Az ellenörzö feladatok rendszeres alkalmazásának hatékonysága a tanulók matematikai tudásszintjének alakulásában

BÁLINT JÁNOS

doktori értekezése
az egyetemi doktori fokozat elnyerésére

1974.

Az értekezés pedagógiából készült
az egyetemi doktori fokozat elnyerésére
a szegedi József Attila Tudományegyetem
Bölcsészettudományi Karának
Pedagógiai Tanszékén

Az értekezés tárgya
a matematika oktatásában végzett
pedagógiai kísérlet

A MÉRÉSEK SZEREPE ÉS ALKALMAZÁSA A PEDAGÓGIÁBAN

1. Méréses módszerek

Kvantitatív vizsgálat a pedagógiában.

A mérések és velük együtt a méréses módszerek is korábban elsősorban a természettudományokra és az ezeken alapuló műszaki területekre voltak jellemzők. Ha szem előtt tartjuk a mérés mivoltát, ez teljesen érthető - különösen, ha a mérés eredeti értelmezését vesszük csak figyelembe. Hiszen, a természet- és műszaki tudományok anyagi, tárgyi dolgokkal foglalkozva és azok egymásra való hatását, kölcsönös kapcsolatát vizsgálva, kutatva, kvantitatív összehasonlításokat kell végezzenek.

A mérés ilyen, szűkebb értelemben vett meghatározását a Természettudományi Lexikonban így találjuk: "A mérés valamely mennyiség (mérendő mennyiség) mérőszámának meghatározása mértékegységével való közvetlen v. közvetett összehasonlítás alapján. ..." (T.L. - IV. kötet). Ez eddig, tehát, kizárólag anyagi dolgok összehasonlítása. A mérés ilyen meghatározása, azonban, még nem teljes. Ugyanott, tovább ez áll: "Alkalmas különböző minőségek mennyiségi kapcsolatának meghatározására. ... A mérés a világ megismerésének igen fontos módszere. Alkalmas törvények, törvényszerűségek feltárására és hipotézisek, elméletek ellenőrzésére,..." Tehát, nem csak a dolgok kvantitatív összehasonlítása, hanem rajta keresztül módot ad a minőségi, kvalitatív összehasonlításra, elemzésre, értékelésre is.

Az utóbbi évtizedekben a társadalmi tudományágakban, és köztük - talán valamivel később - a pedagógiában is mind gyakoribb a mérések alkalmazása. A pedagógiai jelenségek megismerését, vizsgálatát és kutatását a méréses módszerek bevezetése új jellemzőkkel gazdagítja. Ez által a jelenségek bizonyos, éppen vizsgált komponenseinek megismerése pontosabbá és ennek kapcsán egzaktabbá is válik. E módszerek alkalmazására nemcsak a pedagógiai kutatásban van szükség, hanem napjainkban már a gyakorló pedagógusok munkájában is mind fontosabb szerepet töltenek be.

Azt a megállapítást, hogy a mérés alkalmas különböző minőségek kvantitatív kapcsolatának meghatározására, dr.Nagy József jóval konkrétabban fejezi ki, amikor a mérést ilymódon definiálja: "Mérésen olyan tevékenységet értünk, amelynek eredményeként a vizsgált jelenség számszerűen jellemezhetővé, más hasonló jelenségekkel objektíve összehasonlíthatóvá válik." (Ágoston+Nagy-Orosz: Méréses módszerek a pedagógiában - Tankönyvkiadó, Budapest, 1971. 9.o.) Ezzel nemcsak a mérés mivoltát határozta meg, hanem kifejezte a mérés alkalmazásának célját is.

Az oktatás az a pedagógiai hatásfolyamat, amelyben a nevelés meghatározott ismeretek közvetítésével történik. Ez a hatásfolyamat magába foglalja a nevelő irányító pedagógiai tevékenységét és a tanulók ama tevékenységét, amelyet egyrészt a pedagógus vezetése, másrészt a tanuló személyiségének már kialakult jegyei váltanak ki. E kettős tevékenységgel determinált hatásfolyamat eredménye a tanuló személyiségében létrejövő új képződmények: meggyőződés, jellem, akarat, ismeretek, jártasságok, képességek, készségek.

A pedagógiai hatásfolyamat minél egzaktabb megismerése nagyban hozzájárul a pedagógiai tevékenység kritikai elemzéséhez, azzal a céllal, hogy bizonyos módszerek, eszközök alkalmazásával, szervezeti formák megválasztásával és végső fokon még a szervezeti keretek meghatározásával is minél hatékonyabbá tegyük ezt a hatásfolyamatot. A pedagógiai kutatásban fontos szerepe van a hatásfolyamat ilyen irányú vizsgálatának. A hatásfolyamatot minden esetben abból a szempontból tesszük vizsgálat tárgyává, hogy megállapíthassuk, milyen összefüggés van e folyamat bizonyos feltételei (például, meghatározott eszközök, módszerek, formák stb. alkalmazása) és a hatásfolyamat során elért eredmény között. Más szóval; a folyamat hatékonyságát, hatékonyságának fokát kell a vizsgálat útján meghatároznunk. Ugyanis, a szóban forgó feltételek alkalmazhatóságáról csak ilymódon győződhetünk meg,és állapíthatjuk meg azok bevezetésének indokoltságát, avagy alkalmazásuk szükségtelen, felesleges voltát.

A vizsgálat egzaktabb változata a mérés alkalmazása. Magát a hatásfolyamatot nem mérhetjük.Helyette számbavesszük a pontosan körülhatárolt feltételeket,és mérjük az elért eredményt. Így a hatásfolyamat vizsgálata és a hatékonyság fokának megállapítása az <u>eredménymérésben</u> nyilvánul meg. Az eredmények megállapításának mérés útján való objektívebb és egzaktabb módszere, ha nem is szorítja ki az idők folyamán kialakult szubjektív megítélési formákat, de azok mellett mind fokozottabb jelentőséget kap. A módszerek alkalmazásának aránya (figyelembe véve a többi módszert is) nevelési és oktatási területenként is változhat. A matematikai oktatás területén - ennek jellegéből ered - ezeket,a fokozottabb objektivitást biztosító módszereket már hosszabb ideje alkalmazzák, és nagyobb teret is hódítottak maguknak.

A méréses eljárások a pedagógiában éppen az eredménymérés terén a legkidolgozottabbak.Ugyanakkor az eredményvizsgálat alapfeltétele mind a pedagógiai elmélet, mind a pedagógiai gyakorlat továbbfejlesztésének. Mivel a mérésnek e vizsgálatban van a legszélesebb körű alkalmazása, ezért <u>méréses módszereknek</u> elsősorban az eredményvizsgálat folyamán alkalmazott méréses eljárásokat szokás nevezni.

<u>Az eredménymérés szerepe és funkciója.</u>

A vizsgálat első szakaszában a kvalitatív elemzés módszereit alkalmazzuk. A második szakaszban a kvalitatív leírásokat mennyiségi, kvantitatív elemzéssel kell kiegészíteni.A két elemzés módszerei szorosan egybefonódnak.A mérés a méréseredmények kvalitatív értelmezésén keresztül egy szélesebb rendszerbe kell beleilleszkedjen. Itt, azonban, nem lehet megállni. A kvalitatív és kvantitatív módszerekkel megállapított tények a dolgok belső természetének, lényegének, az elemek belső összefüggéseinek megismerését kell szolgálják. A vizsgálat itt már áthajlik a strukturális analízisbe. A pedagógiai kutatásban természetesen a dolgok struktúrájának feltárása, megismerése sem lehet a vizsgálat végső céjla. A strukturális analízis alapul kell szolgáljon a pedagógiai hatásfolyamat, mint bonyolult dinamikus rendszer, irányítási és önirányítási funkcióinak elemzéséhez. Ez már a vizsgálat, kutatás negyedik szakasza, a funkcionális analízis. A mérések, a kvantitatív módszerek alkalmazása, tehát, csak a többi módszerrel szerves egységben teszi a vizsgálatot objektívebbé, szemléletesebbé (érzékelhetőbbé) és velük együtt egzaktabbá.

Az eredménymérésnek és szélesebb értelemben az eredményvizsgálatnak két alapvető funkciója van.

Mivel a pedagógiai hatásfolyamat a személyiség fejlődésének céltudatos irányítása, szükség van arra, hogy "menet közben" bizonyos időközönként információkat szerezzünk a hatásfolyamat hatékonyságáról. Az eredménymérés, tehát, lehetővé teszi a visszacsatolást, és a kapott információk elemzésével, értékelésével <u>lehetőséget biztosít a hatásfolyamat célszerű irányítására</u>. "Az eredménymérés egyik alapvető célja éppen az, hogy az eredményvizsgálatot, az ellenőrzést és önellenőrzést pontosabbá, objektívebbé tegye. Ezáltal elősegíti az irányítás, vagyis a nevelés, az oktatás hatékonyságának növelését." (Nagy, 1971. 20.o.)

Egy-egy új pedagógiai módszer, eljárás alkalmazása csak akkor indokolt, ha az egy jobb, magasabb eredmény elérését biztosítja a nevelésben, oktatásban. A pedagógiai gyakorlat folyamán szerzett tapasztalatok alapján bizonyos elgondolások születnek a nevelés, oktatás eredményességének növelését illetően. Ezeket az elgondolásokat kipróbálások kell kövessék, amelyek még korántsem elegendők arra, hogy belőlük általános érvényű következtetéseket vonnánk le. Ahhoz, azonban, már nyújtanak kellő alapot, hogy a pedagógiai hatásfolyamat eredményességével kapcsolatos feltételezéseket, hipotéziseket dolgozzunk ki. Az új módszerek, eszközök széles körű alkalmazása csak akkor vezethető be, ha ezek a hipotézisek beigazolódtak. A hipotézisek igazolása elsősorban az elért eredmények megállapításán keresztül történhet, ezért az eredményvizsgálat másik célja, hogy <u>lehetővé tegye a hatékonyság növelé-</u>

sével kapcsolatos hipotézisek értékelését."Az eredménymérés másik alapvető funkciója mindazoknak a hipotéziseknek az értékelése, amelyek a pedagógiai hatásfolyamat eredményével vannak összefüggésben." (Nagy, 1971. 23.o.)

Az eredménymérés három változata közül,az individuális,teljes körű és reprezentatív eredménymérés,mindegyike alkalmazható,ha a mérést a hatásfolyamat irányítására vonatkozó ellenőrzés céljából végezzük.Új módszerek, eljárások,eszközök stb. alkalmazására vonatkozó hipotézisek értékelése esetén csak reprezentatív eredménymérésből vonhatók le általános érvényű következtetések. Egyébként, még teljes körű eredménymérésből is, csak az ahhoz a körhöz tartozó tanulókra lesznek érvényesek következtetéseink.

2. Pedagógiai kísérlet

A pedagógiai kísérlet és a mérések.

Mind a pedagógiai elmélet, mind a pedagógiai gyakorlat előbbre juttatásában, tökéletesítésében igen fontos szerepet töltenek be a pedagógiai kísérletek. Mindazoknak a hipotéziseknek az értékelése, amelyek végső sorban a pedagógiai gyakorlatból fakadnak és a pedagógiai gyakorlat megújítását hivatottak szolgálni, a pedagógiai kísérleteken keresztül történik.

A gyakorló pedagógusnak állandóan vizsgálnia kell saját tevékenységének és, természetesen, vele együtt a tanulók tevékenységének is az eredményességét. Ez a vizsgálat akkor nyer csak igazán értelmet,ha ismert a tanulók neveltségi és műveltségi szintje egy szélesebb körben. Munkája eredményének ezzel a szinttel való összehasonlítása arra készteti, hogy elemezze pedagógiai tevékenységének feltételeit, tanulmányozza mások pozitív tapasztalatait,és maga is keresse a jobb eredményhez vezető utat.Az így szerzett tapasztalatok még nem jelentik a pedagógiai tevékenység minőségi megújítását,de alapul szolgálnak az erre irányuló hipotézisek kidolgozásához. Erre vonatkozólag dr. Ágoston György a következőket állapítja meg: "Ilyen, a pedagógiai gyakorlatot valóban megújító tapasztalat csak a pedagógiai kísérlettől várható, amelylyel céltudatosan változtatunk a hagyományos, a megszokott pedagógiai folyamat feltételein, és tudomyányos eszközökkel mérjük, hogy a feltételek megváltoztatása milyen változást hoz a pedagógiai folyamat, a pedagógiai tevékenység eredményességében." (Ágoston-Nagy-Orosz: Méréses módszerek a pedagógiában - Tankönyvkiadó, Budapest, 1971. 222.o.)

A pedagógiai kísérletek, tehát, szinte el sem képzelhetők a <u>méréses módszerek alkalmazása nélkül</u>. A kísérlet kezdetén pontosan körül kell határolni,számba kell venni és mérni kell a pedagógiai hatásfolyamat valamennyi feltételét, komponensét. Ez magában még, természetesen, nem elegendő. Egy-egy hipotézis arra vonatkozik, hogy e feltételek egyike-másikának, vagy közülük többnek is, bizonyos irányú megváltoztatása növeli a pedagógiai tevékenység hatékonyságát.A leglényegesebb éppen ezeknek a feltételeknek a megváltoztatása,pontosabban tudatos megváltoztatásának a megállapítása,mérése. A kísérlet végén, egyes esetekben pedig annak során is,eredménymérést kell végezni. Csak az így kapott eredmények értékelése szolgálhat alapul maguknak a hipotéziseknek kellő alapossággal,tudományossággal végzendő elemzéséhez, értékeléséhez.

A <u>pedagógiai kísérlet jellemzői</u> között felsorolhatjuk a tudományos kísérlet sajátosságait, de ezek mellett külön sajátosságokkal is kell számolnunk. Dr.Ágoston György ezeket a sajátosságokat az alábbi módon rendszerezi.

<u>Általános jellemzők</u>:

1. a kutató maga idézi elő a tanulmányozandó jelenséget,
2. a kutató megváltoztathatja,variálhatja a jelenség lefolyásának feltételeit,
3. a konstans és variábilis faktorok, feltételek elkülönítésével a kísérlet feltárja az egyes feltételek jelentőségét,
4. a feltételek megváltoztatásának hatása egzaktan megállapítható, mérhető kell legyen.

Külön sajátosságok:

1. a jelenségek előidézésének lehetőségei nem korlátlanok,
2. a kísérletek összetettebbek, feltételeik komplexebbek, nehezebben kvantifikálhatók, és rendkivül nehéz az elkülönítésük,
3. a kísérletet végző kutató erkölcsi felelőssége jóval fokozottabb.

(Ágoston, 1971. 222-225.o.)

A pedagógiai kísérlet fajtái közül - két fő fajtája a természetes és a laboratóriumi kísérlet - gyakoribb a természetes kísérlet alkalmazása. Ezekben az esetekben a kísérlet is az adott, természetes nevelési, oktatási folyamatban megy végbe.

A kísérlet megtervezése.

Alaposan előkészített kísérleti terv nélkül fel sem merülhet egy kísérlet megszervezése. A kísérleti terv általában a következőket tartalmazza:

1. A hipotézis részletes kifejtése, amely tapasztalatokon nyugvó következtetésekből fakad, és elméleti analízis eredményeként kapott feltételezéseket tartalmaz. Meg kell határozni, hogy a kísérlet mely feltevéseket hívatott igazolni, esetleg milyen bizonytalanságokról kell bizonyosságot nyújtson.

2. A kísérlet tárgyának és céljának meghatározása. Ennek a meghatározásnak teljesen konkrétnak kell lennie, amelyben még az apróbb részleteket is pontosan kell értelmezni.

3. A kísérleti célnak és lehetőségeknek megfelelő kísérleti modell megválasztása, mely szerint meg kell határozni, hogy önkontrollos vagy kontrollcsoportos lesz-e a kísérlet, mekkora a kísérlet terjedelme (a létszámot és időtartamot illetően), a kísérleti személyeket, csoportokat, a kísérlet lebonyolításában résztvevő személyeket, esetleg más érdemleges tényzőket is.

Meg kell állapítani, van-e lehetőség teljesen homogén csoportok megalakítására. Ha ez nem lehetséges, milyen mértékig lesznek a megalakított csoportok homogének, és miben térnek el egymástól, továbbá ez mennyire befolyásolja a kísérlet kimenetelét.

4. A kísérleti eredmények mérése, a mérőeszközök elkészítése. Meg kell határozni, hogy elegendő-e a kiindulási és befejező szint megállapítása és összehasonlítása az egyes csoportokon belül, illetve a kísérleti és kontrollcsoportok között, vagy pedig a kísérlet során többször is kell összehasonlításokat végezni. Fontos kérdés, és körültekintő munkát kíván a mérőeszközök nehézségi fokának meghatározása. El kell dönteni, hogy az esetleg rendelkezésre álló standardizált mérőeszközöket használjuk-e, vagy a kísérlet céljára külön készítünk mérőeszközöket. Ha külön készített mérőeszközök kerülnek alkalmazásra, módunkban áll-e azokat előzetesen kiprobálni - természetesen, nem a kísérleti alanyokon.

5. Az eredmények feldolgozásának és értékelésének módját is meg kell tervezni. Meg kell határozni, hogy a kísérleti eredményekből vonhatók-e le majd következtetések, esetleg általánosítások. Az általánosításokkal különösen óvatosan kell bánni, aminek lehetősége jelentősen korlátozódik a kísérlet volumenének kis méretével. Az általánosítások még egészen széles körű kísérleteknél is csak akkor végezhetők, ha a kísérleti csoportok eredményátlaga szembetűnően, szignifikánsan magasabb a kontrollcsoportokénál.

Az eredmények hitelességét illetően fontos még kiemelni, hogy minden kísérlet egy sorozatba illeszkedik be. Előzetes vizsgálatok kell azt megelőzzék, és ugyanakkor minden kísérlet további vizsgálatok forrása is egyben.

A KÍSÉRLET ALAPGONDOLATA

1. A témazáró ellenőrzés alkalmazása

A gyakorló pedagógusok munkájában - különösen a matematika tanításában - az utóbbi években a visszacsatolás folyamatában a szóbeli ellenőrzés mellett a más jellegű információszerzési formák is mind jobban elterjednek. A matematikai oktatást illetően megállapíthatjuk, hogy a gyakorlásokon, feladatmegoldásokon keresztüli megfigyelést és a szóbeli feleltetést az új ellenőrzési formák bizonyos mértékben háttérbe is szorították. Az ellenőrzésnek több módja terjedt el, vagy van kialakulóban. Ilyenek az önálló gyakorlat, röpdolgozat, feladatlap (lehet téma közben vagy témazáró), mérőlap alkalmazása. Bizonyos tekintetben ide sorolhatók a munkalapok, munkafüzetek is. Gyűjtőnéven mindezek, de különösen a felsoroltak első három változata ellenőrző feladatoknak nevezhetők.

Az ellenőrző feladatok problémájával az 1950-es évek második felében kezdtek különösebben foglalkozni; elsősorban a szakfolyóiratokban találhatók idevágó ismertetések. A Matyematyika v skolye (Matematika az iskolában) c. szovjet folyóiratban 1957-ben K.Sz.Bagusevszkij a következőket írja: "Tulajdonképpen, a szóbeli feleltetés nem biztosíthatja az ellenőrzés rendszerességét és teljességét minden tanuló eredményéről. Sorozatosan megtörténik, hogy ennél vagy annál a tanulónál ellenőrizetlen marad az anyag egész fejezetének elsajátítása. Ez a helyzet elengedhetetlenül az oktatás minőségének csökkenéséhez és a tanulók érdeklődésének eséséhez vezet." (Matyematyika v skolye - 6/1957. 28-36. o.) Ugyanott K.Sz.Bagusevszkij a továbbiakban megállapítja, hogy: "Az ellenőrző feladatok módszertanának elvi alapkérdései még nincsenek feldolgozva. Ezzel kapcsolatban szükségessé válik az olyan kérdések feldolgozása, mint amilyenek:

1. Az ellenőrző feladatok szerepe (funkciója) és alkalma-

zása.

2. Az ellenőrző dolgozatok feladatainak tartalma.

3. Az ellenőrző feladatok időtartama. ..."

Egy másik cikkben B.G.Bjelacerkovszkájá, ugyancsak az ellenőrző feladatokkal foglalkozva, azok funkcióiból a visszacsatolást emeli ki:"A tanunók tudásában mutatkozó, feltárt fogyatékosságok kiküszöbölése nem jelent különösebb nehézséget (az órán való ismétlések, az individuális feladatok és foglalkozások kijelölése stb.). A legnehezebb éppen ezeknek a fogyatékosságoknak a feltárása. " (Matyematyika v skolye - 6/1957. 41-43.o.)

Az ellenőrző feladatok kérdését Dr. V. Penavin is csak szinte érinti Az aritmetika és az algebra tanítása módszereinek struktúrája és rendszerezése c. munkájában (Beograd, 1966.). Megjegyzi, hogy a matematika tanításának módszertanaiban nem foglalkoznak az ellenőrző feladatokkal sem a módszerek rendszerezésében, sem azon kivül. Ugyanakkor megállapítja: "Ez,azonban, nem jelenti, hogy a pedagógiai gyakorlat tagadja ezt a módszert, munkaformát, és hogy a matematika tanításában az nem használatos. Általános törvényszerűség, hogy a gyakorlatból fakadó eredmények előbb vagy később utat törnek maguknak az elméleti általánosításokban is." (A fentebbi munka, 1o5.o.)

Ki kell hangsúlyozni, hogy az ellenőrzés semmiképp sem jelenti, hogy kizárólag az osztályozás céljából kell meghatározni a pedagógiai hatásfolyamatban elért eredményt. Az oktatás folyamatáról a pedagógusnak munka közben is többször kell információkat szereznie, hogy megállapíthassa: a kitűzött célnak megfelelően megy-e végbe az a folyamat, szükség van-e esetleg a folyamat irányításának módosítására. Ezek az értesülések éppen a tanulók nevelésében, oktatásában kitűzött végső cél, a minél jobb eredmény elérését hivatottak szolgálni. A nevelő irányába való visszacsatolás mellet épp olyan fontos a tanulóban lejátszódó visszacsatolás is, az önellenőrzés céljával.

<u>Az ellenőrző feladatok alkalmazásának funkciói</u> közül itt néhányat részletesebben kell ismertetni. Ezek egy része a fentebb említett célú információszerzésből adódik.

1. A tantervi anyag és azon belül az egyes té-

makörök, témák, sőt a témák egyes részeinek is elsajátítási szintjét meg kell állapítani. Így lehet felfedni az esetleges fogyatékosságokat, hézagokat a legmegfelelőbben az egyes osztályokat esetleg évfolyamokat tekintve. E megállapítás célja, természetesen, hogy a felfedett hiányosságokat egyrészt a folyó munkában pótolni, másrészt pedig a jövőben kiküszöbölni lehessen. Az ellenőrző feladatok egyik fontos funkciója, tehát, a pedagógiai hatásfolyamat irányításának kritikai ellenőrzése.

2. Ilyen ellenőrzéssel könnyen feltárhatók az egyes tanulók ismereteiben, tudásában lévő hézagok, gyengeségek is. Ennek célja, hogy a tanulók előtt nyilvánvalóvá váljék, mit kell pótolniok, kiegészíteniök,vagy csak jobban begyakorolniok az egyes tematikus egységekben. Az ilyen irányú visszacsatolás idősebb korosztályú tanulóknál inkább az önellenőrzésen keresztül valósul meg; fiatalabb korosztályúaknál ebben a pedagógus is többet kell segítsen a tanulóknak.

3. Fontos funkciója az ellenőrző feladatok alkalmazásának a tanulók mind fokozottabb bekapcsolása és bekapcsolódása az oktatási folyamatba. A tanulók fokozott aktivizálását, önálló munkára való szoktatását különösen elő tudjuk segíteni az átmeneti formák (önálló gyakorlatok) helyes idejű és arányú beiktatásával,valamint az ellenőrzés rendszeressé tételével. A rendszeres ellenőrzés tudata fokozza a tanulók aktivitását,ami (a rendszeresség függvényeként) fokozatosan elveszíti külső kényszerítő jellegét, és inkább válik egy belső ösztönző erővé.

4. A matematika tanításának célkitűzései között ki kell emelni a tanulók produktív gondolkodásbeli teljesítményekre való képességének a fejlesztését.Az ellenőrző feladatok alkalmazása,felsorolt funkcióin keresztül,ehhez is kétségtelenül hozzájárul.

5. Ezek után következhet csak az ellenőrzés ~~(ciójaként a tanulók tudásszintjének objektívebb megállap)~~ funkciójaként a tanulók tudásszintjének objektívebb megállapítása és eredményük értékelése,végső fokon osztályozása is,bizonyos időközönként. Ennyiben tér el az ellenőrző feladatok alkalmazása a mérőlapok tudásszintmérésben való

felhasználásától. Ez utóbbinak elsődleges feladata a tudásszint megállapítása az egyes csoportok tudásszintjének összehasonlítása céljából egy szélesebb átlaggal,vagy valamely pedagógiai kísérlet során szükséges egymás közötti összehasonlítás céljából.

2. A kísérlet célja és megtervezése

A matematika oktatásának eredményessége - mint az oktatás többi területén is - számos tényezőtől függ. Több objektív és szubjektív feltétel mellett (a megfelelő iskolai környezet,a tanítási és tanulási nap beosztása és időtartama, a tantervi követelmények, a tanulók megterhelése, a tanár felkészültsége,tapasztalata, munkájához és a tanulókhoz való viszonya stb.), kétségtelen, hogy ezt jelentősen befolyásolják a megfelelően kiválasztott és alkalmazott módszerek és munkaformák is.A munkaformák között kap helyet az ellenőrző feladatok alkalmazása is - az egyes témák feldolgozása során, avagy témazáró ellenőrzés formájában.

A pedagógiai gyakorlat nyújtotta tapasztalat alapján az a felfogás van kialakulóban, hogy az ellenőrző feladatok rendszeres alkalmazása bizonyos funkcióin keresztül közvetett úton növeli a matematika oktatásának eredményességét.A jobb eredmények elérését egyrészt a rendszeres ellenőrzés tudatából eredő tanulói aktivitás fokozódása és vele együtt a tanulók produktív gondolkodásbeli teljesítőképességének fokozottabb fejlődése befolyásolja pozitív értelemben. Másrészt a fogyatékosságok,hiányosságok kellő időben való felfedése, mind a tanuló, mind a pedagógus részéről,a megfelelő útbaigazításokkal,útmutatásokkal, esetleges korrekciókkal, növeli a tanulók tárgyi tudását,matematikai felkészültségét. Így idejekorán lehet "orvosolni" a hibákat. Nem csak a negyedévenkénti (esetleg félévenkénti) átfogó dolgozatírásnál jelentkezik a probléma teljes összetettségében. Ekkor már jóval nehezebb megállapítani, hogy az egyes témakörökben mik a hiányosságok, és előfordulhat, hogy a terjedelmük túl nagy ahhoz, hogy belátható időn belül ki lehessen egészíteni azokat.A matematikai ismeretek annyira kifejezett belső, függőleges összefüggése miatt az amúgy is lemaradt tanuló különösen hátrányos helyzetbe kerül, mert nemcsak a korábbi fogytékosságokat kell pótolnia, hanem hézagos tudása miatt képtelen bekapcsolódni a folyamatos anyag feldolgozásába is, és nem tudja azt teljesen megérteni, még kevésbé a szükséges szinten elsajátítani.

A hipotézis kifejtése.

Az elmondottak alapján meg lehet fogalmazni a következő hipotézist:

Az ellenőrző feladatok rendszeres alkalmazása pozitív hatással van a tanulók matematikai tudásszintjének alakulásában. A többi módszert és munkaformát ezzel a rendszeres ellenőrzéssel kiegészítve, folyamatos és jóval teljesebb lesz a visszacsatolás mind a pedagógus, mind a tanuló irányába. A szükséges információszerzést és önellenőrzést úgyszólván minden témánál és valamennyi tanulónál egyidőben biztosítani lehet. Ezek pedig lehetőséget biztosítanak a kellő időben történő beavatkozásra a pedagógiai hatásfolyamat teljes egészét illetően. Továbbá, ha ezt a munkaformát megfelelően kombináljuk a tanulók részbeni önálló munkájával (a feladat önálló befejezése, egyes részeinek önálló megoldása, az elemzett és megvitatott feladat önálló megoldása, a kitűzött feladat teljesen önálló megoldása), akkor fokozódik a tanulói aktivitás az oktatási folyamatban. Ez növeli az ismeretszerzésbe való tanulói elmélyülést és a szerzett ismeretek maradandóságát. A tanulói aktivitás fokozódását a rendszeres ellenőrzés tudata is elősegíti. A tanulók aktivitásának fokozódása, gyakori önálló munkája, a szerzett ismeretek alkalmazásának önálló gyakorlása jelentősen hozzájárul a tanulók gondolkodásbeli teljesítőképességének a fejlesztéséhez.

Az ellenenőrző feladatok rendszeres alkalmazása, tehát, a felsorolt funkcióin keresztül növeli a matematikai oktatás eredményességét. Hozzájárul, hogy a tanulók magasabb tudásszintet érjenek el ebben a tantárgyban.

A kísérlet tárgya és célja.

Az itt kifejtett hipotézis értékelésére egy kísérlet végzését terveztem. Ennek megtervezéséhez számottevő segítséget kaptam a szegedi JATE Pedagógiai Tanszékétől. Dr.Ágoston György tanszékvezető egyetemi tanár sugalmazásai és útmutatásai alapján végeztem a tervezést.Ebben, valamint a kísérleti munkám során komoly támaszt jelentettek számomra a Pedagógiai Tanszék méréses kutatásokkal kapcsolatos értékes tapasztalatai, mely tapasztalatokat az Eredménymérés az iskolában sorozat kiadványaiban publikálták a kutatásban résztvevő szakemberek.

A kísérlet tárgyául annak vizsgálatát választottam,hogy milyen hatással vannak a rendszeresen alkalmazott ellenőrző feladatok a tanulók matematikai tudásszintjének alakulására. Ezek alkalmazásának hatékonyságára vonatkozó feltevéseimet részletesen kifejtettem. A kísérlet céljául, tehát,azt jelöltem ki, hogy értékelést adjon a szóban forgó hipotézisre - igazolja avagy megdöntse, cáfolja annak állításait.

A kísérlet végzését a gimnázium első osztályában folyó matematikai oktatás keretén belül terveztem. Erre alkalmasnak mutatkozott a zentai Moša Pijade Gimnázium (Jugoszlávia) I. osztálya. Ugyanis,ebben az iskolában tanítom a matematikát már több éve gyakorló pedagógusként. A kísérlet idejéül az 1972-73. tanévet választottam, amely évben az iskola munkaterve szerint esedékes volt, hogy három párhuzamos első osztályban fogom tanítani a matematikát. A kísérlet végzéséhez kértem az előző tanév végén a tanári testület hozzájárulását és jóváhagyását,amit meg is kaptam. Az előző évben,amelyben ugyancsak tanítottam az első osztályokban, előkészítettem a kísérletet, összegyűjtöttem a szükséges anyagot, és amit lehetett, ki is próbáltam.

Időtartamát illetően csak egyéves kísérlet végzése mutatkozott célszerűnek. A kísérlet során, ugyanis, nem kerülehetett káros hatás alá ugyan a tanulók egyetlen csoportja sem, de egyes tanulói csoportok - a hipotézis szerint - előnyös helyzetbe kerültek, így,közvetve, azok a tanulók, akiknél a rendszeres ellenőrzésnek a vizsgálat tárgyát képező formája elmaradt, mégis hátrányba kerültek - ismét csak a feltevések szerint. A csak egyéves kísérlet azért mutatkozott, tehát, célszerűnek, hogy ha a tanulóknak ez a hátrányos helyzetbe került csoportja le is marad a többi csoporthoz viszonyítva, bitosítva legyen annak a lehetősége, hogy ezt a lemaradást pótolni lehessen a további három éves gimnáziumi oktatás során.

A kísérleti modell megválasztása.

Mivel három párhuzamos osztályban kellett tanítanom, lehetőségem volt a kontrollcsoportos kísérleti modellt választani. Ezt egyébként a kísérlet jellege is így kívánta, mert a hipotézis értékelése csak a tudásszint összehasonlításán keresztül történhetett. A három osztály közül kettőt kellett kísérleti osztálynak választani,egyet pedig kontroll-osztálynak.

A terv szerint a két kísérleti osztály az a két osztály kellett legyen,amelyekben a kiindulási szintmérés alacsonyabb eredményt mutat majd. Ezekben az osztályokban az egész tanév folyamán rendszeres lesz majd az ellenőrző feladatok alkalmazása. A kiindulásnál legmagasabb szintet mutató osztályt kellett majd kontrollcsoportnak választani.Miért éppen a legjobb eredményt elért osztályt? Ugyanazoktól a szempontoktól vezérelve, amelyeket a kísérlet egyéves időtartamánál kifejtettem.Az a feltételezett hátrányos helyzet,amibe a kontroll-osztály kerül, legkevésbé "veszélyes" a legjobb osztálynál. Ennek a legnagyobb az esélye,hogy a feltételezett lemaradást majd pótolni tudja. Még az is előfordulhat, hogy az évvégi eredménye a többi osztályhoz viszonyítva nem is lesz alacsonyabb, még a saját eredményéhez képest történő relatív lemaradásával sem.

Hogy a kísérlet kiterjesztését csak egy iskola három párhuzamos osztályára terveztem, az alább felsorolt tények indokolják. Szélesebb körű kísérlethez közoktatási hatóságaink külön engedélye lett volna szükséges.Ehhez pedig a feltételek megteremtése megvalósíthatatlan lett volna a fennálló körülmények között.A kísérlet lebonyolításába több iskola több tanárát be kellett volna kapcsolni.Ez jelentős munkatöbblet lett volna számukra.Az ezért a munkáért járó javadalmazásra anyagi eszközök,illetve pénzeszközök biztosítása lehetetlen lett volna.A munka kísérééséhez, az eredmények feldolgozásához és értékeléséhez egy személy túl kevésnek bizonyult, Különös tekintettel arra, hogy az eredmények gépi feldolgozására az adott környezetben nincs lehetőség. Mindezek a tényezők úgy kívánták, olyan irányba befolyásoltak, hogy egy ilyen,relatíve kis csoportra, mintára tervezzem a kísérletet.

A kísérletben résztvevő <u>csoportok összetételére</u> vonatkozóan előre meg lehetett állapítani az alább felsoroltakat:

<u>1.</u> A leendő osztályok homogén csoportokat képeznek majd a következő szempontokból: A tanulók mindegyike közelítőleg egykorú, 15-16 évesek.Mindannyian elvégezték az általános iskolát. Ezen kivül, az egyes osztályok összetételében mindhárom osztályban lesz majd kisvárosi (Zenta kis,25000 lakosú város), városperemi és falusi környezetből való tanuló is, A város, ugyanis, az iskolahálózat tekintetében a környék művelődési központja. A városi iskolák mellett a környező községek és falvak általános iskoláiból is itt tanulnak tovább azok a tanulók, akik a gimnáziumot választják.

<u>2.</u> Ugyanakkor az osztályok összetételét illetően várhatók bizonyos eltérések is.Nem lehet teljesen egyenértékű osztályokat alakítani a tanulók általános iskolai előmenetelét tekintve.Ugyanis az iskola egyéb körülményei úgy diktálják, hogy egy-egy osztályba lehetőleg egy,esetleg csak két idegen nyelvet tanuló tanulók kerüljenek. Várható, azonban, hogy számottevő eltérés még sem lesz az osztályok összetételében, és az majd lényegesen nem befolyásolja a kísérlet kimenetelét. Ezt alátámasztja a gimnázium első osztályának matematika tanterve is.Az algebra anyaga,ugyanis, nagyrészt az általános iskolában tanultak ismétlése, rendszerezése, elmélyítése és csak kisebb mértékben annak kiterjesztése, új tárgyi tudással való gazdagítása.A geometriában pedig,új koncentrikus körről lévén szó,az alapfogalmaktól kezdve fokozatosan épül fel az axiomatikus geometria anyaga. Tehát, az általános iskolából származó esetleges szintkülönbség (ami különben sem nagyon mérvadó, az iskolánként fennálló különböző követelményszintre való

tekintettel) valóban nem befolyásolhatja különösképpen a kísérlet kimenetelét.

3. Az osztályok megalakításának feltételei miatt, valamint tekintetbe véve, hogy új, ismeretlen tanulókról van szó, lehetetlen figyelembe venni a tanulók szociális összetételét. Így előfordulhat majd,hogy az egyes osztályok között ilyen vonatkozásban némi eltérés lesz.A korábbi évek tapasztalatán okulva,azonban, várható, hogy ez az eltérés sem lesz számottevő, és nem befolyásolja majd érdemlegesen a kísérlet eredményeit.

Az eredmények mérése.

A kísérlet elgondolása nem zárja ugyan ki annak lehetőségét,hogy a kísérleti és kontrollcsoport kiindulási és befejező tudásszintjének összehasonlítása mellett, a kísérlet során többször is végezzünk tudásszintmérést, és a kapott eredményeket összehasonlítsuk.Ennek alkalmazása, különösen, ha az év folyamán az gyakran megtörténne, mégis csorbítaná a kísérlet értékét. Ugyanis, a többszöri eredménymérés - amelyről idejében kell értesíteni a tanulókat, és több szempontból fel is kell őket arra készíteni - bizonyos mértékben átvenné az ellenőrző feladatok alkalmazásának funkcióit. Így, tehát, az oktatási folyamat a kísérlet folyamán egyetlen variált faktora lényegesen veszítene variált jellegéből; jelentékenyen csökkenne az eltérés a kísérleti és kontrollcsoport munkaszervezésében. Az egész kísérletnek pedig éppen ez az alapvető tényezője, mert ezen keresztül lehet érdemlegesen vizsgálni az ellenőrző feladatok rendszeres alkalmazásának hatékonyságát. A kifejtett szempontoktól vezérelve, a kísérlet megtervezésébe a tanév-kezdeti kiindulási szint mérése és egy átfogó tanév-végi befejező tudásszintmérés került.

Ennek kapcsán felvetődött még a tantervben előírt írásbeli dolgozatok kérdése.Írjon-e a kontrollcsoport is dolgozatot a tanév folyamán? A tanterv négy dolgozat írását irányozza elő. Az írásbeli dolgozatok is magukon viselik az ösztönzés jeleit, és egy-egy nagyobb anyagrész ellenőrzésére is szolgálnak. Feltehetően élesebben domborodna ki az ellenőrző feladatok alkalmazásának hatása, ha a kontrollcsoporton még dolgozatot sem írnának a tanulók, és a visszacsatolás és értékelés kizárólag a szóbeli információk alapján történne. Mégsem választottam ezt a változatot, mert ílymódon megváltoztak volna a tantervi követelmények a kontrollcsoporton. (Ugyanakkor, ehhez az illetékes közoktatási hatóságok jóváhagyása is kellett volna.)

Standardizált mérőeszközök nem állnak rendelkezésre. A kísérletben való alkalmazásuk nem is lenne kifogástalan minden tekintetben. Ha, ugyanis, az ilyen mérőeszközök a tanulók kezébe kerülnek - már pedig az nem kizárt dolog -, egészen hamis képet adnának a tanulók tényleges tudásszintjéről.

Külön a kísérlet céljára készített mérőlapok alkalmazása került, tehát, a tervbe. Mind a kísérleti, mind a kontrollcsoport tudásszintjének mérésére teljesen azonos mérőlapok készítését irányoztam elő. Ez, természetesen, egyaránt vonatkozik a kiindulási és a befejező szintmérésre is. Felvetődött még annak a kérdése, hogy hány változatban készüljenek a mérőlapok. A teljesen egyenlő feltételek biztosításának gondolatával az egységes mérőlapok készítése mutatkozott célszerűnek. Ez mellett szólt még az a tény is, hogy a gépi feldolgozás hiányában, az egységes mérőlapokkal kapott eredmények feldolgozása is inkább kivitelezhető. Így, tehát, az egységes és azonos mérőlapok alkalmazását terveztem a kiindulási szint mérésére, valamint a befejező tudásszintméréshez is. E mérőlapok ismertetése a kísérlet leírásában kerül sorra.

A tervezésben még egy idevágó problémát kellett megoldani. A mérőlapok előzetes kiprobálásának kérdését kellett eldönteni. Nyilvánvaló, hogy a kísérletben résztvevő osztályokban való kipróbálás szóba sem jöhetett. Más iskolákban való kipróbálása több szempontból körülményes lett volna. Maradt, tehát, az ugyanebben az iskolában, a kísérletet megelőző tanévben vagy tanévekben való kipróbálásuk lehetősége. Több szempontot figyelembe véve, a kísérlet előkészítése során, már az előző tanévekben végeztem hasonló méréseket. A kísérletre előkészített mérőlapok nem azonosak ugyan az ott alkalmazott lapokkal, de szerkezeti felépítésük megegyezik azokéval. Tulajdonképpen, a több éves tapasztalat során kialakított feladatsor került a lapokra.

A mérőlapok tényleges kipróbálásának hiánya azzal a hátránnyal járt, hogy majd csak a mérés során derül ki, hogy valóban minden feladat alkalmas lesz-e a mérés funkciójának végzésére. Előfordulhat majd, hogy valamely feladat, vagy még inkább egy-egy feladat valamely alternatív eleme túl nehéznek bizonyul a tanulók számára. Ha ez bekövetkezik, jól meg kell majd gondolni, hogy mi legyen az ilyen feladat sorsa. Meg kell állapítani, hogy milyen mérvű lesz az ilyen elemek torzító hatása, és hogy az értékelésnél figyelembe vehetők-e, avagy el kell azokat hagyni. A mérőlapok készítésének metodológiája, a kisebb, majd nagyobb mintán, végül egy országos felmérésen való kipróbáláson keresztül, az ilyen feladatokat, illetve alternatív elemeket kiszűri és kiselejtezi a végleges mérőlapról. Ilyen méretű kipróbálásra nem lévén lehetőség, vállalnom kellett azt a kockázatot, hogy nem minden feladat lesz teljes mértékben felhasználható a kísérlet tudásszintmérése során. Ezt a kockázatot csökkentette az a körülmény, hogy nem standardizált mérőlapok készítéséről van szó. A mérések eredményét nem egy országos átlaggal kell majd összehasonlítani, hanem a kísérleti osztályok eredményét a kontroll-osztályban elért eredménnyel. Ugyancsak figyelembe veendő az a körülmény is, hogy minden tanulónak (mind a kísérleti, mind a kontrollcsoporton) teljesen azonos mérőlap feladatait kellett megoldania.

A kísérlet értékelése a mérések eredményének összehasonlításával történik. Mivel a mérésekhez - az eddig elmondottakból kitűnik - teljesen azonos feltételek biztosíthatók minden csoport részére, így eltekintettem a mérőlapok előzetes tényleges kipróbálásától. Ezen azonos feltételek biztosítása mellett kapott méréseredmények összehasonlítása lehetővé teszi a kísérlet érdemleges értékelését.

Az eredmények feldolgozása és értékelése.

A mérőlapokra került feladatokat alternatív elemekre bontottam. Az alternatív elemek súlyozását a Dr. Nagy József által kidolgozott és ajánlott eljárással végeztem el (Dr. Nagy József: A témazáró tudásszintmérés gyakorlati kérdései – Tankönyvkiadó,Budapest,1971. 60–70.o.). Tehát, az elemek súlyának meghatározásánál figyelembe vettem mindhárom szempontot: az empirikus pont (E_p), fontossági pont (F_p) és szintpont (S_p) kiszámítását és befolyását.

Az empirikus pont meghatározását, előzetes kipróbálás nem lévén,a kísérlet során végzett mérés alapján kellett elvégezni. Ezt az

$$E_p = 1 : \frac{n_{eI}}{n_e}$$

képlet segítségével terveztem kiszámítani, ahol

n_e a mérésben résztvevő valamennyi tanuló számát jelenti,

n_{eI} pedig azoknak a tanulóknak a számát, akik a tekintett alternatív elemet jól oldották meg.

Ez a munka, tehát, majd csak a mérések lebonyolítása után következhetett.

A fontossági pont megállapításába csak iskolánk három matematika tanárát vontam be.Hasonló profilú középiskola nálunk nincs,más iskolák tanárainak a bevonása pedig nem mutatkozott célszerűnek. Három tanárnak az értékelése már jómértékben kiküszöbölte az egy személy értékeléséből eredő esetleges torzító hatást.

A szintpont meghatározása a feladatok belső struktúrájából következik.Egy-egy feladat minden alternatív eleme azonos szintpontot kapott. Mivel elég nagy volt a kombinált,operatív alkalmazást igénylő feladatok száma, a feladatok nagyobb hányada a legmagasabb, 3-as szintpontot kapta.

A három féle pontozásból, az egyes mérések elvégzése után, az összevont pontérték (P) kiszámítása lesz esedékes. Ezt a

$$P = E_p \cdot F_p \cdot S_p$$

képlet (szorzat) adja.

A továbbiakban az összevont pontérték százalékponttá való átalakítása, majd a kapott százalékpontok kerekítése,végül kiigazítása lesz esedékes. Mindezeket csak a kísérlet leírásában találjuk,mivel végleges formába öntésük csak a mérések elvégzése után következhetett.

Az alternatív elemek ilymódon való súlyozását követheti majd az egyes tanulók eredményének kiszámítása. Ez az egyes feladatok jól megoldott alternatív elemeire járó kiigazított százalékpontok (tehát az alternatív elemek végső súlyának) összeadásából, majd ezt követően az egyes feladatokban elért pontszámok összeadásából áll. Az egy osztályban lévő tanulók ilymódon kapott eredményének összegezésére kerül ezután a sor.

Még csak azt kellett kiszámítani, hogy az egyes osztályok hány százalékát érték el a maximálisan elérhető pontszámnak, és következhet majd a kísérlet eredményének értékelése. A maximálisan elérhető pontszám az osztály tanulói számának a 100-szorosa, vagyis az a százalékpontszám, amit akkor ért volna el az osztály, ha minden tanuló minden feladatot hibátlanul megoldott volna.

Az ilymódon kapott, százalékban kifejezett eredmény már magában is elég beszédes lehet. Természetesen, több vonatkozásban kell majd azt elemezni. Az értékelés során külön magyarázatokra és vizsgálatokra is szükség lehet.

A kísérlet céljának értelmében első-sorban arra kell választ keresni, hogy növeli-e az ellenőrző feladatok rendszeres alkalmazása a tanulók matematikai tudásszintjét. A kísérlet terjedelméből eredően, már a tervezés során meg kellett határozni, hogy a kísérlet eredményeiből következtetéseket levonni majd csak a tanulók ama csoportjaira lehet, amely csoportok be voltak kapcsolva a kísérletbe. Általánosításokat végezni, tehát, a kísérlet méretére való tekintettel nem lesz lehetséges, talán még egy kicsit "veszélyes" is lenne.

Mire akkor egyáltalán a kísérlet? Annak megállapítása, hogy milyen hatással van az ellenőrző feladatok rendszeres alkalmazása a tanulók matematikai tudásszintjének alakulására - még ha ilyen kis méretű csoportoknál is - nem érdektelen. Szervezettségénél fogva a próbálgatás, kipróbálás szintje fölé emelve, bevezetésül szolgálhat a szóban forgó tényző hatékonyságának későbbi vizsgálatához. Fontos szerepet kaphat majd a kísérlet a további vizsgálatok során, alapul szolgálhat majd a pedagógiai hatásfolyamat eredményességének ilyen irányú további, szélesebb méretű kutatásához.

A KÍSÉRLET LEÍRÁSA

1. A kísérlet előkészítése

Az 1973-74.tanévben a zentai Moša Pijade Gimnáziumban (Jugoszláviában) három párhuzamos első osztályban tanítottam a matematikát - ahogyan az a korábbi tervezés szerint várható is volt. A tanári testület hozzájárult, hogy ezekben az osztályokban, a megnevezett tanévben megszervezzem és lebonyolítsam az előző részben ismertetett kísérletet.

A beíratkozás alkalmával összesen 99 tanuló jelentkezett az I. osztályba, akik mindannyian be is lettek írva. Ezeket három osztályba kellett sorolni. Az osztályok alakításának fő szempontja - a racionális munkaszervezés céljával - a tanulókat úgy besorolni, hogy a élő idegen nyelvek tanítása minél kevesebb gondot okozzon. A három idegen nyelv tanítása, ugyanis, elég körülményessé teszi ezt a munkát, az osztálynál kisebb csoportok alakítása miatt. A többi tantárgynál ilyen problémák nincsennek. A 99 tanuló közül végül is az egyikbe 32 tanuló került (20 angol, 12 német nyelvet tanult), a másikba 35 (21 angol, 14 német nyelvet tanuló) és a harmadikba 32 (20 orosz, 12 pedig német nyelvet tanuló).

A tanév folyamán ezek közül 4 tanuló kiíratkozott. Továbbá, a tudásszintmérések valamelyikén még összesen hét tanuló nem vett részt, természetesen igazolt okokból. Ezek részleges eredményét a minél objektívebb összehasonlítás érdekében kihagytam a kísérlet értékeléséből.

Így a kísérletben résztvevő osztályokra vonatkozóan az alább felsoroltakat lehet megállapítani.

A tanulók létszáma és nemek szerinti megoszlása:

		I. c	I. d	I. e	összesen
Létszám		28	33	27	88
Ebből:					
	fiú	11	17	7	35
	leány	17	16	20	53

Az általános iskola VIII. osztályában elért matematikai eredményük szerint:

	I. c	I. d	I. e	összesen
kitűnő (5)	4	19	10	23
jeles (4)	13	10	11	34
jó (3)	8	3	6	17
elégséges (2)	2	-	-	2
osztályt ismétel	1	1	-	2
összesen	28	33	27	88

E tekintetben, tehát, nem teljesen homogén csoportok alakultak ki. Az eltérés némileg az I.d osztály javára, illetve az I.c osztály kárára billenti a mérleget.

A csoportok homogén jellegével kapcsolatban meg kell még említeni, hogy a várakozásom ellenére, az I.c és I.d osztályba zömével városi környezetből való tanulók kerültek, a falusi környezetből valók többsége pedig az I.e osztályba került.

A későbbiek során ezt a momentumot, valamint az általános iskolai eredményt nem vettem figyelembe - az egyes, különböző körülmények között működő iskolákban fennálló követelményszint-különbségek miatt.

A kísérlet anyagának összeállítása.

A korábbi években szerzett tapasztalatok alapján az alábbi mérőlapokat állítottam össze:

1. a kiindulási szint mérésére szolgáló lapokat,
2. a befejező szint mérésére szánt lapokat, külön
   a) az algebra anyagából,
   b) a geometria anyagából.

A kiindulási tudásszintmérés csak számtan- és algebra-anyagot tartalmaz. Ugyanis, az I. osztályban az algebra tananyaga az általos iskolai tananyag rendszerezése, kiterjesztése és folytatása. Ezzel szemben a geometria anyagában új koncentrikus kör kezdődik, első lépésként a geometriai alapfogalmak megismerése és egymás közötti kapcsolata jelentkezik, majd erre épül fel a teljes geometriai anyag. Ezért szükségtelennek bizonyult az általános iskolában elsajátított geometriai ismeretek tudásszintmérésbe való bekapcsolása.

Ezek mellett meghatároztam, kiválasztottam azokat a témákat, amelyek során vagy végén ellenőrző feladatokat kell kidolgozniok a kísérleti osztályok tanulóinak. Minden ilyen témához elkészítettem a feladatlapokat. Egy-egy ellenőrzéshez legkevesebb 2, legtöbb 6 változat készült a feladatlapokból. (A témák felsorolása és a feladatlapok ismertetése a kísérleti munka leírásában következik majd.)

Az ellenőrzésre kiválsztott témáknál bizonyos eltérés mutatkozik a totalitás elvétől. A szelektív megválogatás két szempontját követtem:

1. Csak azokban a témákban lesz ellenőrzés, amelyek terjedelmüknél és fontosságuknál fogva (a későbbi alkalmazást illetően) erre alkalmasak.
2. A dolgozatírást közvetlenül megelőző témákban csak egy esetben lesz ellenőrzés - az elsőfokú egyenletrendszerek feldolgozása során, mert e téma struktúrája és terjedelme azt megkívánja.

Az ellenőrző feladatlapok azonos tartalmúak, a téma lényegét tükrözik. Ugyanaz a tartalom az egyes lapokon változatokban, természetesen, más-más példákon-feladatokon keresztül jelentkezik. A feladatok szerkezete, azonban, megegyezik.

Egyéb anyagot és eszközöket a kísérlethez nem kellett biztosítani. A számítások (alapműveletek) végzésére egy számológép (nem számítógép!) állt rendelkezésemre.

<u>Bevezető munka a tanév kezdetén.</u>

Az I. osztály tantervi anyagának első három algebrai témája a következő:

> "A szám fogalma. A halmaz, részhalmaz, halmazok egyesítésének (uniójának) és metszetének fogalma. Rendezett párok és hármasok.
>
> A racionális számokkal végezhető műveletek áttekintése. Az abszolút érték fogalma. A racionális számokkal végzett műveletek törvényei (kommutatív, asszociatív és disztributív tulajdonság).
>
> A pozitív egész kitevőjű hatvá-

nyok definíciója és a velük végzett műveletek. A nulla és negatív egész kitevőjű hatványok: definíció és műveletek."

E témák feldolgozására mintegy három hetet szántam és töltöttem is el (heti 5 órás matematikatanítással). A bennük felsorolt tananyaggal - kivéve a nulla és negatív egész (és általános)kitevőjű hatványokat - már az általános iskolában foglalkoztak a tanulók. Tulajdonképpen, az ott szerzett ismeretek rendszerezéséről, rögzítéséről van szó. Ugyanakkor ez a három hetes munka szükséges, de körülbelül elegendő is arra, hogy a több általános iskolából egy-egy osztályba került tanulók valamelyest megszokják az új környezetet és egymást,hogy feloldódjék az a feszélyezettség, ami ilyenkor év elején jellemzi az első osztályokat.A tananyag ismert jellegénél fogva, a fő hangsúlyt az abban mutatkozó hézagok pótlására és arra helyeztem,hogy a tanulók előtt világossá váljék, mik az ide vonatkozó tantervi követelmények.

Nyilvánvaló,hogy ilyen rövid idő alatt a tanulók nem ismerhetnek és szokhatnak meg minden újat. Csökkenteni lehet azonban, vele az új környezet, új személyek és részben ismeretlen követelmények torzító hatását a tanulók teljesítményének kibontakozására.

<u>A tudásszint első mérése.</u>

A, tehát, mintegy három hetes tanítás után került sor a kiindulási tudásszint mérésére.

A feladatlapra kizárólag olyan jellegű feladatok kerültek - szám szerint 14 -, amilyeneket a tanítás és gyakorlás során oldottunk meg.Ezek felölelték az átvett tananyag minden lényeges részét. Néhány feladat a racionális számokkal való számolást tartalmazta, olyan feladatkonstrukcióval, ami feltétlenül megkívánta a művelet definíciójának és alapvető alkalmazásának ismeretét is.A többi feladatban is dominált a műveletek tulajdonságai ismeretének szüksége és a logikus következtetés alkalmazása.A három utolsó feladat a hatványműveleteket tartalmazta, a kitűzött feladat csak éppen a jelölt művelet elvégzése volt.

Ennek a feladatlapnak egy példánya, a javítókulccsal együtt itt mellékletként következik.

TUDÁSSZINTMÉRŐ FELADATOK
MATEMATIKÁBÓL

a gimn. I. osztályában
az 1972/73. tanév elején

A tanuló neve: ____________________

Osztály: ____

---

1. Mennyivel kisebb a 0,8 az $1\frac{1}{4}$ -nél?

2. Mennyivel nagyobb az (1+3m) a (3m-4)-nél?

3. Hányadrésze a 0,01 a 2,3-nek?

4. Számitsuk ki az alábbi kifejezés számértékét, ha $a = 0,5$ és $z = -10$:

$$z + az - \frac{z}{a}$$

5. Írjuk fel matematikai jelekkel, hogy az x és y szám hányadosá 5-tel kisebb e számok összegénél!

6. A k változó mely értékére nézve lesz:

$$-7(3 - k) < 0 \ ?$$

7. Az m változó mely értékére nézve lesz:

$$(5m - 10)\left(\frac{2}{3} + m\right) = 0 \ ?$$

8. Az x és y változók mely értékére lesz a $\frac{4x - 12}{7 + y}$ hányados:
   A/ értéke 0 ;
   B/ határozatlan ?

9. A/ A racionális számok mely halmazát jelenti az $|a| < 8$ összefüggés?
   B/ Mi a metszete ennek a halmaznak a pozitív racionális számok halmazával?

10. Végezd el a jelölt müveleteket:

A/ $\frac{a^{5n+4}}{a^{8n-2}} : (a^{n-2})^3$

B/ $(-a^{k-2})^3 : (a^{7-3k})^{-1}$

C/ $(a^{-4} + a^{-1})(a^4 - 4)$

- . - o - . -

JAVÍTÓKULCS
a tanév kezdetén alkalmazott feladatlaphoz
a gimn. I. osztályában

1. a) A feladat helyes értelmezése, vagyis a helyes különbség felírása:

$$1\frac{1}{4} - 0,8$$

b) Valamelyik tört átalakítása:

$$1\frac{1}{4} = 1,25 \quad \text{illetve} \quad 0,8 = \frac{4}{5}$$

c) A kivonás pontos elvégzése:

$$1,25 - 0,8 = 0,45$$

$$\frac{5}{4} - \frac{4}{5} = \frac{25-16}{20} = \frac{9}{20}$$ illetve

2. a) A feladat helyes értelmezése, vagyis a helyes különbség felírása:

$$(1 + 3m) - (3m - 4)$$

b) A zárójelek felbontása:

$$1 + 3m - 3m + 4$$

c) Az összevonás pontos elvégzése:

$$1 + 3m - 3m + 4 = 5$$

3. a) A feladat helyes értelmezése, vagyis a helyes hányados felírása:

$$2,3 : 0,01$$

b) A tizedes tört eltávolítása az osztóból:

$$230 : 1$$

c) Az osztás elvégzése:

$$230 : 1 = 230$$

4. a) Az adott értékek behelyettesítése:

$$-10 + 0,5.(-10) - \frac{-10}{0,5}$$

b) A szorzás pontos elvégzése:

$$0,5.(-10) = -5$$

c) A hányados abszolút értékének pontossága

$$\frac{10}{0,5} = 20$$

d) A hányados előjelének pontos megállapítása:

$$-\frac{-10}{0,5} = +20$$

e) Az összevonás pontos elvégzése:

$-10 - 5 + 20 = 5$

f) A műveletek sorrendjének helyes alkalmazása.

5. a) A két szám hányadosának felírása:

$\frac{x}{y}$

b) A két szám összegének felírása:

$x + y$

c) A mennyiségek közötti kapcsolat helyes felírása:

$\frac{x}{y} + 5 = x + y$ vagy

$\frac{x}{y} = x + y - 5$ vagy

$x + y - \frac{x}{y} = 5$

6. a) Annak megállapítása, hogy ez a szorzat akkor lesz negatív, ha

$3 - k > 0$

b) Annak megállapítása, hogy ez a különbség akkor lesz pozitív, ha

$k < 3$

7. a) Az egyik lehetőség felírása:

$5m - 10 = 0$

b) A diszjunkció felismerése és jelölése.

c) A másik lehetőség felírása:

$\frac{2}{3} + m = 0$

d) Az m változó értékének meghatározása az első lehetőségből:

$m = 2$

e) Ugyanaz a másik lehetőségből:

$m = -\frac{2}{3}$

8. A/ a) A hányados akkor lesz 0, ha a számlálója 0-val egyenlő, ...

$4x - 12 = 0$

b) A konjunkció felismerése és jelölése.

c) ..., a nevezője pedig nem egyenlő 0-val:

$7 + y \neq 0$

d) Az x változó értékének meghatározása:

$x = 3$

e) Az y változó értékének meghatározása:

$y \neq -7$

8. B/ a) A hányados akkor lesz határozatlan, ha a számlálója 0-val egyenlő, és ...

$4x - 12 = 0$

b) A konjunkció felismerése és jelölése.

c) ..., és a nevezője is egyenlő 0-val:

$7 + y = 0$

d) Az x változó értékének meghatározása:

$x = 3$

e) Az y változó értékének meghatározása:

$y = -7$

9. A/ a) A számhalmaz alsó és felső korlátjának megállapítása:

$-8, \quad 8$

b) Az intervallum nyitott voltának jelölése:

$-8 < a < 8$ vagy $a \in (-8,8)$

9. B/ a) A pozitív racionális számok halmazának ismerete és felírása:

$0 < b < \infty$ vagy $b \in (0,\infty)$

b) A metszet alsó és felső korlátjának megállapítása:

$0, \quad 8$

c) Az intervallum nyitott voltának jelölése:

$0 < x < 8$ vagy $x \in (0,8)$

10. A/ a) Az osztás pontos elvégzése:

$$\frac{a^{5n+4}}{a^{8n-2}} = a^{-3n+6}$$

b) A hatványozás pontos elvégzése:

$(a^{n-2})^3 = a^{3n-6}$

c) A szorzás pontos elvégzése:

$a^{-3n+6} \cdot a^{3n-6} = a^0$

d) A 0 kitevőjű hatvány értelmezése:

$a^0 = 1$

e) A 0 kitevőjű hatvány értelmezése feltételének felírása:

$a \neq 0$

10. B/ a) A hatvány hatványozásának pontossága:
$(a^{k-2})^3 = a^{3k-6}$

b) A hatvány előjelének pontos megállapítása:
$(-a^{k-2})^3 = -a^{3k-6}$

c) A második hatványozás pontos elvégzése:
$(a^{7-3k})^{-1} = a^{-7+3k}$

d) Az osztás pontos elvégzése:
$-a^{3k-6} : a^{-7+3k} = -a$

10. C/ a) $a^{-4}.\ a^4 = a^0$

b) $a^{-1}.a^4 = a^3$

c) $a^{-4}.(-4) = -4a^{-4}$

d) $a^{-1}.(-4) = -4a^{-1}$

e) A 0 kitevőjű hatvány értelmezése:
$a^0 = 1$

f) Az egyik negatív kitevőjű hatvány értelmezése:
$4a^{-4} = \frac{4}{a^4}$

g) A másik negatív kitevőjű hatvány értelmezése:
$4a^{-1} = \frac{4}{a}$

h) A 0 és negatív kitevőjű hatvány értelmezése feltételének a felírása:
$a \neq 0$

– o – . – o –

A mérés elvégzése után megejtettem a feladatok alternatív elemei empirikus súlyának kiszámítását, ami ugyancsak mellékletként következik. A kísérlet megtervezésénél már kifejtettem, hogy miért nem lehetett a súlyozás e részét előbb elvégezni. Ezt követi az alternatív elemek fontossági pontjának kiszámítása. Ezt a munkát már korábban elvégeztem - a megtervezésnél ismertetett módon -, de logikusan ide illeszthető be a legjobban.

A feladatok alternatív elemeinek a súlyozásánál a kerekítést 0,5 százalékpontra végeztem. Az egész százalékpontra való kerekítés nem mutatkozott célszerűnek, lényegesen növekedett volna a torzítás. Elég nagy számú, közelítőleg egyenértékű alternatív elem más-más százalékpontot kapott volna. Ugyanis, például, a 2,49 százalékpontot 2-re, a 2,51-et pedig 3-ra kellett volna kerekíteni.

A súlyozásnál a 10.A és 10.C feladat utolsó alternatív elemét nem vettem figyelembe. Az egyiket, ugyanis, csak 4+9+8 = 21 tanuló, azaz a tanulóknak csak 24 %-a, a másikat pedig 2+6+8 = 16, vagyis a tanulók 18 %-a oldotta meg jól, helyesebben, írta fel. (A három összeadandó rendre az I.c, I.d, I.e osztály tanulóit jelenti.) A nulla és negatív egész kitevőjű hatványok értelmezésének azt a feltételét kellett volna felírni, hogy ezekben az esetekben a hatványalapnak 0-tól különböző számnak kell lennie. Nem kimondottan fontos elemről van szó. Ezt a feltételt gyakran csak hallgatólag tudomásul vesszük, és nem írjuk fel. Mivel a tanulók 25 %-ánál is kisebb része oldotta meg jól (írta fel ezt a feltételt), ez miatt nagy lett volna ennek az elemnek a torzító hatása a többi elem százalékpontjára, jobbnak láttam ezt a két elemet kihagyni. Annál is inkább, mert az egyes osztályok eredményének összehasonlításában lényeges szerpet nem játszott, a tanulók számának nem túl nagy osztályonkénti eltérése miatt.

A feladatok súlyozásának részletes áttekintése is mellékletként követi az előbbi kettőt.

Tudásszintmérés a tanév kezdetén

A FELADATOK ALTERNATÍV ELEMEI EMPIRIKUS SÚLYÁNAK KISZÁMÍTÁSA

A kiszámítás módja:

a/ az $/n_{eI1}+n_{eI2}+n_{eI3}/:n_e$ határozza meg, hogy a mérésben résztvevő tanulók milyen arányban tudták jól megoldani az egyes alternatív elemeket, ahol n_{eI1}, n_{eI2}, n_{eI3} a tekintett alternatív elemet jól megoldó tanulók számát jelenti az egyes osztályokban, n_e pedig a mérésben résztvevő összes tanulók számát;

b/ az előbbi arányt százalékban is kifejeztem;

c/ az empirikus súlyt az

$$E_p = 1 : \frac{n_{eI}}{n_e}$$

képlettel számítottam ki, ahol $n_{eI} = n_{eI1}+n_{eI2}+n_{eI3}$.

1.	a.	/23+28+18/:88 = 69:88 = 0,78	78 %	E_p = 1,28
	b.	/24+29+23/:88 = 76:88 = 0,86	86 %	1,16
	c.	/18+25+17/:88 = 60:88 = 0,68	68 %	1,47
2.	a.	/20+23+16/:88 = 59:88 = 0,67	67 %	1,49
	b.	/17+22+16/:88 = 55:88 = 0,62	62 %	1,61
	c.	/22+21+18/:88 = 61:88 = 0,69	69 %	1,45
3.	a.	/19+29+18/:88 = 66:88 = 0,75	75 %	1,33
	b.	/20+27+20/:88 = 67:88 = 0,76	76 %	1,32
	c.	/20+27+20/:88 = 67:88 = 0,76	76 %	1,32
4.	a.	/25+30+23/:88 = 78:88 = 0,89	89 %	1,12
	b.	/26+30+22/:88 = 78:88 = 0,89	89 %	1,12
	c.	/22+29+20/:88 = 71:88 = 0,81	81 %	1,23
	d.	/22+27+16/:88 = 65:88 = 0,74	74 %	1,35
	e.	/25+30+23/:88 = 78:88 = 0, 89	89 %	1,12
	f.	/22+31+23/988 = 76:88 = 0,86	86 %	1,16
5.	a.	/26+32+25/:88 = 83:88 = 0,94	94 %	1,06
	b.	/24+31+23/:88 = 78:88 = 0,89	89 %	1,12
	c.	/13+20+ 8/:88 = 41:88 = 0,47	47 %	2.13

6.		a.	/19+24+12/:88 = 55:88 = 0,62	62 %	E_p =	1,61
		b.	/13+13+12/:88 = 38:88 = 0,44	44 %		2,27
7.		a.	/25+29=23/:88 = 77:88 = 0,88	88 %		1,14
		b.	/19+24+15/:88 = 58:88 = 0,66	66 %		1,52
		c.	/23+26+27/:88 = 66:88 = 0,75	75 %		1,33
		d.	/25+28+20/:88 = 73:88 = 0,83	83 %		1,20
		e.	/22+28+16/:88 = 66:88 = 0,75	75 %		1,33
8.	A/	a.	/23+29+24/:88 = 76:88 = 0,86	86 %		1,16
		b.	/26+21+19/:88 = 66:88 = 0,75	75 %		1,33
		c.	/23+22+19/:88 = 64:88 = 0,73	73 %		1,37
		d.	/23+28+22/:88 = 73:88 = 0,83	83 %		1,20
		e.	/22+10+15/:88 = 47:88 = 0,53	53 %		1,89
	B/	a.	/26+27+22/:88 = 75:88 = 0,85	85 %		1,18
		b.	/25+28+20/:88 = 73:88 = 0,83	83 %		1,20
		c.	/25+28+23/:88 = 76:88 = 0,86	86 %		1,16
		d.	/25+26+19/:88 = 70:88 = 0,79	79 %		1,27
		e.	/25+26+27/:88 = 72:88 = 0,82	82 %		1,22
9.	A/	a.	/15+27+20/:88 = 62:88 = 0,70	70 %		1,43
		b.	/22+27+21/:88 = 70:88 = 0,79	79 %		1,27
	B/	a.	/11+12+ 6/:88 = 29:88 = 0,33	33 %		3,00
		b.	/10+13+ 7/:88 = 30:88 = 0,34	34 %		2,94
		c.	/ 6+11+ 7/:88 = 24:88 = 0,27	27 %		3,70
10.	A/	a.	/19+18+22/:88 = 49:88 = 0,56	56 %		1,79
		b.	/21+22+18/:88 = 61:88 = 0,69	69 %		1,45
		c.	/19+21+14/:88 = 54:88 = 0,61	61 %		1,64
		d.	/17+10+ 9/:88 = 36:88 = 0,41	41 %		2,44
		e.	/ 4+ 9+ 8/:88 = 21:88 = 0,24	24 %		4,17
	B/	a.	/22+19+16/:88 = 57:88 = 0,65	65 %		1,54
		b.	/22+24+18/:88 = 64:88 = 0,73	73 %		1,37
		c.	/22+19+15/:88 = 56:88 = 0,64	64 %		1,56
		d.	/14+13+ 8/:88 = 35:88 = 0,40	40 %		2,50
	C/	a.	/15+17+ 8/:88 = 40:88 = 0,46	46 %		2,17
		b.	/15+21+15/:88 = 51:88 = 0,58	58 %		1,72
		c.	/16+25+14/:88 = 55:88 = 0,62	62 %		1,61
		d.	/16+24+13/:88 = 53:88 = 0,60	60 %		1,67
		e.	/14+17+ 7/:88 = 38:88 = 0,44	44 %		2,27
		f.	/17+16+16/:88 = 49:88 = 0,56	56 %		1,79
		g.	/15+16+16/:88 = 47:88 = 0,53	53 %		1,87
		h.	/ 2+ 6+ 8/:88 = 16:88 = 0,18	18 %		5,56

Tudásszintmérés a tanév kezdetén

A FELADATOK ALTERNATÍV ELEMEI FONTOSSÁGI PONTJÁNAK MEGHATÁROZÁSA

A feladatok elemeinek rangsorolásában három tanár vett részt: Tubić Gojko, Katona Eszter és Bálint János, mindhárman a zentai Moša Pijade Gimnázium tanárai.

1.	a. /3+3+3/:3 = 9:3 = 3	b. /1+2+2/:3 = 5:3 = 2,65	
	c. /1+1+2/:3 = 4:3 = 1,35		
2.	a. /3+3+3/:3 = 9:3 = 3	b. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2	
	c. /1+1+2/:3 = 4:3 = 1,35		
3.	a. /3+3+3/:3 = 9:3 = 3	b. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2	
	c. /1+1+2/:3 = 4:3 = 1,35		
4.	a. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2	b. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2	
	c. /3+2+2/:3 = 7:3 = 2,35	d. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2	
	e. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65	f. /1+1+3/:3 = 5:3 = 1,65	
5.	a. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65	b. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65	
	c. /3+2+3/:3 = 8:3 = 2,65		
6.	a. /2+3+2/:3 = 7:3 = 2,35	b. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2	
7.	a. /3+3+3/:3 = 9:3 = 3	b. /1+3+1/:3 = 5:3 = 2,65	
	c. /3+3+3/:3 = 9:3 = 3	d. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2	
	e. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2		
8. A/	a. /3+3+3/:3 = 9:3 = 3	b. /1+3+1/:3 = 5:3 = 1,65	
	c. /1+3+3/:3 = 7:3 = 2,35	d. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2	
	e. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65		
8. B/	a. /2+3+3/:3 = 8:3 = 2,65	b. /3+3+1/:3 = 7:3 = 2,35	
	b. /2+3+3/:3 = 8:3 = 2,65	d. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2	
	e. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65		
9. A/	a. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2	b. /3+2+1/:3 = 6:3 = 2	
9. B/	a. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65	b. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65	
	c. /3+2+1/:3 = 6:3 = 2		
10. A/	a. /2+3+2/:3 = 7:3 = 2,35	b. /2+3+2/:3 = 7:3 = 2,35	
	c. /2+3+2/:3 = 7:3 = 2,35	d. /1+2+1/:3 = 4:3 = 1,35	
	e. /1+1+1/:3 = 3:3 = 1		
10. B/	a. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2	b. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2	
	c. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2	d. /2+3+2/:3 = 7:3 = 2,35	
10. C/	a. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2	b. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2	
	c. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2	d. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2	
	e. /1+2+1/:3 = 4:3 = 1,35	f. /2+2+1/:3 = 5:3 = 1,65	
	g. /2+2+1/:3 = 5:3 = 1,65	h. /2+1+1/:3 = 4:3 = 1,35	

Tudásszintmérés a tanév kezdetén

A FELADATOK ALTERNATÍV ELEMEINEK SÚLYOZÁSA

Az alkalmazott jelölések:

E_p - empirikus pont,
F_p - fontossági pont,
S_p - szintpont,
P - összevont pontérték,
$\%p$ - százalékpont,
$\%p_k$ - kerekített százalékpont,
$\%p_i$ - kiigazított százalékpont.

		E_p	F_p	S_p	P	$\%p$	$\%p_k$	$\%p_i$
1.	a/	1,30	3,00	3	11,70	2,40	2,5	2,5
	b/	1,15	1,65		5,75	1,18	1	1
	c/	1,45	1,35		5,80	1,19	1	1
2.	a/	1,50	3,00	3	13,50	2,72	2,5	2,5
	b/	1,60	2,00		9,60	1,97	2	2
	c/	1,45	1,35		5,80	1,19	1	1
3.	a/	1,35	3,00	3	12,15	2,49	2,5	2,5
	b/	1,30	2,00		7,80	1,60	1,5	1,5
	c/	1,30	1,35		5,20	1,07	1	1
4.	a/	1,10	2,00	3	6.60	1,35	1,5	1,5
	b/	1,10	2,00		6,60	1,35	1,5	1,5
	c/	1,25	2,35		8,75	1,80	2	2
	d/	1,35	2,00		8,10	1,66	1,5	1,5
	e/	1,10	1,65		5,50	1,13	1	1
	f/	1,15	1,65		5,75	1,18	1	1
5.	a/	1,05	1,65	2	3,50	0,72	1	1
	b/	1,10	1,65		3,70	0,76	1	1
	c/	2,15	2,65		11,50	2,36	2,5	2,5
6.	a/	1,60	2,35	2	7,50	1,54	1,5	1,5
	b/	2,25	2,00		8,25	1,69	1,5	2

			E_p	F_p	S_p	P	%p	$\%p_k$	$\%p_i$
7.		a/	1,15	3,00	3	10,35	2,12	2	2
		b/	1,50	1,65		7,50	1,54	1,5	1,5
		c/	1,35	3,00		12,15	2,49	2,5	2,5
		d/	1,20	2,00		7,20	1,48	1,5	1,5
		e/	1,35	2,00		8,10	1,66	1,5	1,5
8.	A/	a/	1,15	3,00	3	10,35	2,12	2	2
		b/	1,35	1,65		6,75	1,39	1,5	1,5
		c/	1,40	2,35		9,80	2,01	2	2
		d/	1,20	2,00		7,20	1,48	1,5	1,5
		e/	1,90	1,65		9,50	1,95	2	2
	B/	a/	1,20	2,65	3	9,60	1,97	2	2
		b/	1,20	2,35		8,40	1,72	1,5	1,5
		c/	1,15	2,65		9,20	1,89	2	2
		d/	1,30	2,00		7,80	1,60	1,5	1,5
		e/	1,20	1,65		6,00	1,23	1	1,5
9.	A/	a/	1,45	2,00	2	5,80	1,19	1	1
		b/	1,30	2,00		5,20	1,07	1	1
	B/	a/	3,00	1,65	2	10,00	2,05	2	2
		b/	2,95	1,65		9,85	2,02	2	2
		c/	3,70	2,00		14,80	3,04	3	3
10.	A/	a/	1,80	2,35	3	12,60	2,59	2,5	2,5
		b/	1,45	2,35		10,15	2,08	2	2
		c/	1,65	2,35		11,55	2,37	2,5	2,5
		d/	2,45	1,35		9,80	2,01	2	2
		e/	4,15	1,00		12,45	-	-	-
	B/	a/	1,55	2,00	3	9,30	1,91	2	2
		b/	1,40	2,00		8,40	1,72	1,5	2
		c/	1,55	2,00		9,30	1,91	2	2
		d/	2,50	2,35		17,50	3,59	3,5	3,5
	C/	a/	2,15	2,00	3	12,90	2,65	2,5	2,5
		b/	1,70	2,00		10,20	2,09	2	2
		c/	1,60	2,00		9,60	1,97	2	2
		d/	1,65	2,00		9,90	2,03	2	2
		e/	2,25	1,35		9,00	1,85	2	2
		f/	1,80	1,65		9,00	1,85	2	2
		g/	1,90	1,65		9,50	1,95	2	2
		h/	5,55	1,35		22,20	-	-	-
						487,30		98,5	100,-

Az alternatív elemek és feladatok kiigazított százalékpontjának meghatározása után következett az egyes tanulók és osztályok eredményének a megállapítása. A tanulók egyéni eredményét külön-külön nem ismertetem, hiszen, úgyis csak az osztályok elért eredményét kell összehasonlítani. Az egyes osztályok már ismertetett létszámú tanulója eredményének figyelembe vételével a következőket lehet megállapítani:

1. Legjobb eredményt ért el az I.d osztály. A maximálisan lehetséges 3300 százalékpontból(33 tanuló x 100 százalékpont) ennek az osztálynak az eredménye 2247,5 pont, vagyis 68,11 %.
2. Következik az I.c osztály 1893,5 ponttal a maximálisan lehetséges 2800 pontból(28 tanuló x 100 százalékpont). Százalékban kifejezve ez az eredmény 67,63 %, tehát, mindössze nem egész fél százalékkal alacsonyabb az előző osztályénál.
3. A harmadik, I.e osztály eredménye lényegesen gyengébb, csak 59,19 %. Tehát, majd 10 %-kal alacsonyabb a másik kettőnél. Itt a 2700 pontból (27 tanuló x 100 százalékpont) mindössze csak 1598 pontot értek el a tanulók.
4. Ez az eltérés az egyes osztályok között eredetileg valamivel több volt. Az I.c osztályban év elején 4-gyel több tanuló volt, ezek közül 3 közepes, 1 pedig egészen gyenge eredmény ért el. Az I.d osztályban, az itteni kimutatásban csak 1 közepes eredményt elért tanuló értékelése nincs benne. Az I.e osztályban az első tudásszintmérésnél még 5 olyan tanuló is jelen volt, akik mindannyian kifejezetten gyenge eredményt értek el.
5. Az itt felsorolt tanulók eredményét azért hagytam ki az értékelésből, hogy a befejező szinttel való összehasonlítás minél reálisabb legyen. Tehát, a fenti eredmények csak azokat a tanulókat ölelik fel, akik minden mérésnél jelen voltak.

A kiindulási tudásszintmérés egyetlen célja volt az osztályok rangsorolása. Az elért eredmények értékelésében mégsem lehet szó nélkül hagyni az I.e osztály kifejezetten gyenge (relatíve gyenge) eredményét. Tekintettel arra, hogy az év elején az osztályok megalakításánál mégis ebbe

Moša Pijade
GIMNÁZIUM
Zenta
Jugoszlávia

A MATEMATIKAI TUDÁSZINTMÉRÉS EREDMÉNYE
a gimnázium I. osztályában
az 1972-73. tanév elején

A tudásszintmérés az I.c, I.d és I.e osztályokban történt meg, a tanulók következő létszámával: 32, 34, 32.

A tanulók közül csak azokat véve figyelembe, akik mindkét (az év elejei és évvégi) mérésnél is jelen voltak, a létszám így alakult: I.c - 28, I.d - 33, I.e - 27.

Az eredmények feldolgozása csak erre az utóbbi létszámra vonatkozik.

	O s z t á l y o k			Összesen
	I.c	I.d	I.e	
A tanulók száma	28	33	27	88
A maximálisan elérhető pontok száma	2800	3300	2700	8800
A tanulók által elért pontok száma	1893,5	2247,2	1598,0	5739
Az elért eredmény arányszáma (százalékban)	67,63	68,11	59,19	65,22 %

az osztályba került a legtöbb falusi általános iskolából való tanuló. Ennek okát a következő két tényezőben, körülményben kell keresni: 1. Ezeknek a tanulóknak nemcsak az új iskolát, hanem egy teljesen új környezetet kellett megszokniok. Kétségtelen, hogy ilyen rövid idő alatt ez nem teljesen lehetséges. Az mellett ezek a tanulók egy egészen új élettempóba kerültek, mert zömével beutazó tanulókról van szó. Tehát, ez a három hetes időszak bizonnyára túl rövidnek mutatkozott, hogy ezek a tanulók be tudjanak illeszkedni az új környezetbe, át tudjanak állni az új körülmények szabta lehetőségekre és feltételekre. 2. Vitathatatlan, hogy falusi iskolákban - első sorban az ott fennálló objektív munkafeltételek és részben az itt-ott mutatkozó szakképzett pedagógushiány miatt - valamivel alacsonyabb a követelményszint.

Ennek részletesebb vizsgálatával nem foglalkoztam, mivel a kísérlet tárgyával és céljával nincs szoros összefüggésben. Hogy mégis kitértem rá, ennek némi jelentősége a befejező tudásszint elemzésénél lehet.

A kísérleti osztályok és kontroll-osztály kiválasztása.

A kiválasztás szempontjait már korábban, a kílet megtervezésénél vázoltam. Adott, tehát, a három párhuzamos osztály; kettőnek az elért eredményében alig van különbség, egy pedig ezekhez képest számottevően alacsonyabb eredményt ért el.

A "legerősebb" osztálynak legnagyobb az esélye, hogy a feltételezett lemaradást majd be tudja hozni. Ha az évvégi tudásszintmérésnél relatíve gyengébb eredményt ér is majd el, az mégsem feltétlenül lesz annyira gyenge, hogy külön veszélyt jelentene a továbbtanulás szempontjából.

Ezek szerint, az eredmények figyelembe vételével, a két gyengébb osztályt, az I.c és I.e osztályt választottam kísérleti osztályoknak, és a legjobb eredményt elérő I.d osztály lett a kontrollcsoport. Ezzel kezdetét vehette a tulajdonképpeni kísérleti munka.

2. A kísérleti munka

Az oktatási folyamat tényezőinek különválasztása.

Az a körülmény, hogy három párhuzamos osztályban tanítottam a matematikát, biztosította a kísérlet alapvető feltételeit. Lehetőségem volt, ugyanis, hogy az oktatási hatásfolyamat tényzői közül egyetlen egyet – az ellenőrző feladatok rendszeres alkalmazását – elkülönítsem, sőt, ennél többre is, hogy a kísérlet céljának megfelelően variálhassam is. A többi faktor, beleértve az objektív munkafeltételeket és a tanár személyéhez fűződő szubjektív tényezőket is, konstansok maradhattak.

Azonos iskolatípusról, sőt ugyanarról az iskoláról van szó. Azonos tantervi anyagot, azonos követelményekkel kellett feldolgoznom. Ehhez azonos óraszámmal (heti 5 óra, évi 170 óra) rendelkeztem. Tehát, a tanulók megterhelése és a velük szemben támasztott követelmények megegyeztek. A tanítás napi beosztásában sem voltak lényeges eltérések; mindegyik osztályban délelőtt folyt a tanítás, a matematika órák órarendbe iktatását illetően pedig mindegyik osztályban voltak órák a tanítási nap első és második felében is (heti 5 óra mellett!).

Mivel mindhárom osztályban egy személy tanított, nem merülhetett fel azoknak a komponenseknek eltérő hatása, amelyek a tanár személyére vonatkozhattak. Legalább is olyan értelemben nem, ami a kísérleti osztályok előnyére, a kontroll-osztálynak pedig hátrányára lett volna. Ha az ilyen szubjektív jellegű tényezők befolyásolhatták is a kísérletet, abból éppen a kontrollcsoportnak "származhatott haszna". Erről bővebben majd a kísérlet értékelésénél.

A tanítás egy közös munkaterv szerint folyt mind a három osztályban. Helyesebben; azonos volt a tananyag témákra bontása, az egyes témákra szánt óraszám, a témák évi tervbe való iktatása és az új anyag feldolgozására szánt órák száma. Az egyedüli eltérést az képezte, hogy a kísérleti osztályokban rendszeresen alkalmaztam a témaközi és témazáró írásbeli ellenőrzést, a kontrollcsoporton pedig ilyen ellenőrző feladatok nem voltak. Ott a visszacsatolás és ellenőrzés kizárólag a tanulók szóbeli feleletei és feladatmegoldása, valamint a tantervben előírt négy írásbeli dolgozat alapján történt. Ennek az eltérő tényezőnek kapcsán, mégis kerül egy árnyalati különbség az évi munkatervbe. A kísérleti osztályokban bizonyos időt, óraszámot az ellenőrző feladatok kidolgozására kellett szánnom. A kontroll-osztályban ez az idő részben gyakorlásra, részben a tanulók "feleltetésére" maradt, ami - kivéve az éppen felelő tanulót - ugyancsak gyakorlás számba vehető. Így, tehát, a kontrollcsoportnak, igaz, nem különösebben számottevő, de valamivel mégis több ideje jutott a begyakorlásra.

Ilyen objektív és szubjektív jellegű tényzők determinálta körülmények között kezdődött meg és folyt le a kísérlet.

<u>Az évi munkaterv vázlatos ismertetése.</u>

Az első három algebrai témát már ismertettem teljes tantervi részletességgel. Ezekre, az év első, ismerkedési órája után, az alábbi óraszámot terveztem: 1. halmazok és számok-2 óra, 2. műveletek racionális számokkal - 5 óra, 3. egész kitevőjű hatványok-6 óra. Ezek a témák előzték meg a kiindulási tudásszintmérést.

Az algebra anyagának témái így sorakoztak tovább (feltüntetve az egyes témákra szánt óraszámot is):

Racionális kitevőjű hatványok (gyökök) . .	7 óra
Racionális algebrai kifejezések	3 "
Polinomok tényzőkre bontása.	6 "
Algebrai törtek	7 "
Elsőfokú (lineáris)függvény	7 "
Arányosságok, aránypárok	4 "
Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek . . .	9 "
Elsőfokú egyenletrendszerek	12 "
Elsőfokú egyismeretlenes egyenlőtlenségek és egyenlőtlenség-rendszerek	8 "

A geometriai témák az algebrai témákkal felváltva kerültek a munkatervbe. Ezek így következtek:

A geometria alapfogalmai és definiált (származtatott) fogalmai	8 óra
Mozgások és egybevágóság	4 "
Vektorok, transzláció, rotáció	4 "

Szögek összehasonlítása, általánosítása, párhuzamos szárú szögek	7 óra
Lapszögek és összehasonlításuk	2 "
Merőleges vetületek	2 "
Alakzatok elforgatása	3 "
Tengelyes, centrális és síkszimmetria . . .	10 "
Háromszögek; tulajdonságaik	9 "
Háromszögek egybevágósága	4 "
Háromszögek szerkesztése	8 "
Négyszögek	9 "

Általában az algebrai és geometriai témák egymást váltották nem lévén különösebb funkcionális összefüggés a matematika e két ágának anyaga között ezen a fokon. Néhány kivételes eset volt csak, amikor 2, esetleg 3 egy ágból való kisebb (rövidebb) téma követte egymást.

Ellenőrző feladatok a kísérleti osztályokban.

A korábban ismertetett szempontokat figyelembe véve, a kísérleti osztályok tanulói ellenőrző feladatokat dolgoztak ki az alább következő témákban. Ezek a feladatok vagy a téma feldolgozása során kerültek sorra, vagy témazáró ellenőrzésként annak végén. Volt rá eset, hogy egy témába két ellenőrző feladatot is iktattam, de az is előfordult, hogy két kisebb témát egy feladatlappal ellenőriztem.

1. A racionális kitevőjű hatványok témába egy rövid 15 perces "röpdolgozatot" iktattam be. A kiosztott faladatlapokon két-két feladat volt, amelyeket ott is kellett megoldani. A feladatlapok négy változatából itt kettőt mellékletkén bemutatok, kidolgozásukkal együtt.

2. A geometriai alapfogalmak és származtatott fogalmak és a mozgások és egybevágóság két geometriai téma ellenőrzése egy feladatlappal történt. A feladatlap itt is négy változatban készült, (előre sokszorosítva a szükséges példányszámban). A kidolgozás magán a lapon történt. A feladatok megoldására a tanulók rendelkezésére állt az egész óra (45 perc). A feladatlapokból itt egy változatot mutatok be, valamint mellékelek egy kidolgozott példányt.

I. osztály (I.)

Racionális kitevőjű hatványok

1. $$\sqrt{75} + 2\sqrt{180} - 6\sqrt{12} = \sqrt{25\cdot 3} + 2\sqrt{36\cdot 5} - 6\sqrt{4\cdot 3} =$$
$$= 5\sqrt{3} + 12\sqrt{5} - 12\sqrt{3} = 12\sqrt{5} - 7\sqrt{3}$$

2. $$a^{-\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{25}{4}} : \sqrt[3]{a^2\sqrt{a}} = \sqrt[3]{a^{-2}} \cdot \sqrt[4]{a^{25}} : \sqrt[3]{\sqrt{a^5}} =$$
$$= \sqrt[12]{a^{-8}} \cdot \sqrt[12]{a^{75}} : \sqrt[6]{a^5} = \sqrt[12]{a^{67}} : \sqrt[12]{a^{10}} =$$
$$= \sqrt[12]{a^{57}} = \sqrt[4]{a^{19}} = a^4\sqrt[4]{a^3}$$

I. osztály (II.)

Racionális kitevőjű hatványok

1. $$\sqrt{24} - 5\sqrt{32} + 2\sqrt{150} = \sqrt{4\cdot 6} - 5\sqrt{16\cdot 2} + 2\sqrt{25\cdot 6} =$$
$$= 2\sqrt{6} - 20\sqrt{2} + 10\sqrt{6} = 12\sqrt{6} - 20\sqrt{2}$$

2. $$b^{\frac{5}{3}} : b^{-\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{b\sqrt[3]{b^2}} = \sqrt[3]{b^5} : \sqrt[4]{b^{-3}} \cdot \sqrt{\sqrt[3]{b^5}} =$$
$$= \sqrt[12]{b^{20}} : \sqrt[12]{b^{-9}} \cdot \sqrt[6]{b^5} = \sqrt[12]{b^{29}} \cdot \sqrt[12]{b^{10}} =$$
$$= \sqrt[12]{b^{39}} = \sqrt[4]{b^{13}} = b^3\sqrt[4]{b}$$

"I. osztály (I.)

Bevezetés a geometriába

1. Mi a szög? (Definíció, alkotóelemek.)
2. Sorold fel a geometriai axiómákat!
3. Mi határozhat meg egy síkot? Sorold fel!
4. Ha az egyenes párhuzamos a síkkal, akkor párhuzamos az adott sík és az egyeneshez illeszkedő bármely sík metszésvonalával is. Bizonyítsd be!"

3. A polinomok tényezőkre bontása témában 20 perces témazáró ellenőrzés volt. A feladatlapok négy változatban készültek, négy-négy feladattal. Ime egy változat:

"I. osztály (I.)

Tényzőkre bontás

Bontsuk tényzőkre az alábbi polinomokat:

1. $30a^2c^5 - 12c^4 + 42\ ac^6 =$
2. $36b^2 - 49 =$
3. $48y^2 - 120y^3 + 75y^4 =$
4. $ax^2 + bx^2 - ay^2 - by^2 =$ "

Ezekből is két kidolgozott változatot mellékelek.

4. Az algebrai törtek téma következett. Témazáró ellenőrző feladatokat dolgoztak ki a tanulók, 30 perces időtartammal. Négy változatban készített feladatlapokat alkalmaztam, két-két feladattal. Két kidolgozott változatot adok mellékletként. Az ellenőrzés óráját még egy összefoglaló óra követte, amelyen a kidolgozott feladatokat is elemeztük.

5. A legközelebbi téma, amelyben ellenőrzésre került sor, ismét algebrai téma volt: az elsőfokú függvények. Itt 20 perces témazáró ellenőrzést alkalmaztam. Nem kaptak előre elkészített feladatlapot a tanulók, mert csak egy feladatot kellett kidolgozniok. Az osztály csak két csoportra oszlott (a szomszédos tanulók különböző feladatot kaptak). Ime egy változat:

"Az $F = \{(x,y) \mid \forall x \in R \Rightarrow y = ax + 2\}$ függvényben határozd meg az a paraméter értékét, ha $(-4;-6) \in F$, majd vizsgáld ki a függvényt!"

I. osztály (I.)

Bevezetés a geometriába

1. Mi a szög ? (Definició, alkotóelemek.)

A **szöget** két közös kezdőpontú félegyenes alkotja. A közös kezdőpont a szög **csúcsa**, a két félegyenes pedig a szög **két szára**. A szögnek van belső és külső **tartománya**.

2. Sorold fel a geometriai axiómákat !

- Két pont mindig égy és csak egy egyenest határoz meg.
- Három nem kolineáris pont mindig egy és csak egy síkot határoz meg.
- Ha egy egyenesnek két pontja egy síkban van, akkor minden pontja abban a síkban van.
- Ha két síknak van egy közös pontja, akkor számtalan közös pontja van, amelyek mind egy egyenesre esnek.
- Az egyesen kivül fekvő ponthoz csak egy olyan egyenes illeszthető, amely párhuzamos az adott egyenessel.

3. Mi határozhat meg egy síkot ? Sorold fel !

Egy síkot meghatározhat:

a) három nem kolineáris pont,
b) egy egyenes és egy rajta kivül eső pont,
c) két párhuzamos egyenes,
d) két egymást metsző egyenes.

4. Ha az egyenes párhuzamos a síkkal, akkor párhuzamos az adott sík és az egyeneshez illeszkedő bármely sík metszésvonalával is. Bizonyitsuk be !

A megoldás a következő oldalon.

I. osztály (I.)

Tényezőkrebontás

Bontsuk tényezőkre az alábbi polinomokat:

1. $30a^2c^5 - 12c^4 + 42ac^6 = 6c^4(5a^2c - 2 + 7ac^2)$

2. $36b^2 - 49 = (6b - 7)(6b + 7)$

3. $48y^2 - 120y^3 + 75y^4 = 3y^2(16 - 40y + 25y^2) =$
$= 3y^2(4 - 5y)^2$

4. $ax^2 + bx^2 - ay^2 - by^2 =$
$= x^2(a + b) - y^2(a + b) =$
$= (a + b)(x^2 - y^2) =$
$= (a + b)(x - y)(x + y)$

I. osztály (II.)

Tényezőkrebontás

Bontsuk tényezőkre az alábbi polinomokat:

1. $16b^3y^4 + 40by^3 - 24y^2 = 8y^2(2b^3y^2 + 5by - 3)$

2. $64 - 9a^2 = (8 - 3a)(8 + 3a)$

3. $18x^5 - 60x^4 + 50x^3 = 2x^3(9x^2 - 30x + 25) =$
$= 2x^3(3x - 5)^2$

4. $a^2x - a^2y - b^2x + b^2y =$
$= a^2(x - y) - b^2(x - y) = (x - y)(a^2 - b^2) =$
$= (x - y)(a - b)(a + b)$

I. osztály (I.)

Algebrai törtek

Végezzük el a jelölt műveleteket:

1. $$\frac{7a-6}{a^2-4a+4}-\frac{6a}{a^2-4}+\frac{3}{a+2}=\frac{7a-6}{(a-2)^2}-\frac{6a}{(a-2)(a+2)}+\frac{3}{a+2}=$$

$$=\frac{(7a-6)(a+2)-6a(a-2)+3(a-2)^2}{(a-2)^2\,(a+2)}=\frac{7a^2-6a+14a-12-6a^2+12a}{(a-2)^2\,(a+2)}+$$

$$+\frac{3a^2-12a+12}{(a-2)^2\,(a+2)}=\frac{4a^2+8a}{(a-2)^2\,(a+2)}=\frac{4a(a+2)}{(a-2)^2\,(a+2)}=\frac{4a}{a^2-4a+4}$$

2. $$\frac{4x-5}{15y^2+15y}\cdot\frac{3y^2+6y+3}{32x^3-50x}=\frac{4x-5}{15y(y+1)}\cdot\frac{3(y^2+2y+1)}{2x(16x^2-25)}=$$

$$=\frac{4x-5}{15y(y+1)}\cdot\frac{3(y+1)^2}{2x(4x-5)(4x+5)}=\frac{y+1}{10xy(4x+5)}$$

I. osztály (II.)

Algebrai törtek

Végezzük el a jelölt műveleteket:

1. $$\frac{2}{b-3}+\frac{5b+6}{b^2+6b+9}-\frac{4b}{b^2-9}=\frac{2}{b-3}+\frac{5b+6}{(b+3)^2}-\frac{4b}{(b-3)(b+3)}=$$

$$=\frac{2(b+3)^2+(5b+6)(b-3)-4b(b+3)}{(b-3)(b+3)^2}=\frac{2b^2+12b+18+5b^2+6b-15b}{(b-3)(b+3)^2}+$$

$$+\frac{-18-4b^2-12b}{(b-3)(b+3)^2}=\frac{3b^2-9b}{(b-3)(b+3)^2}=\frac{3b(b-3)}{(b-3)(b+3)^2}=\frac{3b}{b^2+6b+9}$$

2. $$\frac{6a^3-8a^2}{x+5}:\frac{9a^2-24a+16}{5x^2-125}=\frac{2a^2(3a-4)}{x+5}:\frac{(3a-4)^2}{5(x^2-25)}=$$

$$=\frac{2a^2(3a-4)}{x+5}\cdot\frac{5(x-5)(x+5)}{(3a-4)^2}=\frac{10a^2(x-5)}{3a-4}$$

I. osztály (I.)

Elsőfokú függvények

Az $F = \{(x,y) | \forall x \Rightarrow y = ax + 2\}$ függvényben határozd meg az a paraméter értékét, ha $(-5,4) \in F$, majd vizsgáld ki és ábrázold az így kapott függvényt!

$y = ax + 2 \qquad (-5;4) \in F$

$4 = -5a + 2$

$5a = -2$

$a = -\frac{2}{5} \qquad y = -\frac{2}{5}x + 2$

1. **Értelmezési tartomány:** A függvény értelmezett az argumentum minden racionális értékére; $x \in R$

2. **Nullahelyek:** $y = 0 \Rightarrow -\frac{2}{5}x + 2 = 0$

$$-\frac{2}{5}x = -2$$

$$x = 5 \Longrightarrow P(5;0)$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 2 \Longrightarrow Q(0;2)$$

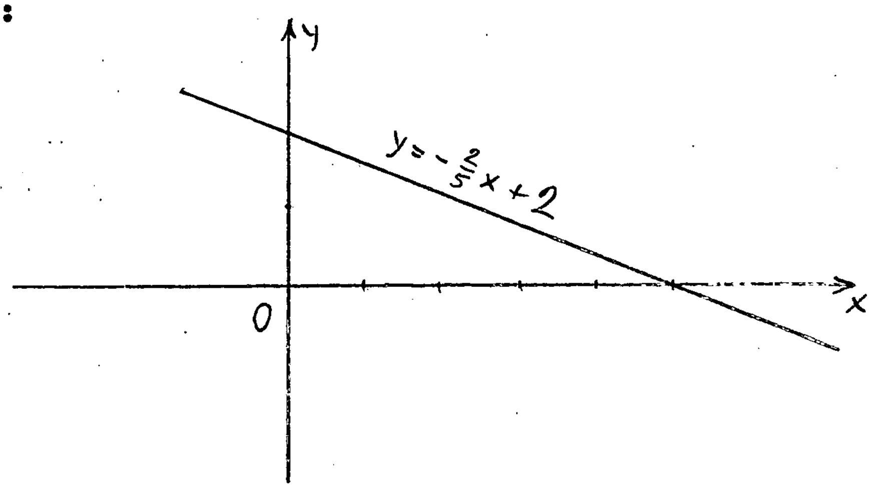
3. **Előjel:** $a = -\frac{2}{5} < 0 \Rightarrow y > 0$, ha $x < 5$

$y < 0$, ha $x > 5$

4. **Monotonitás:** $a = -\frac{2}{5} < 0 \Longrightarrow y \searrow$

5. **Ábrázolás:**

P(5;0)
Q(0;2)



Közben néhány rövidebb témában nem volt ellenőrzés. Egyrészt a témák kisebb terjedelme miatt,másrészt pedig azért, mert ezek a témák a dolgozatírást előzték meg, tehát,céltalan lett volna közvetlenül a dolgozatírás előtt még ellenőrző feladatot is kidolgoztatni.

6. A <u>szimmetria</u> témakör ugyan tovább taglalható: tengelyes,centrális és síkszimmetriára, az ellenőrzést végezni mégis együtt tartottam célszerűnek.Egy 30 perces ellenőrzést szerveztem, amit a szimmetrikus leképezések összefoglalása követett (a következő, egyben témazáró órán). A négy változatban készült feladatlapokból kettőt mutatok be kidolgozva.

7. Az <u>elsőfokú egyismeretlenes egyenletek</u> témában akkor került sor az ellenőrzésre, amikor az egyenletek megoldását és diszkutálását feldolgoztuk és begykoroltuk. Az egyenletek alkalmazására az ellenőrzés után tértünk rá.

Nyilvánvaló, hogy az ellenőrzés azt kellett megállapítsa, elsajátították-e a tanulók a szükséges szinten az egyenletek megoldását és diszkutálását. A megszabott 30 perc alatt három feladatot kellett megoldaniok.A négy változatban készült feladatlapok közül egyet bemutatok, és ugyancsak egyet megoldva mellékelek.

"I. osztály (I.)

<u>Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek</u>

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket, és amelyeknél lehet,diszkutáljuk azok megoldását:

1. $\frac{5x + 1}{2x - 3} - \frac{x - 4}{2x + 3} = \frac{8x^2 + 47}{4x^2 - 9}$

2. $m(mx - 2) = m + 5(3 + 5x)$

3. $\frac{a}{x - 2} = \frac{2}{x - a}$ "

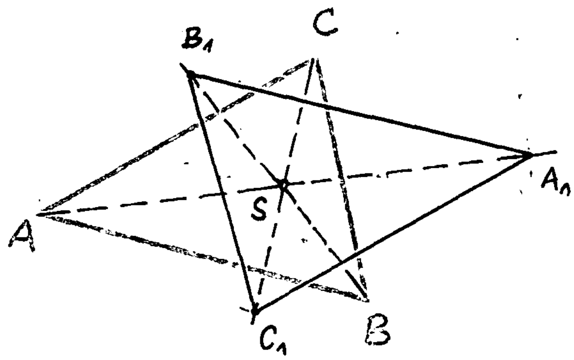
8. A <u>háromszögek</u> témaköre három témára tagolódik. Ezekben két alkalommal volt témazáró ellenőrzés.

a) A <u>háromszögek tulajdonságainak</u> feldolgozását egész órás ellenőrző feladattal zártuk. Itt a tanulók külön feladatlapokat kaptak, amelyeken csak a feladat szövege volt, a kidolgozást külön üres lapokon kellett elvégezniök. Ezekből, amelyek ugyancsak négy változatban készültek, két változatot mutatok be.

I. osztály (I.)

Szimmetria

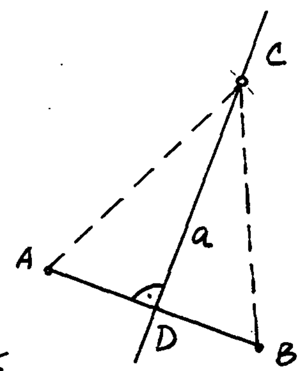
1. Az adott háromszöget képezzük le szimmetrikusan a belső tartomány egy pontjához viszonyítva !



2. Bizonyitsuk ezt a tételt:
Minden olyan pont, amely egyenlő távolságra van egy adott szakasz két végpontjától, az adott szakasz szimmetriatengelyén van.

Feltétel: $\overline{CA} = \overline{CB}$

Állítás: $C \in s$,
s az $\overline{AB}$ szimmetriatengelye



Bizonyítás:

$C \in a \wedge a \perp \overline{AB} \wedge a \cap \overline{AB} = D$

Rotáció 180°-kal a CD körül:

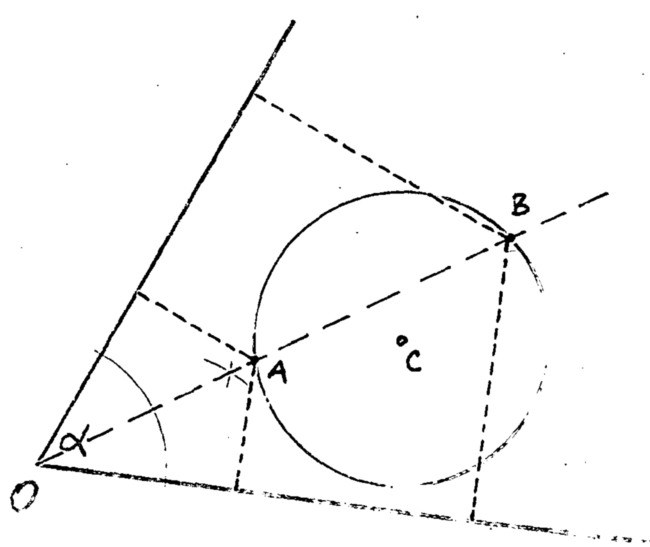
$CDA\sphericalangle = CDB\sphericalangle = 90^\circ \Longrightarrow CDA\sphericalangle \longrightarrow CDB\sphericalangle$

$\overline{CA} = \overline{CB} \Longrightarrow A \longrightarrow B \Longrightarrow \overline{AD} = \overline{DB}$

$\overline{CD} \perp \overline{AB} \wedge \overline{AD} = \overline{DB} \Longrightarrow$ **az a egyenes szimmetriatengelye $\overline{AB}$-nek, tehát, C a szimmetriatengelyen van.**

3. Rajzoljunk egy kört az adott szög belső tartományában! Szerkesszük meg a körön azt a pontot, amely egyenlő távolságra van a szög két szárától!
Hány megoldása van a feladatnak?

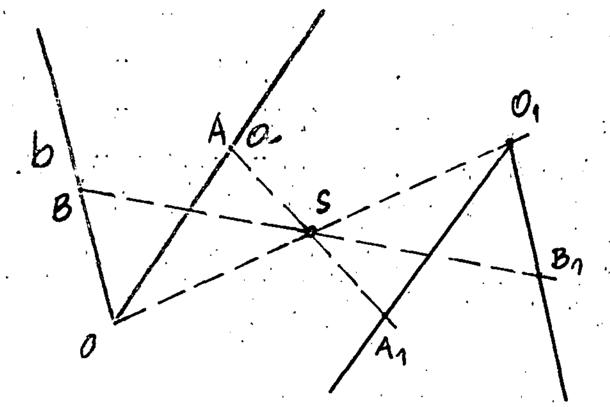
A diszkutálás a következő oldalon.



I. osztály (II)

Szimmetria

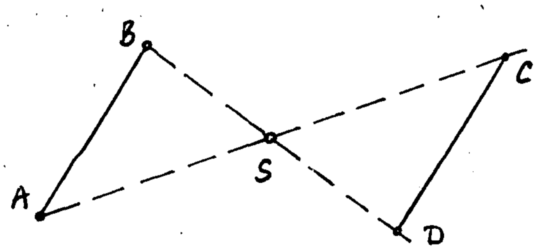
1. Az adott szöget képezzük le szimmetrikusan a külső tartomány egy pontjához viszonyítva!



2. Ha két szakasz szimmetrikus egy középponthoz viszonyítva, akkor azok párhuzamosak. Bizonyítsuk ezt a tételt!

Feltétel: $\overline{AB} \xrightarrow{(S)} \overline{CD}$

Állítás: $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$



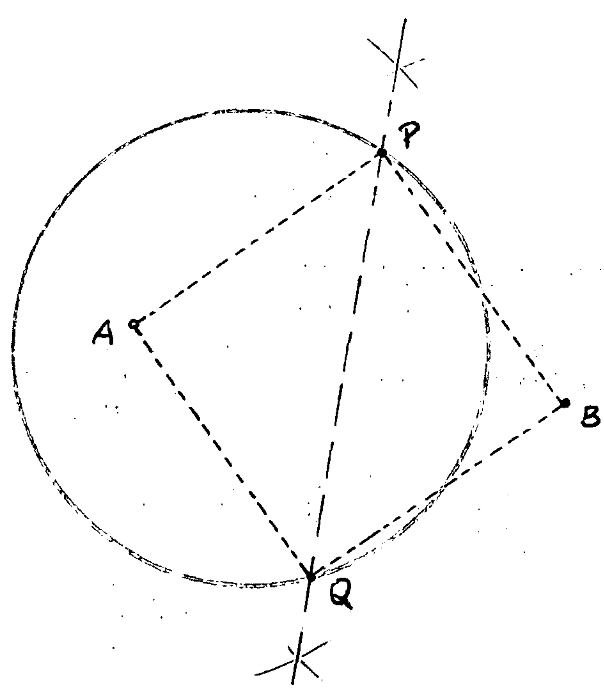
Bizonyítás:

$$\overline{AB} \xrightarrow{(S)} \overline{CD} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{CD} \\ \overline{AS} = \overline{SC} \\ \overline{BS} = \overline{SD} \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} ABS\sphericalangle = SDC\sphericalangle \\ \textbf{váltószögek} \end{array}\right\} \Rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{CD}$$

3. Vegyünk fel az adott kör belső és külső tartományában egy-egy pontot! Szerkesszük meg a körön azt a pontot, amely egyenlő távolságra van a két felvett ponttól! Hány megoldása van a feladatnak?

A diszkutálás

a következő oldalon.



I. osztály (I.)

Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket, és amelyeknél lehet, diszkutáljuk azok megoldását:

1. $\frac{5x+1}{2x-3} - \frac{x-4}{2x+3} = \frac{8x^2+47}{4x^2-9}$ $/\cdot(4x^2-9) \neq 0 \Longrightarrow 4x^2 \neq 9$

$x^2 \neq \frac{9}{4}$

$x \neq \pm\frac{3}{2}$

$(5x+1)(2x+3) - (x-4)(2x-3) =$
$= 8x^2 + 47$

$10x^2 + 2x + 15x + 3 - 2x^2 + 8x + 3x - 12 =$
$= 8x^2 + 47$

$28x = 56$ $/:28$

$x = 2$

2. $m(mx-2) = m + 5(3+5x)$

$m^2x - 2m = m + 15 + 25x$

$m^2x - 25x = 3m + 15$

$\underline{(m^2-25)x = 3(m+5)}$ $/:(m^2-25)$

1. $m^2-25 \neq 0 \Longrightarrow m^2 \neq 25$

$m \neq \pm 5$

$x = \frac{3(m+5)}{m^2-25} = \frac{3(m+5)}{(m-5)(m+5)} = \frac{3}{m-5}$

2. $m^2-25 = 0 \Longrightarrow m = \pm 5$

a) $m = 5 \Longrightarrow 0.x = 30$

az egyenlet lehetetlen

b) $m = -5 \Longrightarrow 0.x = 0$

az egyenlet határozatlan

3. $\frac{a}{x-2} = \frac{2}{x-a}$ $/\cdot(x-2)(x-a)$

$x \neq 2$

$x \neq a$

$a(x-a) = 2(x-2)$

$ax - a^2 = 2x - 4$

$ax - 2x = a^2 - 4$

$\underline{(a-2)x = a^2 - 4}$ $/:(a-2)$

1. $a-2 \neq 0 \Longrightarrow a \neq 2$

$x = \frac{a^2-4}{a-2} = \frac{(a-2)(a+2)}{a-2}$

$x = a + 2$

2. $a-2 = 0 \Longrightarrow a = 2 \Longrightarrow$

$0.x = 0$

az egyenlet határozatlan

"I. osztály (I.)

Háromszögek - I.

1. Mekkora a derékszögű háromszög két nem derékszögű külső szögének szögfelezője által bezárt szög?
2. A háromszög középvonalai.
3. Igazoljuk, hogy a háromszög bármelyik súlyvonala kisebb a háromszög kerületének felénél!
4. A háromszög bármelyik oldala kisebb a másik két oldal összegénél. Bizonyítsuk be!"

"I. osztály (II.)

Háromszögek - I.

1. Mekkora a derékszögű háromszög két hegyes szögének szögfelezője által bezárt szög?
2. Az egyenlő szárú háromszög.
3. Igazoljuk, hogy a háromszög súlypontját a csúcsokkal összekötő szakaszok összege nagyobb a háromszög kerületének felénél!
4. A háromszög nagyobb oldalával szemben nagyobb szög fekszik. Bizonyítsuk be!"

b) A háromszögek egybevágóságának és szerkesztésének ellenőrzése együtt történt. Az előbbihez hasonlóan, a négy változatban készített és kiosztott feladatlapokon lévő feladatokat külön lapokon dolgozták ki a tanulók. Ez az ellenőrzés annyiban tért el a többitől, hogy nem kellett megoldani mindegyik feladatot. Az első feladat mindenki számára kötelező volt, a másik feladat három példájából viszont csak egyet kellett megoldani. A munka ilymódon differenciálódott: Az a tanuló, aki csak legfeljebb 3-as osztályzatra "pályázott", a 2.a) feladatot kellett megoldja. Aki viszont ennél magasabb osztályzatot szeretett volna elérni, a 2.b) vagy 2.c) példa valamelyikét kellett kidolgozza. A választás mindkét értelemben a tanulóra volt bízva. A feladatok terjedelme itt is igénybe vette az egész órát. A változatok közül íme az egyik:

"I. osztály (I.)

Háromszögek - II.

1. Bizonyítsuk be, hogy az egyenlő szárú háromszög száraira szerkesztett két magassága egyenlő!
2. Szerkesszük meg az ABC háromszöget, ha adott:
   a) b, A szög és s_b ;
   b) a+b+c, B szög és m_c ;
   c) c-b, a és m_c !
   (Az a,b,c a háromszög oldalait, m a magasságát, s a súlyvonalát jelöli.)"

Mellékletként a háromszögek ellenőrző feladataiból is egy-egy változat kidolgozott példányát adom.

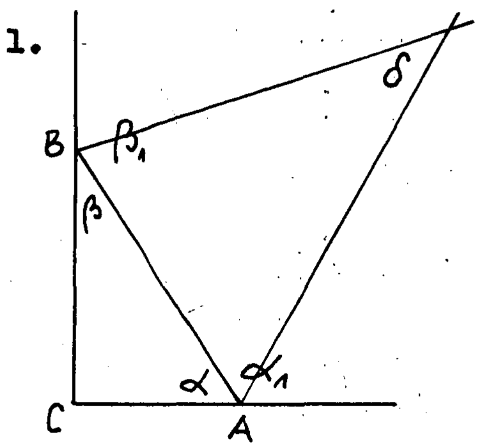
9. Az elsőfokú egyenletrendszerek témája terjedelménél fogva lehetővé tette, sőt igényelte az ellenőrzést, annak ellenére, hogy közvetlenül a dolgozatírást előzte meg. Két, témaközi, rövid 10 perces "röpdolgozatot" alkalmaztam. Egyik az egyenletrendszer megoldási módszerének ellenőrzését tartalmazta, a másik pedig az egyenletrendszer diszkutálását. Az osztály tanulói mindkét esetben csak két-két csoportot képeztek (sorok szerint). A kitűzött feladatot mindkét csoport táblára kapta meg, amit egy külön lapra kellett kidolgozniok. Az értékelés a a két feladat egyesítésével történt. A kidolgozott feladatokból mutatok be egyet-egyet.

10. Az ellenőrzés alkalmazása szemszögéből az elsőfokú egyenlőtlenségek volt az utolsó téma. A témazáró ellenőrző feladatban a tanulók két-két feladatot oldottak meg 20 perc alatt. A feladatlapok négy változatban készültek. Ezek közül két kidolgozott változatot adok mellékletként.

A tantervi új anyag feldolgozását a négyszögek témájával zártam. E téma terjedelmére nézve közepes, de mivel közvetlenül az utolsó dolgozatírás előtt került sorra, ebben a témában sem témaközi, sem témazáró ellenőrzés nem

I. osztály (I.)

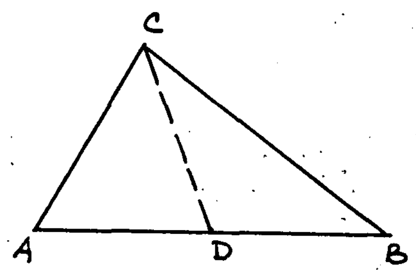
Háromszögek - I.

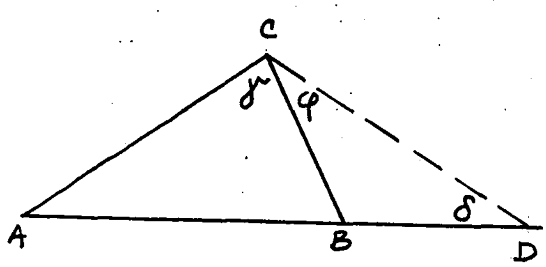
1. 

$$\delta = 180^\circ - \left(\frac{\alpha_1}{2} + \frac{\beta_1}{2}\right)$$
$$\alpha + \beta = 90^\circ$$
$$\alpha_1 + \beta_1 = 180^\circ - \alpha + 180^\circ - \beta =$$
$$= 360^\circ - (\alpha + \beta) =$$
$$= 360^\circ - 90^\circ = 270^\circ$$
$$\frac{\alpha_1}{2} + \frac{\beta_1}{2} = \frac{270^\circ}{2} = 135^\circ$$
$$\delta = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

2. **A háromszög középvonalai az oldalak felezőpontját összekötő szakaszok.**
Minden háromszögnek három középvonala van.
A középvonal párhuzamos a szemközti oldallal és egyenlő annak a felével.
A középvonalak ugyanolyan háromszöget alkotnak, mint amilyen az eredeti háromszög.

3.
$$\overline{CD} < \overline{AC} + \overline{AD}$$
$$\underline{\overline{CD} < \overline{BC} + \overline{BD}}$$
$$2.\overline{CD} < \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{BC} + \overline{CA}$$
$$\overline{CD} < \frac{\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}}{2}$$



4. 

Állítás: $\overline{AC} < \overline{AB} + \overline{BC}$

Bizonyítás:
Rotáció B körül:
$\overline{BC} \rightarrow \overline{BD} \Longrightarrow \overline{BD} = \overline{BC} \Longrightarrow$
$\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{BD} = \overline{AB} + \overline{BC}$

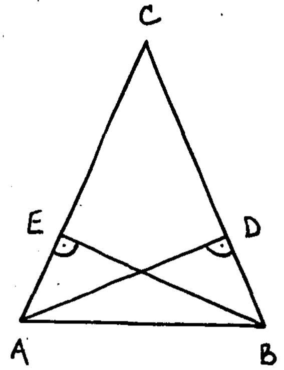
$\overline{BC} = \overline{BD} \Longrightarrow \delta = \varphi \Longrightarrow \delta < \varphi + \gamma$

Kisebb szöggel szemben kisebb oldal fekszik, ezért:
$\overline{AC} < \overline{AD} \Longrightarrow \overline{AC} < \overline{AB} + \overline{BC}$

I. osztály (I.)

Háromszögek - II.

1.



Feltétel: $\overline{AC} = \overline{BC} \wedge \overline{AD} \perp \overline{BC} \wedge \overline{BE} \perp \overline{AC}$

Állítás: $\overline{AD} = \overline{BE}$

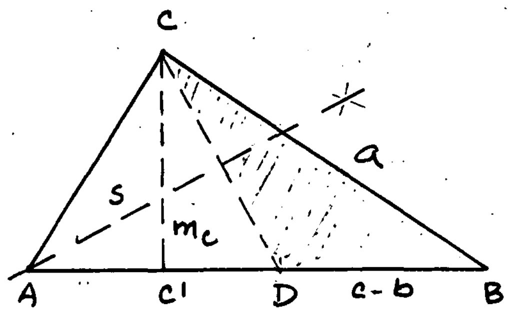
Bizonyítás:

$$\left.\begin{array}{l} ADB\sphericalangle = BEA\sphericalangle = 90^\circ \\ \overline{AC} = \overline{BC} \Rightarrow ABD\sphericalangle = BAE\sphericalangle \\ \overline{AB} \equiv \overline{AB} \end{array}\right\} \Rightarrow ABD\triangle \cong ABE\triangle$$

$$\Downarrow$$

$$\overline{AD} = \overline{BE}$$

2.c) Adott: c-b, a és m_c



Elemzés:

Rotáció A körül:

$\overline{AC} \rightarrow \overline{AD} \Rightarrow \overline{AD} = \overline{AC} \Rightarrow$

$\overline{DB} = \overline{AB} - \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{AC} = c-b$

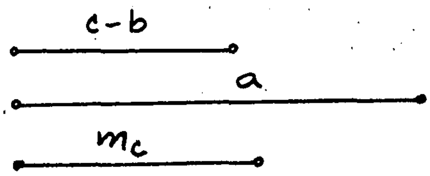
c-b, m_c, a $\Rightarrow$ DBC$\triangle$

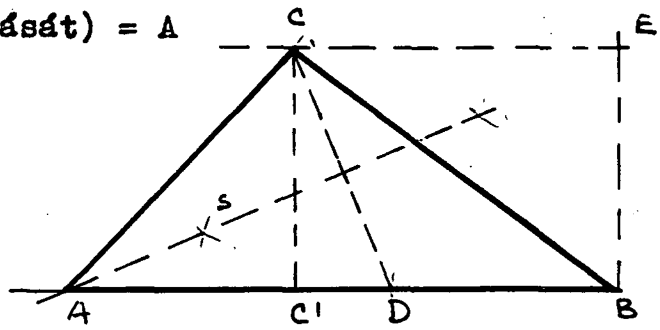
$\overline{AC} = \overline{AD} \Rightarrow A \in s,$

s az egyenlőszárú ADC$\triangle$ alapjának szimmetriatengelye

s $\cap$ BD (meghosszabbítását) = A

Szerkesztés:





Bizonyítás: $\overline{BC}$ = a (közvetlenül a szerkesztésből adódik)

s szimmetriatengelye $\overline{CD}$-nek $\wedge$ A $\in$ s $\Rightarrow \overline{AD} = \overline{AC} \Rightarrow$

$\overline{AB} - \overline{AC} = \overline{AB} - \overline{AD} = \overline{DB} = c-b$

$BC' \parallel EC \wedge CC' \parallel BE \Rightarrow \overline{CC'} = \overline{BE} = m_c$

Diszkutálás:

A feladatnak egyáltalán csak akkor lehet megoldása, ha c-b $<$ a, és ekkor:

s $\cap$ $\overline{BD}$ (D ponton túli meghosszabbítását) $\Rightarrow$ 1 megoldás

s $\parallel$ BD $\Rightarrow$ nincs megoldás (nem kapunk háromszöget)

s $\cap$ DB (B ponton túli meghosszabbítását) $\Rightarrow$ nincs megoldás

s $\cap$ $\overline{BD}$ (szakaszt) $\Rightarrow$ nincs megoldás

(a két utolsó esetben kapott háromszög nem felel meg a feltételeknek.)

I. osztály (I.)

Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer - I.

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert:

$$\frac{3-4x}{6}+\frac{7-5y}{2}=5y-18 \qquad /\cdot 6$$

$$\frac{x-7}{5}+4-\frac{2x-3y}{4}=3y \qquad /\cdot 20$$

$$3-4x+21-15y=30x-108$$
$$4x+28+80-10x+15y=60y$$

$$-34x-15y=-132$$
$$-6x-45y=-108 \qquad /:(-3)$$

$$\left.\begin{aligned}-34x-15y&=-132\\ 2x+15y&=36\end{aligned}\right\}+$$

$$-32x=-96 \qquad /:(-32)$$
$$2x+15y=36$$

$$x=3$$
$$2x+15y=36$$

$$x=3$$
$$6+15y=36$$

$$x=3$$
$$15y=30 \qquad /:15$$

$$x=3$$
$$y=2$$

Az egyenletrendszer gyöke a (3;2) rendezett pár.

I. osztály (I.)

Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer - II.

Diszkutáljuk az alábbi egyenletrendszert:

$$x - 5y = 3k$$
$$(k-3)x + 4ky = 3$$

(x és y az ismeretlenek, k pedig paraméter)

1. Az egyenletrendszer határozott, ha

$$1 : (k-3) \neq (-5) : 4k$$

vagyis, ha

$$4k \neq -5k + 15$$
$$9k \neq 15 \quad /:9$$
$$k \neq \frac{15}{9}$$
$$k \neq \frac{5}{3}$$

2. Meg kell állapítani milyen lesz az egyenletrendszer, ha

$$1 : (k-3) = (-5) : 4k$$

Ekkor

$$(-5) : 4k \neq 3k : 3$$
$$(-5) : \frac{20}{3} \neq \frac{15}{3} : 3$$
$$-15 \neq \frac{100}{3} \implies \text{az egyenletrendszer lehetetlen}$$

I. osztály (I.)

Elsőfokú egyenlőtlenségek

Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenségeket:

1. $\frac{2}{3}(4x - 9) > \frac{3x}{4} - (\frac{2}{3} - 3x)$

$\frac{8x}{3} - 6 > \frac{3x}{4} - \frac{2}{3} + 3x \quad /.12$

$32x - 72 > 9x - 8 + 36x$

$-13x > 64 \quad /:(-13)$

$x < -\frac{64}{13}$

$x < -4\frac{12}{13}$

2. $(2x - 5)(6 - 3x) < 0$

a) $2x - 5 < 0$

$\underline{6 - 3x > 0}$

$2x < 5 \quad /:2$

$\underline{-3x > -6} \quad /:(-3)$

$\left.\begin{matrix} x < \frac{5}{2} \\ \underline{x < 2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow x < 2$

b) $2x - 5 > 0$

$\underline{6 - 3x < 0}$

$\left.\begin{matrix} x > \frac{5}{2} \\ \underline{x > 2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow x > \frac{5}{2}$

$x \in (-\infty; 2) \cup (\frac{5}{2}; \infty)$

I. osztály (II.)

Elsőfokú egyenlőtlenségek

Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenségeket:

1. $4 - (\frac{5x}{3} - 2) < \frac{2}{5}(10x - 3)$

$4 - \frac{5x}{3} + 2 < 4x - \frac{6}{5} \quad /.15$

$60 - 25x + 30 < 60x - 18$

$-85x < -108 \quad /:(-85)$

$x > \frac{108}{85}$

2. $\frac{3x + 5}{8 - 2x} < 0$

a) $3x + 5 < 0$

$\underline{8 - 2x > 0}$

$3x < -5 \quad /:3$

$\underline{-2x > -8} \quad /:(-2)$

$\left.\begin{matrix} x < -\frac{5}{3} \\ \underline{x < 4} \end{matrix}\right\} \Rightarrow x < -\frac{5}{3}$

b) $3x + 5 > 0$

$\underline{8 - 2x < 0}$

$\left.\begin{matrix} x > -\frac{5}{3} \\ \underline{x > 4} \end{matrix}\right\} \Rightarrow x > 4$

$x \in (-\infty; -\frac{5}{3}) \cup (4; \infty)$

volt. A téma anyagából a dolgozatírásba iktattam be feladatot.

A feladatok kidolgozásának időtartamára vonatkozólag meg kell jegyezzem, hogy az ismertetés során feltüntetett időtartam mintegy orientációul szolgált. Ha a konkrét körülmények megkívánták, ezt az időt megtoldottuk, de csak legfeljebb 5 perccel. Ez attól függött, hogy az előre megszabott idő letelte előtt, a tanulók többsége megoldotta-e a kitűzött feladatokat. Az idő megrövidítésére sohasem került sor. A tanulók előre tudták, mennyi idő alatt kell megoldaniok a feladatokat. Úgyszintén, arról is idejében értesültek, hogy mikor és melyik anyagrészből lesz ellenőrzés. Mindez, természetesen, azért volt szükséges, hogy megfelelően motiválja a tanulókat.

Írásbeli dolgozatok.

Már korábban említettem, hogy a tantervben előírt négy (félévenkénti két) írásbeli dolgozatot megírták mind a kísérleti, mind a kontroll-osztály tanulói. E tekintetben nem lévén eltérés a csoportok munkájában, a kísérlet lobonyolításában különösebb szerepe nem volt a dolgozatírásnak. Ezért nem tartom szükségesnek a dolgozatok kérdésével foglalkozni.

3. A kísérlet befejezése

A munka befejezése a tanév végén.

A tantervi anyag utolsó témájának feldolgozását (a négyszögek) a negyedik és egyben utolsó írásbeli dolgozat követte. A tanév végéig még mintegy három hét állt rendelkezésre. Ezt az időt, ahogyan terveztem is, ismétléssel töltöttem el. A kísérleti munka befejező fázisa, a befejező tudásszintmérés is erre az időszakra esik. Tulajdonképpen beleszövődött az ismétlésbe.

Először külön az algebra anyagát ismételtük át. Ezzel 6 órát töltöttünk mind a kísérleti osztályokban, mind a kontroll-osztályban. Ey relatíve rövid ismétléssel csak a fontosabb, kulcsjellegű anyagrészeket lehetett átismételni. Ennek a munkának inkább gyakorlási jellege volt, inkább csak feladatokat, típusfeladatokat oldottunk meg. Az elméleti részt csak annyira érintettük, amennyi feltétlenül szükséges volt a feladatok megoldásának alátámasztásához. Az algebra anyagának ismétlése a tudásszintméréssel zárult.

A geometria anyagának ismétlésére ugyancsak 6 óra jutott. Itt nem annyira a feladatmegoldás dominált, inkább az elméleti anyagra, a geometriai alakzatok tulajdonságainak és összefüggéseinek rendszerezésére jutott a hangsúly. Ez összhangban van a geometriai tananyag felépítésével. A beiktatott feladatok is inkább csak az elmélet illusztrálását szolgálták. A geometriai tananyag ismétlése is tudásszintméréssel zárult.

Ezt az ismétlést, bizonyos mértékig, a tudásszintméréshez programozott munkának tekinthetjük. Természetesen, az ismétlés jóval szélesebb területet ölelt fel, több részletet és alkalmazást tartalmazott, mint a már készenlétben álló mérőlapok.

A tanulók idejében értesültek arról, hogy tudásszintmérés lesz, vagy, ahogyan ők tudták: "Ellenőrző feladatokat kell kidolgozniok". Azt is tudták, hogy algebrából és geometriából külön tartunk egy-egy egész órás ellenőrzést. Az ismétlés kezdetén az ellenőrzésre szánt napokat és órákat is, valamint ezekkel együtt az osztályok sorrendjét is meghatároztuk. Így, az év kezdeti tudásszintméréshez hasonlóan, most is egy kisebb fajta verseny alakult ki az osztályok között, hogy melyik osztály lesz a "legjobb".

Az ismétlést illetően nem volt különbség a kísérleti osztályok és kontrollcsoport között. Ugyanazzal a szervezéssel, azonos anyagon keresztül történt az ismétlés.

A második mérés után még két-három matematika óra volt az egyes osztályokban. A két tudásszintmérés eredményéről a tanulók csak akkor szereztek tudomást, amikor már megvoltak az összesített eredmények. Nem tartottam, ugyanis, célszerűnek az első mérés eredményét külön közölni, nehogy a gyenge eredmény letörje, kedvét vegye az egyes tanulóknak és az egész osztálynak.

A befejező tudásszintmérés.

A két tudásszintmérés egy-egy egész órán bonyolódott le.

Az algebra anyagát tartalmazó mérőlapon 8 feladat volt. Ezek az algebrai műveleteket, az elsőfokú függvényeket, egyenleteket, egyenletrendszereket és egyenlőtlenségeket ölelték fel. Tartalmazták, tehát, az egész évi tananyag fontosabb részeit.

A geometriai mérőlap ugyancsak a geometriai anyag metszetét képezte. A 10 feladatban jelen volt a térelemek egymáshoz való viszonyára, a szögekre, a vektorokra, a szimmetrikus leképezésekre, a háromszögekre és négyszögekre vonatkozó ismeretek ellenőrzése. A háromszögekre legtöbb feladat jutott – a tantervbeni helyüknek és szerepüknek megfelelően.

A mérőlapok sokszorosítással készültek a szükséges példányszámban. A kidolgozás is magukon a lapokon történt, minden feladatnál megvolt az ehhez szükséges hely. E lapok egy-egy példányának bemutatása, a hozzájuk tartozó javítókulccsal együtt, mellékletként következik.

TUDÁSSZINTMÉRŐ FELADATOK
MATEMATIKÁBÓL
a gimn. I. osztályában
az 1972/73. tanév végén

A tanuló neve: ____________

Osztály: ____

A l g e b r a

1. Mennyivel kisebb az $\frac{a-3}{a+3}$ az $\frac{a+3}{a-3}$ - nál?

2. Hányszorosa a $\frac{k^2-10k+25}{2k+3}$ kifejezés a $\frac{k^2-25}{4k+6}$ kifejezésnek?

3. Végezd el a jelölt műveleteket:
   A/ $(a^{1-3k})^{-2} : (-a^{2k-1})^3$
   B/ $(\sqrt[4]{m^3} - m^{5/6}) \cdot \sqrt[3]{m^5}$

4. Adott az $F = \left\{(x,y) \mid y = -\frac{3}{4}x + 2,\ x \in R\right\}$ függvény. Határozd meg:
   Növekvő vagy csökkenő a függvény? ____________
   Mi ennek a függvénynek a grafikonja? ____________
   Milyen szöget alkot a grafikon az
   Ox tengely pozitív irányításával? ____________
   Ha $x = -2 \Rightarrow y = ?$
   Hol van a függvény nullahelye?

5. Oldd meg és diszkutáld az alábbi egyenletet, amelyben x az ismeretlen:
   $$a(x-2) = 7(3+x) - 5a$$

6. Az m paraméter mely értékére lesz lehetetlen a következő egyenletrendszer:
   $$2mx + 8y = m + 2$$
   $$4x + my = 3$$

7. Határozd meg az x változó értékét, ha a $2x - 1$ és $3x - 6$ kifejezések hányadosa kisebb 2-nél!

- . - o - . -

TUDÁSSZINTMÉRŐ FELADATOK
MATEMATIKÁBÓL

a gimn. I. osztályában
az 1972/73. tanév végén

G e o m e t r i a

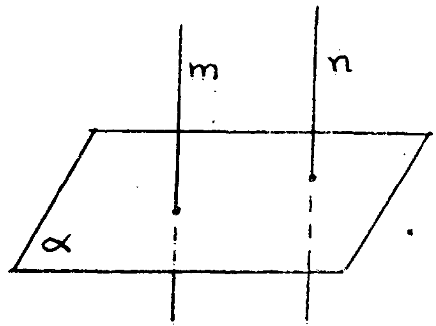
A tanuló neve: ____________

Osztály: ____

---

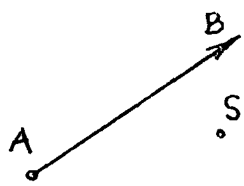
1. Milyen összefüggésben állnak egymással a párhuzamos szárú szögek (nagyságukat illetően)?

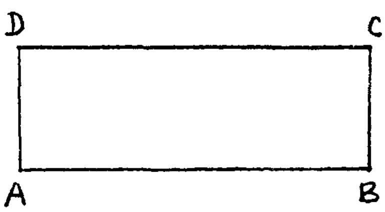
2. Az m és n egyenes merőleges ugyanarra az α síkra. Milyen e két egyenes kölcsönös helyzete?
Felelet: ____________
Bizonyítsd be!



3. Definiáld a szakasz szimmetriatengelyét (mértani helyként is)!

4. Szerkeszd meg az $\overrightarrow{AB}$ szimmetrikus képét az S ponthoz viszonyítva!
Milyen vektort kaptál?



5. 

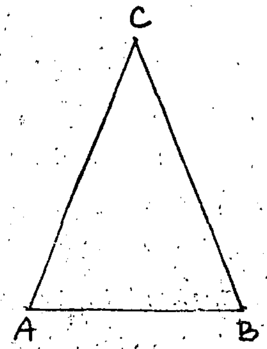
Hány szimmetriatengelye van az ABCD téglalapnak?
Felelet: ____
Rajzold azokat meg!

6. Igazold, hogy a háromszög bármelyik súlyvonala (csak egy) kisebb a kerület felénél!

Rajz:

7. Milyen az a háromszög, amelynél a szögek nagysága rendre: $\alpha, 9\alpha, 8\alpha$?
Kidolgozás:

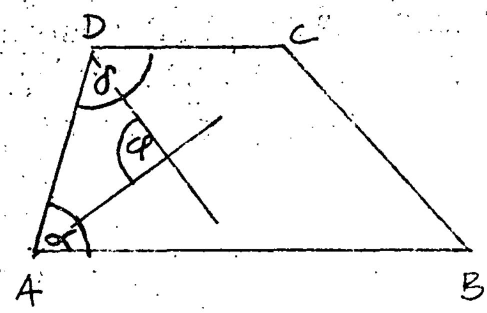
Felelet: A tekintett háromszög ____________.



8. Bizonyítsd, hogy az egyenlő szárú háromszög száraira szerkesztett két magassága egyenlő egymással!

9. Sorold fel a rombusz átlónak tulajdonságait (legalább hármat)!

10. Mekkora az a φ szög, amelyet az ABCD trapéz α és δ szögének a szimmetriatengelye alkot?



- . - o - . -

JAVÍTÓKULCS
a tanév végén alkalmazott feladatlaphoz
a gimn. I. osztályában

A l g e b r a

1. a) A feladat helyes értelmezése, vagyis a helyes különbség felírása:

$$\frac{a+3}{a-3} - \frac{a-3}{a+3}$$

b) A közös nevező meghatározása:

$$(a-3)(a+3) = a^2 - 9$$

A közös nevezőre hozás egyes lépései:

c) $(a^2 - 9):(a - 3) = a + 3 \Rightarrow$

$(a + 3)(a + 3) = (a + 3)^2$

d) $(a^2 - 9):(a + 3) = a - 3 \Rightarrow$

$(a - 3)(a - 3) = (a - 3)^2$

e) $(a \pm 3)^2 = a^2 \pm 6a + 9$

f) A zárójel felbontása:

$$-(a^2 - 6a + 9) = -a^2 + 6a - 9$$

g) Az összevonás pontos elvégzése:

$$a^2 + 6a + 9 - a^2 + 6a - 9 = 12a$$

2. a) A feladat helyes értelmezése, vagyis a helyes hányados felírása:

$$\frac{k^2 - 10k + 25}{2k + 3} : \frac{k^2 - 25}{4k + 6}$$

A tényezőkre bontások:

b) $k^2 - 10k + 25 = (k - 5)^2$

c) $k^2 - 25 = (k - 5)(k + 5)$

d) $4k + 6 = 2(2k + 3)$

e) A törtek osztása szabályának alkalmazása:

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C}$$

Egyszerűsítések:

f) a $(k - 5)$ tényezővel,

g) a $(2k + 3)$ tényzővel.

Az egyszerűsítés feltételeinek felírása:

h) $k - 5 \neq 0 \Rightarrow k \neq 5$

i) $2k + 3 \neq 0 \Rightarrow k \neq -\frac{3}{2}$

3. A/ A hatványok hatványozása:

a) $(a^{1-3k})^{-2} = a^{-2+6k}$

b) $(a^{2k-1})^3 = a^{6k-3}$

c) A hatvány előjelének pontos megállapítása:

$(-a^{2k-1})^3 = -a^{6k-3}$

d) A hatványok osztása szabályának alkalmazása a kitevők kivonására:

$-2 + 6k - (6k - 3) = 1$

e) A hányados előjelének pontossága:

$a^{-2+6k} : (-a^{6k-3}) = - a$

B/ a) A tört kitevőjü hatvány értelmezése:

$m^{5/6} = \sqrt[6]{m^5}$

A gyökök bővítése:

b) $\sqrt[4]{m^3} = \sqrt[12]{m^9}$

c) $\sqrt[6]{m^5} = \sqrt[12]{m^{10}}$

d) $\sqrt[3]{m^5} = \sqrt[12]{m^{20}}$

A gyökök szorzása:

e) $\sqrt[12]{m^9} \cdot \sqrt[12]{m^{20}} = \sqrt[12]{m^{29}}$

f) $\sqrt[12]{m^{10}} \cdot \sqrt[12]{m^{20}} = \sqrt[12]{m^{30}}$

g) A gyök egyszerüsítése:

$\sqrt[12]{m^{30}} = \sqrt{m^5}$

A tényezők gyök elé hozása:

h) $\sqrt[12]{m^{29}} = m^2 \sqrt[12]{m^5}$

i) $\sqrt{m^5} = m^2 \sqrt{m}$

4. a) csökkenő

b) egy egyenes

c) tompa szöget

d) Az y értékének kiszámítása:

$y = - \frac{3}{4}(-2) + 2 = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}$

e) A függvény nullahelyének felírása:

$y = 0$, ha $- \frac{3}{4} x + 2 = 0$

f) A nullahely kiszámítása:

$x = \frac{8}{3}$

5. a) A műveletek elvégzése:

$$ax - 2a = 21 + 7x - 5a$$

b) Az egyenlet rendezése:

$$ax - 7x = 21 - 5a + 2a$$

c) Az összevonás elvégzése – a közös tényező kiemelése:

$$(a - 7)x = 21 - 3a$$

d) Az egyenlet határozottságának feltétele:

$$a - 7 \neq 0 \Rightarrow a \neq 7$$

e) Az x ismeretlen kifejezése:

$$x = \frac{21 - 3a}{a - 7}$$

f) A számláló tényezőkre bontása:

$$21 - 3a = 3(7 - a) = -3(a - 7)$$

g) Az egyenlet gyöke értékének meghatározása – a tört egyszerűsítése:

$$x = -3$$

h) A további feltétel meghatározása:

$$a - 7 = 0 \Rightarrow a = 7$$

i) Ennek az értéknek a behelyettesítése:

$$0.x = 0$$

j) Következtetés:
Ha $a = 7$, akkor az egyenlet határozatlan.

6. a) Annak a feltételnek a felírása, amely mellett az egyenletrendszer lehetetlen:

$$2m : 4 = 8 : m \neq (m + 2) : 3$$

b) A feltétel első részének felhasználása:

$$2m : 4 = 8 : m$$

c) Az aránypár tulajdonságának alkalmazása:

$$2m^2 = 32$$

d) Az m értékének meghatározása ebből

$$m^2 = 16$$

$$m = \pm 4$$

e) A feltétel másik részének felhasználása:

$$2m : 4 \neq (m + 2) : 3$$

f) Az összefüggés tulajdonságának alkalmazása:

$$6m \neq 4m + 8$$

g) Az m értékének meghatározása ebből:

$2m \neq 8$

$m \neq 4$

h) Következtetés (a kapott feltételekből):

$(m = \pm 4) \wedge (m \neq 4) \Rightarrow m = -4$

7. a) A feladat helyes értelmezése, vagyis a helyes egyenlőtlenség felírása:

$$\frac{2x - 1}{3x - 6} < 2$$

b) Az egyenlőtlenség 0-ra való redukálása:

$$\frac{2x - 1}{3x - 6} - 2 < 0$$

c) A közös nevezőre hozás helyessége:

$$\frac{2x - 1 - 6x + 12}{3x - 6} < 0$$

d) Az összevonás pontossága:

$$\frac{-4x + 11}{3x - 6} < 0$$

e) A hányados negatív voltának egyik lehetősége:

$-4x + 11 < 0$

$3x - 6 > 0$

f) Ez egyenlőtlenségek megoldása:

$x > \frac{11}{4}$

$x > 2$

g) Követekeztetés - az egyenlőtlenség rendszer gyökének (megoldásának) megállapítása:

$x > \frac{11}{4}$

h) A hányados negatív voltának másik lehetősége:

$-4x + 11 > 0$

$3x - 6 < 0$

i) Ez egyenlőtlenségek megoldása:

$x < \frac{11}{4}$

$x < 2$

j) Következtetés - az egyenlőtleség rendszer gyökének (megoldásának) megállapítása:

$x < 2$

k) Végső következtetés:

$$x > \frac{11}{4} \vee x < 2 \Rightarrow x \in (-\infty, 2) \cup (\frac{11}{4}, \infty)$$

- o - . - o -

JAVÍTÓKULCS

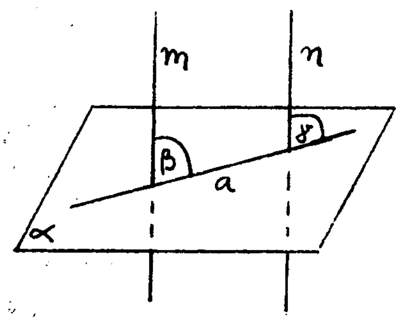
a tanév végén alkalmazott feladatlaphoz
a gimn. I. osztályában

Geometria

1. A párhuzamos szárú szögek:
   a) egyenlők egymással, ha mindkét pár száruk azonos irányítású;
   b) egyenlők egymással, ha mindkét pár száruk ellentett irányítású;
   c) kiegészítő szögek, ha egyik pár száruk azonos, a másik pár pedig ellentett irányítású.

2. a) párhuzamos

   Bizonyítás:



   b) $\left.\begin{array}{l} m \perp \alpha \Rightarrow m \perp a \Rightarrow \beta = 90^\circ \\ n \perp \alpha \Rightarrow n \perp a \Rightarrow \gamma = 90^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow$

   c) $\left.\begin{array}{l} \beta = \gamma = 90^\circ \\ \text{a } \beta \text{ és } \gamma \text{ megfelelő szögek} \end{array}\right\} \Rightarrow$

   d) (see above)

   e) $m \parallel n$

3. A szakasz szimmetriatengelye az az egyenes, amely
   a) felezi a szakaszt
   b) és merőleges a szakaszra.

   A szakasz szimmetriatengelye mértani helye mindazoknak a
   c) síkbeli pontoknak,
   d) amelyek egyenlő távolságra vannak a szakasz két végpontjától.

4. a) A szerkesztés.

   A kapott vektor az $\overrightarrow{AB}$-ral
   b) párhuzamos,
   c) de ellentett irányítású.

5. a) 2
   b) A szimmetriatengelyek megrajzolása.

6. a) Rajz készítés.
   b) A háromszög oldalai közötti összefüggés alkalmazása:

$$\overline{AD} < \overline{AB} + \overline{BD}$$
$$\overline{AD} < \overline{AC} + \overline{CD}$$

   c) Az egyenlőtlenségek összeadása, majd a kapott egyenlőtlenség 2-vel való osztása:

$$2.\overline{AD} < \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} \quad /: 2$$

$$\overline{AD} < \frac{\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}}{2}$$

7. a) A háromszög szögei összegének alkalmazása:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$
$$\alpha + 9\alpha + 8\alpha = 180^\circ$$

   b) Az α szög nagyságának kiszámítása:

$$18\alpha = 180^\circ \quad /: 18$$
$$\alpha = 10^\circ$$

   c) A másik két szög nagyságának kiszámítása:

$$\beta = 9.10^\circ = 90^\circ$$
$$\gamma = 8.10^\circ = 80^\circ$$

   d) Következtetés:
   A tekintett háromszög derékszögű.

8. a) A két magasság berajzolása.
   b) Annak felhasználása, hogy a magasság merőleges a megfelelő oldalra:

$$\overline{AA'} \perp \overline{BC} \Rightarrow A'\sphericalangle = 90^\circ$$
$$\overline{BB'} \perp \overline{AC} \Rightarrow B'\sphericalangle = 90^\circ$$

   c) A két háromszög egybevágóságának igazolása:

$$\left.\begin{array}{l} A'\sphericalangle = B'\sphericalangle = 90^\circ \\ \overline{AB} \equiv \overline{AB} \\ \overline{AC} = \overline{BC} \Rightarrow \alpha = \beta \end{array}\right\} \Rightarrow ABA'\triangle \cong ABB'\triangle$$

   d) Az egybevágóság alapján való következtetés:

$$\overline{AA'} = \overline{BB'}$$

9. A rombusz átlói:
   a) kölcsönösen felezik egymást,
   b) merőlegesek egymásra,
   c) különböző nagyságúak, vagy szimmetriatengelyek.

1o. a) A háromszög szögei összegének alapján:

$$\varphi + \frac{\alpha}{2} + \frac{\delta}{2} = 180^\circ$$

$$\varphi = 180^\circ - \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\delta}{2}\right)$$

b) A trapéz tulajdonságának alkalmazása:

$$\alpha + \delta = 180^\circ$$

c) Ebből:

$$\frac{\alpha}{2} + \frac{\delta}{2} = 90^\circ$$

d) Ez utóbbi összefüggés alkalmazása:

$$\varphi = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

\- o - . - o -

A feladatok alternatív elemei empirikus súlyának kiszámítását a mérések után végeztem el. Ehhez kapcsoltam az alternatív elemek fontossági pontjának kiszámítását, ami korábban elkészült. Következett a feladatok alternatív elemeinek súlyozása. Ennek eljárása azonos a kiindulási tudásszintmérés feladatainak súlyozásánál alkalmazott eljárással. Mind az algebrai, mind a geometriai feladatok súlyozásánál a százalékpontokat lehetett egész pontokra kerekíteni.

A kiindulási tudásszintméréshez hasonlóan, itt is figyelmen kívül hagytam néhány feladat bizonyos alternatív elemét. Ez annak a kockázatnak negatív megnyilvánulása, amelyet a mérőlapok előzetes kipróbálása és a feladatok ilymódon való szelektálása hiányában vállalnom kellett. Ez elemek figyelmen kívül hagyása itt is a torzító hatás kiküszöbölésének céljával történt. Az elhagyott elemek az alábbiak voltak:

a) A 2. algebrai feladat h) és i) eleme. Ezeket 0+5+1 = 6 illetve 1+3+1 = 5 tanuló oldotta meg jól(azaz írta fel a kidolgozás végén - mert az egyszerűsítés feltételeinek felírásáról van szó). Ezekre az elemekre ugyancsak érvényes, amit az első tudásszintmérésnél fejtettem ki.

b) A 3.B algebrai feladat g), h) és i) eleme, amelyeket 8+7+5 = 20, 10+4+9= 23, 10+4+9= 23 tanuló végzett el. Arról van szó, ugyanis, hogy a feladat eredményét szokás minél egyszerűbb alakra hozni, de a feladat megoldása e három utolsó elem nélkül is befejezettnek tekinthető.

c) A 2. geometriai feladatban a tétel bizonyítása túl nehéznek bizonyult a tanulók számára. A b), c), d) és e) alternatív elem csak a következő számú tanulónál fogadható el: 12+17+11= 40, 3+5+6= 14, 0+4+5= 9, 7+5+6= 18. Annak ellenére, hogy a b) elemet a tanulók 45 %-a felírta, mégis célszerűnek tartottam az egész bizonyítást kihagyni az értékelésből.

d) A 3. geometriai feladat c) elemében azt kellett volna felírni, hogy síkbeli pontokról van szó. Ezt, azonban, csak 1+2+1=4 tanuló tette meg. A jelenséget nem a feladat nehézségi fokával lehet magyarázni, hanem azzal, hogy a geometriai tananyag mintegy 90 %-a a síkbeli alakzatok ~~konstrukciós~~ összefüggéseire vonatkozik. Ez kétségtelenül hozzájárult, hogy a tanulókban az a téves elképzelés alakult ki, hogy egyáltalán nem szükséges kihangsúlyozni, hogy síkbeli elmeket kell tekintenünk.

A felsorolt esetekben feltüntetett tanulók számából kitűnik, hogy ez elemek figyelembe vétele nem igen változtatott volna az osztályok rangsorolásán.Ugyanakkor,torzító hatásuk ferde képet adott volna a tanulók tényleges felkészültségéről, de főleg a többi értékelhető elem tényleges értékéről.

A feladatok alterhatív elemeinek súlyozása részletes áttekintéssel - mindkét mérőlaphoz - mellékeletként következik.

Az osztályok eredményének megállapítása.

A feladatok súlyozását a tanulók egyénenkénti eredményének és az egyes osztályok átlagának a kiszámítása követte.Mivel az algebrai és geometriai feladatok súlyozása külön-külön történt(két egymástól független mérés volt), az eredmények kiszámítása is így esett meg. Befejezésül, azonban, a két mérés eredményét összesíteni kellett.

Az algebrai tudásszint az I.e osztályban (egyik kísérleti osztály) érte el a legmagasabb szintet, 74,78 %. Legalacsonyabb szintet mutat az I.d osztály (a kontrollcsoport), eredménye 61,03 %.

A geometriában némileg másképp alakult a ranglista.A legjobb lett az I.c (kísérleti) osztály, 70 %-kal. Leggyengébb viszont, 62,63 %-kal, az I.e osztály lett, amelyik osztály algebrában a legjobb eredményt érte el.

A két rész eredményeinek egyesítése után az osztályok rangsora a következő:Első helyezett az I.c osztály, eredménye 70 %. Érdemes megemlíteni, hogy ez a kísérleti osztály nagyon kiegyensúlyozott,ugyanazt az eredményt érte el mindkét felmérésben.Második helyre került az I.e,ugyancsak kísérleti osztály, átlagos 68,70 % eredménnyel. Leggyengébb, habár még mindig jó eredményt az I.d, a kontroll-osztály ért el. Itt az átlag 64,45 % volt.

A tanévvégi tudásszintmérések táblázatos áttekintése szintén mellékletként következik.

Tudásszintmérés a tanév végén - a l g e b r a

A FELADATOK ALTERNATÍV ELEMEI EMPIRIKUS SÚLYÁNAK KISZÁMÍTÁSA

A kiszámítás módja:

a/ az $/n_{eI1}+n_{eI2}+n_{eI3}/:n_a = n_{eI}:n_e$ határozza meg, hogy a mérésben résztvevő tanulók milyen arányban tudják jól megoldani az egyes alternatív elemeket, ami százalékban is ki van fejezve;

b/ az empirikus súlyt az $E_p = 1 : \frac{n_{eI}}{n_e}$ képlet adja.

1.	a.	/23+31+25/:88 = 79:88 = 0,90	90 %	E_p = 1,11
	b.	/20+25+25/:88 = 70:88 = 0,79	79 %	1,27
	c.	/24+26+22/:88 = 72:88 = 0,82	82 %	1,22
	d.	/24+24+ 22/:88 =70:88 = 0,79	79 %	1,27
	e.	/23+16+21/:88 = 60:88 = 0,68	68 %	1,47
	f.	/15+14+18/:88 = 47:88 = 0,54	54 %	1,87
	g.	/19+14+21/:88 = 54:88 = 0,61	61 %	1,64
2.	a.	/17+23+21/:88 = 61:88 = 0,69	69 %	1,45
	b.	/22+22+22/:88 = 66:88 = 0,75	75 %	1,33
	c.	/23+27+21/:88 = 71:88 = 0,81	81 %	1,23
	d.	/19+18+18/:88 = 55:88 = 0,62	62 %	1,61
	e.	/23+31+25/:88 = 79:88 = 0,90	90 %	1,11
	f/	/21+24+20/:88 = 65:88 = 0,74	74 %	1,35
	g.	/19+17+17/:88 = 53:88 = 0,60	60 %	1,67
	h.	/ 0+ 5+ 1/:88 = 6:88 = 0,07	7 %	14,67
	i.	/ 1+ 3+ 1/:88 = 5:88 = 0,06	6 %	17,40
3. A/	a.	/24+25+23/:88 = 72:88 = 0,82	82 %	1,22
	b.	/24+30+24/:88 = 78:88 = 0,89	89 %	1,12
	c.	/26+31+26/:88 = 83:88 = 0,94	94 %	1,06
	d.	/18+19+19/:88 = 56:88 = 0,64	64 %	1,56
	e.	/25+22+20/:88 = 67:88 = 0,76	76 %	1,32
B/	a.	/27+28+25/:88 = 80:88 = 0,91	91 %	1,10
	b.	/23+25+22/:88 = 70:88 = 0,79	79 %	1,27
	c.	/23+25+23/:88 = 71:88 = 0,81	81 %	1,23
	d.	/22+25+21/:88 = 68:88 = 0,77	77 %	1,30
	e.	/19+15+16/:88 = 50:88 = 0,57	57 %	1,76
	f.	/19+15+16/:88 = 50:88 = 0,57	57 %	1,76

	g.	/ 8+ 7+ 5/:88 = 20:88 = 0,23	23 %	E_p = 4,40
	h.	/10+ 4+ 9/:88 = 23:88 = 0,26	26 %	3,83
	i.	/10+ 4+ 9/:88 = 23:88 = 0,26	26 %	3,83
4.	a.	/27+23+19/:88 = 69:88 = 0,78	78 %	1,28
	b.	/22+24+20/:88 = 66:88 = 0,75	75 %	1,33
	c.	/21+18+14/:88 = 53:88 = 0,60	60 %	1,67
	d.	/15+25+12/:88 = 49:88 = 0,56	56 %	1,79
	e.	/22+24+16/:88 = 62:88 = 0,70	70 %	1,43
	f.	/18+16+15/:88 = 49:88 = 0,56	56 %	1,79
5.	a.	/23+33+23/:88 = 79:88 = 0,90	90 %	1,11
	b.	/23+30+25/:88 = 78:88 = 0,89	89 %	1,12
	c.	/25+31+27/:88 = 83:88 = 0,94	94 %	1,06
	d.	/23+29+25/:88 = 77:88 = 0,88	88 %	1,14
	e.	/24+30+27/:88 = 81:88 = 0,92	92 %	1,08
	f.	/15+13+13/:88 = 41:88 = 0,47	47 %	2,15
	g.	/11+13+14/:88 = 38:88 = 0,43	43 %	2,32
	h.	/23+26+24/:88 = 73:88 = 0,83	83 %	1,20
	i.	/20+24+22/:88 = 66:88 = 0,75	75 %	1,33
	j.	/21+20+22/:88 = 63:88 = 0,72	72 %	1,48
6.	a.	/18+22+22/:88 = 62:88 = 0,70	70 %	1,43
	b.	/19+23+24/:88 = 66:88 = 0,75	75 %	1,33
	c.	/21+24+24/:88 = 69:88 = 0,78	78 %	1,28
	d.	/17+18+21/:88 = 56:88 = 0,64	64 %	1,56
	e.	/16+17+20/:88 = 53:88 = 0,60	60 %	1,67
	f.	/21+13+23/:88 = 57:88 = 0,65	65 %	1,54
	g.	/19+14+18/:88 = 51:88 = 0,58	58 %	1,72
	h.	/16+10+18/:88 = 44:88 = 0,50	50 %	2,00
7.	a.	/25+32+26/:88 = 83:88 = 0,94	94 %	1,06
	b.	/21+26+25/:88 = 72:88 = 0,82	82 %	1,22
	c.	/19+21+22/:88 = 62:88 = 0,70	70 %	1,43
	d.	/19+21+24/:88 = 64:88 = 0,73	73 %	1,37
	e.	/18+20+22/:88 = 60:88 = 0,68	68 %	1,47
	f.	/18+13+19/:88 = 50:88 = 0,57	57 %	1,76
	g.	/17+16+17/:88 = 50:88 = 0,57	57 %	1,76
	h.	/18+20+22/:88 = 60:88 = 0,68	68 %	1,47
	i.	/17+12+19/:88 = 48:88 = 0,55	55 %	1,83
	j.	/17+14+17/:88 = 48:88 = 0,55	55 %	1,83
	k.	/13+ 8+11/:88 = 32:88 = 0,36	36 %	2,69

Tudásszintmérés a tanév végén - g e o m e t r i a

A FELADATOK ALTERNATÍV ELEMEI EMPIRIKUS SÚLYÁNAK KISZÁMÍTÁSA

A kiszámítás módja:

a/ az $/n_{eI1}+n_{eI2}+n_{eI3}/:n_e = n_{eI}:n_e$ határozza meg, hogy a mérésben résztvevő tanulók milyen arányban tudják jól megoldani az egyes alternatív elemeket, ami százalékban is ki van fejezve;

b/ az empirikus súlyt az

$$E_p = 1 : \frac{n_{eI}}{n_e}$$

képlet adja.

1.	a.	/19+19+10/:88 = 48:88 = 0,55	55 %	E_p = 1,83
	b.	/16+15+ 9/:88 = 40:88 = 0,45	45 %	2,20
	c.	/11+13+ 8/:88 = 32:88 = 0,36	36 %	2,69
2.	a.	/26+23+27/:88 = 76:88 = 0,86	86 %	1,16
	b.	/12+17+11/:88 = 40:88 = 0,45	45 %	2,20
	c.	/ 3+ 5+ 6/:88 = 14:88 = 0,16	16 %	6,29
	d.	/ 0+ 4+ 5/:88 = 9:88 = 0,10	10 %	9,67
	e.	/ 7+ 5+ 6/:88 = 18:88 = 0,20	20 %	4,89
3.	a.	/24+19+22/:88 = 65:88 = 0,74	74 %	1,35
	b.	/11+20+14/:88 = 45:88 = 0,51	51 %	1,95
	c.	/ 1+ 2+ 1/:88 = 4:88 = 0,05	5 %	22,00
	d.	/18+27+22/:88 = 67:88 = 0,76	76 %	1,32
4.	a.	/25+29+22/:88 = 76:88 = 0,86	86 %	1,16
	b.	/23+26+17/:88 = 66:88 = 0,75	75 %	1,33
	c.	/28+31+24/:88 = 83:88 = 0,94	94 %	1,06
5.	a.	/24+31+25/:88 = 80:88 = 0991	91 %	1,10
	b.	/27+33+26/:88 = 86:88 = 0,98	98 %	1,02
6.	a.	/25+27+24/:88 = 76:88 = 0,86	86 %	1,16
	b.	/19+18+15/:88 = 52:88 = 0,59	59 %	1,69
	c.	/20+18+22/:88 = 50:88 = 0,57	57 %	1,67

7.	a.	/19+27+20/:88 = 66:88 = 0,75	75 %	E_p =	1,33
	b.	/20+27+21/:88 = 68:88 = 0,77	77 %		1,30
	c.	/19+24+21/:88 = 64:88 = 0,74	74 %		1,35
	d.	/20+26+20/:88 = 66:88 = 0,75	75 %		1,33
8.	a.	/27+32+27/:88 = 86:88 = 0,98	98 %		1,02
	b.	/19+18+17/:88 = 54:88 = 0,61	61 %		1,64
	c.	/13+14+11/:88 = 38:88 = 0,43	43 %		2,32
	d.	/23+26+14/:88 = 63:88 = 0,72	72 %		1,40
9.	a.	/28+32+25/:88 = 85:88 = 0,97	97 %		1,03
	b.	/27+30+24/:88 = 81:88 = 0,92	92 %		1,08
	c.	/26+26+17/:88 = 69:88 = 0,78	78 %		1,28
10.	a.	/23+23+16/:88 = 62:88 = 0,70	70 %		1,43
	b.	/19+22+17/:88 = 58:88 = 0,66	66 %		1,52
	c.	/20+23+15/:88 = 58:88 = 0,66	66 %		1,52
	d.	/20+19+13/:88 = 52:88 = 0,59	59 %		1,69

Tudásszintmérés a tanév végén – a l g e b r a

A FELADATOK ALTERNATÍV ELEMEI FONTOSSÁGI PONTJÁNAK MEGHATÁROZÁSA

A feladatk elemeinek rangsorolásában a zentai Moša Pijade Gimnázium három matematika tanára vett részt.

1.	a. /3+3+3/:3 = 9:3 = 3	b. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2
	c. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2	d. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2
	e. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2	f. /2+3+2/:3 = 7:3 = 2,35
	g. /1+3+1/:3 = 5:3 = 1,65	
2.	a. /3+3+3/:3 = 9:3 = 3	b. /2+3+2/:3 = 7:3 = 2,35
	c. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2	d. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2
	e. /1+3+3/:3 = 7:3 = 2,35	f. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2
	g. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2	h. /3+1+1/:3 = 5:3 = 1,65
	i. /3+1+1/:3 = 5:3 = 1,65	
3. A/	a. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2	b. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2
	c. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2	d. /2+3+2/:3 = 7:3 = 2,35
	e. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2	
3. B/	a. /1+2+3/:3 = 6:3 = 2	b. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65
	c. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65	d. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65
	e. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2	f. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2
	g. /1+2+1/:3 = 4:3 = 1,35	h. /3+2+1/:3 = 6:3 = 2
	i. /3+2+1/:3 = 6:3 = 2	
4.	a. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65	b. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2
	c. /1+2+1/:3 = 4:3 = 1,35	d. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2
	e. /3+2+3/:3 = 8:3 = 2,65	f. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2
5.	a. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2	b. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2
	c. /2+3+2/:3 = 7:3 = 2,35	d. /3+2+1/:3 = 6:3 = 2
	e. /2+3+3/:3 = 8:3 = 2,65	f. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65
	g. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2	h. /2+1+2/:3 = 5:3 = 1,65
	i. /1+1+2/:3 = 4:3 = 1,35	j. /1+1+3/:3 = 5:3 = 1,65
6.	a. /3+2+3/:3 = 8:3 = 2,65	b. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2
	c. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2	d. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2
	e. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2	f. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65
	g. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65	h. /3+2+3/:3 = 8:3 = 2,65
7.	a. /3+3+3/:3=9:3 = 3	b. /3+2+2/:3 = 7:3 = 2,35
	c. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2	d. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65
	e. /2+3+3/:3 = 8:3 = 2,65	f. /3+2+2/:3 = 7:3 = 2,35
	g. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2	h. /3+3+3/:3 = 9:3 = 3
	i. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2	j. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2
	k. /3+2+3/:3 = 8:3 = 2,65	

Tudásszintmérés a tanév végén - g e o m e t r i a

A FELADATOK ALTERNATÍV ELEMEI FONTOSSÁGI PONTJÁNAK MEGHATÁROZÁSA

A feladatok elemeinek rangsorolásában három tanár vett részt: Tubić Gojko, Katona Eszter és Bálint János, mindhárman a zentai Moša Pijade Gimnázium tanárai.

1\. a. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65 b. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65
c. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65

2\. a. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2 b. /3+2+3/:3 = 8:3 = 2,65
c. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2 d. /2+2+3/:3 = 7:3 = 2,35
e. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2

3\. a. /2+3+2/:3 = 7:3 = 2,35 b. /2+3+2/:3 = 7:3 = 2,35
c. /2+2+1/:3 = 5:3 = 1,65 d. /2+2+3/:3 = 7:3 = 2,35

4\. a. /1+2+1/:3 = 4:3 = 1,35 b. /2+2+3/:3 = 7:3 = 2,35
c. /2+2+1/:3 = 5:3 = 1,65

5\. a. /1+2+1/:3 = 4:3 = 1,35 b. /1+2+1/:3 = 4:3 = 1,35

6\. a. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2 b. /2+2+3/:3 = 7:3 = 2,35
c. /3+2+1/:3 = 6:3 = 2

7\. a. /3+3+3/:3 = 9:3 = 3 b. /1+2+1/:3 = 4:3 = 1,35
c. /1+2+1/:3 = 4:3 = 1,35 d. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65

8\. a. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2 b. /1+3+2/:3 = 6:3 = 2
c. /3+2+3/:3 = 8:3 = 2,65 d. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65

9\. a. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65 b. /1+2+2/:3 = 5:3 = 1,65
c. /1+1+1/:3 = 3:3 = 1

10\. a. /2+3+3/:3 = 8:3 = 2,65 b. /2+2+2/:3 = 6:3 = 2
c. /1+2+1/:3= 4:3 = 1,35 d. /1+2+1/:3 = 4:3 = 1,35

Tudásszintmérés a tanév végén - a l g e b r a

A FELADATOK ALTERNATÍV ELEMEINEK SÚLYOZÁSA

Az alkalmazott jelölések:

E_p - empirikus pont,
F_p - fontossági pont,
S_p - szintpont,
P - összevont pontérték,
$\%p$ - százalékpont,
$\%p_k$ - kerekített százalékpont,
$\%p_i$ - kiigazított százalékpont.

		E_p	F_p	S_p	P	$\%p$	$\%p_k$	$\%p_i$
1.	a/	1,10	3,00	3	9,90	1,86	2	2
	b/	1,25	2,00		7,50	1,41	1	1
	c/	1,20	2,00		7,20	1,36	1	1
	d/	1,25	2,00		7,50	1,41	1	1
	e/	1,45	2,00		8,70	1,64	2	2
	f/	1,85	2,35		12,95	2,43	2	2
	g/	1,65	1,65		8,25	1,55	2	2
2.	a/	1,45	3,00	3	13,05	2,46	2	2
	b/	1,35	2,35		9,45	1,78	2	2
	c/	1,25	2,00		7,50	1,41	1	1
	d/	1,60	2,00		9,60	1,81	2	2
	e/	1,10	2,35		7,70	1,45	1	1
	f/	1,35	2,00		8,10	1,52	2	2
	g/	1,65	2,00		9,90	1,86	2	2
	h/	14,65	1,65		73,25	-	-	-
	i/	17,40	1,65		87,00	-	-	-
3. A/	a/	1,20	2,00	3	7,20	1,36	1	2
	b/	1,10	2,00		6,60	1,24	1	1
	c/	1,05	2,00		6,30	1,19	1	1
	d/	1,55	2,35		10,85	2,04	2	2
	e/	1,30	2,00		7,80	1,47	1	2

		E_p	F_p	S_p	P	%p	$\%p_k$	$\%p_i$
3. B/	a/	1,10	2,00	3	6,60	1,24	1	1
	b/	1,25	1,65		6,25	1,18	1	1
	c/	1,25	1,65		6,25	1,18	1	1
	d/	1,30	1,65		6,50	1,22	1	1
	e/	1,75	2,00		10,50	1,98	2	2
	f/	1,75	2,00		10,50	1,98	2	2
	g/	4,40	1,35		17,60	-	-	-
	h/	3,85	2,00		13,10	-	-	-
	i/	3,85	2,00		13,10	-	-	-
4.	a/	1,30	1,65	2	4,30	0,81	1	1
	b/	1,35	2,00		5,40	1,02	1	1
	c/	1,65	1,35		4,45	0,84	1	1
	d/	1,80	2,00		7,20	1,36	1	1
	e/	1,45	2,65		7,70	1,45	1	2
	f/	1,80	2,00		7,20	1,36	1	1
5.	a/	1,10	2,00	3	6,60	1,24	1	1
	b/	1,10	2,00		6,60	1,24	1	1
	c/	1,05	2,35		7,35	1,38	1	1
	d/	1,15	2,00		6,90	1,30	1	1
	e/	1,10	2,65		8,80	1,66	2	2
	f/	2,15	1,65		10,75	2,02	2	2
	g/	2,30	2,00		13,80	2,60	3	3
	h/	1,20	1,65		6,00	1,13	1	1
	i/	1,35	1,35		5,40	1,02	1	1
	j/	1,40	1,65		7,00	1,32	1	1
6.	a/	1,45	2,65	3	11,60	2,18	2	2
	b/	1,35	2,00		8,10	1,52	2	2
	c/	1,30	2,00		7,80	1,47	1	2
	d/	1,55	2,00		9,30	1,75	2	2
	e/	1,65	2,00		9,90	1,86	2	2
	f/	1,55	1,65		7,75	1,46	1	2
	g/	1,70	1,65		8,50	1,60	2	2
	h/	2,00	2,65		16,00	3,01	3	3

		E_p	F_p	S_p	P	%p	$\%p_k$	$\%p_i$
7.	a/	1,05	3,00	3	9,45	1,78	2	2
	b/	1,20	2,35		8,40	1,58	2	2
	c/	1,45	2,00		8,70	1,64	2	2
	d/	1,35	1,65		6,75	1,27	1	1
	e/	1,45	2,65		11,60	2,18	2	2
	f/	1,75	2,35		12,25	2,30	2	2
	g/	1,75	2,00		10,50	1,98	2	2
	h/	1,45	3,00		13,05	2,36	2	2
	i/	1,85	2,00		11,10	2,09	2	2
	j/	1,85	2,00		11,10	2,09	2	2
	k/	2,70	2,65		21,60	4,06	4	4
					531,55		95	100

Tudásszintmérés a tanév végén - g e o m e t r i a

A FELADATOK ALTERNATÍV ELEMEINEK SÚLYOZÁSA

Az alkalmazott jelölések:

E_p - empirikus pont,
F_p - fontossági pont,
S_p - szintpont,
P - összevont pontérték,
%p - százalékpont,
$\%p_k$ - kerekített százalékpont,
$\%p_i$ - kiigazított százalékpont.

	E_p	F_p	S_p	P	%p	$\%p_k$	$\%p_i$
1. a/	1,85	1,65	2	6,15	3,13	33	3
b/	2,20	1,65		7,30	3,72	4	4
c/	2,70	1,65		9,00	4,59	5	5
2.2. a/	1,15	2,00	2	4,60	2,34	2	2
b/	2,20	2,65	3	17,60	-	-	-
c/	6,30	2,00		37.80	-	-	-
d/	9,70	2,35		67,90	-	-	-
e/	4,90	2,00		29,40	-	é	-
3. a/	1,35	2,35	2	6,30	3,21	3	3
b/	1,95	2,35		9,10	4,64	5	5
c/	22,00	1,65		73,35	-	-	-
d/3	1,30	2,35		6,05	3,08	3	3
4. a/	1,15	1,35	2	3,30	1,68	2	2
b/	1,35	2,35		6,30	3,21	3	3
c/	1,05	1,65		3,50	1,78	2	2
5. a/	1,10	1,35	1	1,45	0,74	1	1
b/	1,00	1,35		1,35	0,69	1	1

	E_p	F_p	S_p	P	%p	$\%p_k$	$\%p_i$
6. a/	1,15	2,00	2	4,60	2,34	2	2
b/	1,70	2,35		7,95	4,05	4	4
c/	1,65	2,00		6,70	3,41	3	3
7. a/	1,35	3,00	3	12,15	6,19	6	6
b/	1,30	1,35		5,20	2,66	3	3
c/	1,35	1,35		5,40	2,75	3	3
d/	1,35	1,65		6,75	3,44	3	3
8. a/	1,00	2,00	3	6,00	3,06	3	3
b/	1,65	2,00		9,90	5,05	5	5
c/	2,30	2,65		18,40	9,38	9	9
d/	1,40	1,65		7,00	3,87	4	4
9. a/	1,05	1,65	2	3,50	1,78	2	2
b/	1,10	1,65		3,65	1,86	2	2
c/	1,30	1,00		2,60	1,33	1	1
10. a/	1,45	2,65	3	10,80	5,49	5	5
b/	1,50	2,00		9,00	4,59	5	5
c/	1,50	1,35		6,00	3,06	3	3
d/	1,70	1,35		6,80	3,47	3	3
				196,80		100	100

Moša Pijade
GIMNÁZIUM
Zenta
Jugoszlávia

A MATEMATIKAI TUDÁSSZINTMÉRÉS EREDMÉNYE
a gimnázium I. osztályában
az 1972-73. tanév végén

A l g e b r a

Csak azoknak a tanulóknak az eredményét figyelembe véve, akik a tanév kezdetén és a tanév végén mindkét felmérésnél jelen voltak.

	O s z t á l y o k			Összesen
	I.c	I.d	I.e	
A tanulók száma	28	33	27	88
A maximálisan elérhető pontok száma	2800	3300	2700	8800
A tanulók által elért pontok száma	1960	2014	2019	5993
Az elért eredmény arányszáma (százalékban)	70,00	61,03	74,78	68,10 %

Moša Pijade
GIMNÁZIUM
Zenta
Jugoszlávia

A MATEMATIKAI TUDÁSSZINTMÉRÉS EREDMÉNYE
a gimnázium I. osztályában
az 1972-73. tanév végén

Geometria

Csak azoknak a tanulóknak az eredményét figyelembe véve, akik a tanév kezdetén és a tanév végén mindkét felmérésnél jelen voltak.

	Osztályok I.c	I.d	I.e	Összesen
A tanulók száma	28	33	27	88
A maximálisan elérhető pontok száma	2800	3300	2700	8800
A tanulók által elért pontok száma	1960	2240	1691	5891
Az elért eredmény arányszáma (százalékban)	70,00	67,88	62,63	66,94 %

Moša Pijade
GIMNÁZIUM
Zenta
Jugoszlávia

A MATEMATIKAI TUDÁSSZINTMÉRÉS EREDMÉNYE
a gimnázium I. osztályában
az 1973-74. tanév végén

Az algebra és geometria egyesítése

		Osztályok I.c	I.d	I.e	Összesen
A tanulók száma		28	33	27	88
A maximálisan elérhető pontok száma	Algebra	2800	3300	2700	8800
	Geometria	2800	3300	2700	8800
	Összesen	5600	6600	5400	17600
A tanulók által elért pontok száma	Algebra	1960	2014	2019	5993
	Geometria	1960	2240	1691	5891
	Összesen	3920	4254	3710	11884
Az elért eredmény arányszáma, százalékban	Algebra	70,00	61,03	74,78	68,10
	Geometria	70,00	67,88	62,63	66,94
	Együtt	70,00	64,45	68,70	67,52

A KÍSÉRLET ÉRTÉKELÉSE

1. A kísérlet adatainak feldolgozása

A kísérlet tárgya és célja alapján a mérések eredményeinek feldolgozása egyedül a kísérleti osztályok és a kontroll-osztály eredményének összehasonlítása lehet. Egy-egy osztály, vagy a kísérletben résztvevő valamennyi osztály kiindulási és befejező tudásszintjének összehasonlítása e szempontból céltalan lenne. Hiszen, a kísérlet célja sem az volt, hogy lemérjük a tanulók egy év alatt végbement fejlődését, és a mérőlapok sem ilyen célnak megfelelően készültek.

A kiindulási tudásszintmérés egyedüli célja az volt, hogy az osztályok rangsorolásán keresztül lehetőséget nyújtson a kísérleti és kontroll-osztály kiválasztásához. Ezért az ott kapott méréseredmények külön feldolgozása és elemzése nem szükséges.

A kísérlet értékeléséhez, tehát csak a befejező tudásszintmérés eredményeit kell elemezni. Azokat is, elsősorban abból a szempontból, hogy milyen eredményt mutat a tudásszintmérés a kísérleti illetve kontrollcsoporton egymáshoz viszonyítva.

Az elemzésben Dr. Nagy József által kidolgozott és ajánlott statisztikai módszereket alkalmazom (Ágoston-Nagy-Orosz: Méréses módszerek a pedagógiában - IV. fejezet: Statisztikai módszerek a pedagógiában).

A csoportok adatai.

A kísérletben résztvevő csoportok tanulóinak (a minták elemeinek) száma:

$n_1 = 28 + 27 = 55$ a két kísérleti osztály együtt,

$n_2 = 33$ a kontrollcsoporton (I.d osztály).

A továbbiakban az itt alkalmazott indexek mindig ugyanarra a csoportra vonatkoznak.

Az elért százalékpontok átlagát az

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

képlettel számítottam ki, ahol $\bar{x}$ a csoport átlagát, x_i pedig az egyes tanulók által elért százalékpontokat (pontosabban, az algebrában és geometriában elért százalékpontok számtani közepét) jelenti. Ez^{ek} szerint:

$\bar{x}_1$ = 69,4 százalékpont,

$\bar{x}_2$ = 64,5 százalékpont.

A további elemzéshez a csoportok varianciáját (szórásnégyzetét) kellett kiszámítani. Ez az ismert

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

képlet segítségével történt. Az eredmény a két csoporton a következő:

$$s_1^2 = \frac{24340}{55} = 443,$$

$$s_2^2 = \frac{14352}{33} = 435.$$

Itt mindjárt meg lehet jegyezni, hogy mindkét csoportnak nagy a szórása~~,~~ közelítőleg $\pm$ 21 .

A két csoport átlaga közötti különbség vizsgálatához, elemzéséhez további adatokra van szükség. Ezek az alábbiak:

$n_1 + n_2 = 55 + 33 = 88$, a két csoport tanulóinak (a két minta elemszámának) összege;

$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 69,4 - 64,5 = 4,9$ százalékpont, a két csoport átlagának különbsége;

$n_1 . s_1^2 = \sum x_{i1} = 24340$, a kísérleti csoport elemszámának és varianciájának a szorzata;

$n_2 . s_2^2 = \sum x_{i2} = 14352$, a kontrollcsoport elemszámának és varianciájának a szorzata;

és $\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} = \frac{1}{55} + \frac{1}{33} = 0,0182 + 0,0303 = 0,0485.$

Az itt felsorakozatatott adatok segítségével kiszámítható a két csoport közös szórása:

$$s_{12} = \sqrt{\frac{1}{n_1+n_2}(n_1.s_1^2 + n_2.s_2^2)} = \sqrt{\frac{1}{88}(24340 + 14352)} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{88} . 38692} = \sqrt{440} = 21,$$

ami nem mutat eltérést a csoportok külön-külön vett szórásához képest. Ez természetes is, hiszen, azok közelítőleg egyenlők voltak egymással.

Végül a t érték kiszámítására került a sor. Ezt az említett irodalomban ajánlott

$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{s_{12}\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

képlet felhasználásával végeztem el. Az itt kapott számításeredményeket alkalmazva:

$$t = \frac{4,9}{21.\sqrt{0,0485}} = \frac{4,9}{21 \cdot 0,22} = \frac{4,9}{4,62} = 1,06.$$

2. A kísérlet értékelése

Legelőször azt kell meghatározni, milyen kapcsolatban áll egymással a két csoport szórása. A szórásnégyzetekre kapott eredményekből közvetlenül megállapítható, hogy a két csoport szóródása nem különbözik egymástól szignifikánsan. Ezt igazolja az F próba alkalmazása is. Ugyanis,

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{443}{435} = 1,02 ,$$

ami lényegesen kisebb az F eloszlás $n_1 = 60$ és $n_2 = 30$ értékeihez tartozó F=1,94 értéknél. E tekintetben, tehát, két homogén csoportot képez a kísérleti és a kontrollcsoport.

Szignifikanciavizsgálat.

" A pedagógiában egy eredményre akkor mondjuk, hogy szignifikáns, ha a minta adatai alapján végzett számítás eredményeként kapott konfidenciaintervallum kisebb, mint a pontossági követelmény. Más szóval, akkor, ha a számítás eredményként kapott t érték nagyobb, mint az 5 %-os valószínűségi szinthez és a minta elemszámához tartozó t--érték (egyszerűen szólva, ha a számítással kapott t-érték 2-nél nagyobb)." - állapítja meg Dr. Nagy József (Ágoston-Nagy-Orosz: Méréses módszerek a pedagógiában, 309.o.).

A t-eloszlás táblázatában az 5 %-os valószínűségi szint esetén (tehát, amikor 5 %-os a tévedés lehetősége, vagyis megállapításunk 95 %-os biztonságú) a jelen kísérletben résztvevő tanulók számának a t = 1,99 érték felel meg. A kísérlet adatainak feldolgozása során kapott t = 1,06 érték - a statisztikában használatos módszerek alapján - arra enged következtetni, hogy a kísérleti és kontrollcsoport átlagának különbsége nem szignifikáns. Ez első sorban azt jelenti, hogy ez az átlagban jelentkező különbség nem általánosítható, tehát, általános érvényű következtetés nem vonható le belőle. A különbség valóban szignifikáns, jelentős és teljes mérvűen általánosítható csak akkor lenne, ha a kapott t-érték nagyobb lenne a táblázatban található 1,99-nál.

Természetszerűleg vetődik fel a kérdés: Megállapítható-e a befejező tudásszintmérés eredményei alapján, hogy a kísérlet elején kifejtett hipotézis nem helytálló? Ezt éppen úgy nem kell elsietni, mint ahogyan elhamarkodott megállapítás lett volna az átlagok között jelentkező különbségek alapján kimondani, hogy a hipotézis minden fenntartás nélkül helytálló. A két csoport átlaga közötti 4,9 százalék különbség, a többi feltételt is figyelembe véve, csupán arra nem ad módot, hogy a hipotézis állítását ennek a kísérletnek az alapján általánosítsuk. Magukra, a kísérletben résztvevő csoportokra, már ebből a különbségből is bizonyos következtetések vonhatók le.

Pusztán az a tény is, hogy a kiindulási tudásszintmérésnél legjobb eredményt elért osztály - amely éppen ezért lett kontroll-osztály - a befejező tudásszintmérésben a leggyengébb eredményt mutatta, már elgondolkodtató kell legyen. Még ha ez a különbség csak 5,5 %-os is a mostani legjobb eredményhez viszonyítva! Külön figyelmet érdemel az algebrai tudásszintmérés eredménye. Ott a kontroll-osztály érte el a leggyengébb eredményt. Ez az eredmény a legjobb osztályéhoz viszonyítva 13,75 %-kal alacsonyabb. Ami pedig még ebben is feltűnő: algebrában a legmagasabb átlagot az év kezdetén leggyengébb, a másik kettőnél jóval gyengébb osztály érte el. Az osztály ilyen jelentős előrehaladásához, felfejlődéséhez, több más tényező mellett, a kísérletben alkalmazott módszer is hozzá kellett járuljon.

Mérlegelni kell azt is, mi idézte elő, hogy a befejező tudásszintmérés első részében (algebra) a kontroll-osztály ennyire gyengébb lett? Egy körülményt itt feltétlenül meg kell jegyezni. Ez az osztály egész éven át nem dolgozott ki ellenőrző feladatokat. Számukra, tehát, az ellenőrzésnek ez a formája elég szokatlan volt. A mérés alkalmával bekövetkezett, a szokatlan helyzetből adódó bizonyos fokú izgalom, kétségtelenül befolyásolta a tanulókat. Feltehető, hogy ennek következtében a tanulók nem tudták teljes mértékben nyújtani mindazt, amire valóban képesek. Ez, azonban, éppen azt igazolja, hogy ahhoz, hogy a tanulók képessége teljes mérvűen érvényesüljön, szükséges az is, hogy megszokják az ellenőrzés ilyen formáját is.

Az egyes osztályok eredményének elmzésénél még egy különbség tűnik szembe. Az első (algebrai) tudásszintmérésnél legjobb osztály a leggyengébb eredményt érte el a második (geometriai) mérésnél. Még annak ellenére sem lehet szó nélkül hagyni ezt az esetet, hogy az év folyamán többször is megállapíthattam, hogy ennek az osztálynak "inkább az algebra az erőssége". A tudásszintmérésnél semmi olyan körülmény nem volt észlelhető, ami valamelyest is megmagyarázná ezt a különbséget. Itt csupán az állapítható meg, hogy ez a jelenség még további vizsgálódásokat, kutatást igényel.

Visszatérve az eredmények különbségének szignifikanciájára, tehát, a mutatkozó különbséget csak akkor lehetne általánosítani, ha ez jóval nagyobb lett volna, legalább a 10 % körül mozgott volna. Ekkor a két átlag különbségének t-értéke túlhaladta volna a szignifikancia határát. Hogy ez még sem következett be, arra a kísérlet megszervezésének néhány olyan körülménye ad magyarázatot, amely körülmények adottak voltak, és nem lehetett a kísérletnek megfelelően megváltoztatni azokat.

Az osztályok tudásszintjének alakulására mindenképpen kihatással volt az a körülmény, hogy a kontroll-osztályban is ugyanaz a személy tanított, aki a kísérleti munkát végezte. A tanított anyag logikai struktúrája a kontrollcsoporton is elengedhetetlenül magán viseli a kísérlet jellegét. E struktúra a kísérleti osztályokban, tulajdonképpen, egy olyan irányított oktatásfolymatnak felel meg, amely már elég közel áll a programozott oktatáshoz. E logikai felépítés áthatása akaratlanul is jelen van a kontroll-osztályban való tanításban is. Ez a körülmény mindenképpen csökkentette az eredmények közötti különbséget, amely különbség még kifejezőbb, még pregnánsabb lett volna, ha a kontrollcsoporton más személy tanít. Továbbá, ha lehetőség lett volna a kísérlet olymódon való megszervezésére, hogy néhány kísérleti osztály mellett legalább három kontroll-osztály működött volna, ahol mindegyikben más-más tanár tanított volna, akik ugyanakkor kísérleti osztályokat nem vezettek volna – egy ilyen kontrollcsoportos kísérlet eredményeinek összegezése jóval érdemlegesebb eredményeket, megállapításokat adhatott volna.

Az anyag logikai struktúrájának áthatását a kontroll-osztályban még inkább alátámasztja az a körülmény, hogy mind a mérőlapokat, mind az évközi ellenőrző feladatlapokat maga a tanítást végző tanár készítette el. Ezzel bizonyos mértékben kétségtelenül irányította a tanítást. A kísérleti osztályokban ez egészen természetes is. A kontroll-osztályban viszont ez az áthatás csökkentette a kísérlet eredményének teljesebb kidomborodását. Hiszen, a kontroll-osztály tudásszintjének alakulásában ez a tényező akaratlanul is szerephez jutott – a tanulók tudásszintje alakulásának szempontjából pozitív, a kísérleti cél szemszögéből viszont negatív értelemben.

Ezek a körülmények mindenképpen hozzájárultak, hogy az átlagok különbsége "csak 4,9 % lett". Már pedig a t-érték egyenesen arányos ezzel a különbséggel.

Ezzel szemben, a t-érték fordítottan arányos a közös szórással és rajta keresztül a csoportok szórásával.

A méréseknél jelentkező szórás pedig nagy volt. Ezt elsősorban az a mindan osztályban előforduló néhány tanuló idézte elő, akik rendkívül alacsony eredményt értek el. Hogy ez is mennyire befolyásolta a kísérlet eredményének kidomborodását, pontosabban a t értékének alakulását, mi sem támasztja jobban alá, miat az alábbi számítás. Ha az eredmények elemzéséből kizárnánk annak a 10 tanulónak az eredményét, akik 40 % alatti eredményt értek el, akkor a t-érték az 1,06-ról azonnal 1,49-ra "ugrana" fel. Pedig a kísérleti és kontroll-osztály átlaga közötti különbség nem változna lényegesen. A 4,9 helyett csak 5,4 lenne, ugyanis, a kísérleti osztályokban 6, a kontrollcsoporton pedig 4 ilyen tanuló volt. A szignifikanciavizsgálatban, tehát, a szórásnak igen jelentős szerepe van. Ez a tényező a jelen kísérletben a kísérlet lebonyolításától függetlenül is nagy mértékben gátolta, hogy az átlagok különbségének szignifikancia-értéke kifejező legyen.

A felsorolt tényezők negatív értelemben befolyásolták a kísérlet eredményének kibontakozását. Ezek a tényezők nem kerülehettek be a kísérlet megtervezésébe, mert hatásukat mérni (a tananyag logikai struktúrájának áthatása, a programozáshoz közelálló irányított oktatás áthatása) szinte nem is lehet. A méréseredmények szórásának csökkentése pedig más jellegű kérdés. Ezeket a tényezőket további kísérletek során csak kiküszöbölni lehet és kell. Mindez szoros kapcsolatban van a pedagógiai hatásfolyamat komplex jellegével, ami nagy mértékben megnehezíti a kísérletek megszervézését.

Következtetés.

A lebonyolított kísérlet egyes faktorai eltértek a tudományos kísérlet feltételeitől. Ennek ilymódon való megszervezését az iskola adottságai és egyéb objektív feltételek determinálták. A mérőlapok összeállításánál sem lehetett minden szempontot betartani, ami egy nagyobb arányú kísérlet végzésénél elengedhetetlen feltétel lenne (a feladatok előzetes kipróbálása, szelektálása, súlyozása stb.).

Mindezek ellenére ~~is~~, ez a kísérlet is értékes adatokat nyújtott. Az azonos mérőlapok alkalmazása, a kiindulási és befejező tudásszintmérésnél kapott méréseredmények összehasonlítása és párhuzamba állítása, kellőképpen felhívják a figyelmet, hogy az oktatási hatásfolyamat eredményességének egy olyan tényezőjéről van szó, amely a jövőben még nagyobb érdeklődésre tarthat számot. Igaz, hogy a kísérleti eredmények csak a kísérletben résztvevő csoportokra vonatkozó következtetések levonását teszik lehetővé. Csak azt állíthatjuk, hogy azokban az osztályokban, amelyekben az ellenőrző feladatok rendszeres alkalmazása egy permanens munkamódszer, munkaforma volt, a tanulók matematikai tudásszintje magasabb lett. Ezzel szemben, a kontroll-osztályban (ahol ilyen ellenőrzés nem volt) a kísérleti osztályokhoz képest reltíve ~~(csak)~~ alacsonyabb tudásszintet értek el a tanulók.

Az a tény pedig, hogy szignifikanciavizsgálat nem tesz lehetővé olyan általánosításokat, amelyek az egész populációra vonatkoznának, nem a kísérlet értékét csorbítja,de nem is a kifejtett hipotézist cáfolja, hanem arra utal, hogy nem kellene megállni ennél a szerény és nem teljes értékű kísérletnél. A méréseredmények elemzésénél konstatált különbségek semmiképp sem hanyagolhatók el. Egy azonban biztos: Az ellenőrző feladatok rendszeres alkalmazásának hatékonysága a tanulók matematikai tudásszintjének alakulására még további,szélesebb körű kísérleteket és további kutatómunkát igényel.

- . -

Az értekezés megírásában felhasznált szakirodalom jegyzéke:

1. Ágoston-Nagy-Orosz: Méréses módszerek a pedagógiában, Tankönyvkiadó, Budapest, 1971.
2. Dr. Nagy József: A témazáró tudásszintmérés gyakorlati kérdései, Tankönyvkiadó, Budapest, 1972.
3. Dr. Ágoston György: Neveléselmélet, Tankönyvkiadó, Budapest, 1970.
4. Dr. Nagy Sándor: Didaktika, Tnakönyvkiadó, Budapest, 1972.
5. Itelszon: Matematikai és kibernetikai módszerek a pedagógiában, Tankönyvkiadó, Budapest, 1969.
6. Dr. Velimir Penavin: Struktura i klasifikacija metoda u nastavi ~~matematike~~ aritmatike i algebre, Zavod za izdavanje udžbenika SRS, Beograd, 1966.
7. Szerzői kollektíva: A matematikatanítás módszertanának néhány kérdése, Tankönyvkiadó, Budapest, 1972.
8. Matyematyika v skolye - szakmódszertani folyóimat
9. A matematika tanítása - szakmódszertani folyóirat

Tartalommutató

Jegyzetek: