

**Szegedi Tudományegyetem
Képfeldolgozás és Számítógépes Grafika Tanszék**

Diszkrét tomográfiai és PACS képfeldolgozó rendszerek

Doktori értekezés

Nagy Antal

Témavezető

Dr. Kuba Attila

**Szeged
2006**

Édesanyám emlékére ...

Köszönetnyilvánítás

Köszönetet szeretnék mondani az Informatikai Tanszékcsoport vezetőségének, hogy használhattam a tanszék infrastruktúráját kutatásaim során, valamint, hogy lehetőséget biztosítottak számomra a dolgozat elkészítéséhez.

Hálás vagyok témavezetőmnek, Kuba Attilának, aki mind szakmailag, mind pedig emberileg munkám során végig támogatott. Köszönettel tartozom neki, hogy időt és fáradságot nem kímélve irányította munkámat, megjegyzéseivel és javaslataival segítette dolgozatom elkészülését.

Köszönetet szeretnék mondani Kiss Zoltánnak, Sven Krimmelnek, Dr. Martin Samalnak, Dr. Balaskó Mártonnak, Rodek Lajosnak és Ruskó Lászlónak, hogy közreműködésükkel a diszkrét tomográfia témakörben együtt dolgozhattunk. Szeretnék köszönetet mondani Dr. Werner Backfriedernek és a müncheni „Corporate Technology PS 9, Siemens AG”-nek, hogy kutatásaimhoz adatokat bocsátottak rendelkezésre.

A képarchiváló- és továbbító rendszer (PACS) fejlesztése és az ahhoz kapcsolódó kutatások során Dr. Csernay László professzor, Dr. Almási László megjegyzései és javaslatai nagyban hozzájárultak ahhoz, hogy egy klinikai környezetben használható rendszer jöjjön létre. Ezúton szeretnék köszönetet mondani nekik és munkatársaiknak a kutatás és fejlesztés során nyújtott segítségükért.

Köszönettel tartozom kollégáimnak Máté Eörsnek, Dudásné Nagy Mariannának, Palágyi Kálmánnak, Nyúl Lászlónak, Tanács Attilának és Kató Zoltánnak, akik munkám során gondolataikkal, javaslataikkal és biztatásukkal segítették a munkámat.

Külön szeretnék köszönetet mondani Nyúl László kollégámnak, barátomnak, aki rendelkezésemre bocsátotta a dolgozat stílusát, valamint a dolgozat írása közben nyújtott technikai segítségéért.

Köszönettel tartozom szüleimnek is, hogy szeretetükkel és bizalmukkal támogattak, annak ellenére, hogy ilyen messze kerültem a szülői háztól.

Szavakkal nem írható le az a hála, amivel feleségemnek tartozom azért, hogy mindig mellettem állt a nehéz pillanatokban. Köszönöm neki, hogy a világ legjobb édesanyjaként Kristóf fiamnak megadta azt, amit sűrű teendőim miatt néha elmulasztottam és biztosította számunkra a biztos családi háttérrel.

A munkámat a következő pályázatok segítették: Felzárkózás az Európai Felsőoktatáshoz Alap (FEFA) III, FEFA IV, Felsőoktatási Kutatási és Fejlesztési Pályázatok (FKFP) 0908/1997, Országos Tudományos Kutatási Alapprogram (OTKA) T032241, OTKA T048476 és National Science Foundation (NSF) DMS 0306215.

Rövidítések

ACR	- American College of Radiology - Amerikai Radiológus Társaság	DT	- discrete tomography - diszkrét tomográfia
ART	- Algebraic Reconstruction Techniques - Algebrai Rekonstrukciós Módszerek	EDT	- emission discrete tomography - emissziós diszkrét tomográfia
CD	Compact Disc	FEFA	Felzárkózás az Európai Felsőoktatáshoz Alap (pályázati szervezet)
CR	- computed radiography - digitális radiográfia	FKFP	Felsőoktatási Kutatási és Fejlesztési Pályázatok (pályázati szervezet)
CS	- code string - kód	FTP	File Transfer Protocol
CMYK	cyan, magenta, yellow, black (színmodell)	HTML	HyperText Markup Language
CT	- computerized tomography, computer tomograph - számítógépes tomográfia, számítógépes tomográf	HSV	hue, saturation, value (színmodell)
DAT	- Digital Audio Tape - digitális audió szalag	IAEA	- International Atomic Energy Agency - Nemzetközi Atomenergetikai Ügynökség
DICOM	- Digital Imaging and Communications in Medicine - digitális képalkotás- és kommunikáció az orvostudományban (szabvány)	JATE	József Attila Tudományegyetem
DSA	- digital subtraction angiography - digitális szubtrakciós angiográfia	JPEG	Joint Photographic Experts Group
		NEMA	- National Electrical Manufacturers Association - Nemzeti Elektromos Készülékgyártók Szervezete
		NFS	Network File System
		NM	- nuclear medicine - nukleáris medicina
		NSF	National Science Foundation
		MS	Microsoft

MR	• magnetic resonance • mágneses rezonancia	RIS	• Radiology Information System • radiológiai információs rendszer
MRI	• magnetic resonance imaging • mágneses rezonanciás képalkotás	SQL	• Standard Query Language • szabványos lekérdező nyelv
OTKA	Országos Tudományos Kutatási Alapprogram (pályázati szervezet)	TIFF	Tagged Image File Format (képformátum)
PACS	• Picture Archiving and Communication System • képarchiváló- és továbbító rendszer	US	• ultra sound • ultrahang
PC	• personal computer • személyi számítógép	UID	• Unique Identifier • egyedi azonosító
PNG	Portable Network Graphics (képformátum)	SA	• simulated annealing • szimulált hűtés
RGB	red, green, blue (színmodell)	SPECT	Single Photon Emission Computed Tomography
RGBA	red, green, blue, alpha (színmodell)	SZOTE	Szent-Györgyi Albert Orvostudományi Egyetem
		VR	• value representation • érték reprezentáció

Tartalomjegyzék

Köszönetnyilvánítás	iii
Rövidítések	v
1. Bevezetés	1
2. Diszkrét tomográfiai rendszer	3
2.1. Rekonstrukciós probléma legyező-nyaláb vetületekre	6
2.2. A legyező-nyaláb modell	7
2.3. A rekonstrukció, mint optimalizálási feladat	8
2.3.1. Szimulált hűtés	9
2.4. Szimulációs kísérletek	11
2.4.1. Vetületek számítása vonalmenti integrállal	13
2.4.2. Vetületek számítása területi integrállal	25
2.4.3. Eredmények	30
2.4.4. Diszkusszió	32
2.5. Alkalmazások	34
2.5.1. Nemroncsoló anyagvizsgálat röntgensugárzás esetén	34
2.5.2. Csővezetékek vizsgálata neutron tomográfiai módszerrel	38
2.5.3. Diszkusszió	43
2.6. Összefoglalás	43
3. Emissziós diszkrét tomográfiai rendszer	47
3.1. EDT speciális abszorpciós értékre	47
3.1.1. β -alapú számrendszerben való számábrázolás	49
3.1.2. A $h\nu$ -konvex bináris mátrixok variáns és invariáns pozíciói	51
3.1.3. Egy algoritmus variáns és invariáns pozíciók meghatározására	52
3.1.4. Diszkusszió	55
3.2. Emissziós diszkrét tomográfiai alkalmazás faktorstruktúrákra	55
3.2.1. A fantom	57
3.2.2. Faktoranalízis	57
3.2.3. Eredmények	64
3.2.4. Diszkusszió	68
3.3. Összefoglalás	68

4. Képatchiváló- és továbbító rendszer	69
4.1. Bevezetés	69
4.2. SZOTE-PACS felépítése	70
4.2.1. Vizsgálatok begyűjtése	71
4.2.2. Archiválás	73
4.2.3. Megjelenítés és feldolgozás	74
4.2.4. Szalagos mentés	74
4.3. A képatchiváló rendszer megvalósítása	76
4.3.1. Biztonság	76
4.3.2. RIS kapcsolat	76
4.3.3. Automatikus folyamatok	77
4.3.4. IDICON programcsomag	78
4.3.5. Képtömörítés	80
4.4. Tapasztalatok a SZOTE-PACS üzemeltetésével kapcsolatban	81
4.4.1. DICOM problémák	81
4.4.2. Megjegyzések a DICOM szabvánnyal kapcsolatban	83
4.4.3. Megjegyzések az IDICON programcsomaggal kapcsolatban	83
4.5. Összefoglalás	84
Irodalomjegyzék	87
Összefoglaló	93
Summary	97
Publikációk	101

1. fejezet

Bevezetés

A képfeldolgozás az informatika egyik legdinamikusabban fejlődő ága. A hardver fejlődésével újabb és újabb területen használnak digitális képeket, amelyeket bonyolult rendszerekben archiválnak, kódolnak, továbbítanak, dolgoznak fel és jelenítenek meg. A képfeldolgozó rendszerek egyre fontosabb szerepet játszanak az orvostudományban, az űrkutatásban, a meteorológiában, sőt azt lehet mondani, hogy szinte minden tudományterületen. Az általános célú képfeldolgozó rendszerek mellett kifejlődtek speciális, egy-egy adott feladat megoldására alkalmas rendszerek is. Ma már a fontosabb alkalmazásokban inkább ezek a képfeldolgozó rendszerek használatosak. Így van ez akkor is, amikor 3-dimenziós (3D) tárgyak keresztmetszeti képeit állítják elő azok vetületi képeiből vagy amikor orvosi vizsgálatok képeit gyűjtik be és továbbítják egy képarchiváló központba. Mindkét speciális rendszer az újabb fejlesztések közé tartozik és a dolgozatnak is ezek a rendszerek a témái.

A tomográfia mára általánosan elfogadott eszköz a 3D-s tárgyak szerkezetének vizsgálatában, amikor a tárgyat nem lehet vagy nem szabad szétdarabolni (pl. betegvizsgálatok vagy az ún. nemroncsoló anyagvizsgálatnál). Ezek nélkül ma már nem lehetne például hatékony orvosi diagnózisokat készíteni. A tomográfiának egy speciális ága az, amikor a rekonstruálandó tárgy anyagait ismerjük és csak ezeknek az anyagoknak a térbeli eloszlását kell meghatározni. Ilyen például a tomográfia ipari alkalmazásainak nagy része. Ebben az esetben lehet alkalmazni az ún. diszkrét tomográfiát, ahol tehát a rekonstruálandó objektumot reprezentáló függvény értékkészlete ismert, véges (lehetőleg kis elemszámú) diszkrét halmazzal reprezentálható. Például, ha a tárgy vasból készült, akkor a rekonstruált térben csak vas és levegő van jelen. A diszkrét tomográfia módszereit ekkor azért érdemes használni, mert a diszkrét értékkészlet ismerete, mint járulékos információ használható a rekonstrukciós eljárásban, ami lehetővé teszi, hogy kis számú (2–20) vetületből végezzünk rekonstrukciót a hagyományos rekonstrukciós eljárásokhoz szükséges párszáz vetület helyett. Természetesen a diszkrét tomográfia speciális, diszkrét tomográfiai rekonstrukciós eljárásokat igényel. Ilyen eljárások kifejlesztése jelenleg több helyen is folyik a világon [11, 13, 16, 21, 25, 62]. Az algoritmusok tesztelése és összehasonlítása egy természetes feladat, amihez egy diszkrét tomográfiai (DT) rendszert fejlesztettünk ki 2001-től kezdve. Ebben a DT rendszerben lehetőség van az ún. legyező-nyaláb geometriával begyűjtött vetületekből végezni rekonstrukciót. A mi rendszerünk egy virtuális DT rendszer, amelyben a különféle geometriai és rekonstrukciós paramétereket lehet változtatni, ezáltal egy később megvalósítandó fizikai DT rendszer várható teljesítményéről lehet információkat gyűjteni. Ennek a rendszernek a leírását és a rendszerrel elvégzett kísérletek eredményeit foglaljuk össze a 2. fejezetben. Megmutatjuk, hogyan változik a rekonstruált kép minősége például a vetületek számától vagy a mérési adatok számától függően. A diszkrét tomográfia-

fiai rendszer felhasználhatóságának szemléltetésére a 2.5. fejezetben két, nemroncsoló ipari alkalmazást mutatunk be.

A tomográfiai eljárások egy fontos részét képezik azok, amikor a vetületeket valamilyen sugárzást kibocsátó tárgyakról gyűjtik be (emissziós tomográfia) szemben az általánosan ismert ún. transzmissziós tomográfiával, amikor a vetületek a külső sugárforrásból kiindul és a tárgyon áthaladó sugárzás mérésével állnak elő. Az emissziós tomográfia akkor igényel speciális, a transzmissziótól eltérő rekonstrukciós módszert, amikor a rekonstruálandó függvény vetületeit nemcsak a tárgyban levő (radioaktív) anyag aktivitás eloszlása, hanem a tárgyat körülvevő abszorbens anyag is befolyásolja. Az emissziós tomográfia speciális esete az emissziós diszkrét tomográfia (EDT), amikor az aktivitás eloszlás ismert diszkrét értékekkel jellemezhető (pl. 1: egységnyi aktivitás, 0: nincs aktivitás). A 3.1. fejezetben egy speciális abszorpciós problémát és annak megoldását ismertetjük. Ezt követően, a 3.2. fejezetben, az emissziós diszkrét tomográfia egy lehetséges alkalmazását mutatjuk be, amikor 4 abszorpciós vetületből rekonstruáltunk 3D-s struktúrákat.

A képfeldolgozó rendszerek egy másik fontos feladata a különböző módszerekkel előállított képek tárolása. A feladat nehézségét fokozza az, ha a képekhez egyéb információk, például betegek adatai kapcsolódnak az orvosi vizsgálatok során. Ráadásul az orvosi képek mérete sem elhanyagolható az archiválási folyamat során. Az orvosi képeket képalkotó berendezések széles tárháza állítja elő, mint például számítógépes tomográfia (CT), mágneses rezonanciás képalkotás (MRI), ultrahang (US), digitális radiográfia (CR), nukleáris medicina (NM) stb. Az orvosi képek archiválása hozzáférést biztosít a betegek digitális képeinek visszakereséséhez. Ezeket a képeket klinikai diagnózisra lehet használni a betegek aktuális vizsgálatainak az összevetésével. Az archívum továbbá felhasználható a kapcsolódó kutatásokhoz és az oktatásban is. Egy képarchiváló- és továbbító rendszer (PACS) megvalósításához szükség van az archiváló rendszer, az egyedi képalkotó berendezések és PACS összetevők (felvevő, archiváló és megjelenítő állomások) közötti kapcsolatra és együttműködésre. Ennek az együttműködésnek a megvalósítása különösen nehéz akkor, amikor több platformon és a gyártó cégek különböző protokolljain kommunikálnak az adott képalkotó berendezések. Hasonló helyzettel néztünk szembe 1995-ben, amikor elkezdtük fejleszteni a SZOTE-PACS rendszert. Az volt a cél, hogy egy olyan archiváló rendszert fejlesszünk ki, amely egyaránt használható oktatási, kutatási és klinikai környezetben. Az orvosi egyetem különböző klinikáin található képalkotó berendezéseket kellett integrálni egy PACS rendszerbe. Ezek az eszközök nagyon eltérőek voltak (különböző formátumokban tárolták/szolgáltatták az orvosi vizsgálatokat). Annak érdekében, hogy ezeket a vizsgálatokat egységes formátumban tárolhassuk, a Digital Imaging and Communications in Medicine (DICOM) szabványt választottuk. Ez a szabvány lehetővé tette az összes eddig alkalmazott orvosi vizsgálati mód adatainak tárolását egy központi archívumban, illetve a hozzá tartozó adatbázisban. A SZOTE-PACS felépítését a 4. fejezetben adjuk meg. Ismertetjük továbbá a rendszer fejlesztéséhez kapcsolódó tapasztalatokat és eredményeket is.

2. fejezet

Diszkrét tomográfiai rendszer

A *tomográfia* egy olyan képalkotó eljárás, ahol a leképezendő tárgy szerkezetét annak vetületeiből határozzuk meg. A vetületi képeket elő lehet állítani valamilyen sugarak segítségével, amelyek egy adott forrásból (pl. Röntgen-cső) lépnek ki, majd áthaladnak az adott tárgyon, amiben részlegesen elnyelődnek, végül az áthatolt sugarak pontról pontra történő detektálásával alakul ki a detektált kép. Röntgensugár esetén a kép pontjaiban a következő értékeket mérhetjük (Beer törvénye):

$$I = I_0 \cdot e^{-\int_0^d \mu(x) dx}, \quad (2.1)$$

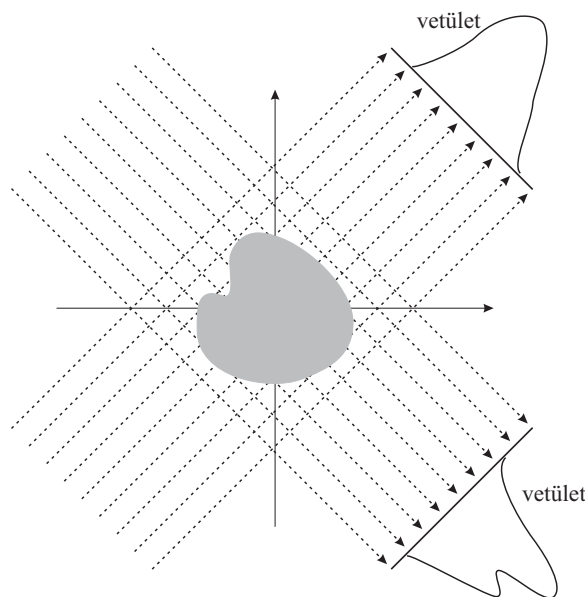
ahol I_0 a forrásból kilépő röntgensugár intenzitása, I a detektált intenzitás, μ a tárgy anyagának elnyelődési együtthatója és d a forrás és az áthatolt sugár intenzitását érzékelő detektor távolsága. A detektált kép egy pontja annak a sugárnak az intenzitását adja meg, amely a forrást és az adott detektort összekötő egyenes mentén halad.

A detektált képből az abszorpciók együtthatót reprezentáló μ függvény vonalmenti integráljait tartalmazó ún. vetületi képet (2.1. ábra) a (2.1) egyenlet logaritmus transzformáltjával kapjuk meg, azaz

$$\int_0^d \mu(x) dx = \log(I_0/I). \quad (2.2)$$

Az adott tárgyról általában több vetületi képet állítanak elő különböző irányokból. Ezt követően az a feladat, hogy kiszámítsuk a tárgy keresztmetszetein az elnyelődési együtthatót valamilyen matematikai eljárás segítségével, amit *vetületekből való rekonstrukciónak* [18] nevezünk. Ezt a módszert rutinszerűen használják például a *számítógépes tomográfiában* (Computerized Tomography, CT), ahol az elnyelődési együtthatót az emberi test metszetein az áthatolt röntgensugarak intenzitásának detektálásán alapuló vetületekből számítják ki. 3D-s tárgyak rekonstrukciójának a problémáját általában leegyszerűsítik a tárgy 2D-s keresztmetszeteinek a rekonstrukciójára. Ily módon a 3D-s rekonstrukciós probléma 2D-s rekonstrukciós problémák sorozatára redukálódik.

A *diszkrét tomográfia* (DT) egy speciális rekonstrukciós módszer, amit olyan egyszerű tárgyak rekonstrukciójára lehet használni, amelyek néhány homogén anyagú régióra bonthatók (pl. fém és fa). Azt az információt, hogy a tárgy néhány ismert abszorpciójú anyagból áll, bele lehet foglalni a rekonstrukciós eljárásba, ezáltal sokkal kevesebb vetületből rekonstruálhatunk, mint összetettebb tárgyak esetében. Így a diszkrét tomográfia fontos olyan alkalmazások esetében, ahol az adott tárgyak egyszerűek és nincs lehetőség a nagy



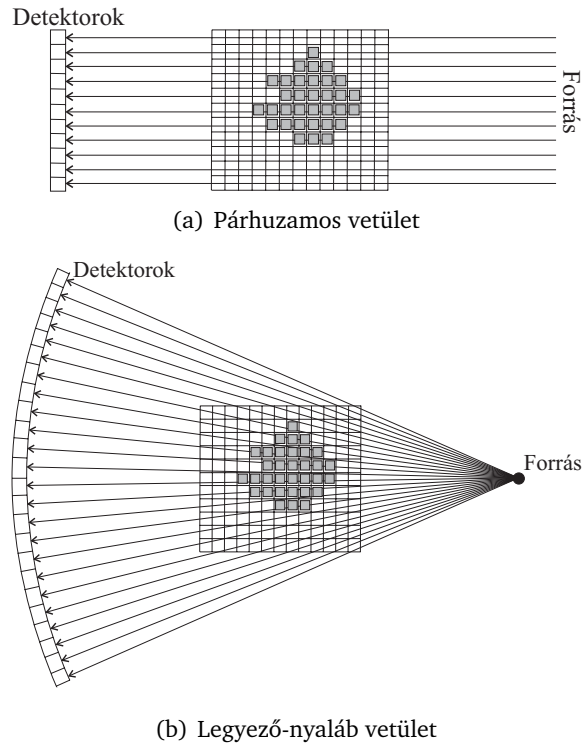
2.1. ábra. Egy homogén tárgy és annak vetületei két irányból.

számú vetületi kép előállítására vagy azok elkészítése túl drága, mint például a nemroncsoló anyagvizsgálat, elektron mikroszkópia vagy az orvosi diagnosztika bizonyos vizsgáló eljárásai [19].

Általában kétféle módon szokás begyűjteni a szükséges vetületi képeket (2.2. ábra). *Párhuzamos vetületek* esetében az egyes vetületi képek adott irányú, egymással párhuzamos sugarak segítségével állnak elő. *Legyező-nyaláb vetületek* esetében a sugarak egy pontszerű forrásból indulnak ki és legyezőszerűen terülnek szét a térben. Mindkét esetben a tárgy vagy pedig a forrás és a detektorok együttes elforgatásával újabb vetület képezhető. Nagy számú vetület esetén a kétféle vetület a rekonstrukcióhoz szükséges információ szempontjából egyenértékű (a sugarak megfelelő átrendezésével egymásba átalakítható), de algoritmikusan különböző rekonstrukciós módszerek léteznek párhuzamos és legyező-nyaláb vetületekre.

Ebben a fejezetben egy speciális diszkrét tomográfiai problémát tárgyalunk, nevezetesen bináris mátrixok rekonstruálását legyező-nyaláb vetületekből. Bináris mátrixok párhuzamos vetületekből való rekonstruálása egy klasszikus probléma, amelyhez ma már alaposan kidolgozott matematikai elmélet tartozik [12, 19]. A rekonstrukció legyező-nyaláb vetületekből is jól ismert probléma a klasszikus (nem diszkrét) tomográfiában [17, 22], ugyanakkor csak nagyon kevés algoritmust lehet találni, amely legyező-nyaláb vetületekből végzi a rekonstrukciót diszkrét tomográfiai módszer segítségével. Tudomásunk szerint ezidáig csak Peyrin és m.társai [61] által publikált cikk foglalkozik ezzel a problémával. Ebben a cikkben valódi 3D-s tárgy rekonstruálását tárgyalják kúp-nyaláb vetületekből (a teljes 3D-s tárgyon áthaladó 3 dimenziós sugárnyalábok). Habár bizonyos rekonstrukciós eljárások viszonylag könnyen átvihetők a párhuzamos vetületekről a legyező-nyaláb vetületekre, sok elméleti kérdés nyitott még az utóbbi esetben (pl. unicitás és egzisztencia problémák). Ugyanakkor számos diszkrét tomográfiai alkalmazásban legyező-nyaláb vetületeket használnak, mint például nemroncsoló anyagvizsgálatban röntgensugarak [14] vagy neutron sugarak [43] felhasználásakor.

Ennek a fejezetnek az elején bemutatjuk, hogy a legyező-nyaláb vetületi paraméterek-



2.2. ábra. Párhuzamos és legyező-nyaláb vetületek.

től illetve az alkalmazott rekonstrukciós eljárás paramétereitől hogyan függ a rekonstrukció minősége. Ehhez azt a módszert választottuk, hogy szimuláljuk a felvételi technikát, majd a szimulált adatokból végezzük el a rekonstrukciót. Az alkalmazott szimulációs módszer szerint végigkísérjük a teljes eljárást a vetületek létrehozásától egészen a rekonstruált képeknek az eredeti fantommal való összehasonlításáig.

A szimulációs folyamat során az első lépés azoknak a 2D-s bináris mátrixoknak az előállítása, amelyek a rekonstruálandó tárgyakat reprezentálják a szimulációban. Ezek után a legyező-nyaláb vetületek előállítása következik.

A legyező-nyaláb modellben különböző paraméterek találhatók, mint például a források, illetve a detektor elemek száma. A megfelelő paraméterek segítségével különböző legyező-nyaláb vetületeket előállító rendszert szimulálunk. A vetületeket analitikus módon számítjuk ki a legyező-nyaláb paraméterek értékeinek megfelelően. A mérési hibát és egyéb lehetséges zavaró tényezőket a rendszerben véletlenszerű additív zajjal szimuláljuk.

A bináris mátrixok rekonstruálására egy véletlen-keresésen alapuló optimalizálási eljárást valósítottunk meg. A rekonstruált és az eredeti képek eltérésének mérésére több módszert próbáltunk ki. Ezek közül a relatív átlagos hiba bizonyult a legjobbnak (legkifejezőbbnek). A paramétereknek a hatását úgy mutatjuk be, hogy rekonstrukciók sorozatát hajtjuk végre a kiválasztott paramétert változtatva, míg a többi paraméter értéke rögzítve marad. Ily módon előállíthatunk egy görbét, ami az éppen változó paraméter hatását mutatja be a relatív átlagos hiba függvényében.

A 2.1. fejezetben ismertetjük a rekonstrukciós problémát a szükséges definíciókkal és jelölésekkel. Ezek után a 2.2. fejezetben részletesen bemutatjuk a rekonstrukciók során használt legyező-nyaláb modellt. A 2.3. fejezetben a diszkrét tomográfiai feladatot optimalizálási problémaként fogalmazzuk át. A 2.4. fejezetben ismertetett szimulációs kísérletek

tárgyalása után a 2.5.fejezetben bemutatjuk az adott diszkrét tomográfiai rekonstrukciós módszer két lehetséges alkalmazását. Az eredményeket a 2.6. fejezetben foglaljuk össze. A fejezet eredményei a [8, 26, 51] cikkekben jelentek meg. A legfrissebb eredményeket tartalmazó kézirat [24] cikk könyv fejezetben fog megjelenni (publikálásra elfogadva), a [50]-t pedig publikálásra küldtük be.

2.1. Rekonstrukciós probléma legyező-nyaláb vetületekre

Legyen f egy integrálható valós függvény az $\mathbb{R}^2$ síkon. Legyen $S \in \mathbb{R}^2$ egy pont, melyet nevezzünk *forrásnak*. Vegyük f integrálját az S -ből induló v_θ irányú félegyenes mentén

$$[\mathcal{R}f](S, \theta) = \int_0^\infty f(S + u \cdot v_\theta) du, \quad (2.3)$$

ahol θ szög értéke 0 és 2π között változik és v_θ egy θ -irányú egységvektor. A (2.3) egyenlet által definiált transzformációt, amely f függvény S pontból θ irányában képzett vetületi értékeit adja meg, az f -nek S pontból vett *legyező-nyaláb vetületének* hívjuk. Ilyen vetületi modellt használnak ma már a számítógépes tomográfia esetében (például [18]), ahol a vetületeket az adott tárgy körül forgatott forrás segítségével képezik le néhány száz legyező-nyaláb vetületnek megfelelő adatmennyiséget begyűjtve, majd ezekből rekonstruálják a tárgyat.

Adott forrásoknak egy halmaza, jelöljük ezt $\mathcal{S}$ -sel. A *legyező-nyaláb vetületekből való rekonstrukciós probléma* a következőképpen adható meg:

FB($\mathcal{S}$) REKONSTRUKCIÓS PROBLÉMA

Adott: egy g függvény: $\mathcal{S} \times [0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}$.

Feladat: állítsunk elő egy f függvényt, amelyre teljesül, hogy

$$[\mathcal{R}f](S, \theta) = g(S, \theta)$$

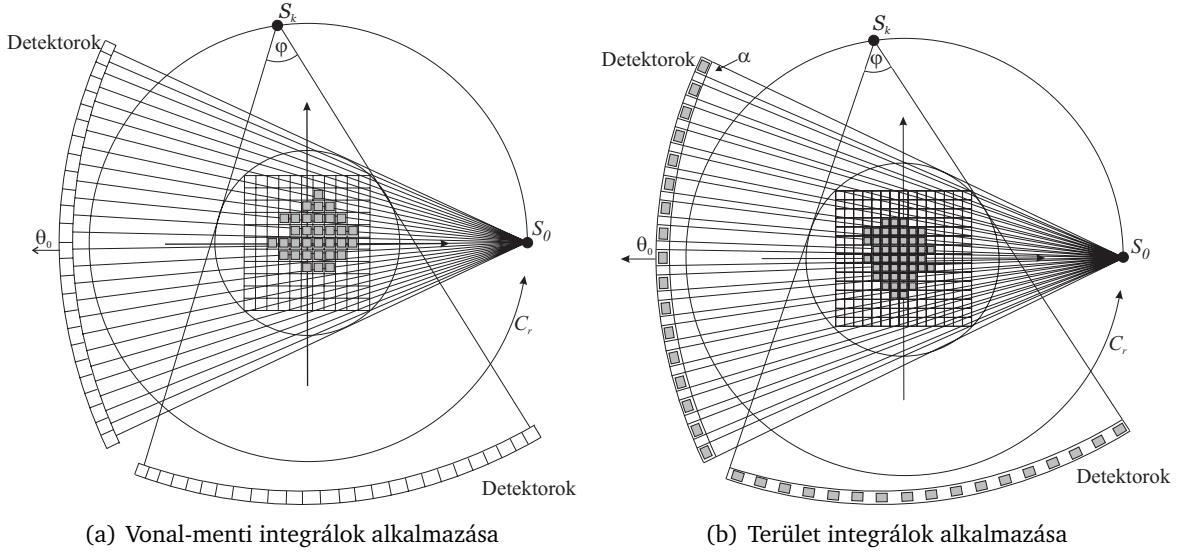
minden $S \in \mathcal{S}$ és $\theta \in [0, 2\pi)$ -re.

Ennek a problémának az alkalmazásokban általában nincs pontos megoldása a kiindulási (mérési) adatok pontatlansága, ellentmondásossága miatt, ezért a probléma megoldásán általában közelítő megoldást értünk. Több módszer is létezik az FB rekonstrukciós probléma megoldására [18].

Először speciális függvények legyező-nyaláb vetületekből való rekonstruálását tárgyaljuk. Tegyük fel, hogy f értelmezési tartománya egy $n \times n$ -es, szabályos W ráccsal lefedhető, f mindegyik 1×1 -es rácsnégyzetben konstans, és a $D = \{0, 1\}$ értékek valamelyikét veszi fel. Ily módon, f megadható egy mátrixszal, másképpen, egy $\mathbf{x} \in \{0, 1\}^J$ vektorral, ahol x_j a mátrix j -edik elemét jelöli sorfolytonos bejárás esetén ($j = 1, \dots, J$ és $J = n^2$).

Az alkalmazásokban a vetületeket véges számú S_k ($k = 1, 2, \dots, K$) forrásból nyerik, véges számú (L) félegyenes mentén képezve azokat. Az S_k forrásból kiinduló v_ℓ irányú egyenes mentén számítható ki a b_i érték, ahol $i = (k - 1) \cdot K + \ell$ ($\ell = 1, 2, \dots, L$):

$$\sum_{j=0}^J a_{ij} x_j = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, I, \quad (2.4)$$



2.3. ábra. A legyező-nyaláb modell geometriai paramétereit.

ahol $I = K \cdot L$ és a_{ij} az i -edik vetületi értéket meghatározó félegyenesnek a W rács j -edik egységnyízetén belüli szakaszának a hossza — más szóval a W rács j -edik egységnyízetének a súlya. Az $\mathbf{A} = (a_{ij})_{I \times J}$ mátrix elemei meghatározhatóak a W -ben lévő négyzetek pozícióinak és a forrásból kiinduló félegyenesek ismeretében. A (2.4) speciális tulajdonsága az, hogy ebben az esetben az ismeretlen $\mathbf{x}$ vektor bináris, azaz $x_j \in \{0, 1\}$ minden $j = 1, 2, \dots, J$ -re.

2.2. A legyező-nyaláb modell

A diszkrét tomográfiai alkalmazások többségében, ahogy a mi legyező-nyaláb modellünkben is (2.3. ábra), az S_k ($k = 1, 2, \dots, K$) források az O origó körül lévő $C_r = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = r^2\}$ körön helyezkednek el, ahol $r > 0$ elég nagy ahhoz, hogy a W rács teljes egészében benne legyen az egyes forrásokból kiinduló, szélső sugarak által lefedett szögtartományban. Továbbá az is szokásos, hogy a források egyenletesen vannak elhelyezve a C_r körön, vagyis $S_k = (r \cdot \cos \theta_k, r \cdot \sin \theta_k)$, ahol $\theta_k = \theta_0 + (k - 1) \cdot 2\pi/K$, minden $k = 1, 2, \dots, K$ -ra. Rögzített K esetén $\theta_0 \in [0, 2\pi)$ kezdő szög nemcsak az első forrás helyét határozza meg, hanem az összes többiét is. A modellünkben azért volt szükség a θ_0 kezdő szögre, mert általában kevés (2–4) vetület áll rendelkezésre és a vetületek száma, valamint a források helyzete erősen befolyásolhatja a rekonstrukció minőségét, ahogy később ezt szemléltetni fogjuk. Például, 0° kezdő szög azt jelenti, hogy az első forrás az x tengely pozitív része és a C_r kör metszés pontjában található. Az egyszerűség kedvéért tételezzük fel, hogy a W rács középpontja a koordináta-rendszer origójában található (2.3. ábra).

Modellünkben L darab detektor méri az S_k forrásból ($k = 1, 2, \dots, K$) kiinduló sugarak intenzitását, amelyek az objektumon áthaladva részlegesen elnyelődnek. A detektált sugár intenzitása összefügg az elnyelődéssel, amiből — a (2.1) egyenlet szerint — számítható a forrásokból kiinduló félegyenesek mentén vett integrál. A detektorok egyenletesen vannak elhelyezve a detektor íven. A detektor ív a tárgynak a forrással ellentétes oldalán van elhelyezve és a detektorok ívének a középpontja S_k -ban található (2.3. ábra). A detektor ív szélső sugarai érintik a W rácsot tartalmazó kört. A két érintő által bezárt szöget φ -vel jelöljük (2.3. ábra). A detektor ív mindegyik detektora egy b_i vetületi értéket detektál, ezért

egy-egy pixel hatását vonalmenti és területi integrál segítségével is meghatározhatjuk.

Attól függően, hogy vonalmenti vagy területi integrál segítségével határozzuk meg a vetületi értékeket, más és más módon kell kiszámítanunk az a_{ij} súlyokat a (2.4) egyenlet esetében:

- vonalmenti integrál esetén, a súlyokat a W rács, j -edik egységnégyzete és az i -edik vetületi értéket meghatározó félegyenes által kimetszett szakasz hossza adja meg (2.3(a) ábra),
- területi integrál esetén a detektorok közötti lehetséges hézagok miatt az i -edik vetületi értéket meghatározó $2i$ és $2i + 1$ félegyenesek által közbezárt területek és a W rács j -edik egységnégyzet közös részét értjük a_{ij} súlyon. A területhez tartozó félegyenesek által bezárt szöget α -val jelöljük (2.3(b) ábra).

Ily módon, az r , L és (területi integrál esetén) α paraméterek egyértelműen jellemzik a legyező-nyalábot. Valódi mérés esetén a vetületeket általában csak bizonyos hibával (zaj) tudjuk megkapni. Ezért a zajos vetületek szimulálására Gauss eloszlású zajt adunk a pontos (analitikus úton kiszámított) vetületi értékekhez.

A mi legyező-nyaláb modellünket a következő paraméterek határozzák meg:

n : a rekonstruálandó bináris mátrix mérete ($n \times n$);

h : egy mátrix elemhez tartozó négyzet oldalélének hossza (lehet egységnyi);

r : a C_r kör sugara, azaz a forrás és az origó távolsága;

θ_0 : a kezdő szög, amely meghatározza az első forrás helyét;

K : a források száma;

L : a detektorok száma, vagyis az egy forrásból mért adatok száma;

α : területi integrál esetén a sugárnyaláb nyílásszöge;

η : a vetületi értékekhez adott Gauss eloszlású zaj százalékos aránya.

2.3. A rekonstrukció, mint optimalizálási feladat

Ahogy korábban láttuk, az $FB(S)$ rekonstrukciós probléma (2.1. fejezet) megoldása a legyező-nyaláb modell esetén ekvivalens a következő lineáris egyenletrendszer megoldásával:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad \text{ahol } \mathbf{x} \text{ egy } D\text{-beli vektor.} \quad (2.5)$$

A hagyományos rekonstrukciós módszerek, mint például az „Algebraic Reconstruction Techniques” (ART) [18] nem feltétlenül adnak D -beli $\mathbf{x}$ vektort a (2.4) egyenletrendszer megoldásaként.

Mivel modellünkben a sugarak/sugárnyalábok a W rácson legfeljebb $\mathcal{O}(n)$ négyzetet metszenek, az $\mathbf{A} = (a_{ij})_{I \times J}$ mátrix ritka lesz (csak néhány nem nulla értéket fog tartalmazni). A diszkrét tomográfiai alkalmazásokban egy másik fontos tulajdonsága ennek a mátrix egyenletnek az, hogy az egyenletek száma (azaz a mérési (vetületi) adatok száma) jóval kisebb, mint az ismeretlenek száma, ennél fogva $I \ll J$. Ez azt jelenti, hogy ennek az egyenletrendszernek sok megoldása lehet, közöttük akár bináris-értékűek is.

A mérési hibák miatt az is lehetséges, hogy a (2.5) egyenletrendszernek nincs megoldása, ezért a (2.5) egyenletrendszer megoldása helyett megelégszünk egy közelítő eredmény megkeresésével úgy, hogy a problémát optimalizálási feladatként oldjuk meg. Formálisan, keressük meg a következő célfüggvénynek a minimumhelyét

$$C(\mathbf{x}) = \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\| + \Psi(\mathbf{x}), \quad (2.6)$$

ahol $\mathbf{x}$ egy D -beli vektor és $\Psi(\mathbf{x}) = \gamma \cdot \Phi(\mathbf{x})$ alakban írható fel. A fenti kifejezés első tagja azt biztosítja, hogy egy olyan $\mathbf{x}$ vektort kapjunk, amely a (2.5) egyenletrendszer legalább megközelítőleg kielégíti. A célfüggvény második tagjának a segítségével további tulajdonságokat követelhetünk meg az $\mathbf{x}$ vektortól. A második tag (2.6)-ben azt biztosítja, hogy az első tagra kis értéket adó $\mathbf{x}$ -ek közül olyat kapjunk, amelyekre $\Psi(\mathbf{x})$ is kicsi lesz, azaz a kívánt tulajdonságot is teljesíti. Például $\Phi(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(\text{proto})}\|$ lehet, ahol $\mathbf{x}^{(\text{proto})}$ egy D -beli *prototípus* vektor, amely az $\mathbf{x}$ vektorral azonos dimenziójú. Ilyen $\Phi(\mathbf{x})$ esetén olyan $\mathbf{x}$ vektort kaphatunk megoldásul, amely az $\mathbf{x}^{(\text{proto})}$ prototípus vektorhoz közeli. A γ regularizációs együttható a $C(\mathbf{x})$ -ben lévő $\Phi(\mathbf{x})$ tag súlyozására szolgál. Például, ha a mért értékek nagyon zajosak, akkor egy nagyobb γ -t választva nagyobb hangsúlyt adhatunk a (2.6) egyenletben lévő második tagnak, így az fontosabb szerepet fog játszani az optimalizálási folyamatban.

A (2.6) kifejezés optimalizálása során D -beli megoldást keresünk, ezért a szokásos numerikus optimalizálási módszerek használata nem látszik alkalmasnak. A kombinatorikus optimalizálási módszerek sokkal ígéretesebbnek tűntek és hasznosabbaknak is bizonyultak. Ezek közül mi a *szimulált hűtés* (simulated annealing, SA) optimalizálási eljárást választottuk [49]. A választás oka az volt, hogy az SA-t könnyen lehetett megvalósítani és a célfüggvényhez igazítani (azaz kis módosításokkal a program egy másik célfüggvény optimalizálására is alkalmas volt).

2.3.1. Szimulált hűtés

Az SA egy véletlenszerű keresési technika [49], amely a fémek hűtésének a fizikai jelenségén alapszik. A folyékony fém részecskéi hűtés közben fokozatosan érik el a minimális energiaszintet, a fém kristályos szerkezetet vesz fel és megfagy.

Az SA algoritmust többféle módon lehet megvalósítani az adott feladatnak megfelelően. Ezek a megvalósítások eltérhetnek a minimalizálandó célfüggvény értékkészletéből való pontok kiválasztásában, a hűtés módjában és a megállási feltétel megfogalmazásában. A dolgozatban bináris képek rekonstrukciójával foglalkozunk, ezért $D = \{0, 1\}$. Az $\mathbf{x}$ komponensei D -ből valók. Többértékű képek esetén a szimulált hűtés során alkalmazott módosításokat a bináristól eltérő stratégiával kell végrehajtani.

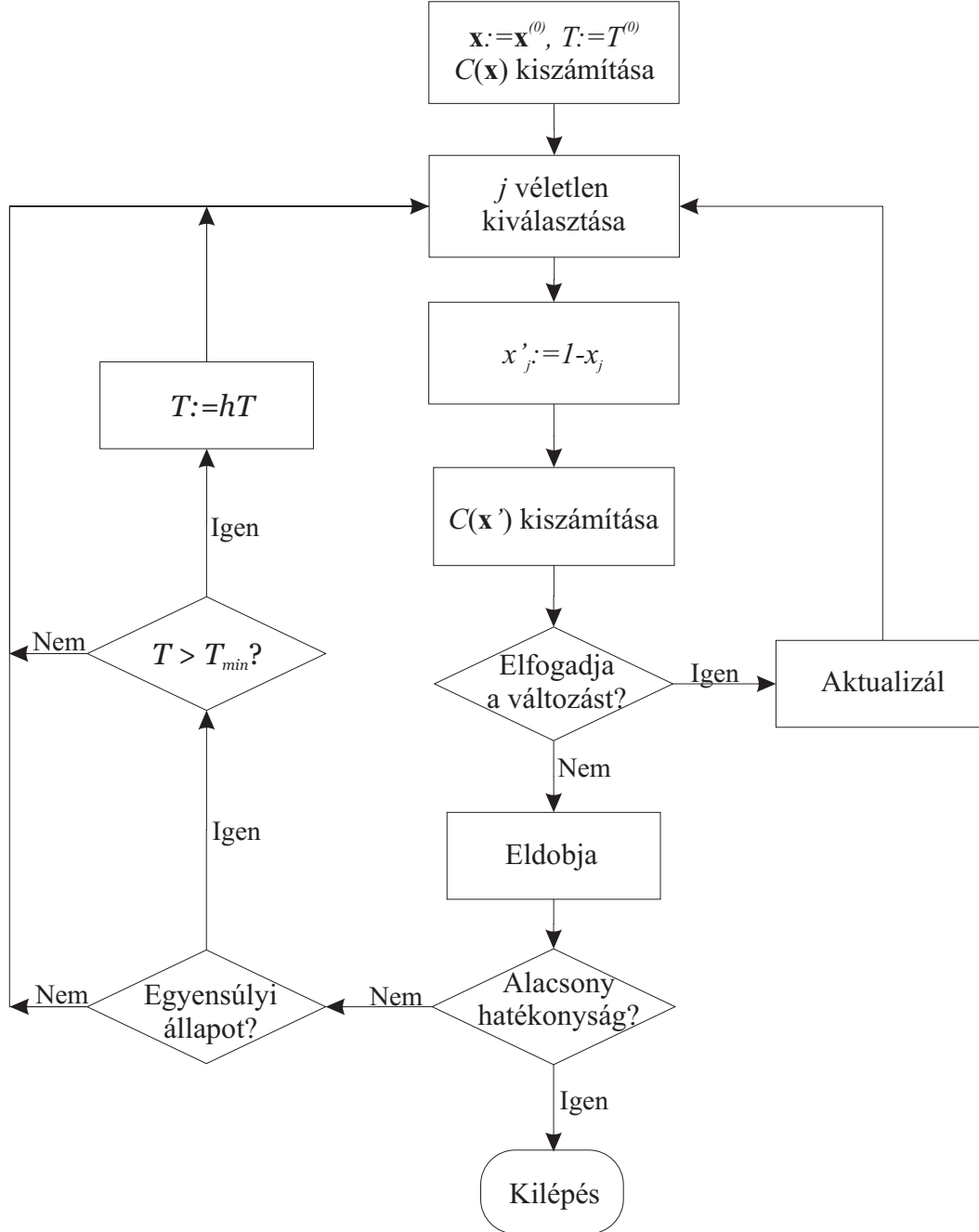
A bináris képek rekonstrukciójához megvalósított szimulált hűtés algoritmusokat a pozíciók kiválasztása szerint két csoportba osztottuk [68].

Inhomogén SA

Az algoritmus egy tetszőleges $\mathbf{x}^{(0)}$ iniciais bináris képből és egy $T = T^{(0)}$ hőmérsékletről indul ki (2.4. ábra). Kiszámítja a $C(\mathbf{x})$ célfüggvény kezdő értékét. Ezután véletlenszerűen kiválaszt egy j pozíciót az $\mathbf{x}$ vektorban. Legyen $\mathbf{x}'$ az a kép, amely csak a j -edik pozícióban tér el az $\mathbf{x}$ képtől, azaz $x'_j = 1 - x_j$. Ezt a változtatást az algoritmus elfogadja, azaz $\mathbf{x}'$ lesz az új $\mathbf{x}$ vektor, ha $C(\mathbf{x}') < C(\mathbf{x})$. Ellenkező esetben a változtatást csak a $\Delta C = C(\mathbf{x}') - C(\mathbf{x})$ értékétől függő valószínűséggel fogadja el. Pontosán csak akkor, ha

$$\exp(-\Delta C / \kappa T) > z, \quad (2.7)$$

ahol κ a Boltzmann állandó ($11.3805 \times 10^{-23} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-2} \text{ K}^{-1}$), T az aktuális hőmérséklet, z pedig a $[0, 1]$ intervallumon egyenletes eloszlású pszeudó véletlenszám-generátorral előállított szám.



2.4. ábra. A megvalósított inhomogén SA algoritmus folyamatábrája.

Ha a változtatást nem fogadtuk el, akkor ellenőrizzük a képen a változtatások hatékonysági szintjét a megadott számú utolsó iterációs lépésekben. Ez azt jelenti, hogy számoljuk az elvetett iterációs lépéseket az utolsó N_{iter} iterációban. Ha ez az érték nagyobb egy előre megadott R_{thr} küszöb értéknél, akkor a hatékonyság alacsony és az algoritmus futása befejeződik. Ellenkező esetben megvizsgáljuk, hogy az algoritmus egyensúlyi ál-

lapotba került-e. Ennek eldöntéséhez kiszámoljuk a ΔC szórását az utolsó N_{var} iterációs lépésben. Amennyiben a ΔC szórásának a becslése nagyobb, mint az előző N_{var} becsléséé, akkor egyensúlyi állapotban vagyunk.

Egyensúlyi állapotban csökkentjük a hőmérsékletet, az aktuális T hőmérséklet értékét $h \cdot T$ -re módosítjuk, ahol h az úgynevezett *hűtési együttható*. A mi esetünkben ugyanazt az értéket választottuk, mint a [61] cikkben, nevezetesen $h = 0.9$. Az alacsonyabb hőmérséklet azt jelenti, hogy kisebb valószínűséggel engedjük meg a változtatás elfogadását abban az esetben, ha a célfüggvény értéke nő. Új iterációt kezdünk alacsonyabb hőmérséklettel.

A homogén SA algoritmusunk a következő paraméterekkel rendelkezik:

$\mathbf{x}^{(0)}$: kezdő kép;

$T^{(0)}$: kezdő hőmérséklet;

N_{iter} : a hatékonyság meghatározásához használt iterációs lépések száma;

R_{thr} : az elutasított változtatások számának a küszöbértéke az utolsó N_{iter} iterációban;

N_{var} : a célfüggvény szórásának kiszámításához használt elfogadott változtatások száma.

Homogén SA

A homogén SA abban tér el az inhomogén SA algoritmustól (2.5. ábra), hogy egy iterációs lépésben az $\mathbf{x}$ vektor összes elemén végighaladva hajtjuk végre a változtatásokat (az adott elemet 0-ról 1-re illetve 1-ről 0-ra változtatjuk). A változtatásokat a homogén megvalósításhoz hasonlóan vagy elfogadjuk vagy elutasítjuk. Az egyes iterációs lépések végén csökkentjük az aktuális hőmérsékletet és egy új iterációs lépést kezdünk. Az algoritmus akkor fejeződik be, ha az aktuális célfüggvény értékének és a célfüggvény kezdőértékének aránya egy előre megadott küszöbérték alá esik ($C(\mathbf{x}')/C(\mathbf{x}^{(0)}) < C_{\text{thr}}$) vagy az aktuális hőmérséklet egy adott hőmérsékleti pont alá kerül ($T < T_{\text{thr}}$).

A homogén SA algoritmusunk a következő paraméterekkel rendelkezik:

$\mathbf{x}^{(0)}$: kezdő kép;

$T^{(0)}$: kezdő hőmérséklet;

C_{thr} : az aktuális célfüggvény érték és a kezdő érték arányához tartozó küszöbérték;

T_{thr} : a hőmérsékleti küszöbérték.

2.4. Szimulációs kísérletek

Munkánk során szimulációs kísérleteket végeztünk a legyező-nyaláb vetületek illetve az inhomogén SA paramétereinek változtatásával abból a célból, hogy bemutassuk azoknak a hatását a rekonstrukció minőségére. Ezeknek a kísérleteknek az volt a célja, hogy előzetesen információkat adjunk egy diszkrét tomográfiai rendszer várható teljesítményéről a különféle paraméterek függvényében. A tapasztalatokat az alkalmazások és a leképezést megvalósító hardver kialakítása során fel is használtuk [8, 26].

A szimulációs kísérleteket 200×200 -as (azaz $n = 200$) méretű fantom képeken hajtottuk végre. A fantom képek vetületeit a (2.4) egyenlet alapján számítottuk ki. A képeket ezekből a vetületekből rekonstruáltuk az inhomogén szimulált hűtést felhasználva. Ahhoz, hogy a

paraméter-beállításra. A rekonstrukció eredményét ugyanúgy, 100 rekonstruált bináris kép átlagaként adtuk meg egy adott paraméter-beállításra. Az így kapott átlag képen a sötétebb pixelek mutatják azokat a helyeket, amelyekhez a 100 rekonstrukció során kevesebb 1-es pixelt kaptunk.

Természetesen több paraméter-beállítást teszteltünk. Mindegyik kísérleti paraméterhez hozzárendeltünk egy intervallumot. Egy adott paraméter intervallum azon értékét választottuk *alap paraméter-beállításként*, amely az előzetes tapasztalatok alapján optimális eredményt adott. A kísérletek során az egyes paraméterek hatását úgy vizsgáltuk, hogy csak a megfelelő paramétert változtattuk az intervallumon belül, a többi paraméter értékét az alap paraméter-beállításnak megfelelően állítottuk be. Például ahhoz, hogy lássuk a források számának a hatását, a modellünkben a K értékét változtattuk (2–32 intervallumban). Kiszámoltuk a vetületeit az adott fantomnak, 100-szor futtattuk a rekonstrukciós algoritmust, vettük a 100 rekonstruált képet, majd kiszámoltuk a 100 M_e értéket a rekonstruált és az eredeti képre nézve, illetve kiszámoltuk az átlag képeket is. Végezetül megrajzoltuk az M_e változásának görbéjét a várható értékek alapján a források számának függvényében. Ezt a görbét mutatjuk be, mint az adott paraméter változtatásával kapott végső megfigyelés eredményét.

2.4.1. Vetületek számítása vonalmenti integrállal

Vonalmenti integrál esetén a 2.1. táblázat tartalmazza az elvégzett kísérletek alap paraméter-beállításait, valamint a paraméterek lehetséges értékeit.

2.1. táblázat. Alap paraméter-beállítások és az egyes paraméter-értékeknek az intervalluma vonalmenti integrál esetén.

Paraméter	Alap érték	Intervallum
A forrás távolsága az origótól (r)	250	[250, 1750]
A kezdő szög (θ_0)	0°	$[0^\circ, 360^\circ/K]$
A források száma (K)	$K \in \{22, 32\}$	[2, 32]
A detektorok száma (L)	401	[101, 401]
Hozzáadott zaj aránya (η)	$\eta \in \{0\%, 5\%\}$	[0%, 45%]
Kezdő hőmérséklet ($T^{(0)}$)	4°	$[4^\circ, 104^\circ]$
Megfigyelendő iterációk száma (N_{iter})	10000	[1000, 10000]
El nem fogadott változtatások küszöbértéke (R_{thr})	9990	[990, 9990]
A szórás számításához felhasznált iterációk száma (N_{var})	5000	[500, 5000]
Elsődleges regularizációs paraméter (γ_{poz})	145	[0, 145]
Másodlagos regularizációs paraméter (γ_{sm})	0	[0, 49]

A kísérletek a $\Psi(\mathbf{x}) = \Psi_{\text{poz}}(\mathbf{x}) = \gamma_{\text{poz}} \cdot \Phi_{\text{poz}}(\mathbf{x})$ regularizációs kifejezéssel és a $\gamma_{\text{poz}} = 145$ regularizációs paraméterrel hajtottuk végre a (2.9) és (2.10) egyenletek alapján. Annak érdekében, hogy a zaj hatását is bemutassuk az adott rekonstrukciós módszer alkalmazása során, a kísérleteket 0%-os és 5%-os zaj hozzáadásával is elvégeztük. Ezzel két görbét kaptunk a teszt eredményekre nézve: egyet a zajmentes, egyet pedig az 5%-os zajos esetre. A legtöbb kísérletet elvégeztük $K = 32$ és $K = 22$ paraméter beállításokra is. Ezzel két további görbét kaptunk.

A paramétereket és a hozzájuk tartozó eredményeket négy csoportra oszthatjuk. A következő alfejezetekben ezeket elkülönítve tárgyaljuk. Ezek bemutatják a legyező-nyaláb il-



2.6. ábra. A kísérletek során használt alap szoftver fantom.

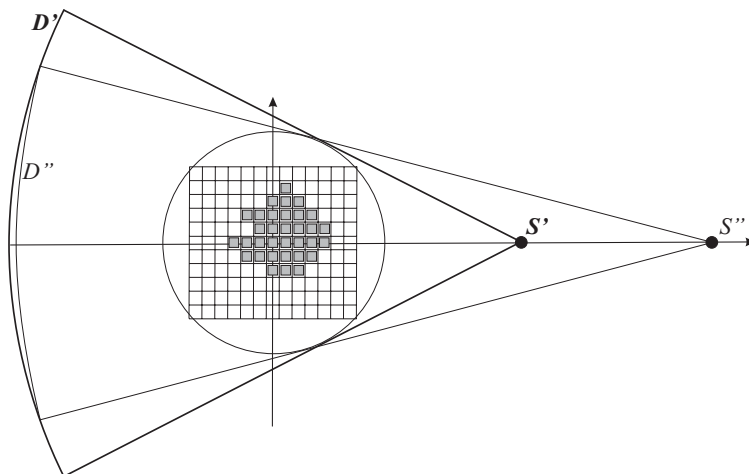
letve a szimulált hűtés paramétereinek, a fantom kép összetettségének, a regularizációs paraméter változtatásának és a hozzáadott zajnak a hatását.

A legyező-nyaláb modell paraméterei

Ebben a csoportban a legyező-nyaláb geometriához kapcsolódó paraméterek (2.2. fejezet) változtatásának a hatását vizsgáljuk.

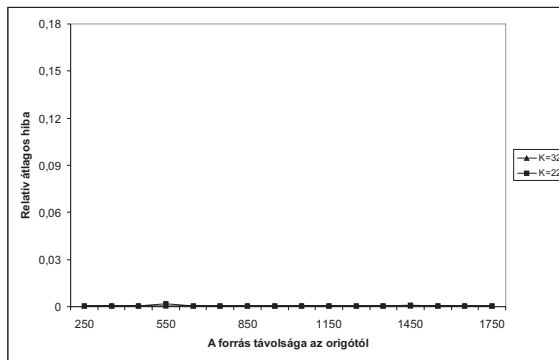
A forrás távolsága az origótól

Ezt a paramétert 250 és 1750 között változtattuk, amíg a félkör detektor sor nyílásszöge a rekonstruálandó W rácsot befoglaló kör egészét lefedte és a detektorok L száma nem változott (2.7. ábra). Ahogyan a forrás távolodik az origótól, a legyező-nyaláb modell közelít a hasonló detektor paraméterekkel rendelkező párhuzamos-nyaláb modellhez.

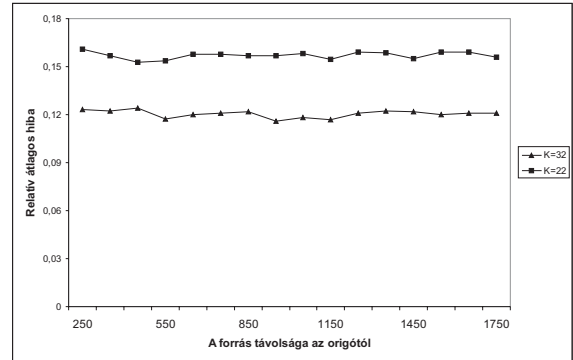


2.7. ábra. A forrás és az origó közötti távolság változtatása. A D' detektor ív az S' forráshoz, a D'' detektor ív az S'' forráshoz tartozik.

A 2.8. ábrán lévő görbék azt mutatják, hogy a forrás origótól való távolsága nem befolyásolja lényegesen a rekonstrukció minőségét. Vagyis ezt az eredményt úgy is átfogalmazhatjuk, hogy nincs igazi különbség a legyező-nyaláb és a párhuzamos-nyaláb vetületi modellek között, mivel a forrás távolságának a növelésével a legyező-nyaláb sugarak párhuzamossá válnak, ami viszont már megfelel a párhuzamos-nyaláb vetületi modellnek.



(a) Zajmentes



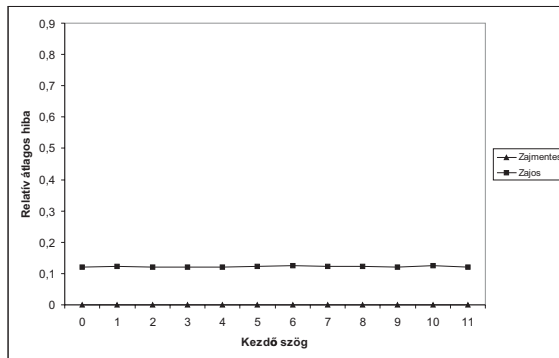
(b) 5% Gauss eloszlású zaj

2.8. ábra. A relatív átlagos hiba a forrás és az origó közötti távolság (r) függvényében vonalmenti integrál esetén.

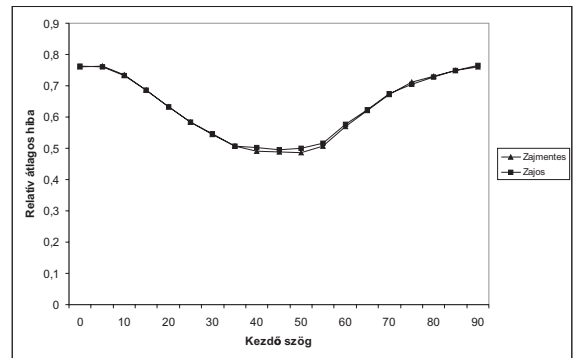
Kezdő szög

A kezdő szög paramétert 0° és $360^\circ/K$ szögek között változtattuk. Nyilvánvaló, hogy az első forrás pozíciójának a meghatározásával a C_r körön lévő összes forrás helyét is megadjuk (ha a források száma nem változik). A 2.9(a). ábra mutatja a kezdő szög választásának a hatását, ha elég sok forrással rendelkezünk (a források száma 32). A görbék azt jelzik, hogy nincs lényeges eltérés, ha elég sok forrással rendelkezünk.

Egészen más görbéket kapunk abban az esetben, ha a vetületek száma kicsi. Például, ha a források száma 4, akkor olyan görbéket kapunk, amelyek azt mutatják, hogy a rekonstrukció minősége függ a források pozíciójától (2.9(b). ábra).



(a) 32 vetület



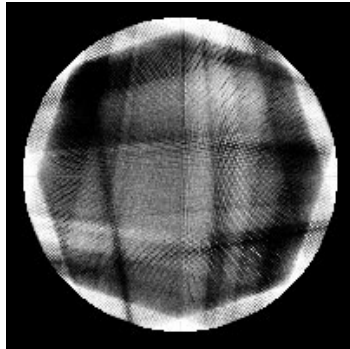
(b) 4 vetület

2.9. ábra. A relatív átlagos hiba a kezdő szög (θ_0) függvényében vonalmenti integrál esetén.

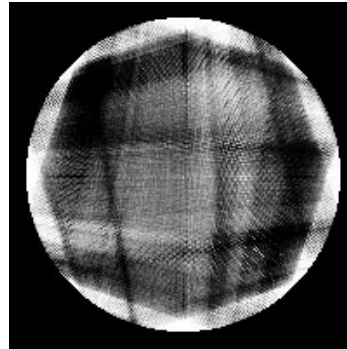
A 2.9(b) görbe alakjára az lehet a magyarázat, hogy létezik egy bizonyos vetületi irány, ami több információt ad (pl. sok vonalmenti integrál 0) a rekonstrukciós módszernek, mint a többi. Például a 0 vetületi érték azt jelenti, hogy a megfelelő félegyenes mentén az összes pixel 0 értékű (amit *üres pixel sornak* is nevezhetünk). Egy másik esetben, amikor a vetületi érték megegyezik a W négyzet és az adott félegyenes metszetével; ekkor a félegyenes mentén csupa 1-es értékű pixel található (nevezzük ezt *teljes pixel sornak*). Ha a források olyan pozícióban vannak, ahol sok pixel található üres vagy teljes sorban, akkor a kép nagy része rekonstruálható kevés számú vetületből. A 2.6. ábrára nézve észrevehetjük, hogy ez az eset

kb. 40° -os forrás pozícióban található.

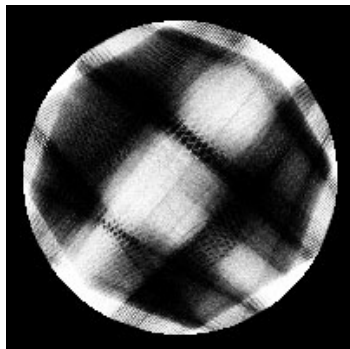
A 4 vetületből rekonstruált képek a 2.10. ábrán láthatók. Ezek az ábrák megerősítik azt az előzetes feltevést, amikor is a rekonstrukció minősége jobb lesz abban az esetben, ha legalább egy forrás pozíciója majdnem ugyanabban a vonalban található, mint amin a fantomkép 3 körlapjának középpontja is fekszik.



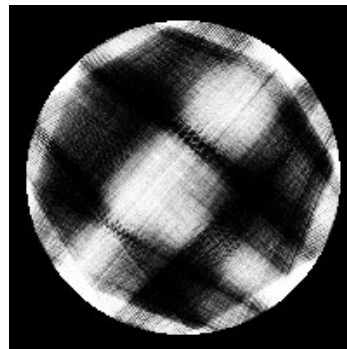
(a) 0° kezdő szög, zajmentes



(b) 0° kezdő szög, 5%-os Gauss zaj



(c) 40° kezdő szög, zajmentes



(d) 40° kezdő szög, 5%-os Gauss zaj

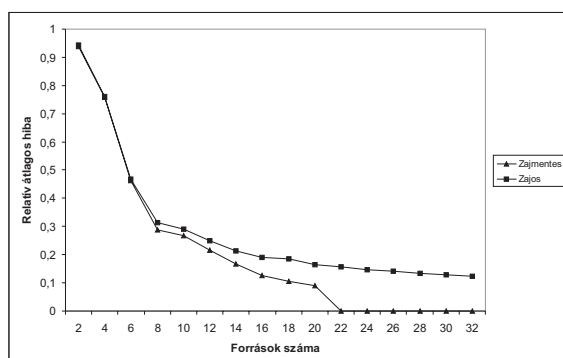
2.10. ábra. 4 vetületből rekonstruált átlag képek különböző kezdő szögek és vonalmenti integrál esetében.

Források száma

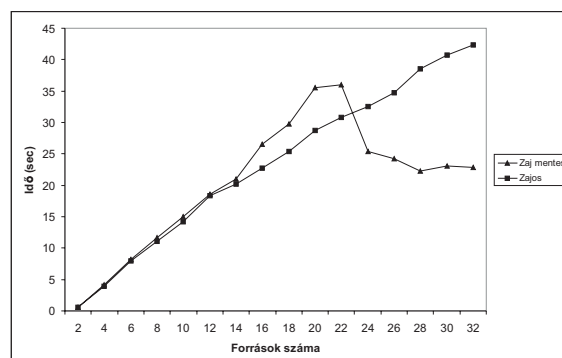
A források száma a szimulációs tesztek során 2 és 32 között változott. Nem okozott meglepetést az, hogy a források számának növelésével, a rekonstrukció minősége javult. A tényleges kérdés az, hogy mi az a minimális szám, ami elegendő ahhoz, hogy jó minőségben állítsuk helyre az adott képet. A 2.11. ábra alapján kapunk választ erre a kérdésre.

Zajos esetben 12-nél több forrás esetén már alig csökken a hiba. Zajmentes esetben 22 forrás elegendő a jó minőségű rekonstrukció elvégzésére.

A 2.11(a). ábra alapján azt a következtetést lehet levonni, hogy 22 vagy annál több forrás alig van hatással a rekonstrukció minőségére. Ugyanakkor zajmentes esetben, a fantom 22 vetületből való rekonstruálása több időt vesz igénybe, mint 32 vetület esetén (2.11(b) ábra). A 2.12. ábrán láthatók a 12 illetve 22 forrásra kapott zajmentes, illetve 5%-os zajos vetületekből rekonstruált átlag képek.

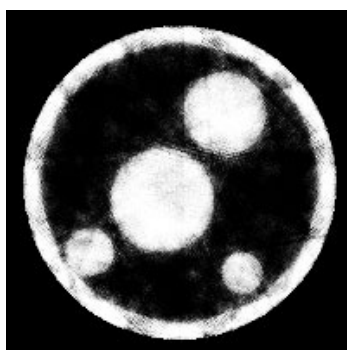


(a) Relatív átlagos hiba

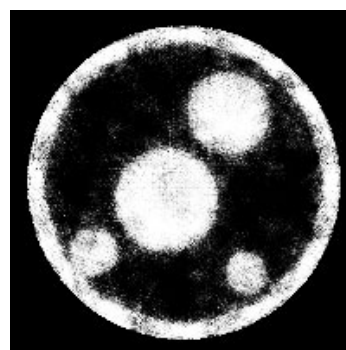


(b) Idő (sec)

2.11. ábra. A források számának (K) változtatásával elért hatás vonalmenti integrál esetén.



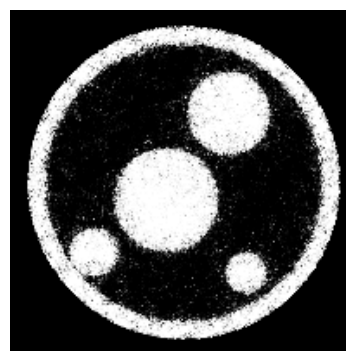
(a) 12 forrás, zajmentes



(b) 12 forrás, 5%-os Gauss zaj



(c) 22 forrás, zajmentes

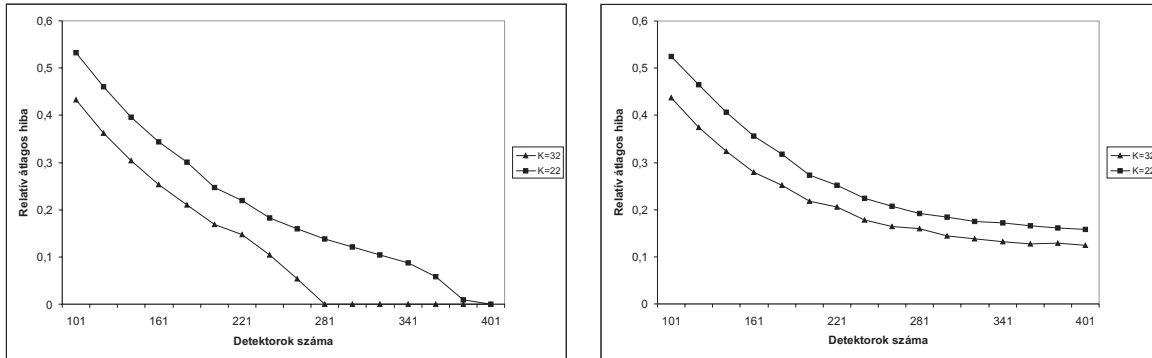


(d) 22 forrás, 5%-os Gauss zaj

2.12. ábra. Különböző számú forrás felhasználásával rekonstruált átlag képek vonalmenti integrál esetén.

Detektorok száma

A detektorok száma megadja az egy forrásból mért vetületi értékek számát. Ha több detektorral rendelkezünk, akkor több egyenlet áll rendelkezésünkre a (2.4) egyenletrendszerben.



(a) Zajmentes

(b) 5%-os Gauss eloszlású zaj

2.13. ábra. A detektorok számának (L) változtatásával kapott relatív átlagos hiba vonalmenti integrál esetén.

A detektorok számának a növelése egy adott határig javítja a rekonstrukció minőségét (2.13. ábra). Ez az érték 32 forrás esetén ebben az esetben $L = 281$ (2.13. és 2.14. ábra). A rekonstruált bináris képből az tűnik ki, hogy ilyen paraméterek esetén csaknem tökéletes a rekonstrukció.

Ezt a kísérletet megismételtük 22 vetületre is. Körülbelül ugyanazt a relatív átlagos hiba szintet $L = 401$ értékre kaptuk zajmentes esetben (2.13(a). ábra). A (2.6)-ban szereplő egyenletek száma csaknem megegyezik a két esetben (azaz $32 \cdot 281 = 8992 \approx 22 \cdot 401 = 8822$), ez megmagyarázza a két eredmény hasonlóságát.

Az SA optimalizálási algoritmus paraméterei

A megvalósított inhomogén SA algoritmus különböző paraméterekkel rendelkezik. Ebben a részben azt vizsgáljuk, hogy mi történik, ha a kezdő hőmérsékletet és a megállási feltételt változtatjuk.

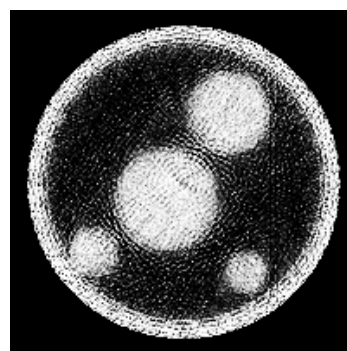
Kezdő hőmérséklet

A szimulált hűtés algoritmusban az alacsony hőmérséklet azt jelenti, hogy kis valószínűséggel fogad el az algoritmus olyan változtatásokat, amelyek a célfüggvény értékének növelését vonják maguk után, azaz az algoritmus nehezen hagyja el egy lokális minimum vonzáskörzetét. Magasabb hőmérséklet esetén a „rossz” irányú lépés valószínűsége nagyobb, ennek megfelelően nagyobb valószínűséggel hagyja el a vonzáskörzetet, ennek következtében nagyobb valószínűséggel talál rá a globális minimumra. Mindamellet, egy túlzottan magas kezdő hőmérséklet esetén felesleges iterációs lépéseket hajt végre az algoritmus. Így a kezdő hőmérséklet paraméter beállítását gondosan kell elvégezni.

Ebben a kísérletben a kezdő hőmérséklet 4° és 104° között változott. A görbék alapján láthatjuk (2.15. ábra), hogy a kezdő hőmérsékletnek az alap beállítások mellett nagyon korlátozott hatása van a relatív átlagos hibára. Ez azért lehetséges, mert az adott kezdő hőmérsékletek elég szabadságot adnak az SA algoritmusnak a globális minimum megtalálására. A végrehajtási idő görbéi (2.16. ábra) nem mutatnak nagy különbséget a maga-



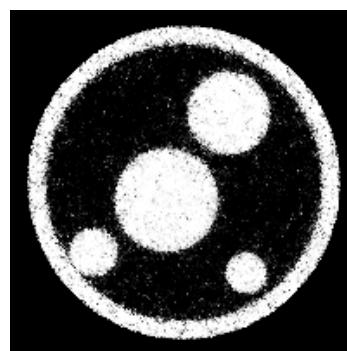
(a) 101 detektor, zajmentes



(b) 101 detektor, 5%-os Gauss zaj

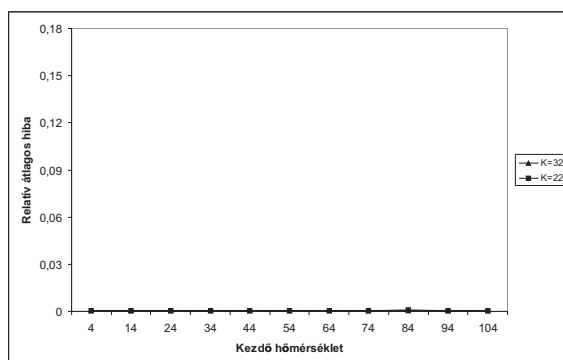


(c) 281 detektor, zajmentes

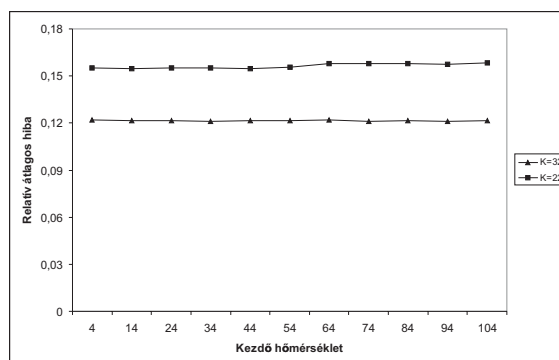


(d) 281 detektor, 5%-os Gauss zaj

2.14. ábra. 32 vetületből rekonstruált átlag képek különböző számú detektor felhasználásával vonalmenti integrál esetén.

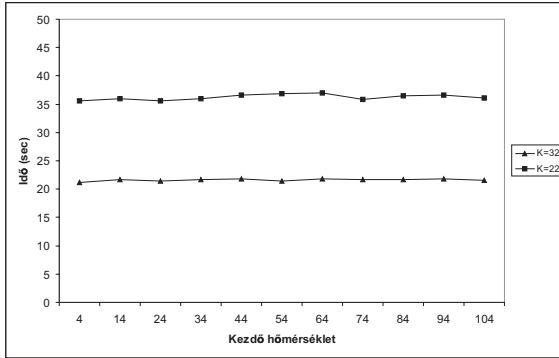


(a) Zajmentes

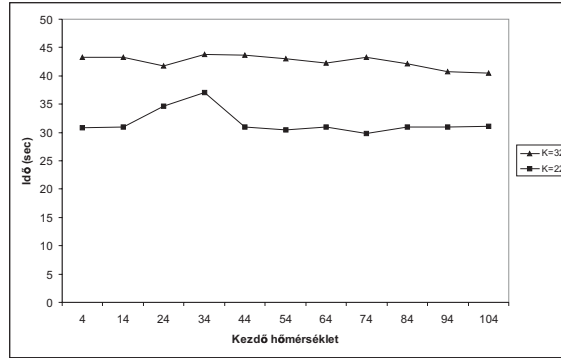


(b) 5%-os Gauss eloszlású zaj

2.15. ábra. Relatív átlagos hiba a kezdő hőmérséklet ($T^{(0)}$) függvényében vonalmenti integrál esetén.



(a) Zajmentes



(b) 5%-os Gauss eloszlású zaj

2.16. ábra. A végrehajtási idő a kezdő hőmérséklet ($T^{(0)}$) függvényében vonalmenti integrál esetén.

sabb kezdő hőmérsékletet tekintve. Megfigyelhető azonban, hogy 22 vetületből való rekonstrukció több időt vett igénybe, amikor nem adtunk zajt a vetületekhez. Ekkor a kevesebb egyenlet azt jelenti, hogy az egyenletrendszer alulhatározott és valószínűleg a célfüggvénynek ebben az esetben több lokális minimuma van. Fordított eredményt kapunk, amikor a vetületekhez 5%-os Gauss eloszlású zajt adtunk. Az lehet erre a magyarázat, hogy zaj és 32 vetület esetén több egyenletünk van és több lokális minimuma van a célfüggvénynek, mint $K = 22$ esetben.

Megállási feltétel

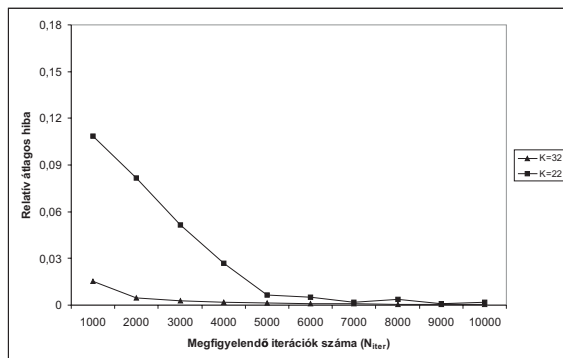
A megállási feltételt az inhomogén SA algoritmusban a nem elfogadott változtatások R_{thr} számával határozzuk meg az utolsó N_{iter} számú iterációs lépésben. Ha ez a szám nagyobb, mint egy előre megadott R_{thr} küszöbérték, akkor azt mondjuk, hogy a *hatékonyság* alacsony, mert túl kevés változtatást fogadott el az algoritmus.

A két paraméter hatását elkülönítve vizsgáltuk. Először az N_{iter} értékét változtattuk és az R_{thr} értékét ehhez képest magasan tartottuk (2.17 és 2.18. ábra). A ΔC célfüggvény eltérés szórásának a becslését az utolsó $N_{var} = N_{iter}/2$ elfogadott változtatás értékéből számítottuk ki. Másodszor rögzítettük az N_{iter} értékét és hatékonyság küszöbértékét (azaz R_{thr} -t) növeltük. Az eredményt a 2.19. és a 2.20. ábrákon láthatjuk.

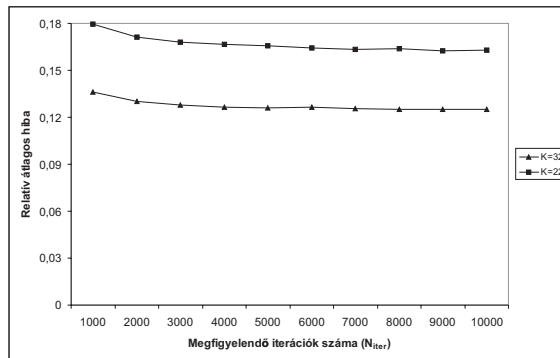
A relatív átlagos hiba csökkenő, a végrehajtási idő emelkedő tendenciát mutatott mind a két kísérletben. Ezekből a megfigyelésekből azt a következtetést vonhatjuk le, hogy a nagyobb hatékonyság megkövetelése jobb eredményt produkál, de a rekonstrukció több időt vesz igénybe.

A fantomkép bonyolultsága

10 különböző szoftver fantomot állítottunk elő. Ezek a fantomok 1, 2, ..., 10 kört tartalmaznak egy adott méretű körgyűrűn belül (2.21. ábra). A kísérletet mindegyik szoftver fantom esetében 100-szor ismételtük meg. Ezeknek a kísérleteknek az eredményét a 2.22. ábrán láthatjuk. A görbék alapján egyértelműen megállapíthatjuk, hogy a zajmentes és a zajos esetben eltérő eredményt kapunk. 22 zajmentes vetület esetén bonyolultabb képek csak nagyobb hibával rekonstruálhatóak. 32 vetület esetén elegendő információ áll rendelkezésre az összetett képek rekonstruálásához. 5%-os Gauss eloszlású zajt adva a vetületi értékekhez a rekonstrukció minősége nem változik lényegesen a fantomban lévő körök számával.

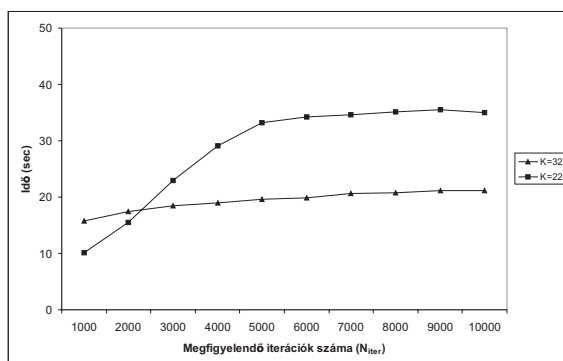


(a) Zajmentes

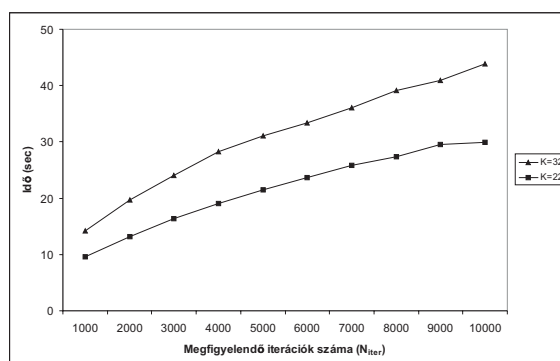


(b) 5%-os Gauss eloszlású zaj

2.17. ábra. Relatív átlagos hiba a megállási feltételben szereplő N_{iter} függvényében vonalmenti integrál esetén ($R_{thr} = N_{iter} - 10$ és $N_{var} = N_{iter}/2$).

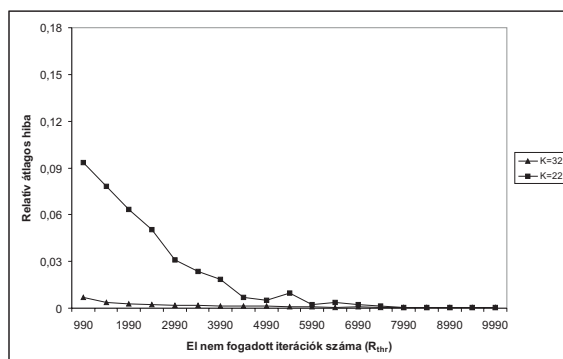


(a) Zajmentes

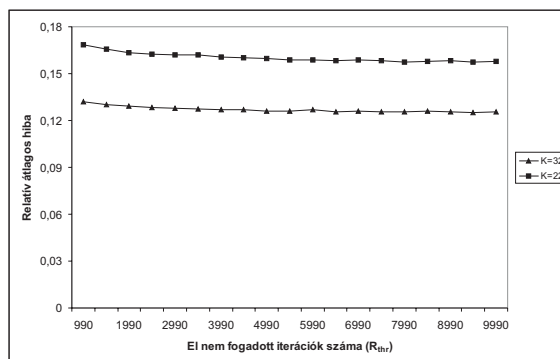


(b) 5%-os Gauss eloszlású zaj

2.18. ábra. Végrehajtási idő a megállási feltételben szereplő N_{iter} függvényében vonalmenti integrál esetén ($R_{thr} = N_{iter} - 10$ és $N_{var} = N_{iter}/2$).

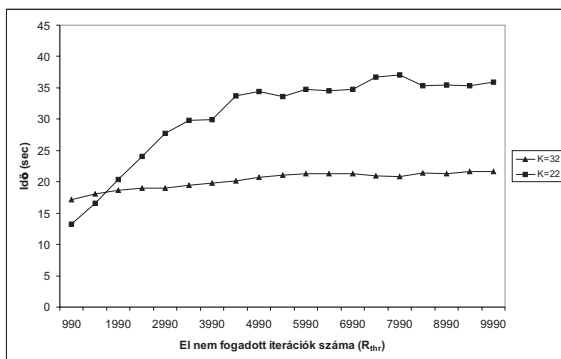


(a) Zajmentes

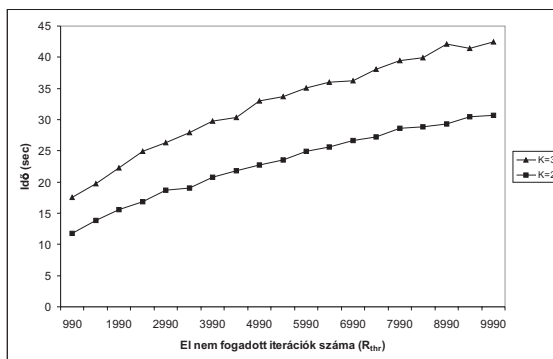


(b) 5%-os Gauss eloszlású zaj

2.19. ábra. A relatív átlagos hiba a hatékonysági követelmény (R_{thr}) függvényében vonalmenti integrál esetén ($N_{iter} = 10000$ és $N_{var} = 5000$).



(a) Zajmentes

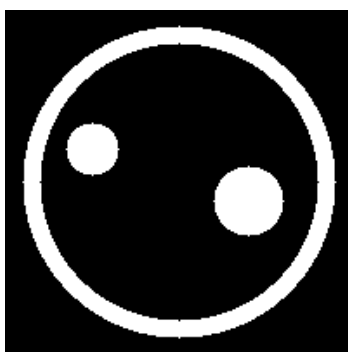


(b) 5%-os Gauss eloszlású zaj

2.20. ábra. A végrehajtási idő a hatékonysági követelmény (R_{thr}) függvényében vonalmenti integrál esetén ($N_{iter} = 10000$ and $N_{var} = 5000$).



(a) Gyűrű 1 körrel



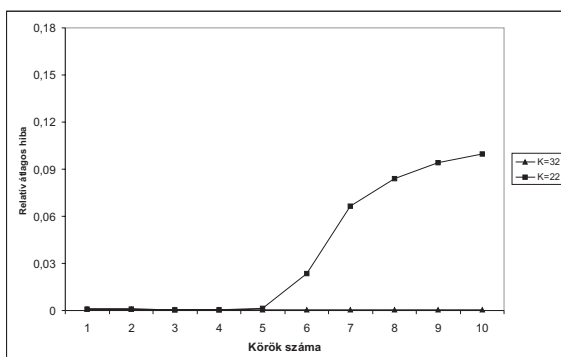
(b) Gyűrű 2 körrel

...

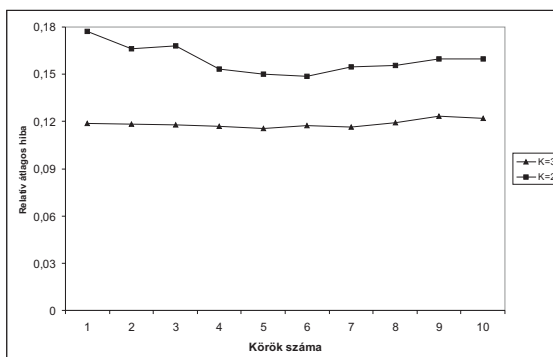


(c) Gyűrű 10 körrel

2.21. ábra. Az összetettség tesztelésére létrehozott szoftver fantom képek.



(a) Zajmentes



(b) 5%-os Gauss eloszlású zaj

2.22. ábra. A relatív átlagos hiba a körök számának függvényében (kép összetettsége) vonalmenti integrál esetén.

A regularizációs paraméter

Az előző esetekben a $\gamma_{\text{poz}} = 145$ regularizációs paraméter értéket használtuk a (2.6) egyenletben. A γ_{poz} értékének 0 és 145 közötti változtatásával a második tag egyre fontosabb szerepet tölt be a célfüggvény optimalizálása során. A kísérletekben egy speciális $\Psi(\mathbf{x})$ függvényt használtunk, nevezetesen

$$\Psi(\mathbf{x}) = \Psi_{\text{poz}}(\mathbf{x}) = \gamma_{\text{poz}} \cdot \Phi_{\text{poz}}(\mathbf{x}) = \gamma_{\text{poz}} \cdot \sum_{j=0}^{J-1} \text{poz}(f_j - f_j^{(\text{proto})}), \quad (2.9)$$

ahol poz a pozitív részét jelöli az y -nak. Formálisan:

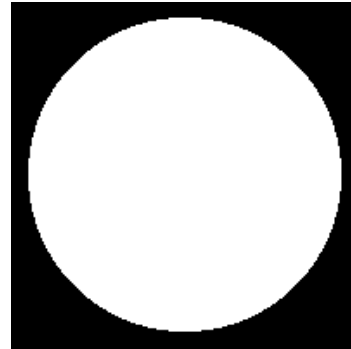
$$\text{poz}(y) = \begin{cases} y, & \text{ha } y > 0, \\ 0, & \text{különben,} \end{cases} \quad (2.10)$$

és $f_j^{(\text{proto})}$ egy úgynevezett *prototípus függvény*. Az 2.23(a). ábra fantom kép esetén az $f^{(\text{proto})}$ prototípus függvény egy körlemez karakterisztikus függvénye (2.23(b) ábra). A (2.6) egyenletben megadott γ_{poz} regularizációs paraméter és a $\Phi_{\text{poz}}(x)$ regularizációs tag befolyásolja az algoritmust a prototípusnak megfelelően. A célfüggvényt optimalizálva olyan eredményt fogunk kapni, ami az adott prototípus függvény alatt fog elhelyezkedni.

Kísérleteink során 0 és 145 között változtattuk a γ_{poz} regularizációs paraméter értékét. 32 zajmentes vetület esetén a γ_{poz} értékétől függetlenül jó eredményt kaptunk. Zajos és 22 vetületes kísérleteinkben γ_{poz} értékének növelésével javult a rekonstrukció minősége (2.23. ábra). Ez annak köszönhető, hogy a körlemezen kívüli x pontokban az érték 1-re változtatása növeli Φ értékét.



(a) Szoftver fantom



(b) Prototípus függvény az adott szoftver fantom esetén

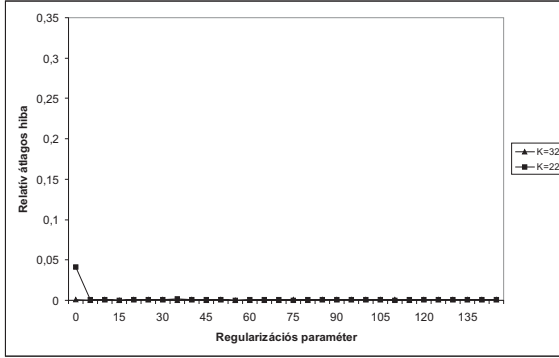
2.23. ábra. A szoftver fantom és a prototípus függvények képe.

Egészítsük ki a $\Psi(\mathbf{x})$ regularizációs kifejezést az alábbiak szerint:

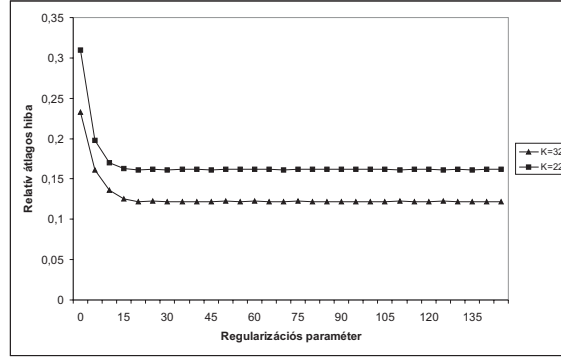
$$\Psi(\mathbf{x}) = \Psi_{\text{mix}}(\mathbf{x}) = \Psi_{\text{poz}}(\mathbf{x}) + \Psi_{\text{sm}}(\mathbf{x}), \quad (2.11)$$

ahol

$$\Psi_{\text{sm}}(\mathbf{x}) = \gamma_{\text{sm}} \cdot \Phi_{\text{sm}}(\mathbf{x}), \quad (2.12)$$

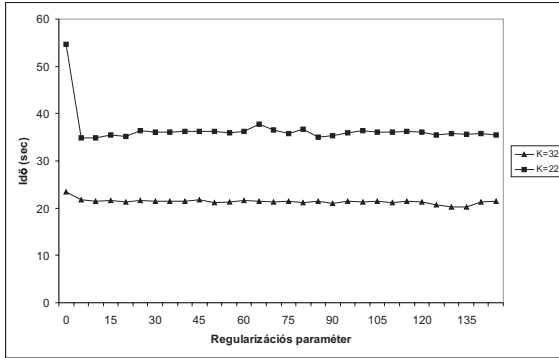


(a) Zajmentes

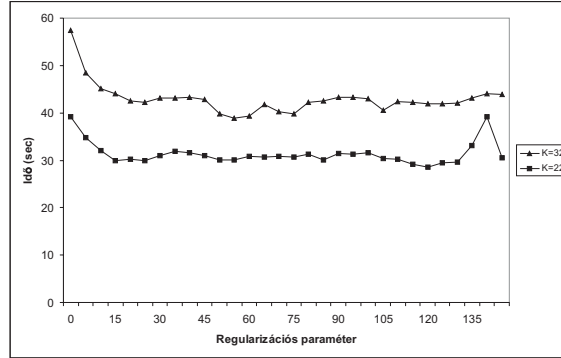


(b) 5%-os Gauss eloszlású zaj

2.24. ábra. A relatív átlagos hiba a γ_{poz} regularizációs paraméter függvényében vonalmenti integrál és Φ_{poz} esetén.



(a) Zajmentes



(b) 5%-os Gauss eloszlású zaj

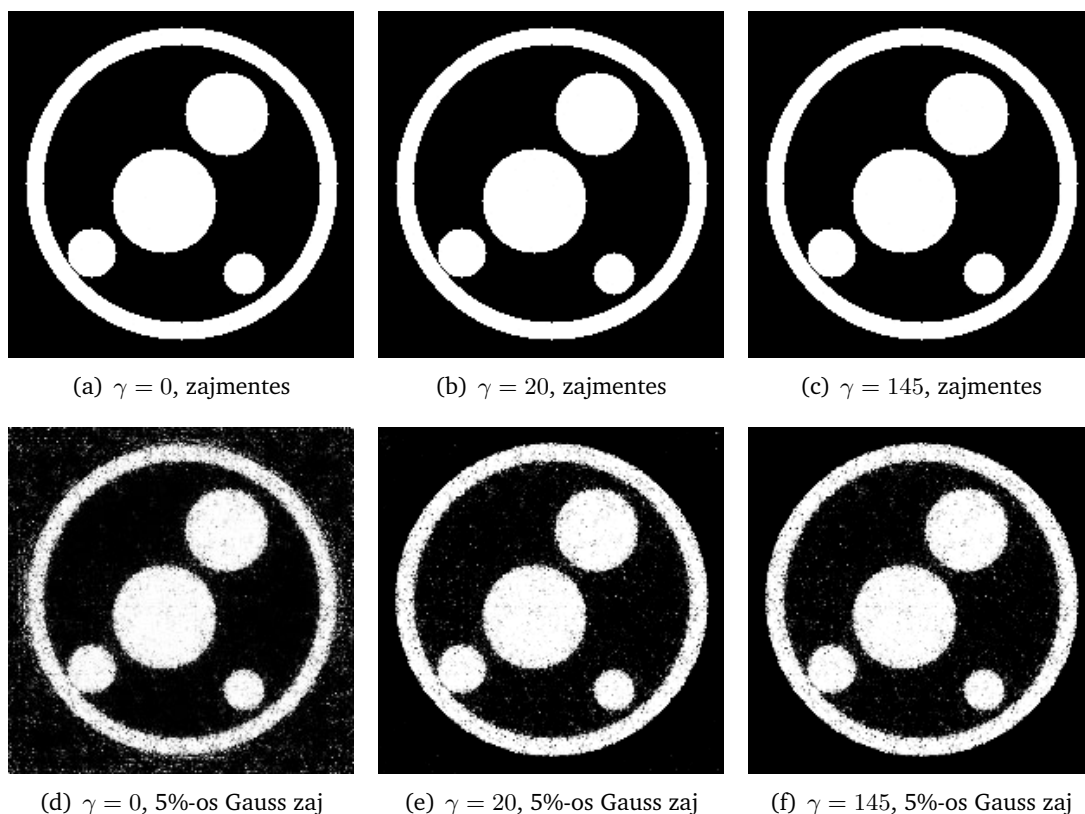
2.25. ábra. A végrehajtási idő a γ_{poz} regularizációs paraméter függvényében vonalmenti integrál és Φ_{poz} esetén.

és $\Phi_{\text{sm}}(\mathbf{x})$ -t következőképpen adjuk meg:

$$\Phi_{\text{sm}}(\mathbf{x}) = \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{\ell \in Q_j^m} g_{\ell,j} \cdot |x_j - x_\ell|, \quad (2.13)$$

ahol Q_j^m a j -edik pixel $m \times m$ -es környezetében lévő pixelek indexeinek a halmaza, és $g_{\ell,j}$ a j -edik pixel köré rajzolt Gauss eloszlás (harang felület) ℓ -edik pixelben felvett értéke. A $g_{\ell,j}$ skalár az ℓ -edik és j -edik pixel távolságát súlyozza. A $\Psi_{\text{mix}}(\mathbf{x})$ regularizációs kifejezést használva az optimalizálási algoritmust arra kényszerítjük, hogy olyan bináris mátrixot kapjunk megoldásul, amely az adott prototípus függvény alatt, lehetőleg nagy összefüggő homogén (csak 0-kból vagy csak 1-esekből álló) területeket tartalmaz.

A következő kísérletben a $\Psi_{\text{mix}}(\mathbf{x})$ regularizációs kifejezést használjuk a rekonstrukciós probléma megoldásakor 22 vetület esetén. A $\gamma_{\text{poz}} = 145$ regularizációs paraméter értéke mellett a γ_{sm} paramétert 0 és 49 között változtattuk. Zajos esetben a $\Psi_{\text{mix}}(\mathbf{x})$ regularizációs kifejezés használata a célfüggvényben javít a rekonstrukció minőségén egy bizonyos pontig (2.27(a) ábra), viszont a rekonstrukció több időt vesz igénybe (2.27(b) ábra). Az is jól látható, hogy a γ_{sm} skalár értékének gondatlan megválasztása rontani fog a rekon-



2.26. ábra. A γ_{poz} regularizációs paraméter változtatásával kapott átlag képek 32 vetület és vonalmenti integrál esetén.

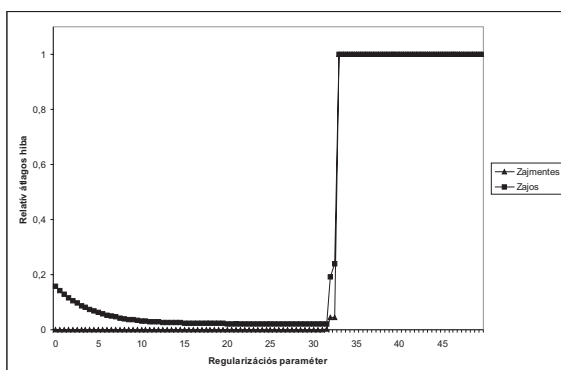
strukció minőségén. Ez azzal magyarázható, hogy $\Psi_{\text{sm}}(\mathbf{x})$ nagy γ_{sm} értékek mellett teljesen „elsimítja” a rekonstruálandó teret (egyetlen csak 0-kból vagy csak 1-esekből álló területet kapunk eredményül (2.28. ábra)). A kísérletet csak 22 vetületre hajtottuk végre, mivel 32 vetület esetén a rekonstruálási idő a γ_{sm} skalár növekedésével exponenciálisan emelkedett.

Zaj

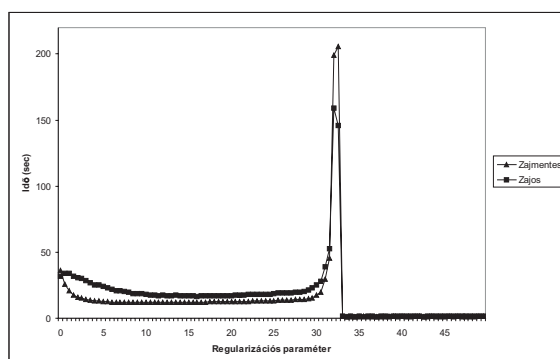
Az η zajt a kísérleteinkben 0% és 45% között változtattuk. Ismét a relatív átlagos hiba (2.29(a) ábra) és a végrehajtási idő (2.29(b) ábra) alapján rajzoltuk meg a görbékét. A vetületek zaj mértékének növelésével rosszabb eredményt kaptunk (2.29(a) ábra), ahogy az várható. Az alkalmazott algoritmus 22 vetület esetén és nagyobb zaj esetén gyorsabban futott le. Ennek oka az egyenletek alacsonyabb számában keresendő.

2.4.2. Vetületek számítása területi integrállal

Ebben a fejezetben a vetületi értékek meghatározására a területi integrálokat használtuk. A továbbiakban a legyező-nyaláb modell paramétereit vizsgáljuk területi integrál esetén. A későbbiekben ezeket az eredményeket fogjuk összehasonlítani a vonalmenti integrál alkalmazásával kapott eredményekkel.

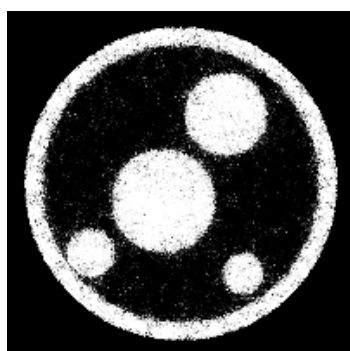
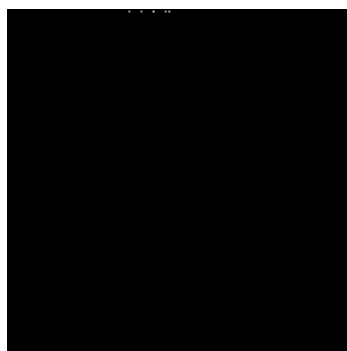


(a) Relatív átlagos hiba

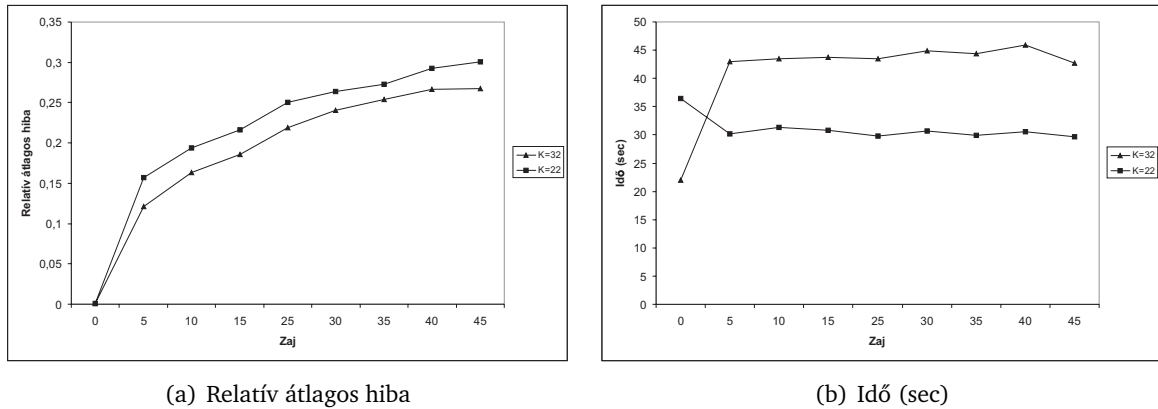


(b) Idő (sec)

2.27. ábra. A relatív átlagos hiba a γ_{sm} függvényében $\Psi_{mix}(x)$ regularizációs kifejezés, 22 vetület, 5%-os Gauss eloszlású zaj, $\gamma_{poz} = 145$ és vonalmenti integrál esetén.

(a) $\gamma_{sm} = 0$ (b) $\gamma_{sm} = 10$ (c) $\gamma_{sm} = 20$ (d) $\gamma_{sm} = 32.5$ (e) $\gamma_{sm} = 33$

2.28. ábra. A γ_{sm} regularizációs paraméter változtatásával kapott átlag képek 22 vetület, 5%-os Gauss eloszlású zaj és vonalmenti integrál esetén.



2.29. ábra. A zaj arányának (η) változtatásának hatása vonalmenti integrál esetén.

A legyező-nyaláb modell paraméterei

Területi integrál esetén a 2.2. táblázat tartalmazza az elvégzett kísérletek alap paraméter-beállításait, valamint a paraméterek lehetséges értékeit.

2.2. táblázat. Alap paraméter-beállítások és az egyes paraméter-értékeknek az intervalluma területi integrál esetén.

Paraméter	Alap értékek	Intervallum
A forrás távolsága az origótól (r)	250	[250, 1750]
A kezdő szög (θ_0)	0°	$[0^\circ, 360^\circ/K]$
A források száma (K)	$K \in \{22, 32\}$	[2, 32]
A detektorok száma (L)	401	[101, 401]
Hozzáadott zaj aránya (η)	$\eta \in \{0\%, 5\%\}$	$\{0\%, 5\%\}$

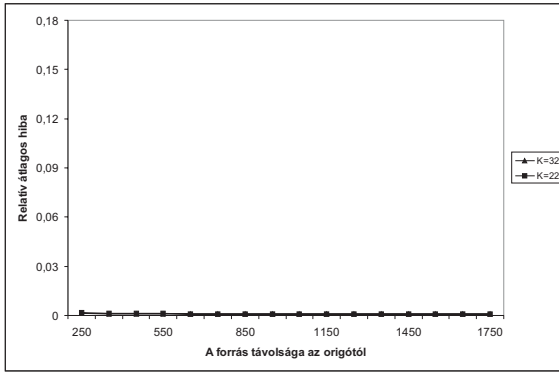
Ahogy az előző fejezetben is, ahhoz, hogy lássuk a zaj hatását, a kísérleteket nemcsak zajmentes, hanem 5%-os Gauss eloszlású zajjal terhelt vetületekre is végrehajtottuk. A kísérletek a Φ_{poz} regularizációs taggal és a $\gamma_{\text{poz}} = 145$ regularizációs paraméterrel (2.4.1. fejezet) hajtottuk végre, ahol a regularizációs tagban használt $f^{(\text{proto})}$ prototípus függvény a 2.23(b) ábrán látható. Az eredményeket a vizsgált paraméter relatív átlagos hiba és a futási idő függvényeként ábrázoltuk. A legtöbb kísérletet elvégeztük 32 és 22 vetület esetén is.

A forrás távolsága az origótól

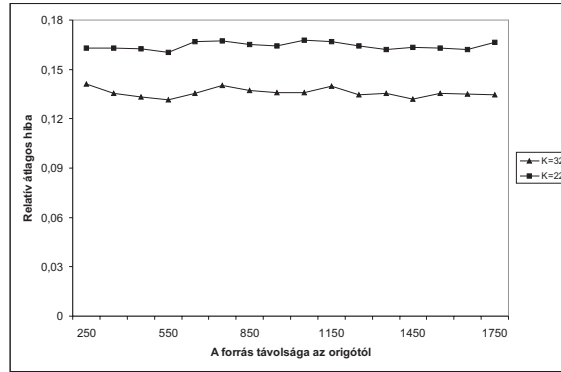
Ez az r -rel jelölt paraméter 250 és 1750 között változott (a detektor φ szögét és a detektorok α szögét szintén ennek megfelelően változtattuk). A paraméter változtatásának a hatása a 2.30. ábrán látható. Jól látható, hogy a forrás és az origó közötti távolság növelésével nem kapunk lényeges eltérést. Zajos kísérletek esetén (2.30(b). ábra) a hiba nagysága mindkét esetben nagyobb.

Kezdő szög

A θ_0 szög paramétert 0° és $360^\circ/K$ között változtattuk. Triviális, hogy a kezdőszög értéke a C_r kör mentén lévő többi forrás pozícióját is meghatározza (ha a források száma nem változik).



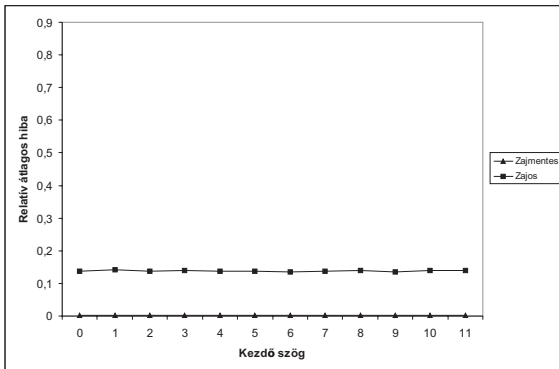
(a) Zajmentes



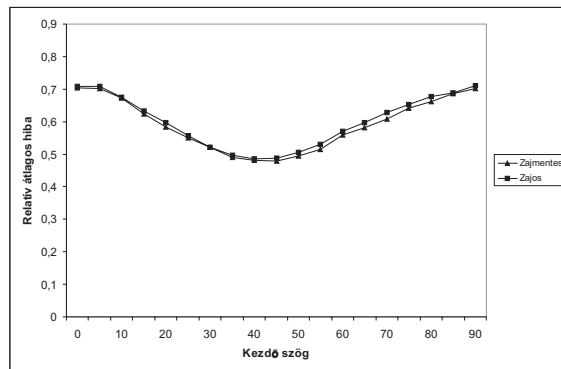
(b) 5%-os Gauss eloszlású zaj

2.30. ábra. A relatív átlagos hiba a forrás és az origó közötti távolság (r) függvényében területi integrál esetén.

A 2.31(a) ábra mutatja, hogy sok vetület esetén a kezdő szög érdemben nem, kevés vetület esetén viszont jelentősen befolyásolja a rekonstrukció minőségét. A jelenség és a magyarázat teljesen hasonló a 2.4.1. fejezetben látottakhoz. A 2.32. ábrán látható a 4 vetületből rekonstruált átlag képek $\theta_0 = 0^\circ$ és $\theta_0 = 40^\circ$ esetén.



(a) 32 vetület



(b) 4 vetület

2.31. ábra. A relatív átlagos hiba a θ_0 kezdő szög függvényében területi integrál esetén.

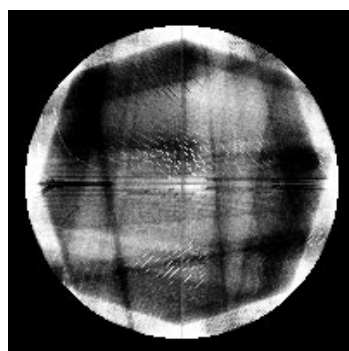
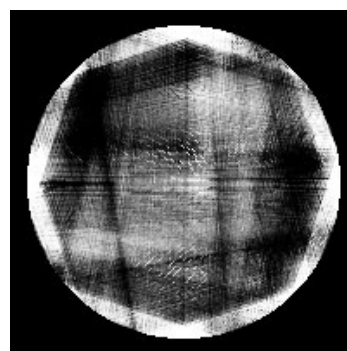
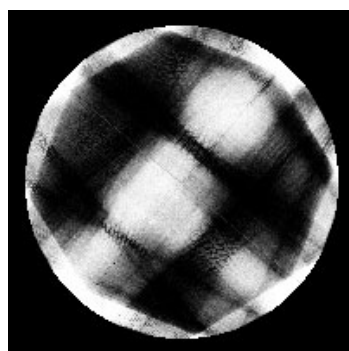
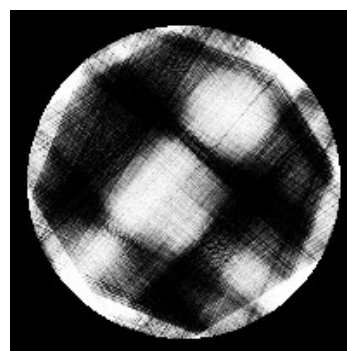
Források száma

A források (K) — más szóval a vetületek számát — 2 és 32 között változtattuk. Természetesen várható az, hogy a rekonstrukció minősége a vetületek számának növekedésével együtt javul. Az érdemi kérdés az, hogy hány vetületig javul lényegesen a rekonstrukció minősége.

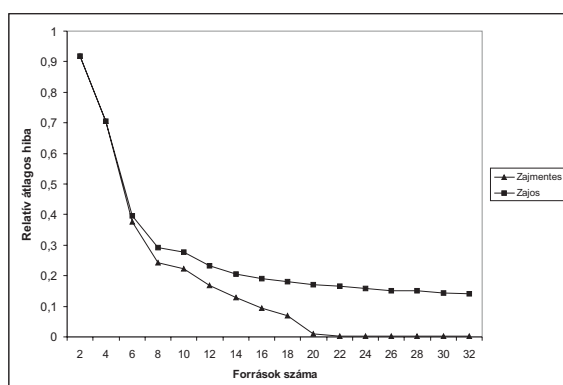
A 2.33. ábrán látható grafikonok azt mutatják, hogy egy bizonyos ponton túl nem nagyon észlelhető javulás. 20-nál több zajmentes vetület nem eredményez észrevehető javulást, ugyanakkor a fantom 20 zajmentes vetületéből való rekonstruálása több időt igényel, mint 32 vetületből (2.33(b) ábra). 2.34. ábrán látható a források számának a változtatásával kapott rekonstruált képek.

Detektorok száma

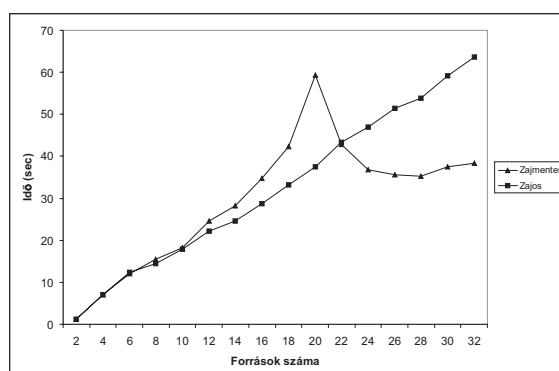
Várható, hogy a detektorok számának növelésével javul a rekonstrukció minősége is, de

(a) $\theta_0 = 0^\circ$, zajmentes(b) $\theta_0 = 0^\circ$, 5%-os Gauss zaj(c) $\theta_0 = 40^\circ$, zajmentes(d) $\theta_0 = 40^\circ$, 5%-os Gauss zaj

2.32. ábra. 4 vetületből rekonstruált átlag képek különböző kezdő szögek és területi integrál esetén.

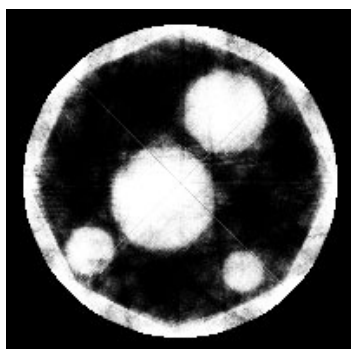


(a) Relatív átlagos hiba

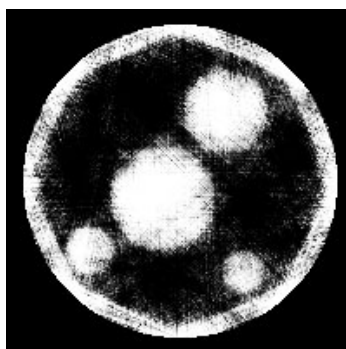


(b) Idő (sec)

2.33. ábra. A források számának (K) változtatásával kapott eredmény területi integrál esetén.



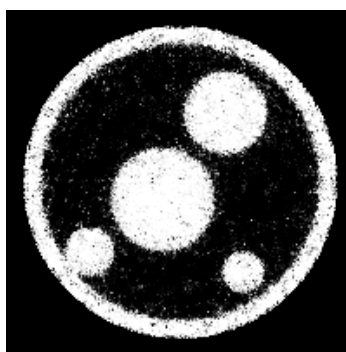
(a) 8 forrás, zajmentes



(b) 8 forrás, 5%-os Gauss zaj



(c) 20 forrás, zajmentes



(d) 20 forrás, 5%-os Gauss zaj

2.34. ábra. Különböző számú forrás felhasználásával rekonstruált átlag képek területi integrál esetén.

az is érthető, hogy idővel csökken a javulás üteme. Ezt tanúsítja a 2.35(a) ábra is.

Zajos esetben a rekonstrukció minősége a paraméter intervallum teljes egészén javuló tendenciát mutat (2.35(b) ábra). A 2.36. ábrán 32 vetületből rekonstruált eredményeket mutatunk be.

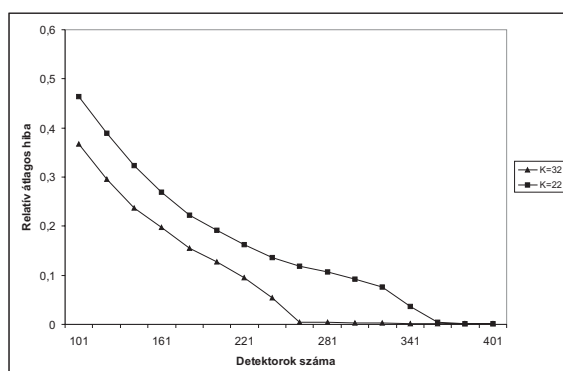
2.4.3. Eredmények

Ebben az alfejezetben a vonalmenti és a területi integrál szimulációs eredményeit foglaljuk össze. A kísérleteket kétértékű fantomokon hajtottuk végre. Mindegyik tesztben csak egy paramétert változtattunk. A relatív átlagos hiba és a végrehajtáshoz szükséges idő jobb becsléséhez a kísérleti lépéseket 100-szor ismételtük meg. A fejezet végén a vonalmenti és a területi integrálra kapott eredmények összehasonlítását adjuk meg.

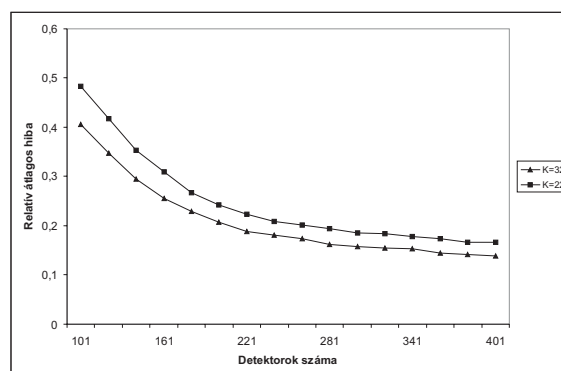
A vonalmenti és a területi integrál összehasonlítása

Az összehasonlításakor zajmentes és 5%-os eloszlású zajjal terhelt eredményeket mutatunk be valamint a források száma ($K = 22$ és $K = 32$) szerint is külön grafikont készítettünk.

A forrás távolságának növelésekor zajmentes esetben a vonalmenti és területi integrált használva semmilyen különbséget nem észleltünk (2.37(a) és 2.38(a) ábrák). Zajos esetben ugyanakkor minimális eltérést mutatnak az eredmények a vonalmenti integrál javára (2.37(b) és 2.38(b) ábrák). Ez valószínűleg a területi integrál simító hatásának tulajdonít-



(a) Zajmentes

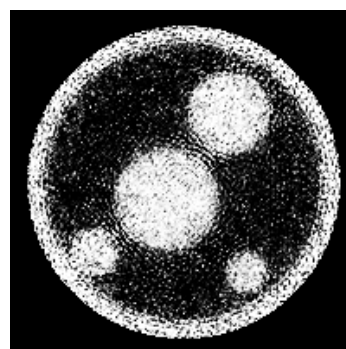


(b) 5%-os Gauss eloszlású zaj

2.35. ábra. A detektorok számának (L) változtatásával kapott relatív átlagos hiba területi integrál esetén.



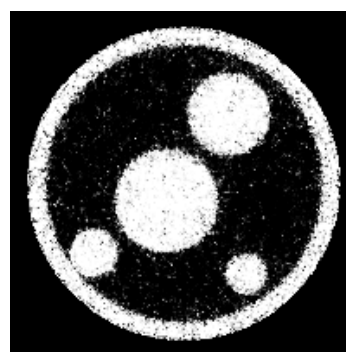
(a) 101 detektor, zajmentes



(b) 101 detektor, 5%-os Gauss zaj



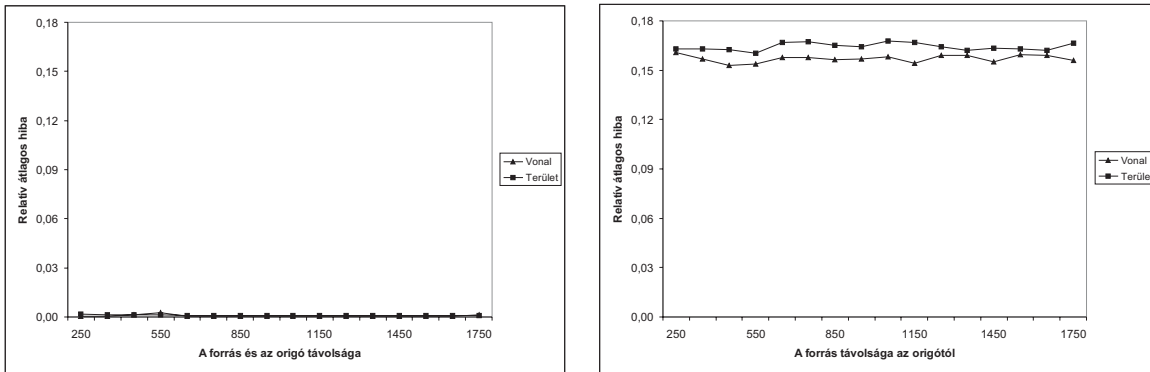
(c) 261 detektor, zajmentes



(d) 261 detektor, 5%-os Gauss zaj

2.36. ábra. 32 vetületből rekonstruált átlag képek különböző számú detektorok felhasználásával területi integrál esetén.

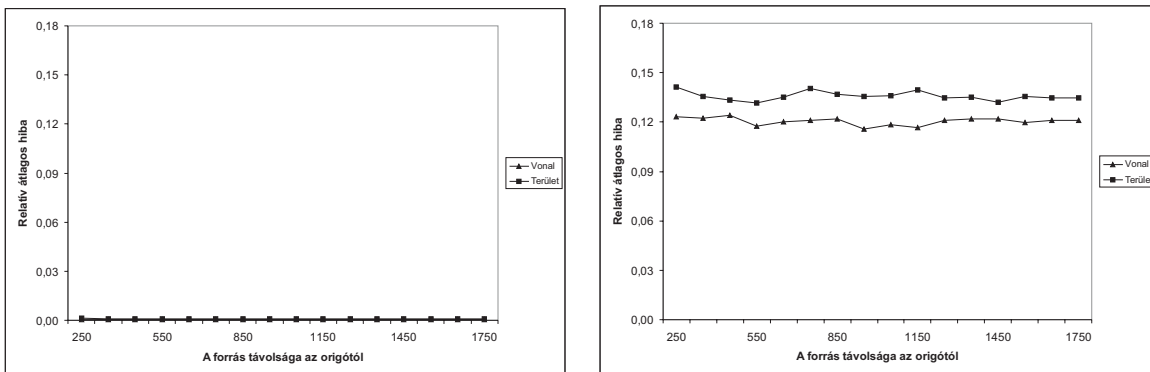
ható. Ez a jelenség szintén tapasztalható a források illetve a detektorok számának a változtatásakor. Megfigyelhető az is, hogy zajos vetületeken végzett rekonstrukciók relatív átlagos hibája magasabb 22 vetület esetén.



(a) Zajmentes

(b) 5% Gauss eloszlású zaj

2.37. ábra. A relatív átlagos hiba a forrás és az origó közötti távolság (r) függvényében vonalmenti és területi integrálokra (22 vetület).



(a) Zajmentes

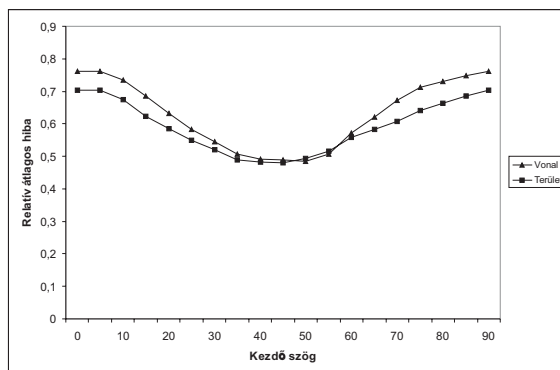
(b) 5% Gauss eloszlású zaj

2.38. ábra. A relatív átlagos hiba a forrás és az origó közötti távolság (r) függvényében vonalmenti és területi integrálokra (32 vetület).

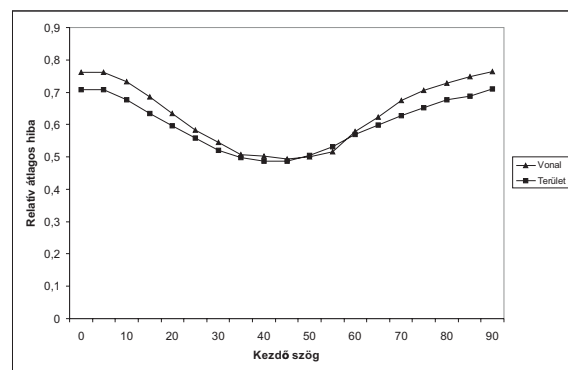
Megállapíthatjuk, hogy négy vetület és nem optimális kezdő szög esetén a területi integrál valamivel jobb eredményt ad (2.39. ábra), ugyanezt tapasztalhatjuk a vetületek (2.40. ábra) vagy a detektorok (2.41. és 2.42. ábrák) számának növelésekor egy bizonyos pontig, ezután zajos vetületek esetében a vonalmenti integrál ad árnyalatnyival jobb eredményt.

2.4.4. Diszkusszió

A szimulációs kísérletek alapján megállapíthatjuk, hogy a vonalmenti és a területi legyezőnyaláb vetület integrálok összehasonlítására végzett vizsgálatok eredményei nem mutattak nagy különbségeket. A rekonstrukciós algoritmus során használt szimulált hűtés paramétereire vonatkozó kísérleteknél azt tapasztaltuk, hogy jobb minőségű rekonstrukciós eredmény eléréséhez inhomogén szimulált hűtés esetén hosszabb futási időre van szükség.

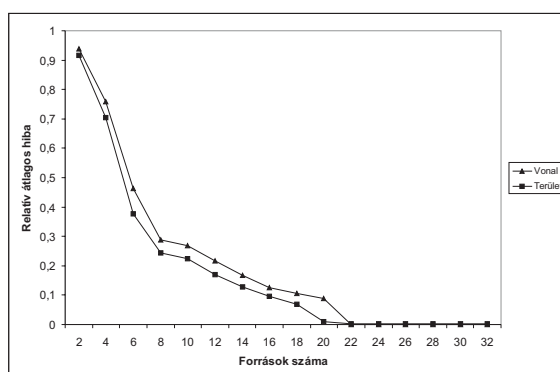


(a) Zajmentes

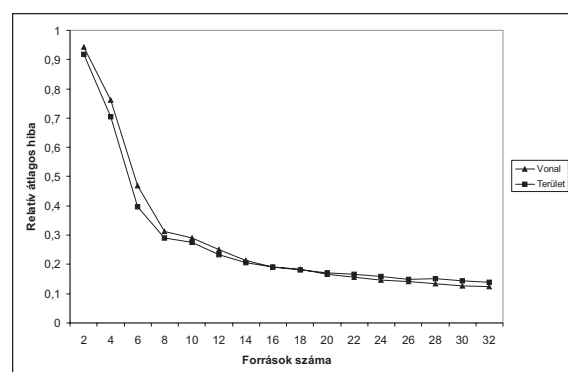


(b) 5% Gauss eloszlású zaj

2.39. ábra. A relatív átlagos hiba a kezdő szög (θ_0) függvényében vonalmenti és területi integrálókra 4 vetület esetén.

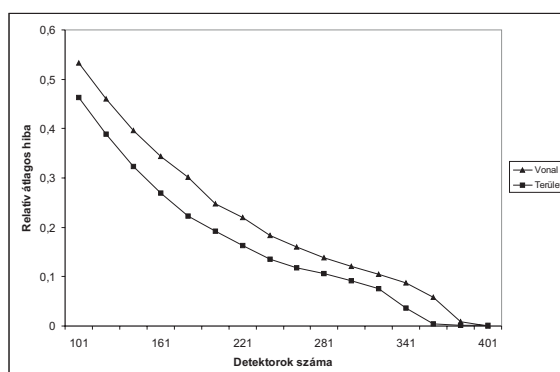


(a) Zajmentes

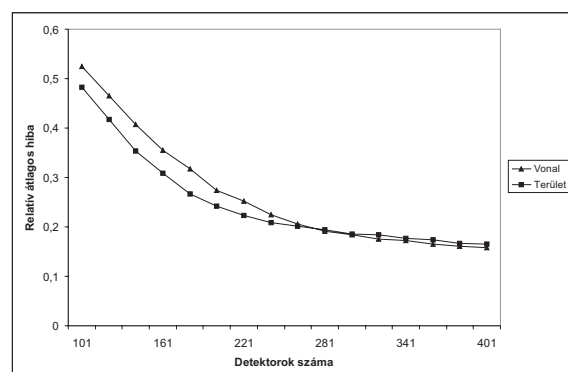


(b) 5% Gauss eloszlású zaj

2.40. ábra. A relatív átlagos hiba a források számának (K) függvényében vonalmenti és területi integrálókra.

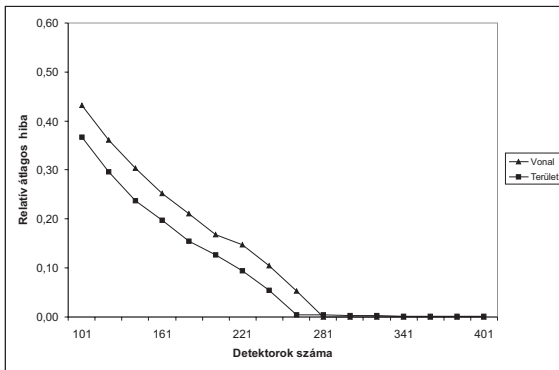


(a) Zajmentes

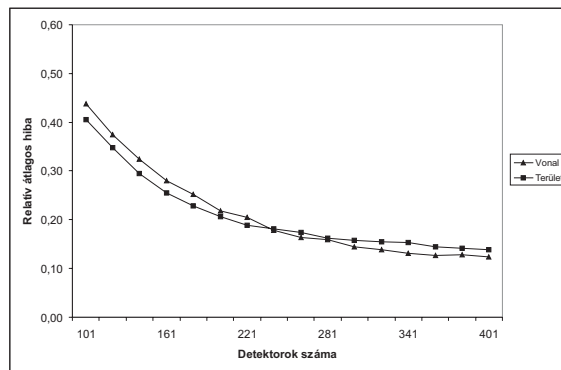


(b) 5% Gauss eloszlású zaj

2.41. ábra. A relatív átlagos hiba a detektorok számának (L) függvényében vonalmenti és területi integrálókra (22 vetület).



(a) Zajmentes



(b) 5% Gauss eloszlású zaj

2.42. ábra. A relatív átlagos hiba a detektorok számának (L) függvényében vonalmenti és területi integrálokra (32 vetület).

2.5. Alkalmazások

Az előző fejezetekben vizsgált diszkrét tomográfiai módszerre mutatunk be két lehetséges alkalmazást ebben a fejezetben. Ezek az alkalmazások főleg a nemroncsoló anyagvizsgálat egy-egy speciális problémájára adnak megoldási javaslatot. A fejezet végén az adott problémákra adott megoldások eredményeit összegezzük.

2.5.1. Nemroncsoló anyagvizsgálat röntgensugárzás esetén

Nagy abszorpciójú anyagokból (pl. fémekből) készült hosszúkás alakú tárgyak esetén bizonyos irányokból a mérési eredmények a zajszint alattiek lehetnek, az ilyen irányú vetületek használhatatlanok. Ilyen körülmények között a hagyományos rekonstrukciós módszerek (pl. filterezett visszavetítés) nem szolgáltatnak kellő pontosságú eredményt.

A dolgozat ezen fejezetében a használhatatlan vetületek miatt fellépő információ hiányt *a priori* információval pótolva alkalmazzuk a diszkrét tomográfiát.

A valódi vetületi adatokból való rekonstrukció előtt szimulációs adatokkal vizsgáltuk és elemeztük a DT érzékenységét bizonyos torzításokkal szemben. Mindegyik kísérletben 2D-s rekonstrukciós módszert és speciális fantomot használtunk.

A polikromatikus (több energiájú) röntgensugarak szisztematikus torzulást okoznak a vetületi adatban. Polikromatikus sugárnyaláb esetén Beer törvénye (2.1) csak közelítőleg írja le a jelenséget, mivel a (2.1) egyenletben az exponenciális függvényt még a sugár spektruma felett is integrálni kell. A vetületre felírt (2.2) egyenlet csak közelítőleg igaz. Ilyen vetületeken végrehajtott filterezett visszavetítéses rekonstrukció esetében lép fel a sugárnyaláb keményedés (beam hardening) néven ismert jelenség. A jelenség korrekciójának az eredményét szintén felhasználtuk a rekonstrukciós rendszer teljesítményének a kiértékelésekor.

A szimulációkat és a kísérleti méréseket, valamint a sugárnyaláb keményedésének a korrekcióját a müncheni „Corporate Technology PS 9, Siemens AG”-nél hajtották végre. A diszkrét tomográfiai rekonstrukciókat az ott készült vetületek alapján mi végeztük Szegeden.

A fantom

Egy fantomot terveztek a Siemensnél, amelyen tanulmányozni lehet a nemroncsoló anyagvizsgálatok során fellépő problémákat. A fantom (2.43. ábra) rézből készült, melyen rések, furatok, görbe és egyenes határvonalak találhatók. A fantom méretét, különböző feltételek figyelembe vételével (tárgy mérete, feszültség, dinamikus tartomány), a szimulációk során kapott eredmények alapján határozták meg Münchenben. A fantom mérete ezek alapján $70 \text{ mm} \times 16 \text{ mm}$ és a legkisebb furat mérete 0.5 mm .



2.43. ábra. A kísérletek során felhasznált fantom fényképe.

Rekonstrukciós módszer

Hasonlóan a szimulációs kísérletek során használt rekonstrukciós módszerhez (2.3. fejezet) a következő célfüggvényt minimalizáltuk:

$$C(\mathbf{x}) = \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\| + \Psi_{\text{sm}}(\mathbf{x}), \quad \text{ahol } \mathbf{x} \text{ bináris vektor.} \quad (2.14)$$

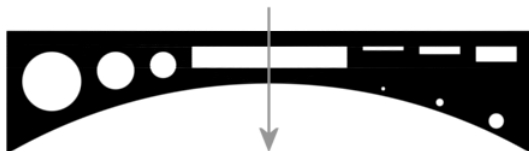
A célfüggvényben a $\Psi_{\text{sm}}(\mathbf{x})$ a 2.4.1. fejezetben bevezetett regularizációs kifejezés volt ((2.12) és (2.13) egyenletek). Az adott regularizációs kifejezést használva az optimalizálási algoritmust arra kényszerítjük, hogy olyan bináris mátrixot kapjunk megoldásul, amely lehetőleg nagy összefüggő homogén (réz: 1 vagy levegő: 0) területeket tartalmaz.

A (2.14) egyenlet megoldásához a homogén *szimulált hűtés* optimalizálási módszert (2.3.1. fejezet) használtuk.

Szimulációs eredmények

A diszkrét tomográfiával rekonstruált keresztmetszeti képek minőségének az elemzéséhez szimulációs vetületi adatokból indultunk ki. Először ideális monokromatikus röntgensugarakkal előállított vetületekből rekonstruáltunk, aztán azt vizsgáltuk, hogyan befolyásolja a rekonstrukciót a zajos és a polikromatikus röntgensugárzás. A vetületek szimulációval történő előállításához a foton szóródást nem vettük figyelembe. A szimulációt ideális legyező-nyaláb geometriával hajtottuk végre, vagyis pontforrás és vonal detektor sor meglétét tételeztük fel (400 detektor, 360 vetület a teljes kör mentén, a rekonstrukciós kép pixel mérete $0,32 \text{ mm}$). A detektált intenzitás értékeket a (2.1) exponenciális elnyelődési törvényt használva vonalmenti integrállal számoltuk ki. Lebegőpontos aritmetikát használva a dinamikus tartomány (detektálható intenzitás maximuma / detektálható intenzitás minimuma) először „végtelen” volt: nem fordult elő, hogy a röntgensugár „teljesen” elnyelődött volna. Ez a jelenség a vizsgált tárgy nagy mérete és magas abszorpciós együtthatójából illetve alacsony kilépő röntgensugár intenzitás miatt következhet be (lásd a (2.1) egyenletet). Ahhoz, hogy teljes elnyelődést is tartalmazó vetületeket állítsunk elő, csökkentettük a dinamikus tartományt azzal, hogy egy adott küszöbérték alatt minden intenzitás értéket a minimális értékkel tettünk egyenlővé.

Ahhoz, hogy az eredeti tárgy pontos méreteit meghatározzuk, nagy felbontással (800 detektor, 2880 vetület) hajtottunk végre rekonstrukciót filterezett visszavetítéssel. A rekonstrukció eredménye a 2.44. ábrán látható. Ezt az eredményt tekintettük referenciának. A fantom legkritikusabb pozícióján vett profillal jellemezzük a rekonstrukció minőségét. A rekonstrukciós eljárást (egyetlen kivétellel) 50-szer ismételtük meg hasonlóan a szimulációs kísérleteknél bemutatott módhoz (2.4. fejezet). Az eredmények bemutatásakor az 50 megismételt rekonstrukció eredményének átlagát adjuk meg.

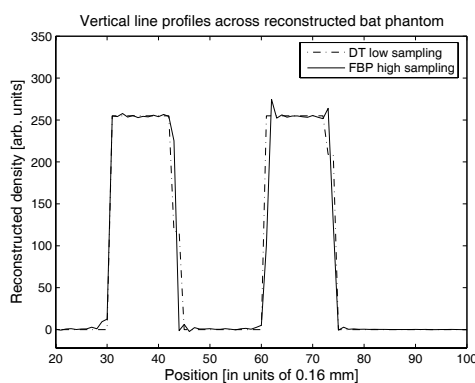


2.44. ábra. Nagy felbontással végrehajtott filterezett visszavetítéssel rekonstruált keresztmetszeti kép. A nyíl azt a pozíciót jelzi, ahol a függőleges profilt vizsgáltuk.

Ideális monokromatikus esetben a vetületi adat zajmentes volt és végtelen dinamikus tartománnyal rendelkezett (360 vetület, 400 detektor). A kísérleteket csökkentett felbontású vetületeken hajtottuk végre. A nagy felbontásból történő filterezett visszavetítéssel kapott rekonstrukciós eredményt és a diszkrét tomográfiai eredményeket összehasonlítottuk. A rekonstrukció eredménye a 2.45(a) ábrán látható. A 2.45(b) ábra mutatja, hogy a nagy felbontású adaton végrehajtott filterezett visszavetítéssel rekonstruált keresztmetszeti képen néhány túske látható (aliasing effektus: sokkal nagyobb felbontásra lenne szükség). A DT eredményen jól látható, hogy a rekonstrukció pontossága a pixel felbontáson belül van. Ezt az eredményt a $\Psi_{sm}(x)$ regularizációs kifejezés nélkül értük el.



(a) Rekonstruált keresztmetszeti kép



(b) Függőleges profil görbék a rekonstruált fantom (Sven Krimmel grafikonja [26])

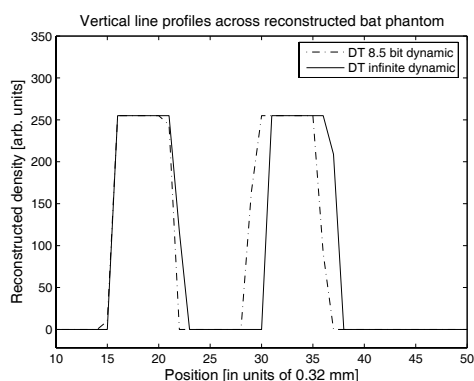
2.45. ábra. Ideális esetben kapott eredmény $\Psi_{sm}(x)$ regularizációs kifejezés nélkül. A grafikon a denzitás változását mutatja a függőleges profilon 0,16 mm-enként (az alacsony felbontású profil ebben az esetben újra lett mintavételezve, hogy a két görbe összehasonlítható legyen).

Annak érdekében, hogy egy valódi detektort szimuláljunk, a dinamikus tartományt 8,5 bitre csökkentettük. A 2.46. ábrán láthatók a rekonstrukció eredményei. A $\Psi_{sm}(x)$ regularizációs tag nélküli eredményen (2.46(a) ábra) megfigyelhető, hogy a fantom kritikus részén

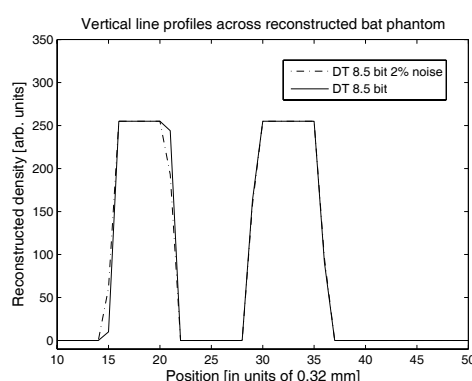
az egyes rekonstrukciók más és más eredményeket adtak. Ez a jelenség a nagy mennyiségű adat hiányával magyarázható. Amennyiben használtuk a $\Psi_{sm}(x) = \gamma_{sm} \cdot \Phi_{sm}(x)$ regularizációs tagot, az előzetes kísérletek során meghatározott megfelelő γ_{sm} regularizációs együtthatóval, akkor sokkal jobb eredményt értünk el (2.46(b) ábra). A 2.47(a) ábrán a csökkentett tartomány esetén tapasztalható eltérés szintén a nagy mennyiségű adat hiányával indokolható. A rekonstrukciók során a vetülethez adott 2%-os zaj esetén sem romlott lényegesen azok minősége (2.46(c) és 2.47(b) ábra). Nagyobb zaj (5%) esetén torzulást figyeltünk meg a rekonstrukció során (2.46(d) ábra). Figyelembe véve, hogy a vizsgált objektum anyaga nagy abszorpciójú és a mérete 70 mm volt, a diszkrét tomográfiával elért eredmények kiemelkedően jók voltak. Ez azt is bizonyítja, hogy a DT felhasználásával nagyobb méretű (hosszabb) objektumokat is lehetne vizsgálni.

(a) $\Psi_{sm}(x)$ regularizációs kifejezés nélkül(b) $\Psi_{sm}(x)$ regularizációs kifejezést használva(c) 2%-os additív zaj esetén $\Psi_{sm}(x)$ regularizációs kifejezést használva(d) 5%-os additív zaj esetén $\Psi_{sm}(x)$ regularizációs kifejezést használva

2.46. ábra. Csökkentett dinamikus tartományú vetületek eredményei zajmentes és zajos (2%-os és 5%-os additív zaj) esetben.



(a) A végtelen és a csökkentett (8,5 bit) dinamikus tartomány összehasonlítása



(b) A csökkentett(8,5 bit) dinamikus tartomány zajos (2%) és zajmentes összehasonlítása

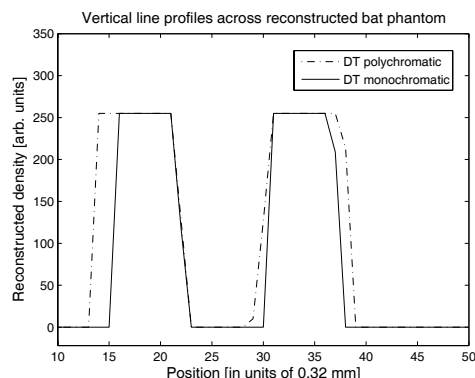
2.47. ábra. DT rekonstruálással kapott függőleges profilok. A grafikonok a denzitás változását mutatja a függőleges profilon 0,32 mm-enként (Sven Krimmel grafikonjai [26]).

Polikromatikus röntgensugarak és végtelen dinamikus tartomány esetén a 2.48. ábrán

jól látható módon a diszkrét tomográfiával rekonstruált objektum alakja jelentős eltérést mutat. Az alak deformáció magyarázható azzal, hogy a polikromatikus röntgensugarak esetén a torzulás szisztematikus volt nem pedig statisztikai, ahogy azt a hozzáadott zajnál tapasztaltuk (2.48(b) ábra). Azt a következtetést lehet levonni, hogy a polikromatikus sugárnyalábok esetén sugárnyaláb keményedés korrekcióra van szükség a vetületeken, vagy a DT modellt kell módosítani úgy, hogy figyelembe vegye ezt a hatást. A sugárnyaláb keményedés fontos és intenzíven kutatott terület, de nem képezi a jelen disszertáció tárgyát.



(a) Rekonstruált keresztmetszeti kép



(b) Függőleges profil görbék a rekonstruált fantomon (Sven Krimmel grafikonja [26])

2.48. ábra. Polikromatikus röntgensugarak és végtelen dinamikus tartomány esetén kapott eredmény. A grafikon a denzitás változását mutatja a függőleges profilon 0,32 mm-enként.

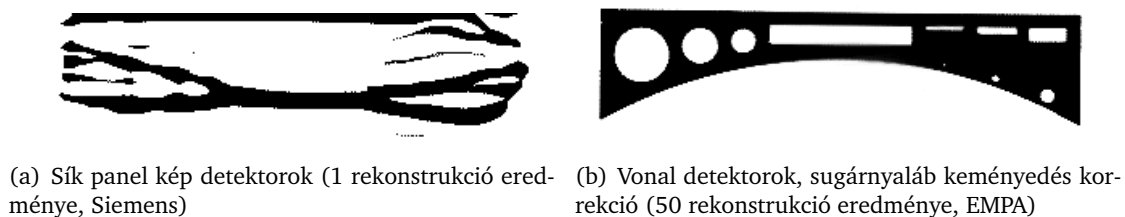
Kísérleti eredmények

A méréseket két különböző beállítással hajtottuk végre. Az egyik a Siemensnél a másik a EMPA-nál (Eidgenössische Materialprüfungs- und Forschungsanstalt, Dübendorf, Svájc). A mért adatokat a rekonstrukcióhoz újra mintavételeztük: az EMPA (parallel sugárnyaláb geometria, 330 detektor vonal, 312 vetület, 0,23 mm pixel méret), és Siemens (legyező sugárnyaláb, 400 detektor sík panel detektor, 360 vetület, 0,23 mm pixel méret) esetében.

A szimulációs vizsgálatokból is kiderült, hogy a sugárnyaláb keményedés korrekció szükséges lenne a DT rekonstrukció használata esetén. A foton szóródás esetén is jelentős torzulásra számíthatunk. Az első eredményt sík panel detektorokkal detektált vetületeken kaptuk (2.49(a) ábra). A nagy mennyiségű torzulás miatt a DT-vel ebben az esetben nem értünk el jó eredményt. A 2.49(b) ábrán látható, hogy EMPA vonal detektorral mért vetületeknél viszont sokkal jobb eredményt értünk el.

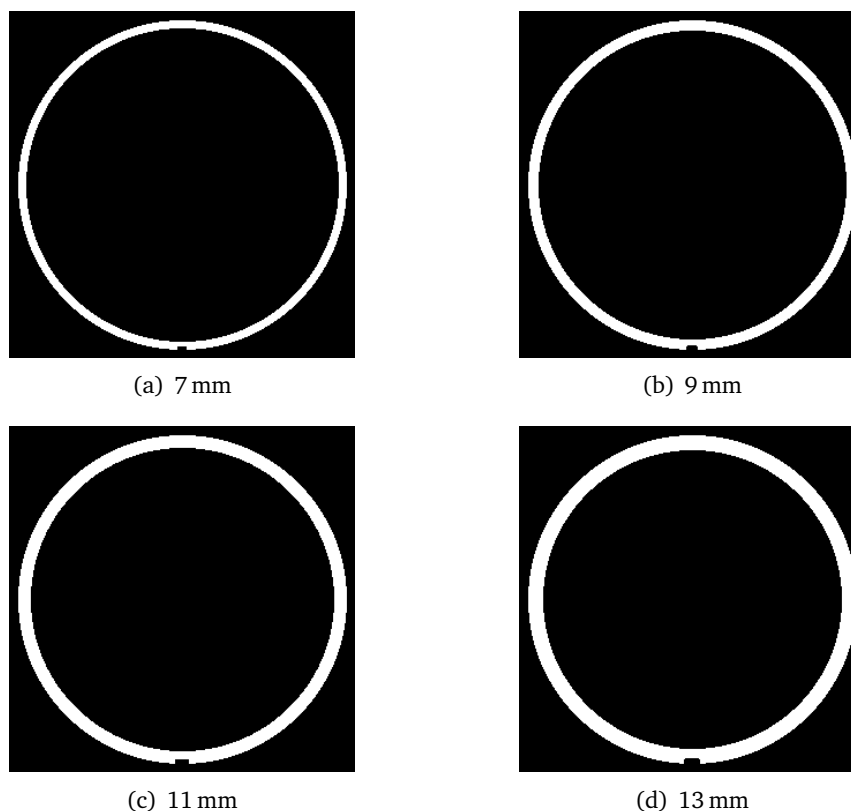
2.5.2. Csővezetékek vizsgálata neutron tomográfiai módszerrel

Ebben a fejezetben egy újabb lehetséges alkalmazását mutatjuk be a diszkrét tomográfiának, amikor is különböző folyadékokat és gázokat továbbító csővezetékek nemroncsoló anyagvizsgálatához használjuk fel ezt a módszert. A csővezetékek biztonsága és megbízhatósága kulcsfontosságú a nukleáris és vegyi ipar számára. A csővezetékek legfontosabb paramétere a falvastagság. A csővezetékek külső részén lévő szigetelő anyag költséges eltávolítása nélkül csak a radiográfiai módszer nyújt lehetőséget annak megvizsgálására. Ráadásul ezt a módszert magas hőmérséklet mellett is jól lehet alkalmazni.



2.49. ábra. A DT rekonstrukcióval kapott eredmények valódi vetületek esetén.

Először szoftver fantomokat készítettünk a csővezetékek keresztmetszetének a szimulálására [8]. A gyűrű szoftver fantomokon szintén elhelyeztük a megfelelő korróziókat reprezentáló elváltozásokat (hiányokat) (2.50. ábra).



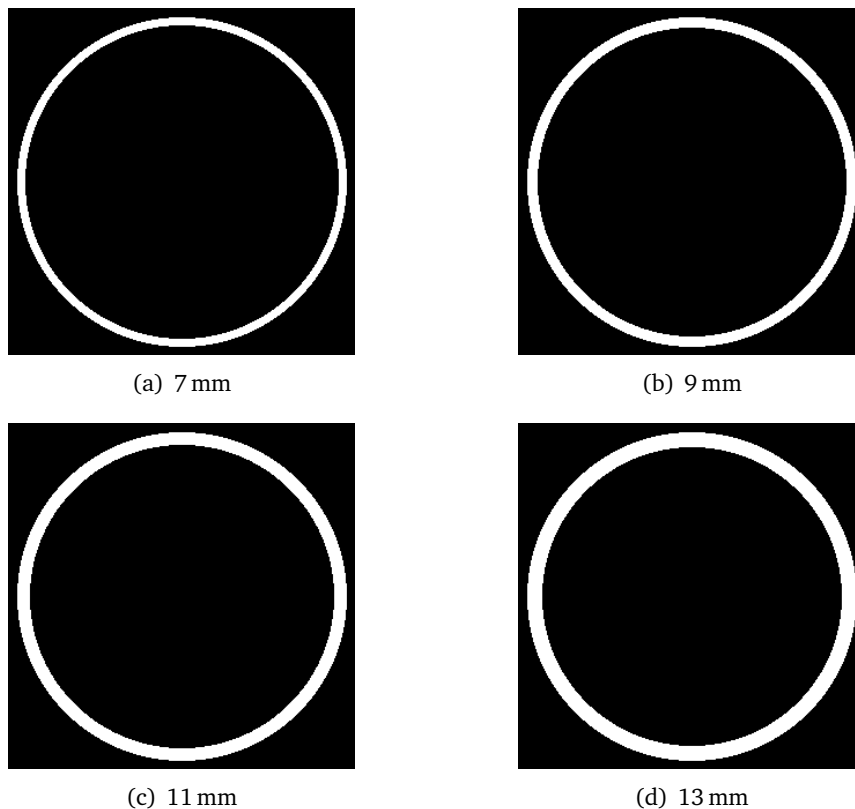
2.50. ábra. A kísérletben felhasznált szoftver fantomok. A cső falvastagsága 7, 9, 11 és 13 mm.

A fantomok legyező-nyaláb vetületeit szoftveres úton számítottuk ki. A valósághoz hasonlóan feltettük, hogy a csővezeték belsejében lévő anyagnak (olaj) olyan magas az elnyelési együtthatója, hogy a neutron sugarak teljesen elnyelődnek. Vagyis, a belső területen áthaladó sugarak mentén vett integrál 0. Ilyen módon csak a csővezeték falán áthaladó sugarak használhatók a rekonstrukció során. Ez azt jelenti, hogy nincs információnk a belső területről, így nem is kell azt rekonstruálnunk. A csővezeték borító szigetelő anyag elnyelési együtthatója elhanyagolható a neutron tomográfia alkalmazása esetén. A kísérlet során csak a csővezeték falát, illetve az azon lévő korróziós hibát rekonstruáltuk diszkrét

tomográfiai (DT) módszer segítségével. A DT rekonstrukciós módszernél a következő cél-függvényt optimalizáltuk homogén szimulált hűtéssel:

$$C(\mathbf{x}) = \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\| + \Psi_{\text{mix}}(\mathbf{x}), \quad (2.15)$$

ahol $\mathbf{x}$ egy kétértékű vektor, $\Psi_{\text{mix}}(\mathbf{x})$ a 2.4.1. fejezet regularizációs paraméter részében bevezetett regularizációs kifejezés a megfelelő cső prototípussal (2.51. ábra).



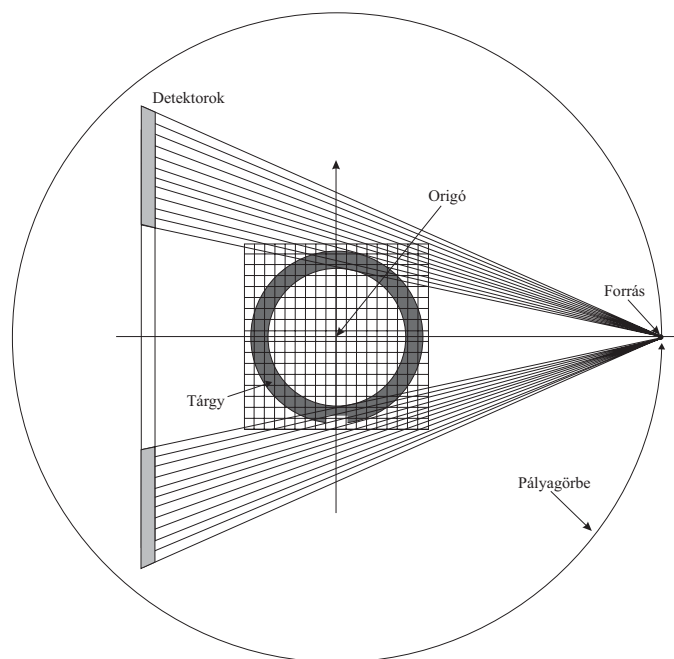
2.51. ábra. A kísérletben felhasznált prototípusok.

Fantomok és vetületek

A falak vastagsága 7 mm, 9 mm, 11 mm és 13 mm volt a következő furatokkal: 7 mm $\times$ 4 mm, 9 mm $\times$ 5 mm, 11 mm $\times$ 6 mm és 13 mm $\times$ 7 mm (2.50. ábra), ahol az első érték a vízszintes méret, a második pedig a függőleges.

A szimulációt 32 és 16 vetületre végeztük el, melyeket egyenletesen vettünk fel a kör mentén. A vetületeket vonalmenti integrált használva számítottuk ki. A detektor és az origó távolsága 200 mm volt. Ahhoz, hogy a fizikai kísérlethez [8] hasonló (párhuzamos) sugárnyalábokat használjunk a szimulációban, a forrás 1000 m-re volt az origótól (2.52 ábra). A detektor mérete 350 mm volt, melyen 351 ponton mértük a vetületi értékeket.

A rekonstrukciós algoritmusban a 2.52. ábrán látható módon a sík detektor soron csak azokat a vonalmenti integrál értékeket használtuk, melyek nem metszik a gyűrű belső részét. Természetesen a vetületi értékek nulla volta már eleve meghatározza a csővezeték belső falát, de valódi adatok esetén is ez a helyzet.



2.52. ábra. A kísérletben használt geometriai modell. Csak a szürkével jelölt detektorok mérési eredményeit használtuk a rekonstrukció során.

A kísérleteinkben a következő eseteket tanulmányoztuk:

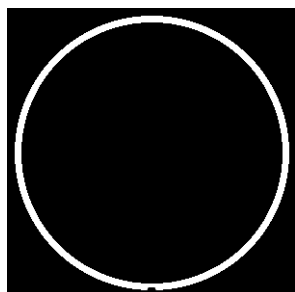
- hogyan viselkedik az algoritmus, ha Gauss eloszlású zajt adunk a vetületekhez
 - zajmentes,
 - 5%-os Gauss eloszlású zaj,
 - 10%-os Gauss eloszlású zaj,
- mi történik akkor, ha a vetületek számát csökkentjük
 - 32 vetület,
 - 16 vetület.

A kísérleteket 32 vetület esetén zajmentes és zajos esetekben is ugyanazokkal a paraméterekkel hajtottuk végre a rekonstrukciót. Kevés (16) vetület esetén a zaj növelésével más és más értékeket használtunk, mivel ebben az esetben a rekonstrukciós algoritmus sokkal érzékenyebb a különböző paraméterekre (2.5.2. fejezet).

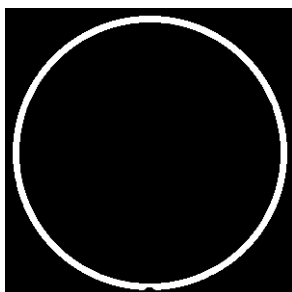
Mivel sztochasztikus optimalizálási módszert használtunk, ezért a kísérleteket minden esetben megismételtük 100-szor. A rekonstrukció minőségét a (2.8) egyenletben megadott relatív átlagos hibával mértük.

Eredmények

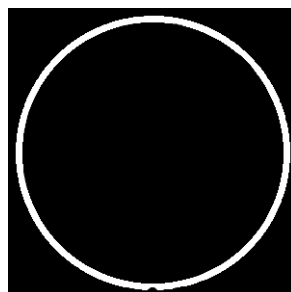
A 32 vetület esetén jól látható, hogy a hozzáadott zaj mértékével a rekonstrukció minősége is romlik (2.53. ábra).



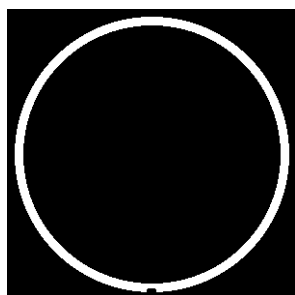
(a) 7 mm, zajmentes



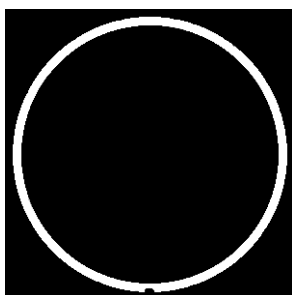
(b) 7 mm, 5%-os Gauss zaj



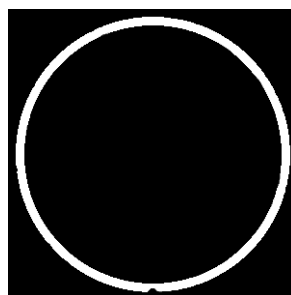
(c) 7 mm, 10%-os Gauss zaj



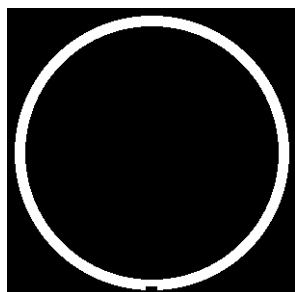
(d) 9 mm, zajmentes



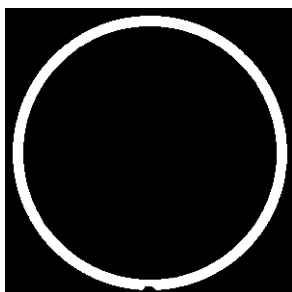
(e) 9 mm, 5%-os Gauss zaj



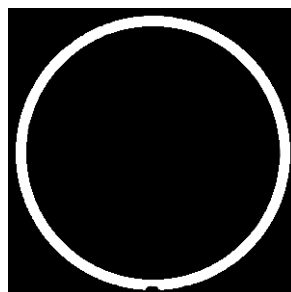
(f) 9 mm, 10%-os Gauss zaj



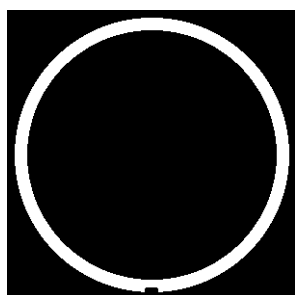
(g) 11 mm, zajmentes



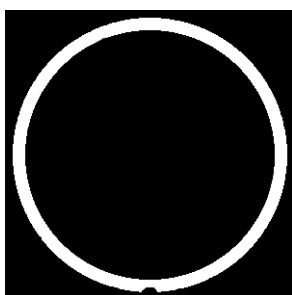
(h) 11 mm, 5%-os Gauss zaj



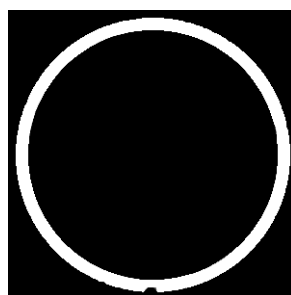
(i) 11 mm, 10%-os Gauss zaj



(j) 13 mm, zajmentes



(k) 13 mm, 5%-os Gauss zaj



(l) 13 mm, 10%-os Gauss zaj

2.53. ábra. A rekonstruált átlag képek 32 vetület esetén.

A 2.3. és 2.4. táblázat alapján megfigyelhetjük azt is, hogy csővezetékek falvastagságának és a detektálendő külső hiba nagyságának a csökkenésével szintén nő a relatív átlagos hiba. Zajos esetben is jól látható ez a tendencia.

2.3. táblázat. A relatív átlagos hiba 32 vetületre.

fal vastagság	zajmentes	5%-os Gauss eloszlású zaj	10%-os Gauss eloszlású zaj
7 mm	0,000454	0,007676	0,015623
9 mm	0,000000	0,008043	0,014375
11 mm	0,000000	0,006780	0,008579
13 mm	0,000000	0,006585	0,011186

16 vetület esetén sokkal kevesebb információ áll rendelkezésre, ezért nem kaptunk olyan jó eredményt (2.54. ábra), mint 32 vetület esetén. Zajmentes esetben még így is elfogadhatók a rekonstruált képek.

2.4. táblázat. A relatív átlagos hiba 16 vetületre.

fal vastagság	zajmentes	5%-os Gauss eloszlású zaj	10%-os Gauss eloszlású zaj
7 mm	0,022164	0,031649	0,033215
9 mm	0,014924	0,022927	0,028727
11 mm	0,009960	0,021963	0,027187
13 mm	0,011098	0,020169	0,026179

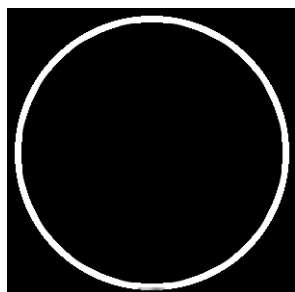
A szoftveres szimuláció a fizikai kísérlethez [8] hasonlóan számos érdekes eredményt adott. A szoftver fantomokat sikeresen rekonstruáltuk korlátozott mennyiségű információ és a DT módszer felhasználásával. A rekonstrukció során használt regularizációs tagok együttes alkalmazása (Φ_{poz} és Φ_{sm}) nagyban javította a rekonstrukció minőségét. [8]-hoz képest sokkal jobb eredményt értünk el kevesebb vetület felhasználásával.

2.5.3. Diszkusszió

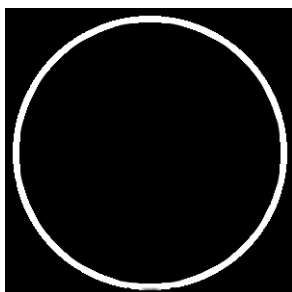
Mindkét bemutatott probléma során sikeresen alkalmaztuk a 2.3. fejezetben ismertetett diszkrét tomográfias módszert. A módszer során használt regularizációs kifejezések nagyban befolyásolták a rekonstrukciók eredményének minőségét. Megállapíthatjuk azt is, hogy több regularizációs kifejezés együttes használatával és kevés vetületi információ esetén is jó minőségű eredményt kaphatunk a DT módszert használva (2.5.2. fejezet).

2.6. Összefoglalás

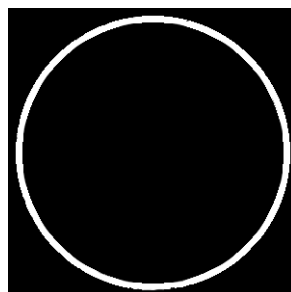
A 2. fejezetben diszkrét tomográfiai rekonstrukciós módszert ismertettünk legyező-nyaláb vetületekre. Megmutattuk, hogy a megvalósított algoritmus és a legyező-nyaláb vetület geometriai paramétereinek a változtatása az adott DT rekonstrukciós módszerre milyen hatással van. Az elvégzett kísérletek alapján megállapítottuk azt is, hogy a legyező-nyaláb és



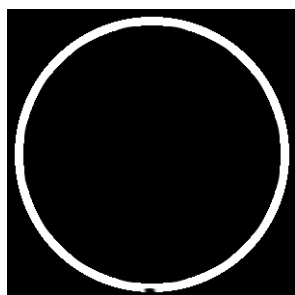
(a) 7 mm, zajmentes



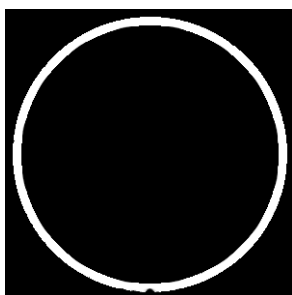
(b) 7 mm, 5%-os Gauss zaj



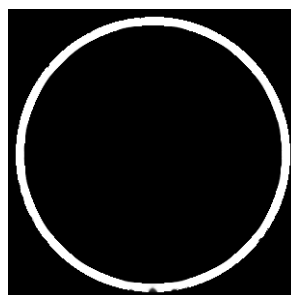
(c) 7 mm, 10%-os Gauss zaj



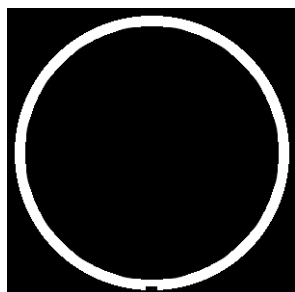
(d) 9 mm, zajmentes



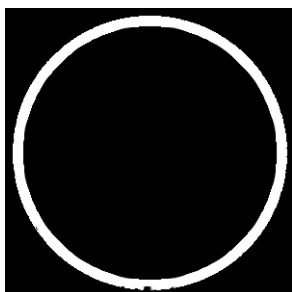
(e) 9 mm, 5%-os Gauss zaj



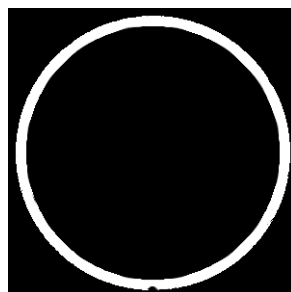
(f) 9 mm, 10%-os Gauss zaj



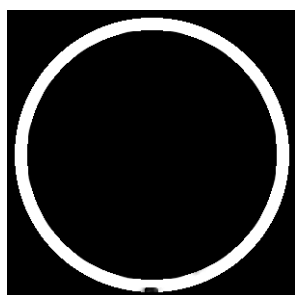
(g) 11 mm, zajmentes



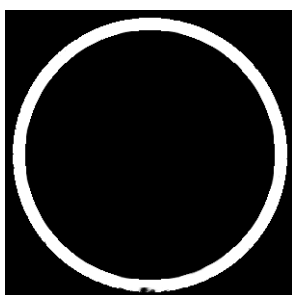
(h) 11 mm, 5%-os Gauss zaj



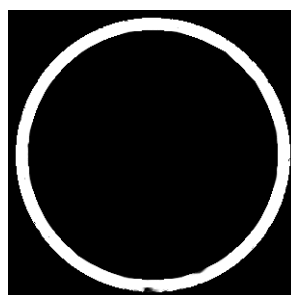
(i) 11 mm, 10%-os Gauss zaj



(j) 13 mm, zajmentes



(k) 13 mm, 5%-os Gauss zaj



(l) 13 mm, 10%-os Gauss zaj

2.54. ábra. A rekonstruált átlag képek 16 vetület esetén.

párhuzamos vetületek között nincs érdemi különbség az adott DT rekonstrukciós módszer használatakor. Fontos eredmény volt továbbá, hogy a Ψ_{poz} és Ψ_{sm} regularizációs kifejezések alkalmazásával további minőségi javulást lehet elérni. Kísérleteink alátámasztják, hogy a vonalmenti és területi integrálok alkalmazása között nincs lényegi eltérés [50, 51].

A szimulációs kísérletek után a diszkrét tomográfiának két lehetséges alkalmazását mutattuk be. Az első problémára (2.5.1. fejezet) sikeresen alkalmaztuk a Ψ_{sm} regularizációs kifejezéssel összekapcsolt DT módszert szimulációs és valós adatokon [24, 26]. A 2.5.2. fejezetben a legyező-nyaláb felvételi mód egy speciális esetére (amikor is a vetületek csak egy kis része áll rendelkezésre a rekonstrukció során) [8] adtunk egy lehetséges megoldási módszert a Ψ_{poz} és a Ψ_{sm} regularizációs kifejezések együttes alkalmazásával. A két regularizációs kifejezés segítségével sokkal kevesebb vetületből rekonstruáltuk a 2D-s keresztmetszeti képeket.

Összegezve: ebben a fejezetben olyan legyező-nyaláb vetületeken alapuló DT rekonstrukciós módszert ismertettünk, amelyeket megfelelő regularizációs kifejezésekkel sikeresen alkalmaztunk mind szimulációs, mind pedig valós felvételi módokból származó bemeneti adatokra.

3. fejezet

Emissziós diszkrét tomográfiai rendszer

Az utóbbi években egy új fajta diszkrét tomográfiai probléma kutatása kezdődött el [38], amit *emissziós diszkrét tomográfiának* röviden EDT-nek nevezünk. Ebben a modellben a teljes tér valamilyen homogén abszorbens anyaggal van kitöltve és a rekonstruálandó függvény egy tárgyat reprezentál, aminek a pontjai (radioaktív) sugárzást bocsátanak ki a környező térbe. A rekonstrukció kiindulására szolgáló vetületek tehát nem tisztán az emisszióra vonatkozó adatokat tartalmazzák, hanem az abszorpció hatását is.

A 3.1. fejezetben egy speciális abszorpciós problémát és annak megoldását ismertetjük. Ezt követően, a 3.2. fejezetben, az emissziós diszkrét tomográfia egy lehetséges alkalmazását mutatjuk be. A fejezet végén foglaljuk össze eredményeinket (3.3. fejezet). A fejezet eredményei a [36, 37, 52] cikkekben jelentek meg, illetve a [10] cikk könyv fejezetként fog megjeleníteni (publikálásra elfogadva).

3.1. EDT speciális abszorpciós értékre

A bináris mátrixok rekonstrukciója sor- és oszlop-összegeikből alap probléma a diszkrét tomográfiában. A probléma megoldására számos algoritmust dolgoztak ki, ezeket kiterjedten alkalmazzák gyakorlati feladatok megoldására [19]. Ugyanezt a problémát EDT-ben fogjuk vizsgálni.

Az EDT-ben úgynevezett abszorpciós vetületeket mérhetünk. A mért értékek nemcsak a sugárzó anyagtól, hanem a környező (homogén) anyag abszorpciójától is függenek. Egy I_0 intenzitással sugárzó pont hozzájárulása a ponttól x távolságra lévő detektor által mért értékhez:

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu x}, \quad (3.1)$$

ahol $\mu (\geq 0)$ a homogén anyag abszorpcióját jelöli.

Legyen $\beta = e^\mu$. Az EDT pontos megfogalmazásához tegyük fel, hogy az emittáló pontok egy egységnyi beosztású $m \times n$ -es négyzet rácspontjaiban helyezkednek el. Legyen $\mathbf{A} = (a_{ij})_{m \times n}$ az egyes pontok emisszióját leíró mátrix. $R_\beta(\mathbf{A}) = (r_1, \dots, r_m)$ és $S_\beta(\mathbf{A}) = (s_1, \dots, s_n)$, ahol

$$r_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \beta^{-j}, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$s_j = \sum_{i=1}^m a_{ij} \beta^{-i}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (3.2)$$

$R_\beta(\mathbf{A})$ -t illetve $S_\beta(\mathbf{A})$ -t az $\mathbf{A}$ mátrix abszorpciós sor- illetve oszlop-összegének nevezzük.

Tárgyalásunk során fel fogjuk tételezni, hogy minden pont 0 vagy 1 intenzitással sugároz, azaz $\mathbf{A}$ bináris mátrix. Tekintsük először az abszorpció mentes esetet ($\mu = 0, \beta = 1$). Legyen $R(\mathbf{A}) = R_1(\mathbf{A})$ és $S(\mathbf{A}) = S_1(\mathbf{A})$.

M REKONSTRUKCIÓS PROBLÉMA

Adott: $m, n \in \mathbb{N}$ és $R \in \mathbb{N}_0^m, S \in \mathbb{N}_0^n$ ($\mathbb{N}_0$ jelöli a nemnegatív egészek halmazát).

Feladat: Állítsunk elő egy olyan $m \times n$ -es bináris $\mathbf{A}$ mátrixot, amelyre

$$R(\mathbf{A}) = R \quad \text{és} \quad S(\mathbf{A}) = S.$$

Az M probléma nem más, mint a bináris mátrixokra vonatkozó rekonstrukciós probléma. Ezt a problémát elsőként Ryser tanulmányozta [63], aki egy $O(mn)$ bonyolultságú rekonstrukciós algoritmust is megadott.

1. definíció. Egy bináris vektort *konvexnek* nevezünk, ha bármely két 1-es értékű komponense közötti összes komponense 1-es.

2. definíció. Egy bináris mátrixot *h -(v)-konvexnek* nevezünk, ha a mátrix sor(oszlop) vektorai konvexek.

3. definíció. Egy bináris mátrixot *hv -konvexnek* nevezünk, ha a mátrix sor és oszlop vektorai konvexek.

Az M rekonstrukciós problémának akár exponenciálisan sok megoldása is lehet, ezért általában valamilyen további feltételnek eleget tevő megoldást szokás keresni. Az egyik legintenzívebben kutatott terület, amikor a megoldásról megkövetelik, hogy *hv*-konvex mátrix legyen. Ezt a problémát Kuba Attila [63] vetette fel elsőként és egy rekonstrukciós algoritmust is adott rá. Ahogy később kiderült, a probléma NP-nehéz [69].

Ebben a fejezetben a *hv*-konvex mátrixok rekonstrukciójának a problémáját fogjuk tanulmányozni abszorpciós vetületek esetén [38]. Léteznek olyan abszorpciós értékek, melyekre a bináris mátrixot már az abszorpciós sor- vagy oszlop-összegei is egyértelműen meghatározzák [39], (pl. ha $\beta \geq 2$). Matematikailag csak azokra az abszorpciós együtthatókra vonatkozó kérdések érdekesek, melyekre a sor- és oszlop-összeg az 1-esek és 0-sok sorozatát nem határozza meg egyértelműen, tehát azok, amelyekre

$$\beta^{-p_1} + \dots + \beta^{-p_t} = \beta^{-q_1} + \dots + \beta^{-q_z}, \quad (3.3)$$

ahol t, z és $1 \leq p_1 < \dots < p_t \leq n, 1 \leq q_1 < \dots < q_z \leq n$ olyan pozitív egész számok, amelyekre teljesül $\{p_1, \dots, p_t\} \neq \{q_1, \dots, q_z\}$. Az ezt a feltételt kielégítő egyik lehetséges értéket tanulmányoztuk ebben a részben.

Ezek után tekintsük a rekonstrukciós problémát *hv*-konvex bináris mátrixok abszorpciós sor- és oszlop-összegeire.

$hvMA$ REKONSTRUKCIÓS PROBLÉMA

Adott: $m, n \in \mathbb{N}$ és $R \in \mathbb{R}_0^m, S \in \mathbb{R}_0^n$ ($\mathbb{R}_0$ jelöli a nemnegatív valós számokat).

Feladat: Állítsunk elő egy $\mathbf{A}$ $h\nu$ -konvex bináris $m \times n$ -es mátrixot, amelyre teljesül

$$R_\beta(\mathbf{A}) = R \quad \text{és} \quad S_\beta(\mathbf{A}) = S.$$

Ebben a fejezetben megmutatjuk, hogy $\beta = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ -re a $h\nu$ -konvex bináris mátrix abszorpció sor és oszlop összegeiből való rekonstrukciója $m \times n$ -es mátrix esetén $\mathcal{O}(m \times n)$ időben megoldható és egy rekonstrukciós algoritmust is adunk ennek a problémának a megoldására.

3.1.1. β -alapú számrendszerben való számábrázolás

Legyen R és S az $\mathbf{A} = (a_{ij})_{m \times n}$ bináris mátrixnak abszorpció sor- és oszlop-összege. Ekkor a számrendszer jelölés szerint [46] a (3.2) egyenletek alapján a következőt mondhatjuk: az $a_{i1} \cdots a_{in}$ szó az r_i -nek β -alapú számrendszerben való reprezentációja, röviden r_i -nek β -reprezentációja. Hasonlóan, $a_{1j} \cdots a_{mj}$ egy β -alapú reprezentációja s_j -nek $j = 1, \dots, n$ esetén.

Egyszerűen belátható, hogy általában a számok β -alapú számrendszerben való ábrázolása nem egyértelmű. Legyen a továbbiakban

$$\beta = \frac{1 + \sqrt{5}}{2},$$

azaz az aranymetszés aránya. Könnyen igazolható, hogy

$$\beta^{-1} = \beta^{-2} + \beta^{-3}. \quad (3.4)$$

$1/\beta$ -nak két β -reprezentációja van:

$$100 = 011, \quad (3.5)$$

mivel $1 \cdot \beta^{-1} + 0 \cdot \beta^{-2} + 0 \cdot \beta^{-3} = 0 \cdot \beta^{-1} + 1 \cdot \beta^{-2} + 1 \cdot \beta^{-3}$ a (3.4) egyenlet alapján.

Továbbá, ha egy β -reprezentációban található egy 001 vagy 100 rész-szó, akkor az egyik rész-szó a másikkal felcserélhető anélkül, hogy a reprezentáció értéke megváltozna. Nevezük ezt a műveletet 1-dimenziós, 1D-s, elemi cserének. Például, tekintsük az 5 hosszúságú 01000 szót. Egy 1D-s elemi csere végrehajtható a 2-ik, 3-ik és 4-ik pozícióban, ami a 00110 szót adja ugyanazt a számot ábrázolva. A 011 szót 0-típusú, a 100 szót 1-típusú 1D-s elemi kapcsoló szavaknak nevezzük, a kapcsoló pár kifejezést is használhatjuk. A [39] hivatkozásban található annak a bizonyítása, hogy egy szám különböző β -reprezentációi egymásból ilyen fajta cserékkal állíthatók elő.

Általánosan mondható ki a következő lemma ([38]).

1. lemma. Legyen $a_1 \cdots a_k$ és $b_1 \cdots b_k$ két, k -hosszú β -reprezentációja ugyanannak a számnak. Ekkor $b_1 \cdots b_k$ megkapható $a_1 \cdots a_k$ -ből véges számú 1D-s elemi cserékkel. Ezt úgy fogjuk jelölni, hogy $a_1 \cdots a_k = b_1 \cdots b_k$.

2. lemma. Legyen $\beta = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, akkor

$$\sum_{i=1}^k \beta^{-i} < 1 \quad (k \geq 2).$$

Bizonyítás

A $\beta = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ értéket behelyettesítve egyszerű számolással kapjuk:

$$\sum_{i=1}^k \beta^{-i} < \sum_{i=1}^{\infty} \beta^{-i} = 1.$$

□

Legyen $r \in \mathbb{R}$ és vegyük a lexikografikusan rendezett legnagyobb β -reprezentációját r -nek és nevezzük ezt r β -expanziónak, jelöljük $\langle r \rangle$ -rel. Továbbá, jelöljük $r_k^{(c)}$ -vel a konvex, k -hosszú β -reprezentációs osztályt.

Jelölje C_k azon nemnegatív valós számok halmazát, amelyek β -reprezentációja k -hosszú és konvex.

$$C_k = \{r \mid r_k^{(c)} \neq \emptyset\}. \quad (3.6)$$

3. lemma. *Ha $r \in C_k$, akkor a következő esetek fordulhatnak elő:*

- r -nek egyetlen $00 \dots 0$ alakú konvex β -reprezentációja van,
- r -nek legfeljebb egy $00 \dots 011 \dots 10 \dots 0$ alakú konvex β -reprezentációja van,
- r -nek két konvex β -reprezentációja van, az egyik
 - $00 \dots 01000 \dots 0$, a másik
 - $00 \dots 00110 \dots 0$ alakú.

Bizonyítás

Ha $r = 0$, akkor r -nek egyetlen β -reprezentációja létezik, a $00 \dots 0$. Tegyük fel, hogy $r \neq 0$, és r -nek legalább két különböző konvex β -reprezentációja van, a és b .

Legyen i az első pozíció, ahol eltér a két reprezentáció. Tegyük fel, hogy $a_i = 1$ és $b_i = 0$. Ekkor $a_{i+1} = 0$, különben a 2. lemma értelmében a és b nem lehetne ugyanannak a számnak a β -reprezentációja. Mivel a konvex, a -nak csak egyetlen 1-es komponense lehet, ezért szükségképpen $b_{i+1} = b_{i+2} = 1$, és b -nek sem lehet több 0-tól különböző komponense.

□

4. definíció. Az i -edik pozíció $1 \leq i \leq k$ variáns az $r_k^{(c)}$ osztályban, ha van az i -edik pozícióban különböző két β -reprezentáció. Az i -edik pozíció 0-invariáns az $r_k^{(c)}$ osztályban, ha $r_k^{(c)}$ -ben mindegyik β -reprezentációban 0 áll az i -edik pozícióban. Végezetül, az i -edik pozíció 1-invariáns az $r_k^{(c)}$ osztályban, ha $r_k^{(c)}$ -ben mindegyik β -reprezentációban 1 áll az i -edik pozícióban.

Például, legyen $r = 1/\beta$ újra és tekintsük az $r_5^{(c)} = \{10000, 01100\}$ osztályt. Ekkor az 1, 2 és 3 pozíciók variánsak, a 4 és 5 pedig 0-invariáns $r_5^{(c)}$ -ben. A 3. lemma más megfogalmazása a 4. következménnyel jár.

4. következmény. Legyen $r \in C_k$, $k \in \mathbb{N}$. Ekkor vagy minden pozíció invariáns, vagy 3 egymás melletti pozíció variáns és a többi invariáns 0 pozíció.

A variáns és invariáns pozíciók $r_k^{(c)}$ -ben polinomiális időben meghatározhatók.

3.1.2. A hv -konvex bináris mátrixok variáns és invariáns pozíciói

Legyen $\mathbf{R} \in C_n^m$ és $\mathbf{S} \in C_m^n$, ahol az $\mathbf{R}$ és $\mathbf{S}$ vektorok rendre m és n hosszúak. Jelölje $\mathcal{A}^{(hv)} = \mathcal{A}^{(hv)}(\mathbf{R}, \mathbf{S})$ azon $m \times n$ -es hv -konvex bináris mátrixok halmazát, amelyek abszorpció sor illetve oszlop vetületei $\mathbf{R}$ illetve $\mathbf{S}$. Nyilvánvaló, hogy $\mathcal{A}^{(hv)}$ csak akkor lehet nem üres, ha $\mathbf{R}$ és $\mathbf{S}$ minden komponense nagyobb vagy egyenlő nullánál.

5. definíció. Az (i, j) pozíció $1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq n$ variáns az adott $\mathcal{A}^{(hv)}$ osztályban, ha van két $A, A' \in \mathcal{A}^{(hv)}$, melyekre teljesül $a_{ij} \neq a'_{ij}$. Az (i, j) pozíció 0-invariáns az $\mathcal{A}^{(hv)}$ osztályban, ha $a_{ij} = 0$ mindegyik $A \in \mathcal{A}^{(hv)}$ -re. Végül, az (i, j) pozíció 1-invariáns az $\mathcal{A}^{(hv)}$ osztályban, ha $a_{ij} = 1$ minden $A \in \mathcal{A}^{(hv)}$ -re.

Könnyű látni, hogy nem üres $\mathcal{A}^{(hv)}$ esetén az (i, j) elem csak akkor lehet variáns, ha az i -edik sor j -edik eleme és a j -edik oszlop i -edik eleme is variáns. Ha tehát az i -edik sor j -edik eleme vagy a j -edik oszlop i -edik eleme invariáns, akkor az (i, j) elem ugyanilyen típusú invariáns $\mathcal{A}^{(hv)}$ -ban.

6. definíció. Invariánsnak nevezünk egy hv -konvex bináris mátrixot, ha a sor- és oszlop-összegei egyértelműen meghatározzák. Ellenkező esetben variánsnak nevezzük.

A legegyszerűbb variáns hv -konvex bináris mátrixok a következők:

$$E^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{illetve} \quad E^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$E^{(0)}$ -t és $E^{(1)}$ -et, rendre, 0- illetve 1-típusú 2D-s elemi kapcsoló mátrixoknak nevezzük. Ezek a mátrixok egyaránt fontos szerepet játszanak az invariáns bináris hv -konvex és a nem feltétlenül hv -konvex mátrixok elméletében [38].

7. definíció. Egy $\mathbf{A}$ mátrix $\mathbf{B}$ al-mátrixát konvexnek nevezzük, ha a $\mathbf{B}$ mátrix elemei $\mathbf{A}$ -ban konvex halmazt alkotnak.

5. tétel. Egy $\mathbf{A}$ hv -konvex bináris mátrix akkor és csak akkor variáns, ha konvex al-mátrixként tartalmaz elemi kapcsoló mátrixot.

Bizonyítás

Ha az $\mathbf{A}$ hv -konvex bináris mátrix al-mátrixként tartalmaz elemi kapcsoló mátrixot, akkor ezt a kapcsoló mátrixot a párjára cserélve a sor- és oszlop-összegek nem változnak, tehát az $\mathbf{A}$ mátrix variáns.

Ha az $\mathbf{A}$ mátrix variáns, akkor van olyan $\mathbf{A}' (\neq \mathbf{A})$ hv -konvex bináris mátrix, hogy $\mathbf{A}$ és $\mathbf{A}'$ abszorpció sor- és oszlop-összegei megegyeznek. Legyen i az első olyan sor és benne j az első olyan oszlop, ahol $\mathbf{A}$ különbözik $\mathbf{A}'$ -től, vagyis $a_{ij} \neq a'_{ij}$ valamely j -re, $0 \leq j \leq n$. Az általánosság megsértése nélkül feltehetjük, hogy $a_{ij} = 0$ és $a'_{ij} = 1$. Ekkor az 2. lemma miatt, $a_{ij}a_{i,j+1}a_{i,j+2} = 011$ és $a'_{ij}a'_{i,j+1}a'_{i,j+2} = 100$. Ugyanezt a gondolatmenetet az oszlopokra alkalmazva azt kapjuk, hogy $a_{i+1,j}a_{i+1,j+1}a_{i+1,j+2} = 100$ és $a'_{i+1,j}a'_{i+1,j+1}a'_{i+1,j+2} = 011$, és $a_{i+2,j}a_{i+2,j+1}a_{i+2,j+2} = 100$ és $a'_{i+2,j}a'_{i+2,j+1}a'_{i+2,j+2} = 011$.

Vagyis, az $\mathbf{A}$ mátrix az $\{i, i+1, i+2\} \times \{j, j+1, j+2\}$ pozíciókban konvex al-mátrixként elemi kapcsoló mátrixot tartalmaz. Megjegyezzük, hogy nem lehet másik 1-es az $\mathbf{A}$ és $\mathbf{A}'$

adott soraiban és oszlopaiban, a hv -konvex tulajdonság miatt.

□

Ezek után, rendelkezésünkre áll az összes olyan eszköz, amely a hv -konvex bináris mátrixok rekonstruálását lehetővé teszi, annak abszorpciós sor- és oszlop-összegeiből. A sor- és oszlop-összegek β -ábrázolásából az invariáns 0 és 1 pozíciók meghatározhatók mindegyik sorban és oszlopban. A többi, azaz a legfeljebb 3 egymás utáni pozíció az adott sorban és oszlopban, a mátrix variáns pozíciója lehet.

3.1.3. Egy algoritmus variáns és invariáns pozíciók meghatározására

Egy A hv -konvex bináris mátrix abszorpciós sor- és oszlop-összegeiből való rekonstrukció helyett, meghatározzuk az $\mathcal{A}^{(hv)}(R, S)$ osztály variáns és invariáns pozícióit, ezt $\mathcal{A}^{(hv)}(R, S)$ *struktúrájának* fogjuk nevezni. A 5. tételből adódóan, a variáns és invariáns pozíciók ismerete egyenértékű azzal, hogy ismerjük a 2D-s elemi kapcsoló mátrixok helyeit.

Az 1. algoritmus azzal kezdődik, hogy egy X mátrixot feltölt kezdeti *szabad* értékekkel (1. lépés), jelezve azt, hogy még egyik pozícióról sem döntöttük el, hogy variáns-e. Ezután, a 4. következmény alapján, 0-kat és 1-eseket írunk az X soraiba és oszlopaiba, jelezve a 0 és 1 invariáns tulajdonságot az adott pozícióban (2. és 3. lépés). Legfeljebb 3 szabad pozíció maradhat mindegyik sorban és oszlopban a 3. lépés után. A megmaradó szabad pozíciók, az osztály variáns pozíciói, 3×3 -as al-mátrixban találhatók. Az esetleg még kimaradó pozíciók értéke meghatározható a 0-k és 1-esek 3×3 -as környezetéből. Formálisan az algoritmus a következőképpen néz ki.

1. algoritmus. *A hv -konvex bináris mátrixok invariáns pozícióinak a meghatározása az abszorpciós sor- és oszlop-összegekből*

Bemenet: $m, n \in \mathbb{N}$, $R \in C_n^m$, $S \in C_m^m$ valamint R , S β -expanziók.

Kimenet: Egy $X_{m \times n}$ mátrix jelöli a variáns és invariáns pozíciókat vagy az algoritmus ellentmondással tér vissza.

1. lépés: $X := (\text{szabad})_{m \times n}$

2. lépés: Minden $i = 1, \dots, m$ -re, ha (i, j) 0/1 invariáns pozíciója $(r_i)_n^{(c)}$ -nek, akkor ennek megfelelően legyen $x_{ij} = 0/1$ (4. következmény).

3. lépés: Minden $j = 1, \dots, n$ -re, ha (i, j) 0/1 invariáns pozíciója $(s_j)_m^{(c)}$ -nek, akkor ennek megfelelően legyen $x_{ij} = 0/1$ (4. következmény). Ha egy pozícióba különböző értékeket kellene írunk a 2. és 3. lépésekben, akkor ez ellentmondás és az algoritmus ellentmondással befejeződik, anélkül, hogy a variáns/invariáns pozíciókat visszaadná.

4. lépés: Mindegyik (i, j) szabad pozícióra, ha ez nem egy 3×3 -as elemi kapcsoló al-mátrix része, akkor az (i, j) -t a környezetétől függően állítsuk 0-ra vagy 1-re.

Az 1. algoritmus használatát a 3.1. ábra szemlélteti. Tekintsük a következő rekonstrukciós problémát: $R = (r_1, \dots, r_9)$ és $S = (s_1, \dots, s_{10})$, ahol $\langle r_1 \rangle = \langle r_9 \rangle = 0000001000$, $\langle r_2 \rangle = 0000000100$, $\langle r_3 \rangle = \langle r_4 \rangle = \langle r_5 \rangle = 1000000000$, $\langle r_6 \rangle = \langle r_7 \rangle = \langle r_8 \rangle = 0001000000$, $\langle s_1 \rangle = \langle s_2 \rangle = \langle s_3 \rangle = 0010000000$, $\langle s_4 \rangle = \langle s_5 \rangle = \langle s_6 \rangle = 0000010000$, $\langle s_7 \rangle = 0000000001$, $\langle s_8 \rangle = 1100000000$, $\langle s_9 \rangle = 1000000000$, $\langle s_{10} \rangle = 0000000000$. A 3.1. ábrában követhetjük az 1. algoritmus lépéseit. Ennek a rekonstrukciós problémának a megoldása a 3.2. ábrán látható.

6. tétel. Az 1. algoritmus $O(mn)$ lépésben meghatározza bármely $\mathcal{A}^{(hv)}(R, S) \neq \emptyset$ osztálynak a variáns és invariáns pozícióit.

.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

a)

0	0	0	0	0	0	0	1	.	0
0	0	0	0	0	0	0	1	.	0
.	.	.	0	0	0	0	0	0	0
.	.	.	0	0	0	0	0	0	0
.	.	.	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	.	.	.	0	0	0	0
0	0	0	.	.	.	0	0	0	0
0	0	0	.	.	.	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0

c)

0	0	0	0	0	0	.	.	.	0
0	0	0	0	0	0	0	.	.	.
.	.	.	0	0	0	0	0	0	0
.	.	.	0	0	0	0	0	0	0
.	.	.	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	.	.	.	0	0	0	0
0	0	0	.	.	.	0	0	0	0
0	0	0	.	.	.	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	.	.	.	0

b)

0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
.	.	.	0	0	0	0	0	0	0
.	.	.	0	0	0	0	0	0	0
.	.	.	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	.	.	.	0	0	0	0
0	0	0	.	.	.	0	0	0	0
0	0	0	.	.	.	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0

d)

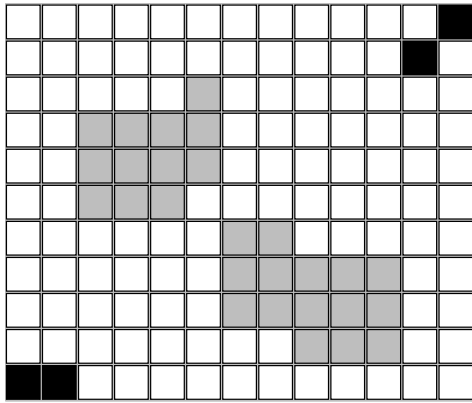
3.1. ábra. A variáns és invariáns pozíciók meghatározása az 1. algoritmus alapján. a) 1. lépés eredménye b) 2. lépés eredménye c) 3. lépés eredménye d) 4. lépés eredménye (a „”-tal jelölt pozíciók szabadok).

0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
a)										b)								
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
c)										d)								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0

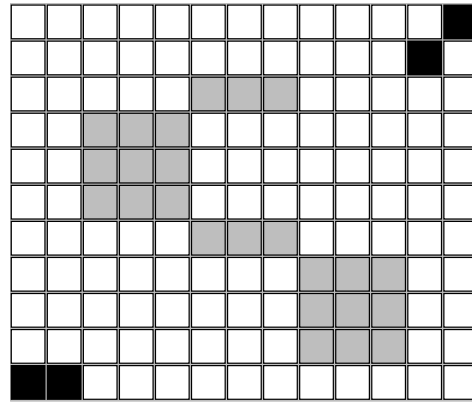
A 6. tétel következik abból a tényből, hogy az 1. algoritmus mindegyik lépését $O(mn)$ lépés alatt hajtottuk végre.

Egyszerűen belátható, hogy ha $\mathcal{A}^{(hv)}(R, S) \neq \emptyset$, akkor ennek az osztálynak előállítható bármely eleme az 1. algoritmus kimenetéből azáltal, hogy a 3×3 -as szabad al-mátrixokat kicseréljük a megfelelő 2D-s ($E^{(0)}$ vagy $E^{(1)}$) elemi kapcsoló mintával.

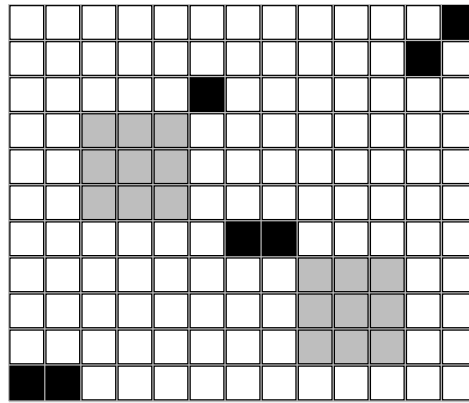
Az 1. algoritmust implementáltuk. A program által adott kimenet a 3.3. ábrán látható. A vízszintes és függőleges β -reprezentáció helyett az algoritmus két mátrixot ír ki, jelezve az invariáns és variáns pozícióikat (azaz a 1. algoritmus 2. és 3. lépésének az eredményét). A β -expanziója a vízszintes és függőleges vetületi értékeknek, azaz, az 1. algoritmus bemenete, könnyedén kiszámítható ezen mátrixok soraiból és oszlopaiból. Például, a vízszintes vetületi mátrix első sora $\langle r_1 \rangle = 00000000000001$ -t a függőleges vetületi mátrix 6. oszlopa a $\langle s_6 \rangle = 00100000000$ -t adja bemeneti adatként.



(a) Függőleges vetületek



(b) Vízszintes vetületek



(c) Rekonstruált osztály struktúrája

3.3. ábra. A megvalósított 1. algoritmus outputja. Üres négyzet: invariáns 0, fekete négyzet: invariáns 1, szürke négyzet: variáns pozíció.

Végző megjegyzésként azt mondhatjuk, hogy hasonló módszer használható a megfelelő tételek és algoritmusok bizonyítására az n -dimenziós bináris mátrixok rekonstruálására azok n ($n \geq 2$) ortogonális abszorpciók vetületeiből.

3.1.4. Diszkusszió

Ebben a részben megmutattuk, hogy a $h\nu$ -konvex bináris mátrixok abszorpciós sor- és oszlop-összegeiből való rekonstrukciós probléma $m \times n$ -es méret esetén $\mathcal{O}(m \times n)$ időben megoldható, ha az abszorpció a $\mu = \log((1 + \sqrt{5})/2)$ konstanssal van megadva. Természetesen adódik a kérdés, hogy mit mondhatunk erről a rekonstrukciós problémáról abban az esetben, ha egy másik abszorpciós értéket használunk.

Más lehetséges értékek, melyek kielégítik a (3.3) egyenletet lehetnek például azok a β -k, amelyekre

$$\beta^{-1} = \beta^{-2} + \dots + \beta^{-z} \quad (3.7)$$

teljesül ($z > 3$). A (3.7) egyenlet által meghatározott abszorpciós értékek osztályára adott tételek és rekonstrukciós módszer általánosítása erre az esetre egyszerűnek látszik. Ettől eltérő abszorpciós értékekre a rekonstrukciós probléma valószínűleg másfajta gondolatmenetet igényel.

3.2. Emissziós diszkrét tomográfiai alkalmazás faktorstruktúrákra

Először tekintsük a következő problémát. Tegyük fel, hogy van egy 3D-s dinamikus tárgy, amelyet egy nemnegatív $f(r, t)$ függvénnyel ábrázolhatunk, ahol r és t jelöli rendre a térbeli pozíciót és az időt. Faktoranalízis segítségével tegyük fel, hogy f felírható függvények lineáris kombinációjaként a következőképpen

$$f(r, t) = c_1(t) \cdot f_1(r) + c_2(t) \cdot f_2(r) + \dots + c_K(t) \cdot f_K(r) + \eta(r, t), \quad (3.8)$$

ahol $k = 1, 2, \dots, K$, ($K \geq 1$), $f_k(r)$ időben állandó 0, 1 értékű függvény, $c_k(t)$ a k -ik súly együttható, amely csak az időtől függ és $\eta(r, t)$ reprezentálja a zajt. Ismert, hogy f és η továbbá f_i és f_j minden $i \neq j$ -re korrelálatlanok.

Néhány alkalmazásban csak az f függvény vetületeit lehet mérni. Ez gyakran előfordul például a nukleáris medicinában, ahol a rekonstruálandó objektum a radioaktív eloszlás valamely szervben, a vetületek pedig gamma kamerás felvételek különböző irányokból. Ilyen esetben Single Photon Emission Computed Tomography (SPECT) képalkotó módszerrel gyűjtik be az adott objektum tomográfiai szeleteinek a rekonstrukciójához szükséges adatokat.

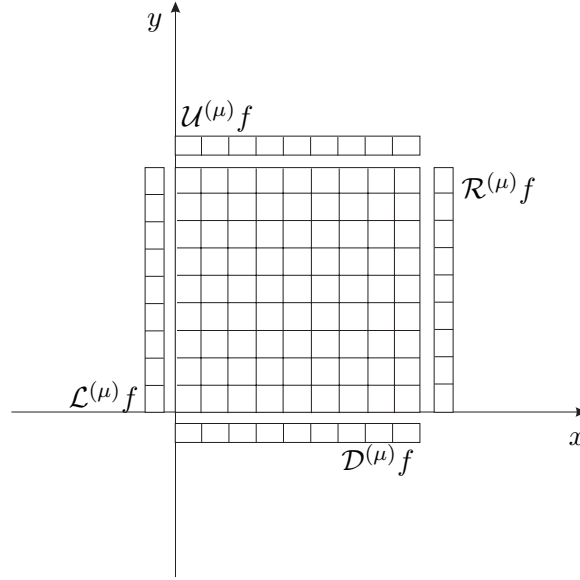
Jelölje $f(r, t)$ a rekonstruálandó objektum radioaktivitásának intenzitás függvényét. Tegyük fel, hogy a térben az elnyelődés állandó és az elnyelődési együttható $\mu \geq 0$ konstans mindenhol. A térbeli félegyeneselek felírhatók $\ell(S, v) = \{S + u \cdot v \mid u \geq 0\}$ alakban, ahol S a félegyenes kezdő pontja, illetve v az iránya. Így f abszorpciós vetületét $\ell(S, v)$ mentén a t időpillanatban a következőképpen lehet meghatározni

$$[\mathcal{P}^{(\mu)} f](S, v, t) = \int_0^\infty f(S + u \cdot v, t) \cdot e^{-\mu u} du. \quad (3.9)$$

Általában az abszorpciós vetületek értékeit párhuzamos félegyenések mentén mérjük ugyanabban az időpillanatban (pl. vonal vagy sík detektorokat használva). Ilyen esetben v irányú (abszorpciós) vetületekről beszélünk. f rekonstrukcióját 4 abszorpciós vetület felhasználásával fogjuk végezni. A négy irány az egymással szemben lévő két-két vízszintes és függőleges irány. Megjegyezzük, hogy az emissziós tomográfiai modellben a szemközti

vetületek általában nem határozhatók meg egymásból, ellentétben a klasszikus (transzmissziós) DT-ben használt modellel, ahol a szemközti vetületek tükörképei egymásnak.

Tegyük fel, hogy a négy vetületet a bal, jobb, felső és alsó irányokból vettük fel. Továbbá tegyük fel, hogy az f függvény értelmezési tartománya a 3-dimenziós egység kocka minden t időpillanatban (3.4. ábra).



3.4. ábra. A négy abszorpciós vetület elrendezése.

A bal, jobb, felső és az alsó abszorpciós vetületeket a következő formulákkal határozhatjuk meg

$$\begin{aligned} [\mathcal{L}^{(\mu)}f](y, z, t) &= [\mathcal{P}^{(\mu)}f]((0, y, z), (1, 0, 0), t) \\ &= \int_0^1 f(u, y, z, t) \cdot e^{-\mu u} du, \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} [\mathcal{R}^{(\mu)}f](y, z, t) &= [\mathcal{P}^{(\mu)}f]((1, y, z), (-1, 0, 0), t) \\ &= \int_0^1 f(1 - u, y, z, t) \cdot e^{-\mu u} du, \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} [\mathcal{U}^{(\mu)}f](x, z, t) &= [\mathcal{P}^{(\mu)}f]((x, 1, z), (0, -1, 0), t) \\ &= \int_0^1 f(x, 1 - u, z, t) \cdot e^{-\mu u} du, \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} [\mathcal{D}^{(\mu)}f](x, z, t) &= [\mathcal{P}^{(\mu)}f]((x, 0, z), (0, 1, 0), t) \\ &= \int_0^1 f(x, u, z, t) \cdot e^{-\mu u} du. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Másképpen megfogalmazva, a (3.10)-(3.13) egyenletek azt fejezik ki, hogy a detektorok az egység kocka bal, jobb, felső és alsó lapján fekszenek a kocka felé néznek és az abszorpciós vetületeket olyan félegyeneselek mentén mérik, melyek merőlegesek a kocka megfelelő oldalaira.

Az $f(r, t)$ függvény rekonstruálását három részben hajtjuk végre. Először szét kell bontani a 3D-s dinamikus objektumok eredeti vetületeit faktorstruktúrák vetületeire, majd a

faktorstruktúrákhoz tartozó intenzitás értékeket határozzuk meg. Ezek után mindegyik faktorstruktúra 2D-s szeleteit rekonstruáljuk 4 vetületéből. Ezt a rekonstrukciót ismételve mindegyik szeletre megkapjuk a 3D-s rekonstruált faktorstruktúrákat.

3.2.1. A fantom

Az eljárást 3D fantom kísérlettel próbáltuk ki. A mi fantomunk — azaz az f függvény a (3.8) egyenletben — a vizelet kiválasztás egyszerűsített 3D-s matematikai modellje volt, amit Dr. Werner Backfrieder, AKH Vienna, Ausztria [6] biztosított számunkra. A modell 5 faktorból állt (azaz, $K = 5$), melyeket $f_1, f_2, \dots, f_5$ jelölt a (3.8) egyenletben. Ezek a faktorok a két vérkeringési struktúrát, a két vese struktúrát és a húgyhólyagot ábrázolják. Mindegyik faktorstruktúra homogén, azaz az adott struktúrákat alkotó voxelek értéke minden időpillanatban 1, a struktúrák geometriai objektumokkal vannak megadva (diszkrét gömbökkel, hengerekkel, stb.). A faktorstruktúrák a 64^3 voxelből álló digitális térben vannak elhelyezve (a voxel mérete $6 \times 6 \times 6$ mm). A háttér a 64^3 voxel kocka maradéka. A 3.1. táblázatban lévő adatok adnak további információt az adott struktúrákról.

3.1. táblázat. A fantom struktúrái

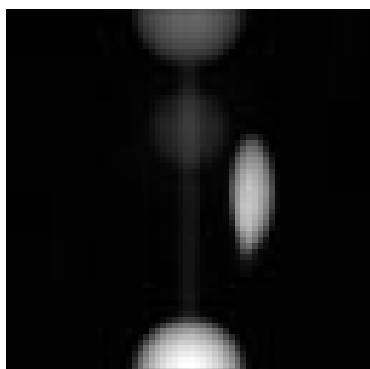
Struktúra neve	térfogata (voxelben)
Szív és aorta	2652
Máj és lép	10603
Két vesekéreg	1350
Két vesemedence	606
Húgyhólyag	2094
Háttér	64^3 kocka maradéka

Annak érdekében, hogy a vetületi képek szimulálása egy nukleáris medicinai SPECT vizsgálat körülményeit kellő mértékben közelítse, abszorpciót, szórás, mélység függő felbontást, rész-térfogat hatást (partial volume effect) és még Poisson-zajt vettek figyelembe. A modellben $c_k(t)$ ($k = 1, 2, \dots, 5$) a faktor súlyok (azaz az intenzitások) az adott szervek működésének megfelelően időben változnak. A négy 64×64 -es méretű abszorpciós vetületet ($\mathcal{L}^{(\mu)} f, \mathcal{R}^{(\mu)} f, \mathcal{U}^{(\mu)} f$ és $\mathcal{D}^{(\mu)} f$) 120 diszkrét időpillanatban állították elő. A 120 időpillanatban készült vetületből irányonkénti számított összegképek a 3.5. ábrán láthatóak.

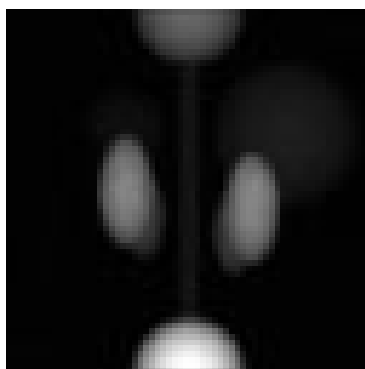
3.2.2. Faktoranalízis

A 3D-s objektum mindegyik szimulált faktorstruktúrájának speciális dinamikája van (a radioaktivitás az idővel változik) a (3.8) egyenletnek megfelelően. Így egyes struktúrák vetületei faktoranalízissel elkülöníthetők a többi struktúrától. A faktoranalízist a [64, 65] publikációk szerint hajtották végre (Dr. Martin Samal, Charles University Prague, Csehország) mindegyik projekció sorozaton. A faktoranalízis eredménye 20 darab (azaz 4×5) 64×64 mátrix (a vetületi faktorok L_k, R_k, U_k és D_k betűkkel jelöltük) és a megfelelő súlyok ($c_k^{(l)}(t), c_k^{(r)}(t), c_k^{(u)}(t)$, és $c_k^{(d)}(t)$), $k = 1, 2, \dots, 5$.

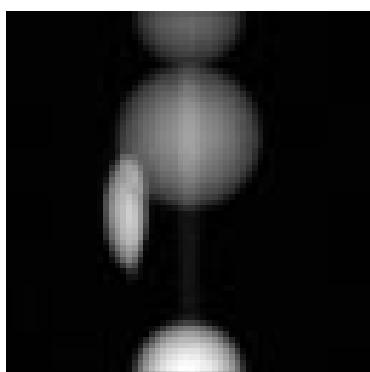
Példaként a „felső” irányból készült 5 képet mutatjuk be a 3.6. ábrán. A súlyok időbeli változását mutató 20 görbe ($c_k^{(l)}(t), c_k^{(r)}(t), c_k^{(u)}(t)$ és $c_k^{(d)}(t)$, ahol $k = 1, 2, \dots, 5$) a 3.7. ábrán tekinthető meg.



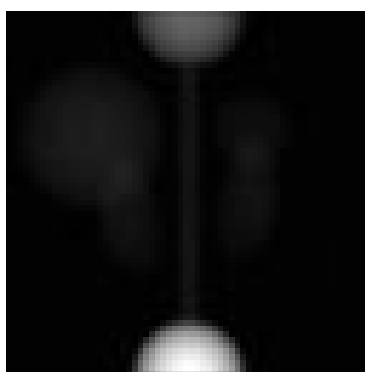
(a) A bal vetület összegképe



(b) A felső vetület összegképe



(c) A jobb vetület összegképe

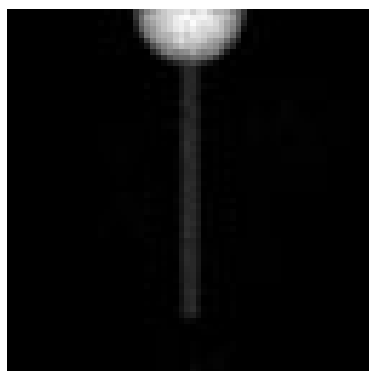


(d) Az alsó vetület összegképe

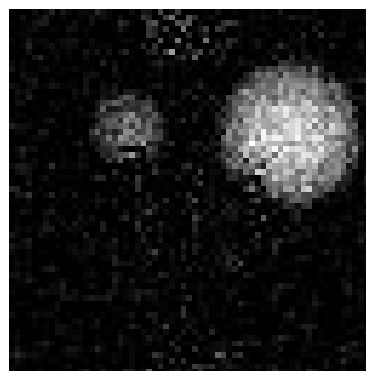
3.5. ábra. 120 időpontban készült vetületek összegképei.

Megjegyezzük, hogy a korrekt eljárás az lett volna, ha az azonos időpontban készült 4 vetületi képet egy képnek tekintették volna, és úgy hajtották volna végre a faktoranalízist. Eredményként olyan faktorokat kaptak volna, amelyek mindegyike 4 vetületi képet tartalmaz (tehát így is $4 \times 5 = 20$ vetületi képet), de csak 5 görbét ($c_1, \dots, c_5$)! Ha ugyanis (3.8) egyenletre alkalmazzuk a vetítő operátort, f_k vetületeiként megkapjuk az L_k, R_k, U_k és D_k vetületi képeket, amelyekhez így csak egyetlen $c_k(t)$ súly tartozik.

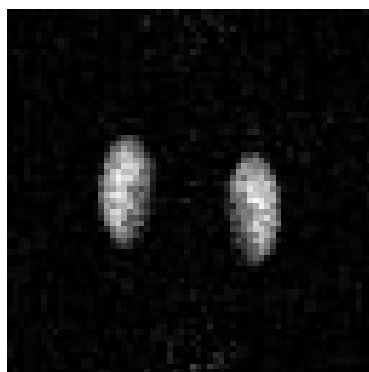
A mi esetünkben azonban minden egyes vetületre külön-külön végezték el a faktoranalízist. A faktoranalízis csak egy konstans szorzó erejéig tudja meghatározni $c_k(t)$ -t és f_k -t, azaz az eredményként kapott $c_k(t)$ görbe és f_k faktor helyett más, $d \cdot c_k(t)$ görbe és f_k/d faktor állhat elő a faktoranalízis során ($d \neq 0$). A faktoranalízis ily módon való végrehajtása azt eredményezte, hogy a különböző szorzók miatt pl. a májhoz és léphez tartozó (3.7(b) ábra) görbék eltérnek.



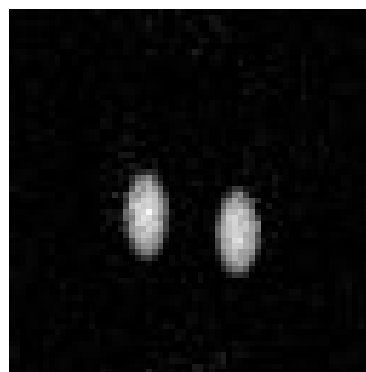
(a) Szív és aorta



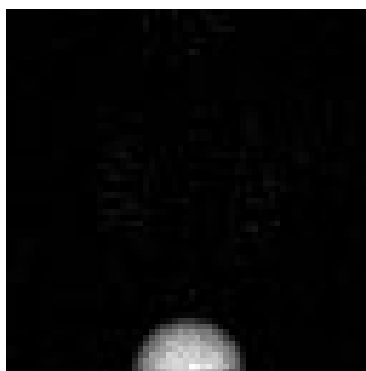
(b) Máj és lép



(c) Vesekéreg

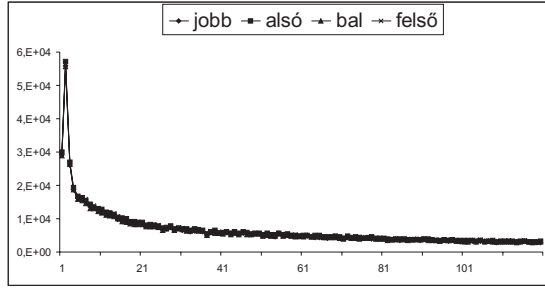


(d) Vesemedence

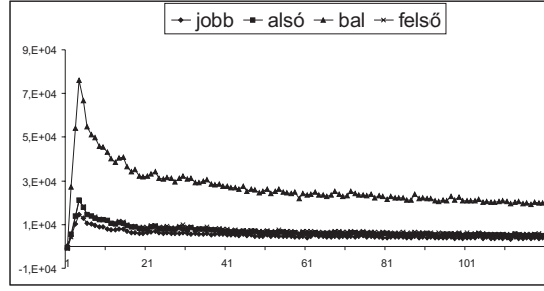


(e) Húgyhólyag

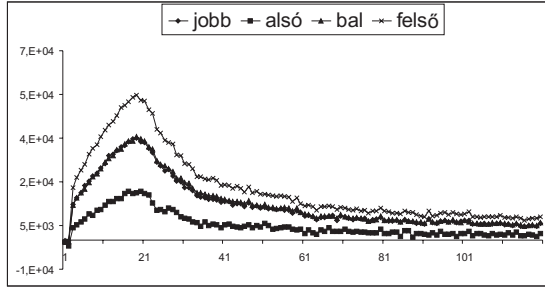
3.6. ábra. Az U_k képek, ahol $k = 1, 2, \dots, 5$, ahogyan a „felső” $\mathcal{U}^{(\mu)} f$ vetületekből állt elő faktoranalízissel.



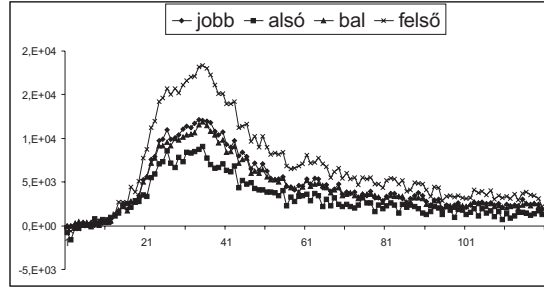
(a) Szív és aorta



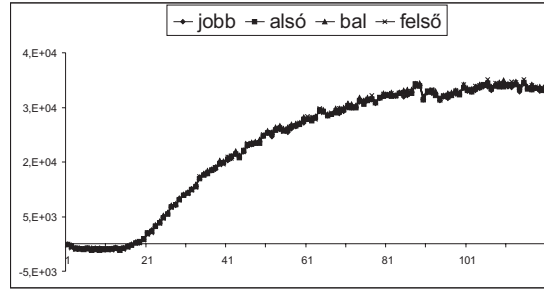
(b) Máj és lép



(c) Vesekéreg



(d) Vesemedence



(e) Húgyhólyag

3.7. ábra. A faktoranalízissel kapott súlyok görbéi.

A faktoranalízissel kapott képek és az együtthatók a következő összefüggésben állnak a teljes struktúra vetületeivel:

$$\begin{aligned}
 [\mathcal{L}^{(\mu)} f](y, z, t) &= \sum_{k=1}^5 c_k^{(l)}(t) \cdot L_k(y, z) + \eta_L(y, z, t), \\
 [\mathcal{R}^{(\mu)} f](y, z, t) &= \sum_{k=1}^5 c_k^{(r)}(t) \cdot R_k(y, z) + \eta_R(y, z, t), \\
 [\mathcal{U}^{(\mu)} f](x, z, t) &= \sum_{k=1}^5 c_k^{(u)}(t) \cdot U_k(x, z) + \eta_U(x, z, t), \\
 [\mathcal{D}^{(\mu)} f](x, z, t) &= \sum_{k=1}^5 c_k^{(d)}(t) \cdot D_k(x, z) + \eta_D(x, z, t),
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

ahol η_L, η_R, η_U és η_D jelöli a megfelelő maradékokat.

A vetületi mátrixokat nem tekinthetjük a bináris struktúrák abszorpciós vetületeinek, mert semmi sem biztosítja, hogy a faktorstruktúrákhoz tartozó voxelek sugárzása egységnyi intenzitású. Ezért, mielőtt bármilyen rekonstrukciós módszert használnánk, meg kell határoznunk a faktorstruktúrák valódi intenzitásait minden $k = 1, 2, \dots, 5$ -re.

A faktorstruktúrák intenzitás értékeinek meghatározása

Két módszert adunk a faktorok intenzitásának meghatározására, mindegyik faktorra ugyanazt az eljárást használva.

Heurisztikus módszer

2. algoritmus. A faktorok intenzitás értékének meghatározása abszorpciós vetületekből

Bemenet: A faktor abszorpciós vetületei.

Kimenet: A faktor intenzitás értéke.

1. lépés: Válasszuk ki az adott faktor abszorpciós vetületi kép sorozatából azt a reprezentatív szeletet, amelynek a legnagyobb az összértéke.

2. lépés: Rekonstruáljuk a 3D-s faktorstruktúrának a reprezentatív szeletét különböző λ szorzót használva a (3.15) célfüggvény minimalizálásánál.

$$C(\lambda) = \|\mathbf{A} \cdot (\lambda \cdot \xi) - \mathbf{b}\| + \Psi_{\text{sm}}(\xi), \quad (3.15)$$

ahol ξ a bináris faktor reprezentatív szeletét leíró vektor és a $\Psi_{\text{sm}}(\xi)$ a 2.4.1. fejezetben bevezetett regularizációs kifejezés.

3. lépés: A különböző kipróbált λ szorzók közül a legkisebb $C(\lambda)$ célfüggvényhez tartozót választottuk ki λ értékének, azaz $\lambda^* = \arg \min_{\lambda} \{C(\lambda)\}$.

Konzisztencia feltételen alapuló módszer

A szorzó konstans egy másik lehetséges meghatározása, ha az abszorpciós vetületekre vonatkozó konzisztencia feltételt [10, 28, 75] használjuk.

Az algoritmus ismertetéséhez a következő definíciókra van szükségünk. A $\mathcal{P}_X^{(\mu)}$, $\mathcal{P}_Y^{(\mu)}$, $\mathcal{P}_X$ és $\mathcal{P}_Y$ abszorpciós illetve abszorpció mentes vetületeket definiáljuk a következőképpen a Q mérhető síkhalmazra:

$$\begin{aligned} [\mathcal{P}_X^{(\mu)} Q](y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \chi_Q(x, y) e^{-\mu x} dx, \\ [\mathcal{P}_Y^{(\mu)} Q](x) &= \int_{-\infty}^{\infty} \chi_Q(x, y) e^{-\mu y} dy, \\ [\mathcal{P}_X Q](y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \chi_Q(x, y) dx, \\ [\mathcal{P}_Y Q](x) &= \int_{-\infty}^{\infty} \chi_Q(x, y) dy, \end{aligned} \quad (3.16)$$

ahol χ_Q jelöli a $Q \in \mathbb{R}^2$ karakterisztikus függvényét.

Jelöljük L, U, R, D -vel az adott faktorstruktúrák vetületeit. Ezek után definiáljuk az i -edik keresztmetszeten a második és harmadik vetületeket a [75]-nek megfelelően a következőképpen:

$$\begin{aligned}
 f_{LU}^i(x) &= \mathcal{P}_Y^{(\mu)}\{(x, y) | L(1 - y, z = i) \geq x\}, \\
 f_{UL}^i(y) &= \mathcal{P}_X^{(\mu)}\{(x, y) | U(x, z = i) \geq y\}, \\
 f_{UR}^i(x) &= \mathcal{P}_X^{(\mu)}\{(x, y) | U(1 - x, z = i) \geq y\}, \\
 f_{RU}^i(y) &= \mathcal{P}_Y^{(\mu)}\{(x, y) | R(1 - y, z = i) \geq x\}, \\
 f_{RD}^i(x) &= \mathcal{P}_Y^{(\mu)}\{(x, y) | R(y, z = i) \geq x\}, \\
 f_{DR}^i(y) &= \mathcal{P}_X^{(\mu)}\{(x, y) | D(1 - x, z = i) \geq y\}, \\
 f_{DL}^i(x) &= \mathcal{P}_X^{(\mu)}\{(x, y) | D(x, z = i) \geq y\}, \\
 f_{LD}^i(y) &= \mathcal{P}_Y^{(\mu)}\{(x, y) | L(y, z = i) \geq x\}.
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

és

$$\begin{aligned}
 f_{ULY}^i(x) &= \mathcal{P}_Y\{(x, y) | f_{UL}^i(y) \geq x\}, \\
 f_{RUY}^i(x) &= \mathcal{P}_Y\{(x, y) | f_{RU}^i(y) \geq x\}, \\
 f_{DRY}^i(x) &= \mathcal{P}_Y\{(x, y) | f_{DR}^i(y) \geq x\}, \\
 f_{LDY}^i(x) &= \mathcal{P}_Y\{(x, y) | f_{LD}^i(y) \geq x\},
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

ahol az L, U, R, D indexek sorozatai azt jelzik, hogy milyen sorrendben végeztük el a vetületek további vetítését.

Végül, vegyük a rekonstruálandó faktor i -edik szeletének második illetve harmadik vetületének integrálját mind a négy irányból és jelöljük azokat a következőképpen:

$$\begin{aligned}
 F_{LU}^i(c) &= \int_0^c f_{LU}^i(x) dx, & F_{UL}^i(c) &= \int_0^c f_{ULY}^i(x) dx, \\
 F_{UR}^i(c) &= \int_0^c f_{UR}^i(x) dx, & F_{RU}^i(c) &= \int_0^c f_{RUY}^i(x) dx, \\
 F_{RD}^i(c) &= \int_0^c f_{RD}^i(x) dx, & F_{DR}^i(c) &= \int_0^c f_{DRY}^i(x) dx, \\
 F_{DL}^i(c) &= \int_0^c f_{DL}^i(x) dx, & F_{LD}^i(c) &= \int_0^c f_{LDY}^i(x) dx.
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

3. algoritmus. A faktorok intenzitás értékének meghatározása abszorpciós vetületekből

Bemenet: A faktor abszorpciós vetületei.

Kimenet: A faktor intenzitás értéke.

1. lépés: Korrekció. Határozzuk meg azokat az α, β és γ értékeket, amelyekre a (3.20) kifejezés minimális minden $c > 0$ értékre.

$$\begin{aligned}
 &\sum_i \left((\alpha \cdot F_{LU}^i(c) - F_{UL}^i(c))^2 \cdot \sqrt{F_{LU}^i(c) \cdot F_{UL}^i(c)} \right) + \\
 &\sum_i \left((\alpha \cdot F_{LD}^i(c) - \beta \cdot F_{DL}^i(c))^2 \cdot \sqrt{F_{LD}^i(c) \cdot F_{DL}^i(c)} \right) + \\
 &\sum_i \left((\beta \cdot F_{DR}^i(c) - \gamma \cdot F_{RD}^i(c))^2 \cdot \sqrt{F_{DR}^i(c) \cdot F_{RD}^i(c)} \right) + \\
 &\sum_i \left((\gamma \cdot F_{RU}^i(c) - F_{UR}^i(c))^2 \cdot \sqrt{F_{RU}^i(c) \cdot F_{UR}^i(c)} \right) \rightarrow \min.
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

A kapott α, β és γ értékekkel módosítsuk az F -eket minden i -re:

$$\begin{aligned}
 \hat{F}_{LU}^i(c) &= \alpha \cdot F_{LU}^i(c), & \hat{F}_{LD}^i(c) &= \alpha \cdot F_{LD}^i(c), \\
 \hat{F}_{DL}^i(c) &= \beta \cdot F_{DL}^i(c), & \hat{F}_{DR}^i(c) &= \beta \cdot F_{DR}^i(c), \\
 \hat{F}_{RD}^i(c) &= \gamma \cdot F_{RD}^i(c), & \hat{F}_{RU}^i(c) &= \gamma \cdot F_{RU}^i(c).
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

2. lépés: Intenzitás érték meghatározása egy adott szeletre. Keressük meg azokat a maximális $\rho_{LU}^i, \rho_{UR}^i, \rho_{RD}^i$ és ρ_{DL}^i értékeket, melyekre teljesül a konzisztencia feltétel [75] minden $c > 0$ értékre, azaz

$$\begin{aligned} \text{ha } \hat{F}_{LU}^i(c) &< \hat{F}_{UL}^i(c), & \text{akkor } \hat{F}_{LU}^i(\rho_{LU}^i \cdot c) &\geq \hat{F}_{UL}^i(c), \\ \text{ha } \hat{F}_{UR}^i(c) &< \hat{F}_{RU}^i(c), & \text{akkor } \hat{F}_{UR}^i(\rho_{UR}^i \cdot c) &\geq \hat{F}_{RU}^i(c), \\ \text{ha } \hat{F}_{RD}^i(c) &< \hat{F}_{DR}^i(c), & \text{akkor } \hat{F}_{RD}^i(\rho_{RD}^i \cdot c) &\geq \hat{F}_{DR}^i(c), \\ \text{ha } \hat{F}_{DL}^i(c) &< \hat{F}_{LD}^i(c), & \text{akkor } \hat{F}_{DL}^i(\rho_{DL}^i \cdot c) &\geq \hat{F}_{LD}^i(c). \end{aligned} \quad (3.22)$$

A $\rho_{LU}^i, \rho_{UR}^i, \rho_{RD}^i, \rho_{DL}^i$ közül válasszuk ki a maximális értéket, jelölje az i -edik szeletre kapott értéket λ^i , azaz

$$\lambda^i = \max(\rho_{LU}^i, \rho_{UR}^i, \rho_{RD}^i, \rho_{DL}^i). \quad (3.23)$$

Az 1. lépéssel azt próbáljuk elérni, hogy a második vetületek integráljai lehetőleg közel azonosak legyenek a [75] 2.3-as tétel (24)-es egyenletének megfelelően.

A 2. lépésben a [75] 2.3-as tétel (25)-ös és (27)-es egyenleteinek megfelelően egy olyan szorzó konstans határozzuk meg az adott faktorstruktúrára, amely azt biztosítja, hogy létezik egy olyan mérhető síkhalmaz, melyeket az adott vetületek határoznak meg.

A 3. algoritmust természetesen csak olyan metszetekre érdemes használni, amelyekben az adott faktor jelen van. Az ilyen metszetek kiválasztására egy egyszerű küszöbölést választhatunk. Például csak azokra a szeletekre számoljuk ki a λ -t, amelyekre az alábbi összeg elér egy adott küszöböt:

$$\text{SUM}^i = \int_{-\infty}^{\infty} L(y, z = i) + \int_{-\infty}^{\infty} R(y, z = i) + \int_{-\infty}^{\infty} U(x, z = i) + \int_{-\infty}^{\infty} D(x, z = i). \quad (3.24)$$

Bináris mátrixok rekonstrukciója abszorpciós vetületeikből

A λ intenzitás érték meghatározása után a feladat az, hogy bináris mátrixokat rekonstruáljunk abszorpciós vetületekből.

Tekintsük az f_k szeletét $z = z_0$ magasságban. Az $f_k(x, y, z_0)$ szeletet egy bináris mátrixsal lehet ábrázolni, vagy ezzel ekvivalens módon egy $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_J) \in \{0, 1\}^J$ vektossal, ahol ξ_j jelöli a j -edik elemét a mátrixnak, mondjuk sorfolytonos bejárásban, ahol $j = 0, 1, \dots, J$ és $J = n^2$.

Ismerve mindegyik f_k négy abszorpciós vetületét, f_k egy emissziós diszkrét tomográfiai eljárással (EDT) rekonstruálható [38]. Az EDT rekonstrukciós probléma egy lineáris egyenletrendszerrel írható le:

$$\mathbf{A}\xi = \mathbf{b}, \quad (3.25)$$

ahol $b = (b_i)$, $i = 1, 2, \dots, I$ és $\mathbf{A}$ jelöli azt a mátrixot, amely ξ és $\mathbf{b}$ között adja meg az összefüggést. $\mathbf{A}$ elemei a vetületek geometriájából, illetve az ismert μ abszorpciós együtthatóból kiszámíthatók. A $\mathbf{b}$ vektort méréssel kapjuk. Egy olyan bináris ξ vektort keresünk, amely kielégíti a (3.25) egyenletrendszert.

A zaj, a mérési hibák és a modell egyszerűsítése miatt nem remélhettük, hogy megtaláljuk a (3.25) egyenletet pontosan kielégítő ξ -t. A (3.25) egyenletet ezért célszerű egy optimalizálási problémaként átfogalmazni. Formálisan a következő célfüggvény minimumát kell megtalálni

$$C(\xi) = \|\mathbf{A}\xi - \mathbf{b}\| + \Psi_{\text{sm}}(\xi), \quad \text{ahol } \xi \text{ bináris.} \quad (3.26)$$

A kifejezés $\Psi_{\text{sm}}(x)$ tagja a 2.4.1. fejezet (2.12) egyenletében megadott simasági regularizációs tag, amelynek használatával az optimalizálás olyan bináris megoldásokat keres, amelyek lehetőleg homogén területeket fognak tartalmazni.

A (3.26) egyenlet megoldásához a *homogén szimulált hűtés* optimalizálási módszert (2.3.1. fejezet) használtuk.

3.2.3. Eredmények

A két módszerrel meghatározott intenzitás értékeket a következő táblázatok tartalmazzák.

3.2. táblázat. A heurisztikus módszerrel kapott vetületi skalár értékek.

Struktúra neve	Szorzó konstans értéke
Szív és aorta	353.95
Máj és lép	23.65
Két vesekéreg	145.0
Két vesemedence	172.0
Húgyhólyag	206.5

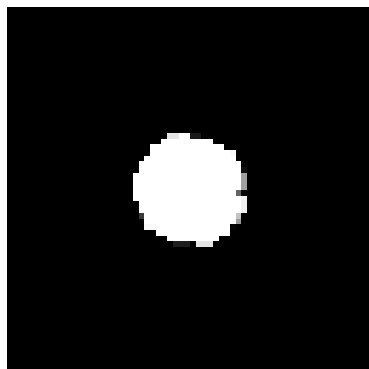
3.3. táblázat. A konzisztencia feltétellel kapott vetületi skalár értékek.

Struktúra neve	Szorzó konstans értéke
Szív és aorta	399.67
Máj és lép	32.03
Két vesekéreg	72.54
Két vesemedence	102.06
Húgyhólyag	195.7

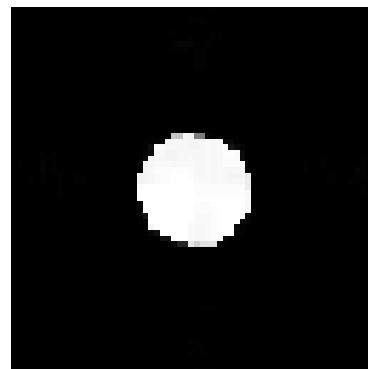
A rekonstrukció során a rekonstruálandó objektumok mérete miatt $m = 3$ -at választottuk a (2.13) egyenletben szereplő Q_j^m szomszédság számára. A (3.26) egyenletben szereplő γ_{sm} regularizációs skalár esetében szintén figyelembe kellett vennünk a struktúrák méretét, illetve a torzítások hatását (pl. zaj) is. Az egyes struktúráknál, mind a két módszer esetén ugyanazokat a γ_{sm} értékeket használtuk a rekonstrukció során. A helyreállított reprezentatív szeletek átlag képei a 3.8., 3.9., 3.10., 3.11. és a 3.12. ábrákon láthatók.

A rekonstrukciós eljárás megismétlésével a sztochasztikus módszer miatt más és más eredményt kaphatunk. A teljes rekonstrukciós eljárást 100-szor megismételtük mindegyik struktúrára azért, hogy információt kapjunk a megismételt rekonstrukciók különbségeiről. Az átlagos térfogatokat a megismételt rekonstrukciós eredményekből számítottuk. A 3.4. és 3.5. táblázatokban a rekonstruált térfogatoknak az eredeti térfogathoz viszonyított százalékos arányát is meghatároztuk (a zárójelben lévő számok). Az utolsó oszlop a 100-szor helyreállított térfogatok szórását mutatja.

A megismételt rekonstrukciókból kapott átlag szeleteket mindegyik struktúrára egy alkalmas vágási értéket használva jelenítettük meg a Slicer szoftver [73] használatával (3.13. és 3.14. ábrák).

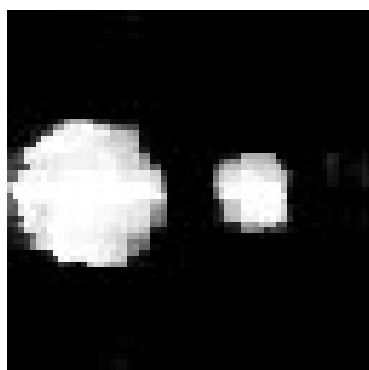


(a) Heurisztikus módszer

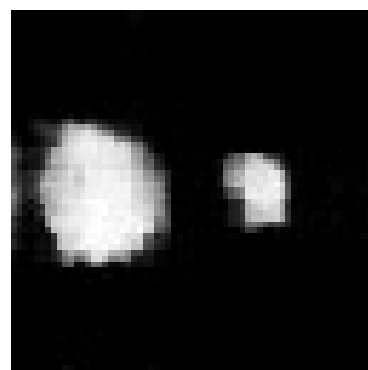


(b) Konzisztencia módszer

3.8. ábra. A szív és aorta reprezentatív szeletének átlag képe a kétféle módszer alapján.

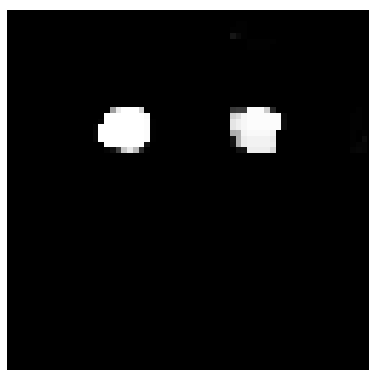


(a) Heurisztikus módszer



(b) Konzisztencia módszer

3.9. ábra. A máj és a lép reprezentatív szeletének átlag képe a kétféle módszer alapján.

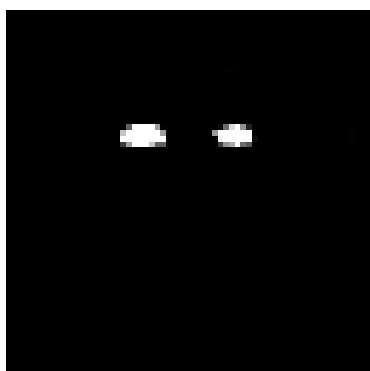


(a) Heurisztikus módszer



(b) Konzisztencia módszer

3.10. ábra. A vesekérgék reprezentatív szeletének átlag képe a kétféle módszer alapján.

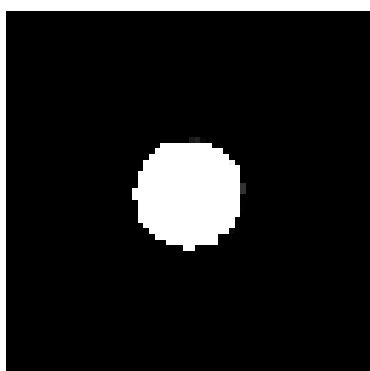


(a) Heurisztikus módszer

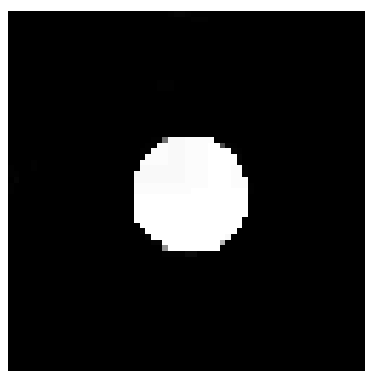


(b) Konzisztencia módszer

3.11. ábra. A vesemedencék reprezentatív szeletének átlag képe a kétféle módszer alapján.



(a) Heurisztikus módszer



(b) Konzisztencia módszer

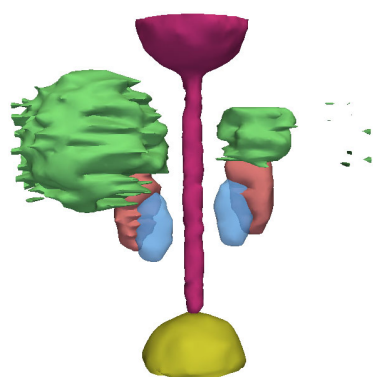
3.12. ábra. A húgyhólyag reprezentatív szeletének átlag képe a kétféle módszer alapján.

3.4. táblázat. A rekonstruált struktúrák statisztikai eredményei a heurisztikus módszerrel meghatározott intenzitás értékek esetén.

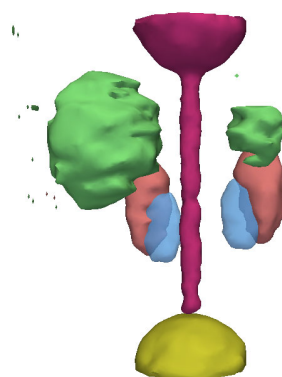
Struktúra neve	Eredeti térfogat (voxel)	Helyreállított struktúra (voxel)	Szórás(voxel)
Szív és aorta	2652	2541 (96 %)	5.29
Máj és lép	10603	9486 (89 %)	100
Vesekérgék	1350	1450 (107 %)	17.1
Vesemedencék	606	511 (84 %)	5.4
Húgyhólyag	2094	1925 (92 %)	3.95

3.5. táblázat. A rekonstruált struktúrák statisztikai eredményei a konzisztencia feltétellel meghatározott intenzitás értékek esetén.

Struktúra neve	Eredeti térfogat (voxel)	Helyreállított struktúra (voxel)	Szórás(voxel)
Szív és aorta	2652	2657 (100 %)	13.88
Máj és lép	7023	9486 (66 %)	86
Vesekérgék	1350	1570 (116 %)	39.97
Vesemedencék	606	559 (92 %)	29.96
Húgyhólyag	2094	2267 (108 %)	26.63

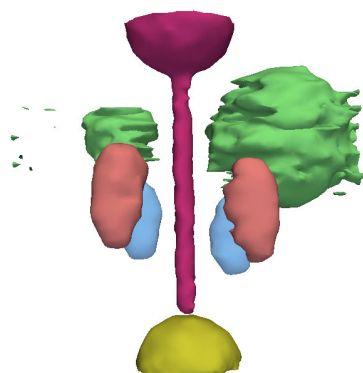


(a) Heurisztikus módszer

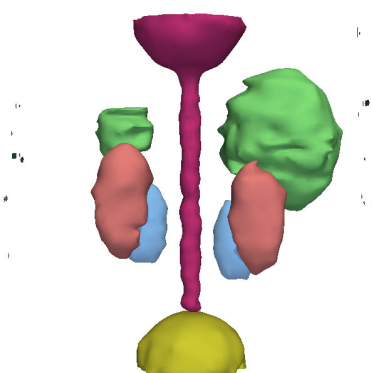


(b) Konzisztencia módszer

3.13. ábra. A rekonstruált átlagos struktúrák 3D-s megjelenítése előlnézetben a kétféle módszer alapján.



(a) Heurisztikus módszer



(b) Konzisztencia módszer

3.14. ábra. A rekonstruált átlagos struktúrák 3D-s megjelenítése hátsó nézetben a kétféle módszer alapján.

3.2.4. Diszkusszió

Az EDT egy SPECT-beli lehetséges alkalmazását mutattuk be ebben a fejezetben. Három lépéses eljárást javasoltunk a dinamikus vese SPECT vizsgálatból nyert 3D-s faktorstruktúrák 4 abszorpciós vetületből történő rekonstruálására. Az első lépésben a faktorstruktúrák faktoranalízissel lettek szétválasztva egymástól, majd a második lépésben két módszer (heurisztikus és konzisztencia feltételén alapuló) segítségével határoztuk meg a struktúrák intenzitás értékét. Végül, a harmadik lépésben egy EDT módszerrel rekonstruáltuk a 3D-s struktúrákat.

A faktorstruktúrák intenzitás értékének meghatározásakor a heurisztikus és a konzisztencia feltételén alapuló algoritmus esetén különböző szorzó konstansokat kaptunk eredményül. Ennek megfelelően a rekonstruált struktúrák is eltérnek.

Megfigyeltük, hogy a rekonstruált máj és lép struktúrák kevésbé voltak simák, mint a többi faktorstruktúra. A hiba forrása az lehet, hogy az abszorpció miatt a máj aszimmetrikusan elhelyezkedő nagy részét bizonyos irányokból csak részlegesen lehet látni (például a bal oldali vetület a 3.5. ábrán). Hasonló magyarázat adható a vesemedencék és a húgyhólyag esetében is (3.4. táblázat).

A vetületek kiszámításakor az abszorpciót figyelembe vettük a rekonstrukcióban, de nem hajtottunk végre semmilyen szórás- illetve zaj-korrekciót. A probléma egyszerűbb lenne, ha a faktoranalízist csak egy képsorozaton hajtánánk végre (a 4 vetület sorozatai helyett), ahol egy kép négy megfelelő vetület kompozíciója lenne.

Mivel az eredeti modell nem áll rendelkezésünkre, így csak az adott struktúrák térfogataihoz tudjuk hasonlítani az eredményeinket, amely csak részben ad pontos képet a rekonstrukció pontosságáról. Azt a következtetést vonhatjuk le, hogy a faktorstruktúrák helyreállított térfogatai nincsenek messze az igazi értékektől. A 3.4. táblázat azt mutatja, hogy a heurisztikus módszerrel meghatározott faktorstruktúrák intenzitás értékei esetén a rekonstrukciós módszer a sztohasztikus optimalizálás ellenére stabilnak mondható. A konzisztencia feltétel alapján meghatározott intenzitás értékekkel végrehajtott rekonstrukció után viszont a számított térfogat nagyobb szóródást mutat (3.5. táblázat), mint a heurisztikus módszer esetén.

3.3. Összefoglalás

A 3. fejezetben az emissziós diszkrét tomográfiához kapcsolható problémákat tanulmányoztuk. A fejezet első részében egy speciális bináris mátrix osztályra (hv -konvex) mutattuk meg, hogy ha az abszorpciós együttható $\mu = \log((1 + \sqrt{5})/2)$, akkor az abszorpciós sor- és oszlop-összegeiből való rekonstrukciós probléma polinomiális idő alatt megoldható [36, 37].

A 3.2. fejezetben faktor analízissel előállított abszorpciós vetületekből 3D-s struktúrákat rekonstruáltunk diszkrét tomográfias módszer segítségével [10, 52]. A rekonstrukció során meg kellett határozni azt a szorzó konstanst, amely segítségével a faktor analízis során kapott vetületi értékeket kell módosítani az eljárásból adódó eltérés korrigálására. Erre kétféle módszert, egy heurisztikus és egy direkt algoritmust adtunk meg.

Az emissziós tomográfiában szintén sikeresen alkalmaztunk diszkrét tomográfias módszereket viszonylag kevés (4 szemközti) párhuzamos vetület esetén 2D-s szeletek rekonstruálásakor.

4. fejezet

Képarchiváló- és továbbító rendszer

4.1. Bevezetés

A legtöbb képarchiváló- és továbbító rendszerrel (Picture Archiving and Communication System, PACS) kapcsolatos kutatás és fejlesztés kezdeményezése egyetemi intézetektől illetve orvosi képalkotó berendezéseket gyártó cégek kutató laboratóriumaiból indult el, ezért több megközelítési módja létezik a képarchiváló rendszereknek. Az első esetben a gyártó cég kifejleszti a saját képarchiváló rendszerét és telepíti azt az adott osztályokon klinikai tesztelés céljából. Egy másik esetben egy csapat — megfelelő technikai tudással — rendszerfejlesztővé válik és különböző gyártók képarchiváló rendszer összetevői alapján írnak egy képarchiváló szoftver rendszert a klinikai igényeknek megfelelően [20].

Az 1970-es évek elején, az Arizonai Egyetemen fejlesztették ki a képarchiváló- és továbbító rendszerek egyik előzményeként tekinthető digitális szubtrakciós angiográfiai (DSA) készüléket. Az első hivatkozás a PACS-re Heinz Lemke professzortól származik, aki 1979-ben CT vizsgálatokon végrehajtható képfeldolgozási és számítógépes grafikai módszerekről publikált egy cikket [44]. A cikkben megadott „orvosi munkaállomások hálózata” megfelel a mai PACS definíciójának a kórházi információs rendszerhez való kapcsolódást is beleértve. Ennek megfelelően a képarchiváló- és továbbító rendszerek fő feladatainak a nagy mennyiségű digitális kép és szöveges adatok módszeres összegyűjtését, tárolását és azok bemutatását adhatjuk meg.

A kórházi információs rendszer egy különálló adatbázis, amely a beteg ellátástól kezdve a kórház irányításához szükséges információkig, különböző adatokat tárol. Először az 1970-es években, Jean-Raoul Scherrer orvosi információs rendszert fejlesztett ki a Genfi Egyetemi Kórházakban. A DIOGENE rendszer betegekről szóló információkat gyűjtött össze és jelenített meg számítógépes monitorokon.

Az 1980-as években váltak valósággá a képarchiváló- és továbbító rendszerek. Ebben az időszakban a legtöbb orvosi képalkotó berendezés még analóg módon állította elő a vizsgálatokat. Azok, melyek természetükből adódóan digitálisak voltak — számítógépes tomográfia (CT), mágneses rezonanciás képalkotás (MRI) — szintén csak analóg verzióban álltak rendelkezésre (a monitorokról frame-grabbelt képeket tárolták). A legtöbb korai erőfeszítés során csak egy típusú képalkotó berendezés hálózati kapcsolatára koncentráltak. 1982/83-ban fejlesztették ki a Kansasi Egyetemen (részben ipari támogatással) az első PACS rendszert, amely demonstrációs célt szolgált. A CT és ultrahang készülékekről, valamint egy film digitalizálóról származó vizsgálati képeket Ethernet hálózaton keresztül továbbították. A munkaállomások lassúak voltak, a képek felbontása gyenge volt. A rendszer kifejlesztése 700 000 dollárba került.

André J. Duerinckx szervezte meg a „1st International Conference and Workshop on Picture Archiving and Communication Systems for Medical Applications” konferenciát, Newport Beach-en, 1982 januárjában. A konferencián az orvosi képalkotó berendezések egyszerű digitális hálózatba való szervezéséről beszéltek. Felmerült továbbá az is, hogy egy ilyen rendszer megvalósításához szabványra van szükség. Egy újabb évtized kellett ahhoz, hogy működő PACS rendszereket telepítsenek néhány kórházba.

A SZOTE-PACS rendszer fejlesztése 1995-ben kezdődött az akkori Szent-Györgyi Albert Orvostudományi Egyetem (SZOTE) és József Attila Tudományegyetem (JATE) részvételével. A munkát Dr. Csernay László professzor irányította. A kutatást és a fejlesztést a FEFA III. és FEFA IV. pályázatok anyagilag támogatták. Ennek eredményeként valósult meg az első magyar képatchiváló- és továbbító rendszer a Szegedi Orvostudományi Egyetemen.

Az volt a cél, hogy egy olyan archíváló rendszert fejlesszünk ki, amely egyaránt használható oktatási, kutatási és klinikai környezetben. Az orvosi egyetem különböző klinikáin található képalkotó berendezéseket kellett integrálni egy PACS rendszerbe. Ezek az eszközök nagyon eltérőek voltak (különböző formátumokban tárolták/szolgáltatták az orvosi vizsgálatokat). Annak érdekében, hogy ezeket a vizsgálatokat egységes formátumban tárolhassuk, a Digital Imaging and Communications in Medicine (DICOM [70]) szabványt választottuk. Ez a szabvány lehetővé tette az összes eddig alkalmazott orvosi vizsgálati mód adatainak tárolását egy központi archívumban, illetve a hozzá tartozó adatbázisban.

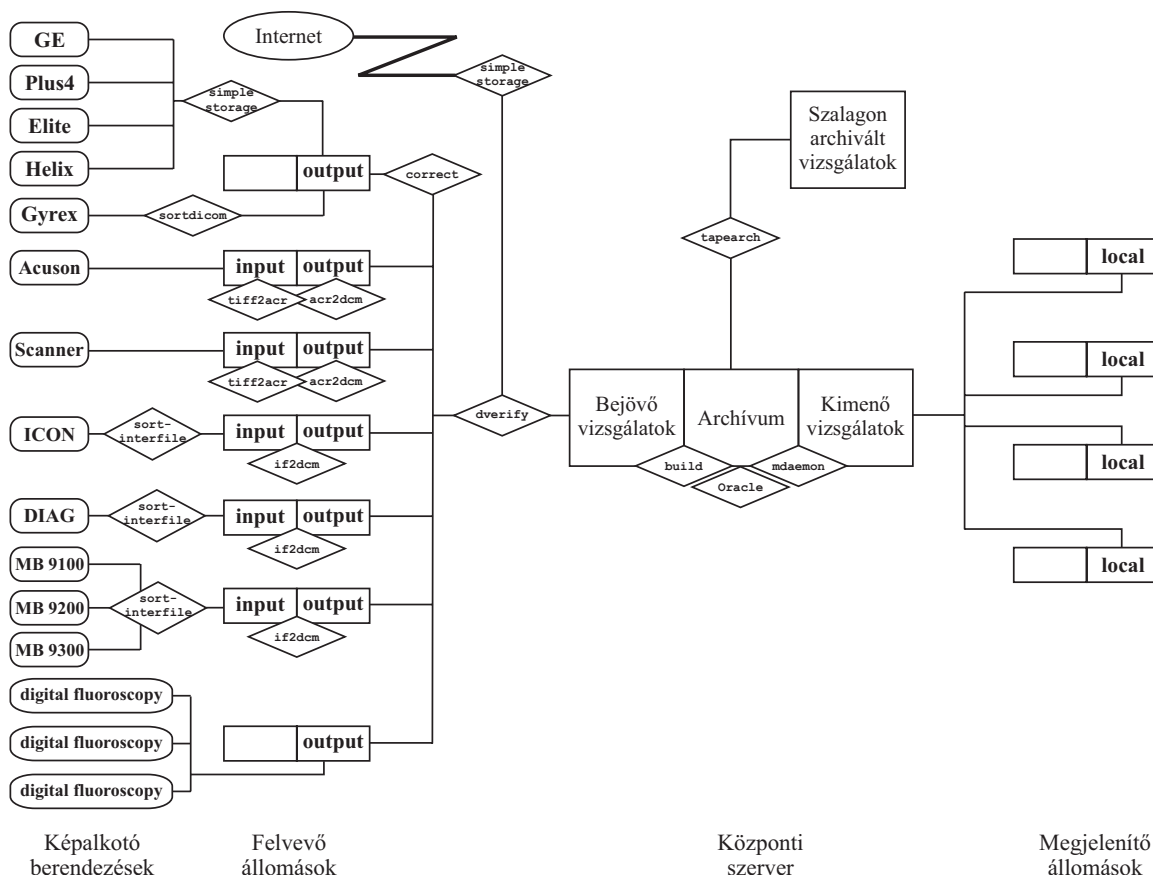
A SZOTE-PACS felépítését a 4.2. fejezetben adjuk meg. A 4.3. fejezetben mutatjuk be a képatchiváló- és továbbító rendszer megvalósítását, majd a 4.4. fejezetben a megvalósítás során szerzett tapasztalatokat. Végezetül a 4.5. fejezetben foglaljuk össze az eredményeinket. A fejezet eredményei a [1–5, 15, 29–33, 47, 48, 53–60, 66] konferenciakiadványokban jelentek meg.

4.2. SZOTE-PACS felépítése

A SZOTE-PACS egy a Szegedi Tudományegyetemen kifejlesztett DICOM alapú képatchiváló- és továbbító rendszer. A rendszer alkalmas különböző képalkotó berendezéseken végzett vizsgálatok begyűjtésére és DICOM formátumba konvertálására. A konverziót és a Radiológiai Információs Rendszer (RIS) adataival való módosítást a DICOM szabvány szerinti ellenőrzés követi, majd ezután lehet továbbítani a vizsgálatokat a központi archíváló szerverre. (A RIS olyan adatbázis, amely a beteg adatain kívül a radiológiai osztályok működtetéséhez szükséges szöveges adatokat is tartalmaz). Az archivált vizsgálatokat a megjelenítő állomásokon lehet bemutatni, illetve feldolgozni. Grafikus alkalmazás segítségével lehet keresni és különböző műveleteket végrehajtani az Oracle alapú központi képatchiváló adatbázison.

A SZOTE-PACS rendszer segítségével orvostanhallgatók számára oktatási anyagot állítottak össze. Az orvosi képalkotó berendezések különböző platformokon működtek (PC, UNIX, Machintosh, stb.) és különböző kimeneti formátumokat (TIFF, Interfile [67], ACR-NEMA [71], DICOM [70]) állítottak elő. Az egyetemi hálózat a sebességet tekintve megfelelőnek bizonyult az adatok továbbítására. Ezt a sebességet egy Token-ring (16 Mbps) gerinc hálózat biztosította a bridge-eken keresztül az Ethernet hálózatok felé. A különböző platformok és kimeneti formátumok közötti problémát konverter állomásokkal oldottuk meg. Ilyen módon a SZOTE-PACS rendszer képes begyűjteni az orvosi vizsgálatokat számítógépes tomográfiai (CT), mágneses rezonanciai (MR), nukleáris medicinai (NM), ultrahang (US) és Single Photon Emission Computed Tomography (SPECT) képalkotó berendezésekről valamint Röntgen-film szkennerekről.

A SZOTE-PACS rendszer felépítése a 4.1. ábrán látható.



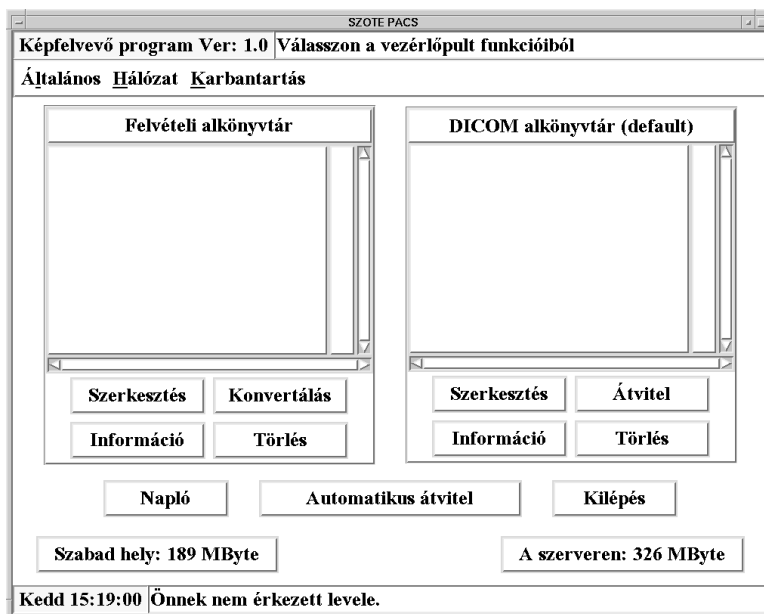
4.1. ábra. A SZOTE-PACS rendszer vázlatos felépítése. Téglalappal jelöltük a különböző munkaállomások tároló egységeit. Rombusz jelöli a fő folyamatokat.

Az orvosi képkötő berendezések legtöbbje felvevő állomáson keresztül csatlakozik az egyetemi hálózatra. Ezeken az állomásokon történik meg a vizsgálatok DICOM formátumba való konvertálása, a hibás formátumú vizsgálatok javítása, valamint ezek az állomások küldik el a vizsgálatokat a központi szerver felé. A rendszer fő része a központi szerver, amely fogadja és archiválja a DICOM vizsgálatokat. A vizsgálatokat munkaállomásokon lehet bemutatni és feldolgozni. A munkaállomások Network File System (NFS), File Transfer Protocol (FTP) és természetesen DICOM protokoll használatával kapcsolódnak a rendszerhez.

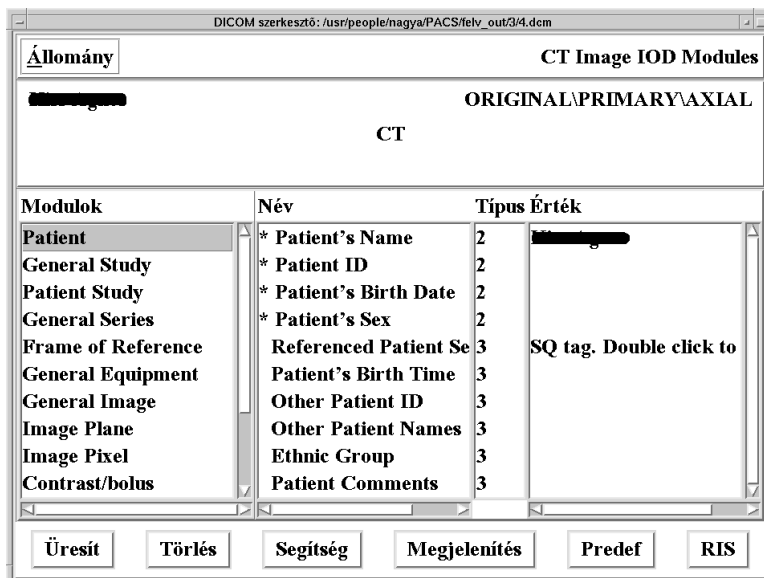
4.2.1. Vizsgálatok begyűjtése

A képfelvevő állomások (4.2. ábra) automatikusan konvertálják a nem DICOM formátumú (Interfile, ACR-NEMA, TIFF) vizsgálatokat DICOM formátumba. Ezeken a munkaállomásokon az orvosi vizsgálatok fejléceit grafikus alkalmazás segítségével szerkeszthetik a felhasználók (4.3. ábra). Erre akkor van szükség, amikor az eredeti vizsgálati fejlécekben nem állnak rendelkezésre a megfelelő információk ahhoz, hogy azokat szabványos DICOM formátumra konvertáljuk.

A SZOTE-PACS rendszer nemcsak a hálózatra kötött képkötő berendezések által küldött vizsgálatokat fogadhat, hanem az egyetemi hálózaton kívüli DICOM munkaállomá-



4.2. ábra. A képfelvévő alrendszer vezérlőpultja.



4.3. ábra. A DICOM szerkesztő grafikus felülete (a neveket a személyiségi jogok védelme érdekében kitakartuk).

sokról elküldötteket is. A szerverre három különböző módon lehet orvosi vizsgálatokat küldeni: NFS, FTP vagy DICOM protokoll szerint. Az előbbieket akkor alkalmazzuk, ha azok „rég”, a DICOM kommunikációs protokollt nem ismerő klinikai munkáállomások.

Számos szabadon felhasználható DICOM szoftver áll rendelkezésre (pl. Central Test Node [72]). Egy ilyen kliens segítségével és bizonyos jogosultságokkal bárki kapcsolódhat a SZOTE-PACS rendszerhez. A központi szerveren egy `simple_storage` démon fogadja a DICOM kommunikációs protokollnak megfelelő üzeneteket.

A képalkotó berendezések által előállított vizsgálatokat a konvertálás illetve továbbküldés előtt szétválogatjuk a betegekhez tartozó vizsgálatoknak és azok sorozatainak megfelelően. Ezt a műveletet az adott típusú állományok esetén a `simple_storage`, `sortdicom` és a `sortinterfile` programok hajtják végre.

A SZOTE-PACS rendszer a klinikai Radiológiai Információs Rendszerből (RIS) is adatokat gyűjt be. A használatban lévő orvosi képalkotó berendezések közül nem mind alkalmas arra, hogy közvetlenül kapcsolódjon a RIS-hez, ezért a konvertáló állomásokon a felhasználók a megfelelő beteg adatokkal tudják kiegészíteni a DICOM vizsgálatokat. Az állandó vizsgálati paramétereket (pl. vizsgálat helye) automatikusan szolgáltatja a rendszer. Az ilyen módon előállított DICOM vizsgálatok a szabvány szerint ellenőrizve kerülnek a központi szerverre.

4.2.2. Archiválás

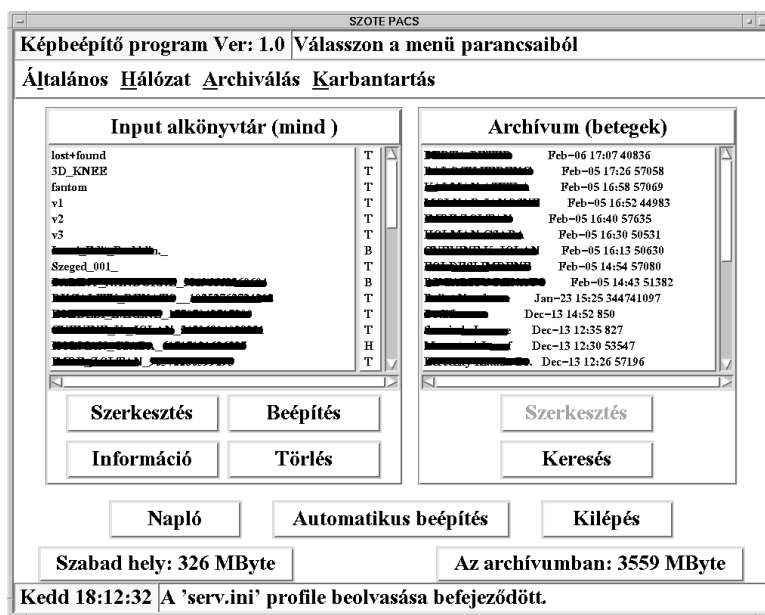
A képfelvevő állomásokról érkező DICOM vizsgálatok a központi szerveren ideiglenesen az *Incoming* alkönyvtárba (4.4. ábra) kerülnek. Az archiválás előtt ezeket a vizsgálatokat ismét ellenőrizzük aszerint, hogy megfelelnek-e a központi adatbázis követelményeinek. Ha valamilyen adat hiányos vagy hibás (pl. az adatbázisban kötelező mezők nincsenek kitöltve vagy inkonzisztens vizsgálati adatokat tartalmaznak az archiválandó állományok), a rendszer elutasítja a vizsgálat beépítését a központi adatbázisba. Ebben az esetben az operátor beavatkozásával a vizsgálatot ki lehet javítani, vagy a beépítési folyamatot meg lehet szakítani. Ellenkező esetben az ellenőrzött vizsgálatok automatikusan beépülnek az archívumba.

Az archiválási folyamat a vizsgálatok fejlécében lévő adatoknak táblákba való beszúrását, valamint a DICOM állományoknak az archívumba másolását jelenti. Az így létrejövő adatbázis lehetővé teszi a vizsgálatok gyors keresését. A SZOTE-PACS rendszer adatbázis kezelésére Oracle rendszert használtunk annak érdekében, hogy az könnyen használható és gyors legyen. Az Oracle adatbázistáblák a legfontosabb vizsgálati paramétereket tartalmazzák (pl. azonosítók, nevek, dátumok, stb.). A teljes DICOM állomány az archívumban van tárolva. Az Oracle táblák csak a DICOM állományok útvonalát tárolják, a képi adatokat nem.

A felhasználók a beteg neve, neme, azonosító száma, vizsgálati dátum, beküldő intézet, képalkotó berendezés, sorozat szám, WHO kód és a radiológus kulcsmezők segítségével kereshetik ki a megfelelő vizsgálatot az adatbázisból.

A kliensek az Oracle SQL szerveren keresztül érhetik el az adatokat. A lekérdezési folyamat eredménye egy állománylista, ami a keresési feltételeket kielégítő vizsgálatok azonosítóit tartalmazza. A felhasználók az eredménylista alapján megnézhetik, illetve letölthetik az adott vizsgálatokat.

Kezdetben a szerver diszk kapacitása (26 GB) elég volt arra, hogy a vizsgálatokat 15 napig tároljuk. Ezt az időkorlátot később veszteségmentes tömörítéssel 30 napra, majd egy új szerver üzembe helyezésével 90 napra növeltük. A rendszer az adott időkorlát után a „rég” vizsgálatokat az archívumból vagy törölte, vagy pedig a DAT egységre mentette. A



4.4. ábra. A képparchiváló alrendszer vezérlőpultja.

vizsgálatok fejléceit a rendszer mindvégig megtartotta, vagyis törléskor csak a képi adatok törölődtek.

4.2.3. Megjelenítés és feldolgozás

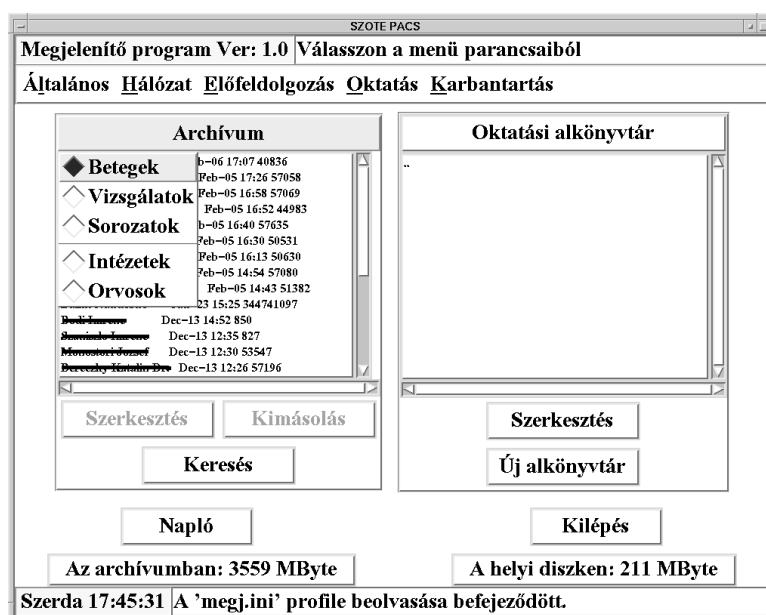
A megjelenítő állomásokon (4.5. ábra) (PC-k, UNIX munkaállomások vagy X-terminálok) a felhasználók egy Oracle kliens segítségével tudnak lekérdezéseket végrehajtani az Oracle szerveren (4.6 és 4.7. ábra). A kiválasztott vizsgálatokat az mdaemon program segítségével lehet a helyi munkaállomásokra letölteni, ahol a felhasználók létrehozhatnak privát gyűjteményt bemutatókra, illetve későbbi tudományos kutatások végrehajtására. Az mdaemon processz biztosítja azt, hogy a letöltést csak a megfelelő jogosultságokkal lehessen végrehajtani. A feldolgozást különböző orvosi képmegjelenítő és feldolgozó programok segítik a helyi munkaállomásokon (pl. Osiris [45]).

A letöltött vizsgálatokból oktatási anyagot hozhatnak létre. A vizsgálatokat automatikusan lehet HTML formátumba konvertálni, amelyeket később különböző HTML szerkesztőkkel módosíthatják. Ezeket az oktatási anyagokat CD-ROM-okon tárolva használják fel az orvosi képzésben.

4.2.4. Szalagos mentés

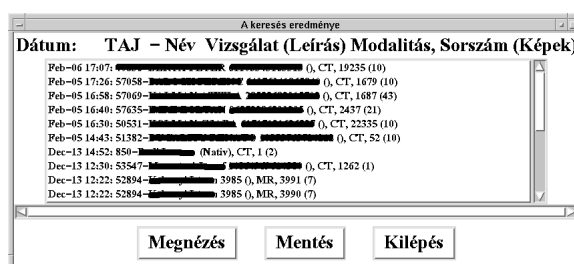
Természetes igény, hogy az összes orvosi kép minél tovább maradjon a központi archívumban. Az adott körülmények között a központi szerver háttértároló kapacitását növeltük meg egy új HP szerver segítségével. Az új szerver egyrészt nagyobb diszk területet biztosított a központi szerver számára, DAT szalagos egységre való mentéssel pedig a hosszú távú tárolást biztosította.

Külön alkalmazás (tapearch) segítségével kerültek átmásolásra a központi szerveren lévő orvosi vizsgálatok a segéd szerverre. Az ellenőrzött/hibamentes másolás után a rendszer az Oracle adatbázisban az adott vizsgálatokra nézve módosította az elérési útvonalakat



4.5. ábra. A megjelenítő alrendszer vezérlőpultja.

4.6. ábra. Keresés az Archívumban dialógus ablak.



4.7. ábra. Az archívumban való keresés eredménye.

majd a központi szerver háttértárolójáról törölte az átmásolt vizsgálatokat.

Ha a felhasználók a megjelenítő állomásokon végrehajtott kereséskor olyan vizsgálatokat kívánnak letölteni, amelyek már csak szalagos egységen találhatók, akkor kérhetik azoknak a rendszerbe való visszatöltését. Ebben az esetben a képatchiváló rendszert felügyelő adminisztrátor egy kérést kap, amely tartalmazza a visszatöltendő vizsgálatok paramétereit (szalag azonosító, archívum azonosító stb.) Ezek alapján a megfelelő DAT szalag kikeresése után az adott alkalmazás automatikusan visszatölti a vizsgálatokat a rendszerbe. Ezután a rendszer adminisztrátora értesíti a felhasználót, aki most már le tudja tölteni a megjelenítő állomásra a központi szerverről a keresett vizsgálatokat.

4.3. A képatchiváló rendszer megvalósítása

A részfeladatok megoldása során figyelembe kellett venni azt, hogy az egyes komponenseknek több operációs rendszeren kellett működni. Konvertáló és más segédprogramok esetében ANSI C nyelven fejlesztettük az alkalmazásokat. A grafikus felület létrehozásához Tcl/Tk-t használtunk. Az adatbázis kezelést Oracle SQL nyelven valósítottuk meg. Munkánk során a forráskódokat CVS-ben tároltuk. Ennek segítségével a fejlesztők a programokban való változtatásokat egyszerűen tudták nyomon követni. Az egyes alrendszerek fejlesztése során törekedtünk arra, hogy konfigurációs állományok segítségével rugalmasan lehessen azokat alakítani.

4.3.1. Biztonság

Az adatvédelmet a UNIX operációs rendszer és az Oracle adatbázis kezelő által biztosított eszközökkel valósítottuk meg. Ezek használatával a jogosulatlan kapcsolatokat ki lehet küszöbölni. A központi archíváló szerverre csak érvényes felhasználói azonosítóval és jelszóval lehet belépni. A felhasználók csoportokba vannak sorolva aszerint, hogy milyen szintű hozzáférési jogokkal rendelkeznek az adatbázishoz. Az Oracle rendszer segítségével az adatbázisról különböző nézeteket lehet előállítani az egyes felhasználóknak. Ez azt jelenti, hogy a felhasználók nem a teljes adatbázisban tudnak keresni, hanem csak a számukra elérhető rekordok között. A keresés után a vizsgálatokat az mdaemon programon keresztül lehet elérni. Ez a program biztosítja, hogy az archívumban lévő vizsgálatok csak a rendszerhez kötött munkaállomásokról érhetők el.

4.3.2. RIS kapcsolat

A már meglévő RIS adatbázis (dBase alapú) rendszert egy úgynevezett RIS átjárón keresztül kapcsoltuk össze a felvevő állomásokkal. A RIS adatbázisból érkező adatok alapján ezeken a munkaállomásokon az adott DICOM vizsgálatok beteg adatait automatikusan lehet javítani a központi archívumba való továbbküldés előtt. Ezzel a módszerrel ki lehet küszöbölni bizonyos gépelési hibákat.

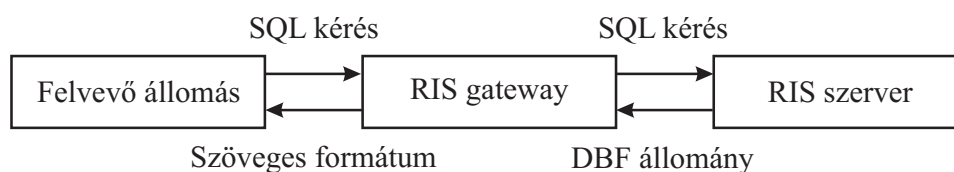
A SZOTE-PACS rendszerben a következő módokon lehet a RIS-ben tárolt információt átvenni.

Az első módszer, hogy a RIS üzemeltetője az aktuális RIS adatokat (4.8. ábra) a PACS rendszer számára elérhetővé teszi. Ezek a RIS adatok egy közös elérési területre kerülnek. A PACS rendszer innen veszi át a napi RIS adatokat, amelyek a DICOM szerkesztő futtatásakor a RIS adatok ablakban jelennek meg.



4.8. ábra. A RIS adatokat tartalmazó dialógus ablak.

A második lehetőség akkor használható, ha a PACS a RIS-sel direkt kapcsolatban van egy RIS gateway gépen keresztül (4.9. ábra). Ebben az esetben a PACS rendszer lekérdezheti a RIS-től a megfelelő beteg(ek) adatait (4.10. ábra). A PACS egy SQL kérdés formájában küldi el a keresési feltételt a gateway programnak, ami a RIS adatbázisból lekéri a megfelelő RIS adatokat és szöveges formában továbbítja a PACS rendszerbe.



4.9. ábra. PACS-RIS direkt kapcsolat gateway-en keresztül.

4.10. ábra. A RIS keresés dialógus ablaka.

4.3.3. Automatikus folyamatok

A SZOTE-PACS rendszerben az automatikus folyamatokat a három alrendszer alapján lehet tárgyalni. A felvevő állomáson az orvosi vizsgálatokat automatikusan konvertáljuk DICOM

formátumra. A konvertálás után a hiányzó adatokat a rendszer automatikusan beszúrja a RIS adatokból vagy az előre definiált vizsgálati paraméter listából. A központi archívumba való beépítés előtt a rendszer automatikusan ellenőrzi a DICOM vizsgálatokat a DICOM szabványban előírtak alapján, valamint veszteségmentesen tömöríti a képeket. Ezzel nemcsak több vizsgálatot lehet tárolni a központi szerveren, hanem a hálózaton is gyorsabban lehetett az adatokat továbbítani. A központi archívumban a vizsgálatokat az adatbázis által definiált kötelező mezők alapján újból ellenőrizzük, mielőtt beépítjük azokat. A megjelenítő állomások a vizsgálatok képeit automatikusan kitömörítik.

A felvevő munkaállomások végzik a DICOM és a nem DICOM vizsgálatok begyűjtését, a nem DICOM vizsgálatok konvertálását DICOM formátumra, és az ellenőrzött és tömörített vizsgálatok továbbítását a központi szerverre automatikus és nem automatikus módon. A felhasználók RIS adatokkal és előredefiniált vizsgálati paraméterekkel egészíthetik ki a DICOM vizsgálatokat. A RIS adatokkal való kiegészítés előtt egyedi RIS rekordokat kell kijelölni ahhoz, hogy automatikusan lehessen eldönteni azt, hogy az adott vizsgálatokhoz melyik RIS adat tartozik. Az automatikus folyamat alatt mindegyik részfeladat végrehajtásának az eredményét naplózza a rendszer. A problémás vizsgálatokat (például automatikusan nem konvertálhatóak) a rendszer az eredeti helyén hagyja. Ezeket a vizsgálatokat később a felhasználók manuálisan konvertálhatják, szerkeszthetik, illetve küldhetik a központi szerverre.

A szerver munkaállomás fogadja a bejövő DICOM vizsgálatokat és napló állományokat. Ezeket különböző alkönyvtárakba helyezi el. Az automatikus beépítési folyamat ellenőrzi a vizsgálatokat az adatbázisnak megfelelően és beépíti azokat a központi archívumba.

A megjelenítő állomásokra kért vizsgálatok letöltése és kitömörítése után a felhasználók HTML állományokat készíthetnek a DICOM vizsgálatokból. Az ezt segítő funkció egy fő oldalt és az adott vizsgálat adott sorozatából kiválasztott képeket tartalmazó oldalakat állít össze.

4.3.4. IDICON programcsomag

A fejlesztés megkezdése után szembesültünk azzal a ténnyel, hogy a kezdeti DICOM megvalósítások, valamint a régi képkalkáló berendezésekkel előállított (Interfile, ACR-NEMA) vizsgálatok nem mindig feleltek meg a szabványnak. Ezeknek a problémáknak a megoldására fejlesztettük ki a saját függvény könyvtárunkat, amely konvertáló és más DICOM állományok manipulálására alkalmas eszközöket tartalmaz. Ezen programok használatával a régi rendszereket be tudtuk illeszteni az új DICOM kompatibilis eszközök közé, valamint a DICOM képkalkáló berendezések által előállított nem szabványos DICOM állományokat ki lehetett javítani a DICOM szabványnak megfelelően.

A teljes DICOM szabvány megvalósítása nagyon bonyolult feladat, mivel a szabvány nem csak az állomány formátumának a leírását tartalmazza, hanem különböző információs objektumok és az azokhoz tartozó műveletek (pl. beteg felvétel, lekérdezés, nyomtatás, stb.) definícióit és az orvosi alkalmazások kommunikációs protokollját is tartalmazza. A DICOM képkalkáló berendezések általában csak a szükséges műveleteket valósítják meg (kép tárolás, küldés, megjelenítés, bizonyos információs objektumok beállítása).

Olyan DICOM függvény könyvtárat valósítottunk meg, amely az alapvető műveleteket képes végrehajtani a DICOM állományokon (DICOM formátumú állományok olvasása, írása és DICOM objektumok kezelése, attribútumok hozzáadása, keresése, módosítása és törlése). Erre a függvénykönyvtárra alapozva fejlesztettük ki az IDICON programcsomagot, amely különböző konvertáló és más DICOM állományokhoz kapcsolódó műveleteket valósít meg. Az elkészült függvények és a programok különböző platformokon lettek lefordítva (MSDOS,

SunOS, Solaris, Irix, AmigaDOS és Windows).

A programcsomag összetevői:

- `if2dcm` Interfile 3.31 [67] formátumú képek konvertálását végzi DICOM formátumúra.
- `dcm2if` a nukleáris medicinai DICOM állományok konvertálását hajtja végre Interfile 3.31 formátumra.
- az `acr2dcm` program az ACR-NEMA [71] típusú orvosi vizsgálatokat konvertálja DICOM formátumra. A konverter különböző transzfer szintaxissal, illetve állomány meta információs fejléccel illetve anélkül tudja az adott vizsgálatokat konvertálni.
- a DICOM állomány listázó (`dcmlist`) és a DICOM nézegető (`dcm brow`) szöveges felülettel rendelkező alkalmazások, amelyeket a DICOM állományok tesztelésére használtuk. A DICOM listázó megjeleníti az adott DICOM állomány attribútumait, a DICOM objektumokat a moduláris felépítésnek megfelelően.
- DICOM másoló (`dcmcopy`) program a DICOM objektum másolását végzi el az állomány meta információs fejléccel együtt illetve anélkül. Képes továbbá a DICOM objektum attribútumainak és a képi adatnak szétválasztására, valamint a képi adat tömörítésére is különböző tömörítő eljárások felhasználásával.
- a DICOM ellenőrző (`dverify`) program a DICOM állományokat ellenőrzi a szabványban leírtak szerint. Ellenőrzi azt, hogy az adott DICOM objektum tartalmazza-e az összes szükséges információt, illetve az adott attribútumok megfelelnek-e az előre definiált típusnak.
- A DICOM szerkesztő program (`dcm edit`) egy kötegelte utasításokat tartalmazó állományt hajt végre a DICOM állományokon. A parancsok egyszerű utasításokat adnak attribútumok hozzáadására, törlésére, módosítására és üresítésére. A DICOM szekvenciák egymásba ágyazása miatt szükség volt egy 'pozícionáló' utasításra is, ami a DICOM objektum egy megadott szekvenciájának egy adott szakaszának adott attribútumára áll. Az így megadott utasítások segítségével a bonyolult DICOM szekvenciák is könnyen kezelhetők.

A DICOM szabványt információs objektumok tábláival, információs objektum modulokkal és modul attribútumokkal definiálták. Ezek a táblák leírják az objektumok kötelező és opcionális moduljait, a kötelező és opcionális attribútumait és az adott attribútumok értékeinek az ábrázolását. Ezeket a definíciós táblákat egy adatbázisban tároltuk és megfelelően formázott szöveges állományokat generáltunk belőle. Ezek az állományok töltődnek be az IDICON programok futtatásakor. Az adatbázis karbantartása nagyon egyszerű és a szöveges állományok generálása automatikusan történik. Ily módon, ha a DICOM szabvány megváltozik, a táblák átírása után az adott programok mindig a szabványnak megfelelően végzik el a feladatukat. A programok két fajta struktúrát építenek fel ezekből a táblákból. Összetett esetben egy hierarchikus struktúra keletkezik, aminek segítségével nagyon egyszerűen lehet ellenőrizni egy DICOM objektum kötelező attribútumait. Egyszerű esetben csak a DICOM tag-ekre vonatkozó információ töltődik be, ami a DICOM állomány olvasásához, illetve írásához szükséges.

4.3.5. Képtömörítés

A tároló kapacitás és a hálózati adatforgalom korlátossága miatt szükség volt a képsorozatok tömörítésére. Kezdetben a háttértároló kapacitás arra volt elég, hogy a vizsgálatokat tömörítés nélkül 15 napig tároljuk a központi archívumban. Ez az időkorlát duplájára emelhető veszteségmentes tömörítés segítségével. Természetesen a vizsgálatok továbbítása is rövidebb idő alatt zajlott le a tömörebb tárolás következtében.

A tömörítési módszer megvalósítása előtt előzetes kísérleteket hajtottunk végre, hogy a legmegfelelőbb technikát válasszuk ki az adott típusú vizsgálatok számára. A tesztadatok különböző képalkotó berendezésekből származó képekből álltak össze. Az adathalmazt a vizsgálati típusok, képméret, bitmélység és az egy vizsgálatban lévő képek számának a figyelembevételével alakítottuk ki. A tömörítő módszerek különböző típusú vizsgálatok esetén nyújtott eredményét az egyes vizsgálati típusok PACS rendszerünkben várható átlagos forgalmával súlyoztuk.

Olyan tömörítési módszereket használtunk, amelyek a szabványosításhoz közel álltak és hatékonyak. Ezek a következők voltak:

- Portable Network Graphics (PNG), platform független, fejlődő, 48 bites színmélységet támogat, valamint Huffman és LZ77 kódolást használ.
- Lossless JPEG (JPEG-LS) egy kiterjesztése a jól ismert JPEG-nek, amely veszteségmentes tömörítést valósít meg.

A helyi viszonyoknak és szükségleteknek megfelelően a tömörítő eljárások sebességét optimalizáltuk. A fő szempontok a tömörítési arány és a tömörítési/kitömörítési idők voltak.

Arra törekedtünk, hogy a tömörítési idő, a tömörített adat átviteli ideje és a kitömörítési idő együttesen rövidebb legyen, mint az eredeti adatok átviteléhez szükséges idő.

Ha a minimális helyfoglalás elérése fontos szempont, akkor a legnagyobb elérhető tömörítési arány a cél, de a nagyobb tömörítési arány eléréséhez hosszabb időre van szükség.

A 4.1. és 4.2. táblák tartalmazzák az átlagos tömörítési arányokat és a tömörítési és kitömörítési sebességeket a vizsgálati típusok szerint, különböző tömörítési paraméter beállításokkal.

Az oszlopok jelentése a következő:

- A PNG legjobb tömörítési arány,
- B ajánlott PNG beállítás a sebesség és tömörítési arány együttes figyelembevételével. Ez az arány csak kb. 5%-kal kisebb, mint a legjobb tömörítési arány,
- C PNG legnagyobb tömörítési sebesség,
- D JPEG-LS alap beállítások.

A táblázatok alapján kiválasztottuk azokat a tömörítési paramétereket, amelyeket alapbeállításként használtunk a SZOTE-PACS rendszerben. Jól látható a 4.2. táblázat alapján a PNG esetében, hogy 3-szoros gyorsulást lehet elérni a legjobb tömörítési aránnyal szemben, ha az általunk ajánlottat választjuk.

A tesztek különböző típusú számítógépeken futtattuk le (486-os PC-től kezdve egy Silicon Graphics Challenge szerverig). Mivel az idő nagyon fontos szempont volt a felhasználó számára, ezért döntenünk kellett a tömörítési/kitömörítési idő és a tömörítéssel nyert tárolási terület, illetve a hálózati sávszélesség között. Természetesen a számítógépek teljesítményét is figyelembe kellett venni, ami egy bizonyos szint alatt nem volt alkalmas

4.1. táblázat. Tömörítési arányok.

	PNG			JPEG-LS
	A	B	C	D
CR	2,69	2,37	1.67	3.14
CT	2.61	2.47	1.99	3.67
MR	2.07	1.93	1.71	2.62
NM	3.29	2.91	2.77	3.78
US	4.34	4.09	3.28	4.50

4.2. táblázat. Tömörítési és kitömörítési sebességek.

	Tömörítési sebesség (kbyte/s)				Kitömörítési sebesség (kbyte/s)			
	PNG			JPEG-LS	PNG			JPEG-LS
	A	B	C	D	A	B	C	D
CR	24.3	166.5	308.2	578.3	363.5	492.4	586.9	614.5
CT	40.9	140.7	182.4	355.1	260.5	306.1	355.8	360.5
MR	31.0	109.2	117.6	281.0	227.8	262.5	304.5	288.3
NM	36.6	86.2	219.0	112.3	259.9	245.7	262.8	210.3
US	49.2	162.4	231.4	292.5	285.1	313.7	325.7	340.4

hatékony tömörítés végrehajtására. Mivel a kitömörítés általában gyorsabb, mint a tömörítés, ezért a megjelenítő állomások számítási kapacitása kisebb lehet, mint a felvevő állomásoké, ahol a vizsgálatok betömörítését végezzük a vizsgálatok központi archívumba való küldése előtt.

A kísérleti eredmények alapján az adatok tömörített formában való hálózati továbbítása hasznosnak bizonyult. A tömörítési és kitömörítési szoftver összetevők a képarchiváló rendszerben szintén használhatók voltak.

4.4. Tapasztalatok a SZOTE-PACS üzemeltetésével kapcsolatban

Tapasztalataink szerint a problémák a DICOM szabvány korai alkalmazásainak „gyermek betegségeiből” következtek. Ezeket a problémákat a fejlesztés során vagy megoldották az adott képalkotó berendezést gyártó cégek, vagy pedig a saját eszközeinkkel kellett kijavítani azokat. A következő alfejezetekben ezen problémákat és tapasztalatokat foglaljuk össze.

4.4.1. DICOM problémák

Munkánk során IDICON (4.3.4 fejezet) néven saját szoftver eszközt fejlesztettünk ki a DICOM állományok kezelésére [74]. Ez a programcsomag olyan eszközöket tartalmaz, amely alkalmas DICOM állományok ellenőrzésére, módosítására és más formátumban lévő állományok DICOM formátumra való konvertálására. Az IDICON csomagot 8 különböző képalkotó berendezés által előállított DICOM állományon teszteltük (Picker (NM), Siemens (CT), Elscint (NM, MR), Gamma (NM-SPECT), Summit Nuclear VISION (NM), ADAC (NM) és Orel (CR)). Ezeket a képalkotó berendezéseket A-tól H-ig terjedő betűkkel jelöltük. Azért,

hogv a publikált hibák ne legyenek a gyártókhoz kapcsolhatóak, a jelölés nem kapcsolható sem a berendezésekhez, sem pedig azok sorrendjéhez. A SZOTE-PACS képatchiváló rendszer fejlesztése és a tesztlések során a következő DICOM megvalósítási problémákkal találkoztunk.

Állomány Meta Információs fejléc problémák

- teljesen hiányzott,
- hibás transzfer szintaxisban kódolták (Explicit VR Little Endian-ban kellett volna lenniük),
- állomány meta információs verzió (0002, 0001) elembe hibás értéket tároltak vagy egyáltalán nem adtak meg semmit.

Általános problémák

- érték kitöltés (mikor és milyen értékkel),
- hiányzó vagy üres 1-es típusú elemek,
- hiányzó 2-es típusú elemek,
- hibás érték multiplicitás,
- nem megengedett értékek (pl. a kód sztring (CS) attribútumokban),
- bevezető nullák az egyedi azonosítóban (UID).

Privát adatelemek hibái

- rossz helyeken tárolták,
- hibás formátum (érték ábrázolás),
- hiányzó vagy hibás privát adatelem létrehozó adatelem.

Egyedi azonosítók hibái

- nem konzisztens vizsgálati azonosító és egyedi vizsgálati azonosító,
- nem konzisztens sorozat azonosító és egyedi sorozat azonosító.

A 4.3. tábla összegzi az egyes képatchiváló berendezésekben előforduló DICOM hibákat. Az újabban vásárolt képatchiváló berendezések esetében ezeket a hibákat már nem tapasztaltuk. Ezeket a rendszereket könnyedén lehetett bekapcsolni a SZOTE-PACS rendszerbe. A problémák ellenére a SZOTE-PACS képatchiváló rendszeren belül különböző gyártók különböző képatchiváló berendezései között sikeresen tudtunk a DICOM szabvány korai alkalmazásaival előállított vizsgálatokat küldeni.

4.3. táblázat. DICOM állományok hibái a gyártók szerint csoportosítva.

Kategória	Probléma	A	B	C	D	E	F	G	H
Állomány Meta Információs Fejléc	Hiányzik	☹	☹	☹		☹			
	Hibás transzfer szintaxis						☹		
	Hibás verzió szám				☹		☹	☹	
Általános	Hibás kitöltés						☹		
	Hiányzó vagy üres 1-es típus						☹		
	Hibás érték ábrázolás		☹						
	Hibás multiplicitás				☹			☹	
	Nem megengedett értékek		☹		☹				
	Hibás bevezető 0 karakter	☹							
Privát adat	Rossz helyen				☹				
	Hibás érték ábrázolás				☹				
	Hibás privát adatelem létrehozó				☹				
Egyedi azonosítók	Inkonzisztens vizsgálati UID				☹				
	Inkonzisztens sorozat UID				☹				

4.4.2. Megjegyzések a DICOM szabvánnyal kapcsolatban

A DICOM szabvány nagyon sok képábrázolási típust enged meg. A pixelek monokróm képek esetében 8, 12 illetve 16 biten tárolhatók. A 0 jelentheti a minimális és a maximális fényességi értéket is. 12 bites tárolási mód esetén ezek a bitek a lefoglalt 16 bites terület alsó vagy felső részén helyezkednek el. A fennmaradó biteket overlay adatok tárolására lehet használni. A színes képek palettás 8 bites, 3 byte-os (RGB vagy HSV) vagy 4 byte-os (RGBA vagy CMYK) módon tárolhatók. A 3 és 4 byte-os pixel összetevőket vagy pixelenként vagy pedig színsíkonként lehet rendezni. A képi adat ábrázolás típusainak a száma kb. 100. Nagyon nehéz egy olyan DICOM alkalmazást készíteni, ami minden lehetséges képi ábrázolás módot képes megjeleníteni.

A görbék és az overlay-ek az 50xx-es és 60xx-es csoportokban találhatók, ahol az xx egy hexadecimális páros szám 0x00 és 0x1F között. (Az 5000-es csoport tartalmazza az első görbét, az 5002-es a másodikat). Az ilyen módon tárolt adatok kezelése nem egyszerű! Ha ezeket az elemeket DICOM szekvenciákba rendeznénk, akkor sokkal átláthatóbb lenne az adatok struktúrája.

A DICOM szabvány úgynevezett DICOMDIR-ben tárolja a DICOM objektumok hierarchikus katalógusát egy adott hordozóeszközön. A DICOMDIR nagy archívum esetén nem alkalmas a gyors keresés megvalósítására, mert a keresés csak szekvenciálisan lehetséges. Természetesen kisebb archívumok (CD-ROM, szalag, stb.) esetén a szabvány által definiált DICOMDIR hasznosnak bizonyult.

4.4.3. Megjegyzések az IDICON programcsomaggal kapcsolatban

Az IDICON csomag fejlesztésekor sok szempontot kellett figyelembe vennünk. Azokat a speciális tulajdonságokat adjuk meg röviden, melyek nem triviálisan következtek a DICOM szabványban megadott definíciókból. Ezek a következők:

- A DICOM szabvány megengedi a date és time formátumok esetében a korábbi ACR-NEMA szabvány szerinti tárolás módot, de egy új formátumot is definiál. A legtöbb

DICOM kompatibilis képalkotó berendezés ezeket az adatokat a régi formátumban tárolja. A programcsomagunk mind a két formátumot támogatja.

- A privát elemek használata megengedett a szabványban. Az egyes eszközök DICOM szabvánnyal való egyezést definiáló állításban (DICOM conformant statement) meg kell adják a privát elemek leírását. Ezen információ birtokában az IDICON szoftver csomagban lévő programok a privát elemeket tartalmazó blokkot olvasni és kezelni tudják.
- Az IDICON programcsomag nem kezeli a DICOMDIR-t, de annak tartalma a dcmlist programmal megjeleníthető.
- A felhasználó a DICOM formátumú állományok képi adatát a megfelelő programmal GIF formátumba tudja konvertálni.
- A szabványt leíró táblákat külső állományokban tároljuk. Nem fordítottuk be statikusan a programokba, így kevesebb helyet foglaltak.
- Az IDICON szoftver csomag olyan programokat is tartalmaz, amelyek a DICOM formátumban lévő vizsgálatokat korábbi formátumokba (Interfile, ACR-NEMA) konvertálják. Így a régi rendszerek fel tudják dolgozni azokat az állományokat, amelyek DICOM képalkotó berendezésekről érkeznek.
- Az IDICON függvénykönyvtár kezelni tudta azokat a DICOM formátumú állományokat, amelyeket a DICOM szabvány 10. részében definiáltak. Transzfer szintaxist abban az esetben is felismeri, ha meta információs fejléccel nem rendelkezik az adott DICOM állomány. Ebben az esetben feltételezzük, hogy a képi adat nincs tömörítve.
- A konverzió során az IDICON programok egyedi azonosítót generálnak a DICOM objektumok számára, amelyet egy külső állományban megadott prefixszel egészítenek ki. A programok kezelik a DICOM szekvenciákat (az explicit és a nem definiált hosszúakat is). A konverter programok nem definiált hosszú szekvenciákat állítanak elő.
- A szoftver csomag nem egy teljes DICOM implementáció. Ez egy eszközugyjtemény, amely a digitálisan tárolt vizsgálatokon és képi adatokon hajt végre bizonyos műveleteket.

4.5. Összefoglalás

A 4. fejezetben egy olyan képatchiváló- és továbbító rendszert, illetve annak megvalósítását mutattunk be, amely a Szegedi Orvostudományi Egyetemen lévő különböző orvosi képalkotó berendezések által előállított vizsgálatokat gyűjti össze egy központi adatbázisban [30]. Innen a felhasználók letölthetik az általuk kiválasztott vizsgálatokat. A rendszer fő feladata a megfelelő hálózat kiépítése, továbbítási és archiválási protokollok kidolgozása. A különböző formátumú digitális orvosi vizsgálatokat egy adott közös formátumban (DICOM) tároljuk, melyeket alkalmas konverziós programokkal állítottunk elő. Fontos szempont a már meglévő információs rendszerekhez (RIS) való kapcsolódási lehetőség és a létrejövő PACS, illetve a felhasználók munkáját segítő ellenőrizhető automatikus folyamatok támogatása. A rendszer fejlesztésekor különböző problémákkal kerültünk szembe, melyeket a DICOM szabvány korai megvalósításainak lehetett tulajdonítani. Ezeket a problémákat az általunk kifejlesztett korrekciós programokkal orvosoltuk [57]. A rendszerben lévő központi

szerveren tárolható vizsgálatok számának a növelését először a vizsgálatok veszteségmentes tömörítésével oldottuk meg [48], majd hosszú távú tárolást biztosító szalagos mentéssel egészítettük ki. A SZOTE-PACS volt az első PACS rendszer Magyarországon, amely klinikai környezetben megvalósult és azt rutinszerűen használták tíz éven keresztül.

Irodalomjegyzék

- [1] Z. Alexin, A. Kuba, L. Nyúl, and A. Nagy. Moduláris, DICOM-alapú képarchiváló és továbbító rendszer a SZOTE-n. In *Proceedings, MONT X. Kongresszusa, Bükkfürdő*, page 6, September 1997.
- [2] L. Almási, A. Nagy, Z. Alexin, L. Nyúl, A. Kuba, and L. Csernay. Digitális képtároló és képtovábbító rendszer (PACS) a Szegedi Tudományegyetemen. In A. Kuba, E. Máté, and K. Palágyi, editors, *Proceedings, KEPAF 2002, Domaszék, Hungary, 23-25 January, 2002*, pages 132–139, January 2002.
- [3] L. Almási, Zs. Sóti, L. Csernay, Z. Pavelka, A. Kelemen, A. Kuba, A. Nagy, and L. Nyúl. Orvosi információs rendszerek a Szent-Györgyi Albert Orvostudományi Egyetemen. In *Proceedings, XX. Neumann Kollokvium*, pages 181–183, November 1996.
- [4] L. Almási, Zs. Sóti, A. Kuba, Z. Alexin, A. Nagy, L. Nyúl, and L. Csernay. Experience with the SZOTE-PACS starting operation. In *Proceedings, Magyar Radiológusok Társasága XIX. Kongresszusa, Pécs*, June 1998.
- [5] L. Almási, Zs. Sóti, A. Kuba, Z. Alexin, A. Nagy, L. Nyúl, and L. Csernay. Experience with the SZOTE-PACS starting operations. In *Proceedings, Euro-PACS '98, Barcelona*, pages 43–44, October 1998.
- [6] W. Backfrieder, M. Samal, and H. Bergmann. Towards estimation of compartment volumes and radionuclide concentrations in dynamic SPECT using factor analysis and limited number of projections. *Physica Medica*, 15(3):160, 1999.
- [7] M. Balaskó, A. Kuba, A. Nagy, Z. Kiss, L. Rodek, and L. Ruskó. Neutron-, gamma- and X-ray three-dimensional computed tomography at the Budapest Research Reactor Site. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 542:22–27, 2005.
- [8] M. Balaskó, E. Sváb, A. Kuba, Z. Kiss, L. Rodek, and A. Nagy. Pipe corrosion and deposit study using neutron- and gamma- radiation sources. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 542:302–308, 2005.
- [9] G. Bánfi, A. Kuba, L. Nyúl, and A. Nagy. Adatvédelem és jogosultság a SZOTE képarchiváló és továbbító rendszerében. In *Proceedings, Magyar Képfeldolgozók és Alakfelismerők Országos Konferenciája, Keszthely*, pages 186–188, October 1997.
- [10] E. Barcucci, A. Frosini, A. Kuba, A. Nagy, S. Rinaldi, M. Samal, and S. Zopf. *Emission discrete tomography*. Birkhäuser, Boston, 2006. publikálásra elfogadva.
- [11] K. J. Batenburg. A new algorithm for 3D binary tomography. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 20:247–261, 2005.

- [12] R. A. Brualdi. Matrices of zeros and ones with fixed row and column sum vectors. *Linear Algebra Appl.*, 33:159–231, 1980.
- [13] S. Brunetti and A. Daurat. Determination of q -convex bodies by X-rays. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 20:67–81, 2005.
- [14] B. Chalmond, F. Coldefy, and B. Lavayssiere. Tomographic reconstruction from non-calibrated noisy projections in non-destructive evaluation. *Inverse Problems*, 15:399–411, 1999.
- [15] L. Csernay, L. Almási, Zs. Sóti, J. János, Z. Alexin, A. Nagy, L. Nyúl, and A. Kuba. Structure of the SZOTE-PACS. In *Proceedings, Magyar Radiológusok Társasága XIX. Kongresszusa, Pécs*, June 1998.
- [16] A. Frosini, S. Rinaldi, E. Barcucci, and A. Kuba. An efficient algorithm for reconstructing binary matrices from horizontal and vertical absorbed projections. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 20:347–363, 2005.
- [17] P. Grangeat. Mathematical framework of cone beam 3D reconstruction via the first derivative of the Radon transform. In G. T. Herman, A. K. Louis, and F. Natterer, editors, *Proceedings, Mathematical Methods in Tomography*, volume 1497 of *Lecture Notes in Mathematics*, pages 66–97, Berlin, 1991. Springer Verlag.
- [18] G. T. Herman. *Image Reconstruction from Projections*. Academic Press, Boston, 1980.
- [19] G. T. Herman and A. Kuba, editors. *Discrete Tomography. Foundations, Algorithms, and Applications*. Birkhäuser, Boston, 1999.
- [20] H. K. Huang, O. Ratib, A. R. Bakker, and G. Witte. *Picture Archiving and Communication Systems (PACS) in Medicine*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1990.
- [21] C. Huck, M. Baake, B. Langfeld, P. Gritzmann, and K. Lord. Discrete tomography of mathematical quasicrystals: A primer. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 20:179–191, 2005.
- [22] A. C. Kak and M. Slaney. *Principles of Computerized Tomographic Imaging*. IEEE Press, Inc., New York, 1988.
- [23] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi. Optimization by simulated annealing. *Science*, 220:671–680, 1983.
- [24] Z. Kiss, S. Krimmel, A. Kuba, A. Nagy, L. Rodek, and B. Schillinger. *Discrete tomography methods and experiments for non-destructive testing*. Birkhäuser, Boston, 2006. publikálásra elfogadva.
- [25] Z. Kiss, L. Rodek, A. Nagy, A. Kuba, and M. Balaskó. Reconstruction of pixel-based and geometric objects by discrete tomography. simulation and physical experiments. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 20:475–491, 2005.
- [26] S. Krimmel, J. Baumann, Z. Kiss, A. Kuba, A. Nagy, and J. Stephan. Discrete tomography for reconstruction from limited view angles in non-destructive testing. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 20:455–474, 2005.
- [27] A. Kuba. Reconstruction of two-directionally connected binary patterns from their two orthogonal projections. *Comp. Vision Graph. and Image Proc.*, 27:249–265, 1984.

- [28] A. Kuba. Reconstruction of measurable sets from two absorbed projections. *Technical Report of Dept. of Computer Science, Univ. of Szeged*, 2005.
- [29] A. Kuba, Z. Alexin, A. Nagy, L. Nyúl, and L. Csernay. Képatchiváló és továbbító rendszer szoftverének fejlesztése (SZOTE-PACS). In *Proceedings, Informatika a felsőoktatásban '96 és Networkshop '96*, pages 1186–1192, August 1996.
- [30] A. Kuba, Z. Alexin, A. Nagy, L. Nyúl, K. Palágyi, M. Nagy, L. Almási, and L. Csernay. DICOM based PACS and its application in the education. In *Proceedings, EuroPACS '96*, pages 46–49, October 1996.
- [31] A. Kuba, Z. Alexin, L. Nyúl, A. Nagy, L. Csernay, and L. Almási. Orvosi képatchiváló és továbbító rendszer szoftvere. In *Proceedings, Magyar Képfeldolgozók és Alakfelismerők Országos Konferenciája, Keszthely*, pages 189–193, October 1997.
- [32] A. Kuba, Z. Alexin, L. Nyúl, A. Nagy, K. Palágyi, M. Dudásné Nagy, L. Csernay, and L. Almási. SZOTE-PACS: A Szent-Györgyi Albert Orvostudományi Egyetem képatchiváló és továbbító rendszerének szoftvere. In *Proceedings, XX. Neumann Kollokviüm*, pages 173–176, November 1996.
- [33] A. Kuba, L. Csernay, L. Nyúl, A. Nagy, L. Almási, and L. Kardos. Educational PACS at the Medical University in Szeged. In *Proceedings, Computer Assisted Radiology '96, Paris*, page 1027, June 1996.
- [34] A. Kuba, A. Fazekas, K. Palágyi, A. Nagy, L. Nyúl, and A. Pető. A többdimenziós képfeldolgozás programjai és oktatásuk. In *Proceedings, Informatika a felsőoktatásban '96 és Networkshop '96*, pages 649–656, August 1996.
- [35] A. Kuba and G. T. Herman. *A historical introduction in [19]*. Birkhäuser, Boston, 1999.
- [36] A. Kuba and A. Nagy. Reconstruction of hv-convex binary matrices from their absorbed projections. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, 46:1–10, 2001.
- [37] A. Kuba, A. Nagy, and E. Balogh. Reconstructing hv-convex binary matrices from their absorbed projections. *Discrete Applied Mathematics (Special Issue)*, 139:137–148, 2004.
- [38] A. Kuba and M. Nivat. Reconstruction of discrete sets from absorbed projections. In G. Borgefors, I. Nyström, and G. Sanniti di Baja, editors, *Proceedings of the 9th International Conference, Discrete Geometry for Computer Imagery*, volume 1953 of *Lecture Notes in Computer Sciences*, pages 137–148, Berlin, 2000. Springer Verlag.
- [39] A. Kuba and M. Nivat. Reconstruction of discrete sets with absorption. *Linear Algebra and Its Applications*, 339:171–194, 2001.
- [40] A. Kuba, K. Palágyi, L. Nyúl, A. Nagy, and L. Csernay. Presentation of 3D SPECT images. In I. Bajla and K. Karovič, editors, *Proceedings, 4th International Workshop Measurement '95, May 29-31, 1995, Smolenice, Slovakia*, page 82. Institute of Measurement Science, Slovak Academy of Sciences, Bratislava, May 1995.
- [41] A. Kuba, L. Rodek, Z. Kiss, L. Ruskó, A. Nagy, and M. Balaskó. Discrete tomography in neutron radiography. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 542:376–382, 2005.

- [42] A. Kuba, L. Ruskó, Z. Kiss, and A. Nagy. Discrete reconstruction techniques. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 20:385–398, 2005.
- [43] A. Kuba, L. Ruskó, L. Rodek, and Z. Kiss. Preliminary results of discrete tomography in neutron imaging. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 52:380–385, 2005.
- [44] H. U. Lemke, H. S. Stiehl, H. Scharnweber, and D. Jackèl. Applications of picture processing, image analysis and computer graphics techniques to cranial CT scans. 13(9):673–699, 1992.
- [45] Y. Ligier, O. Ratib, M. Logean, and C. Girard. Osiris : A medical image manipulation system. *M.D. Computing Journal*, 11(4):212–218, 1994.
- [46] M. Lothaire. *Combinatorics on Words*. Cambridge University Press, Cambridge, 1997.
- [47] L. Martonossy, A. Nagy, L. Nyúl, Z. Alexin, and A. Kuba. Image compression in SZOTE-PACS (Picture Archiving and Communication System) in Szeged. In *Proceedings, ITT'99*, pages 305–310, June 1999.
- [48] L. Martonossy, L. Nyúl, A. Nagy, A. Kuba, O. Nevalainen, and L. Csernay. Lossless image compression in SZOTE-PACS. In *Proceedings, Euro-PACS '98, Barcelona*, pages 95–98, October 1998.
- [49] N. Metropolis, A. Rosenbluth, M. Rosenbluth, A. Teller, and E. Teller. Equation of state calculation by fast computing machines. *J. Chem. Phys.*, 21:1087–1092, 1953.
- [50] A. Nagy and A. Kuba. Parameter settings for reconstructing binary matrices from fan-beam projections. *Journal of Computing and Information Technology*, 2004. publikálásra elküldve.
- [51] A. Nagy and A. Kuba. Reconstruction of binary matrices from fan-beam projections. *Acta Cybernetica*, 17(2):359–385, 2005.
- [52] A. Nagy, A. Kuba, and M. Samal. Reconstruction of factor structures using discrete tomography method. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 20:519–534, 2005.
- [53] A. Nagy and L. Nyúl. Tapasztalatok a DICOM szabvánnyal a SZOTE-PACS-ban. In *Proceedings, XXI. Neumann Kollokvium és Kiállítás, Veszprém*, pages 71–73, November 1998.
- [54] A. Nagy, L. Nyúl, and Z. Alexin. Software development of medical image archiving system. In T. Csentes, editor, *Book of Abstracts, Conference of PhD Students in Computer Science, Szeged*, page 79, July 1998.
- [55] A. Nagy, L. Nyúl, Z. Alexin, and A. Kuba. The software system of the picture archiving and communication system in Szeged. In *Proceedings, 20th International Conference on Information Technology Interfaces, Pula*, pages 183–187, June 1998.
- [56] A. Nagy, L. Nyúl, Z. Alexin, A. Kuba, and L. Csernay. The software of the digital picture archiving and communication system based on DICOM standard at SZOTE. In *Proceedings, Magyar Radiológusok Társasága XIX. Kongresszusa, Pécs*, June 1998.
- [57] A. Nagy, L. Nyúl, A. Kuba, Z. Alexin, and L. Almási. Problems and solutions: One year experience with SZOTE-PACS. In *Proceedings, EuroPACS '97, Pisa*, pages 39–42, September 1997.

- [58] A. Nagy, L. Nyúl, A. Kuba, and L. Csernay. A SZOTE képtároló és továbbító rendszere. In *Proceedings, MONT IX. Kongresszusa*, page P21, July 1995.
- [59] L. Nyúl and A. Nagy. A DICOM szabvány megvalósítása és alkalmazásai. In *Proceedings, XX. Neumann Kollokvium*, pages 177–180, November 1996.
- [60] L. Nyúl, A. Nagy, K. Palágyi, J. Tolnai, and A. Kuba. Szabványos képformák orvosi képek tárolására. In *Proceedings, MEDICOMP '94*, pages 112–116, November 1994.
- [61] N. Robert, F. Peyrin, and M. J. Yaffe. Binary vascular reconstruction from a limited number of cone beam projections. *Medical Physics*, 21:1839–1851, 1994.
- [62] L. Rodek, E. Knudsen, H. F. Poulsen, and G. T. Herman. Discrete tomographic reconstruction of 2D polycrystal orientation maps from X-ray diffraction projections using Gibbs priors. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 20:439–453, 2005.
- [63] H. J. Ryser. Combinatorial properties of matrices of zeros and ones. *Canad. J. Math.*, 9:371–377, 1957.
- [64] M. Samal, M. Karny, H. Surova, E. Marikova, and Z. Dienstbier. Rotation to simple structure in factor analysis of dynamic radionuclide studies. *Phys. Med. Biol.*, 32:371–382, 1987.
- [65] M. Samal, C. C. Nimmon, K. E. Britton, and H. Bergmann. Relative renal uptake and transit time measurements using functional factor images and fuzzy regions of interest. *Eur. J. Nucl. Med.*, 25(1):48–54, 1998.
- [66] Zs. Sóti, L. Almási, Z. Alexin, A. Nagy, L. Nyúl, and L. Csernay. Image presentation in the SZOTE-PACS. In *Proceedings, Magyar Radiológusok Társasága XIX. Kongresszusa*, Pécs, June 1998.
- [67] A. Todd-Pokropek, T. D. Craddock, and F. Deconinck. A file format for the exchange of nuclear medicine image data : A specification of Interfile version 3.3. *Nuclear Medicine Communications*, 13(9):673–699, 1992.
- [68] M. J. M. van Laarhoven and E. H. L. Aarts. *Simulated Annealing: Theory and Applications*. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland, 1987.
- [69] G. W. Woeginger. The reconstruction of polyominoes from their orthogonal projections. *Inform. Proc. Letters*, 77:225–229, 2001.
- [70] *Digital Imaging and Communications in Medicine (DICOM)*. National Electrical Manufacturers Association, Rosslyn, USA, 2004.
- [71] *ACR-NEMA 2.0*. National Electrical Manufacturers Association, USA, 1985.
- [72] <http://wuerlim.wustl.edu/DICOM/ctn.html>.
- [73] <http://www.slicer.org>.
- [74] <http://www.inf.u-szeged.hu/~idicon>.
- [75] S. Zopf and A. Kuba. Reconstruction of measurable sets from two generalized projections. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 20:47–66, 2005.

Összefoglaló

Ez a disszertáció a diszkrét tomográfiához (2. fejezet), annak emissziós változatához (3. fejezet) és orvosi képek archiválásához és továbbításához (4. fejezet) kapcsolódó képfeldolgozó rendszerek tanulmányozásával foglalkozik. A dolgozatban bemutatjuk az egyes rendszerek felépítését és megvalósítását, valamint alkalmazásokkal szemléltetjük az egyes területekhez tartozó rendszerek felhasználhatóságát.

Tomográfia

A *tomográfia* egy olyan képalkotó eljárás, ahol a leképezendő tárgy szerkezetét annak vetületeiből határozzuk meg. A vetületi képeket pl. elő lehet állítani valamilyen sugarak segítségével, amelyek egy adott forrásból (pl. röntgen) lépnek ki, majd áthaladnak az adott tárgyon, amiben részlegesen elnyelődnek végül az áthatolt sugarak pontról pontra történő detektálásával alakul ki a detektált kép. A detektált kép egy pontja annak a sugárnak az intenzitását adja meg, amely a forrást és az adott detektort összekötő egyenes mentén halad. A vetületi képet a detektált kép logaritmus transzformáltjával kapjuk meg. Az adott tárgyról általában több vetületi képet állítanak elő különböző irányokból. Ezt követően az a feladat, hogy a kiszámítsuk a tárgy keresztmetszetein az elnyelődési együtthatót valamilyen matematikai eljárás segítségével, amit *vetületekből való rekonstrukciónak* nevezünk. Ezt a módszert rutinszerűen használják például a *számítógépes tomográfiában* (Computerized Tomography, CT), ahol az elnyelődési együtthatót az emberi test metszetein az áthatolt röntgensugarak intenzitásának detektálásán alapuló vetületekből számítják ki.

Diszkrét tomográfiai rendszer

A *diszkrét tomográfia* (DT) egy speciális rekonstrukciós módszer, amit olyan egyszerű tárgyak rekonstrukciójára lehet használni, amelyek néhány homogén anyagú régióra bonthatók (pl. fém és fa). Ezt az információt bele lehet foglalni a rekonstrukciós eljárásba, ezáltal sokkal kevesebb vetületből rekonstruálhatunk, mint összetettebb tárgyak esetében. Így a diszkrét tomográfia fontos olyan alkalmazások esetében, ahol az adott tárgyak egyszerűek és nincs lehetőség a nagy számú vetületi kép előállítására vagy az túl drága, mint például a nemroncsoló anyagvizsgálat, elektron mikroszkópia vagy az orvostudomány. Általában kétféle módon szokás begyűjteni a szükséges vetületi képeket. *Párhuzamos vetületek* esetében az egy vetülethez tartozó sugarak párhuzamosak az adott iránnyal. *Legyező-nyaláb vetületek* esetében a sugarak legyező-szerűen terülnek szét az aktuális forrásból. Mindkét esetben a tárgy vagy pedig a forrás és detektorok együttes elforgatásával újabb vetület képezhető.

Ebben a dolgozatban egy speciális diszkrét tomográfiai problémát tárgyalunk, nevezetesen bináris mátrixok rekonstrukcióját legyező-nyaláb vetületekből. A legyező-nyaláb modellben különböző paraméterek találhatók, mint például a források illetve a detektor elemek száma. A megfelelő paraméterek segítségével különböző legyező-nyaláb vetületeket előál-

lító rendszert szimulálhatunk. A vetületeket analitikus módon számítjuk a legyező-nyaláb paraméterek értékeinek megfelelően. A mérési hibát és egyéb lehetséges zavaró tényezőket a rendszerben véletlenszerű additív zajjal szimuláljuk. A bináris mátrixok rekonstruálására egy véletlen-keresésen alapuló optimalizálási eljárást valósítottunk meg. Szimulációs kísérleteket végeztünk a legyező-nyaláb vetületek illetve a szimulált hűtés (Simulated Annealing, SA) paramétereinek változtatásával abból a célból, hogy bemutassuk azoknak a hatását a rekonstrukció minőségére. Ezeknek a kísérleteknek az volt a célja, hogy előzetesen információkat adjunk egy diszkrét tomográfiai rendszer várható teljesítményéről a különféle paraméterek függvényében. Ezeket az eredményeket a dolgozat 2.4. fejezetében mutatjuk meg és a [51] cikkben publikáltuk és [50] cikket publikálásra küldtük be.

A diszkrét tomográfiai módszerre bemutatunk két lehetséges alkalmazást a 2.5. fejezetben, amiket [8, 26] cikkekben publikáltunk és [24] cikk könyv fejezetben fog megjeleni (publikálásra elfogadva). Ezek az alkalmazások főleg a nemroncsoló anyagvizsgálat egy-egy speciális problémájára adnak megoldási javaslatot. Mindkét bemutatott probléma során sikeresen alkalmaztuk az előzőekben ismertetett diszkrét tomográfias módszert.

Emissziós diszkrét tomográfiai rendszer

Az utóbbi években egy új fajta diszkrét tomográfiai probléma kutatása kezdődött el, amit *emissziós diszkrét tomográfiának* röviden EDT-nek nevezhetünk. Ebben a modellben a teljes tér valamilyen homogén abszorbens anyaggal van kitöltve és a rekonstruálandó függvény egy tárgyat reprezentál, aminek a pontjai (radioaktív) sugárzást bocsátanak ki a környező térbe. A rekonstrukció kiindulására szolgáló vetületek tehát nem tisztán az emisszióra vonatkozó adatokat tartalmazzák, hanem az abszorpció hatását is.

A 3.1. fejezetben a hv -konvex mátrixok rekonstrukciójának a problémáját tanulmányoztuk abszorpciós vetületek esetén. Léteznek olyan abszorpciós értékek, melyekre a bináris mátrixot már az abszorpciós sor- vagy oszlop-összegei is egyértelműen meghatározzák, (pl. ha $\beta \geq 2$). Matematikailag csak azokra az abszorpciós együtthatókra vonatkozó kérdések érdekesek, melyekre a sor- és oszlop-összeg az 1-esek és 0-sok sorozatát nem határozza meg egyértelműen, tehát azok, amelyekre

$$\beta^{-p_1} + \dots + \beta^{-p_t} = \beta^{-q_1} + \dots + \beta^{-q_z},$$

ahol t, z és $1 \leq p_1 < \dots < p_t \leq n, 1 \leq q_1 < \dots < q_z \leq n$ olyan pozitív egész számok, amikre teljesül $\{p_1, \dots, p_t\} \neq \{q_1, \dots, q_z\}$. Az ezt a feltételt kielégítő egyik lehetséges értéket tanulmányoztuk.

Egy speciális bináris mátrix osztályra (hv konvex, $m \times n$ -es méretű) mutattuk meg, hogy ha az abszorpciós együttható $\mu = q \log((1 + \sqrt{5})/2)$, akkor az abszorpciós sor- és oszlop-összegeiből való rekonstrukciós probléma $\mathcal{O}(m \times n)$ idő alatt megoldható és erre algoritmust is adtunk a 3.1. fejezetben.

A 3.2. fejezetben faktor analízissel előállított abszorpciós vetületekből 3D-s struktúrákat rekonstruáltunk emissziós diszkrét tomográfias módszer segítségével. A sikeres rekonstrukcióhoz először meg kellett határozni a faktor struktúrákhoz tartozó intenzitásokat. Erre egy heurisztikus és egy az abszorpciós vetületek konzisztencia feltételén alapuló módszert is adtunk. Eredményeink a [52] cikkben jelentek meg illetve a [10] cikk könyv fejezetében fog megjeleni (publikálásra elfogadva).

Képatchiváló- és továbbító rendszer

A képatchiváló- és továbbító rendszerek fő feladatainak a nagy mennyiségű digitális kép és szöveges adatok módszeres összegyűjtését, tárolását és azok bemutatását adhatjuk meg.

A SZOTE-PACS rendszer fejlesztése 1995-ben kezdődött az akkori Szent-Györgyi Albert Orvostudományi Egyetem (SZOTE) és József Attila Tudományegyetem (JATE) részvételével. Az volt a cél, hogy egy olyan archiváló rendszert fejlesszünk ki, amely egyaránt használható oktatási, kutatási és klinikai környezetben. Az orvosi egyetem különböző klinikáin található képkalkáló berendezéseket kellett integrálni egy PACS rendszerbe. Ezek az eszközök erősen eltérőek voltak (különböző formátumokban tárolták/szolgáltatták az orvosi vizsgálatokat). Annak érdekében, hogy ezeket a vizsgálatokat egységes formátumban tárolhassuk, a Digital Imaging and Communications in Medicine (DICOM) szabványt választottuk. Ez a szabvány lehetővé teszi az összes eddig alkalmazott orvosi vizsgálati mód adatainak tárolását egy központi archívumban illetve a hozzá tartozó adatbázisban. A SZOTE-PACS felépítését, megvalósítását és a fejlesztési és működtetési tapasztalatokat a dolgozat 4. fejezetében ismertetjük. A fejezet eredményei a [2, 5, 30, 55, 57, 59] konferenciakiadványokban jelentek meg.

A disszertáció eredményei

Az első téziscsoport eredményeit a disszertáció 2. fejezetében mutatjuk be. Ezek az eredmények a [8, 26, 51] folyóiratcikkekben jelentek meg. A [24] cikk könyv fejezetként fog megjelenni (publikálásra elfogadva).

- I/1. Kidolgoztunk és megvalósítottunk egy diszkrét tomográfiai keretrendszert. A rendszer alkalmas a legyező-nyaláb vetület képzés illetve az alkalmazott rekonstrukciós módszer paramétereinek változtatásakor fellépő hatások vizsgálatára zajos és zajmentes esetben.
- I/2. Szimulációs kísérleteket végeztünk a legyező-nyaláb geometriával készült vetületek paramétereinek változtatásának vizsgálatára a vetületek vonalmenti és területi integrálokkal való előállítás esetén. A kísérleti eredmények alapján megállapítottuk, hogy a legyező-nyaláb és párhuzamos vetületek között nincs érdemi különbség az adott DT rekonstrukciós módszer használatakor az általunk vizsgált fantomok esetében. Kísérleteink alátámasztják azt is, hogy a vonalmenti és területi integrálok alkalmazása között sincs lényegi eltérés ugyanezen fantomok esetén.

Megvizsgáltuk legyező-nyaláb vetületek esetén az alkalmazott rekonstrukciós algoritmus paramétereinek a hatását különböző regularizációs kifejezésekre. Fontos eredmény volt, hogy a célfüggvényben használt prototípus (Ψ_{poz}) és a nagy összefüggő területeket preferáló (Ψ_{sm}) regularizációs kifejezések alkalmazásával további minőségi javulást lehet elérni adott fantomok esetén abban az esetben, ha a vetületek zajosak.

- I/3. A müncheni „Corporate Technology PS 9, Siemens AG”-vel való együttműködés keretében tanulmányoztuk a megvalósított diszkrét tomográfias rendszer viselkedését a területi adatok mérése közben fellépő fizikai torzításokkal szemben. Sikeresen alkalmaztuk a DT módszert szimulációval előállított és valós adatokon.

A legyező-nyaláb felvételi mód csővezetékek korróziójának vizsgálatára adtunk egy lehetséges diszkrét tomográfiai rekonstrukciós módszert (KFKI Atomenergia Kutatóintézetben folyó Nemzetközi Atomenergetikai Ügynökség (IAEA) HUN-12109 számú

kutatás). Az adott szoftver fantomokat sikeresen rekonstruáltuk korlátozott mennyiségű információ (kis vetületszám és csökkentett számú mérési adatok) felhasználásával.

A második téziscsoport eredményeit a disszertáció 3. fejezetében ismertetjük és a [36, 37, 52] folyóiratcikkekben publikáltuk illetve [10] könyv fejezetként fog megjelenni (publikálásra elfogadva).

- II/1. Egy speciális bináris mátrix osztályra ($h\nu$ -konvex, $m \times n$ -es méretű) mutattuk meg, hogy ha az abszorpciós együttható $\mu = \log((1 + \sqrt{5})/2)$, akkor az abszorpciós sor- és oszlop-összegeiből való rekonstrukciós probléma $\mathcal{O}(m \times n)$ idő alatt megoldható és erre algoritmust is adtunk.
- II/2. Kétértékű abszorpciós vetületekből való pixel intenzitás érték meghatározására adtunk két módszert. Ezeket a módszereket egy 3D-s matematikai modell (Dr. Werner Backfrieder, AKH Vienna, Ausztria) faktor analízissel előállított vetületeire alkalmaztuk (Dr. Martin Samal, Charles University Prague, Csehország).
- II/3. Faktor analízissel előállított, 4 abszorpciós vetületből a megfelelő korrekciók után sikeresen rekonstruáltuk a 3D-s struktúrákat emissziós diszkrét tomográfias módszer segítségével. A rekonstruált struktúrák térfogatai nem tértek el lényegesen az eredeti térfogatoktól a két különböző módon meghatározott faktor struktúrák intenzitás értékeivel végrehajtott korrekciók esetén.

A harmadik téziscsoport eredményeit a disszertáció 4. fejezetében mutatjuk meg. Eredményeink a [2, 5, 30, 55, 57, 59] konferenciakiadványokban jelentek meg.

- III. Egy olyan képarchiváló- és továbbító rendszert (PACS) fejlesztettünk ki, amely alkalmas arra, hogy egy klinikai környezetben meglévő, különböző képképző berendezések által különböző formátumban előállított digitális orvosi képeket egységes DICOM formátumban egy központi adatbázisban tárolja. A létrejött adatbázisból a felhasználók a különböző szempontok alapján végrehajtott keresés eredményét letölthetik a saját munkaállomásukra. A megvalósítás során a következő problémákat kellett megoldani:
 - (a) különböző formátumú vizsgálatok közös formátumra (DICOM) való konvertálása,
 - (b) meglévő radiológiai információs rendszerhez (RIS) való kapcsolódási lehetőség kialakítása,
 - (c) a felhasználó munkájának ellenőrizhető, automatikus folyamatokkal való segítése,
 - (d) a DICOM szabványtól eltérő vizsgálatok korrekciója,
 - (e) hosszú távú tárolást biztosító szalagos mentés biztosítása.

Az így megvalósított rendszer volt Magyarországon az első, amelyet 10 éven keresztül sikeresen alkalmaztak klinikai környezetben.

Summary

This thesis deals with image processing systems connecting to the Discrete Tomography (Chapter 2), Emission Discrete Tomography (Chapter 3), and Picture Archiving and Communication Systems (Chapter 4). We have presented the structure and implementation of the given systems and demonstrated their usefulness with applications.

Tomography

Tomography is an imaging procedure where the cross-sections of the object being studied are determined from its projection images. The projection images can be created by some rays that are emitted from a source (like X-rays from an X-ray tube), transmitted through and partially absorbed by the object, and finally detected by some array (plane or line) of detectors. The pixels of the projection image represent the total absorption of the rays along the lines between the source and the corresponding detector elements. Usually several projections of the object are acquired from different directions. Then the task is to compute the cross-sections of the object via some mathematical procedure called *reconstruction from projections*. This imaging technique is routinely used in *computerized tomography* (CT), for example, where the section images of the human body are computed from a huge number of measurements using transmitted X-rays.

Discrete Tomography System

Discrete tomography (DT) is a special kind of tomography that can be applied if the object to be reconstructed consists of only a few known homogeneous materials (e.g., metal and wood). This information can be incorporated into the reconstruction process, giving one the opportunity of reconstructing simple objects from a much smaller number of projection values than is necessary for more complex objects. For this reason discrete tomography seems to be important in applications where the object is so simple and there is no opportunity or it is too costly to acquire lots of projections, like those in non-destructive testing, electron microscopy and medicine. There are basically two ways of acquiring the necessary projections. In the case of *parallel projections*, the rays parallel to a given direction are transmitted and measured in one phase of the acquisition process. In the case of *fan-beam projections* the rays coming from the actual source position (like a fan) are measured at each step. By rotating the source and the detectors around the object new projections can be created in these two cases.

In this thesis we discuss a special discrete tomography problem, namely the reconstruction of binary matrices from their fan-beam projections. The fan-beam model contains several parameters like the number of sources and detector elements. With suitable parameter settings different fan-beam data acquisition systems can be simulated. The projections are afterwards computed analytically based on the parameter values of the fan-beam model.

The measurement errors can be simulated in our system by some additive random noise. A random-search optimization method was implemented here to reconstruct binary images from the input data. We have executed simulation studies to show the effect of varying the parameters of the fan-beam projections and the simulated annealing (SA) procedure for the reconstruction quality. The aim of these experiments was to give preliminary information about the quality of the discrete tomography system according to the different parameter settings. These results were described in Chapter 2.4 of the thesis and were published in [51] and submitted for publication [50].

We demonstrate two possible applications of the discrete tomography method in Chapter 2.5 which were published in [8, 26] and article [24] will appear in a book chapter (accepted for publication). We have successfully applied the introduced discrete tomography method in these problems.

Emission Discrete Tomography System

Recently, a new kind of discrete tomography problems has been introduced. This type of problems can be considered as the topic of the *emission discrete tomography*, shortly *EDT*, connected to a kind of emission model. In this model the whole space is filled with some homogeneous absorbing material and the function to be reconstructed represents an object emitting radioactive rays into the surrounding space. The measurements in EDT are so-called *absorbed projections*. They depend on both the emitting object and the absorption.

We have studied the reconstruction problem in the class of the $h\nu$ -convex binary matrices in case of absorption projections in Chapter 3.1. There are absorption coefficients when the binary matrices are determined unambiguously with their row and column sums (e.g., if $\beta \geq 2$). Only those absorption coefficients are interesting from the mathematical point of view when the row and the column sums do not define the binary matrices unambiguously. These values are the β 's satisfying the equation

$$\beta^{-p_1} + \dots + \beta^{-p_t} = \beta^{-q_1} + \dots + \beta^{-q_z},$$

where t, z and $1 \leq p_1 < \dots < p_t \leq n, 1 \leq q_1 < \dots < q_z \leq n$ positive integers such that $\{p_1, \dots, p_t\} \neq \{q_1, \dots, q_z\}$. We have studied one possible value satisfying this equation.

It is proven in Chapter 3.1 that the reconstruction problem in the class of the $h\nu$ -convex binary matrices of size $m \times n$ can be solved in $\mathcal{O}(m \times n)$ time from their absorbed projections when the absorption is represented by the coefficient $\mu = \log((1 + \sqrt{5})/2)$. Also a reconstruction algorithm was given.

We have reconstructed 3D structures by emission discrete tomography method from absorbed projection separated by factor analysis in Chapter 3.2. First, we had to determine the intensity values of the given factor structures for the successfully reconstruction. We have given a heuristic method and a method based on the consistency condition derived for absorbed projection to establish the factor structure intensity values. Our results were published in [52] and article [10] will appear in book chapter (accepted for publication).

Picture Archiving and Communication Systems

The main task of the Picture Archiving and Communication Systems (PACS) are the systematic collection of the huge amount of digital images and text data, storage and the presentation of that information.

The SZOTE-PACS development was started at the two Universities of Szeged in 1995. The aim was to provide an archiving system, that can be used for education and for the

routine consultation discussion. We had to integrate different imaging modalities of the Medical University of Szeged into a PACS system. They work on different computational platforms (PC, UNIX, Macintosh, etc.) and use different output formats (TIFF, Interfile, ACR-NEMA, DICOM) for the studies. In order to store these studies in uniform format we have chosen the Digital Imaging and Communications in Medicine (DICOM) standard. This standard allows to store all medical images in central archives. The structure of the SZOTE-PACS presented in Chapter 4. The implementation and the experience of the development and actuation of this system also presented in Chapter 4. The result of the chapter has been published in proceedings [2, 5, 30, 55, 57, 59].

Contributions of the Thesis

Contributions in the first group described in Chapter 2 were published in journal articles [8, 26, 51]. Article [24] will appear in a book chapter (accepted for publication).

I/1. We have devised and implemented a Discrete Tomography System. This system is suitable to study the effects of the changing of the parameters of the cone-beam data acquisition geometry and the applied reconstruction method for noisy and noiseless case.

I/2. We have carried out experiments by varying the parameters of the cone-beam data acquisition geometry in case of using line and strip integrals. According to the results of the experiments there is no substantive difference between the cone-beam and the parallel beam data acquisition geometry using the given DT reconstruction method on the studied phantoms. We found that there is no major difference when line and strip integrals were used during the reconstruction in the case of the same phantoms.

We have examined the effect of changing of the applied reconstruction algorithm for different regularization terms in case of cone-beam geometry. It was an important result that further quality improvement can be achieved by using prototype (Ψ_{poz}) and regularization terms preferring large coherent areas (Ψ_{sm}) in the case of noisy projections of the given phantoms.

I/3. We have studied the behavior of the implemented Discrete Tomography System against the physical distortions in the measured projection data in the collaboration with “Corporate Technology PS 9, Siemens AG” in Munich. We have successfully applied the DT method on simulated and real data.

We have given a possible discrete tomography reconstruction method for testing corrosion in pipe lines using cone-beam data acquisition geometry (International Atomic Energy Agency research HUN-12109 at KFKI Atomic Energy Research Institute). The given software phantoms were successfully reconstructed from a limited amount of available information using the implemented DT method.

Contributions in the second group described in Chapter 3 and were published in journal articles [36, 37, 52]. Article [10] will appear in book chapter (accepted for publication).

II/1. It is proved that the reconstruction problem in the class of the $h\nu$ convex binary matrices of size $m \times n$ can be solved in $\mathcal{O}(m \times n)$ time from their absorbed projections when the absorption is represented by the coefficient $\mu = \log((1 + \sqrt{5})/2)$. Also a reconstruction algorithm was given.

- II/2. We have given two methods for the determination of the intensity value of a non-binary two valued object from the absorbed projections. These methods were applied on separated projections of a 3D mathematical model (Dr. Werner Backfrieder, AKH Vienna, Austria), (Dr. Martin Samal, Charles University Prague, Czech Republic).
- II/3. We have successfully reconstructed 3D structures by emission discrete tomography method from 4 corrected absorbed projections separated by factor analysis. The volumes of the reconstructed structures are close to the original ones when the projections were corrected with the intensity values determined in two different ways.

Contributions in the third group described in Chapter 4 were published in proceedings articles [2, 5, 30, 55, 57, 59].

- III. We have developed a picture archiving and communication system (PACS) which is able to store digital medical images in a central database in DICOM format. The PACS users are able to search and download the results of the search from the database onto their workstations. During the implementation we had to solve the following problems:
- (a) converting studies given in different formats into a common format (DICOM),
 - (b) making connection to the existing Radiology Information System (RIS),
 - (c) providing controlled automated processes for the PACS users,
 - (d) correcting the wrong DICOM studies which do not comply with the DICOM standard,
 - (e) providing long term tape archiving.

This system was the first such system in Hungary, and it had been used successfully in clinical environment for 10 years.

Publikációk

Könyvfejezetek

Z. Kiss, S. Krimmel, A. Kuba, A. Nagy, L. Rodek, and B. Schillinger. *Discrete tomography methods and experiments for non-destructive testing*. Birkhäuser, Boston, 2006. publikálásra elfogadva.

E. Barcucci, A. Frosini, A. Kuba, A. Nagy, S. Rinaldi, M. Samal, and S. Zopf. *Emission discrete tomography*. Birkhäuser, Boston, 2006. publikálásra elfogadva.

Folyóiratcikkek

A. Nagy and A. Kuba. Reconstruction of binary matrices from fan-beam projections. *Acta Cybernetica*, 17(2):359–385, 2005.

S. Krimmel, J. Baumann, Z. Kiss, A. Kuba, A. Nagy, and J. Stephan. Discrete tomography for reconstruction from limited view angles in non-destructive testing. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 20:455–474, 2005.

¹M. Balaskó, E. Sváb, A. Kuba, Z. Kiss, L. Rodek, and A. Nagy. Pipe corrosion and deposit study using neutron- and gamma- radiation sources. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 542:302–308, 2005.

A. Kuba and A. Nagy. Reconstruction of hv-convex binary matrices from their absorbed projections. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, 46:1–10, 2001.

²A. Kuba, A. Nagy, and E. Balogh. Reconstructing hv-convex binary matrices from their absorbed projections. *Discrete Applied Mathematics (Special Issue)*, 139:137–148, 2004.

A. Nagy, A. Kuba, and M. Samal. Reconstruction of factor structures using discrete tomography method. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 20:519–534, 2005.

Konferenciakiadványokban megjelent közlemények

A. Kuba, Z. Alexin, A. Nagy, L. Nyúl, K. Palágyi, M. Nagy, L. Almási, and L. Csernay. DICOM based PACS and its application in the education. In *Proceedings, EuroPACS '96*, pages 46–49, October 1996.

³L. Nyúl and A. Nagy. A DICOM szabvány megvalósítása és alkalmazásai. In *Proceedings, XX. Neumann Kollokvium*, pages 177–180, November 1996.

¹Science Citation Index, Impact factor: 1.166

²Science Citation Index, Impact factor: 0.503

³1996, XX. Neumann kollokvium, Fiatal kutatók versenye, Veszprém (II. díj)

A. Nagy, L. Nyúl, A. Kuba, Z. Alexin, and L. Almási. Problems and solutions: One year experience with SZOTE-PACS. In *Proceedings, EuroPACS '97, Pisa*, pages 39–42, September 1997.

L. Almási, Zs. Sóti, A. Kuba, Z. Alexin, A. Nagy, L. Nyúl, and L. Csernay. Experience with the SZOTE-PACS starting operations. In *Proceedings, Euro-PACS '98, Barcelona*, pages 43–44, October 1998.

A. Nagy, L. Nyúl, Z. Alexin, and A. Kuba. The software system of the picture archiving and communication system in Szeged. In *Proceedings, 20th International Conference on Information Technology Interfaces, Pula*, pages 183–187, June 1998.

L. Almási, A. Nagy, Z. Alexin, L. Nyúl, A. Kuba, and L. Csernay. Digitális képtároló és képtovábbító rendszer (PACS) a Szegedi Tudományegyetemen. In A. Kuba, E. Máté, and K. Palágyi, editors, *Proceedings, KEPAF 2002, Domaszék, Hungary, 23-25 January, 2002*, pages 132–139, January 2002.