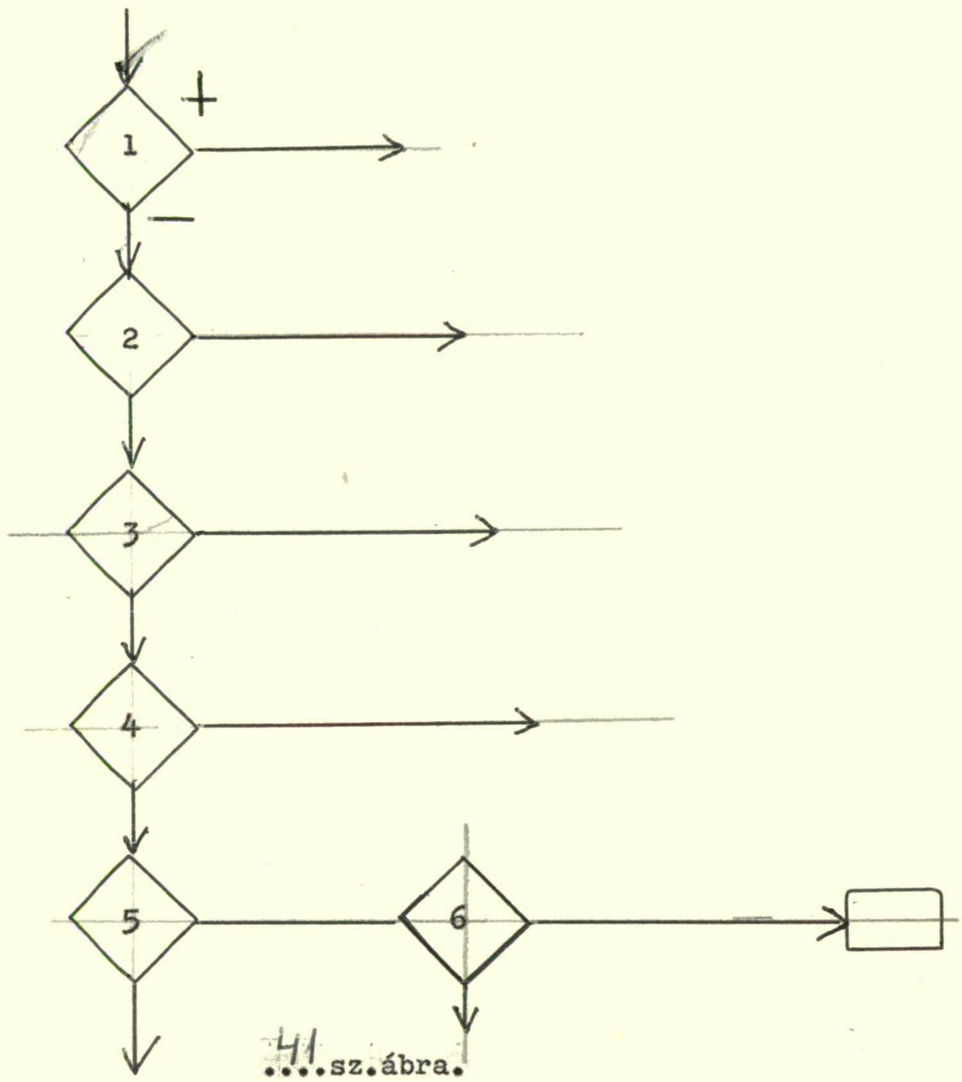
1./ A IV/I-7./ alatt már tettünk emlitést a struktura szerepéről a megtanulandó algoritmus optimálisának kiszámitásánál. Ott bemutattuk GENTILHOMME /41 :13-31/ információ-alapon végzett "bonyolultsági fok" kimutatására szolgáló hányadosait. Ezek számára azonban valóban mindegy, milyen sorrendben, és egy elágazódó kérdés-hálózatban hol kell egy kérdésre válaszolni. Egy algoritmusok alapján dolgozó elektronikus gépnek is mindegy - állapitja meg HELL GYÖRGY /57 :414/ - hogy az alábbi /40/sz./ ábrákon látható mikrostrukturák közül melyiknek az alapján dönti el a 6 kérdést:

A



40.sz.ábra

vagy a



41 ....sz.ábra.

alapján.

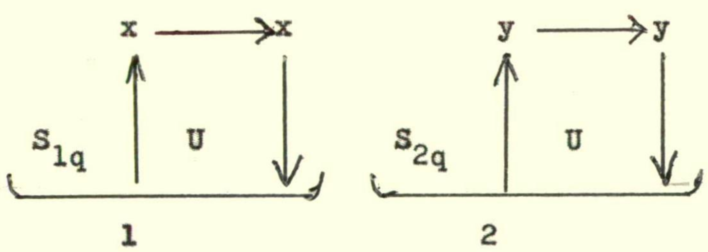
Nem tudja "érzékelni", hogy eközben egy elágazó struktura belső részeibe került és több elágazást elhagyott. Az embernél másképp áll ez. Számunkra nem mindegy, hogy az eldöntendő kérdések egy bonyolult rendszer elágazásaivá válnak-e, vagy pedig egy felsorolásos rendszer egyik tagját képezik. Semmiképpen sem vehetők az ábrákon bemutatott strukturák azonosaknak az ember szempontjából. Más a tanuló emlékezeti megterhelése a 40....sz. és más a 41....sz.esetben, és egészen természetesnek látszik, hogy a második, 41....sz.ábrán látható struktura gondolatmenete egyszerübb és könnyebben megjegyezhető, mint a másik.

Ezekből adódó a IV/I-7./-et kiegészitő konkluzió szerint a gondolatmenet bonyolultságának megállapitására használt strukturáknál nem csak azt kell nézni, hogy hány elágazás vezet az eredményhez, hanem azt is, hogy milyen a struktura. Ebből a szempontból egyszerübb az ember számára az a gondolatmenet, mely egyenes ágat adó összefüggő gondolatsort tartalmaz, melynek elágazásai lehetőleg közvetlenül utalnak a megoldásra. /Ez pedig döntő lehet a megtanitandó algoritmus optimálisának kiszámitásánál./

A mikrostrukturák között a terminológiai egyensuly kedvéért megemlitjük, hogy:

2./ az F.KOPSTEIN-től /74: 10/ bemutatott és a .....sz.ábrán látható, illetve a IV/II-2./ .....sz.ábráján látható paragráfokat, valamint

3./ a G.CLAUSS-tól /13 :371/ származó, s a III/I.-ben bemutatott Ljapunov-féle operátorsémára jellemző strukturát:



szintén speciális algoritmus mikrostrukturáknak tekinthetjük.

<u>II. A makrostrukturák.</u> /35 :93-97/

1./ H.KELBERT /65: 30/ megállapitja, hogy szükségessé vált a legjobb didaktikai tradiciók és a modern természettudományos eredmények összekapcsolása. Ennek alapján kiindul a "strukturális-rész" bevezetőjében a tőle származó definicióból, s a tanuló automatát:

$$A^{/S/} = /\mathfrak{A}^{/S/}, \mathfrak{X}^{/S/}, \mathfrak{Y}^{/S/}, \delta^{/S/}, \lambda^{/S/}/$$

a tanitó automatát pedig:

$$A^{/1/} = /\mathfrak{A}^{/1/}, \mathfrak{X}^{/1/}, \mathfrak{Y}^{/1/}, \delta^{/1/}, \lambda^{/1/}/$$

halmazfüggvényekkel jelöli.

A tanulórendszert /tanuló, diák, ipari tanuló, tanfolyam hallgató, főiskolai hallgató, stb./ három <u>nem üres halmazzal:</u>

$$\mathfrak{A}^{/S/}, \mathfrak{X}^{/S/}, \mathfrak{Y}^{/S/}$$

és két, ezen halmazon <u>definiált függvénnyel:</u>

$$\delta^{/S/}, \lambda^{/S/}$$

határozzuk meg, ahol:

$$\delta^{/S/} /a^{/S/}, x^{/S/}/ = a^{/S/}$$

$$\lambda^{/S/} /a^{/S/}, x^{/S/}/ = y^{/S/}$$

amennyiben:

$$a^{/S/} \in \mathfrak{A}^{/S/}$$

/$\mathfrak{a}^{/s/}$ eleme a $\mathfrak{A}^{/s/}$ halmaznak/

$$x^{/s/} \in \mathfrak{X}^{/s/}$$

$$y^{/s/} \in \mathfrak{Y}^{/s/}$$

Az $\mathfrak{A}^{/s/}$ halmaz felfogható, mint az automata belső állapota elemeinek /logikai; szakmai; tudás és képesség; senzoros készség; ..../ halmaza. Az $\mathfrak{X}^{/s/}$ halmaz mint az összes bemenő információk /átadott ismeretek, fogalmak, szabályok, törvények, audiovizuális ingererk, .../ halmaza.

A $\mathfrak{Y}^{/s/}$ halmaz, mint a tanuló automata összes kimenő információinak /válaszainak, tevékenységeinek, cselekedeteinek, kijelentéseinek, .../ halmaza.

A $\delta^{/s/}$ funkció, mint az automatát egy $\mathfrak{a}^{/s/}/t, - 1/$ állapotból egy $\mathfrak{a}^{/s/}/t/$ állapotba történő átvitel átalakitási függvénye.

A $\lambda^{/s/}$ funkció, mint a tanuló automata eredményfüggvénye, amely az

$$\mathfrak{A}^{/s/} \times \mathfrak{X}^{/s/}$$

halmazt a $\mathfrak{Y}^{/s/}$ halmazba egyértelmüen leképzi.

A tanitó-automata /programmozott oktatás, tanitógép, programmal és tárolóval, .../ szintén három xxx nem üres halmazzal és két ezen halmazon értelmezett függvénnyel

$$\delta^{/1/} / a^{/1/}; x^{/1/} / = a^{/1/}$$

illetve

$$\lambda^{(e)} / a^{/1/}; x^{/1/} / = y^{/1/}$$

definiálható, halmazfüggvény:

$$A^{/1/} = / \mathfrak{X}^{/1/}; \mathfrak{X}^{/1/}; \mathfrak{Y}^{/1/}; \delta^{/1/}; \lambda^{/1/} /$$

Az oktató-automata állapothalmaza az előadandó oldalak halmazán

$$S_{ij}/n/$$

keresztül, amelyek az "i" és "j"-re

$$n \in N$$

A természetes számok halmazai, tartalmilag /tananyag tartalma, feladatok, kérdések, megoldások, felelet-választós válaszok, utasitások, .../ meghatározott. Bemeneti információinak halmaza gyakorlatilag azonos az oldalak számának /n/ halmazával; mig a kimeneti információinak halmaza vagy a programmozott tankönyv oldalain található utasitásokkal, vagy pedig a tanitógép tanulói válaszokat felvevő billentyüzetének kódszám halmazaival analóg.

Amennyiben az $A^{/S/}$ és $A^{/1/}$ egyértelmüek, és ha:

$$\left.\begin{aligned} Y_i^{/1/} &= X_j^{/S/} \\ Y_j^{/S/} &= X_i^{/1/} \end{aligned}\right\} \quad \text{érvényesül}$$

akkor a két rendszer egy rendszerbe kapcsolható.

Az absztrakt automaták funkciós törvénye az alábbi két egyenlettel kifejezhető:

$$1./\ a/t/ = \delta\left[a/t-1/;X/t/\right]\ ;\ Y/t/ = \lambda\left[a/t-1/,\ X/t/\right]$$

$$2./\ a/t/ = \delta\left[a/t-1/;X/t/\right]\ ;\ Y/t/ = \lambda\left[a/t/;\ X/t/\right]$$

a t = 1, 2, 3, 4, ... értékekre.

Azt az automatát, amelyre az 1./ függvény-törvény érvényes, Mealy-automatának /III/III. ..9..sz.ábra és 4.sz.mátrix/, azt pedig, amelyikre a 2./ érvényes, Moore-automatának /III/III. ..10..sz.ábra és 3.sz.mátrix/ nevezik.

A tanuló-rendszer egyidejüleg egy Mealy- és Moore-automata. Ugyanis ugy az 1./, mint a 2./ funkciós-törvény alkalmazása csak a bemenő jelek után realizálható. Eszerint a tanuló-rendszer munkamódszere a bemenő jelektől függ.

A tanuló-automata teljes munkafolyamatát algebrai uton is le lehet irni:

Legyen adott az

$$A^{/S/} = /\mathfrak{A}^{/S/}, \mathfrak{X}^{/S/}, \mathfrak{Y}^{/S/}, \delta^{/S/}, \lambda^{/S/}/$$

tanuló-automata. Képezzünk két szabad félcsoportot a bemenő jelek $\mathfrak{X}^{/S/}$ és a kimenő jelek $\mathfrak{Y}^{/S/}$ halmazaiból:

$$F/\mathfrak{X}^{/S/}/$$

illetve:

$$F/\mathfrak{Y}^{/S/}/$$

Ezek elemei jelentsék a bemeneti szavakat, illetve a kimeneti szavakat.

Az $\mathfrak{X}^{/S/}$, illetve $\mathfrak{Y}^{/S/}$ halmazok elemei ennek megfelelően legyenek a bemeneti, illetve a kimeneti betük. Igy az $F/\mathfrak{X}^{/S/}/$ és $F/\mathfrak{Y}^{/S/}/$ félcsoportok elemei a tanuló-automata bemenő információinak és operációinak, végső fokon a bemenő és kimenő jelek ABC-inek betüitől függenek. Konkrétan az $F/\mathfrak{X}^{/S/}/$ félcsoport elemei a programmozott tankönyv azon oldalaival adekvát, amelyeket a tanulóval feldolgoztatunk; mig az $F/\mathfrak{Y}^{/S/}/$ félcsoport elemei képezik a tanuló által megválaszolásra kiválasztott oldalak kimenő szavait.

Továbbiakban jelöljük az absztrakt automata "bemeneti szórendjének" transzformációit:

$$p_1, p_2, p_3, ... \in F/\mathfrak{X}^{/S/}/ = P$$

majd a "kimenő szórend"-nél

$$q_1, q_2, q_3, ... \in F/\mathfrak{Y}^{/S/}/$$

mint a "kérdések" és "válaszok" rendszerét.

Általában az automaták az előzményektől függően különböző válaszokat adhatnak.

A tanulóknál a válaszreakciók nem közvetlenül a külső befolyástól függenek, tehát nem direkt reakciók, hanem az agy munkája által /δ-funkció, λ-funkció/ átformálódnak, s igy alá vannak rendelve a nagyagykéreg analizisének és szintézisének.

Ezek szerint a belső feltételek:

az agy reflektórikus tevékenységének törvényszerüségei;

a nagyagy-kéreg analitikus és szintetikus tevékenysége és ennek termékei;

azon időbeni kapcsolatok rendszere, amelyekben àerögzithetők a már előzőleg fellelhető külső behatások viszonyai az organizmus reakcióihoz.

A tanulási modell az absztrakt automaták elméletének nyelvén feltételezi az ingereknek - a belső feltételek és folyamatos átalakulásuk figyelembevétele mellett - válaszokká történő törvényszerü feldolgozását. A "feltételes reflex" nemcsak az "S $\longrightarrow$ R" következménye, hanem a szervezet belső feltételeinek megváltozásáé is. Ezen tény alapján lehetőség adódik arra, hogy az automaták "önszervezését" is meghatározzuk:

Ezt szolgálja a "tanulás-entrópia" néven ismert:

$$H^a /Lern/ = - \sum \varrho /P/ . \log \varrho /P/$$

rendszer, amely a tanulási eredmények halmazát jelentő "P" és valószinüségi megoszlás halmazát jelentő ϱ /P/ által határozható meg.

Ha bevezetjük a GLUSCHKOW-féle /43: —/ "vizsgálati entrópia" fogalmát, akkor kapjuk a

$$H^{a}\ /Prüf/ = -\sum \beta/p,\ q/\ \log \beta/p,\ q/$$

entrópia képletet, ahol $\beta/p, q/$ a "p, q" pár tanulás utáni valószinüsége.

KELBERT ezt a modellt tovább finomitja:

$$A = /B,\ Z,\ I,\ X,\ Y,\ h,\ \varepsilon,\ k,\ S,\ \omega,\ \alpha\ /$$

ahol a mindenkori automata állapothalmaza B az aktivitási állapotot, a Z halmaz az emlékezetben tároltakat, I halmaz az utasitásokat számláló állapotot jelentik.

A "δ" és "λ" funkciókat az

ε = beadagolási

ω = operációs,

α = utasitási

részfunkciók helyettesitik.

A tanuló /tanitó/ automata részére bevezet egy megfelelő "parancs-rendszert" /S/:

a cimzettek számát jelentő "k" természetes számot,

a megállitó parancsot: "h"-t,

ahol KALMÁR /62:147-176/ szerint

$$h \in B$$

A valódi pedagógiai kisérletekhez ez a modell nem kielégitő. Feltétlenül szükséges a tanuló automaták esetében a mindenkori átalakitási és megállapitási funkciókat, mint az egész halmaz részhalmazainak tekinteni és ennek megfelelően a

$$\left\{\delta_n\right\} \text{ és } \left\{\lambda_r\right\}$$

részhalmazokat képezni. Ezek az analizis, szintézis, összehasonlitás, logikai végkövetkeztetés, generalizáció, partikuláció, osztályozás specifikus funkcióiként tekintendők.

<u>A tanulórendszer munkája a programmozott tankönyvvel/tanitó géppel/ a következőképpen folyik:</u>

a./ A tanuló-rendszer létrehozza a kiindulási adatok

$$Y^{/S/}\ /t/$$

meghatározott konfigurációját.

b./ Ez megfelel a "t" időpontban egy

$$d\left[\delta^{/S/},\ \lambda^{/S/}\right]$$

algoritmusnak.

c./ A programmozott tankönyv /tanitógép/ ebben a pillanatban az

$$\alpha^{/1/}\ /t/\ \left[a^{/1/}\ /t/ \in \mathfrak{A}^{/1/}\right]$$

állapotban van, és

d./ $$p\ /m_{ij}/$$

valószinüséggel megy át a megfelelő

$$\left\{ M_S \left[S_{ij}/n/ \right] = P\ /m_{ij}/ \right\}$$

"átmeneti" /Übergangs-/ mátrix szerint az

$$a^{/1/}\ /t + 1/$$

állapotba.

e./ Ennek az átmenetnek az eredménye előállitja a programmozott tankönyv /tanitógép/

$$Y^{/S/}\ /t + 1/$$

uj kimeneti állapotát.

f./ Feltétlenül szükséges a tanuló-rendszer motivációs funkciójának a bevezetése is. Ez felvilágositást ad a tanuló-rendszer érdeklődéséről, melyet a programmozott tankönyv adott "állapota" iránt tanusit:

$$\mathfrak{M}\left[a^{/1/}_{/j/}\ /t/ \right] = \begin{cases} 0 & \text{ha } j \neq 0 \text{ és } j \quad N \\ g & \text{ha } j = 0 \end{cases}$$

ahol "g" a tanuló-rendszer "t" időpontbeli motivációjának "meghatározott foka".

A tanuló-rendszer magatartását a "T" időpontban és "N" tanulási lépés alatt akkor nevezhetjük célratörőnek és motivált tanulásnak, ha a "motivációs fokok" mérőszámainak az összege nem kisebb egy előre megadott " C " ismertető számnál /Kennzahl/:

Tehát:

$$\sum \mathfrak{M}\left[a_j^{/1/}/t/\right] \geqq c$$

KELBERT végül az eddigieket átfogó következő "<u>funkció-algoritmust</u>" fogalmazza meg:

A tanuló-rendszer kimeneti konfigurációin:

$$Y_j^{/S/}/t/$$

keresztül, amelyek a

$$\mathfrak{Y}/s/$$

halmaz elemei, egyrészt hat a környezetére, másrészt információkat vesz fel a környezetéből.

Ha a külvilág

$$a_q^{/1/}/t/$$

állapotban van, és ha az

$$Y_k^{/S/}/t/$$

behatások következtében az

$$a_o^{/1/}/t/$$

állapotba megy át,, ugy az

$$\left[a_q^{/1/}/t/; \quad Y_k^{/S/}/t/ \right] \in Z$$

pár a "Z" emlékezetbe tárolódik.

Ha az

$$a_q^{/1/}, Y_k^{/S/} \longrightarrow a_o^{/1/}/t/$$

esemény a "Δt" időintervallumban nem kevesebbszer, mint

τ-szor

ismétlődik, akkor az

$$a_q^{/1/}/t/, \quad Y_k^{/S/}/t/$$

reakció végbemegy és a további

$$a_q^{/1/}/t/ \longrightarrow Y_k^{/S/}/t/$$

folyamat mindig sikeres.

A külvilág

$$a_q^{/1/}/t/$$

állapota igy elfogadtatja a tanuló-rendszerrel az

$$a_o^{/1/}/t/$$

állapot tulajdonságait, ami azt jelenti, hogy annak a behatásnak és az állapotban egybeesése, amely az

$a_o^{/1/}$ /t/-hez

vezetnek, a megjegyezhetőségét elősegiti.

Ha azonban a tanuló-rendszer az emlékezeteinek megfelelően funkcionál és a környezet még sem megy át az

$$a_0^{/1/}\ /t/$$

állapotba, azaz nem fog ezekkel a tulajdonságokkal rendelkezni, akkor az

$$a_j^{/1/}/t/ \quad \text{és} \quad Y_j^{/S/}/t/$$

közötti kapcsolat, amely nem vezetett a kellő eredményhez, néhány igen sikertelen ismétlés után felejtésbe megy.

Ezek alapján tekintsünk egy kvázi-stacionárius külvilágot. A tanuló-rendszer "Z" emlékezetében egy a behatások alábbi meghatározott sora kerül feldolgozásra.

$$a_i^{/1/} \text{———} Y_{/j/}^{/S/} - a_s^{/1/} \quad \ldots\ldots\ldots \quad Y_p^{/S/} - a_q^{/1/} - Y_i^{/S/} - a_0^{/1/}$$

ahol érvényes minden egyes

$$a_j^{/1/} \text{————} Y_j^{/S/} - a_s^{/1/}$$

folyamatra a

$$Prs^j = \max Prs^q$$

ami azt jelenti, hogy valamennyi algoritmus-funkció sikeres működése esetén, a külvilág leirását megközelitő mátrixok elemei csupa "o" és "1" elemeket tartalmaznak csak. /Vesd össze a III.részben a Mealy és Moore automatákkal kapcsolatban mondottakkal; a külvilágnak ebben az esetben a lehetőségekhez képest determináltnak kell lennie./ A külvilág megközelitésének foka a determináltság tekintetében a "Δt" időszakban a "τ" számmal határozható meg, amely elengedhetetlen feltétel az

$$\left[a_i^{/1/}; \quad x\, Y_k^{/S/}\right]$$

kapcsolat kidolgozásához.

KELBERT most bemutatott eljárása az absztrakt automaták tanulási modelljének absztrakt tárgyalása, amely főleg BRAINES, NAPALKOV és KUSCHELJEW eredményeire támaszkodik.

A didaktikai folyamatok strukturájának ez a tárgyalási módja egyenlőre nem sokat nyujt a gyakorlatnak. Amint kitünik, igen komoly számitások /lehetőleg computerekkel/ eredményei adhatnak csak gyakorlati értékeket, pl: a "g"-nek /motivációs fok mérőszáma/, vagy az ugyancsak idetartozó "C"-nek, vagy az ismétlődések mértékét mutató "τ"-nak.

A "halmaz-elméleti" tárgyalás valóban lehetővé teszi az egész struktura matematikai átfogását, annak ellenére, hogy /egyenlőre/ csak szinguláris eredményeket realizálhat.

2./ H.FRANK /35:—/ hasonló kisérletei is mutatják e téma egyre növekvő fontosságát. Éppen ezért szükségesnek tartom egyrészt a több oldalról való megközelités céljából, másrészt az elmélyültebb tanulmányozás feltételeinek a biztositása érdekében FRANK módszerének az ismertetését.

Szerinte a tanitás algoritmusa akkor definiált, ha:

a./ A tanitási lépéseket S_i egy nem szükségszerüen rendezett σ halmazból választjuk ki, amelyek közül egy feltétlenül, mint kezdő lépés tüntethető ki,

b./ létezik a σ x σ halmaznak egy olyan al-halmaza /Untermenge/, melynek rendezett

$$s_i \, s_j = P_{ij}$$

elempárjairól /"potenciális átmenetet" jelentő "nyilak". Lásd: III/III. THIELE-féle operátor sémát/ tudjuk, hogy

$$s_i \in \sigma \text{ és } s_j \in \sigma$$

c./ léteznek a lehetséges tanulói reakciók $\mathcal{R}$ halmazának r_i elemei,

d./ adott az F/$\mathcal{R}$/ halmaznak $\mathcal{W}$/$\mathcal{T}$/ halmazba való "φ" egyértelmü leképzése.

Itt az

a./ meghatározza a tanulóknak nyujtható összes tanitási lépéseket,

b./ megadja ezeknek a lépéseknek a sorrendjét,

c./ megadja a tanulóknak azokat a viselkedési módjait, amelyeknek megkülönböztetését a tanitási algoritmustól feltétlenül meg kell követelnünk,

d./ megmutatja az előbbinek azt a sorrendjét, amelyek által a tanulók magatartása determinálható.

3./ W.M.GLUSCHKOW /43: 23/ szerint ezek a definiciók akkor teljesitik egy "φ" tanitási algoritmus makrostrukturájával szemben támasztott követelményeket:

a./ hogyha minden r$\in$F/$\mathcal{R}$/ bemenet egyenlő hosszu a W =φ/r/ uttal és b./ hogyha $p \in F/\mathcal{R}/$ és $q \in F/\mathcal{R}/$, valamint $pq \in F/\mathcal{R}/$ jelöli a két reakció-sor összeillesztését, akkor

$$\varphi/pq/ = \varphi/p/ \cdot \varphi_p q$$

ugyanis a $\varphi_p/q/ \in \mathcal{W}$ egy folytonos folyamat, ahol a $\varphi_p/q/$ ut a $pq \in F/\mathcal{R}/$ bemeneti jellel egyértelmüen meghatározott.

Az /a/ feltétel szerint a tanulási rendszer az egyes tanitási lépéseket követő tanulói reakciókat minden esetben bevárja. A /b/ feltétel pedig azt mondja, hogy a tanitási rendszer a tanitási lépések folyamatát kizárólag az addigi tanulói viselkedéstől függően állitja össze.

A bemeneti jelek $F/\mathcal{R}/$ halmazának "r" elemei, a "φ" leképzési funkció segitségével, /σ/ egyenértékü osztályra lesznek felbontva, ha /σ/ a különböző tanitási lépések számát jelzi.

P_1 tehát ekvivalens P_2-vel, ha $\varphi/P_1/$ és $\varphi/P_2/$ ugyanazzal az S_i tanulási lépéssel végződnek.

A továbbiakban FRANK bemutatja, hogy mikor nevezhetünk egy tanitási algoritmust egy <u>Markov-féle tanitási algoritmusnak.</u>

/b/ alapján ennek az a feltétele, hogy a $\varphi_p/q/$ folyamat állandó "q" mellett minden egyenértékü "P" bemeneti jel esetében ugyanaz legyen. Egy Markov-féle tanitási algoritmusban tehát a következő tanitási lépés csak a közvetlenül őt megelőzőtől és az erre adott tanulói reakciótól függ. Eszerint a Markov-féle tanitási algoritmusoknál a tanitási algoritmusok

φ makrostrukturája

a $\mathfrak{S} \times \mathfrak{R}$ halmaznak $\mathcal{Y}$ halmazba történő leképzésére egyszerüsitődik.

Igen könnyü felismerni a "készség" pszichológiai definiciója és a most bemutatott algoritmus közötti komparációt. Az előbbi ugyanis igy hangzik: "A készségben az egymásután következő szakaszok közvetlenül meghatározzák egymást, s igy az egyes részcselekvések pszichikus /főként akarati/ vezérlése a minimumra csökken, vagy akkor teljesen kiiktatódik /109 :118/. Ezt mint megtanulandó algoritmust tekinthetjük. Igy a "készség" egy Markov-féle megtanulandó algoritmusnak tekinthető.

Befejezésül röviden utalnék arra, hogy FRANK is KELBERT-hez hasonlóan, a különböző automaták közötti kapcsolatot halmaz-funkciós formában is kifejezi, igy például a Mealy és Moore automaták kapcsolatát a

$$/\mathfrak{S}/ = /\mathfrak{Z}/_{MOORE} / \leqq / \mathfrak{Z}_{MEALY} / \cdot / \mathfrak{R} / + 1$$

ahol $/\mathfrak{S}/$ a lépések halmaza, $\mathfrak{Z}$ = az automata állapot halmaza, $\mathfrak{R}$ = a bemenő jelek halmaza. /Vesd össze a III/IV. 3., és 4.sz.mátrixait./

Az automaták funkciós-törvényeit is felirja:

$$a/t/ = \delta\left[a/t-1/;\ r/t/\right]$$

és

$$Y/t/ = \lambda\left[a/t-1/;\ r/t/\right]$$

amelyek komparábilisak a KELBERT-féle 4./ funkciós törvénnyel.

x x x

A most bemutatott három makrostruktura /KELBERT-FRANK-GLUSCHKOW/ közös vonása, hogy mind a hárman a " φ " léképzési funkciót határozzák meg, sajátos halmazelméleti szimbolumok segitségével. Összehasonlitásukra szolgáljon az alábbi táblázat:

	KELBERT	FRANK	GLUSCHKOW
	algoritmus átalakitási strukturái		
Tanuló-rendszer <u>kimeneti konfigurációi:</u>	$Y_j^{/S/}/t/ \in \mathfrak{Y}^{/S/}$	a./ $s_i \in \mathfrak{S}$	$r \in F/\mathcal{R}/$
A külvilág <u>állapota,</u> amely behatások következtében átmegy egy másik <u>állapotba</u> és igy ezek az emlékezetbe <u>tárolódnak.</u>	$\mathfrak{a}_q^{/1/}/t/$ $Y_k^{/S/}/t/$ $\mathfrak{a}_0^{/1/}/t/$ $\boxed{\mathfrak{a}}_q^{/1/}/t/; Y_k^{/S/}/t/] \in Z$	$s_i \in \mathfrak{S}$ $s_j \in \mathfrak{S}$ b./ $s_i s_j = P_{ij}$	A./ $W = \varphi\ /r/$
Ha az <u>átalakulási esemény</u>	$\mathfrak{a}_q^{/1/}, Y_k^{/S/} \to \mathfrak{a}_0^{/1/}/t/$	d./ φ	$\varphi\ /pg/ = \varphi\ /P/ \cdot \varphi_p q$
Egy adott <u>idő</u> alatt legalább egy megadott <u>"érték"-szer</u> ismétlődik, akkor az előbbi emlékezetbe tárolt ismeret, mint <u>reakció</u> végbemegy és az átalakulási folyamat sikeres	Δt τ $\mathfrak{a}_q^{/1/}/t/,\ Y_k^{/S/}/t/$	c./ $r_i \in \mathcal{R}$	B./ $pg \in F/\mathcal{R}/$
	$\mathfrak{a}_q^{/1/}/t/ \longrightarrow Y_k^{/S/}/t/$	d./ φ	$\varphi\ p/q/ \in \mathfrak{M}$

Amint a táblázatból leolvasható, KELBERT algoritmus-strukturája a legrészletesebb, GLUSCHKOW-é a legtömörebb. Egyben az is kitünik, hogy az eddigi <u>strukturák "tengelye" a "φ" átalakitási-funkció /leképzés/</u>, amit a táblázatban külön keretben jelöltünk.

x x

A "makrostrukturák" másik tárgyalásra kerülő csoportjában a <u>tanitási algoritmusok készitésének, ill. értékelésének strukturális problémáira</u> szeretnénk rámutatni.

4./ H.FRANK /35: 6/ makro-strukturális elemekből felépitett átalakitási algoritmusba:

$$= / \mathfrak{D} ; \mathcal{R} ; \varphi /$$

az alábbi öt didaktikai változót épitette be:

$$\lambda /L, M, P, S, Z/$$

Ezek sorjában:

L = a tananyag, mely rendundancia-szegény "Basaltext" formába irható,

M = a közeg /szövegkönyv-forma...oktatógéptipus...esetleg számológéppel, mint szimulátorral/,

P = pszicho-struktura /pl. egy információs-pszichológiai modell/RIEDEL után/ az életkortól függő paraméterekkel,

S = szociál-struktura /az oktatási rendszerben nem ellenőrizhető környezet zavaró hatása/,

Z = tanitási cél, az a /metanyelven/ megformulázott követelmény, ahol Z $\in$ L és amelyből levezethető, hogy a cimzett preciz értelemben milyen valószinüséggel sajátitja el az anyagot.

Az első lépés, amely az algoritmikus oktatás-algoritmizáció nehézségeinek részben leküzdéséhez vezet, az ugynevezett "épitőkő-módszer", mint félalgoritmikus módszer. Problémamentesnek tekinthető a reakció-repertoire:

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}/M/$$

közlése.

A tanitás lépéseinek száma:

$$\mathfrak{L} = \mathfrak{L} / L, P, Z, \mathcal{R}, \mathcal{Q}, \mathcal{O} /$$

algoritmikusan kiválaszthatók az oktatási tömeg / $\mathcal{Q}$ / és az "összekötők" / $\mathcal{O}$ / kartézi szorzatából /kérdés; utasitás; itélet/. A Markov-rendszerü, vagy nem Markov-rendszerü makro-struktura:

$$\varphi = \varphi / \mathcal{M}, \mathcal{O}, \mathcal{R}, L, P, Z /$$

hasonlóképpen algoritmikusan meghatározható.

A mikrostruktura a $\mathcal{Q}$ -ból és $\mathcal{O}$ -ból az algoritmuskészitő által alakitandó ki, ebben az esetben is algoritmikus uton analizálható. Ugyanakkor S-nek biztositania kell λ zavarmentes alkalmazását.

A teljes algoritmizáció egyenlőre csak korlátok között alkalmazható praktikusan, ugyanis itt az algoritmikus előállitás a $\mathcal{O}$ és L tényezőknek, legalább is a matematikai nyelv-elmélet körébe tartozó problémákat vet fel, amelyek jelenleg még az automatizált nyelvi forditás és az automatizált dokumentáció-képzés tartományába tartoznak. E helyen az áttörés a kibernetikus pedagógia algoritmusai és az organizációs kibernetika kombinációján alapul.

5./ H. STACHOWIAK /123: 51/ probléma felvetésének alapja H.FRANK /38:

/ egyik megjegyzése. Kiindulási pontja a P.HEIMANN-tól származó következő didaktikai dimenziók megkülönböztetése:

1./ Pszicho-logik /a tanuló pszicho-strukturája/ = "P"

2./ Szocio_logik / az oktatási helyzet szociál-strukturája/ = "S"

3./ Medien-logik /oktatási eszközök adottsága/ = "M"

4./ Anyag-logik /tananyag/ = "L"

5./ Teleo-logik /tanulási cél = "Z"

6./ Metodo-logik /tanitási módszer = "λ"

amelyek H.FRANK alapján felirt alakban egy általános parametrikus didaktikai algoritmus függvényt adnak meg:

$$\lambda = \lambda_{PSML}/Z/$$

A probléma a tanitási cél változója. A "Z" az oktatás célja minden didaktikára generalizálva, abban áll, hogy a tanulási rendszert minden időben addig fejlesztjük, hogy kvalifikálható válaszokat kapjunk a meghatározott kérdésekre és egyben ezen válaszok minőségeinek a mértékét is kívánatos megtalálni. Emellett probléma a mindenkori válaszoknak a hozzájuk tartozó lehető legjobb válaszoktól való eltérésének korlátozása, ami az optimális válasz deduktiv specializálódásában vagy az induktiv generalizálódásában áll.

A legegyszerübb CARNAP-tipusu $L_n^{\overline{\pi}}$ logikai nyelvre vonatkozó problémafeldolgozás felhasználja a BAR-HILLEL és CARNAP által kifejlesztett szemantikus információ elméletét. Ez az elmélet a CARNAP-féle induktiv-logika fogalomképzésén nyugszik, melyet az alapvető nyelvi rendszer bevezető vitája után legelőször egy definició-lánc részére állitottak össze. A legszükségesebb deduktiv és speciális induktiv logikai alapfogalmak meghatározása után bevezették az induktiv-logikai függvényeket. Ezek azok a szabályos mértékfüggvények - m/./ - amelyek az ugynevezett $L_n^{\overline{\pi}}$ állapotleirás halmazán belüli valószinüségi mértékekként értelmezhetők és a szabályos igazoló-függvények - c/.../, - amelyek a hipotézis-igazolás indukciós logikai összefüggéseit szolgálják. Erre igen egyszerü példa az L_2^3 nyelvi rendszer, amelyet az eddig kifejlesztett általános fogalmak jelentősen és számtalan esetben numerikusan is meghatároznak.

Az ugynevezett "igazoló-gépekről" szólva, amelyek bizonyos automatizálási lehetőségeket mutatnak fel, az induktiv-logika keretein belül, majd továbbá a szemantikus információ-elmélet alapfogalmait is definiálják.

Ezzel az előmunkálatokat teljesitve, következnek a tanitás minőségének mértékére vonatkozó definiciók, ami alatt az adott tanulási rendszeren belüli "j" felelet-mondatok minőségét, a hozzájuk tartozó elérhető legjobb "i_{opt}" felelet-mondatokra vonatkoztatva értjük, majd mindkét mondatot az L_n^{π} -re vonatkoztatjuk. Ez a mérték:

$$qual/j,\ i_{opt}/$$

visszavezethető egy eltérési mértékre:

$$elt/j,\ i_{opt}/$$

és ez pedig ismét visszavezethető a BAR-HILLEL-CARNAP féle információs mértékre:

$$inf/i_{opt}/\ \text{visszanyitva}\ inf/j/\text{-hez}$$

Ismételten az L_2^3 példa szolgál az általános összefüggések szemléletes bemutatására.

Az általános qual/ , / függvény tekintettel az esetek különbözőségére, alkalmat ad ennek a függvénynek néhány problematikus, a szokásos természetes esetekben mért intuitiv tanulási eredmény ellenőrzéstől való pedagógiai eltérések megvitatására is. Igy az L_n^{π} mondat-rendszer "induktiv bővitése" két eddig kivülleső fogalommal gyarapodott.

Végül is a fenti "oktatási algoritmus-függvényt" mindenekelőtt meghatározott:

$$\lambda = \lambda_{PSML}/qual/ \;, \; //$$

alakra hozzák. A továbbiakban egyrészt a függvényelőirás meghatározásának a problémáját:

$$\lambda_{PSML}/./$$

másrészt a "kérdések elméletét" /itt azokra a kérdésekre gondolnak, amelyeket a tanulási rendszeren belül a "j" feleletek adnak fel/ kivánják megvilágitani. Befejezésül annak a reményének ad STACHOWIAK kifejezést, hogy egy adekvát probléma-feldolgozás révén egy, az L_n^{π} modellnél is jóval tökéletesebb modellt fognak találni.

6./ G.NENTWIG /103 : 53/ speciális szakmai követelmények aspektusából közeliti meg az algoritmus-készités strukturális problémáit. A mérnökképzés tantárgyai programmozásánál ugyanis, szemben a másjellegü iskolai anyagokkal, sajátos szempontokat kell figyelembevenni, ami többek között a tananyag specialitásaiból /pl. tartalom, terjedelem, komplikáltság/, a mérnökképzés különleges képzési és nevelési céljából, és végül a hallgatók szellemi fejlettségi szintjéből adódik.

Ebből adódik az oktatóprogrammok algoritmusai kialakitásának az a követelménye, hogy azok ne csak ismereteket közöljenek, hanem ezzel párhuzamosan a mérnöki képességeket, készségeket és magatartást is kifejlesz-szék. Ennek a magas minőségi követelménynek a realizálása az oktató-programmokban akkor lehetséges, ha a programm kialakitása és kifejlesz-tése a pedagógiai kibernetika alapjain, valamint a célszerüen kiválasz-tott tanulási elmélet alkalmazásán felépülő algoritmuson nyugszik.

A mérnöki gondolkodási mód strukturájából kiindulva kell a tananyag struk-turáját /S_S/ a strukturképek formájában grafikusan ábrázolni. A tananyag strukturájából kell a programm didaktikai strukturáját /D_S/ levezetni. A tananyag felkészitése az egyes "frames"-ekre a különböző oktatási mód-szerektől /metodikai struktura: /M_S// függő tananyag és tanulási cél al-kalmazása után következik.

7./ A legrészletesebben tárgyalja a didaktikai algoritmus /oktatási prog-ramm/ kidolgozásának szakaszait L.N.LANDA, aki az erre vonatkozó nézete-it - kritikai elemzés alapján - nyolc pontban dolgozta fel és rendszerez-te /138:39-76/:

a./ Az oktatás tartalmának és céljának a meghatározása: Az oktatás cél-jának meghatározása azt jelenti, hogy a végállapot vektora gyanánt mutatjuk be azt a cél, enélkül nem szerkeszthető oktatási programm. Az oktatás céljának ilyen mérvü konkretizálása akkor jön létre, ha olyan kérdésekre, mint:

1./ milyen módszerekkel ismerhetjük fel, diagnosztizálhatjuk, hogy kialakultak-e a tanulókban bizonyos pszichikai folyamatok,

2./ a folyamat milyen fokát nevezhetjük "kialakult"-nak - feleletet tudunk adni.

b./ Meghatározzuk a pszichikai folyamatok felismerésének vagy diagnosz-tizálásának módjait: Azt, hogy valamilyen folyamat a tanulónál kia-lakult-e, általában csak viselkedési aktusok együttese, rendszere alapján állapithatjuk meg. Miután megkerestük azt a rendszert, kialakitjuk azt a feladat-rendszert, amely mindezen viselkedési aktusok végrehajtását kivánja, s lehetővé teszi a bennünket érdeklő pszichikai folyamatok helyes és egyértelmü megitélését. Ezt a feladat-rendszert kell beépitenünk az oktatási programmba. Pl. a már előbbiekben is idézett idegen szavak elsajátitásánál hogyan mérhetjük azokat a jártasságokat, amelyek a biztos tudást jelentik:

1./ A tanulóknak oroszul számneveket mondunk, mire ők megjelölik a hallott számneveknek megfelelő halmazt, vagy számot, s utána az anyanyelvén megnevezi az adekvát számot.

2./ Most oroszul leirt számneveket mutatunk a tanulónak, mire ő megjelöli az illető számneveknek megfelelő halmazt, vagy számot, majd az anyanyelvén megnevezi az adekvát számot.

3./ A tanulónak bemutatunk egy számot, ill. halmazt, s ezt kell oroszul kimondania.

4./ A 3./ eset csak azzal a változtatással, hogy a számot oroszul kell leirnia a tanulónak.

Ezzel az egyszerü példával próbáltuk illusztrálni, hogyan találhatjuk meg azokat a viselkedési aktusokat, amelyekben a bennünket érdeklő pszichikai folyamatok és sajátságok megnyilatkoznak.

c./ Meghatározzuk a végállapot változóinak számértékét. Az előbbi példára hivatkozva könnyen megadhatjuk a "számnevek tudását" jelentő jártasságok kialakultságának a fokát. Pl. a tanuló elsajátitotta egy-től tiz-ig az orosz számneveket, ha a számnév hangalakjának vagy grafikus képének észlelésére válaszul az esetek 100 %-ában helyesen jelöli meg a számot, a szám észlelésére válaszul az esetek 100 %-ában helyesen mondja ki a számnevet. Itt azonban figyelembe kell vennünk a reakció-időt is, ahol a számértékek egy optimális idő-intervallum értékei. Pl.: az orosz számnév kimondásának 1-1,5 sec., felismerésének 0,7-0,9 sec., leirásának 2-4 sec. az intervalluma.

d./ <u>A kiindulási állapot változóira jellemző számértékek meghatározása.</u>

A c./-hez hasonló módon történik az ott ismertetett orosz szó kimondásának, leirásának, felismerésének kezdeti értékeinek és reakció-idejének a meghatározása. Részletes indokolás nélkül utalni szeretnénk arra, hogy a c./ és d./ esetben az alábbi - jövőben megoldandó - problémák foglalkoztatják a kutatókat:

1./ a lehetséges valamennyi algoritmus közül a legmegfelelőbb kiválasztása,

2./ a változó "számértékekhez" és adatokhoz alkalmazkodó adaptiv oktatógépek - melyek a már emlitett adaptiv algoritmusok szerint müködnének - megépitésére /véleményünk szerint az elektronikus berendezések lesznek erre megfelelőek/.

e./ <u>A kiindulási állapotból a végállapotba való átmenet sorrendjének a meghatározása.</u> A programmozott oktatás szakirodalmában rendszerint a tananyag adagokra tagolását és szigoru logikai sorrendben való tárgyalását jelölik meg e helyen főfeladatként. Itt a főkérdés a "szigoru logikai sorrend" tisztázása. Itt azonban ismét ujabb problémák vetődnek fel:

1./ bizonyos tudományokra, vagy részeik közötti relációra a "logika" fogalma még nincs eléggé tisztázva,

2./ ugyanannak a tudománynak többféle egyaránt helyes "logikája" lehet /euklideszi és nem euklideszi geometriák/,

3./ az oktatási logikája /rendszere/ sokszor nem felel meg - és nem is kell, hogy megfeleljen - a tudomány logikájának /rendszerének/. Pl. a megtanitandó algoritmus oktatásának a viszonya.

4./ az elsajátitás pszichológiájának és logikájának a kapcsolata.

f./ <u>Meghatározzuk a tanuló tevékenységének azon formáit, amelyek a tanuló egyik állapotból a másik állapotba való eljutását biztositják.</u> E célból a programmkészitőnek a következő feladatokat kell megoldania:

1./ a pszichikai folyamatok végrehajtásához szükséges tanulói cselekvési módok és formák meghatározása,

2./ ezeket a tevékenységeket elemi operációk komponenseire kell felbontani,

3./ az előbbi operációk célszerü sorrendjének kimunkálása,

4./ meghatározni azokat a feladatokat, amelyek a szükséges operációkat, tevékenységeket végrehajtják,

g./ A szükséges tevékenységi formák végrehajtását biztositó feladatok meghatározása. Itt ismét négy feladatot kell a programmozásnak megoldania:

1./ meg kell találni azokat a ráhatási formákat /feladat-tipusokat/, amelyek épp a szükséges tevékenységet, pszichikai folyamatokat váltják ki a tanulóból,

2./ ismernie kell minden ráhatási formát, minden pedagógiai lehetőséget, vagyis azokat a pszichológiai következményeket, amelyekkel az oktatási ráhatások minden egyes fajtája járhat. Ezek a "következmények" az oktatási ráhatások didaktikai sajátosságai.

3./ össze kell vetni mindegyik ráhatási forma didaktikai sajátosságait egymással és a ráhatások által kiváltandó eredménnyel, és ennek alapján ki kell választania közülük azt, amely a szükséges pszichikai következményekre vezet,

4./ ha a meglévő és ismert oktatási ráhatások egyike sem rendelkezik a szükséges didaktikai sajátosságokkal, nem váltja ki a szükséges tevékenységet és folyamatokat, akkor a programm szerkesztőjének uj ráhatásokat kell keresnie.

h./ Meghatározzuk a tanuló cselekedeteire, eredményeire és hibáira való reagálás módozatait. Ez a következőképpen történhet:

1./ tanitási egységek közlése feladat elé állitás után, vagy az elsajátitás módozataira történő utalás segitségével, 2./ a tanulók feleleteinek analizise utján,

3./ a feleleteket követő reakció utján.

A behaviorista álláspont általában megelégedett az u.n. "bemeneti" és "kimeneti" ráhatásokkal, ill. eredményekkel. Véleményük szerint csak a cselekvés eredménye az érdekes, ami közben lezajlik és ami a tudatban rögződik, szerintük lényegtelen. A.A.SZMIRNOV az inger-reakció folyamat közötti részre vonatkozó behaviorista "ürt" "fekete doboz"-nak nevezte. Az adaptiv algoritmusok feladata ennek a "közbülső tag"-nak irányitására alkalmas programmok realizálása. A "nyolc pont" vázlatos ismertetése csak utalás arra a komoly, megalapozott munkára, amely ugy az algoritmus készitőire, mint a programmozókra jellemző.

x x

A bemutatott négy algoritmus-készitési eljárás strukturális problémáinak "gerincét" a <u>didaktikai változók</u> /dimenziók/ szerepe képezte. Az alábbi táblázat célja a négy különböző megoldás egybevetése és értékelése.

	LANDA (U.D.S.S.R)	FRANK (B.R.D)	STACHOWIAK (B.R.D)	NENTWIG (D.D.R)
	algoritmus /készitési/ strukturája			
1.	Az oktatás tartalmának és céljának meghatározása	L	L	S_S
2.	A pszichikai folyamatok felismerése és diagnosztizálása.	P	P	-
3.	A végállapot változói számértékeinek a meghatározása.	Z	Z	-

4.	A kiindulási állapot változóira jellemző számértékek meghatározása.	-	-	-
5.	A kiindulási állapotból a végállapotba való átmenet sorrendjének meghatározása.			D_S
6.	A tanuló azon tevékenységi formáinak a meghatározása, amelyek a tanulók egyik állapotból a másik állapotba való eljutását biztositják.			M_S
7.	A szükséges tevékenységi formák végrehajtását biztositó feladatok meghatározása.	M	M	-
8.	A tanuló eredményeire és hibáira való reagálás módozatainak a meghatározása.	-	-	-
9.	-	S	S	-

1./ Azonnal kitünik, hogy a négy struktura közös elemeket is tartalmaz

az

$$1./ = L = L = S_S$$

ill. az

$$5./ = \lambda = \lambda = D_S$$

és

$$6./ = \lambda = \lambda = M_S$$

sorokban. Ezek egyuttal a strukturák "tengelyeinek" tekinthető legfontosabb elemek.

2./ LANDA módszere alapossága és használhatósága szembetünő a másik három eljáráshoz viszonyitva.

3./ A 9./ soron látható "S"-ek a kapitalista társadalmi viszonyok között élő tanulók szociális körülményeinek erős differenciáltságára utalnak.

x x x

8./ A didaktikai szekvenciák jelenség- és teljesitmény-strukturáit Å. BJERSTEDT /9 :99-108/ dolgozta fel két részben: Elsőnek a jelenségstruktura-analizishez szükséges segédeszközöket irja le és taglalja:

a./ kérdések jegyzéke,

b./ a végcél és az egyes didaktikai egységek közötti viszonyt bemutató diagrammok,

c./ különböző jegyzőkönyv-felvételi módszerek. Egy jegyzőkönyv lehet pl. egy terv is, ami megkönnyiti ugy a teljes, mint a rendszeres analizis keresztülvitelét. Itt egy olyan jegyzőkönyvről van szó, ahol minden didaktikai egységet a céltól függő itéletrések kitöltésével vizsgálunk. Három főtipust különböztethetünk meg:

1./ a fő tartalmi jegyzőkönyv,

2./ metodalógiai jegyzőkönyv,

3./ a kettő együttes alkalmazása.

Másodszor a teljesitmény-analizis lehetőségeit és módszereit mutatja be. Eddig ezek igen korlátozott mértékben hatottak csak a programmok fejlődésére, általában csak a hibák számát vették tekintetbe és igen kevés sulyt helyeztek a hibák tartalmi elemzésére. Nagy sulyt helyeztek magára a téves viselkedésre és figyelmen kivül hagyták a hatásnélküli hibátlan elemek elemzését. Nagy sulyt helyeztek az elágazó lehetőségek létezésére és keveset az elágazásból eredő nevelési eredmények értékelésére. Az analizis segédeszközei:

1./ Áttekinthető táblázat, felbontva hibákra és kétségekre,

2./ A különböző elágazások és a feleletek helyességének diagrammja, egyéni didaktogramm és csoport-didaktogramm.

3./ A tanuló programmon belüli és kivüli viselkedése közötti viszony analizisét szolgáló módszerek:

a./ az információk sürüsége,

b./ az információk sebessége,

c./ a választási pontok közötti kapcsolat, ahol a teljesitménysorozatok felosztását a szürőegységeknél vizsgáljuk.

Véleménye szerint az ilyen rendszeres és átfogó értékelő módszerek további kiszélesitése nemcsak a hatékonyabb programmok előállitását segiti, hanem felhalmozza mindazokat az alapvető ismereteket, amelyek a programmozott oktatás tudományának kidolgozását is megkönnyitik.

III. Az előző fejezetben megismerkedtünk a didaktikai folyamatok strukturális megközelitésének különböző matematikai és nem matematikai jellegü leirásával. Az alapdefinició érvényét sikerült fenntartani azáltal, hogy a szabatosan leirható tanulási és tanitási rendszerekhez kapcsoltuk H.KELBERT és H.FRANK matematikai modelljeit. A makrostrukturák algoritmusai igy reális eljárásoknak tekinthetők. Ezzel szemben egyre több akadályba ütköznek a tanulás belső strukturáinak a "hagyományos kijelentés-logika" segitségével történő modellezésénél. Erre utal H.ZEMANEK /143:9-20/, amikor a tanulási strukturák leirására legalkalmasabbnak az u.n. "szekvencionális-logikát" és a hozzárendelhető aritmetikai elemeket tartja. /Für die Beschreibung von Lernstrukturen eignet sich die sequentionelle logische Algebra, die zusammen mit airthmetischen Elementen auch eine gewisse Ökonomie der Darstellung verspricht./ Szerinte néhány tanulási struktura ebben a kifejlesztett formalizmusban kifejezhető, s ez azt jelenti, hogy ez az előállitási mód továbbfejleszthető egy <u>algoritmikus-nyelv</u> irányába. /Einige Lernstrukturen werden in dem entwickelten Formalismus ausgedrückt und es wird angedeutet, wie sich diese Darstellungsweise in Richtung auf eine algorithmische Sprache weiterentwickelt./

ZEMANEK a továbbiakban rámutat arra, hogy egyre inkább bizonyossá válik, hogy a Boole-féle szimbolikus logikai rendszer a tanulás logikai rendszerétől igen messze van. A tanutológiák és "szolgai" triviális teljesitmények leirására alkalmas Boole-algebra felett az idő tovahaladt, s az uj dimenzióknak megfelelően kialakult a kombinatórikus logikából a

<u>szekvencionális logikai algebra</u>,

s ezzel megszünt a logika "örök" igazság-igénye is. Ez a logika már alkalmas az önszabályozó rendszerek [redacted] és automaták tanulási folyamatának /megközelitésére/ leirására.

Példaként hozható fel A.M.UTTLEY /135: 1-24/ szimbolikus logikai implikációval leirt tétele:

$$x_3 \wedge x_2 \quad x_1 \longrightarrow x_2 \wedge x_1$$

UTTLEY a tanulási eljárásra ennek forditottját alkalmazza, amit induktiv implikációnak nevez:

$$x_2 \wedge x_1 \longrightarrow x_3 \wedge x_2 \wedge x_1$$

Ennek a tételnek az az érdekessége, hogy pontosan akkor lesz hamis /0/, amikor a tanulásra jellemző $X_o = 0$ értéket felveszi.

A tanulási eljárásnál ugyanis döntő jelentőséggel birnak az előzmények, nevezetesen, ha egy időpontban az

$$X_2 \wedge X_1$$

fellép és ezen kivül ettől függően az X_3 a

$$P\,/X_3 \mid X_2 \wedge X_1/$$

/annak a relativ gyakoriságnak a valószinüsége, hogy az X_3 bekövetkezik azon feltétel mellett, hogy az $X_2 \wedge X_1$ bekövetkezett, nagyobb, mint szigma/. Egyuttal ennek alapján feltehető, hogy ez pillanatnyilag valami ok folytán hiányzik, s igy a szóbanforgó összefüggés irreveláns, s ettől kezdve zavaró körülménynek tekinthető.

UTTLEY egyébként nem magát a valószinüséget, hanem egy olyan

$$I = -\,\mathrm{l\,d}\,p$$

/kettesalapu logaritmus = l d/

információs mértéket alkalmaz, amely önmagában is indokolja az eredetiségét és nyilvánvalóan éppen olyan jó, mintha logikai-matematikai indok lenne. Ennek alapján az előbbi valószinüségi érték "információs formája":

$$I\,/X_3 \wedge X_2 \wedge X_1/ - I/X_2 \wedge X_1/ < I_0$$

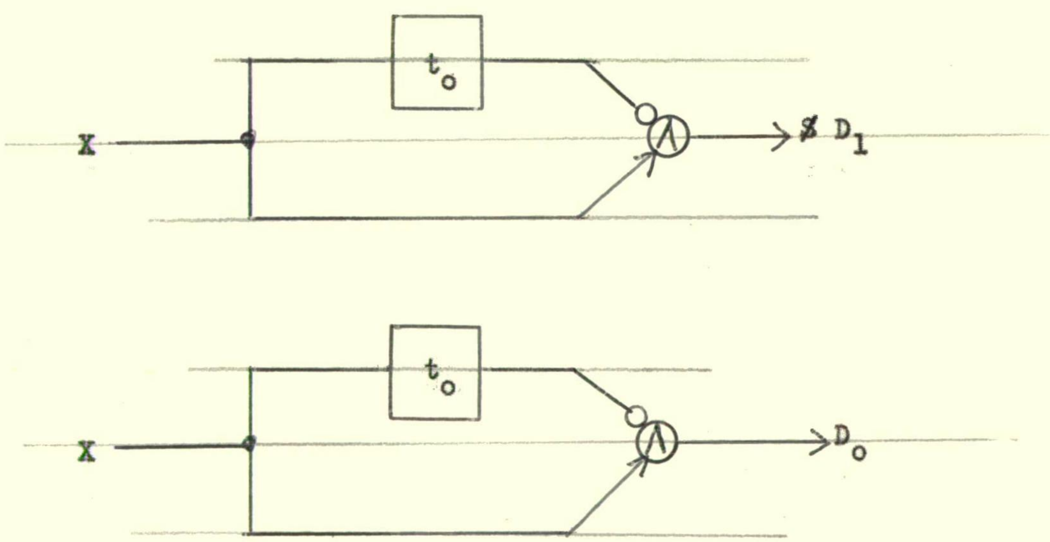
Eszerint az indukció csak akkor megengedett, ha az X_3 bekövetkezésének "meglepetésszerüsége" az "$X_2 \wedge X_1$" után eléggé kicsiny.

Az indukciónak ez a formája éppenséggel logikailag szigoru, ámnár egy tetszés szerinti "σ" vagy "I_o" konstanssal definiált, s igy a <u>szekvencionális logikai algebra</u> struktur~~j~~ájának bizonyul.

Az alábbiakban ennek a logikai diszciplinának mutatjuk be példaként néhány fontosabb elemét:

a./ <u>A differenciáló tag:</u>

Egy előzmény adagolását és végét dinamikus formában ábrázolhatjuk, ha az első"egyessel" az "egyesek" egész szorzatát, az első "nullával" pedig a "nullák" egész szorzatát reprezentáljuk. Ennek bemutatására szolgáljon az alábbi egyszerü "logikai kapcsolás" és a hozzátartozó értéktáblázat:

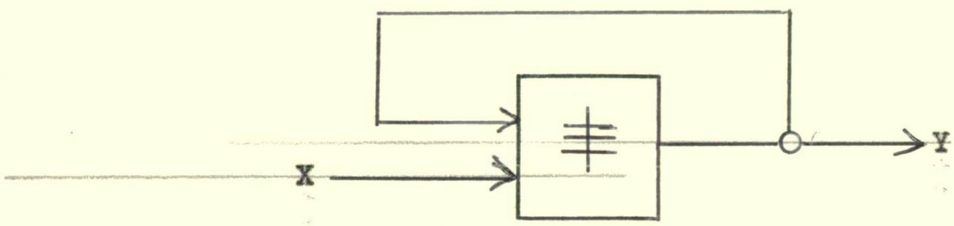


42.sz.ábra

X	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
D_1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D_0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0

b./ <u>A "Flip-Flop" szisztéma /egy bemenettel/.</u>

Az egyik leggyakrabban alkalmazott "logikai kapcsolás", amelynek igen sok változata ismert, az automaták elméletében. A legegyszerübb változata az, amelyiknek csak egy bemenete van. Logikai funkciója abban áll, hogy minden "egyes" váltakozva hol üzembe helyez egy folyamatot, hol pedig kioldja /s igy egy antivalens-funkcióval az egyszerü késleltetést modellezi/:



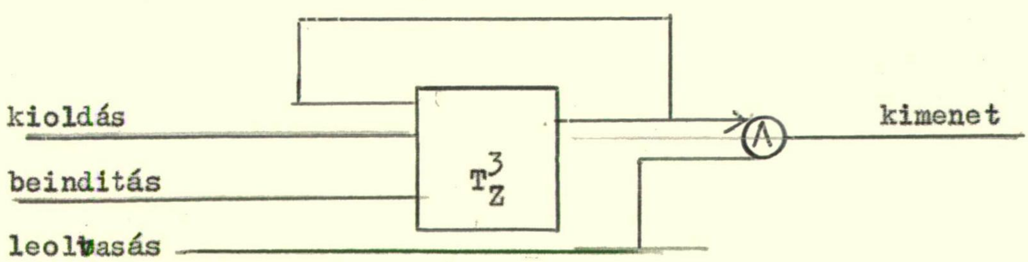
43.sz.ábra.

Értéktáblázata:

X	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1
Y	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0

b'./ <u>Flip-Flop két bemenetellel.</u>

Ennél a logikai rendszernél már két bemenet van, egyik a bekapcsolást, a másik a kioldást szolgálja. Logikai analizisénél négy variáció adódik, amelyek a beinditó és kioldó impulzusok egybeesésénél adódnak. Kapcsolási rajza:



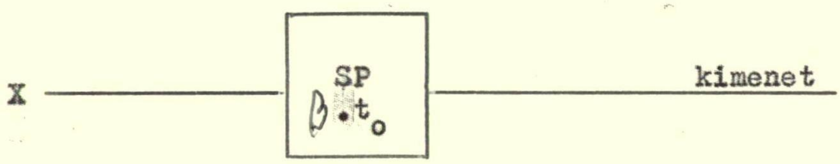
44.sz.ábra

Értéktáblázata:

most:	0	0	0	0	1	1	1	1
kiold:	0	0	1	1	0	0	1	1
beind.:	0	1	0	1	0	1	0	1
utána:	0	1	0	P	1	1	0	P

c./ <u>Időszakos tárolás.</u>

A "t_o" egységidőre történő késleltetés a szekvencionális logika alapeleme. Előfordulhat azonban, hogy egy meghatározott időre kívánjuk a késleltetést, pl. "$\beta \cdot t_o$" időre azzal a feltétellel, hogy mindazok az impulzusoknak, amelyek ez alatt az idő alatt lépnek be, hatástalanoknak kell maradniok. Kapcsolási rajza:



45.sz.ábra

Értéktáblázata "β = 5"-re:

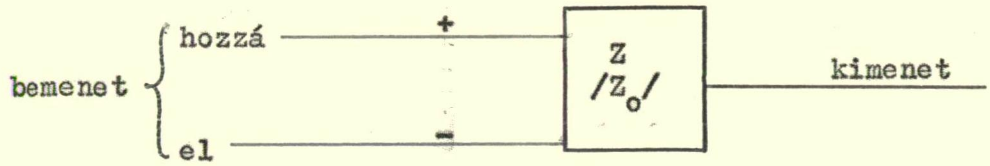
X	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0 0
SP	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0 0

d./ <u>Integrációs tag.</u>

Amig a differenciációs tag realizálása aránylag igen könnyü, addig az integrációs tag legalább egy számlálási folyamatot igényel, mivel azonban az elemek igen sok helyen előfordulnak, igy érdemes foglalkozni velük és definiálni őket. Le kell rögzitenünk azonban, hogy logikai kapcsolásuk nem mindig lehetséges, különösen ott, ahol a számolási folyamat gyakran előfordul, amely többnyire egy olyan struktura fennállására utal, amelynek vizsgálatába azonban itt nem megyünk bele. Leginkább csak a "billenő számláló" /kippenden Zählern/ blokkszimbolumaként definiáljuk. Ennek logikai rendszerei:

d'/ <u>"Billenő számláló" pozitiv "billenő" ponttal:</u>

Kapcsolási rajza:



46.sz.ábra

Minden impulzus a felső bemeneten a számoló tárolt érték-rendszerét növeli eggyel, ugyanakkor minden impulzus az alsó bemenetben a számláló tárolt értékrendszerét eggyel csökkenti. Ugyanakkor ha a tárolt értékrendszer a "Z_o" értéket eléri, ugy kiold és a következő időpontban a kimenet az "egyes" értéket veszi fel.

Értéktáblázata, ha "$Z_o = 3$":

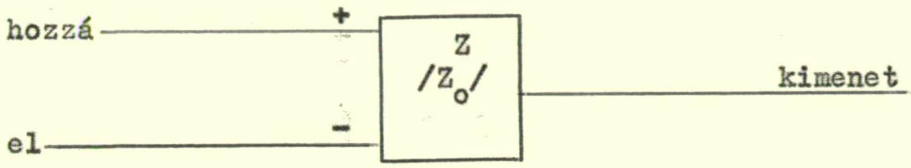
bemenet:	hozzá:	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1
	el:	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
kimenet		0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
számláló		0	1	2	3	2	2	3	0	0	0	1	2	3	0	1	2

d''./ <u>"Billenő számláló" abszolut "billenő"ponttal:</u>

Itt minden a felső bemeneten jelentkező impulzus a számláló tárolt értékrendszerét eggyel emeli, ugyanakkor minden az első bemeneten fellépő impulzus eggyel csökkenti. Amikor pedig a tárolt érték a

"Z_o"_t vagy a "$-Z_o$"-t eléri, ugy az előbbivel analóg módon kiold és ugyanakkor a következő időpontban a kimenet felveszi az "eggyes" értéket.

Kapcsolási rajza:



47.sz.ábra.

Értéktáblázata ha $|Z_o| = 3$:

bemenet:	hozzá:	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1
	el:	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
kimenet		0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0
számláló		0	1	2	3	2	2	3	0	-1	-2	-3	-2	-3	0	1	2	3	0	1	2

A most kiragadott példák közel sem tarthatnak a teljességre igényt. Célunk a definiciók egyértelmüségének bemutatásán kivül a tanulási strukturák leirására alkalmas logika módszer bemutatása /a kizárólagosság igénye nélkül/ és egy olyan kapcsolási rendszer ismertetése, amely azonban feltétlenül jogosan tarthat igényt a tanulási strukturák ábrázolásánál bizonyos ökonomiára.

A szekvencionális logika segitségével felépitett tanulás-strukturák közül feltétlen emlitésre méltóak:

W.G.WALTER /140: 21/ "CORA" /Conditioned Reflex Analogue/ automatája és

H.KRETZ /75 : 21/ modellje. Mind a ketten a feltételes reflex bizonyos feltételek szerinti modellezését oldották meg.

A.M.UTTLEY /135 :1-24/ a feltételes valószinüségi tanulás strukturális modelljét szerkesztette meg. Ugyancsak ennek a "logikának" a segitségével épitette fel K.STEINBUCH /124 :36-45/ tanuló-mátrixát.

x x x

A Strukturális elemek cimü részt összefoglalva, le szeretném rögziteni, hogy:

a./ A bemutatott mikrostrukturáknak csak terminológiai értelmük van, egyébként nem nyujtanak többet a "Konstruktiv elemek"-hez viszonyitva.

b./ A makrostrukturáknál alkalmazott matematikai apparátus teljes felépitése ezen keretek között nem valósitható meg.

c./ A makrostrukturák és a tanulási strukturák tulzott elvontsága /absztrakt automaták elméletével való analógizálás; szemantikus információ-elméletre, CARNAP-féle logikai nyelvre; matematikai nyelvelméletre, automatizált nyel és dokumentáció-képzés elméleteire való utalás, szekvencionális logikai alapfogalmak ismertetése/ inkább a jövőbe mutatnak, s igy a jelenben főleg csak a didaktikai változók /dimenziók/ "második táblázatban" összefoglalt elemei realizálhatók.

d./ A két táblázat összevetéséből adódó "közös tengelyen" a didaktika legfontosabb feladata az "átalakitási folyamatok szervezése" helyezkedik el, ami az L.KLINGBERG féle didaktikai /72:321/ "hármas-funkció"[2] feladatával /részben/, a 3./-al pedig teljesen komparábilis.

K O N K L U Z I Ó K

Az eddigieket egybevetve a végkövetkeztetéseket három pontban szeretnem összefoglalni.

Először megvizsgáljuk, hogy a Bevezetőben emlitett és az I. és II. részben lerögzitett alapdefinició által megengedett kereteken belül, mennyire sikerült a három szintet /formális, konstruktiv, strukturális/ felépitenünk.

Másodszor megpróbáljuk a gyakorlat részére realizálható elemeket kiemelni.

Harmadszor rá szeretnénk mutatni az érintett területen folytatandó további kutatások fő irányaira.

1./ Az alapdefinició két követelmény betartását irta elő:

a./ szabatosan előirható eljárást, és

b./ a hozzá tartozó matematikai modell szerepét.

A II.részben bemutatott a./ tipusu algoritmusokat az a./ követelmény szerint, a III.részben tárgyaltakat főleg a b./ követelménynek előtérbe helyezésével épitettük fel. A IV.részben a b./ követelmény képezte az optimális számitások alapját. Az V.részben az absztrakt modellek esetében a b./ előtérbe kerülése talán kicsit tulzottnak is tünhet, bár ezt ellensulyozza LANDA eljárása, aki az a./ megoldást választotta.

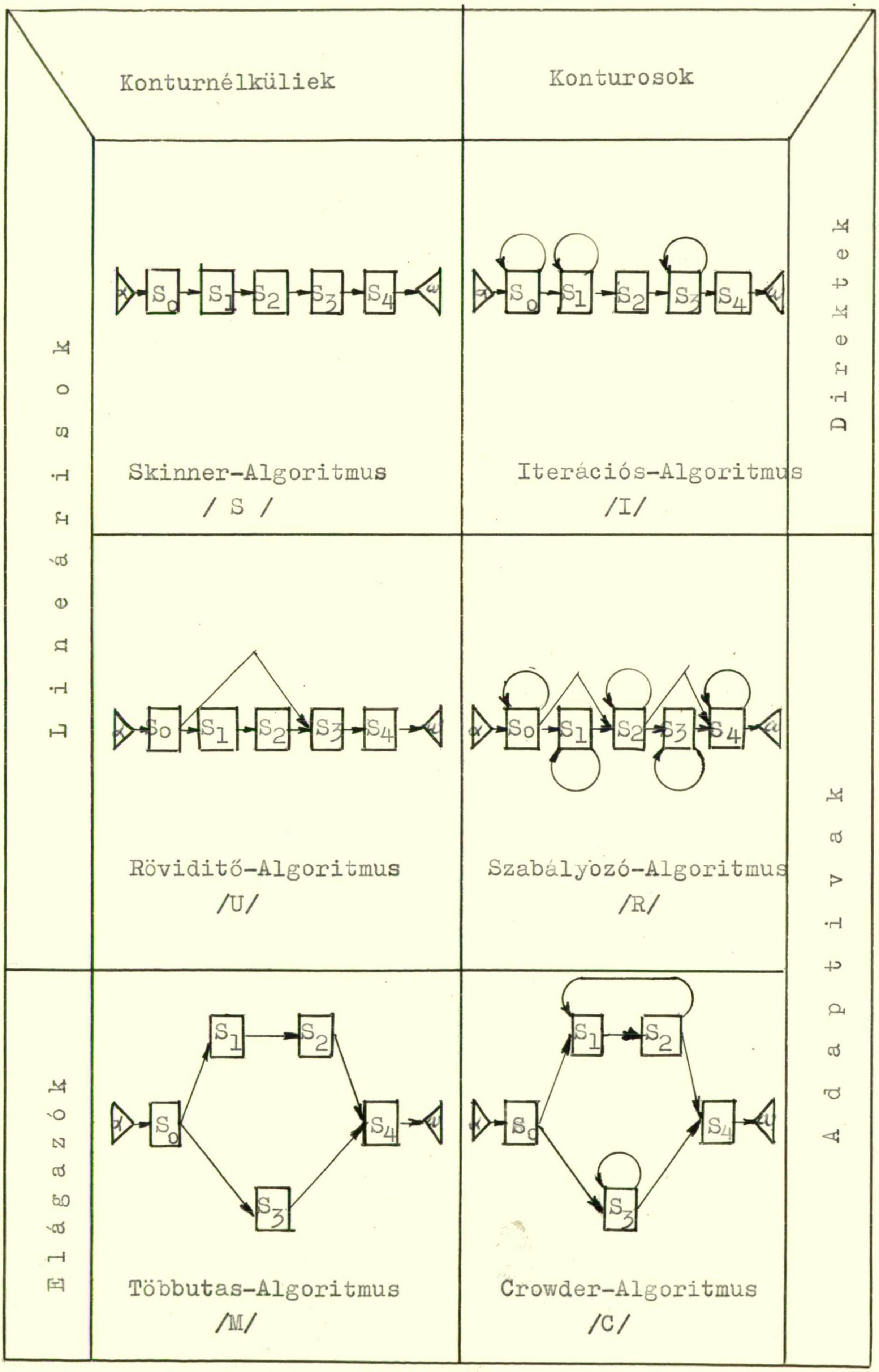
Sommázva: megállapithatjuk, hogy a definició követelményeinek betartását nagy mértékben segitette az a tény, hogy a modern algoritmus definiciók közül a legáltalánosabbat választottuk ki. Ezzel biztositottuk a természettudományos eredmények minél szélesebb területen való alkalmazásának lehetőségét, amire - mint azt az eddigiek során tapasztaltuk - a didaktika kutatói közül is egyre több-ben /LANDA, ITYELSON, KELBERT, FRANK, .../ utalnak.

2./ A "Formális elemek" cimü részben sikerült a matematikai modellezéshez szükséges ~~xxx~~ apparátust /operátor-sémák, gráf-sémák, kombonatórikai-sémák, mátrix-sémák, kijelentés-logikai-sémák, blokk-sémák/ felépiteni. Ezek segitségével a "Konstruktiv elemek" cimü részben sikerült kimunkálni azokat az algoritmikus eljárásokat, amelyekkel a megtanulandó algoritmusok, a tanitás algoritmusainak optimálisait egyes esetekben meg tudtuk határozni. Ezen kivül a lineáris oktató-programmok készitésére és a tanterv készitésre is kidolgoztunk algoritmusokat, ill. félalgoritmusokat. A "Strukturális elemek" cimü részben kisérletet tettünk az oktatási folyamat átfogó modellezésére.

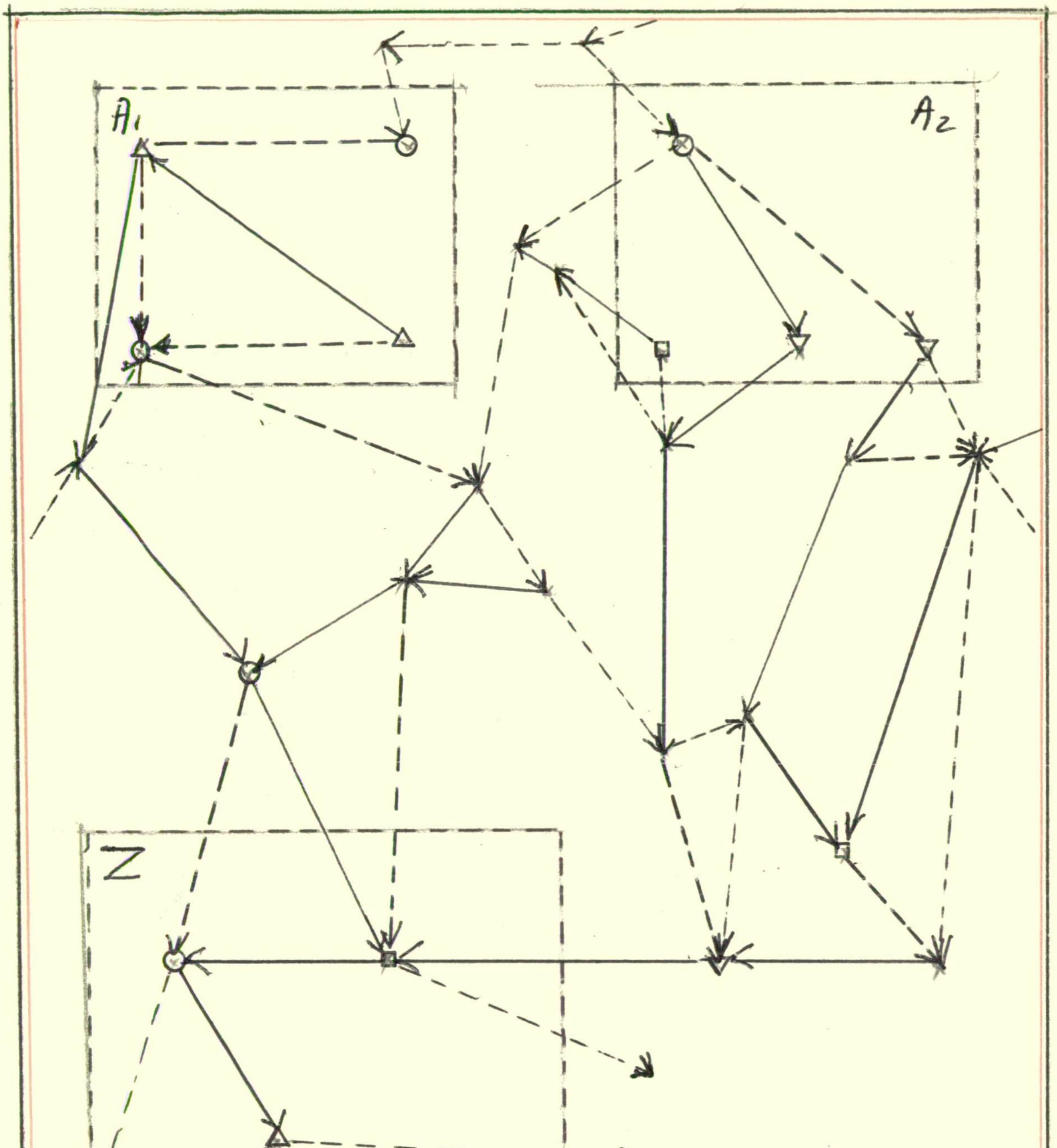
<u>Sommázva</u>: a./ A didaktikai algoritmusok realizálásának szükséges, de nem elégséges feltételei a "formális elemek". /Ezt feltétlenül szükséges kiemelni, mert eléggé elterjedt az a nézet, amely szerint az algoritmusok csak egy formális változatot adnak./ Az elégséges feltételeket a "konstruktiv", ill. "strukturális elemek" biztositják. A realizálható eredmények a fejlődés jelenlegi szakaszán szingulárisak. Ebből következik, hogy az univerzális algoritmus csak üres absztrakció.

b./ Ha elfogadjuk McCullough-Pitts és Kleene megállapitásait, mely szerint minden olyan tevékenység, amely egyértelmü szabályokba foglalható, az algoritmizálható, s ami algoritmizálható, az digitális számológépekre programmozható is /129:269/. Igy mindazok a didaktikai feladatokat, folyamatokat, amelyeket a /II.-III.-IV.-V./ részekben algoritmizáltunk, azok digitális számológépekre programmozhatók. Igy az elektronikus /digitális/ számológépek nagy müködési sebességében /fénysebesség/ rejlő potenciális energia didaktikai célokra is felhasználhatóvá válhat. /Vesd össze A.I.BERG-től idézettekkel./ Ezzel a gyakorlatban is el lehetne érni a tanulók óránkénti értékelhető önálló munkáját, ami a tanitási óra hatékonyságának fokozását nagyban segitené. Ilyen eredményeket mutatott fel G. MATT /83 : 41/ sindelfingeni kisérlete, ahol 29 tanulóval egy óra alatt hét fokozatosan erősödő feladatot dolgoztatott fel egy elektronikus adatfeldolgozó gép, amely minden egyes feladatnál 99 változatból adagolta a feladatokat, majd irányitotta a feladatmegoldásokat, s végül tanulónként egy kartonon értékelte aznapi munkájukat. A példából kitünik, hogy ez a kis kapacitásu számológép is igen komoly segitőtársa lehet a pedagógusnak.

3./ A perspektivikus fejlődés lehetőségeinek vizsgálatánál megállapodhatunk abban, hogy a "formális elemek"-ben bemutatott apparátus feltétlenül elegendő a részletes kimunkálás előtt álló konstruktiv és strukturális elemek tovább fejlesztéséhez. A konstruktiv elemek valamennyi területe, de különösképpen az optimális stratégiai számitások kidolgozása döntő jelentőségü, amennyiben a pedagógus munkáját computerekkel óhajtjuk megsegiteni. Csak kiragadott példaként emlitem meg, hogy a IV./II./2./ általánositása nem egyenlő hosszu utakra, már önmagában is megoldás előtt álló feladat.

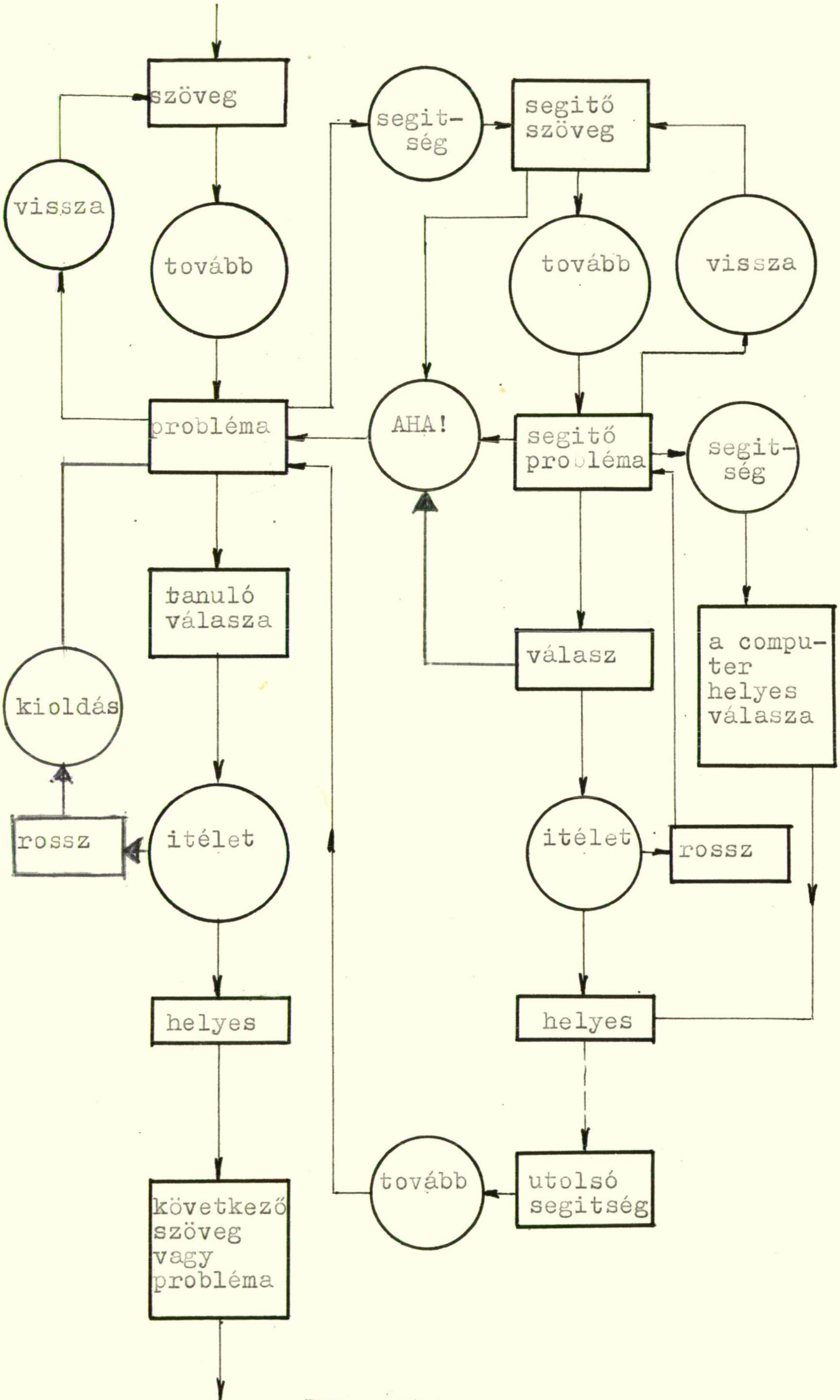

Konturnélküliek
Konturosok
L i n e á r i s o k
D i r e k t e k
A d a p t i v a k
E l á g a z ó k
Skinner-Algoritmus
/ S /
Iterációs-Algoritmus
/I/
Röviditő-Algoritmus
/U/
Szabályozó-Algoritmus
/R/
Többutas-Algoritmus
/M/
Crowder-Algoritmus
/C/

I.sz.tábla

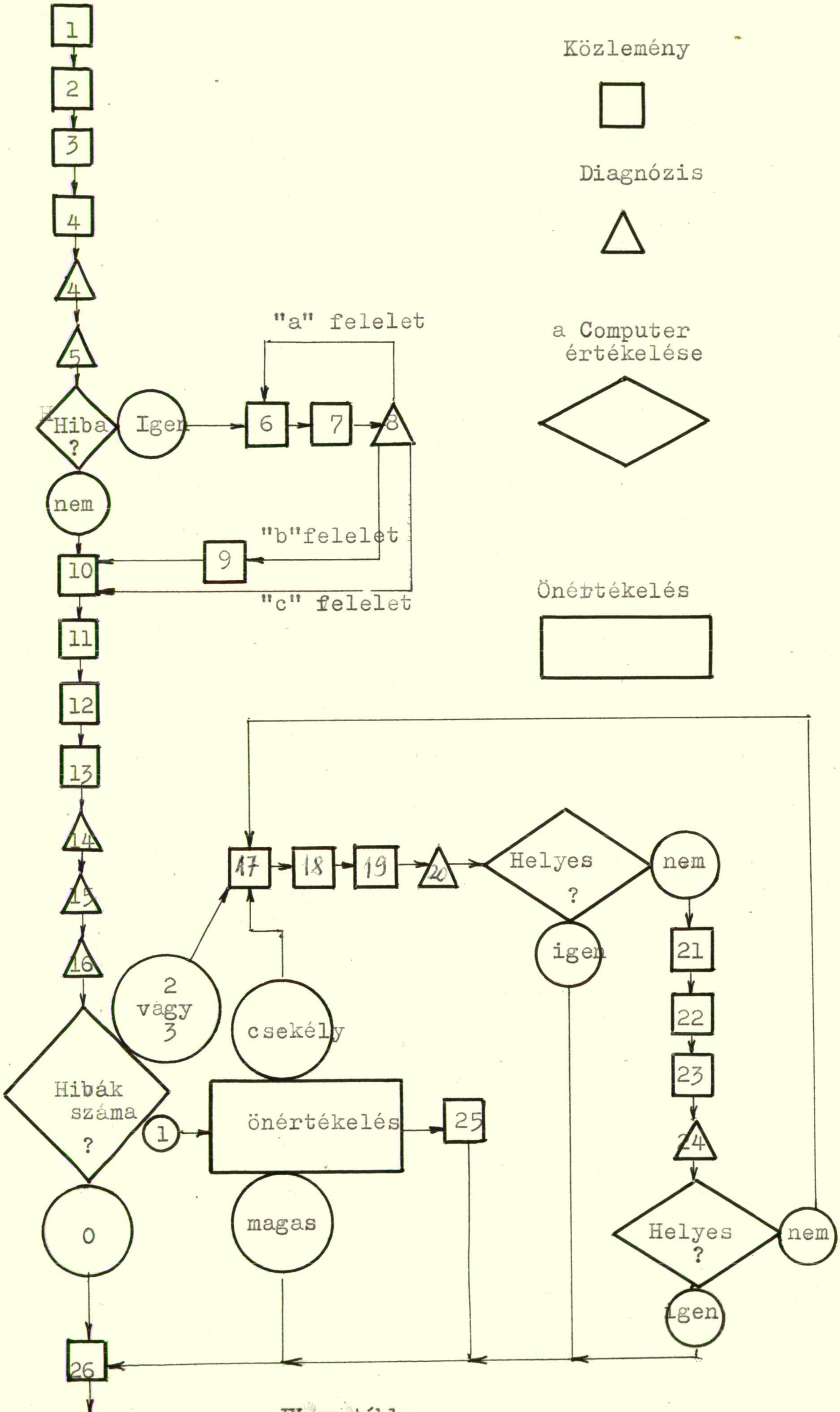


x	δ /X/	
0	- - - - ->	nem a tanulási célhoz vezető gráfél
1	———>	a tanulási célhoz "Z"-hez vezető gráfél

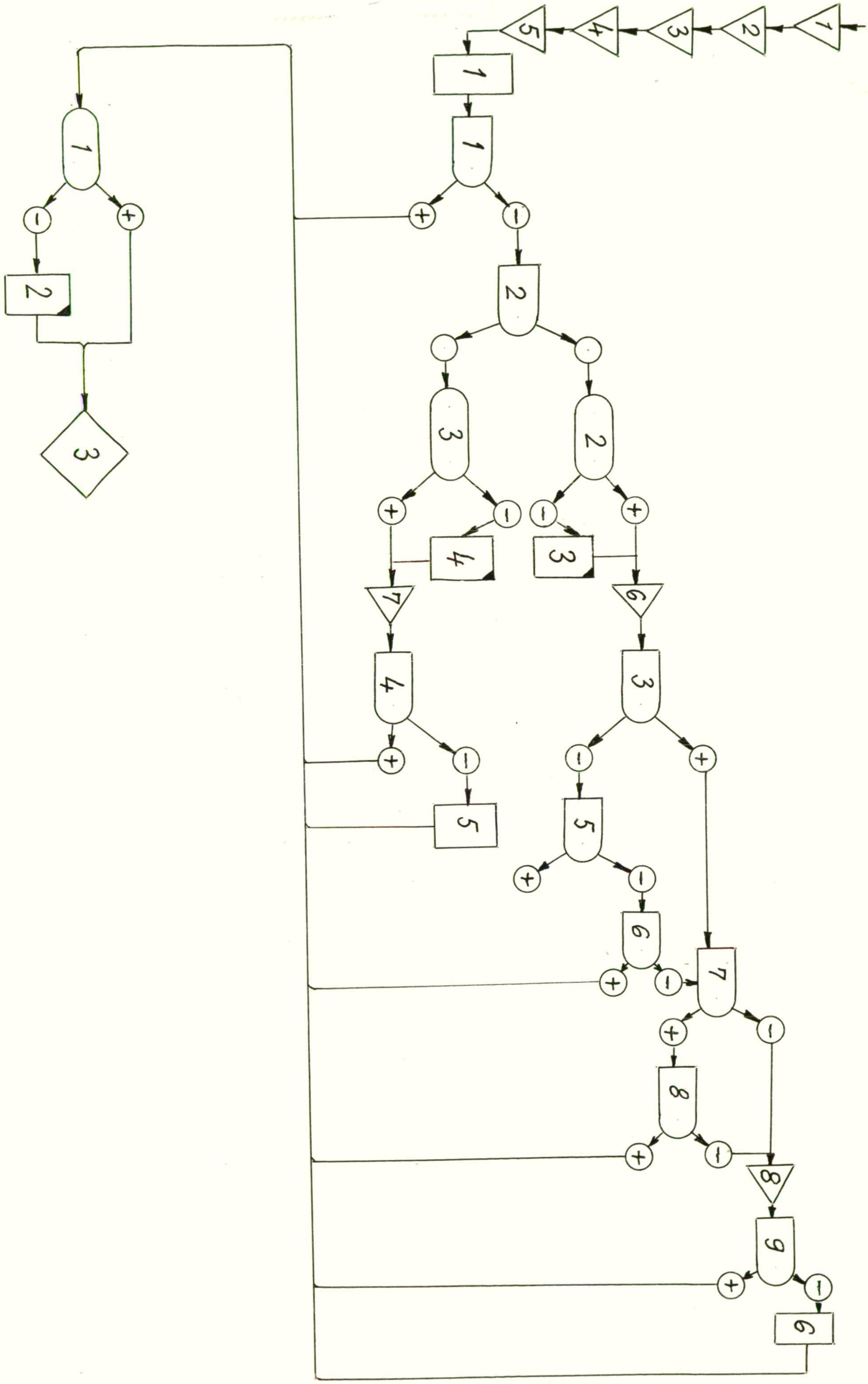
II.sz.tábla


szöveg
vissza
tovább
segit-
ség
segitő
szöveg
tovább
vissza
probléma
AHA!
segitő
probléma
segit-
ség
tanuló
válasza
válasz
a compu-
ter
helyes
válasza
kioldás
rossz
itélet
itélet
rossz
helyes
helyes
tovább
utolsó
segitség
következő
szöveg
vagy
probléma

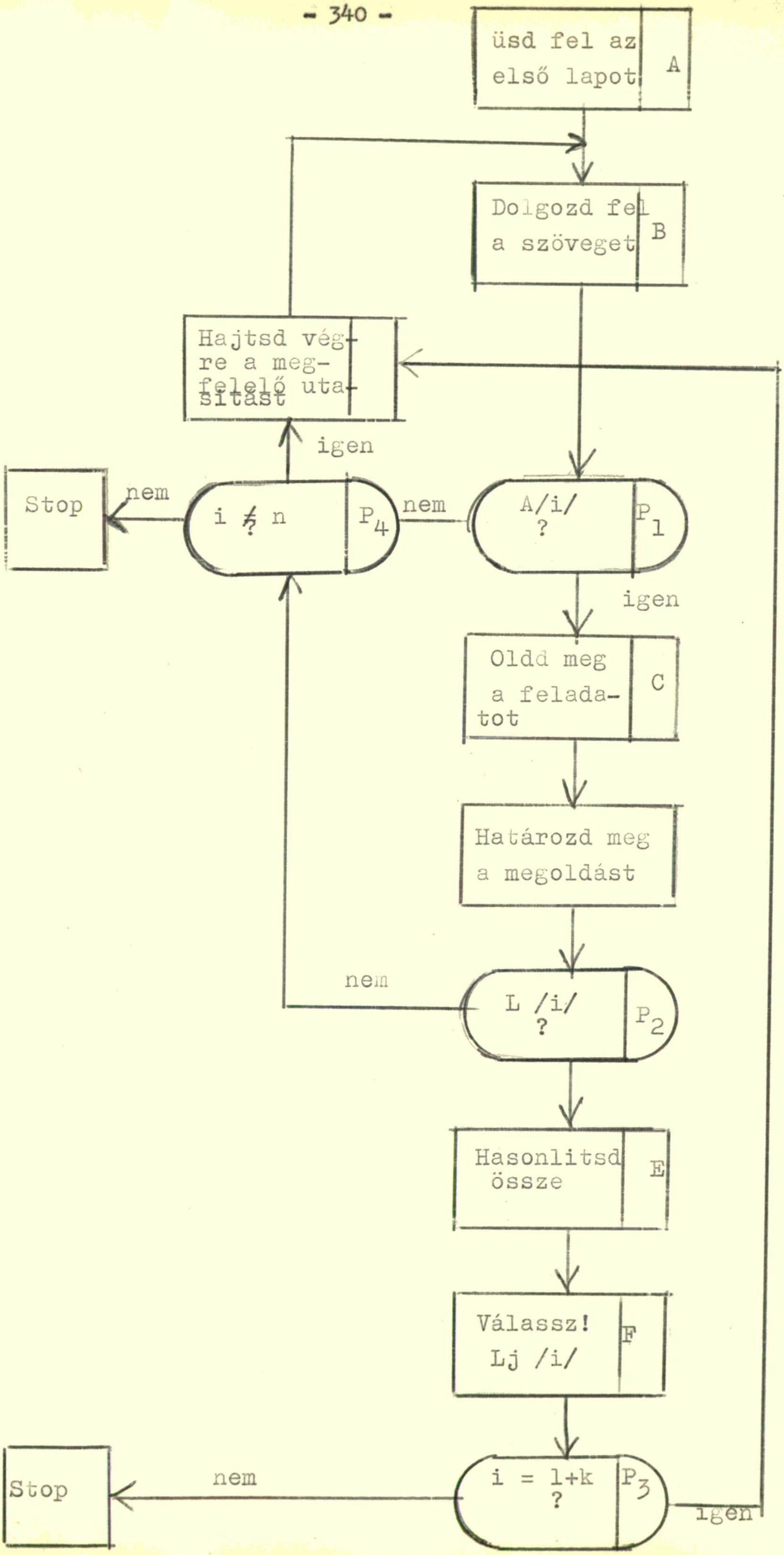
III.sz.tábla


1
2
3
4
4
5
Hiba ?
Igen
nem
6
7
8
"a" felelet
"b"felelet
"c" felelet
9
10
11
12
13
14
15
16
Hibák száma ?
2 vagy 3
csekély
1
önértékelés
magas
0
25
17
18
19
20
Helyes ?
nem
igen
21
22
23
24
Helyes ?
nem
igen
26
Közlemény
Diagnózis
a Computer értékelése
Önértékelés

IV.sz.tábla



V. sz. tábla


üsd fel az első lapot
A
Dolgozd fel a szöveget
B
Hajtsd végre a megfelelő utasítást
igen
Stop
nem
i ≠ n ?
P4
nem
A/i/ ?
P1
igen
Oldd meg a feladatot
C
Határozd meg a megoldást
nem
L /i/ ?
P2
Hasonlitsd össze
E
Válassz! Lj /i/
F
Stop
nem
i = l+k ?
P3
igen

VI.sz.tábla

A = Az i-ik /i = 1,2,3,4,5, ...n/ könyv oldal felütése.

B = A /i/ szöveg feldolgozása

C = az a /i/ feladat megoldása

D = A feladatmegoldás irásbeli vagy gondolatban való rögzitése.

E = A megoldás összehasonlitása az L /i/ megadott felelet választós-feleletek halmazából

G = a megfelelő utasitás végrehajtása

Ezekhez rendbeli a /P_1, P_2, P_3, P_4,/ logikai feleleteket és egy logikailag mindig hibás operátort a "W"-t.

P_1= Vizsgáld meg, hogy az "i"-ik oldalon van-e egy feladat, ha igen, akkor alkalmazd "C"-t, ha nem, akkor a P_4et!

P_2= Vizsgáld meg, hogy az i-ik oldalon van egy feleletválasztós-felelet, ha igen, akkor alkalmazd "E"-et, ha nem, akkor P_4-et !

P_3= Vizsgáld meg, hogy van-e egy utasitás, ha igen akkor alkalmazd "G"-t, ha nem, akkor stop !

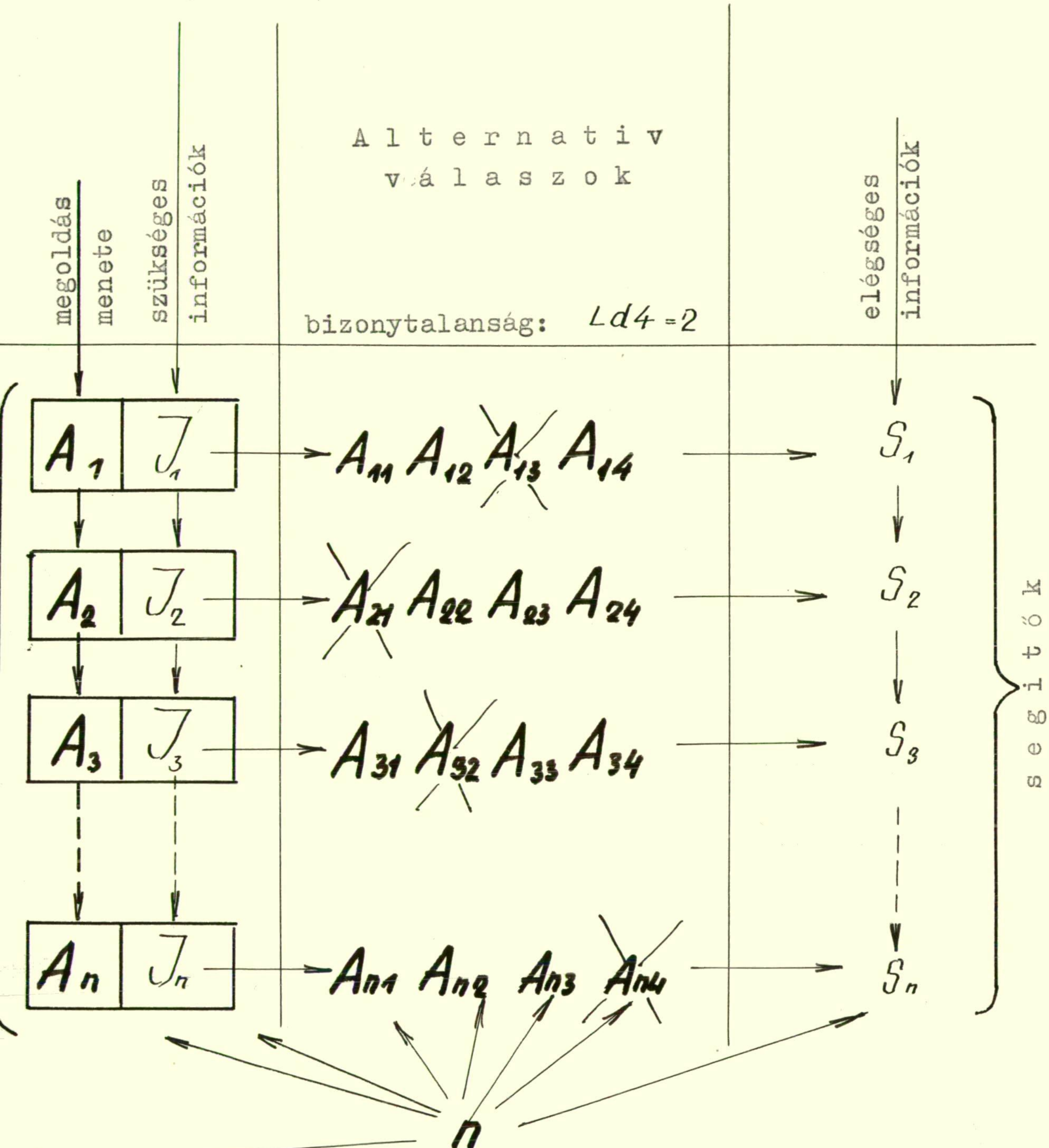
P_4= Vizsgáld meg a P_3-at az i=n-ra /ahol "n" a programozott tankönyv valamennyi oldalára való utalás/, bárhol ahol fennáll, akkor alkalmazd "G"-et, ha nem akkor fejezd be a munkát.

Az algoritmus operátor - sémája:

$$A \overset{W}{\downarrow} BP_1 \overset{1}{\uparrow} CDP_2 \overset{2}{\uparrow} EFP_3 \overset{3}{\uparrow} \overset{1,2}{\downarrow} P_4 \overset{4}{\uparrow} Gw \overset{3,4}{\downarrow} *$$

VII.sz.tábla

VIII.sz.tábla

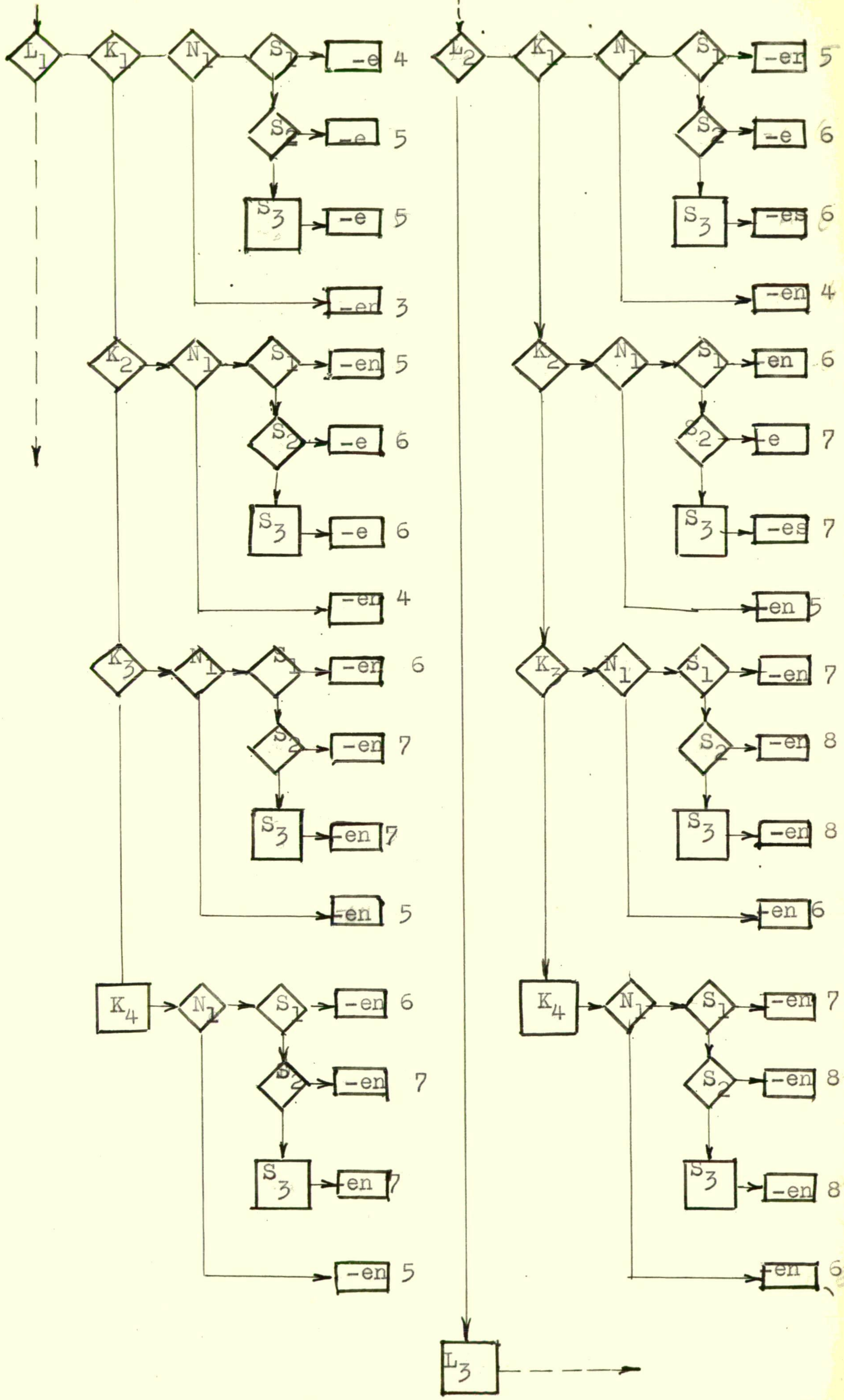


$\overset{n}{\underset{i=1}{L}}(A_i)$ = logikailag kifogástalan algoritmus

$\underset{i=1}{R}(A_i)$ = racionális algoritmus /didaktikai cél/

$$\overset{n}{\underset{i=1}{L}}(A) \supset \overset{L}{\underset{i=1}{R}}(A_i)$$

X = a helyes válasz jelölése


L1
K1
N1
S1
-e 4
S2
-e 5
S3
-e 5
-en 3
K2
N1
S1
-en 5
S2
-e 6
S3
-e 6
-en 4
K3
N1
S1
-en 6
S2
-en 7
S3
-en 7
-en 5
K4
N1
S1
-en 6
S2
-en 7
S3
-en 7
-en 5
L2
K1
N1
S1
-er 5
S2
-e 6
S3
-es 6
-en 4
K2
N1
S1
-en 6
S2
-e 7
S3
-es 7
-en 5
K3
N1
S1
-en 7
S2
-en 8
S3
-en 8
-en 6
K4
N1
S1
-en 7
S2
-en 8
S3
-en 8
-en 6
L3

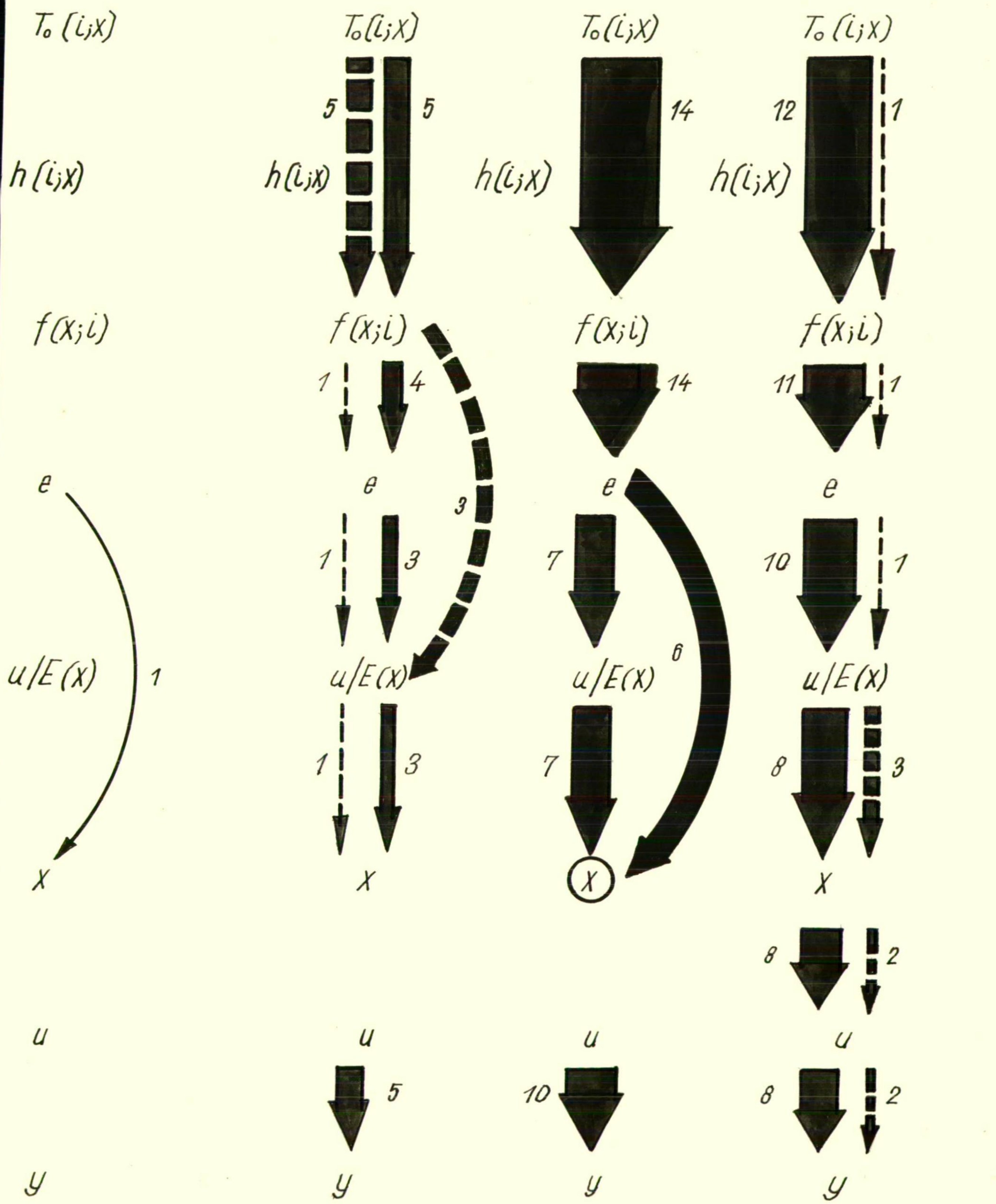
IX.sz.tábla

14. fő II. o. gimnazista

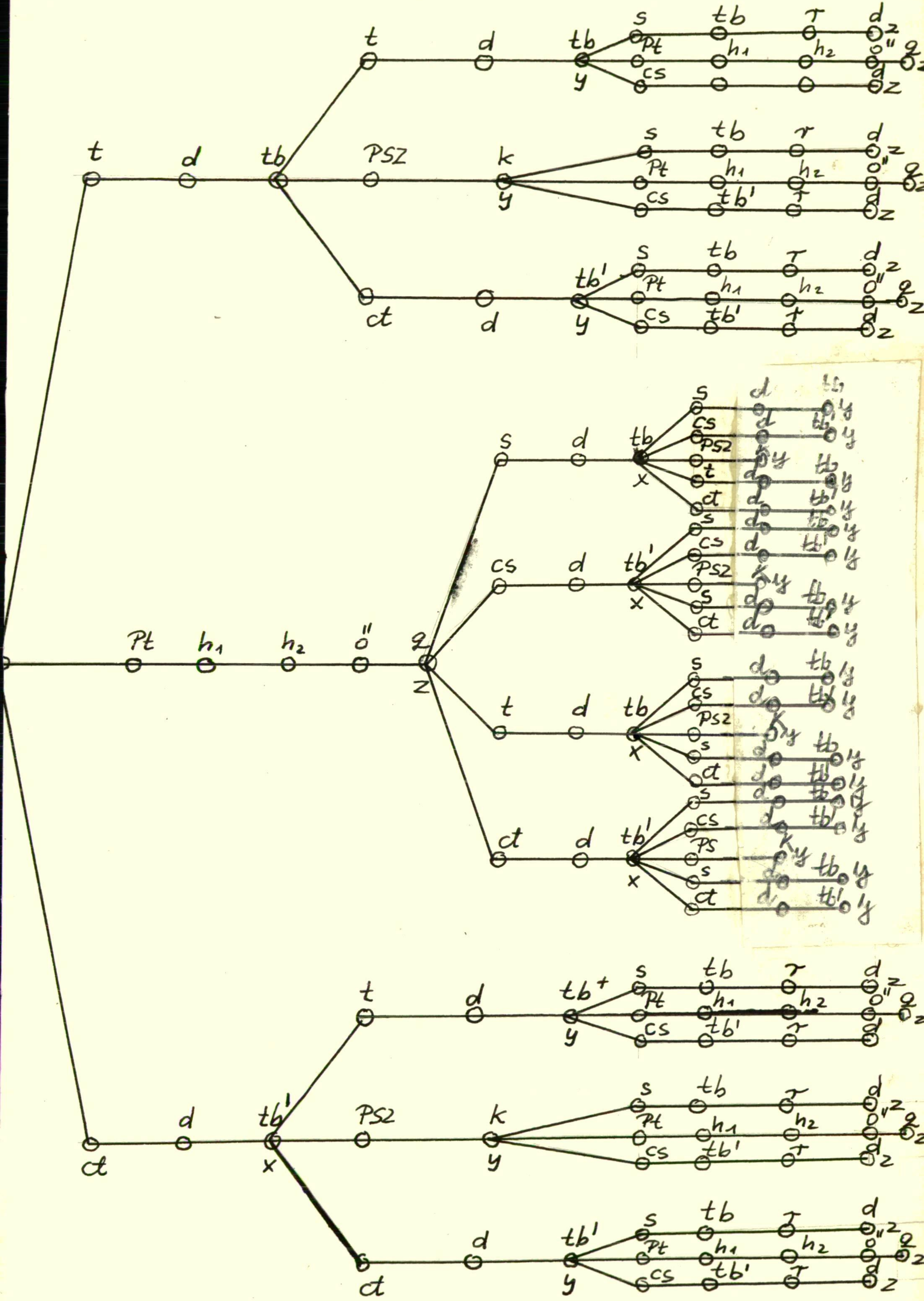
...nári ...goldás	programozott korrepetálás előtti	programozott korrepetálás utáni	programozott korrepetálás után egy háttel

m e g o l d á s a

a z a l g o r i t m u s v e t ü l e t é b e n



X.sz.tábla



XI. sz. tábla

I D É Z E T T É S F E L H A S Z N Á L T
I R O D A L O M

1./ ÁGOSTON GYÖRGY: Programmozott oktatás és az oktatógép. /KÖZNEVELÉS XIX.16. Budapest.1963./

2./ ANSCHÜTZ H.: Über die Verteilung der semantischen Information in Lehrprogrammtexten /Grundlagenstudien aus Kybernetik 1964/3/4./

3./ ANSCHÜTZ H.: Begriffe als Träger der semantischen Information bei lernprozessen /4.Symposion über Lehrmaschienen - Düsseldorf 1966.34./

4./ ANTAL LÁSZLÓ: Szives szóbeli közlése alapján.

5./ ASSER G.: Einführung in die mathematische Logik - I. /Mathematisch - naturwissen - schaftliche bibliothek - 18.sz.Leipzig, 1959./

6./ BAR-HILLEL Y.: Four Lectures on algebraic linguistics and machine translation - Syntactic Complexity /The Hebrew University of Jerusalem, 1963./

7./ BERG A.I.: /Felszólalása a moszkvai 1965.-ös oktatógépekkel foglalkozó konferencián/ /AV-Közlemények 1966/2./

8./ Bevezetés a programmozott oktatásba /OPI könyvkiadványa, 1966./

9./ BJERSTEDT Å.: Mapping the Effect-Structure of Self-Instructional Materials /Programmed Learning 1965. July./

10./ BOCK H.-WALSCH W.: Können unsere Schüler logische denken? /Mathematik in der Schule - 1965.10./

11./ BÖHME G.: Der Elektronrechner IBM.1620 als Lehrmaschine /Deutsche Lehrprogramme für Schule und Praxis - 1966.II./

12./ CHOMSKY N.-MILLER G.A.: Finitery Models of Language Users /Handbook of Mathematical Psychology, vol.II. /1963./

13./ CLAUSS G.: Zur Handlungsanalyse durch Algorithmen und ihre Anwendung im Unterricht /Pädagogik 1965/4./

14./ COMENIUS: Didactica magna /Sárospatak,1896./

15./ CZEMPER K.A.-BOSWAV H.: Unterricht und Computer /Oldanburg Verlag München - 1965./

16./ CSENCOV A.A.: Szposzobü otiszkanyija racionalnük algoritma dlja vüpolnyenyija prakticseszkik robot /Szovjetszkaja Pedagogika - 1965/3./

17./ DEUTSCH J.R.H.: Wörterbuch Programmierter Unterricht /Manz-Verlag München - 8./

18./ Dialektikus materializmus /Marxizmus-Leninizmus esti egyetemének anyaga. KOSSUTH - 1964.-1965./

19./ ELSNER K.: Algorithmen in Verbalform /Doctordissertation - 1964./

20./ ELSNER K.: Forschungsbericht zum Programm "Technische Milchgewinnung-melken mit der Kannenmelkanlage" /Deutsches Institut für Berufsbildung - 1964./

21./ ELSNER K.: Empfelilungen zur Programmierung im berufs praktischen Unterricht /Disskussionsmaterial - 1965./

22./ ERDŐS SÁNDOR: A készség értelmezése /Magyar Pedagógia 1966/2./

23./ FEKETE JÓZSEF: A programmozott oktatás néhány kérdése. /Pedagógiai Szemle, XV.1965.2./

24./ FEKETE JÓZSEF: Programmovane Uceni v Madarsko /Pedagógika XVI.-1966.1./

25./ FRANK H.: Über grundlegende Sätze der Informationspsychologie /Grundlagenstudien aus Kybernetik - 1960.1./

26./ FRANK H.: Über eine informationspsychologische Maszbestimmung der semantischen und pragmatischen Information /Grundlagenstudien aus Kybernetik - 1960.2./

27./ FRANK H.: Kibernetik-Brücke zwischen den Wissenschaften /Die Umschau 1961.14, 15, 17, 19./

28./ FRANK H.: Zur Mathematisierbarkeit des Ordnungsbegriffes /Grundlagenstudien aus Kybernetik - 1961.2./

29./ FRANK H.: Ordnung, Lernprozess und Rückwirkung in perzeptiven LM-System /Grundlagenstudien aus Kybernetik - 1962.3./

30./ FRANK H.: Ein Isomorphismus zwischen der nichtbinären Lernmatrix und Schannons kontinuierlichen Kanal /Archiv der elektronischen Übertragung - 1963.11./

31./ FRANK H.: Ausregungen zur Terminologie auf dem Gebiet der Lehrobjektivierung /2.Symposion über Lehrmaschinen - Nüringen 1964./

32./ FRANK H.:
MÜLLER G.: Ein adaptiver Lehrautomat für verzweigte Programme /2.Symposion über Lehrmaschine - Nürtingen 1964./

33./ FRANK H.: Kybernetische Betrachtungen über Lehr- und Lernprozesse /Programmiertes lernen und programmierter Unterricht - 1964.1./

34./ FRANK H.: Über einen Ansatz zu einem probabilistischen Gedächtnismodell /Grundlagenstudien aus Kybernetik - 1964.2./

35./ FRANK H.: Zur Makrostrukturtheorie von Lehralgorithmen /Grundlagenstudien aus Kybernetik. U.S. Quickborn 1964.3.4./

36./ FRANK H.: Ist das Informationsnass für Aussagen über den Menschen nützlich? /Hippokrates - 1964.6./

37./ FRANK H.: Zur Kiybernetisch-Pedagogischen Theorie der Skinner-Algorithmen /Grandlagenstudien aus Kybernetik 1965.4./

38./ FRANK H.: Zum Zusammenhang zwischen Programmierter Instruktion und kybernetischer Pädagogika /Deutsche Lehrprogramme für Schule und Praxis.- 1966.I./

39./ FRIDMAN L.M.: Das logisch-mathematische Modell des Erkennens in der Lehrtätigkeit /Duschanbe-1963./

40./ FRUCK C.L.: Probleme des Programmierten Unterrichts /Zeitschrift für Pädagogik 1963.4./

41./ GENTILHOMME Y.: Optimisation des algorithmes d'enseignement /La Pedagogie Cybernetque - 1964.II.4./

42./ GLASER R.: Some research problems in automated instruction: instructional programming and subject-matter structure /Programmed learning New-York,1962./

43./ GLUSCKOW W.M.: Theorie der abstrakten Automaten /Deutsche Verlag der Wissenschaften, Berlin-1963./

44./ GYARAKY F.FRIGYES: Egy térmértani téma programmozása /KÖZNEVELÉS XX.1964.19./

45./ GYARAKY F.FRIGYES: Matematikai korrepetáló programmok. /A matematika tanitása.XII.1965.5./

46./ GYARAKY F.FRIGYES: Példa az oktatási folyamat szerkezetének tervezésére kibernetikai alapon /Szakmunkásnevelés XVI.1965.11./

47./ GYARAKY F.FRIGYES: Oktatási algoritmus félautomata gépek kezelésének betanitásához. /Szakmunkásnevelés,XVI.1965.2./

48./ GYARAKY F.FRIGYES: Didaktikai algoritmusok elemei /Bevezetés a programmozott oktatásba. OPI-kiadás, Pécs 1966./

49./ GYARAKY-TERÉNYI: PU und Lehrmaschinen in Ungarn /Deutsche Lehrprogramme für Schule und Praxis, 1966.I./

50./ GYARAKY F.FRIGYES: Adaptiv programm szöveges egyenletek korrepetálására /A matematika tanitása.XIII. 1966.5./

51./ GYARAKY F.FRIGYES: VOLLMANN S.: Erfolgreiche Nachhilfe mit Lernprogrammen /Deutsche Lehrprogramme für Schule und Praxis, 1966.III./

52./ GYARAKY F.FRIGYES: Oktatóprogrammok készitésére szolgáló algoritmus /Audiovizuális Technikai és Módszertani Közlemények.Budapest.1966.5./

53./ GYARAKY F.FRIGYES: A programmozott oktatás és az oktatógépek helyzete a düsseldorfi Symposionon. /Magyar Prdagógia 1966.3-4./

54./ GYARAKY F.F.-NIKOL F.: Lehralgorithmus für eine spezielle Diskussion /Deutsche Lehrprogramme für Schule und Praxis - 1966.IV./

55./ HAHN R.: Digitális vezérléstechnika /UJ TECHNIKA Müszaki Könyvkiadó Budapest,1964./

56./ HEINRICHS H.: Robater vor der Shultur? /Zeitschrift für Pädagogik, 1964.4./

57./ HELL GYÖRGY: Gondolatmenetek mélységének számitása kibernetikai módszerekkel /Pedagógiai Szemle 1966.5./

58./ HERMENAU O.: Grundlagen und Grundzüge eines Kybernetisch orientierten Fremdsprachen Unterrichts /Fremdsprachen Unterricht, 1965/9./

59./ HINCSIN A.I.: Mathematical Foundations of information Theory /Dover Publications, New-York,1957./

60./ ITELSON L.P.: Zur mathematischen Erfassung der Aneignung und Vermittlung von Kentnissen /Vergleichende Pedagogik 1965.1./

61./ JAKUBOVICS ELEK: Programmozott oktatás a szakmunkásképzésben. /Magyar Pedagógia 1965-4./

62./ KALMÁR LÁSZLÓ: Matematika alapjai II.kötet, Matematikai Logika, Budapest.1963./

63./ KARDOS LAJOS: Kibernetika és pszichológia /Magyar Pszichológiai Szemle-XXI.1964.4./

64./ KELBERT H.: Programmierter Unterricht und anwendung moderner Lernhilfsmittel /Pädagosche Enzyklopedie-II.VEB, 1963./

65./ KELBERT H.: Kybernetischen Modell der Abarbeitung eines Programmierten Verzweigten Lehrbuches /Pädagogische Wissenschaft und Schule /Berlin, 1964./

66./ KELBERT H.: Kybernetisches Modell der Abarbeitung eines programmierten verzweigten Lehrbuches /Militärisches Denken,1964.No.11./

67./ KISS ÁRPÁD: Programmozott oktatás-I./Magyar Pedagógia, 1964.2./

68./ KISS ÁRPÁD: Programmozott oktatás-II. /Magyar Pedagógia, 1965.2./

69./ KISS ÁRPÁD: A programmozott oktatás 10 éve./Magyar Pedagógia, 1966.3-4./

70./ KLAUER K.J.: Programmierter Unterrichts in Sonderschulen /Berlin, 1965./

71./ KLAUS G.: Bevezetés a formális logikába. /Gondolat-kiadó, Budapest.1963./

72./ KLINGBERG E.: Fragen der Weiterentwicklung der Didaktik. /Pädagogik 1965-4./

73./ KOMENSKY J.A.: Analytische Didaktik /Volk und Wissen, Berlin, 1959./

74./ KOPSTEIN F.: Charakterisierung von Lehrinhalten mittels der Graphentheorie /4.Symposion über Lehrmaschinen API.1966.-10./

75./ KRETZ H.: Vollständige Modelldarstellung des Bedingten Reflexes /Lernende automaten - Bericht über die Fachtagung in Karlsruha 1961./

76./ KOSARAS ISTVÁN: A matematikai és kibernetikai módszerek pedagógiai felhasználásának legujabb irodalmából./Pedagógiai Szemle.XV.1965.2./

77./ KOSARAS ISTVÁN: A matematikai módszerek néhány alkalmazása a didaktikai-metodikai kutatómunkában. /Pedagógiai Szemle, 1966.5./

78./ LANDA L.N.: Erfahrungen bei der Anwendung der mathematischen Logik und der Informationstheorie auf einige Probleme des Unterrichts,1962./

79./ LANDA L.N.: Noch ein Beruf der Automaten /Izvestija, 1962.11.13./

80./ LANDA L.N.: Kybernetik und pedagogik /Nauka i zizn - 1962.3./

81./ LANDA L.N.: Über die Kybernetische Behandlung der Theorie des Unterrichts /Voprosy filosofii - 1962.9./

82./ LANDA L.N.: Die Kybernetik in der Schule /Znanie-Sila /1962.10./

83./ LANDA L.N.: Kibernetika és a képzés elmélete /MÜM.Külföldi törekvések a szakmai képzés szinvonalának emelésére, 1963./

84./ LANDA L.N.: Die algorithmische Behandlung der Anglyse der Unterrichtsprozesse ist Zulässig./Voprosy psichologii 1963.4./

85./ LANDA L.N.: Pedagógia és kibernetika I.-II. /KÖZNEVELÉS XX.1964.17-18./

86./ LANDA L.N.: Az algoritmusok és a programmozott oktatás /Budapest.-1966./

87./ LÉNÁRD FERENC: A probléma-megoldó gondolkodás /Akadémia Kiadó,II.kiadás,1964./

88./ LIEBING M.: Psychologische Probleme des Intensiven Lernens /Pädagogik-1965.6./

89./ LJAPUNOV A.A.: Über logische Programm-schemata. /Probleme der kybernetik 1.Akademie Verlag,Berlin.1962./

90./ LOVASS-NAGY VIKTOR: Mátrix-számitás /Müszaki matematikai gyakorlatok C.IV.Tankönyvkiadó. 1956./

91./ MARKOV A.A.: "Tyeorija algoritmov" Trudi Matyematyicseszkovo Insztyituta AN. Sz.Sz.Sz.R.42.kötet.-1954.

92./ MALIŘ F.: Der methodische Algorithmus und seine Darstellung /Fremdsprachen-Unterricht in unserer Zeit. Dortmund 1965./

93./ MATT H.: Durchführung von Klassenarbeiten mit Hilfe von Daten verarbeitungsanlagen./4.Symposion über Lehrmaschinen,1966.41./

94./ MECHNER F.: Programming for automated instruction. NEW-YORK: Basic Systems Inc.1961.Mimeo./

95./ MEYER G.: Kybernetik und Unterrichtsprozess /Volkseigner Verlag, Berlin. 1965./

96./ MORGUNOV I.B.: Primlnenie grafov v pazrabotke ucsebnih planov i planirovánii ucsebnovo processza. Szovjetszkaja Pedagogika, 1966.No.3.

97./ MÖLLER H.: Was ist Didaktik? /Zeitschrift für Pädagogik 1964.6./

98./ MÜLLER A.: Lexikon der Kybernetik /Verlag Schnelle, Quickborn, 1964./

99./ NAGY JENŐ: A nevelési terv algoritmusai /kézirat-1966./

100./ NAGY SÁNDOR: Az oktatási folyamatra vonatkozó nézetek történeti alakulása és mai helyzete /Akadémia, Budapest, 1962./

101./ NAGY SÁNDOR: Az oktatási folyamat értelmezése és a tanitási órák korszerüsitése. /KÖZNEVELÉS-XIX.10.Budapest.1963./

102./ NAPALKOV A.V. Idézve E.SZAPARINA "Szervezetünk kibernetikája" c. müvéből. /Budapest.1965./

103./ NENTVIG G.: Methodik und Technik der Entwicklung und Gestaltung eines technischen Lehrprogrammes /4. Symposion über LM.-1966.53./

104./ NEUMANN JÁNOS: A számológép és az agy /Gondolat - 1964./

105./ PÉTER RÓZSA: Játék a végtelennel /Gondolat, Budapest.1963./

106./ POPOV A.I.: A matematikai logika elemei. Studium 27-es, Gondolat kiadó, 1961./

107./ POPPLETON P.K.: AUSTWICK K.: A programmozott oktatás összehasonlitása két korosztályban /Magyar Pszichológiai Szemle, XXI. 1964-3./

108./ PROCHNOV D.: Einige Strukturelle Grundlagen von Unterrichtsprogrammen im Zusammenhang mit einem Verfahren der Mathematischen Bewertung von Prüfungsppogrammen /DPZI-Konferenzborricht - Band 3. 1964./

109./ Pszichológiai alapfogalmak kis enciklopédiája. /Tankönyvkiadó, Budapest, 1966./

110./ REZA F.M.: Bevezetés az információ elméletbe. /Müszaki Könyvkiadó, Budapest.1966./

111./ ROZENBERG M.N.: Obucsenie algoritmam umsztvennuh i prakticseszkih dejsztvij /Szovjetszkaja Pedagogika 1965.8./

112./ RUBINSTEIN S.L.: Gondolkodás lélektani vizsgálatok. /Gondolat, Budapest.1960./

113./ RUBINSTEIN S.L.: Das Denken und die Wege seiner Erforschung /VEB. Berlin, 1961./

114./ RUBINSTEIN S.L.: Lét és tudat /Kossuth Könyvkiadó - 1962./

115./ RUBINSTEIN S.L.: Prinzipien und Wege der Entwicklung der Psychologie /Akademie Verlag, Berlin-1963./

116./ RUBINSTEIN S.L.: Az általános pszichológia alapjai I.-II. /Akadémia Kiadó, 1964./

117./ SCHRAMM W.: Programmierter Unterricht heute und morgen. /Zeitschrift für Pädagogik, 1964.4./

118./ SCHOLCZ GYULA: A programmozott oktatás és az oktatógépek a Szovjetunió felsőfoku iskoláiban.I.-II. /Audiovizuális Közlemények, 1966.3-4./

119./ SCHOLCZ GYULA: Kibernetikai eljárások felhasználásának lehetőségei a pedagógiában. /Pedagógiai Szemle, 1966.5./

120./ SEDDON G.M.: Programme Writing /Education. Vol.128.No. 3322. 1966.IX.23./

121./ SHANNON C.E.: A Mathematical Theory of Communication /Bell System Techn. 1948./

122./ SIX W.: Einige Probleme und Ergebnisse des Einsatzes eines verzweigten Programms zur Prüfung und Wiederholung Theoretischer Kenntnisse /DPZI Konferenzbericht - Band.3. 1964./

123./ STACHOWIAK H.: Zum Problem einer logisch-semantischen Massbestimmung des Lernerfolges /4.Symposion über Lehrmaschinen - Düsseldorf.1966-51./

124./ STEINBUCH K.: Die Lernmatrix /Kybernetik - 1. /1961./

125./ STOLUROW A.: Guide To Programm Writing /Chicago 1964./

126./ SVAJCER V.:. Die Ganzheitstendenz der Apperzeptions und die problematik der programm Konstruktion /JAK. CSAV. 1965./

127./ SZÉKELY LAJOS: Productive processes in learning thinking. /Acta psychologica. 7./

128./ TALIZINA N.F.: 1966.novemberében az Országos Pedagógiai Intézetben tartott előadása alapján.

129./ TARJÁN REZSŐ: Kibernetika /Studium- 43. Gondolat kiadó 1964./

130./ Természettudományi Lexikon - I. /Akadémia Kiadó, Budapest. 1964.

131./ Természettudományi Laxikon - II. /Akadémia Kiadó, Budapest. 1965./

132./ THIELE H.: "Klassische" und "moderne" Algorithmenbegriffe. /Mathematische und physikalisch-technische Probleme der Kybernetik. Berlin 1963.

133./ TOLLINGEROVA D.: Programovane Uceni /Materialy Z. 2. Celostátni Konferenc-Pedagogicky ustav. JAK. CSAV, 1965./

134./ TOLNAI JENŐ: Egy vizsgálat a tanulók logikus gondolkodására vonatkozóan /Matematika tanitása, XIII.-1966.1./

135./ UTTLEY A.M.: The Design of Conditionel Probability Computers /Information and controll - 2. 1959./

136./ VARGA TAMÁS: Matematikai logika - I. /Tankönyvkiadó, 1964./

137./ VOGT H.: Programmierter Unterricht und Lehrmaschinen an Hoch- und Fachschulen der Sowjetunion. /Manz-Verlag, München, 1965./

138./ VOGT H.: Algorithmisierung und Programmierung /Deutsche Lehrprogramm für Schule und Praxis. 1965-3./

139./ WAGNER F.S.: Kybernetische Pädagogik und algorithmierte Unterweisung in Wissenschaft und Technik. /Technik-München, - 1966.4./

140./ WALTER W.G.: The Living Brain-Duckworth /London,1953./

141./ WITTE A.: Erprobung des programmierten Lernens und Entwicklung des alternierenden Unterrichts. /Deutsche Lehrprogramme, 1966.I./

142./ ZEMANEK H.: Logische Beschreibung von Lernvorgängen /Lernende Automaten- Bericht über die Fachtagung in Karlsruhe, 1961./

143./ ZEMANEK H.: Logische algebra und Theorie der Schaltnetzwerke - Taschenbuch der Nachrichten verarbeitung /Springer Verlag, Berlin, 1961./

144./ ZSEGALKIN I.I.: "O tyehnike vicsiszlenyij predlozsenyij v szimvolicseszkoj logike" Matyematyicseszkij szbornyik - 34/1-2.-1927./

145./ ZSEGALKIN I.I.: Aritmetyizacija szimvolicseszkoj logiki. /Matyematyicseszkij szbornyik.35-1. 1928./

Tartalom-jegyzék

x x x

38-11/1966-67.
.......bksz.

Dr. Ágoston György elvtársnak
tanszékvezető egyetemi tanár

Helyben

Tárgy: Gyaraky Ferenc Frigyes doktori szigorlata
Mell.: 1 db. disszertáció

Professzor Elvtárs!

Mellékelve Gyaraky Ferenc Frigyes "Didaktikai algoritmusok elemei" cimü doktori értekezését tisztelettel felkérem, hogy azt megbirálni sziveskedjék. Legyen szabad Professzor Elvtárs szives figyelmét felhivnom tanácsülésünk ama határozatára, amely a birálat elkészitésének és benyujtásának legkésőbbi határidejét a kézhezvételtől számitott harmadik hónap utolsó napjában állapitotta meg.

A mellékelt értekezést a birálat elkészitése után sziveskedjék átadni tanszéke könyvtárosának [illegible]

Szeged, 1967. jan. 5.

Dr. Halász Előd s.k.
dékán

A kiadmány hiteles:

/Biró János/
dékáni hiv. vezető

Kapták:
Dr. Ágoston György tszv. egyet. tanár
Dr. Fodor Géza docens társbiráló
Dr. Jónás Antal tanszéki könyvtáros
Dr. Horváth Jánosné tanszéki könyvtáros

Sorsz. 224/1966. psz. 400 db.