PH.D. ÉRTEKEZÉS TÉZISEI

Textúra, nonogram és konvexitás priorok a bináris tomográfiában

Szerző:
SZŰCS Judit

Témavezető:
Dr. BALÁZS Péter
egyetemi docens

Szegedi Tudományegyetem
Természettudományi és Informatikai Kar
Informatika Doktori Iskola
Képfeldolgozás és Számítógépes Grafika Tanszék

Szeged, 2021

1. Bevezetés

A tomográfia alapfeladata egy objektum belső szerkezetének rekonstruálása annak szeleteiből, ahol a szeleten olyan 2D keresztmetszeti képet értünk, amelyet úgy kapunk, hogy a 3D objektumot metsszük egy 2D síkkal. Mivel az objektumot a vizsgálat során nem akarjuk roncsolni, így a szeletekhez nem tudunk közvetlenül hozzáférni, csak másodlagos információval rendelkezünk róluk, mely általában egy adott 2D szelet anyagsűrűségének összege bizonyos irányok mentén.

Jelen kutatás során transzmissziós tomográfiát alkalmaztunk (ebben az esetben a sugárzás az objektumon kívülről származik), melynek során a vizsgálandó tárgy a röntgensugár forrása és a detektorok között áll (amelyek a sugárzás kilépő intenzitását mérik). Amikor egy röntgensugár áthalad egy tárgyon, annak intenzitása a fizikai hatások miatt csökken, vagyis a sugárzás egy része elnyelődik. Különböző anyagokon áthaladva az abszorpció mértéke más és más és mindig az adott anyagra jellemző.

A rekonstruálandó kép többféle folytonos technikával (pl. analitikai módszerekkel, algebrai rekonstrukciós módszerekkel) előállítható, de a jó rekonstrukcióhoz általában több száz vetületre van szükség. Vetületnek nevezzük az előre meghatározott egyenesek mentén vett vonalmenti integrálok halmazát. Számos gyakorlati alkalmazásban azonban nem áll rendelkezésünkre a megfelelő mennyiségű vetület. Bizonyos esetekben ugyanakkor feltételezhető, hogy a rekonstruálandó objektum csak néhány ismert anyagból áll, vagyis csak néhány, előre ismert szürkeárnyalatos intenzitásérték jelenhet meg az objektumot ábrázoló képen. A diszkrét tomográfia (DT) ilyen problémákkal foglalkozik, így kevesebb vetületből is megfelelő minőségű rekonstrukció állítható elő.

1.1. DART

A Diszkrét Algebrai Rekonstrukciós Technika (Discrete Algebraic Reconstruction Technique - DART) az alap Algebrai Rekonstrukciós Technikára (ART) épül, kihasználva a diszkrét képek tulajdonságait: a képfüggvény tartománya véges és csak kevés elemből áll [3]. Alapelve, hogy egy tetszőleges folytonos rekonstrukciós módszer eredményét küszöbölve általában kielégítő eredményt kapunk még diszkrét esetben is, kivéve az objektumok határán található néhány pontatlanságot. A DART tehát először egy tetszőleges folytonos módszer használatával végzi el a rekonstrukciót, majd eredményének küszöbölése után iteratív módon végez finomítást a határvonalak mentén. Kifejezetten hatékony, ha a szürkeintenzitási szintek száma kicsi (öt vagy kevesebb). Mindemellett elbánik zajos vetületekkel is. Ezt a módszert referenciaként használtuk.

2. Bináris tomográfia

A bináris tomográfia (BT) a DT azon speciális esete, amely akkor alkalmazható, ha a rekonstruálandó objektum egyetlen anyagból áll, azaz a hozzá tartozó kép csak 0 és 1 értékeket tartalmazhat.

2.1. Ryser algoritmus

A BT probléma megoldásának egyik legrégebbi módszere a Ryser algoritmus [24], amely a kiindulási kép vízszintes és függőleges vetületei alapján egy azoknak megfelelő bináris mátrixot ad eredményül. Polinomiális futási idejű, megoldása azonban általában nem egyértelmű.

2.2. Bináris tomográfia prior információval

Két vetület esetén a bináris rekonstrukció rendkívül alulhatározott, ugyanis két vetület nagyon kevés információt hordoz magában. A lehetséges megoldások terének csökkentése érdekében a rekonstruálandó képről prior információt használhatunk fel.

Számos algoritmus ismert mind a DT mind a BT területén (így például a DART, vagy a Ryser algoritmus), de ezek sokszor nem tudnak prior információval dolgozni. A bináris rekonstrukció optimalizálási problémára való visszavezetése olyan megközelítéshez vezet, ahol a prior információk beépíthetők a rekonstrukciós folyamatba.

2.3. Bináris rekonstrukció optimalizálással

A bináris rekonstrukció visszavezethető az algebrai rekonstrukcióból ismert lineáris egyenletrendszerre. Az alulhatározottság és inkonzisztencia által okozott nehézségek kiküszöbölése érdekében a bináris rekonstrukció minimalizációs problémaként is felírható:

$$C(\mathbf{X}) = ||\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}||_2 + \gamma \cdot \Phi(\mathbf{X}) \ \rightarrow \min , \tag{1}$$

ahol az $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{k \times mn}$ mátrix leírja a k vetítősugár és a pixelek közötti kapcsolatot, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^k$ a mért vetületi értékeket tartalmazó vektor; $\mathbf{x} \in \{0,1\}^{mn}$ az $m \times n$ méretű ismeretlen kép (sorvektorként megadva); (az $||\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}||_2$ tag biztosítja a hasonlóságot a rekonstruált kép és a mért adatok között); végül $\Phi(\mathbf{X}) : \{0,1\}^{mn} \rightarrow \mathbb{R}$ egy regularizációs függvény, mely megadja, hogy a rekonstruált kép mennyire illeszkedik a prior információra (például homogenitás, konvexitás, stb.). Minél kisebb ez az érték, annál jobb az eredmény. Végül pedig $\gamma \geq 0$ egy skálázási súly. Ha feltételezhető, hogy a mért vetületi adatok nem eléggé megbízhatóak (pl. zaj miatt) és ezzel szemben a prior információ kielégítő, akkor a γ magasabb értéket kap, ellenkező esetben pedig alacsonyabbat.

Az (1) képlet egy diszkrét globális optimalizálási probléma, melynek megoldása köztudottan NP-nehéz. Számos módszer létezik a megoldására, de esetünkben sajnos a hagyományos gradiens-alapú keresési algoritmusok könnyen lokális optimumba ragadhatnak, mivel az optimalizálás során csak csökkenő értékű megoldásokat fogadnak el. A probléma elkerülése érdekében metaheurisztika (pl. szimulált hűtés, vagy genetikai algoritmus) használata szükséges.

2.4. Szimulált hűtés

A szimulált hűtés (Simulated Annealing - SA) egy sztochasztikus heurisztika globális optimalizálási problémák közelítő megoldására nagy keresési térben [18]. A keresés csak egy szálon fut. A módszer utánozza a folyékony fém viselkedésének természetes folyamatát az állandó izzítás során: a termikus zaj miatt időnként megnő az energiája, de a hőmérséklet megfelelő szabályozása esetén végül minimális energiával dermed meg egy kristályrácsban. Ez alapján létrehozható egy algoritmus, amely lehetővé teszi alkalmanként magasabb célfüggvény-érték elérését a globális minimum megtalálása érdekében. Az SA pszeudokódját az Algoritmus 1 mutatja be.

Általában véletlenszerű megoldásból indul ki (s) egy megadott kezdő hőmérséklettel (T_0), amely a hűtési karakterisztika (α) által csökken az iterációk során. Az algoritmus addig fut, míg valamely megállási feltétel nem teljesül. Ez a probléma meghatározásától függ, de lehet például egy előre meghatározott iterációszám vagy hőmérséklet elérése. A szomszéd lépés választása azt jelenti, hogy kijelölünk egy megoldást a lehetséges megoldások halmazának szomszédos elemeiből. A „szomszéd" fogalma szintén a probléma meghatározásától függ, bináris képek esetén ez lehet például egy véletlenszerűen választott pixel invertálása. Az algoritmus minden iteráció során választ egy szomszédos megoldást, kiértékeli, majd dönt annak elfogadásáról, vagy elvetéséről. A döntés attól függ, hogy mely lehetőség tudja a rendszert alacsonyabb energiaszinten tartani. Amennyiben az új javaslathoz rendelt célfüggvény-érték nem egyértelműen

jobb, mint az előző, akkor ezen értékek exponenciális kifejezését összehasonlítjuk egy 0 és 1 közötti, véletlenszerűen generált számmal (Alg. 1, 12. sor). Ha a célfüggvény-érték nagyobb, mint a generált szám, akkor az új megoldás elfogadásra kerül, ellenkező esetben eldobjuk. Néha el kell fogadni az előzőnél rosszabb értékű megoldást, hogy a függvény ne ragadjon lokális optimumba. Minél alacsonyabb a hőmérséklet, annál kisebb az esély a rossz megoldások elfogadására, ily módon garantált a globális optimum közelítése. Néhány iteráció során nem csökkentjük a hőmérsékletet: a β paraméter határozza meg az elutasított javaslatok maximális aranyát ugyanazon a hőmérsékleten, míg a k paraméter az aktuális iterációszámot adja meg. Megfelelő hűtési stratégiával a módszer bizonyítottan eléri a globális optimumot, azonban a számos paraméter finomhangolása komoly kihívást jelenthet.

Algoritmus 1 Szimulált Hűtés

1: $s \leftarrow$ initial state
2: $T_0 \leftarrow$ initial temperature
3: $k \leftarrow 1$
4: $\alpha \in (0.5, 1)$
5: $\beta \in (0, 1)$
6: **while** $(stoppingCriteria == FALSE)$ **do**
7: $\quad tempStay := 0$
8: $\quad$ **while** $(tempStay < \beta \cdot f(s))$ **do**
9: $\quad\quad actual := neighbor(s)$
10: $\quad\quad$ **if** $(f(actual) < f(s))$ **then**
11: $\quad\quad\quad s := actual$
12: $\quad\quad$ **else if** $(e^{\frac{f(s)-f(actual)}{T_k}} > rand(0,1))$ **then**
13: $\quad\quad\quad s := actual$
14: $\quad\quad$ **end if**
15: $\quad\quad tempStay := tempStay + 1$
16: $\quad$ **end while**
17: $\quad T_{k+1} := T_k \cdot \alpha$
18: $\quad k := k + 1$
19: **end while**

2.5. Minőségmérés a bináris tomográfiában

Amennyiben ismert az eredeti kép, a rekonstrukció minőségének mérésére gyakran használják a Relatív Átlagos Hiba értéket (Relative Mean Error - RME) [19], melyet a következőképpen határozhatunk meg:

$$RME = \frac{\sum_i |x_i^o - x_i^r|}{\sum_i x_i^o} \cdot 100\% \,, \tag{2}$$

ahol x_i^o az eredeti, míg az x_i^r a rekonstruált kép i. pixelét jelöli. Az RME megadja az eredeti és az eredmény kép pixelkülönbségének és az eredeti kép objektumpixeleinek arányát. A pixelhiba (pixel error) a következőképpen definiálható:

$$E_p = \frac{\sum_i |x_i^o - x_i^r|}{m \cdot n} \cdot 100\% \,, \tag{3}$$

ahol $m \times n$ jelöli a kép méretét. A pixelhiba csak a normalizáló tényezőben tér el az RME-től (az RME-ben ez a pixelértékek összege, míg a pixelhibánál a kép mérete). Utóbbi akkor hasznos, amikor fontos a különböző méretű képek összehasonlítása.

A költségfüggvény kifejezéseinek külön-külön történő kiszámítása (és az iterációk során azok csökkenésének megfigyelése) szintén megfelelő mérőszám lehet.

3. Bináris tomográfia LBP használatával

Először olyan statisztikai képpriorral egészítettük ki a rekonstrukciót, mely a rekonstruálandó kép textúráját írja le.

A Local Binary Patterns (Lokális Bináris Minta, LBP) egy vizuális leíró, amely képminták és ismétlődések feltérképezésére alkalmas. Gyakran használt osztályozási módszer számítógépes látás területén. Az alap LBP algoritmus [23] megvizsgálja a középponti pixel és annak 8-szomszédja kapcsolatát egy 3×3 méretű ablakban, majd 0 és 1 számok sorozataként írja le (attól függően, hogy melyik érték a nagyobb), melynek eredménye egy bináris kód. A könnyebb érthetőség érdekében általában decimálissá konvertáljuk a kapott bináris kódot. A kép összes pixelén végrehajtva a számítást, egy 256 dimenziós hisztogramot („LBP hisztogram" vagy „LBP vektor") kapunk, mely a minták gyakoriságát írja le.

Az LBP egyik változata a Soft LBP [1] vagy a Fuzzy LBP (FLBP) [17], amely fuzzy logikát integrál az LBP folyamatba. Az FLBP robusztus és folytonos a kimenetre, azaz kis változások a bemeneti képen kis változást eredményeznek a kimeneten. Az alap LBP operátor robusztusságának javítása érdekében az eredeti küszöbölési függvényt két fuzzy tagsági függvény egészíti ki. A fuzzifikáció lehetővé teszi az FLBP számára, hogy minden pixelhez a hisztogram több (vagy akár az összes) rekeszét hozzárendelje bizonyos mértékben, míg az alap LBP minden pixelhez csak egy rekeszt rendel. Az FLBP a kép textúrájának erőteljesebb ábrázolását teszi lehetővé, ezzel szemben az alap LBP érzékeny a zajra.

A Shift Local Binary Patterns (SLBP) a számításigényes FLBP egyfajta gyors közelítése [20], mely rögzített számú rekeszt rendel minden pixelhez.

A Dominant Rotated Local Binary Patterns (DRLBP) az LBP azon változata, mely forgásinvariáns [21]. Alapelve, hogy a súlyok köralakban helyezkedjenek el, így a kép elforgatása követhető a súlyok azonos szögben történő elforgatásával.

3.1. Előtanulmány

Az előzetes vizsgálatok során az alap LBP-t építettük be a rekonstrukciós algoritmusba a következőképpen. Feltételeztük, hogy a rekonstruálandó kép egy adott, előre ismert képosztályhoz tartozik. Az adott osztályból véletlenszerű példákat választottunk és kiszámítottuk a példák LBP vektorait. A rekonstrukció során két priort vettük figyelembe: a képnek valamilyen mértékben simának kell lennie, valamint textúrájának hasonlítania kell a korábban megfigyeltekére. E két prior figyelembe vételével az 1 képlet a következőképpen változott:

$$C(\mathbf{X}) = ||\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}||_2 + \gamma_1 \cdot \Phi_1(\mathbf{X}) + \gamma_2 \cdot \Phi_2(\mathbf{X}) \ \rightarrow \min . \tag{4}$$

$\Phi_1(\mathbf{X})$ az aktuális megoldás simaságát úgy méri, hogy az egyes képpontok Gauss-féle kernellel ($\mathbf{K}$) történő konvolúciójának összegét veszi, azaz

$$\Phi_1(\mathbf{X}) = \sum_{i=3}^{m-2} \sum_{j=3}^{n-2} (\mathbf{K} * \mathbf{X}_{i,j}) \ , \tag{5}$$

ahol

$$\mathbf{K} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & e^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\sqrt{2}} & e^{-1} & e^{-\sqrt{2}} & 0 \\ e^{-2} & e^{-1} & 0 & e^{-1} & e^{-2} \\ 0 & e^{-\sqrt{2}} & e^{-1} & e^{-\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-2} & 0 & 0 \end{pmatrix} \ , \tag{6}$$

és $\mathbf{X}_{i,j}$ a $\mathbf{X}$ mátrix (i,j) középpontú, 5×5 méretű almátrixát jelöli. Végül $\Phi_2(\mathbf{X})$ adja meg az aktuális kép LBP vektorának minimális euklideszi távolságát az összes reprezentatív LBP vektorhoz képest, azaz

$$\Phi_2(\mathbf{X}) = \min_t \{||LBP(\mathbf{X}) - LBP(\mathbf{X}_t)||_2\} \,, \tag{7}$$

ahol $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \ldots, \mathbf{X}_t$ a t darab, előzetesen ismert minta kép az $\mathbf{X}$ osztályából; γ_1 és γ_2 pedig skálázási súlyok.

A módszer hatékonyságát 6 különféle textúrájú osztályból származó szoftver fantom képen vizsgáltuk meg SA használatával. Az eredeti képek mérete eltérő, a legkisebb 430×300, a legnagyobb pedig 1230×1120.

Az SA paramétereit manuálisan, empirikus módon határoztuk meg. Az algoritmus minden esetben egy véletlenszerűen generált bináris képből indult, a megállási feltételek pedig 800 000 iteráció elérése, vagy 50 000 iteráció végrehajtása az optimum értékének javulása nélkül voltak. A kiindulási hőmérséklet: $T_1 = 5\,800$. A metódus energiaszintjének folyamatos csökkentéséért a hűtési karakterisztika felelt ($\alpha = 0.99$). A hőmérséklet azonos energiaszinten maradhatott néhány iteráció erejéig, melyet a $\beta = 0.035$ paraméter kontrollált. Mivel iterációnként egyetlen pixel invertálása nem javított jelentősen az eredményen, így ebben az esetben a szomszéd választása l darab pixel véletlenszerű választását és azok invertálását jelentette. Ez a t. iterációban a következőképpen alakult: $l = \frac{\beta}{2} \cdot f(s)$. A skálázási súlyok megválasztása nem volt egyértelmű, osztályonként eltérő: $\gamma_2 = 0.5$, és $\gamma_1 \in [0.03, 0.06]$.

A minőség meghatározása érdekében az előzetes tanulmányaink során RME-t (2. képlet) használtunk. A rekonstrukciót azonos képosztályból származó, de különböző példányokon hajtottuk végre 2, 3, 4 és 8 vetület használatával, 64×64 méretben. A vetületi geometriák közül párhuzamos vetítést használtunk, a vetületek közötti 1 pixeles távolsággal. A megfigyelt adathalmaz 150 ($t = 150$), míg a teszthalmaz 10 képet tartalmazott minden osztályból. Az SA sztochasztikus volta miatt a teszteket ötször ismételtük, majd az eredmények átlagát vettük. A DART algoritmust referenciaként használtuk.

Megfigyeltük, hogy a DART általában jobb eredményt adott, mint az SA, azonban a különbségek sok esetben nem voltak szignifikánsak.

A szoftveres fantom képek vizsgálata alapján az elképzelésünk ígéretesnek bizonyult, különösen kevés vetület esetén. Ugyanakkor arra is következtettünk, hogy egyes esetekben az alap LBP kifejezőereje nem elegendő. Ennek következményeként úgy döntöttünk, hogy áttérünk az LBP valamely kiterjesztésére. Vizsgálataink alapján az SLBP bizonyult a legjobban alkalmazhatónak, így a továbbiakban azt használtuk.

3.2. Eredmények SLBP használatával

Korábban a rekonstrukcióhoz két priort vettünk figyelembe: a képnek simának kell lennie, valamint egyidejűleg a textúrájának hasonlítania kell a korábban megvizsgáltakéhoz. Mivel az SLBP önmagában is megfelelő mennyiségű információt hordoz, és erősebb textúraleíró, mint az alap LBP, így a simasági prior elhagyható. Ennek értelmében a minimalizálandó függvény leegyszerűsíthető:

$$C(\mathbf{X}) = ||\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}||_2 + \gamma \cdot \Phi(\mathbf{X}) \;\rightarrow \min \,,$$

ahol $\Phi(\mathbf{X})$ megadja a minimális euklideszi távolságot az aktuális kép SLBP vektora és a minta képek összes, előre megfigyelt reprezentatív SLBP vektora között, azaz

$$\Phi(\mathbf{X}) = \min_t \{||SLBP(\mathbf{X}) - SLBP(\mathbf{X}_t)||_2\} \,, \tag{8}$$

ahol $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \ldots, \mathbf{X}_t$ a t darab előzetesen ismert minta kép az $\mathbf{X}$ osztályából. Vizsgálataink során 150 darab 64×64 méretű képet vizsgáltunk, azaz $t = 150$.

A rekonstrukció minőségének meghatározása érdekében az RME mellett a pixelhibát is vizsgáltuk. A költségfüggvény optimalizálásához SA-t használtunk a korábbiakhoz hasonló paraméterekkel, kivéve a megállási feltételeket: az algoritmusnak 800 000 iterációt kellett elérnie, vagy 25 000 iterációt végrehajtania az optimum javulása nélkül. A γ paraméter meghatározása függ a vizsgált osztálytól.

Az ötletünket különböző adathalmazokon teszteltük növekvő γ súlyokkal, valamint különkülön elhagyva a költségfüggvény tagjait, hogy alátámasszuk mindkét tag használatának fontosságát.

Az első lépésben négy szintetikus képosztályt generáltunk egyszerű textúrákkal. Az eredmények alapján megállapítható, hogy azon képosztályok esetében, melyek horizontális és vertikális vetületeik által egyértelműen meghatározhatóak, mind a Ryser algoritmus, mind a DART pontos rekonstrukciót eredményezett. Ezzel szemben az SA sajnos nem tudott tökéletesen rekonstruálni (főleg, ha csak a vetületi tagot használtuk), de amint növeltük a prior tag súlyát, egyre jobb eredményeket kaptunk. A másik két osztály esetében a γ súly növelésével az SA ismét jobb eredményt produkált, míg ezzel szemben sem a DART, sem a Ryser algoritmus nem tudta a képeket rekonstruálni.

Ezek után ismét a korábban említett szoftver fantom képeket vizsgáltuk (6 osztály, különböző textúrákkal). Megfigyeltük, hogy a γ súly 2-ig történő növelése nagymértékben javíthatja numerikus értelemben a rekonstrukció minőségét, további növelése azonban már nem hozott javulást. A vizuális eredmények ennek ellenére sajnos továbbra sem mindig voltak kielégítőek, ahogyan a DART vagy Ryser algoritmus használata esetén sem. Ennek oka, hogy az eredeti képosztályok ezen kis mintái nem reguláris textúrák, annak ellenére, hogy az eredeti képek globális értelemben azok. Továbbá, amikor csak az SLBP tagot használtuk, az eredmény rosszabb volt, mint mindkét tag használata esetén. Ebből ismét következtethettünk arra, hogy mindkét tag használata szükséges a megfelelő minőségű rekonstrukció eléréséhez.

A következő lépésben a Brodatz textúra adatbázisának [4] 12 különböző osztályából származó valós képeket vizsgáltuk. Az eredeti képek mérete 256×256 és 1230×1120 között változott. Először megpróbáltunk 10-10 véletlenszerűen választott mintát rekonstruálni 64×64 méretben minden osztályból. Újra szembe kellett néznünk azzal, hogy ezek a képosztályok szintén nem regulárisak, így növeltük a képméretet 128×128 -ra. Néhány osztály esetében továbbra is fennállt a korábbi probléma, azonban voltak osztályok, amelyeket már kielégítő eredménnyel tudtunk rekonstruálni. Ismét bebizonyosodott, hogy mindkét tag szükséges a rekonstrukcióhoz, továbbá, hogy a γ paraméter 2-ig történő növelése javít az eredményen.

Végül olyan valós képeken végeztünk tesztelést, amelyek különféle porózus mikro-struktúrákat tartalmaznak [14]. Némi előfeldolgozás után az eredeti képek mérete 228×228 és 350×350 között volt. Az SA algoritmust 10-10 darab, 64×64 méretű véletlenszerű mintán teszteltük. Az eredmények ismét bizonyították a különböző tagok szükségességét, valamint a γ súly (2-ig történő) növelésének fontosságát. A célfüggvény-érték, valamint a tagok különkülön is elfogadható értéket adtak, azonban az RME érték továbbra is magas volt (az E_p már alacsonyabb). A minták méretének növelése 128×128-ra hasonló eredményeket adott, mint a kisebb méretű változatban.

Mindezt összefoglalva, azt tapasztaltuk, hogy az SLBP-t használva textúra prior információként, a rekonstrukció minősége jelentősen javítható, különösen akkor, ha nagyon kevés a rendelkezésünkre álló vetületek száma. Természetesen nem várhatunk tökéletes rekonstrukciót mindössze 2 vetületből. Ennek ellenére egyértelműen javulás érhető el a rekonstrukció minőségében az ismertetett módszer használatával.

Jelen téziscsoport eredményei egy konferencia kiadványban [29], valamint egy folyóiratban [28] jelentek meg.

4. Bináris tomográfia nonogramszerű priorral

Manapság a logikai játékok igen népszerűek, melyek közül egyik az úgynevezett Nonogram puzzle. A játék célja, hogy a megadott számszerű információk alapján egy képrács celláit kiszínezzük (vagy üresen hagyjuk), melynek eredményeként kirajzolódik a rejtett kép. A képek általában fekete-fehérek, azaz binárisak. A Nonogram mintájára meghatározhatjuk például, hogy hány egymást követő, nemüres négyzet található az adott sorban, vagy oszlopban.

A Nonogram puzzle alapján jelen tézispontban egy újfajta priort mutattunk be, mely leírja a rekonstruálandó kép várható struktúráját, mégpedig azt, hogy hány futam (maximális számú egymást követő fekete pixel) található meg soroként, illetve oszloponként. Tehát a vertikális és horizontális vetületek mellett kiegészítettük a rekonstrukciós feladatot a sorokban / oszlopokban található futamok számával.

4.1. Problémafelvetés

A BINÁRIS TOMOGRÁFIA és NONOGRAM feladatok alapján definiálhatjuk a következő köztes problémát:

Probléma. BINÁRIS TOMOGRÁFIA FUTAMOKKAL
(STRIP CONSTRAINED BINARY TOMOGRAPHY - SCBT)
Input: Négy nemnegatív, egész értékű vektor: $H \in \mathbb{Z}^m$, $V \in \mathbb{Z}^n$, $SH \in \mathbb{Z}^m$, és $SV \in \mathbb{Z}^n$.
Output: $m \times n$ méretű bináris mátrix (ha létezik), H sorösszegvektorral, V oszlopösszegvektorral, amely soraiban és oszlopaiban sorrendben az SH és SV vektoroknak megfelelő számú futamot tartalmaz.

A *futam* és a *kapcsoló komponens* fogalma a következőképpen határozható meg:

4.1. Definíció. *Az $m \times n$ méretű $\mathbf{X}$ bináris mátrix i. sorának ($1 \leq i \leq m$) egymást követő pozícióinak sorozata, $(i, j_s), (i, j_{s+1}), \ldots, (i, j_{s+l-1})$ futamot képez, amennyiben $x_{i,j_s} = x_{i,j_{s+1}} =, \ldots, = x_{i,j_{s+l-1}} = 1$, és $x_{i,j_s-1} = x_{i,j_s+l} = 0$ (ha az utóbbi két pozíció létezik). A futam hosszúságát l jelöli (l egy pozitív egész szám, továbbá $1 \leq j_s \leq n$). Az oszlopok esetében a futamok meghatározása hasonló.*

4.2. Definíció. *Egy $\mathbf{X} \in \{0,1\}^{m \times n}$ bináris mátrix kapcsoló komponensének nevezünk egy olyan $(i, j), (i', j), (i, j'), (i', j')$ pozíciónégyest, ahol $x_{ij} = x_{i'j'}$ és $x_{i'j} = x_{ij'} = 1 - x_{ij}$ ($1 \leq i, i' \leq m$, $1 \leq j, j' \leq n$). Elemi kapcsolásnak nevezzük azt a műveletet, melynek során a kapcsoló komponens értékeit invertáljuk. A művelet nincs hatással a sor- és oszlopösszegekre.*

Az SCBT probléma mind a BT-hez, mind a Nonogram játékhoz kapcsolódik, és általában NP-nehéz. A következő megállapításokat fogalmaztuk meg.

4.1. Állítás. *Az* SCBT *probléma megoldása nem mindig egyértelműen meghatározott.*

4.2. Állítás. *Bizonyos inputok esetén az* SCBT *problémának több olyan megoldása is lehet, amelyek nem érhetők el egymásból elemi kapcsolások sorozatával úgy, hogy minden kapcsolás olyan eredményt adjon, amely ugyanazon* SCBT *probléma lehetséges megoldása.*

4.3. Állítás. *A* SCBT *feladat egy tetszőleges megoldásának i. sorában ($i = 1, \ldots, m$) lévő szomszédos 1-es párok száma megegyezik a $h_i - sh_i$ különbséggel, a j. oszlopban ($j = 1, \ldots, n$) található szomszédos 1-es párok száma pedig a $v_j - sv_j$ különbséggel.*

4.2. Javasolt módszerek

4.2.1. Kényszerkielégítési probléma

Az SCBT feladat megoldása során célunk az inputként megadott négy vektornak ($H \in \mathbb{Z}^m$, $SH \in \mathbb{Z}^m, V \in \mathbb{Z}^n, SV \in \mathbb{Z}^n$) megfelelő, $m \times n$ méretű $\mathbf{X}$ bináris mátrix előállítása. A [13]

szakirodalom ötlete alapján az alábbi kényszerkielégítési problémát határoztuk meg. Legyen $\mathbf{YH}^{m\times(n-1)}$ és $\mathbf{YV}^{(m-1)\times n}$ két ismeretlen bináris mátrix, amely a megoldás szomszédos 1-eseit jelöli (azaz a megoldás $\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}$ és $\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$ komponenseit). A modell feltételei a következők:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = h_i \quad (i = 1, \ldots, m)\,, \tag{9}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = v_j \quad (j = 1, \ldots, n)\,, \tag{10}$$

$$\sum_{j=1}^{n-1} yh_{ij} = h_i - sh_i \quad (i = 1, \ldots, m)\,, \tag{11}$$

$$\sum_{i=1}^{m-1} yv_{ij} = v_j - sv_j \quad (j = 1, \ldots, n)\,, \tag{12}$$

$$yh_{ij} \leq x_{ij} \text{ and } yh_{ij} \leq x_{i(j+1)} \quad (i = 1, \ldots, m; j = 1, \ldots, (n-1))\,, \tag{13}$$

$$yv_{ij} \leq x_{ij} \text{ and } yv_{ij} \leq x_{(i+1)j} \quad (i = 1, \ldots, (m-1); j = 1, \ldots, n)\,. \tag{14}$$

A kényszerkielégítési problémára az `intlinprog` MATLAB beépített függvényét használtuk, mely egész értékű lineáris programozási feladat megoldására alkalmas.

4.2.2. Variációk szimulált hűtésre

Annak ellenére, hogy a fenti megoldó mindig egzakt megoldást ad, a gyakorlatban kevésbé alkalmazható a SCBT feladat NP-nehézsége miatt. Alternatív megközelítésképpen ismét prezentáltunk SA-alapú algoritmust is, melynek során a minimalizálandó célfüggvény a következő:

$$C(\mathbf{X}) = ||H - H'||_2 + ||V - V'||_2 + ||SH - SH'||_2 + ||SV - SV'||_2\,, \tag{15}$$

ahol a H, V, SH, SV vektorok inputként adottak, a H', V', SH', SV' vektorok pedig az aktuális megoldáshoz tartoznak. Az SA módszer hatékonyságát számos tényező befolyásolhatja, ezek közül az egyik kulcskérdés az inicializálási stratégia. Ennek értelmében különböző stratégiákat javasoltunk az alábbiak szerint.

A **BasicSA** minden alkalommal egy olyan véletlenszerű bináris képből indul ki, ahol minden pixel értéke 0.5 valószínűséggel 1. Szomszédos megoldás választása egy véletlenszerű pozíción lévő pixel invertálását jelenti.

A **FixpixelSA** kihasználja azt a tényt, hogy a sorösszegek összege (vagy oszlopösszegek összege) megegyezik az objektumpixelek összegével (M). A teljesen véletlenszerű kiindulási kép helyett így M darab pixelt ismétlés nélküli véletlenszerű egyenletes eloszlás alapján állítunk 1 értékűre. Szomszédos megoldás választása ismételten egy véletlenszerű pozíción lévő pixel invertálását jelenti.

A **RyserSA** a Ryser algoritmust használja a kiindulási megoldás meghatározására, majd az iterációkban a szomszéd meghatározása egy elemi kapcsolás végrehajtását jelenti.

A **CurveballSA** a "Curveball" metódus ötletén alapszik [9, 10, 26].

Mindezek mellett a futamok iterációnkénti lokális frissítését is prezentáltuk, mely jelentősen csökkentette a módszerek futási idejét.

4.3. Eredmények

Az ötlet vizsgálatához három különböző adathalmazt használtunk: 1) különböző sűrűségű, véletlenszerű képek ($3 \times 3, 4 \times 4, \ldots, 256 \times 256$ méretű bináris képek, melyek $0\%, 10\%, \ldots, 100\%$ véletlenszerűen választott objektum pixelt tartalmaznak); 2) valódi Nonogram játékok [34]; 3) az úgynevezett TomoPhantom képek [33]. Megállapítottuk, hogy az egzakt módszer a gyakorlatban nemigen alkalmazható, mivel már kis méretű mátrixokhoz is óriási futási időre van szüksége. Ezzel szemben a sztochasztikus megközelítés sokkal alkalmasabb gyakorlati célokra, bár néha csak közelítő megoldásokat kínál.

Annak ellenére, hogy a **FixpixelSA** megközelítés volt a leggyorsabb, nem az adta a legjobb eredményeket. Bár a **RyserSA** gyakran megtalálta a tökéletes megoldást – különösen sűrű és/vagy kisméretű mátrixok esetén – , néha mégis lokális minimumban ragadt.

A **CurveballSA** valós képek esetén jobban teljesített, mint a társai, és el tudta kerülni a lokális minimumba ragadást, azonban jóval nagyobb volt a futási idő igénye.

Megállapítottuk továbbá, hogy a pixelhiba akkor is magas volt, ha a célfüggvény értéke lecsökkent. Ez a jelenlévő kapcsoló komponensnek következménye, melyek sokféle megoldást eredményezhetnek ugyanazon bemeneti adatokkal. Ennek oka, hogy azok a képek, melynek struktúrája közel van a véletlenszerű egyenletes eloszláshoz, nagyobb számban tartalmaznak kapcsoló komponenseket. Következményképpen erősen többértelművé válik a megoldás. Ha a pixelek nagy része rögzítve van az előtérhez/háttérhez, ez ritkábban fordul elő. Ezt az elméletet megerősítette a különböző sűrűségű mátrixokon végzett vizsgálat, melynek során kapcsoló komponensek számát elemeztük. Azt tapasztaltuk, hogy még a kis méretű mátrixok is nagy számú kapcsoló komponenst tartalmazhatnak.

Jelen téziscsoport eredményei három konferencia kiadványban [2, 27, 32] jelentek meg.

5. Globális és lokális kvandráns-konvexitás

A digitális képfeldolgozásban számos, különféle alakleíró jellemzőt ismerünk. Ezek közül egy széleskörűen elterjedt leíró, a konvexitás mértéke. Az évek során számos, a konvexitáson alapuló leírót publikáltak, melyek közül az egyik az ún. kvadráns-konvexitás (Q-konvexitás) [7, 8], mely a képet egyetlen skalár értékkel ábrázolja.

5.1. Megjegyzés. *Jelen kutatás során – ahogyan a képelemzésben is gyakran előfordul – a "mérték" szakkifejezést a mérőszám szinonimájaként használjuk, nem pedig a matematikai értelemben vett mérték fogalmaként.*

Ebben a tézispontban egy Q-konkávsági mértéket prezentáltunk, mely a pontok térbeli relatív elhelyezkedése alapján lehetővé teszi két objektum közötti "körülölelés" (enlacement) és "összefonódás" (interlacement) erősségének skalár alakban történő meghatározását.

Az F és G közötti *körülölelés* azt jelenti, hogy a G objektum valamely módon az F objektumon (a referencia) belül van, míg az *összefonódás* a két objektum kölcsönös (szimmetrikus) körülölelését határozza meg.

5.1. Globális kvadráns-konvexitás

Vegyünk egy kétdimenziós F alakzatot és ábrázoljuk azt egy nemüres *diszkrét halmaz*zal ($\mathbb{Z}^2$ véges részhalmaza), vagy megfelelő módon egy $f : \mathbb{Z}^2 \to \{0, 1\}$ függvénnyel. Legyen $\mathcal{R}$ az a legkisebb, $m \times n$ méretű diszkrét téglalap, amely tartalmazza F-et. Jelöljük továbbá az $\mathcal{R}$ bal alsó pontját $(0, 0)$-val, azaz $\mathcal{R} = \{0, \ldots, m-1\} \times \{0, \ldots, n-1\}$. F ábrázolható bináris képként is, azaz fehér egységnégyzetek (előtér pontok, F), valamint fekete egységnégyzetek (háttér pontok, $\mathcal{R} \setminus F$) uniójaként.

Az $\mathcal{R}$ téglalap minden (i,j) pontja a horizontális és vertikális irányok figyelembe vételével a következő négy kvadránst határozza meg:

$$\begin{aligned}
Z_0(i,j) &= \{(l,k) \in \mathcal{R} :\ 0 \le l \le i,\ 0 \le k \le j\}\ , \\
Z_1(i,j) &= \{(l,k) \in \mathcal{R} :\ i \le l \le m-1,\ 0 \le k \le j\}\ , \\
Z_2(i,j) &= \{(l,k) \in \mathcal{R} :\ i \le l \le m-1,\ j \le k \le n-1\}\ , \\
Z_3(i,j) &= \{(l,k) \in \mathcal{R} :\ 0 \le l \le i,\ j \le k \le n-1\}\ .
\end{aligned}$$

Jelöljük az F objektumpontjainak (előtér pixelek) számát minden $Z_p(i,j)$ $(p = 0,\dots,3)$ kvadráns esetén $n_p(i,j)$-vel a következőképpen:

$$n_p(i,j) = |Z_p^w(i,j) \cap F|\ \ (p = 0,\dots,3)\ . \tag{16}$$

5.1. Definíció. *Az F diszkrét halmaz Q-konvex, ha minden (i,j) pontra valahányszor $(n_0(i,j) > 0 \wedge n_1(i,j) > 0 \wedge n_2(i,j) > 0 \wedge n_3(i,j) > 0)$, mindannyiszor $(i,j) \in F$.*

Ha F nem Q-konvex, akkor létezik olyan (i,j) pozíció, amely megsérti a Q-konvexitási tulajdonságot, tehát $n_p(i,j) > 0$ minden $p = 0,\dots,3$ esetén és $(i,j) \notin F$. A nem Q-konvex diszkrét halmazt *Q-konkáv*nak nevezzük.

Az F Q-konkávsági mértékét a következőképpen definiálhatjuk:

$$\varphi_F(i,j) = n_0(i,j)n_1(i,j)n_2(i,j)n_3(i,j)(1 - f(i,j))\ , \tag{17}$$

ahol (i,j) egy tetszőleges $\mathcal{R}$-beli pont. $f(i,j) = 1$, amennyiben az (i,j) pont az objektum része, különben $f(i,j) = 0$. Továbbá

$$\varphi_F = \varphi_F(F) = \sum_{(i,j)\in\mathcal{R}} \varphi_F(i,j)\ . \tag{18}$$

5.2. Megjegyzés. *Ha $f(i,j) = 1$, akkor $\varphi_F(i,j) = 0$. Továbbá, ha $f(i,j) = 0$ és létezik $n_p(i,j) = 0$, akkor $\varphi_F(i,j) = 0$. Tehát F akkor és csak akkor Q-konvex, ha $\varphi_F = 0$.*

5.1.1. Körülölelés leíró meghatározása normalizálással

A Q-konkávsági mérték (vagy egy adott F objektum *körülölelés* mértékének) meghatározása érdekében $[0,1]$ közé normalizáltuk a φ értékét. Két lehetséges módot prezentáltunk ennek érdekében az alábbiak szerint.

A [11] tanulmány alapján meghatároztuk a globális változatot:

$$\mathcal{E}_F^{(1)}(i,j) = \frac{\varphi_F(i,j)}{\max_{(i',j')\in\mathcal{R}}\ \varphi_F(i',j')}\ . \tag{19}$$

A második, lokális változat a [5] alapján készült, ahol bizonyításra került az alábbi állítás.

5.1. Állítás. *Ha $f(i,j) = 0$, továbbá h_i^F az i. oszlop összege, és v_j^F a j. sor összege, akkor $\varphi_F(i,j) \le ((|F| + h_i^F + v_j^F)/4)^4$.*

Ennek következményeként a normalizálás:

$$\mathcal{E}_F^{(2)}(i,j) = \frac{\varphi_F(i,j)}{((|F| + h_i^F + v_j^F)/4)^4}\ . \tag{20}$$

Annak érdekében, hogy normalizálni tudjuk a globális *körülölelés* mértéket mind a 19 és 20 képleteket figyelembe véve, minden egyes hozzájárulást összeadunk, és végül elosztjuk a nemnulla hozzájárulások számával.

5.2. Definíció. *Egy adott F bináris kép esetén annak a globális körülölelés mértéke ($\mathcal{E}_F^{(\cdot)}$) a következőképpen definiálható:*

$$\mathcal{E}_F^{(\cdot)} = \sum_{(i,j)\in\bar{F}} \frac{\mathcal{E}_F^{(\cdot)}(i,j)}{|\bar{F}|} ,$$

ahol $\bar{F}$ azon $\mathcal{R} \setminus F$-beli pontok részhalmaza, melyek hozzájárulása nem nulla.

5.1.2. Objektum körülölelés és összefonódás

Korábban tehát meghatároztunk egy Q-konvexitás-alapú alakleírót (φ_F), amely kvantitatív mérték a referencia objektummal fennálló kapcsolatok tanulmányozásához. A mértéket továbbfejlesztettük két objektum (F és G) közötti térbeli kapcsolat vizsgálatára. Itt az volt a kérdés, hogy milyen mértékben öleli körül G F-et. Az alap elképzelés az volt, hogy rögzítsük azon G-beli pontok számát, melyek valamilyen módon az F-en belül vannak. Ennek meghatározása egyértelmű, ha $\mathcal{R} \setminus F$-ből csak azon pontokat vesszük figyelembe, melyek részei G-nek:

$$\varphi_{FG}(i,j) = \begin{cases} \varphi_F(i,j) & \text{if } (i,j) \in G \\ 0 & \text{különben} \end{cases} . \tag{21}$$

Amennyiben $G = \mathcal{R} \setminus F$, akkor $\varphi_{FG}(i,j) = \varphi_F(i,j)$ triviálisan következik. A G *körülölelés* mértéke így

$$\mathcal{E}_{FG}^{(1)}(i,j) = \frac{\varphi_{FG}(i,j)}{\max_{(i,j)\in G} \ \varphi_{FG}(i,j)} , \tag{22}$$

és

$$\mathcal{E}_{FG}^{(2)}(i,j) = \frac{\varphi_{FG}(i,j)}{((|F| + h_i^F + v_j^F)/4)^4} . \tag{23}$$

Az egyértelműség kedvéért megfigyeltük, hogy definíció szerint $\varphi_{FG}(i,j) = 0$ ha $(i,j) \notin \bar{F}$, így a $\varphi_{FG}(i,j)$ maximuma G esetén megegyezik a $G \cap \bar{F}$ maximumával.

5.3. Definíció. *Ha F és G két objektum, akkor G F-szerinti körülölelés mértéke*

$$\mathcal{E}_{FG}^{(\cdot)} = \sum_{(i,j)\in G} \frac{\mathcal{E}_{FG}^{(\cdot)}(i,j)}{|G \cap \bar{F}|} .$$

Természetesen két objektum *körülölelése* aszimmetrikus reláció, így a G F-szerinti *körülölelés* mértéke és az F G-szerinti *körülölelés* mértéke eltérhetnek egymástól. Amennyiben harmonikus középértékükkel számolunk, szimmetrikus relációt kaphatunk, mely a kölcsönös *körülölelés* (más szóval *összefonódás*) leírása.

5.4. Definíció. *Ha F és G két objektum, akkor F és G összefonódás mértéke*

$$\mathcal{I}_{FG}^{(\cdot)} = \frac{2\mathcal{E}_{FG}^{(\cdot)}\mathcal{E}_{GF}^{(\cdot)}}{\mathcal{E}_{FG}^{(\cdot)} + \mathcal{E}_{GF}^{(\cdot)}} , \tag{24}$$

ahol $\mathcal{E}_{FG}^{(\cdot)}$ G F-szerinti körülölelés mértéke és $\mathcal{E}_{GF}^{(\cdot)}$ F G-szerinti körülölelés mértéke

A mértékek implementációja a kép méretében megfelelő, lineáris időben végrehajtható. Definíció szerint $Z_0(l,k) \subseteq Z_0(i,j)$, ha $l \leq i$ és $k \leq j$, ennélfogva $n_0(l,k) \leq n_0(i,j)$ ($l \leq i$ és $k \leq j$). Hasonló relációk állnak fenn Z_1, Z_2, Z_3 esetén is, ennek megfelelően n_1, n_2, n_3 esetén is. Ezt a tulajdonságot kihasználva és soronként végrehajtva, minden (i,j) pontra lineáris időben számíthatjuk az F pontjainak számát $Z_p(i,j)$-ben ($p = \{0,1,2,3\}$), és eltárolhatjuk őket egy mátrixban. Ezután $\varphi(i,j)$ bármely (i,j) pontra konstans időben számítható. A normalizálás egyértelmű.

5.1.3. Kísérleti eredmények

Az alábbi osztályozási feladatok kiértékeléséhez publikus, retina felvételekből álló adathalmazokat használtunk. A CHASEDB1 [16] adathalmaz 20 bináris képből áll, középen lévő vakfolttal, míg a DRIVE [25] adathalmaz 20 bináris képet tartalmaz, ahol vakfolt el van tolva a középponttól. Azért ezen adathalmazokat használtuk, hogy össze tudjuk hasonlítani az elért eredményeket a [12] cikkben publikáltakkal, hiszen hasonló az elképzelés a két modell között.

A [12] stratégiáját követve, fokozatosan növekvő, különféle típusú mesterséges zajt – ami egyre erősebb szegmentálási hibaként értelmezhető – adtunk az 1000×1000 méretű képekhez. A Gauss és Speckle zajokat 10 növekvő varianciával ($\sigma^2 \in [0, 2]$), míg a só-bors zajt 10 növekvő értékkel (a $[0, 0.1]$ intervallumon) adtuk hozzá az eredeti képekhez. Ezután megpróbáltuk a képeket két osztályba (CHASEDB1 és DRIVE) sorolni az *összefonódás* értékeik alapján 5 legközelebbi szomszéd osztályozóval (5NN), inverz euklideszi távolsággal, WEKA Toolbox [15] használatával. A pontosság kiértékeléséhez leave-one-out keresztvalidációt alkalmaztunk.

További vizsgálathoz a HRF adatbázist (High-Resolution Fundus) [22] használtuk, amely 45 szemfenék képből áll: 15 egészséges, 15 glaukóma tünettel és 15 diabéteszes retinopathia tüneteivel. A korábbinak megfelelő beállításokkal, ugyanazon osztályozási módszer segítségével próbáltuk meg elkülöníteni a 15 egészséges példát a 30 beteg esettől.

A kapott eredmények összegzéséként elmondhatjuk, hogy leírónk összehasonlítható, sőt, egyes esetekben jobb eredményeket szolgáltatott, mint a [12] leíró. Különösen ígéretes ez annak figyelembevételével, hogy a leírónk csak két irányt (négy kvadránst) használ, míg a [12] 180 irány mentén vizsgálódik, tehát nagyobb a számítási igénye is.

5.2. Lokális kvadráns-konkávsági hisztogramok képek osztályozásához

A lokális jellemzők alapján előállított hisztogramok sokkal gazdagabb információt nyújthatnak az alakzat geometriájáról és szerkezeti tulajdonságairól, mint egy egyszerű skalár értékkel dolgozó globális leíró. Ez alapján a globális Q-konkávsági mértékét kiterjesztettük olyan leíróra, mely a kép minden egyes pozícióján egy előre meghatározott méretű ablakban kiszámítja a lokális Q -konkávsági értéket, majd hisztogramot állít elő az eredményből.

Az alapvető elképzelés a 17 és 18 képletek módosítása lokális mértékké. Ennek érdekében definiáljunk egy $(2w+1) \times (2w+1)$ méretű ablakot ($w \in \mathbb{Z}^+$), valamint az (i, j) körüli négy kvadránst – szigorúan az ablakon belül – a következőképpen:

$$\begin{aligned}
Z_0^w(i,j) &= \{(l,k) \in \mathcal{R} : \ (i-w) \le l \le i, \ (j-w) \le k \le j\} \ , \\
Z_1^w(i,j) &= \{(l,k) \in \mathcal{R} : \ i \le l \le (i+w), \ (j-w) \le k \le j\} \ , \\
Z_2^w(i,j) &= \{(l,k) \in \mathcal{R} : \ i \le l \le (i+w), \ j \le k \le (j+w)\} \ , \\
Z_3^w(i,j) &= \{(l,k) \in \mathcal{R} : \ (i-w) \le l \le i, \ j \le k \le (j+w)\} \ ,
\end{aligned}$$

ahol $\mathcal{R} = \{0, \ldots, m-1\} \times \{0, \ldots, n-1\}$; valamint $m \times n$ a kép mérete. A Z_p^w-beli objektumpontok száma:

$$n_p^w(i,j) = |Z_p^w(i,j) \cap F| \ \ (p = 0, \ldots, 3) \ . \tag{25}$$

A lokális Q-konkávsági mérték az (i, j) pontban

$$\varphi_F^w(i,j) = n_0^w(i,j) n_1^w(i,j) n_2^w(i,j) n_3^w(i,j)(1 - f(i,j)) \ . \tag{26}$$

Végül az *F lokális Q-konkávsági hisztogram*ja (LQH) a $hist_{F,w} : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ leképezés, melyet különböző módon határozhatunk meg az alábbiak szerint.
Az első megközelítés csak az $\mathcal{R}$-beli háttérpontokat vizsgálja:

$$hist_{F,w,bg}(r) = |(i,j) \in \mathcal{R} \setminus F \ : \ \varphi_F^w(i,j) = r| \ , \tag{27}$$

azaz kiszámoljuk minden háttérpont lokális Q-konkávsági értékét és a hozzátartozó rekeszt 1-gyel növeljük. Ha minden $\mathcal{R}$-beli pontot vizsgálunk, akkor

$$hist_{F,w,all}(r) = |(i,j) \in \mathcal{R} \ : \ \varphi_F^w(i,j) = r| \ . \tag{28}$$

A harmadik variáció kizárólag azon pontokat vizsgálja, amelyek megsértik a lokális Q-konvexitást:

$$hist_{F,w,nz}(r) = |(i,j) \in \mathcal{R} \ : \ \varphi_F^w(i,j) = r > 0| \ , \tag{29}$$

tehát ebben az esetben a 0 rekeszt figyelmen kívül hagyjuk.

A három különböző hisztogram típust három eltérő adathalmazon vizsgáltuk meg: 1) a korábban már többször alkalmazott szoftver fantom képeken (6 különböző képosztály); 2) a TomoPhantom képeken [33]; 3) és a Brodatz textúra adatbázisból vett valós képeken [4]. A hisztogramok osztályok közötti és osztályon belüli Euklideszi távolságai alapján az a módszer bizonyult legjobbnak, mely a háttérpontokat vizsgálja, ezért a további vizsgálatok során ezt a változatot használtuk.

5.2.1. Esettanulmány a retina képeken

Esettanulmányként az LQH osztályozási erejének vizsgálatához az előző osztályozási vizsgálatot pontosan ugyanazzal az adathalmazzal, beállításokkal és osztályozóval (CHASEDB1 és DRIVE adatkészlet, különféle típusú véletlenszerű zaj, stb.) ismételtük meg. Ebben az esetben az volt a kérdés, hogy a lokális Q-konkávsági hisztogram képes-e legyőzni a globális Q-konkávsági mértéket.

Az összehasonlíthatóság érdekében normalizálásra volt szükség. Annak érdekében, hogy a leírónk teljes mértékben lokális módon kiszámítható legyen, a 23 képlet normalizálási módját választottuk. Ennek alapján a lokális Q-konkávsági mérték az (i,j) pontban (26 képlet módosított változata):

$$\varphi_{F,norm}^w(i,j) = \frac{n_0^w(i,j)n_1^w(i,j)n_2^w(i,j)n_3^w(i,j)(1-f(i,j))}{(\alpha^w(i,j)+h^w(i,j)+v^w(i,j))^4} \ , \tag{30}$$

ahol

$$\alpha^w(i,j) = \sum_{l=i-w}^{i+w} \sum_{k=j-w}^{j+w} f(l,k) \tag{31}$$

a F -hez tartozó pontok számát jelöli az aktuális ablakban,

$$v^w(i,j) = \sum_{k=j-w}^{j+w} f(i,k) \tag{32}$$

az F-hez tartozó pontok száma az i. oszlopban,

$$h^w(i,j) = \sum_{l=i-w}^{i+w} f(l,j) \tag{33}$$

az F-hez tartozó pontok száma a j. sorban (kizárólag az ablakon belül). Végül az F-hez tartozó LQH leképezés $hist_{F,w} : \mathbb{R} \to \mathbb{Z}$, melynél

$$r \mapsto |(i,j) \in \mathcal{R} \setminus F \ : \ \varphi_{F,norm}^w(i,j) = r| \ . \tag{34}$$

Látható, hogy $\varphi_{F,norm}^w(i,j)$ már nem egész értéket eredményez, így a hisztogram rekeszei indexeléséhez kvantálás szükséges q kvantálási szinttel (azaz a hisztogramban előforduló rekeszek számával). A rekeszek indexeit a következő képlettel határozhatjuk meg:

$$bin_index = \left\lfloor \varphi_{F,norm}^w(i,j) \Big/ \frac{\max \varphi_{F,norm}^w}{q-1} \right\rfloor \ . \tag{35}$$

A teszteket 2 és 10 kvantálási szinttel végeztük ($q = 2$ és $q = 10$). Megfigyeltük, hogy Gauss-zaj jelenlétében szinte minden esetben a lokális módszer lényegesen jobb eredményt nyújtott, mint globális párja, de elfogadható eredményeket adott só-bors zajra is. Speckle zaj esetén a globális Q-konkávsági mérték tűnt a legjobb választásnak, bár egyes esetekben (különösen kisebb ablakméreteknél), a lokális változat is közel hasonló pontosságot eredményezett.

Ezután arra a kérdésre tértünk ki, hogy mely ablakméret és mely kvantálási felbontás eredményezheti a legjobb osztályozási pontosságot, és ennek meghatározására is bemutattunk egy módszert.

5.3. Lokális kvadráns-konkávsági hisztogramok bináris képrekonstrukcióhoz

Végül azt tanulmányoztuk, hogy az LQH információ tudja-e javítani a bináris képrekonstrukció minőségét két vetület használata esetén.

Az 1. képletben alkalmazott regularizációs függvény ezúttal a lokális Q-konkávsági mértékre épült. Feltéve, hogy a rekonstruálandó kép egy adott osztályhoz tartozik, ennek az osztálynak kiválaszthatóak reprezentáns példányai, és kiszámítható az LQH vektoruk. A rekonstrukció során az LQH vektorokat használtuk prior információként. Ismételten két vetülettel dolgoztunk: horizontális (H) és vertikális (V). Az 1. képlet ezúttal a következő formában írható fel:

$$C(\mathbf{X}) = ||H - H'||_2 + ||V - V'||_2 + || + \gamma \cdot \Phi(\mathbf{X}) \ \rightarrow \min , \tag{36}$$

ahol H és V ismételten input vektorok (a kép sor- és oszlopösszegei); H' és V' az aktuális megoldáshoz tartozó vetületi értékek; $\Phi(\mathbf{X})$ pedig meghatározza a minimális Euklideszi-távolságot az aktuális megoldás LQH vektora, valamint minden korábban megvizsgált példány LQH vektora között, azaz

$$\Phi(\mathbf{X}) = \min_t \{||LQH(\mathbf{X}) - LQH(\mathbf{X}_t)||_2\} , \tag{37}$$

ahol $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \ldots, \mathbf{X}_t$ a t darab minta kép az $\mathbf{X}$ osztályából, melyet előzetesen megvizsgáltunk.

Az LQH-t (normalizálással és kvantálással) a 30 - 35 képletek alapján implementáltuk. Ismételten SA-t használtunk a célfüggvény (36. képlet) optimalizálása érdekében.

5.3.1. Gyors LQH számítás

Az LQH-k újbóli kiszámítása az SA minden egyes iterációjában nagyon időigényes. Egy gyorsított változat alkalmazása továbbá akkor is hasznos lehet, amikor egyszerre több ilyen leírót kell feldolgozni (pl. osztályozási feladatok esetén). Az alábbi három eltérő stratégiát dolgoztuk ki az LQH-k kiszámításához szükséges futási idő csökkentésére.

Az első egy dinamikus programozás alapú megközelítés (DP), melynek során a számítási komplexitást úgy csökkentjük, hogy az LQH-t csak egy pixelre számítjuk ki, a többi esetben pedig csak a különbségeket vesszük figyelembe. Sajnos kisebb méretű ablakok esetén (mint amivel mi is dolgoztunk) a DP-nek magasabb volt a futási ideje, mint az eredeti módszernek, hiszen a DP minden egyes pixel esetén kiszámítja és tárolja az LQH értéket, míg az eredeti módszer csak a 0 értékű pixeleket veszi figyelembe. Olyan alkalmazásoknál azonban, amelyeknél nagyobb ablakméret szükséges, jól alkalmazható, ugyanis ilyenkor a szükséges futási idő jelentősen csökkenthető.

A második ötlet szerint az összes pixel figyelembe vétele helyett azoknak csak bizonyos, előre meghatározott részére (10%, 20%, stb.) számítjuk ki az LQH értékeket. Ezen pixeleket véletlenszerűen választjuk ki. Az eredmények bizonyították, hogy a véletlenszerű mintavételezéssel nyert LQH értékek nagyban hasonlítottak a teljes kiértékeléshez, már 20%-nál is. Ezzel a stratégiával a futási idő drasztikusan csökkenthető. Sajnos azonban az SA esetében ez

a módszer nem vethető be, hiszen az algoritmus önmagában jelentős mértékű véletlenszerűséget tartalmaz. A megközelítés létjogosultsága azonban vitathatatlan, hiszen amikor például rengeteg képre kívánunk LQH-t számítani, a módszer óriási időmegtakarítást eredményezhet.

A harmadik megközelítés során azt a tényt használtuk ki, hogy az LQH vektort nem szükséges mindig újra kiszámolni, hiszen iterációnként csak egy pixel változik. Ennek alapján frissíthetjük az LQH-t csak azon képrész figyelembe vételével, amelyre a pixel változása hatással volt. A módszer alkalmazásával jelentősen csökkenthető a futási idő. Ez a stratégia továbbá teljes mértékben összhangban áll az SA koncepciójával, ezért esett erre a választásunk.

5.3.2. Eredmények

A teszteket ismételten a korábbi adathalmazokon hajtottuk végre: 1) szoftver fantom képeken (6 különböző képosztály); 2) és a Brodatz textúra adatbázisból vett valós képeken [4].

Az SA paramétereit manuálisan, empirikus módon határoztuk meg. Az algoritmus minden esetben egy véletlenszerűen generált bináris képből indult, a megállási feltételek pedig az 1 000 000 iteráció elérése, vagy egy megadott számú iteráció végrehajtása az optimum érték javulása nélkül (ξ paraméter) voltak. A kiindulási hőmérséklet: $T_1 = 350$. A metódus energiaszintjének folyamatos csökkentéséért a hűtési karakterisztika felelt ($\alpha = 0.99$). A hőmérséklet azonos energiaszinten maradhatott néhány iteráció erejéig, melyet a $\beta = 0.035$ paraméter kontrollált. A szomszéd választása egy pixel véletlenszerű kiválasztását, és annak invertálását jelentette. Az alábbi paraméterek pontos értéke az osztályoktól függött: $\gamma \in [0.4, 0.7]$; $\xi \in [3000, 6000]$; az ablakméret pedig $u \times u \in \{3 \times 3, 5 \times 5, \ldots, 13 \times 13\}$. A kvantálási szintek száma $q = 10$. Osztályonként 150 darab, 128×128 méretű minta képet használtunk prior adathalmazként.

Megállapítottuk, hogy az LQH használata prior információként szignifikáns javulást eredményez a rekonstrukció minőségében. Annak ellenére, hogy a rekonstruált kép struktúrája nem hasonlított teljes mértékben az eredeti kép struktúrájához, a célfüggvény tagjainak alacsony végső értékei megmagyarázzák ezt a jelenséget: a vetületek alacsony információtartalma okozza. Ahogyan azt már korábban is megállapíthattuk, a két vetületből történő rekonstrukció erősen alulhatározott feladat. Összehasonlításként megvizsgáltuk ugyanezen képek Ryser algoritmus által előállított eredményét (amely nem tud prior információt felhasználni). A pixelhiba hasonló lett, vagyis a rosszul osztályozott pixelek relatív mennyisége megegyezik, az SA esetében azonban a vizuális minőség sokkal jobb.

Jelen téziscsoport eredményei két konferencia kiadványban jelentek meg [6, 31], valamint benyújtásra került belőlük egy folyóirat cikk is [30].

6. Az eredmények tézisszerű összefoglalása

Az értekezés eredményei három csoportba sorolhatók. Az eredmények és a kapcsolódó publikációk viszonyát az 1 táblázat foglalja össze.

Az első téziscsoportban azt vizsgáltam, hogy kevés vetület használata esetén a textúra információ hogyan javíthatja a bináris rekonstrukció minőségét. Az eredményeket egy konferencia kiadványban [29] és egy folyóiratban [28] publikáltam.

I/1. Megvizsgáltam és beépítettem az alap LBP-t a rekonstrukciós folyamatba, majd a megfelelő optimalizálási problémát SA-val oldottam meg. Különböző adathalmazokon teszteltem az algoritmust, végül kiértékeltem az eredményeket.

I/2. Megvizsgáltam és összehasonlítottam a különböző LBP variánsokat, melynek során megállapítottam, hogy esetünkben az SLBP a legjobban alkalmazható változat. Definiáltam a megfelelő célfüggvényt, és integráltam az SLBP-t a rekonstrukciós folyamatba, majd a megfelelő optimalizálási problémát SA-val oldottam meg. Különböző adathalmazokon teszteltem az algoritmust és értékeltem ki az eredményeket. Az eredmények összehasonlíthatósága érdekében az RME mellett egyéb minőség-mérőszámokat is definiáltam.

A második téziscsoportban a Nonogram játék ötlete alapján újfajta priort határoztam meg, amely a rekonstruált kép szerkezetét írja le: a futamok (maximális számú egymást követő fekete pixelek) számát az egyes sorokban és oszlopokban. Az eredményeket három konferencia kiadványban [2, 27, 32] publikáltam.

II/1. A rekonstrukciós feladatot először egész értékű programozási feladattal oldottam meg. Javasoltam továbbá egy szimulált hűtésen (Simulated Annealing, SA) alapuló, sztochasztikus módszert is. Az algoritmusok eredményeit összehasonlítottam.

II/2. Különböző stratégiákat határoztam meg az SA algoritmushoz, implementáltam és összehasonlítottam őket. Többféle adathalmazon végeztem tesztelést és értékeltem ki az eredményeket. Megvizsgáltam, hogy a kapcsoló komponensek jelenléte hogyan befolyásolhatja a rekonstrukciós folyamatot.

A harmadik téziscsoport a globális és lokális kvadráns-konvexitáson (Quadrant-convexity, Q-konvexitás) alapszik. Az eredményeket két konferencia kiadványban [6, 31] publikáltam, továbbá benyújtottam egy folyóirat cikket is [30].

III/1. Teszteltem és elemeztem a globális Q-konvexitáson alapuló módszer osztályozási pontosságát.

III/2. Különböző megközelítéseket dolgoztam ki a lokális Q-konkávsági hisztogramok (LQH) kiszámításához. A javaslatok formalizálása után teszteltem a módszerek osztályozási pontosságát és kiértékeltem az eredményeket.

III/3. A megfelelő LQH változatot adaptáltam a rekonstrukciós folyamatba, és különböző adathalmazokon teszteltem. Kidolgoztam az LQH gyors kiszámítására vonatkozó variánsokat. Végül kiértékeltem az eredményeket.

	[28]	[29]	[2]	[32]	[27]	[6]	[31]	[30]
I/1.	•							
I/2.		•						
II/1.			•					
II/2.				•	•			
III/1.						•		
III/2.							•	
III/3.								•

1. táblázat. A tézispontok és a Szerző publikációinak kapcsolata.

Hivatkozások

[1] T. Ahonen és M. Pietikäinen. "Soft histograms for local binary patterns". *Proceedings of the Finnish signal processing symposium, FINSIG*. 5. köt. 9. 2007, 1–4. old.

[2] P. Balázs és J. Szűcs. "Reconstruction of Binary Images with Fixed Number of Strips". *International Conference Image Analysis and Recognition*. Springer. 2018, 11–19. old.

[3] K. J. Batenburg és J. Sijbers. "DART: a practical reconstruction algorithm for discrete tomography". *IEEE Transactions on Image Processing* 20.9 (2011), 2542–2553. old.

[4] P. Brodatz. *Textures: a photographic album for artists and designers*. Dover Pubns, 1966.

[5] S. Brunetti, P. Balázs és P. Bodnár. "Extension of a one-dimensional convexity measure to two dimensions". *International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery*. Springer. 2017, 219–230. old.

[6] S. Brunetti, P. Balázs, P. Bodnár és J. Szűcs. "A Spatial Convexity Descriptor for Object Enlacement". *International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery*. Springer. 2019, 330–342. old.

[7] S. Brunetti és A. Daurat. "An algorithm reconstructing convex lattice sets". *Theoretical Computer Science* 304.1-3 (2003), 35–57. old.

[8] S. Brunetti és A. Daurat. "Reconstruction of convex lattice sets from tomographic projections in quartic time". *Theoretical Computer Science* 406.1-2 (2008), 55–62. old.

[9] C. J. Carstens. "Proof of uniform sampling of binary matrices with fixed row sums and column sums for the fast curveball algorithm". *Physical Review E* 91.4: 042812 (2015).

[10] C. J. Carstens, A. Berger és G. Strona. "A unifying framework for fast randomization of ecological networks with fixed (node) degrees". *MethodsX* 5 (2018), 773–780. old.

[11] M. Clément, C. Kurtz és L. Wendling. "Fuzzy directional enlacement landscapes". *International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery*. Springer. 2017, 171–182. old.

[12] M. Clément, A. Poulenard, C. Kurtz és L. Wendling. "Directional Enlacement Histograms for the Description of Complex Spatial Configurations between Objects". *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 39.12 (2017), 2366–2380. old.

[13] G. Dahl és T. Flatberg. "Optimization and reconstruction of hv-convex (0, 1)-matrices". *Discrete applied mathematics* 151.1-3 (2005), 93–105. old.

[14] *Digital Rocks Portal*. `https://www.digitalrocksportal.org`.

[15] F. Eibe, M. A. Hall és I. H. Witten. "The WEKA workbench. Online appendix for data mining: practical machine learning tools and techniques". *Morgan Kaufmann*. 2016.

[16] M. M. Fraz, P. Remagnino, A. Hoppe, B. Uyyanonvara, A. R. Rudnicka, C. G. Owen és S. A. Barman. "An ensemble classification-based approach applied to retinal blood vessel segmentation". *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 59.9 (2012), 2538–2548. old.

[17] D. Iakovidis, E. Keramidas és D. Maroulis. "Fuzzy local binary patterns for ultrasound texture characterization". *Image Analysis and Recognition* (2008), 750–759. old.

[18] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt és M. P. Vecchi. "Optimization by simulated annealing". *Science* 220.4598 (1983), 671–680. old.

[19] A. Kuba, G. T. Herman, S. Matej és A. Todd-Pokropek. "Medical applications of discrete tomography". *Discrete Mathematical Problems with Medical Applications, DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science, AMS* 55 (2000), 195–208. old.

[20] G. Kylberg és I.-M. Sintorn. "Evaluation of noise robustness for local binary pattern descriptors in texture classification". *EURASIP Journal on Image and Video Processing* 2013.1: 17 (2013).

[21] R. Mehta és K. Egiazarian. "Dominant rotated local binary patterns (DRLBP) for texture classification". *Pattern Recognition Letters* 71 (2016), 16–22. old.

[22] J. Odstrcilik, R. Kolar, A. Budai, J. Hornegger, J. Jan, J. Gazarek, T. Kubena, P. Cernosek, O. Svoboda és E. Angelopoulou. "Retinal vessel segmentation by improved matched filtering: evaluation on a new high-resolution fundus image database". *IET Image Processing* 7.4 (2013), 373–383. old.

[23] T. Ojala, M. Pietikäinen és D. Harwood. "A comparative study of texture measures with classification based on featured distributions". *Pattern Recognition* 29.1 (1996), 51–59. old.

[24] H. J. Ryser. "Combinatorial properties of matrices of zeros and ones". *Canadian Journal of Mathematics* 9 (1957), 371–377. old.

[25] J. Staal, M. D. Abràmoff, M. Niemeijer, M. A. Viergever és B. Van Ginneken. "Ridge-based vessel segmentation in color images of the retina". *IEEE transactions on medical imaging* 23.4 (2004), 501–509. old.

[26] G. Strona, D. Nappo, F. Boccacci, S. Fattorini és J. San-Miguel-Ayanz. "A fast and unbiased procedure to randomize ecological binary matrices with fixed row and column totals". *Nature communications* 5.1 (2014), 1–9. old.

[27] J. Szűcs és P. Balázs. "An Improved Simulated Annealing Approach for Reconstructing Binary Images with Fixed Number of Strips". *International Conference on Image Analysis and Recognition*. Springer. 2019, 174–185. old.

[28] J. Szűcs és P. Balázs. "Binary Image Reconstruction Using Local Binary Pattern Priors". *International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing* 11 (2017), 296–299. old.

[29] J. Szűcs és P. Balázs. "Binary Tomography Using Variants of Local Binary Patterns as Texture Priors". *International Conference on Computer Analysis of Images and Patterns*. Springer. 2019, 141–154. old.

[30] J. Szűcs és P. Balázs. "Local Q-Concavity Histograms for Binary Image Classification and Reconstruction". ***Submitted*** *to The Visual Computer* (2021).

[31] J. Szűcs és P. Balázs. "Local Q-Convexity Histograms for Shape Analysis". *International Workshop on Combinatorial Image Analysis*. Springer. 2020, 245–257. old.

[32] J. Szűcs és P. Balázs. "Variants of Simulated Annealing for Strip Constrained Binary Tomography". *Lecture Notes in Computer Science 10986*. 2019, 1–11. old.

[33] L. G. Varga, L. G. Nyúl, A. Nagy és P. Balázs. "Local and global uncertainty in binary tomographic reconstruction". *Computer Vision and Image Understanding* 129 (2014). Special section: Advances in Discrete Geometry for Computer Imagery, 52–62. old.

[34] J. Wolter. *Web Paint-by-Number*. `https://webpbn.com/`.

A Szerző publikációs listája

Folyóirat publikációk

- Judit Szűcs, Péter Balázs: Binary Image Reconstruction Using Local Binary Pattern Priors; In: International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing (NAUN) 11, pp. 296-299. (2017). ISSN: 1998-4464. SJR: Q4

- Judit Szűcs, Péter Balázs: Local Q-Concavity Histograms for Binary Image Classification and Reconstruction; *In:* ***Submitted*** *to The Visual Computer* SJR: Q2

Konferencia kiadványok

- Péter Balázs, Judit Szűcs: Reconstruction of Binary Images with Fixed Number of Strips; In: Image Analysis and Recognition. Ed. by Aurélio Campilho, Fakhri Karray, and Bart ter Haar Romeny. Vol. 10882. Cham: Springer International Publishing, 2018, pp. 11-19.
(ISBN: 978-3-319-93000-8)
DOI: 10.1007/978-3-319-93000-8_2 CORE: C

- Judit Szűcs, Péter Balázs: Variants of Simulated Annealing for Strip Constrained Binary Tomography; In: Computational Modeling of Objects Presented in Images. Fundamentals, Methods, and Applications. Ed. by Reneta P. Barneva et al. Vol. 10986. Cham: Springer International Publishing, 2019, pp. 82-92.
(ISBN: 978-3-030-20805-9)
DOI: 10.1007/978-3-030-20805-9_8

- Sara Brunetti, Péter Balázs, Péter Bodnár, Judit Szűcs: A Spatial Convexity Descriptor for Object Enlacement; In: Proceedings of International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery. Ed. by Michel Couprie et al. Vol. 11414. Cham: Springer International Publishing, 2019, pp. 330-342.
(ISBN: 978-3-030-20805-9)
DOI: 10.1007/978-3-030-14085-4_26 CORE: C

- Judit Szűcs, Péter Balázs: An Improved Simulated Annealing Approach for Reconstructing Binary Images with Fixed Number of Strips; In: Image Analysis and Recognition. Ed. by Fakhri Karray, Aurélio Campilho, and Alfred Yu. Vol. 11662. Cham: Springer International Publishing, 2019, pp. 174-185.
(ISBN: 978-3-030-27202-9)
DOI: 10.1007/978-3-030-27202-9_15 CORE: C

- Judit Szűcs, Péter Balázs: Binary Tomography Using Variants of Local Binary Patterns as Texture Priors; In: Computer Analysis of Images and Patterns. Ed. by Mario Vento and Gennaro Percannella. Vol. 11678. Cham: Springer International Publishing, 2019, pp. 141-154.
(ISBN: 978-3-030-29891-3)
DOI: 10.1007/978-3-030-29888-3_12 CORE: B

- Judit Szűcs, Péter Balázs: Local Q-Convexity Histograms for Shape Analysis; In: Combinatorial Image Analysis. Ed. by Tibor Lukić et al. Vol. 12148. Cham: Springer International Publishing, 2020, pp. 245–257.
(ISBN: 978-3-030-51002-2)
DOI: 10.1007/978-3-030-51002-2_18 CORE: C

Egyéb publikációk

- Balázs Péter, Lékó Gábor, Ozsvár Zoltán, Petrovszki Gábor, Szűcs Judit, Varga László: 3D ipari CT szkenner informatikai rendszerének tervezése és fejlesztése; In: Képfeldolgozók és Alakfelismerők Társaságának 11. konferenciája, Szováta, Romania, 24-27 January, 2017, Paper Nr. 58.

- Judit Szűcs, Péter Balázs: Binary Image Reconstruction based on Structural Information; In: 4th Winter School of PhD Students in Informatics and Mathematics, Pécs, Hungary, 24-26 February, 2017, pp. 33-34.
(ISBN: 978-615-5586-12-5)

- Szűcs Judit: Képrekonstrukció tanult strukturális információval; In: XXXIII. Országos Tudományos Diákköri Konferencia, Informatika Tudományi Szekció, Számítógépes jelfeldolgozás, alakfelismerés tagozat, Veszprém, Hungary, 22 April, 2017.

- Judit Szűcs, Péter Balázs: Binary Image Reconstruction with Strip Constraints; In: 5th Winter School of PhD Students in Informatics and Mathematics, Debrecen, Hungary, 2-4 March, 2018, pp. 42-43.
(ISBN: 978-615-5586-23-1)

- Judit Szűcs: Image Reconstruction from Picross-based Vectors; In: Tavaszi Szél Konferencia 2018 absztrakt kötet, pp. 324.
(ISBN: 978-615-5586-26-2)

- Judit Szűcs and Péter Balázs: Strip Constrained Binary Tomography; In: Volume of Short Papers of the 11th Conference of PhD Students in Computer Science, Szeged, Hungary, 25-27 June, 2018, pp. 96.

- Szűcs Judit, Balázs Péter: Bináris rekonstrukció nonogramszerű priorral; In: Képfeldolgozók és Alakfelismerők Társaságának 12. Konferenciája, Debrecen, Hungary, 28-31 January, 2019, Paper Nr. 13.

- Judit Szűcs, Péter Balázs: Binary Image Reconstruction Based on Texture Priors; In: 6th Winter School of PhD Students in Informatics and Mathematics; Szeged, Hungary, 22-24 February, 2019, pp. 30.
(ISBN: 978-615-5586-37-8)

- Judit Szűcs, Péter Balázs: A Q-Convexity Based Local Shape Descriptor; In: 7th Winter School of PhD Students in Informatics and Mathematics; Veszprém, Hungary, 24-26 January, 2020, pp. 34.
(ISBN: 978-615-5586-54-5)

- Szűcs Judit: Q-konvexitáson alapuló alakleíró; In: XXIII. Tavaszi Szél Konferencia 2020 absztrakt kötet I., pp. 365.
(ISBN: 978-615-5586-70-5)

Társszerzői nyilatkozat

Alulírott **Dr. Balázs Péter** ezúton kijelentem, hogy ismerem **Szűcs Judit**, PhD fokozatra pályázó **Texture, Nonogram, and Convexity Priors in Binary Tomography** című disszertációját. A közösen publikált és a disszertáció tézispontjaiban összefoglalt eredményekről az alábbi nyilatkozatot teszem.

Tézispontokhoz hozzárendelve, a következő cikkekben és eredményekben a pályázó hozzájárulása volt a meghatározó:

- Judit Szűcs, Péter Balázs: Binary Image Reconstruction Using Local Binary Pattern Priors; In: International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing (NAUN) 11, pp. 296-299. (2017). ISSN: 1998-4464. SJR: Q4

  I/1. Az alap LBP vizsgálata és beépítése a rekonstrukciós folyamatba, valamint a megfelelő optimalizálási probléma SA-val való megoldása. Az algoritmus különböző adathalmazokon való tesztelése, végül az eredmények kiértékelése.

- Judit Szűcs, Péter Balázs: Binary Tomography Using Variants of Local Binary Patterns as Texture Priors; In: Computer Analysis of Images and Patterns. Ed. by Mario Vento and Gennaro Percannella. Vol. 11678. Cham: Springer International Publishing, 2019, pp. 141-154.
  (ISBN: 978-3-030-29891-3)
  DOI: 10.1007/978-3-030-29888-3_12 CORE: B

  I/2. A különböző LBP variánsok vizsgálata és összehasonlítása. Az alkalmas változat (SLBP) beépítése a célfüggvénybe, optimalizálási feladat megoldása. Az algoritmus különböző adathalmazokon való tesztelése, kiértékelése, minőség-mérőszámok definiálása.

- Péter Balázs, Judit Szűcs: Reconstruction of Binary Images with Fixed Number of Strips; In: Image Analysis and Recognition. Ed. by Aurélio Campilho, Fakhri Karray, and Bart ter Haar Romeny. Vol. 10882. Cham: Springer International Publishing, 2018, pp. 11-19.
  (ISBN: 978-3-319-93000-8)
  DOI: 10.1007/978-3-319-93000-8_2 CORE: C

  II/1. A rekonstrukciós feladat megoldása determinisztikus és sztochasztikus módszerekkel. Az algoritmusok eredményeinek összehasonlítása.

- Judit Szűcs, Péter Balázs: Variants of Simulated Annealing for Strip Constrained Binary Tomography; In: Computational Modeling of Objects Presented in Images. Fundamentals, Methods, and Applications. Ed. by Reneta P. Barneva et al. Vol. 10986. Cham: Springer International Publishing, 2019, pp. 82-92.
  (ISBN: 978-3-030-20805-9)
  DOI: 10.1007/978-3-030-20805-9_8

- Judit Szűcs, Péter Balázs: An Improved Simulated Annealing Approach for Reconstructing Binary Images with Fixed Number of Strips; In: Image Analysis and Recognition. Ed. by Fakhri Karray, Aurélio Campilho, and Alfred Yu. Vol. 11662. Cham: Springer International Publishing, 2019, pp. 174-185.
  (ISBN: 978-3-030-27202-9)
  DOI: 10.1007/978-3-030-27202-9_15 CORE: C

II/2. Különböző stratégiák meghatározása az SA algoritmushoz, azok implementációja, valamint összehasonlítása. Különböző adathalmazokon való tesztelés, az eredmények kiértékelése. Kapcsoló komponensek vizsgálata.

- Sara Brunetti, Péter Balázs, Péter Bodnár, Judit Szűcs: A Spatial Convexity Descriptor for Object Enlacement; In: Proceedings of International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery. Ed. by Michel Couprie et al. Vol. 11414. Cham: Springer International Publishing, 2019, pp. 330-342.
  (ISBN: 978-3-030-20805-9)
  DOI: 10.1007/978-3-030-14085-4_26 CORE: C

  III/1. A globális Q-konvexitáson alapuló módszer osztályozási pontosságának tesztelése és elemzése.

- Judit Szűcs, Péter Balázs: Local Q-Convexity Histograms for Shape Analysis; In: Combinatorial Image Analysis. Ed. by Tibor Lukić et al. Vol. 12148. Cham: Springer International Publishing, 2020, pp. 245–257.
  (ISBN: 978-3-030-51002-2)
  DOI: 10.1007/978-3-030-51002-2_18 CORE: C

  III/2. Különböző megközelítések kidolgozása a lokális Q-konkávsági hisztogramok (LQH) kiszámításához. A módszerek osztályozási pontosságának tesztelése, az eredmények kiértékelése.

- Judit Szűcs, Péter Balázs: Local Q-Concavity Histograms for Binary Image Classification and Reconstruction; *In:* ***Submitted*** *to The Visual Computer* SJR: Q2

  III/3. A megfelelő LQH változat adaptációja a rekonstrukciós folyamatba, tesztelés elvégzése különböző adathalmazokon, az eredmények kiértékelése. LQH gyors kiszámítására vonatkozó variánsok kidolgozása.

Ezen eredményeket nem használtam fel, és a jövőben sem kívánom felhasználni tudományos fokozat megszerzéséhez.

Kelt: Szeged, 2021.01.06. .....

.....
Dr. Balázs Péter

Társszerzői nyilatkozat

Alulírott **Dr. Bodnár Péter** ezúton kijelentem, hogy ismerem **Szűcs Judit**, PhD fokozatra pályázó **Texture, Nonogram, and Convexity Priors in Binary Tomography** című disszertációját. A közösen publikált és a disszertáció tézispontjaiban összefoglalt eredményekről az alábbi nyilatkozatot teszem.

Tézispontokhoz hozzárendelve, a következő cikkekben és eredményekben a pályázó hozzájárulása volt a meghatározó:

- Sara Brunetti, Péter Balázs, Péter Bodnár, Judit Szűcs: A Spatial Convexity Descriptor for Object Enlacement; In: Proceedings of International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery. Ed. by Michel Couprie et al. Vol. 11414. Cham: Springer International Publishing, 2019, pp. 330-342.
  (ISBN: 978-3-030-20805-9)
  DOI: 10.1007/978-3-030-14085-4_26 CORE: C

  III/1. A globális Q-konvexitási módszer osztályozási pontosságának tesztelése és elemzése.

Ezen eredményeket nem használtam fel, és a jövőben sem kívánom felhasználni tudományos fokozat megszerzéséhez.

Kelt: Szeged, 2021.01.03.

Bodnár Péter

Dr. Bodnár Péter

Coauthor's declaration

I hereby certify that I am familiar with the thesis of the applicant Ms. **Judit Szűcs** entitled **Texture, Nonogram, and Convexity Priors in Binary Tomography**. Regarding our jointly obtained results that form part of this PhD dissertation, I declare the followings.

Assigned to thesis points, the applicant's contribution was prominent in obtaining the following results in the following papers.

- Sara Brunetti, Péter Balázs, Péter Bodnár, Judit Szűcs: A Spatial Convexity Descriptor for Object Enlacement; In: Proceedings of International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery. Ed. by Michel Couprie et al. Vol. 11414. Cham: Springer International Publishing, 2019, pp. 330-342.
  (ISBN: 978-3-030-20805-9)
  DOI: 10.1007/978-3-030-14085-4_26 CORE: C

  III/1. Analyzing and testing the classification accuracy of the global Q-convexity method.

I did not and will not use these results in getting an academic research degree.

Date: ...3/01/2021.....

.....
Sara Brunetti, Ph.D.