

# Kooperatív módszerek a mindennapok matematikaóráin

*Tézisfüzet*

*Szerző:*

Kovács-Kószó Eszter

*Témavezetők:*

Dr. Kosztolányi József  
egyetemi docens

Dr. Hajnal Péter  
egyetemi docens



Matematika és Számítástudományok Doktori Iskola  
Bolyai Intézet  
Természettudományi és Informatikai Kar  
Szegedi Tudományegyetem

2024

# Bevezetés

Doktori munkám fókusza a kommunikációt középpontba helyező kooperatív tanítás-tanulás. Célunk olyan módszer vagy módszerek megkeresése, alapos feltérképezése volt, amelyet a mai hazai, túlterhelt pedagógusok kevés munkával, hatékonyan be tudnak építeni matematikaóráikba, de annak alkalmazása rövidtávon sem borítja fel a feszített, 45 perces órákra szabott tanmenetet. Célunk volt feltérképezni a módszer buktatóit, arra megoldásokat javasolni, valamint példát mutatni az oktatóknak arra, hogy ennek rendszeres alkalmazása kismértékű energiabefektetéssel a kooperatív módszerekre jellemző hasznot eredményez.

Dolgozatomban bemutatom a csoportmunka, kooperatív tanítás-tanulás elméleti alapjait, majd röviden felvázolom fejlődésének útját, a legújabb nemzetközi kutatási eredményeket, valamint a hazai körülményeket. Kutatásom relevanciáját világítja meg a kooperatív oktatás mai, korszerűtlen magyarországi helyzetének részletes ismertetése.

A munkám elején a *Mester és Írnok* aszimmetrikus pármunka ragadta meg a figyelmemet. Ennek kipróbálása céljából tíz rövid, 2-7 tanórás, tantermi kísérleten keresztül vizsgáltam meg a 10-17 éves korosztályban a leggyakoribb magyarországi iskolatípusokban az elit gimnáziumoktól a szakiskolákig. Az itt elért eredményeket felhasználva a módszert továbbfejlesztettem, majd két 12, illetve 17 tanórás kísérletsorozatot végeztem, melyeket mélyebb kutatási kérdéseim megválaszolásához használtam fel.

## Az értekezés alapját képező publikációk

- Kovács-Kószó E., Kosztolányi J. (2019). Kooperatív tanulás a középiskolai matematikaórákon. Tavaszi Szél 2019 Konferencia. Nemzetközi Multidiszciplináris Konferencia absztraktkötet (szerk. Németh K., 606–606). Budapest, Magyarország: Doktoranduszok Országos Szövetsége.
- Kovács-Kószó E. (2019). Kooperatív tanulás II. Móra Interdiszciplináris Kárpát-medencei Szakkollégiumi Konferencia (szerk. Bíró G., 278–284). Szeged, Magyarország: Szegedi Tudományegyetem Móra Ferenc Szakkollégium.
- Kovács-Kószó E., Kosztolányi J. (2020). Group Work at High School According to the Method of Tamás Varga. *Teaching Mathematics and Computer Science*, 18(3), 167–176. DOI: 10.5485/TMCS.2020.0506
- Kovács-Kószó E., Kosztolányi J. (2020). Csoportmunka alkalmazása a középiskolai matematikaórákon. Tavaszi Szél 2019 Konferencia (Spring Wind 2019 Conference): Konferenciakiadvány III. (szerk. Bihari E., Molnár D., Szikszai-Németh K., 3. kötet, 366–374.). Budapest, Magyarország: Doktoranduszok Országos Szövetsége
- Kovács-Kószó E., Kosztolányi J., Setiadi D., Csizmadia I. G. (2022). Climate change indicates that a balanced environment is a historic requirement. *International Journal of Environmental Studies*, 79(6), 955–980. DOI: 10.1080/00207233.2021.1977536
- Kovács-Kószó E., Kiss V., Kosztolányi J. (2022). Kicsit kooperatívan. *Érintő Elektronikus Matematikai Lapok*, 26(12).
- Kovács-Kószó E., Kiss V., Kosztolányi J. (Beküldve). Sage and scribe – asymmetrical pair work that can easily fit to any mathematics lesson, yet still have cooperative benefits. *Teaching Mathematics and Computer Science*.

## Az értekezéshez kapcsolódó egyéb közlemények

- Kovács-Kószó E., Gosztonyi K., Kosztolányi J. (2019). How can we help teachers using guided discovery method, who have not used it before. (szerk. U. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen, M. Veldhuis) Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11) 3424–3425. Utrecht, Hollandia: Freudenthal Group & Freudenthal Institute.
- Kovács-Kószó E. (2020). Reason & Rigor: how conceptual frameworks guide research: 2nd edition, by Sharon M. Ravitch and Matthew Riggan, Thousand Oaks/London/New Delhi/Singapore, SAGE, 2017, £53.0 (pbk), 234 pp, ISBN 978-1-4833-4040-1. *International Journal of Research and Method in Education*, 43(2), 222–223. DOI: 10.1080/1743727X.2020.1747155
- Kovács-Kószó E., Kónya E., Kovács Z. (2022). Planning and implementation: the impact of a professional development program on teachers' and learners' oral manifestations. Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12) 3410–3417. Bozen-Bolzano, Italy.

*A szerző MTMT azonosítója: 10078418*

# Elméleti háttér

## A csoportmunka alapjai

A csoportmunka számos, tudományosan igazolt jótékony hatása ismert a tanulási teljesítményre, a munka hatékonyságára, a szociális készségekre és képességekre, az önfegyelemre, a társas kapcsolatokra, az önértékelésre, pszichés egészségre, valamint még számos egyéb területen. (Johnson & Johnson, 1989; Kagan, 1994; Kyndt és munkatársai 2013) A módszerek helyes alkalmazása azonban kihívást jelent. Többen is fogalmaztak meg alapelveket, melyek szem előtt tartása elengedhetetlen. A Johnson testvérek Kyndttel és munkatársaival összhangban öt pontba gyűjtötték a legfontosabb szempontokat: 2-6 fős csoportok alkalmazása, pozitív függés, egyéni felelősség, támogató interakciók, szociális készségek megfelelő használata és a csoport fejlesztése. (Kyndt és munkatársai, 2013; W. Johnson, T. Johnson, 2018)

Számos alapos, összefoglaló tanulmány is kimondottan előnyösnek értékeli a csoportmunkát. Bár a módszer általános iskolában a leghatékonyabb, középiskolában is pozitív eredményei vannak, továbbá reál tantárgyak esetén érdemesebb alkalmazni, mint humánokban (Kyndt és munkatársai, 2013). Általánosan elfogadott, hogy a hatásméret 0,4 feletti értéke jó, 0,6 felett pedig kiemelkedő. A kooperatív oktatás teljesítményre gyakorolt hatásméretét 0,59-nak számolták, illetve az attitűdre gyakorolt hatást kicsinek, de szignifikánsnak találták. Azonban Weber, Maher, Powell és Lee (2008) egy szakirodalmi összefoglalóban részletesen kifejtették, hogy még mindig jelentős megválaszolatlan kérdés, hogy konkrétan hogyan lehet a diskussziókat előidézni a matematikaórákon, illetve milyen típusú beszélgetések segítik elő jelentősen a tanulási folyamatokat (248. o.). Sfard szintén megerősítette, hogy nehéz tartalmas diák-diák párbeszédet generálni a tanórák keretében (Sfard 2015).

A csoportmunkával kapcsolatos fellelhető hazai szakirodalmakat dolgozatomban részletesen elemeztem. Ráműtöttem arra, hogy a hazai matematikatanításban alkalmazott kooperatív módszerekről rendelkezésre álló információ kevés, nem ad részletes, átfogó képet. A meglévő adatok alapján jelentős szükség van a tanárok támogatására, hogy a kooperatív módszereket gyakrabban és hatékonyabban tudják alkalmazni az óráikon.

## A Mester és Írnok módszer

A *Mester és Írnok* megközelítés egy olyan kooperatív pármunka, melyben a pár csak egy tollat és egy munkalapot/füzetet használhat. A mester hangosan gondolkodva oldja meg a feladatot, miközben diktálja, hogy mit írjon le társa, az írnök. Az írnök feladata, hogy azt, és csak azt írja le, amit társa mond, illetve szóban segítsen, ha a mesternek szüksége van rá, vigyázva arra, hogy a szerepek ne cserélődjenek fel. Továbbá az írnök felelőssége, hogy a helyes megoldás kerüljön a papírra, tehát ha hibát észlel, azt jeleznie kell a társának. A munkamegosztás gyakori szerepcserével kerül egyensúlyba.

A módszer egyik előnye, hogy a hagyományos matematikaórába kevés változtatással beépíthető: a tanárok óratervei szinte érintetlenek maradhatnak, a pedagógusnak a párok alakításának átgondolásán kívül lényegében nem szükséges változtatnia az óra tervezésén. A tanár-diák viszony viszont nagy változáson mehet keresztül, hiszen lényegesen több „kihangosított” diák-gondolat jut el a pedagógus fülébe egy-egy körbejárás esetén, mint önálló feladatmegoldás alkalmazásakor. Érdemes kiemelni, hogy ez a módszer a struktúrájában hordozza a kooperativitás három alappilléret: pozitív függés, egyéni elszámoltathatóság és támogató interakciók (Kyndt és munkatársai 2013).

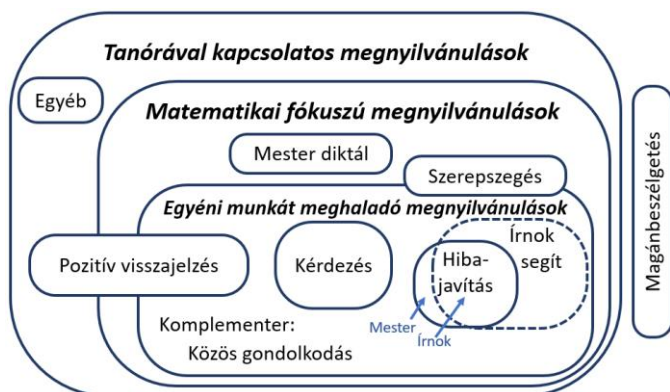
## Elemzési eszközök

Kutatásomhoz kérdőíveket, interjúkat, megfigyeléseket és hangfelvételeket alkalmaztam adatgyűjtéshez. Az utolsó kísérletben a diákpárok munkájának hangfelvételeihez a következő elemzési eszközöket alkalmaztam (46 párbeszéd, összesen 779 perc került feldolgozásra). A diskurzusokat Wood és Kalinec (2012) nyomán kódolási egységekre bontottam, melyet két kódrendszert alkalmazva elemeztem. Az első Dekker és Elshout-Mohr (1998) bemutatott kooperatív feladatmegoldásra alkalmazható folyamatmodelljén alapszik:

Szabályozó tevékenységek	Kulcs-tevékenységek	Egyéb
elmagyaráztat	elmagyaráz	feladatmegoldás
kritizál	megerősít	egyik se
megerősített		magánbeszélgetés
		nem kódoljuk

1. táblázat. Szabályozó és kulcs-tevékenységeken alapuló kódrendszer

A második a mester és írnok módszerre szabott saját felépítésű kódrendszer, melyet a következő ábra foglal jól össze:



1. Ábra. Mester és írnok pármunka elemzésére szolgáló kódrendszer

## Kutatási kérdések és eredmények

Kutatásom kezdeti célja a magyar matematikatanárok támogatása a kooperatív módszerek alkalmazásában. Nem találtam szakirodalmat vagy hivatalos forrást arról, hogy a célközönségnek mire van szüksége, illetve igénye, ezért megfogalmazódott első két kutatási kérdésem:

**Kutatási kérdés 1.: Alkalmaznak-e kooperatív technikákat, pár- vagy csoportmunkát Szegeden a középiskolai matematikatanárok a mindennapokban?**

*Hipotézis 1.: Szegeden a középiskolai matematikatanárok átlagosan ritkán vagy egyáltalán nem alkalmazzák csoportmunkát és kooperatív technikákat; pármunkát is csak ritkán.*

### Eredmény

Összességében elmondható, hogy a pár-, illetve csoportmunka megjelenik a szegedi középiskolai matematikatanárok gyakorlatában. A felmérés részben cáfolta hipotézisemet. Szeged körülbelül 141 matematikatanárából legalább 43 pedagógus heti rendszerességgel alkalmaz pármunkát, míg csoportmunkát legalább 30-an.

### **Kutatási kérdés 2.: Mik a pár és csoportmunka alkalmazása ellen felmerülő érvek a szegedi matematikatanárok körében?**

*Hipotézis 2.: A szegedi matematikatanárok leggyakoribb érvei a csoportmunka alkalmazása ellen az, hogy a csoport és pármunka nagyobb időigényű a szokásos módszereiknél, több energia felkészülni az ilyen módszereket tartalmazó órákra.*

### Eredmény

A felmérés adatai támogatják a második hipotézist, valamint számottevő volt még, hogy fegyvelmezési problémák adódhatnak és a megértés rovására mehet.

Kutatásom további része azokat a tanárokat célozta, akik nem, vagy csak nagyon ritkán élnek a kooperatív módszerek lehetőségeivel. Tapasztalatgyűjtés céljából pilot kísérleteket végeztem, melyek a *mester és írrok pármunkára* (M&Í) hívták fel a figyelmemet. A módszerrel kapcsolatban megfogalmaztam 3. kutatási kérdésem:

### **Kutatási kérdés 3.: A M&Í elméleti elemzés alapján alkalmas lehet-e kutatásom céljára? Azaz teljesítheti-e a M&Í a következő három feltételt:**

- a (túlterhelt) pedagógusok (is) kevés munkával be tudják építeni mindennapjaik matematikaóráiba.
- alkalmazása rövidtávon sem borítja fel a feszített 45 perces órákra szabott tanmenetet.
- potenciálisan több kooperatív előnyt is eredményez rendszeres alkalmazása.



*Hipotézis 3.: Igen, mindhárom feltételt teljesítheti a módszer az elmélet alapján.*

### Eredmény

Harmadik hipotézisemet az elméleti elemzés támogatta, így következő kísérletsorozatomban célja a M&Í feltérképezése volt.

### **Kutatási kérdés 4.: Mely korosztály nyitott a leginkább a M&Í alkalmazására?**

*Hipotézis 4.: A 9-12 éves korosztály, azaz a 4. osztálytól 7. osztályig, valamint a 9-11. évfolyamos korosztály nyitott lehet a M&Í módszerre.*

A kísérletsorozat 10 osztálytermi kísérletből állt: különböző életkorú gyerekekkel (5-11. osztály), eltérő matematikai tehetségű diákokkal dolgozhattam, 8-32 fős osztálylétszámokkal. A beavatkozás hossza maximum 7 tanóra volt. Ebben a periódusban dolgoztam ki a következő kísérleteimet támogató eszközeimet is:

- Gondolatok a pedagógussal folytatott első, M&Í alkalmazását megelőző beszélgetéshez, valamint szempontok, amire a kísérlet közben is érdemes felhívni a tanár figyelmét.
- Minta a M&Í bemutatásához az első kísérleti órára és szempontok, amire a kísérlet közben is érdemes felhívni a tanulók figyelmét.
- Diákkérdőívek

A kísérletsorozat kellő információt nyújtott, így megterveztem és kiviteleztem két 12 és 17 tanórás kísérletet 10. évfolyam őszén. Az első osztály tanulóinak M&Í-iról hangfelvétel készült, ezekből 46 párbeszéd, összesen 779 perce került feldolgozásra és elemzésre Dekker és Elshout-Mohr (1998) folyamatmodellje alapján, illetve, egy saját felépítésű kódrendszert alkalmazva.

A következő három kérdésre kerestem a választ (kutatási kérdés 5-7).

### **Kutatási kérdés 5.: Kvantitatív és kvalitatív kutatások alapján milyen előnyeit és hátrányait azonosíthatjuk a M&Í pármunkának?**

*Hipotézis 5.a.: Nem jár jelentős idővesztéssel a M&Í egyéni munka helyetti alkalmazása.*

*Hipotézis 5.b.: A tanárok nem érzik soknak az extra energiabefektetést, mely a M&I alkalmazásához szükséges.*

*Hipotézis 5.c.: A M&I segít a tanórán lekötni a diákok figyelmét.*

*Hipotézis 5.d.: A diákok dolgoznak a M&I alatt, nem kalandoznak el.*

*Hipotézis 5.e.: A tanórák hangulata javul a diákok szemszögéből.*

*Hipotézis 5.f.: A tanórák hangulata javul a tanár szemszögéből.*

*Hipotézis 5.g.: A diákok verbalizálják gondolataikat.*

*Hipotézis 5.h.: A diákok javítják egymás hibáit.*

*Hipotézis 5.i.: A diákok verbalizált gondolataikra azonnali visszacsatolást kapnak.*

*Hipotézis 5.j.: A diákok munkájában megjelennek a szabályozó és kulcstevékenységek, melyek hozzájárulhatnak a matematikai megértéshez, tanuláshoz.*

*Hipotézis 5.k.: Nehézséget okoz, hogy nincs minden leírva mindenki füzetében.*

*Hipotézis 5.l.: A zajszint megnövekedése nem zavarja a diákokat.*

*Hipotézis 5.m.: A zajszint megnövekedése nehézséget okoz a tanárnak.*

*Hipotézis 5.n.: A M&I teret adhat a tanár által nem észlelhető, diákok között elhangzó bántó megjegyzéseknek.*

### Eredmény

A mester és írno módszer alkalmazása vélhetően ritkán lassítja az óra menetét, az esetleges idővesztés nem jelentős és a tanárok nem érzik soknak a szükséges extra energiabefektetést. Érdekesebbé teheti mind a tanárok, mind a diákok számára a tanórát. Kísérleteimben a diákok többnyire dolgoztak a pármunka alatt, nem kalandoztak el és a tanórák hangulata a többség számára javult. A módszer hatására a diákok valóban verbalizálták gondolataikat, melynek pozitív hatását számos kutatás támasztja alá. Gondolataikra azonnali visszacsatolást kaptak, javították egymás hibáit. Munkájukban megjelentek a szabályozó és kulcstevékenységek, melyek tartalmas párbeszédre engednek következtetni. Ezek jelenléte hozzájárulhat a matematikai megértéshez, tanuláshoz. Az egymás megerősítése gyakori volt, mely a diákok önbizalmára vélhetően pozitív

hatással van. A diákok társuknak bár nem gyakran, de rendszeresen el is magyarázták munkájukat.

A tanulóknak nehézséget okozott, hogy nincs minden leírva mindenki füzetében. A zajsint megfelelő fegyelem fenntartása esetén nem zavarta a diákokat és a tanárt sem, de ezt nehéz elérni. Egyes párok között szociális feszültségek törtek fel, a pármunka teret adhat a tanár által nem kontrollálható visszaéléseknek.

### **Kutatási kérdés 6.: Mi jellemzi a diákok együttműködését a M&Í alatt: a szerkezet adta aszimmetria hogyan valósul meg a gyakorlatban?**

*Hipotézis 6.: Az aszimmetrikus szerepek mellett (is) ki tud alakulni a szimmetrikus párbeszéd, a közös gondolkodás.*

#### Eredmény

Hipotézisemet a diákok hangfelvételeinek elemzése alátámasztotta.

### **Kutatási kérdés 7.: Mennyire tartják be a tanulók a mester és írnok szerepeket a M&Í korai, majd későbbi, már a diákok számára megszokott alkalmazáskor?**

*Hipotézis 7.: A szerepszegések gyakorisága állandósul az idővel: kezdetben többször esnek ki a szerepek kereteiből a diákok az ismeretlen módszer miatt, később pártól függően sok vagy kevés szerepszegés állandósul.*

#### Eredmény

Kísérleteimben a diákok többször megszegették a mester és írnok munkamódszer szerepeit, de bár kényelmetlen, a munka nagy részében többnyire elfogadták a kereteket.

## Összefoglalás

Munkámnak számos megkezdett és tervezett folytatása van, a mester és írnok módszer ígéretes, érdemes lenne nagymintás kísérlettel több korosztályban és iskolatípusban, különböző tanári egyéniségekkel vizsgálni. Kutatásom összefoglalásaként megszületett egy tanároknak készített segédlet, melyben a mester és írnok módszer alkalmazását elősegítő javaslataimat gyűjtöttem össze.

## Válogatott hivatkozások

- R. Dekker, M. Elshout-Mohr (1998). 'A process model for interaction and mathematical level raising, 35(3), 303–314.
- D.W. Johnson, R.T. Johnson (1989). *Cooperation and Competition: Theory and Research*. (M. N. Edina, szerk.). Interaction Book Company.
- S. Kagan (1994). *Cooperative Learning*. San Juan Capistrano.
- E. Kyndt, E. Raes, B. Lismont, F. Timmers, E. Cascallar, F. Dochy (2013). A meta-analysis of the effects of face-to-face cooperative learning. Do recent studies falsify or verify earlier findings? *Educational Research Review*, 10, 133–149. DOI: j.edurev.2013.02.002
- A. Sfard (2015). Why All This Talk About Talking Classrooms? Theorizing the Relation Between Talking and Learning. In R. L., A. C., & C. S. (szerk.), *Socializing Intelligence Through Academic Talk and Dialogue* (245–253). Washington, DC: American Educational Research Association. DOI: 10.3102/978-0-935302-43-1\_19
- D. W. Johnson, R. Johnson (2018). Cooperative Learning: The Foundation for Active Learning. In *Active Learning - Beyond the Future*. IntechOpen. DOI: 10.5772/intechopen.81086
- K. K. Weber, C. Maher, A. Powell, H. S. Lee (2008). Learning Opportunities from Group Discussions: Warrants Become the Objects of Debate. *Educational Studies in Mathematics*, 68(3), 247–261. <http://www.jstor.org/stable/40284524>
- M. B. Wood, C. A. Kalinec (2012). Student talk and opportunities for mathematical learning in small group interactions. *International Journal of Educational Research*, 51–52, 109–127. DOI: 10.1016/j.ijer.2011.12.008

# Summary

The aims of this research were to identify and investigate a method that could be seamlessly integrated into the 45-minute daily mathematics instruction of overburdened teachers with minimal additional effort. Our objective was to demonstrate to teachers that the systematic application of this method yields benefits characteristic of cooperative learning approaches.

The thesis initially reviews the theoretical foundations of group work. A comprehensive analysis of the current state of cooperative education in Hungary underscores the relevance and necessity of this research.

The sage and scribe method involves the "sage" solving the problem through verbal reasoning and dictating the solution to their partner, who records it. The scribe's role is to offer assistance when necessary. This method can be implemented to replace the independent work included in the original lesson plans, without requiring any additional alterations to the structure of the lessons. Through ten short experiments and two extended two-month trials, this method was shown to align with the research objectives and demonstrate several positive effects, including:

The students' conversations during the pair work stay on the topic. As a result of the pair work, students verbalize their thoughts, frequently receive immediate feedback on their thoughts and collaboratively correct each other's mistakes. Their work includes regulatory and key activities, along with meaningful dialogues, the presence of which can contribute significantly to mathematical understanding and learning. Symmetrical dialogue and collaborative thinking can develop alongside the presence of asymmetrical roles.

While it is not uncommon for students to break the roles of the method, they generally adhere to the framework despite the evident discomfort it may cause. They also find the absence of a written solution in the sage's notebook problematic. The noise level does not disturb the students or the teacher if appropriate discipline is maintained; however, achieving this level of discipline is challenging. Social tensions may arise between some pairs that teachers are unable to manage effectively.

I have also synthesized my research findings to provide support for educators interested in implementing this approach.