



PhD-értekezés tézisei

VÍGH-KISS ERIKA ROZÁLIA

**A FEJBEN SZORZÁS STRATÉGIÁINAK VIZSGÁLATA
10-12 ÉVES TANULÓK KÖRÉBEN**

Témavezető:

Csikos Csaba DSc

egyetemi tanár

**SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM
NEVELÉSTUDOMÁNYI DOKTORI ISKOLA
OKTATÁSELMÉLET PROGRAM**

Szeged

2021

BEVEZETÉS

Gyakorló pedagógusként számos esetben megfigyelhetjük, hogy számológép nélkül még érettségiző diákok is gyakran nagyságrendi hibákat ejtenek egy-egy alapszámítást végeredményének becslésekor. A nemzetközi PISA matematikai méréseken tapasztalható egyre romló magyar eredmények (vö. OECD, 2019) is felhívják a figyelmet a számolási készség fejlesztésének szükségességére. A matematika egyik alkalmazása a gyakorlati életben és az iskolában a gyors, pontos fejszámolás. Ezért fontos jelentősége van annak, hogy megtanulják a gyerekek a fejszámolási stratégiák használatát, így az élet más területein is alkalmazható tudásra tehetnek szert. A különböző stratégiák alkalmazása, alkotása azért is hasznos, mert eközben fejlődik a tanulók metakognitív, problémamegoldó és problémaalkotó képessége (Csíkos, 2017).

Az értekezésben bemutatott hat vizsgálat során egy papír-ceruza alapú mérőeszköz létrehozását céloztuk meg. A Szorzási Stratégiák Teszt segítségével feltérképezhető a magyar tanulók körében eddig nem vizsgált kutatási terület, a szorzási stratégiák használata fejszámolás során. A tesztet 10-12 éves tanulók számolási készségének fejlettségének vizsgálatára fejlesztettük ki. A teszt segítségével kiszűrhetőek a tanulók számolási hibái fejszámolás során, és a hibázási mintázatokra alapozva tervezhető a tanulók számolási készségének további fejlesztése (Vígh-Kiss, 2016a, 2016b, 2017a, 2017c). Értekezésünkben ismertetjük a tesztfejlesztés menetét, a teszt statisztikai elemzését. Bemutatjuk a hat vizsgálatból álló mérési rendszer és a fejlesztő kísérlet eredményeit, a vizsgált tanulók által használt stratégiákat, racionális hibákat.

KUTATÁSAINK ELMÉLETI HÁTTERE

A tanulók jelentős hányada képtelen alkalmazni a tanult fogalmakat komplex feladatok megoldása során (Csapó, 2006). Így van ez az elemi számolási készségekkel is, ha ezek fejletlenek, a szöveges feladatok megoldása nehézkes (Vígh-Kiss, 2015a). A matematikai szakértelem (mathematical proficiency) kifejlődésében kulcsfontosságú szerepet tölt be öt tényező (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001): (1) a fogalmi megértés, (2) a procedurális könnyedség, (3) a stratégiai kompetenciák, (4) az adaptív gondolkodás és (5) az eredményre irányultság. Az alkalmazni képes tudás kifejlesztéséhez előbb a kompetenciát alkotó készségeket szükséges fejlesztenünk (Vidákovich, 2013).

A stratégiahasználat fogalma, modelljei, vizsgálata

A tanulók sok hibát ejtenek a hosszabb írásbeli számítások (pl. szorzás, osztás) során. Ennek oka, hogy elfelejtik, rosszul sajátítják el a számolási algoritmusokat. Ugyanezt a jelenséget figyelhetjük meg a fejszámolások során (Vígh-Kiss, Csíkos & Steklács, 2013, 2019). A tanulók aritmetikai képességei között egyéni különbségek vannak (Dowker, 2005). Célszerű lenne ennek a különbségnek a felszámolása, csökkentése (Vígh-Kiss, 2016b). A fejszámolás tanítása emellett a tanulók emlékezetének fejlesztésében is szerepet játszik (Szendrei, 2005). A különböző stratégiák tanítása a tehetségfejlesztés során is fontos (Vígh-Kiss, 2014a, 2014b, 2014c).

A nemzetközi oktatáskutatásban már közel 40 éve jelen vannak stratégiakutatással kapcsolatos vizsgálatok. Stratégiának nevezzük a valamilyen magasabb cél elérésére alkalmazott műveletet, műveletsort (Lemaire & Reder, 1999). A stratégiahasználat az élet minden területén megfigyelhető: az emberi megismerés, a tudományos érvelés (Kuhn, Schäuble & Garcia-Milla, 1992), a döntéshozatal (Payne, Bettman & Johnson, 1988), az idő megmondása (Siegler & McGilly, 1989), pénzváltás (Lemaire & Lecacheur, 2001); az oktatás, a tanulás számos területén megjelenik: matematika (Csíkos, 2013, 2016, 2017; Csíkos, Szitányi & Kelemen 2012), olvasás (Molitorisz, 2012; Steklács, 2013), nyelvtanulás, szótanulás, szeriális emlékezet (Siegler & Jenkins, 1989), helyesírás (Rittle-Johnson, Siegler & Alibali, 2001), kottaolvasás (Buzás, 2016). A stratégiahasználat s a metakogníció szorosan összekapcsolódó fogalmak.

A stratégia rugalmasságát vagy adaptivitását sokféleképpen definiálhatjuk. Egyes kutatók (pl. Thompson, 1999; Blöte, Van der Burg & Klein, 2001) a stratégiákból és a feladattípusokból álló kombinációkat attól függően tekintik rugalmasnak vagy rugalmatlannak, hogy mennyire jól illeszkednek egymáshoz. Ugyanakkor Verschaffel, Torbeyns, Luwel, Van Dooren és De Smedt (2007) szerint a különböző stratégiák közötti választás hatékonysága is fontos kérdés. A feladat jellemzőihez illeszkedő stratégia egyénenként és feladatonként is változhat. Siegler és Shipley (1995) ASCM (Adaptive Strategy Choice Model), azaz adaptív stratégiaválasztási modellje bemutatja, hogyan választjuk ki az adott probléma megoldására a leginkább megfelelő stratégiát, illetve hogyan fejlődik a stratégiaválasztásunk. A gyermekekben a fejlődés során egyes stratégiák alkalmazása automatikussá válik: gyorsabban és kevesebb odafigyeléssel oldanak meg bizonyos problémákat.

Több ország, így az Egyesült Királyság (DfEE, 1999), Hollandia (Treffers, De Moor és Feijs, 1990) és az Amerikai Egyesült Államok (NCTM, 1989), Ausztrália (Australian Education Council, 1991) reformtanterveiben már évtizedekkel ezelőtt megjelent a stratégia rugalmasságának fejlesztése. Így a tanárok nagyobb hangsúlyt fektetnek a különféle megoldási stratégiák tanítására. Az adaptív stratégiahasználat fejleszthető. Ugyanakkor még mindig kevés kutatás (pl.: Barrody, 1999; Carr, Alexander & Folds-Bennett, 1994; Geary, 2003; Verschaffel, Greer & De Corte, 2007; Jacob & Mulligan, 2014) számol be ezeknek a fejlesztő kísérleteknek a hatásairól.

A fejben végzett szorzások vizsgálata során Cooper, Heirdsfield, Mulligan és Irons (1999) ötféle stratégiát figyeltek meg alsó tagozatos gyermekeknél. Az elnevezéseknek magyar megfelelője, mivel vizsgálat még nem folyt hazánkban korábban, nincsen. Az általunk javasolt magyar elnevezéseket adjuk meg (Vígh-Kiss, Csíkos & Steklács, 2013, 2019; Vígh-Kiss, 2014d, 2020a):

- *Counting* (CO) vagy számlálás stratégia
- *Basic fact* (BF) vagyis tényeken alapuló stratégia
- *RL separated* (RLS), azaz helyiérték szerinti jobbról balra stratégia
- *LR separated* (LRS) helyiérték szerinti balról jobbra stratégia
- *Wholistic* (WH) holisztikus stratégia.

Hope és Sherrill (1987) 11. és 12. évfolyamos diákok (N=286) körében folytatott papír-ceruza alapú vizsgálatot, és szóbeli interjúkat vett fel. A szorzási stratégiák használatára vonatkozó vizsgálatait során négy megoldási módszert és azon belül 12 stratégiát különítettek el. A négy

megoldási módszer (1) „Elképzelem fejben leírva” (pencil-and-paper mental analogue), (2) Elosztás (distribution), (3) Tényezőkre bontás (factoring), (4) Előhívás (retrieval of a numerical equivalent).

A fejben szorzás során ejtett hibák

A matematikai hibák vizsgálata segíthet a matematikával kapcsolatos mentális reprezentációk megismerésében. Dolgozatunkban a fejben végzett szorzás során alkalmazott stratégiákat, a számolás során elkövetett hibákat elemezzük, a tanulók hibás gondolkodását vizsgáljuk. Ben-Zeev (1998) úgy véli, számtalan különböző hiba háttérében alapvető mentális folyamatokat találunk. Az új szabály megfelelő kialakulását akadályozhatja valamilyen részleges tudás a megfigyelési mechanizmus hiányosságai miatt; eredményezhet racionális hibát az analógiás gondolkodás; a szintaktikus indukció szintén gazdag hibaforrás; ahogy a túlzott általánosítás is (Ben-Zeev, 1998). A tanulói hibákra mint a tanulás lehetőségére kellene tekintenünk (vö. Althoff, 1998; Szendrei, 2005). A hibakeresés, a tanulói hibák eredetének vizsgálata, azok tanulókkal való megbeszélése a matematika mélyebb megértéséhez járulhat hozzá.

Lemaire és Siegler (1995) számítógépes szimulációk segítségével megfigyelték, hogy néhány kivételtől eltekintve a gyerekek a tanulás korai fázisában megfigyelhető fejszámolási hibáit az összeadásra vonatkozó ismeretek hibás visszakeresése okozza. A hibázási mintázatok könnyen azonosíthatók, mert a hibákat a tanulók következetesen ejtik a viszonylag rugalmatlan becslési stratégiáik miatt (VanLehn, 1990). Kezdők esetén több kutató, pl. Siegler (1988) megfigyelte, hogy a meglévő tudás időnként blokkoló hatást fejt ki a tanulás során. Mivel a szorzás az összeadáshoz kapcsolható, az addíció itt kétféle típushibát eredményezhet (1) művelethez fűződő hibák (related-operation errors), pl. $8 \cdot 3 = 11$, a két szám összege az eredmény, (2) összeadásszerű, paritással kapcsolatos hibák (addition-like odd-even errors), pl. $5 \cdot 3 = 12$, $4 \cdot 6 = 20$, $8 \cdot 3 = 25$. A tanulás során a gyerekek egyre komplexebb tudáshálót építenek ki a műveletekről, egyre pontosabban és rugalmasabban alkalmaznak számolási stratégiákat. A tanulók valószínűleg számos feltérképezetlen stratégiát is alkalmaznak (LeFevre, Smith-Chant, Hischock, Daley & Morris, 2013). Ezek kutatása azóta sem lezárt.

KUTATÁSI KÉRDÉSEINK

A szakirodalom és több, mint 25 éves tanítási tapasztalat alapján a következő kérdéseket fogalmaztuk meg:

1. Hogyan, milyen eszközökkel célszerű – pedagógiai szempontból releváns módon – mérni a stratégiahasználat rugalmasságát fejben végzett szorzás kapcsán?
2. Milyen stratégiát használnak a 10-12 éves tanulók az egyes szorzási feladatok megoldásakor a fejben számolás során?
3. Milyen háttérváltozókkal hozható összefüggésbe a fejben végzett szorzáskor alkalmazott stratégia?
4. A fejben végzett szorzás során melyek a leggyakrabban alkalmazott stratégiák az egyes évfolyamokon?

5. Az egyes évfolyamokon hogyan változik a tanulók által alkalmazott szorzási stratégiák száma?
6. Mi jellemzi a Matematika Tudásszintmérő Teszten jobb eredményt elérő gyerekek stratégiahasználatát? Adaptív-e a stratégiahasználatuk minden esetben? Hányféle stratégiát használnak?
7. Mi jellemzi a tanulási nehézségekkel küzdő, ill. a sajátos nevelési igényű gyerekek stratégiahasználatát?
8. A gyermekek matematikai tudásszintje mennyire függ össze az adaptív stratégiahasználattal?
9. Milyen matematikai feladatok segíthetik az adaptív stratégiahasználat fejlesztését?

EMPIRIKUS VIZSGÁLATOK

A kutatás mintái

A vizsgálatban részt vevő iskolákat véletlenszerűen választottuk ki, személyesen kerestük meg. 2013 és 2019 között 10-18 éves tanulók körében folytattunk kutatásokat. A hat vizsgálatból ötöt 4-6. évfolyamos tanulók körében végeztünk. Az első vizsgálatot 2013-ban negyedik évfolyamosok (N=13) körében végeztük. A második vizsgálatot 2014-ben 8-12. évfolyamos diákok (N=120) körében, a harmadik vizsgálatot 2015-ben hetedik évfolyamosok (N=61), a negyedik vizsgálatot 2016-ban hatodik évfolyamosok (N=154) körében végeztük.

2016-ban az ötödik vizsgálat (N=270) során egy egyhónapos fejlesztést végeztünk. A kísérletben két budapesti nyolcévfolyamos gimnázium hatodikos tanulói vettek részt. Az egyik gimnáziumban történt a fejlesztés, a másik gimnáziumbeli osztály volt a kontrollcsoport. A tartalomba ágyazott fejlesztés osztálykeretek között, matematikaórákon történt, 20 alkalommal, a matematikaóra második felében (Vígh-Kiss, 2016c).

A legtöbb információt 4., 5. és 6. évfolyamos tanulókról gyűjtöttük 2019-ben a központi vizsgálat során (N=850).

A kutatás módszerei és eszközei

Az első vizsgálatunkat Tobii T120 eyetracker segítségével folytattuk, szóbeli interjút vettünk fel, videófelveteleket is készítettünk a tanulók szemmozgásáról. Az eredményeket TobiiStudio 2.2.7. szoftver segítségével értékeltük. A 2013 és 2019 között lezajlott további vizsgálatok során főleg saját fejlesztésű papír-ceruza alapú mérőeszközöket alkalmaztunk. Az általunk kifejlesztett Szorzási Stratégiák Teszt 40 itemes, kétjegyű szám kétjegyű számmal szorzását vizsgálja 28 item. Az első vizsgálataink során először Cooper, Heirdsfield, Mulligan és Irons (1999) által leírt stratégiák alapján kódoltuk a tanulók által használt stratégiákat. Ezt a rendszert finomítottuk, a tanulók által használt stratégiákat 35 különböző stratégiába soroltuk be.

Az iskolai teljesítményre, a tudás létrejöttére számos tényező hatással bír, így pl. az iskolához való viszony, a tantárgyak iránti attitűd, a szociális körülmények, az anya és az apa iskolai végzettsége (B. Németh, 2002, 2003; Csapó, 2002a, 2002b). Ezért a vizsgálatainkhoz saját készítésű Matematika Tudásszintmérő Tesztet és Háttérkérdőívet is felvettünk. Az egyhónapos tartalomba ágyazott fejlesztés során előmérést, utómérést, majd három hónap múlva a késleltetett utómérés során szóbeli interjút vettünk fel a tanulókkal.

A vizsgálatok tervezésekor, végrehajtásakor, eredményeink elemzésekor mindvégig betartottuk a neveléstudományi kutatások során alkalmazandó etikai normákat. A mérésekről a tanulókat, szülőket a mérőbiztosok tájékoztatták. Az adatfeldolgozás során a tanulók anonimitása biztosított volt. A mérési eredményekről a vizsgálatban részt vett iskolákat tájékoztattuk.

AZ EMPIRIKUS VIZSGÁLATOK EREDMÉNYEI

A hat vizsgálatból álló mérési rendszer eredményeit hipotéziseink mentén foglaljuk össze. Hipotéziseink nagyrészt beigazolódtak.

A mérőeszközök reliabilitására vonatkozó hipotézisek:

H1a: A Szorzási Stratégiák Teszt megbízhatóan méri az egyes évfolyamokon tanuló diákok stratégiahasználatát a fejben végzett szorzási feladatok megoldása során. Az első vizsgálat során a mért reliabilitás elfogadható (Cronbach- α = 0,68) volt. A papír-ceruza alapú öt vizsgálat során azokat a tanulókat, akik a fejszámolás során is leírták a részeredményeket, a validitás biztosítása érdekében a vizsgálatból kizártuk. A 8-12. évfolyamosok körében végzett, második vizsgálat során a mérőeszköz reliabilitása 0,88, hat csoportban értéke 0,53-0,78 közötti volt, ezért további tesztfejlesztésre volt szükség. A további négy vizsgálat során ez a hipotézis beigazolódtott, a reliabilitás 0,90 körüli.

H1b: A Matematika Tudásszintmérő Stratégiák Teszt megbízhatóan méri a diákok matematika tudásszintjét. Ez a hipotézis beigazolódtott, a harmadik vizsgálatnál a reliabilitás legalább 0,87.

A stratégiahasználatra vonatkozó hipotézisek:

H2a: A fejszámolással megoldható szorzási feladatokban a 10-18 évesek legalább ötféle különböző stratégiát alkalmaznak (vö.: Hope & Sherrill, 1987; Heirdsfield, Cooper, Mulligan & Irons, 1999). Ezt a hipotézist minden vizsgálatunk igazolta.

A központi mérés során vizsgált tanulók 21, helyes eredményre vezető stratégiát használtak. A megfigyelt stratégiák: „Fejben történő írásbeli szorzás”, Minden részletszorzatot számjegyenként szoroz össze (P és P0, Hope & Sherrill), Additív disztribúció (additive distribution, Hope és Sherrill), Kétjegyű számmal való szorzás során az egyesekkel kezd (right to left separated strategy, Heirdsfield & mtársai), kétjegyű számmal való szorzás során a tízesekkel kezd (left to right separated strategy, Heirdsfield & mtársai), Összeadandókra tagolja az egyik tényezőt, Mindkét tényezőt összeadandókra tagolja, frakcionális disztribúció (fractional distribution, Hope & Sherrill), Számlálás (Counting strategy, Heirdsfield és mtársai), Szubsztraktív disztribúció (subtractive distribution, Hope & Sherrill); holisztikus stratégia (wholistic strategy, Heirdsfield & mtársai), Kvadratikus disztribúció (quadratic distribution, Hope és Sherrill), Általános faktorizálás, egyik vagy mindkét tényező szorzattá bontása (general factoring, Hope és Sherrill), Felezés-duplázás: az egyik tényezőt felezi, a másikat duplázza (half-and-double, Hope & Sherrill), Felezés-duplázás, szubsztrakcióval, Maradék nélkül osztható részekre bontás (aliquot parts, Hope & Sherrill, Maradék nélkül osztható részekre bontás, az egyik tényező átalakítása, „Ismert szabály” alkalmazása, „Algebrai azonosság” alkalmazása, összeg négyzete, „Algebrai átalakítás”, Emlékezeti előhívás (retrieval

of a numerical equivalent, Hope és Sherrill), Tények (Basic fact strategy, Heirdsfield & mtársai), Exponenciális faktorizálás (exponential factoring, Hope & Sherrill).

H2e: A vizsgált tanulók körében megfigyelhetők racionális hibák (vö.: Ben-Zeev, 1998). Ezt a hipotézist minden vizsgálatunk igazolta. Az első vizsgálat során pl. a tanulók az itemek 23%-a esetén ejtettek racionális hibát (Vigh-Kiss, Csíkos & Steklács, 2019). A helytelen eredményre vezető stratégiák között találhatunk olyat, amely az összeadási stratégiák között fellelhető stepwise (lépésenkénti) stratégia hibás analógiájára jöhetett létre. Itt a tanuló a tízeseket a tízesekkel szorozta, az egyeseket pedig az egyesekkel, majd a két szorzatot összeadta, ez racionális hiba (vö. Ben-Zeev, 1998). Néhány tanuló a második szorzótényező tízesek helyiértékén álló számjeggyével szorozta a szorzandót, majd a szorzandó egyesek helyiértékén álló számjeggyével a szorzót, vagy a szorzandót szorozta a szorzóban levő számjegyek valódi értékeinek szorzatával. A többi vizsgálat ezt a tapasztalatot bővítette.

A további öt vizsgálat során még több hibás eredményre vezető stratégiát figyeltünk meg. A központi vizsgálatban az itemek 14,2%-át a tanulók így számolták: „Tízeseket a tízesekkel és egyeseket az egyesekkel” szorozták össze az összeadás mintájára, majd ezt a két részletszorzatot összeadták, ez racionális hiba (vö. Ben-Zeev, 1998). Ez a tanulók 37,3 százalékát érinti. Húsz item esetén minden ötödik tanuló ezzel a stratégiával számolt. Az itemek 8%-a esetén egyéb, helytelen eredményre vezető stratégiát alkalmaztak a tanulók; egyéb hibát a tanulók 49,3 százaléka követett el. Az esetek 5,3%-ában nem indokolták a számításukat. Az itemek 4,6%-ánál láttuk utalást az írásbeli számolásra. Minden itemnél legalább a tanulók 12,6%-a válaszolatlanul hagyta a feladatot, a legmagasabb ez az arány a 38. item esetén (22,4%), a korábbi vizsgálatainknál is a $77 \cdot 99$ kiszámítása okozta a legnagyobb nehézséget. Összességében 17,5% az üresen hagyott itemek relatív gyakorisága. A tanulók az itemek 50,1%-át helyes eredményre vezető stratégiával számolták, de az esetek harmadrészében elhibázták.

H4: A szorzási feladatok megoldása során a tanulók leggyakrabban a következő stratégiákat alkalmazzák: számlálás, tényeken alapuló, helyiértéken alapuló (balról jobbra, illetve jobbról balra) és a holisztikus stratégiát alkalmazzák (vö.: Hope & Sherrill, 1987). Ezt a hipotézist minden vizsgálatunk igazolta. Első vizsgálatunk során pl. az itemek 27,9%-ánál a tényeken alapuló stratégiát, 24,04%-ánál a helyiérték szerinti balról jobbra stratégiát, 6,73%-ánál a helyiérték szerinti jobbról balra stratégiát használták a tanulók. A gyengébb képességű magyar tanulók is alkalmazzák Hope és Sherrill (1987) által megfigyelt „fejben elképzelem leírva” startégiát, erről a tanulók 3%-a számolt be. A tanulók 5%-a alkalmazta a holisztikus stratégiát. Ezekon kívül még egyéni stratégiák alkalmazása is megfigyelhető volt. A helyes eredményre vezető stratégiák alkalmazása során is sok számolási hibát ejtettek a diákok.

A központi, hatodik vizsgálatban átlagosan a tanulók 50,1%-a a 40 itemet helyes eredményre vezető stratégiával oldotta meg, de 30,1%-uk hibázott a számolás során. A helyes eredményre vezető stratégiák közül a „Kétjegyű számok esetén először az egyik számot megszorozom a másik kétjegyű szám tízesek helyi értékén álló számával, majd utána az egyesek helyén álló számmal” stratégia 27 item esetén a leggyakoribb, három esetben a második leggyakrabban alkalmazott stratégia. Használatának relatív gyakorisága 5,9% és 49,4% között váltakozik, 23 esetben több, mint 30%. A többi stratégia jóval kisebb arányban és esetben használatos.

A fejlesztés hatására vonatkozó hipotézisek:

Ötödik vizsgálatunk során ezek a hipotézisek beigazolódtak.

H9a: A szorzási stratégiák explicit tanításában részt vevő tanulók jobb eredményeket érnek el a Szorzási Stratégiák utóteszten, mint a fejlesztésben részt nem vett társaik (vö. Mulligan & Mitchelmore, 2009). A Szorzási Stratégiák előteszt 34,11%pontos (kísérleti csoport) és 34,86%pontos (kontrollcsoport) átlagos megoldottsága azt jelzi, hogy a minta számára a teszt túl nehéznek tűnt, a szórások is viszonylag nagyok (28,84 és 16,82). Az utótesztek megoldottsága 50,33, illetve a kontrollcsoportban 45,45, a szórásértékek viszonylag magasak (28,88 és 33,23). A kontrollcsoportban nagyobb a relatív szórások értéke: a szorzási stratégiák teszten 73,11 szemben a kísérleti csoport 57,38-os relatív szórásával. A kontrollcsoportot úgy választottuk ki, hogy a kísérleti csoport átlagától ne térjen el szignifikánsan. A fejlesztésnek köszönhetően szignifikáns különbség alakult ki a két csoport teljesítménye között. A fejlesztés minden tanulóra hatott, viszont az eleve jobb eredményű tanulókra hatott jobban, a tanulók teljesítményei közötti szóráskülönbség megmaradt.

H9b: A fejlesztésben részt vett tanulók jobb eredményeket érnek el a Matematika Tudásszintmérő utóteszten, mint a fejlesztésben részt nem vett társaik (vö.: Csíkos, 2007). Az előteszten a kísérleti csoport átlagosan 52,01%pontot, a kontrollcsoport 54,03%pontot ért el. kísérleti csoportban az utóteszten elért átlag 72,65%pont (szórás 32,38), a kontrollcsoportban 51,89%pont (szórás 39,71)

H9c: A fejlesztés hatása a késleltetett utóteszt során is kimutatható (vö. Csíkos, 2007).

A szorzási stratégiák explicit tanítására vonatkozó hipotézisünk beigazolódtott. A kísérleti hatás kiszámítására a Keppel (1991) által leírt képletet alkalmazzuk (idézi Csíkos, 2007). Az utótesztekre megállapított különbségek alapján a kísérleti hatás a szorzási stratégiák teszt esetén 10,73, azaz a kísérlet végén tapasztalt teljesítménykülönbségek 10,73%-át magyarázza a kísérlet. A matematikateszt esetén a számított $\omega^2 = 12,03$, amely értékek szintén közepes hatásméretet jelez. A fejlesztés végén mért tanulói teljesítménykülönbség 12,03%-át magyarázza a végzett kísérlet. Fejlesztő kísérletünk közepes hatást mutatott ki, és a három hónappal később felvett interjúk alapján úgy véljük, akár egyhónapos, tartalomba ágyazott fejlesztés, a stratégiák előnyeinek és hátrányainak megmutatásával, metakognitív stratégiák alkalmazásával pozitívan hat a fejben szorzás eredményességére (Vigh-Kiss és Buzás, 2017).

A tesztek összefüggései a háttérváltozókkal:

Méréseink során számos szignifikáns korrelációt találtunk.

H2b: A gyerekek fejlettségi szintje a stratégiahasználat rugalmassága terén eltérő, az egyes gyermekek – matematikában tehetséges gyermek, többségi, SNI-s tanulók – stratégiahasználatuk között szignifikáns a különbség. (vö. Hope & Sherrill, 1987; Heirdsfield, Cooper, Mulligan & Irons, 1999) Első vizsgálatunk során a matematikából gyengébb (közepes) tanulmányi eredményt elérő tanulók alkalmazták a számlálást stratégiát; míg a 4-es, 5-ös osztályzattal rendelkezők a holisztikus stratégiát, az itemek 4,8%-ánál. Az alkalmazott stratégiák eredményessége: számlálás 42,9%, tények 86,2%, helyiérték szerint jobbról balra stratégia 42,9%, helyiérték szerint balról jobbra stratégia 44%, holisztikus stratégia 60%.

Második vizsgálatunk során a matematikából gyengébb tanulók (elégséges, közepes) gyakrabban folyamodnak felsőbb évfolyamokon is a számlálás stratégiához, a megkérdezett tanulók 5%-a számolt be erről. A matematikából jeles eredményű tanulók közül többek számára akár kétjegyű szám kétjegyű számmal történő szorzása is ismert tényként jelent meg, ezen stratégia használatáról a tanulók 10%-a számolt be, ők mind nyolcadikos tanulók voltak. A tanulók az esetek 47,5%-ában a helyiérték szerinti balról jobbra stratégiát használták a kétjegyű számok szorzására. A helyiérték szerinti jobbról balra stratégiát a tanulók 2,5%-a alkalmazta. A gyengébb képességű magyar tanulók is alkalmazzák Hope és Sherrill (1987) által megfigyelt „fejben elképzelem leírva” stratégiát, erről a tanulók 3%-a számolt be. A tanulók 5%-a alkalmazta a holisztikus stratégiát. Ezeken kívül még egyéni stratégiák alkalmazását is megfigyeltük.

Az egyes iskolák, évfolyamok, osztályok teljesítménye között szignifikáns különbségeket találtunk, hipotéziseink beigazolódtak:

H2c: Szignifikáns a különbség a stratégia használat során a különböző iskolák között.

H2d: Szignifikáns a különbség a stratégia használat során a különböző osztályok között.

H3: Az alábbi háttérváltozókkal hozható összefüggésbe a megoldáskor alkalmazott szorzási stratégia és annak adaptivitása (vö. B. Németh, 2002, 2003; Csapó, 2002a, 2002b):

- a) az anya iskolai végzettsége,
- b) a tanuló neme,
- c) a tanuló tanulási eredménye,
- d) tanulási nehézségek és zavarok.

A hatodik vizsgálat során a H3a, H3c hipotéziseink beigazolódtak, a másik kettő nem. A hatodik vizsgálat (N=850) során a fiúk és lányok mintájára kiszámított relatív szórások: $RSD_{fiúk} = 72,60\%$, $RSD_{lányok} = 69,62\%$, a medián értéke a fiúk esetén 14 pont, a lányoknál 15,5 pont, a minta mediánja 15 pont. A lányok átlagosan jobb eredményt értek el a szorzásteszt során, de ez nem szignifikáns.

H5a: A szorzási feladatok megoldása során a 4. évfolyamos tanulók gyengébb eredményt érnek el, mint a magasabb évfolyamos tanulói. Ez a hipotézis beigazolódtott.

Az egyes évfolyamok átlagpontszáma között a különbség szignifikáns ($p < 0,001$). Az egyes évfolyamokon az átlagpontszámok a 40 pontos teszten: 13,40; 18,84 és 19,89 (a szórások: 10,79; 11,94 és 13,25). A központi mérésben az egyes évfolyamok teljesítménye között különbséget találtunk, a negyedikes tanulók szignifikánsan alacsonyabb eredményt értek el, mint a magasabb évfolyamra járók ($p < 0,001$).

H5b: A szorzási feladatok megoldása során az alacsonyabb évfolyamos tanulók gyengébb eredményt érnek el, mint a magasabb évfolyamos tanulói. Ez a hipotézis nem igazolódtott be.

A központi vizsgálat alapján az 5. és 6. évfolyamosok teljesítménye nem különbözik szignifikánsan egymástól. A kétféle tesztváltozaton a 4. évfolyamosok teljesítménye 35,58%, illetve 31,45%; az 5. évfolyamosok teljesítménye 47,48%, illetve 46,65%; míg a 6. évfolyamosok teljesítménye 46,9%, illetve 52,83%.

H5c: A magasabb évfolyamokon a tanulók által használt stratégiák száma csökkenő tendenciát mutat (vö. Siegler & Lin, 2010) „egymást átfedő hullámok” modellje).

A 4. évfolyamon tanulók szorzási stratégiáinak száma kevesebb, mint az 5. és 6. évfolyamon tanulóké. Bár úgy tűnik, egy spontán fejlődés végbemegy, nem zárul le az alsó tagozat végére. Emiatt a Siegler és Lin (2010) által leírt „egymást átfedő hullámok” modell

alapján arra a következtetésre juthatunk, hogy a számolási stratégiák tanítását az olvasási stratégiák tanításához (vö. Józsa & Józsa, 2014) hasonlóan a felső tagozaton is folytatni kell.

H6: A Matematika Tudásszintmérő Teszten jobb teljesítményt elérő gyerekek stratégiahasználatát kettősség jellemzi: egyrészt rugalmasabb, és többféle stratégiát alkalmaznak, mint a Matematika Tudásszintmérő Teszten gyengébb teljesítményt nyújtó diákok; másrészt stratégiahasználatuk nem minden esetben adaptív (vö. de Smedt, Torbeyns, Stassens, Ghesquiére & Verchaffel, 2010).

H7: A sajátos nevelési igényű gyerekek stratégiahasználatát nagyfokú rugalmatlanság jellemzi. Ugyanakkor azzal az egy-két ismert stratégiával – szorgalmuk, precizitásra törekvésük miatt – sokszor jobban boldogulnak, mint a Matematika Tudásszintmérő Teszten jobb teljesítményt elérő tanuló társaik. A kevés adat miatt ezt a hipotézist nem tudtuk sem megerősíteni, sem elvetni.

H8a: A Matematika Tudásszintmérő Teszten elért teljesítmény közepes korrelációt mutat a Szorzási Stratégiák Teszten elért eredménnyel.

H8b: A Matematika Tudásszintmérő Teszten elért eredmény szerint szignifikáns a különbség (vö.: Hermann, 2018)

- (1) a mérésben részt vevő iskolák,
- (2) a mérésben részt vevő osztályok,
- (3) a fiúk és a lányok között.

Az iskolák, osztályok teljesítménye között (ahogy az országos kompetenciamérés eredményei alapján várható volt) szignifikáns különbségeket tapasztaltunk, ezt a homogenitásvizsgálat és a varianciaanalízis segítségével állapítottuk meg.

H8c: A Matematika Tudásszintmérő Teszten elért teljesítmény közepes korrelációt mutat (vö.: Hermann, 2018)

- (1) a szülők iskolai végzettségével,
- (2) az iskolai teljesítménnyel való elégedettséggel,
- (3) a gyermek továbbtanulási terveivel,
- (4) a gyermek félévi matematika osztályzatával.

Ezek a hipotézisek beigazolódtak.

Összefoglalva: Kutatásaink során választ kaptunk kutatási kérdéseinkre, megállapítottuk a tanulók stratégiahasználatára vonatkozó jellegzetességeket, hibázási mintázatokat, összefüggéseket mutattunk ki a szorzási stratégia eredményessége és a háttérváltozók között. Hipotéziseink nagy része beigazolódtott.

AZ EREDMÉNYEK FELHASZNÁLÁSI LEHETŐSÉGEI

Jelen kutatás az egyik alapkészség, a számolási készség, azon belül a fejből szorzási stratégiák vizsgálatával foglalkozik. Az általunk végzett munka alapkutatásnak tekinthető, mivel ilyen jellegű vizsgálatok még nem folytak hazánkban. Kutatásunk során kifejlesztettünk egy jól működő mérőeszközt a 10-12 éves tanulók szorzási stratégiáinak vizsgálatára. Stratégiakutatásunk egyik fő konklúziója, hogy a tanulók stratégiahasználatát változatosság jellemzi, az alkalmazott stratégia függ a feladat és az egyén jellegzetességeitől (vö. Siegler, 2007). Kielemeztük a tanulók által használt stratégiákat, hibázási mintázatokat. A hazai kutatási

módszerek között ritkaságnak számít az első mérés során alkalmazott szemkamerás vizsgálat. Ötödik vizsgálatunk egyhónapos, tartalomba ágyazott fejlesztést tartalmazott, melyet matematikaórákon végeztünk. A fejlesztés hatása a késleltetett utómérés során is kimutatható volt. Célszerű több számolási stratégiát tanítani a tanulóknak. A metakognitív stratégiák tanítása transzferhatást eredményezett, szignifikánsan jobban nőtt a fejlesztésben részt vett diákok matematikai tudásszintje. A központi mérés során igazolódott, hogy a stratégiák fejlődése nem zárul le a negyedik évfolyamon (vö. Siegler & Lin, 2010), így a stratégiák tanítását az olvasási stratégiákhoz hasonlóan célszerű folytatni a felső tagozaton.

Az általunk végzett, 7-12. évfolyamos tanulókra vonatkozó kisebb mintás mérésekből nem vonhatók le általános érvényű következtetések. A 4-6. évfolyam vizsgálata során tett megállapításaink azonban vélhetően általánosak igazak a magyar tanulókra. Eredményeink alapján az alkalmazott tesztek, háttérkérdőívek alkalmasak a vizsgált korosztály körében folytatott, a fejben számolás során alkalmazott szorzási stratégiákkal kapcsolatos mérések lefolytatására. Az általunk alkalmazott tesztek segíthetnek a tanároknak és a tanulóknak az állapotfelmérésben, ami egyúttal a metakognícióra alapozott fejlesztésben kiindulópontként szolgálhat, a stratégia-repertoár bővítését segítheti. Alkalmazhatóak a mérőeszközök azokban a kutatásokban, amikor a kutatók a matematikai tudásszint, a szorzási stratégiák és a matematikatanulással kapcsolatos meggyőződések modelljében keresik a válaszokat a stratégiahasználat eredményessége és a matematikai tudásszint, valamint a háttértényezők közötti kapcsolat összefüggéseire.

Vizsgálataink során célunk volt, hogy a gyakorló pedagógusok számára hasznosítható következtetéseket, ajánlásokat fogalmazzunk meg. Kutatásunkkal a tanulók számolási készségeinek fejlesztése, fejben számolás, szorzási stratégiák tanítására szeretnénk felhívni a leendő és a gyakorló pedagógusok figyelmét. Igyekeztünk megvilágítani, hogy a metakognitív stratégiák fejlesztése számos transzferhatást eredményezhet, a számolási stratégiák tanítását érdemes folytatni a felső tagozaton és a középiskolában.

TOVÁBBI KUTATÁSI FELADATOK

A számolási stratégiák vizsgálata közben feltárt hibák mintázata, rendszerezése segítségével olyan tanítási módszereket alakíthatunk ki, amelyek alkalmazásával csökkenthetők a tanulók képességszintje, stratégiahasználatuk közötti különbségek; diákjaink eredményesebbek lesznek az aritmetikai feladatok, így ezáltal a szöveges feladatok megoldása során, minden tantárgyból, és a hazai, mind a nemzetközi mérések során és a mindennapi életben egyaránt. Megfelelő és elegendő kutatás segítségével standardizálhatóvá válik a fejben végzett számolások, szorzások elvárt képességszintje. Ezzel együtt új tanítási segédeszközök jöhetnek létre. A számolási stratégiák, a metakognitív stratégiák tudatosabb és gyakoribb tanítása a tanulók differenciált fejlesztésének eszközévé válhat, korunk kihívásaihoz jobban illeszkedő új osztálytermi kultúra kialakulását segítheti. Gyermekeink adaptív számolási, szorzási készségeinek fejlesztése gyakorlati életben is hasznosítható, és feltételezhetően az adaptivitás szemléletmódja jelentős transzferhatást eredményezhet az emberi gondolkodás más területein is. Célszerűnek tartjuk több fejlesztés végzését, és a tanárok képzésébe több ponton beiktatni a metakognitív stratégiák tanítását. További kutatási feladat a technológia alapú tesztelés az eDia rendszer segítségével: egy digitális valid és reliábilis mérőeszköz létrehozása, amellyel

növelhető az adatfelvételi és értékelési objektivitás, és segítségével hamarabb választ kaphatunk kérdéseinkre (Vígh-Kiss, 2017c).

IRODALOM

- Australian Education Council (1991). *A National Statement on Mathematics for Australian schools*. Curriculum Corporation.
- Baroody, A. J. (1999). The roles of estimation and the commutativity principle in the development of third-graders mental multiplication. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 157-193.
- Ben-Zeev, T. (1998). Rational errors and the mathematical mind. *Review of General Psychology*, 2, 366-383.
- Blöte, A. W., Van der Burg, E., & Klein, A. S. (2001). Students' flexibility in solving two-digit addition and subtraction problems: Instruction effects. *Journal of Educational Psychology*, 93, Sep 2001, 627-638. <http://dx.doi.org/10.1037/0022-0663.93.3.627> Utolsó letöltés: 2021.05.08.
- B. Németh Mária (2002): Az iskolai és a hasznosítható tudás: természettudományos ismeretek alkalmazása. In Csapó Benő (szerk.), *Az iskolai tudás* (pp. 123-148). Osiris Kiadó.
- B. Németh Mária (2003): A természettudományos műveltség mérése. *Magyar Pedagógia*, 103(4), 499-526.
- Buzás Zsuzsa (2016). Kottaolvasási stratégiák vizsgálata zeneiskolás diákok körében. In Devosa Iván és Steklács János (szerk.), *II. Magyar Szemmozgáskutatás Konferencia - II. Hungarian Conference on Eye Movements: A konferencia programja és absztraktjai. - Program and abstracts of the conference*. Konferencia helye, ideje: Kecskemét, Magyarország, 2016.06.10 Kecskeméti Főiskola Tanítóképző Főiskolai Kar, 8. https://libres.uncg.edu/ir/uncg/f/Carrier_uncg_0154D_10324.pdf Utolsó letöltés: 2021.05.08.
- Carr, M., Alexander, J., & Folds-Bennett, T. (1994). Metacognition and mathematics strategy use. *Applied Cognitive Psychology*, 8, 583-595. <https://doi.org/10.1002/acp.2350080605> Utolsó letöltés: 2021.05.08.
- Cooper, T., Heirdsfield, A., Mulligan, J., & Irons, C. (1999). *Children's multiplication and division strategies*. In Zaslavsky, O. (Ed.), *Proceedings of the 23rd Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, (pp. 89-96). University of Haifa, Israel, Program Committee.
- Csapó Benő (2002a, szerk): *Az iskolai tudás*. 2.kiadás. Osiris Kiadó.
- Csapó Benő (2002b): A tudáskonceptió változása. *Új Pedagógiai Szemle*. 52., 2.sz.38-45.
- Csapó Benő (2006). A formális és nem-formális tanulás során szerzett tudás integrálása. Az előzetes tudás felmérése és elismerése. *Iskolakultúra*, 16(2), 3-16. http://www.edu.u-szeged.hu/~csapo/publ/Csapo_ElozetesTudas.pdf Utolsó letöltés: 2021.05.08.
- Csikos Csaba (2007). *Metakogníció*. A tudásra vonatkozó tudás pedagógiája. Tanítás és tanulás sorozat. Műszaki Könyvkiadó.
- Csikos Csaba (2013). A fejben számolás stratégiáinak vizsgálata háromjegyű számok összeadásával negyedik osztályos tanulók körében. In Molnár Gyöngyvér és Korom Erzsébet (szerk.), *Az iskolai sikerességet befolyásoló kognitív és affektív tényezők értékelése* (pp. 31-45). Nemzetek Tudása Tankönyvkiadó.
- Csikos, C. (2016). Strategies and performance in elementary students' three-digit mental addition. *Educational Studies in Mathematics*, 91, 123-139.
- Csikos Csaba (2017). *A gondolkodás stratégiai összetevőinek fejlesztése iskoláskorban*. Akadémiai doktori értekezés. Szeged.
- Csikos, C., Szitányi, J., & Kelemen, R. (2012). The effects of using drawings in developing young children's mathematical problem solving: A design experiment with third-grade Hungarian students. *Educational Studies in Mathematics*, 81, 47-65.
- Department for Education and Employment (1999). *The National Numeracy Strategy Framework for Teaching Mathematics from Reception to Year 6*. London.
- De Smedt, B., Torbeyns, J., Stassens, N., Ghesquiére, P., & Verschaffel, L. (2010). Frequency, efficiency and flexibility of indirect addition in two learning environments. *Learning and Instruction*, 20, 205-215.
- Dowker, A. (2005). Early Identification and Intervention for Students with Mathematics Difficulties. *Journal of*

- Learning Disabilities*, 38, 324. <http://dx.doi.org/10.1177/00222194050380040801> Utolsó letöltés: 2021.05.09.
- Geary, D. C. (2003). Arithmetical development: Commentary on Chapters 9 through 15 and future directions. In Baroody, A. J., & Dowker, A. (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise* (pp. 453–464). Lawrence Erlbaum Associates.
- Hermann Zoltán (2018): A nemek szerinti tesztpontszám-különbségek nemzetközi összehasonlításban. In Munkaerőpiaci tükrök 2017, pp. 103-109. Budapest: MTA Közgazdaság- és Regionális Tudományi Kutatóközpont Közgazdaság-tudományi Intézet. https://kti.krtk.hu/wp-content/uploads/2018/12/mt_2017_hun_103-109.pdf Utolsó letöltés: 202105.08.
- Hope, J. A. & Sherrill, J. M. (1987). Characteristics of unskilled and skilled Mental Calculation. *Journal for Reserches in Mathematics Education.*, 18 (2), 98-111.
- Jacob, L. & Mulligan, J. (2014). Using arrays to build towards multiplicative thinking in early years. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 19(1), 35-40.
- Józsa Gabriella és Józsa Krisztián (2014). A szövegértés, az olvasási motiváció és a stratégiahasználat összefüggése. *Magyar Pedagógia*, 114 (2), 67-89.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it Up: helping children learn mathematics*. National Research Council.
- Kuhn, D., Schauble, L., & Garcia-Mila, M. (1992). Cross-domain development of scientific reasoning. *Cognition and Instruction*, 9(4), 285–327. https://doi.org/10.1207/s1532690xci0904_1 Utolsó letöltés: 2021.05.08.
- LeFevre, J., Smith, B. L., Hiscock, K., Daley, K. E., & Morris, J. (2013). Young adults' strategy choices in simple arithmetic: Implications for the development of mathematical representations. In A. J. Baroody, & A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills: Recent research and theory* (pp.203-228). Erlbaum.
- Lemaire, P., & Lecacheur, M. (2001). Older and Younger Adults' Strategy Use and Execution in Currency Conversion Tasks: Insights From French Franc to Euro and Euro to French Franc Conversions. *Journal of experimental psychology. Applied*. 7, 195-206. 10.1037/1076-898X.7.3.195.
- Lemaire, P., & Reder, L. (1999). What affects strategy selection in arithmetic? The example of parity and five effectson product verification. *Memory & Cognition*, 27 (2), 364-382.
- Lemaire, P., & Siegler, R. S. (1995). Four aspects of strategic change: Contributions to children's learning of multiplication. *Journal of Experimental Psychology: General*, 124(1), 83–97. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.124.1.83>
- Molitorisz Anikó (2012). Tankönyvolvasási stratégiák vizsgálata 12–18 éves tanulók körében. *Anyanyelvpedagógia*, 5, 1. sz. <http://www.anyp.hu/cikkek.php?id=375> Utolsó letöltés: 2021.05.08.
- Mulligan, J.T. & Mitchelmore, M. C. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 33-49. *Mathematics Education Research Journal*. 21. 33-49. 10.1007/BF03217544.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Principles and standards for school mathematic* Reston.101: National Council of Teachers of Mathematics
- OECD (2019). *PISA 2018 Results. COMBINED EXECUTIVE SUMMARIES VOLUME I, II & III*. https://www.oecd.org/pisa/Combined_Executive_Summaries_PISA_2018.pdf Utolsó letöltés: 2021.05.08.
- Payne, J.W., Bettman, J.R., & Johnson, E.J. (1988). Adaptive Strategy Selection in Decision Making. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 14, 534-552.
- Rittle-Johnson, B., Siegler, R., & Alibali, M. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of Educational Psychology*, 93, 346-362. 10.1037//0022-0663.93.2.346. Utolsó letöltés: 2021.05.08.
- Siegler, R. S. (1988). Strategy choice procedures and the development of multiplication skill. *Journal of Experimental Psychology: General*, 117(3), 258–275. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.117.3.258> Utolsó letöltés: 2021.05.08.
- Siegler, R., & Jenkins, E (1989). How children discover new strategies. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc. <https://psycnet.apa.org/record/1989-98401-000> Utolsó letöltés: 2021.05.09.
- Siegler, R.S., & Lin, X. (2010). Self-explanations promote children's learning. In H. Salatas Waters, & W.

- Schmeider (Eds.), *Metacognition, strategy use, and instruction* (pp. 85-112). New York, London: The Guilford Press.
- Siegler, R. S., & McGilly, K. (1989). Strategy choices in children's time-telling. In I. Levin & D. Zakay (Eds.), *Advances in psychology, 59. Time and human cognition: A life-span perspective* (p. 185–218). North-Holland. [https://doi.org/10.1016/S0166-4115\(08\)61042-0](https://doi.org/10.1016/S0166-4115(08)61042-0) Utolsó letöltés: 2021.05.08.
- Siegler, R. S., & Shipley, C. (1995). Variation, Selection and Cognitive Change. In T. Simon, & G. Halford (Eds.), *Developing cognitive competence: New approaches to process modelling* (pp. 31-76). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Siegler, R.S. (2007). Cognitive variability. *Developmental Science, 10*, 104-109.
- Snyder, A. (2019): Why Teachers should celebrate Failure in the Classroom
<https://medium.com/inspired-ideas-prek-12/success-failure-the-key-to-learning-cc337cc286c> Utolsó letöltés: 2021.05.08.
- Steklács János (2013). *Olvasási stratégiák tanítása, tanulása és az olvasásra vonatkozó meggyőződés*. Nemzedékek Tudása Tankönyvkiadó.
- Szendrei Julianna (2005). *Gondolod, hogy egyre megy?* Typotex Kiadó.
- Thompson, I. (1999). Getting your head around mental calculation. In I. Thompson (Ed.), *Issues in teaching numeracy in primary schools* (pp. 145–156). Open University Press.
- Treffers, A., De Moor, E., & Feijs, E. (1990). *Proeve van een national programma voor het reken/wiksundeonderwijs op de basisschool. Deel 1. Overzicht einddoelen*. [Towards a national curriculum for mathematics education in the elementary school. part 1. Overview of the goals.] Zwijssen, Tilburg.
- VanLehn, K. (1990). *Mind bugs. The origin of procedural misconceptions*. MIT Press.
- Verschaffel, L., Greer, B. és De Corte, E. (2007): Whole number concepts and operations. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 557-628). Information Age Publishing.
- Verschaffel, L., Torbeyns, J., Luwel, K., Van Dooren, W. & De Smedt, B. (2007). A stratégiahasználat rugalmassága az alsótagozatos matematikában: elemzés és fejlesztés. *Iskolakultúra, 17*, 11-12.sz., 92-102.
- Vidákovich Tibor (2013). Kompetenciákon alapuló korszerű oktatás a középiskolákban - a Magyar Nemzeti Tanács, a Szabadkai Vajdasági Módszertani Központ és a magyarkanizsai Regionális Szakmai Pedagógus-továbbképző Központ közös nemzetközi konferenciája. 2013.06.06., Szabadka, Magyar Tannyelvű Tanítóképző Kar. https://www.youtube.com/watch?v=PTP_6HBJYnQ Utolsó letöltés: 2021.05.08.

AZ ÉRTEKEZÉS TÉMAKÖRÉBEN MEGJELENT PUBLIKÁCIÓK

- Vígh-Kiss, E.R. (2013a). Adaptive Strategy Use in Mathematics Education. In J.T. Karlovitz (Ed.), Questions and perspectives in education, (pp. 342-352). International Research Institute.
- Vígh-Kiss Erika (2013b). Adaptív stratégiahasznalet a matematikaoktatásban. In Józsa Krisztián és Fejes József Balázs (szerk.), PÉK 2013. XI. Pedagógiai Értékelési Konferencia: CEA 2013. 11th Conference on Educational Assessment (p.118). Szeged: SZTE BTK Neveléstudományi Doktori Iskola.
- Vígh-Kiss, E. (2014a). Advocacy and support for mathematically talented adolescents (aged 14-18): Matematikai tehetség gondozása 10-18 éves korban. In M. Takács, G. Czékus, & L. Major (Eds.), *3rd International Methodological Conference: The influence of teaching methodology on the quality teacher and preschool teacher training. Abstracts*, p. 43. Újvidéki Egyetem Magyar Tannyelvű Tanítóképző Kar.
- Vígh-Kiss, E.R. (2014b). The Development of mathematical Gifted Students. In J. T. Karlovitz (Ed.), *2nd IRI International educational conference: abstracts*, p. 64. International Research Institute.
- Vígh-Kiss, E.R. (2014c). The Development of Talented Students. In J.T. Karlovitz (Ed.), *PRACTICE AND THEORY IN SYSTEMS OF EDUCATION* (pp. 350-356). Elérés forrás: <http://eduscience.fw.hu/3007VighKissErika.pdf> Utolsó letöltés: 2021.05.08.
- Vígh-Kiss, E.R. (2014d). 14-18 éves tanulók adaptív készséghasználatának vizsgálata. In Korom Erzsébet és Pásztor Attila (szerk.), *PÉK 2014: XII. Pedagógiai Értékelési Konferencia: program, előadás-összefoglalók*, p. 177. SZTE BTK Neveléstudományi Doktori Iskola.
- Vígh-Kiss, E.R. (2014e). 14-18 year old students' use of adaptive skills. In A. Engin (Ed.), *METAcognition: 6th Biennial Meeting of the EARLI Special Interest Group 16*, 2014.09. 03-2014.09.06, p. 154. Bogaziçi University.
- Vígh-Kiss Erika Rozália (2015a). Tudás és gazda(g)ság: A gazdasági versenyképesség és az oktatás kapcsolata. *Új Kép: Pedagógusok és Szülők folyóirata*, 7-17.
- Vígh-Kiss Erika Rozália (2015b). A metakogníció körében végzett legújabb kutatások eredményei: Beszámoló az EARLI Metacognition szakcsoportjának SIG, Special Interest Group) 2014-es konferenciájáról. *Iskolakultúra: Pedagógusok szakmai tudományos folyóirata* 25(12), 121-133. Elérés forrás: <http://www.iskolakultura.hu/index.php/iskolakultura/article/view/21741>
- Vígh-Kiss Erika Rozália (2015c). A szorzási stratégiák vizsgálata negyedik osztályos tanulók körében a szemmozgás-elemzés módszerével. In Zs. Buzás, I. Devosa, J. Steklács, & Á. Maródi (szerk.), *Nemzetközi Szemmozgáskutatás Konferencia: International Conference on Eye Movements 2015*, 5. Kecskeméti Főiskola Tanítóképző Főiskolai Kar.
- Vígh-Kiss Erika Rozália (2015d). 10-12 éves tanulók szorzási stratégiáinak vizsgálata. In Tóth Péter, Holik Ildikó és Tordai Zita (szerk.), *Pedagógusok, tanulók, iskolák- az értékformálás, az értékközvetítés és az értéktanteremtés világa: tartalmi összefoglalók: XV. Országos Neveléstudományi Konferencia*, 320. Óbudai Egyetem.
- Vígh-Kiss Erika Rozália (2016a). Development of 11-12 years-old children's multiplication strategies. In Cs. Csikos, A. Rausch, & J. Szitányi (Eds.), *Proceedings of the 40th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: PME 40*, 260. Szeged: International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Vígh-Kiss Erika Rozália (2016b). A segítség értelmezése a matematika tanítása során. In Buda András és Kiss Endre (szerk.), *Interdiszciplináris pedagógia és az oktatási rendszer újraformálása: A IX. Kiss Árpád Emlékkonferencia előadásainak szerkesztett változata* (pp. 374-382). Kiss Árpád Archivum Könyvtára, DE Neveléstudományok Intézete.
- Vígh-Kiss Erika Rozália (2016c). 11-12 éves tanulók szorzási stratégiáinak fejlesztése. In Zsolnai Anikó és Kasik László (szerk.), *A tanulás és nevelés interdiszciplináris megközelítése: XVI. Országos Neveléstudományi Konferencia, Szeged, 2016. november 17-19.: program és absztraktkötet*, 356. MTA Pedagógiai Bizottság, SZTE BTK Neveléstudományi Intézet.
- Vígh-Kiss Erika Rozália (2017a). A fejben számolás stratégiáinak vizsgálata hatodik évfolyamos tanulók körében. In Talata István (szerk.), *Matematikát, Fizikát és Informatikát Oktatók 41. Országos Konferenciája: MAFIÓK 2017*, 42. Szent István Egyetem Ybl Miklós Építéstudományi Kar.
- Vígh-Kiss Erika Rozália (2017b). A fejben számolás stratégiáinak vizsgálata hatodik évfolyamos tanulók körében.

- In Talata István (szerk.), *Matematikát, Fizikát és Informatikát Oktatók 41. Országos Konferenciája: MAFIÓK 2017* (pp. 261-266). Szent István Egyetem Ybl Miklós Építéstudományi Kar.
- Vígh-Kiss Erika Rozália (2017c). Az IKT eszközök használatának lehetőségei a matematikaoktatásban. In [s. n.] (szerk.), *Innováció, kutatás, pedagógusok. HUCER 2017: Absztraktkötet*, 241. Magyar Nevelés- és Oktatókutatók Egyesülete, Hungarian Educational Research Association (HERA).
- Vígh-Kiss Erika Rozália (2017d). Oktatás – Egészség – Tudásgazda(g)ság. In I. Devosa, Á. Maródi, Zs. Buzás, & J. Steklács (Eds.), *International HEART 2017 Conference: Program and abstracts of the conference*, pp. 29-30. Pallasz Athéné Egyetem.
- Vígh-Kiss Erika Rozália (2017e). Hatodik évfolyamos tanulók szorzási stratégiáinak vizsgálata. In Kerülő Judit, Jenei Teréz és Gyarmati Imre (szerk.), *XVII. Országos Neveléstudományi Konferencia*, 528. MTA Pedagógiai Tudományos Bizottság, Nyíregyházi Egyetem.
- Vígh-Kiss Erika és Buzás Zsuzsanna (2017). Metakognitív stratégiák a tanulási folyamatban. In Janurik Márta és Szabó Norbert (szerk.), *III. Digitális Zenepedagógiai és Szakmódszertani Konferencia.*, 15. JATEPress Kiadó.
- Vígh-Kiss Erika Rozália (2019). OKTATÁS – TUDÁS – GAZDA(G)SÁG. In Devosa Iván (szerk.), *Aszklépiosz tanulmányok 2019* (pp. 5-21). Neumann János Egyetem, Pedagógusképző Kar.
- Vígh-Kiss Erika, Csíkos Csaba és Steklács János (2013). Negyedikes tanulók adaptív készséghasználatának vizsgálata a szemmozgás-elemzés módszerével. In Bárdos Jenő, Kis-Tóth Lajos és Racskó Réka (szerk.), *XIII: Országos Neveléstudományi Konferencia: Változó életformák – Régi és új tanulási környezetek: Absztraktkötet*. Konferencia helyszíne: Eger, Magyarország, 2013.11.06-2016.11.09. Líceum Kiadó, 2013.p71.
- Vígh-Kiss Erika, Csíkos Csaba és Steklács János (2019). Negyedik osztályos tanulók szorzási stratégiáinak vizsgálata szemkamerás módszerrel. In Steklács János (szerk.), *Szemkamerás vizsgálatok a pedagógiai kutatásban: Tanulmánykötet* (pp. 119-131). Kaposvári Egyetem Pedagógiai Kar.