P R O G R A M O Z O T T   O K T A T Á S I   K I S É R L E T
M A T E M A T I K Á B Ó L

Készitette: BORSOS LAJOSNÉ
PARAJDI ILONA

KÉSZÜLT A MISKOLCI GÁBOR ÁRON KOHÓ-, ÉS ÖNTŐIPARI TECHNIKUMBAN

1967.

T A R T A L O M J E G Y Z É K

B E V E Z E T Ő

A technika nagyméretü fejlődése egyre nagyobb követelményeket támaszt az oktatással, az általános képzéssel és a szakképzéssel szemben. A követelmények mennyiségi és minőségi tekintetében egyaránt fokozódnak, mégis a tanitásra és a tanulásra forditható időt nem lehet egy bizonyos határon tul növelni.

Olyan módszer kidolgozására és alkalmazására van tehát szükség, amely a tanitást koncentráltabbá, hatékonyabbá teszi, fokozza eredményességét, biztositja a kibővült ismeretanyag elsajátitására forditandó idő megröviditését.

Ezen uj módszerek közé tartozik a programozott oktatás, melynek során a tanulók a programban a tananyagot logikailag és pszichológiailag elemi részekre felbontva kapják.

Ha a tanuló a kérdésekre helyes választ tud adni, egyre bonyolultabb információ feldolgozására képes. A program a lépésekben ismert alapokból indul ki, s igy a tervszerüen nyujtott tananyagot a tanulók általában minden különösebb megerőltetés nélkül el tudják sajátitani.

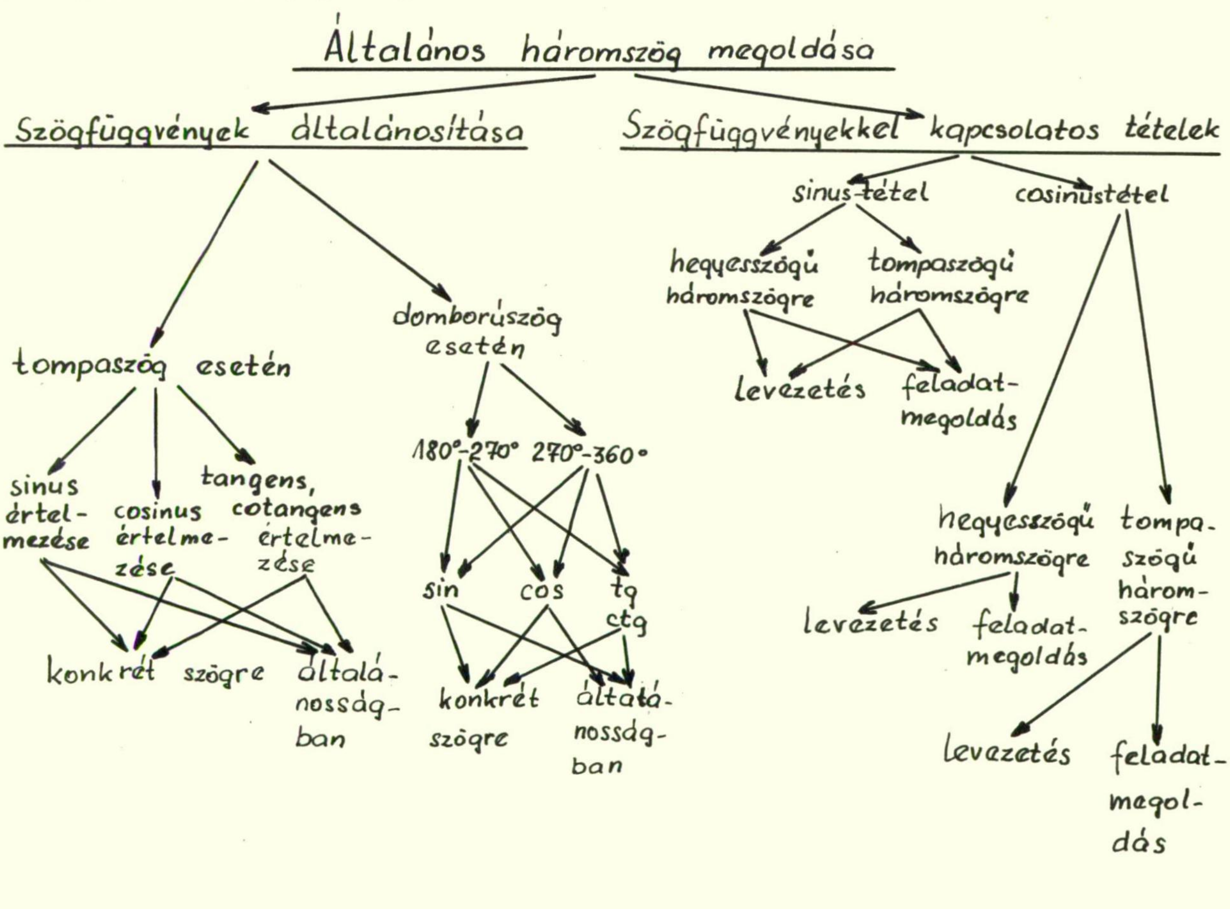
Ezzel a tanitási módszerrel folytattam kisérletet speciális iskolánkban, a miskolci Gábor Áron Kohó- és Öntőipari Technikumban az 1965/66-os tanév márciusában.

I. A PROGRAM ISMERTETÉSE.

A kisérlet célja: ezen oktatási módszer alkalmazásával kapcsolatos tapasztalatok gyüjtése, a 9 órás program feldolgozása alatt a tanulók munkakedvének, aktivitásának megfigyelése, önálló munkájuk eredményének felmérése, az összeállitott program javitása volt.

Skinner-féle lineális programot készitettem a II. éves matematika tananyag "Általános háromszögek megoldása" cimü fejezetéből. Ez az anyagrész magába foglalja a szögfüggvények általánositását, a sinus; cosinus-tétel levezetését, és a feladatok során ezen tételek begyakorlását.

A programozni kivánt tananyagot alaposan át kell gondolni, s megkeresni azokat a legkisebb logikai egységeket, amelyekből kiindulva az egész anyagot fel lehet épiteni. Ennek a felbontásnak egyik egyszerü formáját választottam, elkészitettem a tananyag "logikai gyökerét".



Ezek után fogalmaztam meg az egyes lépések információit, utasitásait és a szükséges segitőket.

A program 75 lépéséből nem kötelezőként 7 lépés szerepel, 2o feladat pedig a begyakorlást szolgálja. A feladatok között vannak fizikai jellegüek is, a koncentráció biztositására. A nem kötelező lépések /NK/ azért lettek beiktatva, hogy az önálló ütemmel haladó tanulók közül azok, akik előbbre vannak a többséghez viszonyitva, tulságosan ne ugorjanak előre, hanem előnyüket további feladatok megoldására forditsák.

A program szerkezetileg három részből áll: maga a program, a segitő és az ellenőrző lap.

Ha egy-egy lépés az átlagosnál nehezebb volt, akkor ehhez a tanulók ugynevezett segitőt kaptak.

A segitők egyes pontjai - összesen 18 - vagy egy-egy, az illető lépéssel kapcsolatos utasitást, vagy egy-egy hasonló példa megoldását tartalmazzák. Amelyik lépéshez készitettem segitőt, azt a lépés végén hozzátartozó segitő sorszámával jelöltem. Pl.

007. lépésnél
Rajzold ki külön a füzetedbe a szögfüggvény értékéknek megfelelő vonaldarabokat!
/Segit 2/

A segitőben az van megadva, hogy hogyan kell a tangens értéknek megfelelő vonaldarabot kirajzolni, illetve annak nagyságát hogyan kapja meg a tanuló.

Vannak olyan felépitésü programok is, melynél egy-egy lépés sikeres elvégzése után a tanuló átugorhat egynéhány ujabb lépést. Ennél az anyagrésznél nagyon szorosan összefüggő logikai kapcsolat van, ezért a fent emlitett feldolgozást nem tartottam megfelelőnek, s igy az általam készitett programban a lépések sorrendje megegyezik a logikai sorrenddel.

Tehát a tanulónak a feldolgozás során minden lépésen végig kellett haladnia.

Az ellenőrzést a munkafüzetek óránkénti átnézésével, a tanulók önellenőrzésével, az ellenőrzőlap és az u.n. keresőkarton segitségével oldottam meg.

Az ellenőrzőlapon három oszlop szerepel. Az első oszlopban a program ellenőrizendő eredményei vannak numerikus, illetve betürendi sorrendben. A második oszlopban négy helybeli variációval kérdőjelek vannak elhelyezve, a harmadikban pedig különböző számok egymás után, de köztük elrejtve vannak a lépésnek a sorszáma is, melyhez az illető eredmény tartozik.

Keresőkarton felépitése: eredmény,?, megoldott lépések száma. Az ellenőrzés a következőképpen történt. A tanuló kapott egy eredményt, amit ellenőriznie kell. Megkereste, hogy ugyanaz az eredmény szerepel-e az ellenőrzőlap eredményei között. Ha nem, akkor kezdte elölről a számitást, és javitott az illető lépésben foglaltak szerint. Ha talált olyan eredményt, mint az általa kiszámitott, akkor az eredmény sorában lévő kérdőjelre állitotta a keresőkarton kérdőjelét, s ha jó volt az eredménye, a "megoldott lépés száma" elnevezésü rublikában az általa megoldott lépésszáma kellett, hogy szerepeljen. Ha nem az szerepelt, megint rossz volt az eredménye, esetleg olyan hibát követett el a tanuló, hogy egy másik lépés eredményét kapta.

II. A K I S É R L E T   L E F O L Y T A T Á S A .

Kisérleti osztályom a Gábor Áron Kohó- és Öntőipari Technikum II.A. osztálya volt. Osztálylétszám 4o fő. Félévi matematika átlag 3,17. Az osztályban 9 jeles, 7 jó, lo közepes, lo elégséges és 4 elégtelen matematika érdemjegyü tanuló volt.

Az 1965/66-os tanév eleji ismétléseknél tudatosan irattam olyan előzetes felmérő dolgozatot, mely megmutatta azt, hogy a későbbiek során a program elkészitésénél a régi anyag milyen mértékü ismeretére támaszkodhatom. A dolgozat tartalmazott egyszerü szögfüggvény kikeresést, egyenletrendezést és egy derékszögü háromszög hiányzó adatainak meghatározását szögfüggvények segitségével. Ezt a dolgozatot a kisérleti és a kontrol osztállyal is megirattam és még az évelеji ismétlések során módot kerestem arra, hogy próbáljam pótolni a tapasztalt hiányosságokat.

Mielőtt a tanulók hozzákezdtek volna a program feldolgozásához, egy órát arra szántam, hogy beszélgettem velük arról, mi is az a programozott oktatás, miért csináljuk, mi célt szolgál. Egy órát pedig a technikai részek megbeszélésével töltöttünk el.

A tanulók a kisérlet idejére külön munkafüzetet vásároltak. Az első oldalra leirták az általános tudnivalókat a teendőkkel kapcsolatosan. Pl. Minden óra elején ird fel az óraszámot és a dátumot, a lépések sorszámát ird ki a füzetedbe, s az egyes lépéseket vonallal válaszd el. Minden kérdésre, utasitásra irásban válaszolj, a használt segitő sorszámát karikázd be, a számszerü eredményt két tizedesig számold! stb.

A tanulókban előre tudatositottam azt, hogy a segitő használata semmi hátrányt nem jelent, de csak akkor nézzék meg, ha egyébként nem tudnak tovább jutni.
A használt segitő sorszámát bekarikázták. Ha a segitővel sem tudott egy-egy tanuló eredményt elérni, akkor kézfelnyujtással tanári segitséget kérhetett. A tanári segitést minden esetben az illető füzete szélén jegyeztem, de a tanulók erről is tudták, hogy csak a program javitása érdekében történt.

Az osztály eredeti ülési rendjét a program feldolgozása előtt módositottam. Egy csoportba ültettem az azonos matematika érdemjegyü tanulókat. Ezzel igyekeztem kiküszöbölni az egymásról való másolás lehetőségét, ezenkivül ez az ültetés még azt a célt is szolgálta, hogy a gyengébb tanulóknál felmerülő esetleges általánosabb problémát igy könnyebben meg tudjam magyarázni, a többség munkájának zavarása nélkül.

Az első önálló programfeldolgozó óra 1966. március 8.-án volt. Az első órára betervezett elvégzendő utolsó lépés száma 007. volt.
A lépések a következők:

001. Rajzolj egy derékszögü koordináta rendszert, és benne egy α hegyesszöget ugy, hogy csucsa az origóban legyen, nyugvószára pedig az X tengely pozitiv része!
Folytasd a második lépéssel!

---

002. Ha a nyugvószár a pozitiv X tengelyen van, akkor a koordináta rendszerben milyen szögtipusok lehetnek!
Ird le!
ELLENŐRIZD a számukat!

---

003. Ird fel az egyes negyedek szöghatárait, és a bennük előforduló szögtipusokat!
ELLENŐRIZD!

---

004. A megrajzolt koordináta rendszerben az origó körül rajzolj egy tetszés szerinti r sugaru kört, ugy, hogy a kör a felvett szög mindkét szárát messe!
Az r sugaru kört egységsugaru körnek, a szög mozgószárán lévő metszéspontot egységpontnak nevezzük.
A továbbiakban a tetszés szerinti r sugárral, mint egységgel számolunk.
/ r = + 1 vesszük /

005. A 004 lépésben kapott egységpontból huzz egy merőlegest a szög nyugvó szárára, és az igy kapott derékszögü háromszögben ird fel a felvett α szöghöz tartozó szögfüggvényeket!

/Segit 1/

ELLENŐRIZD a szögfüggvények értékeit!

---

006. Egészitsd ki az alábbi mondatot a 005. lépés alapján!

A felvett szög sinusát az egységpont .... adja, a cosinusát az egységpont ...., a tangens a két koordináta hányadosa.

ELLENŐRIZD!

JAVITS 005. és a /segit 1/ alapján!

---

007. Rajzold ki külön a füzetbe a szögfüggvény értékeknek megfelelő vonaldarabokat!

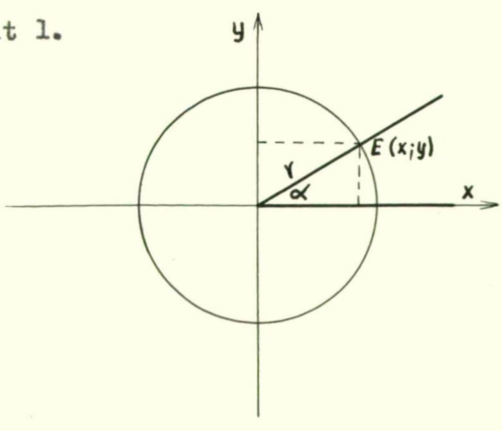
/Segit 2/

A füzetek átnézése után megállapitottam, hogy az órán az előre betervezett lépéseket 34 tanuló elvégezte, ezek közül 9 tanuló még tovább is jutott. A kitüzött feladatot 2 tanuló, egy elégséges és egy elégtelen osztályzatu nem tudta teljesiteni.

Ebből az értékelésből adódik, hogy a betervezett lépések száma helyes volt.
A 2 tanuló a lemaradást házifeladatként pótolta, hogy a következő órán azonos lépéssel tudják kezdeni a munkát.

A feltüntetett segitők a következők:

Segit 1.



E pont ordinátája: y

E pont abszcisszája: x

Pl. sin $\alpha = \frac{y}{r} = \frac{y}{1} = y$, mivel: $r = + 1$

Segit 2.

$$tg\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{y}{x} \text{ mert } \sin\alpha = \frac{y}{r} = y;\ \cos\alpha = \frac{x}{r} = x$$

Tehát csak a két szakasz hányadosát kell megszerkeszteni.

A segitők közül az 1-est 24 tanuló, a 2-est 14 tanuló használta.

A 005. lépést, melyhez az 1-es segitő tartozik, feltétlenül át kell fogalmazni.

Tanári segitséget kért 3 tanuló a tg érték meghatározásához - 007. lépés - melyet két szakasz hányadosaként kapott meg. Itt a szakaszok osztása volt a probléma, ez azonban még az előző év anyaga. Egy tanuló kért segitséget 006. lépéshez, melyben a mondatot kellett kiegésziteni.

A második órán a 008. lépéssel kezdtünk. Erre az órára csak 5 lépés megoldása volt tervezve, mivel 008.-012. között sok rajzot, méregetést igényel a lépések elvégzése.

A lépések a következők:

008. Rajzolj ismét a füzetbe 6 db koordináta rendszert!

Egyenként mérd bele a 32°, $12o^\circ$, 192°, $23o^\circ$, 275° és 312°-os szögeket ugy, hogy mindenegyes szög nyugvó szára az X tengely pozitiv része legyen!

---

009. Rajzolj minden koordináta rendszer origója körül azonos /3 cm/ sugaru egységsugaru kört, mérd és rajzold ki a szögfüggvény értékeknek megfelelő vonaldarabokat!

/Segit 3/

ELLENŐRIZD! a 275°-hoz tartozó értékeket cm-ben!

JAVITS 006. 007. alapján!

---

010. A szögfüggvényeknek megfelelő vonaldarabokat melyik tengelyszakaszon mérted le a 008. lépésben szereplő szögeknél?

Ird ezeket az egyes szögek szögfüggvényeit adó vonaldarabok mellé!

/Segit 4/

ELLENŐRIZD 275°-nál!

---

011. Egészitsd ki az alábbi mondatot 010. alapján!

Az értékeket adó vonaldarabok .... birnak.

ELLENŐRIZD a beirt szó helyességét!

---

012. Ezen megfontolások alapján a 008. lépésben felvett szögek szögfüggvényeinek előjelét foglald táblázatba!

A táblázatot másold a füzetbe!

	32°	120°	192°	230°	275°	312°
sinus						
cosinus						
tangens						

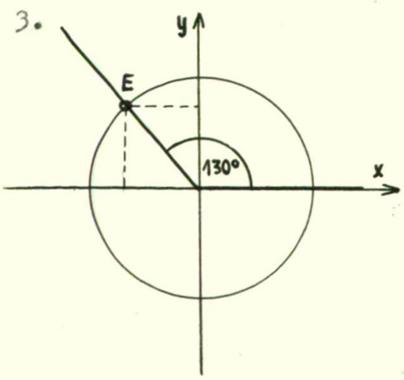
ELLENŐRIZD! a sinus és cosinusnál előforduló negativ és pozitiv előjelek számának különbségét!

A tervezett 5 lépés elvégzésén kivül a következő lépést is elvégezte 4 tanuló, 32 tanuló pedig feldolgozta a kitüzött 5 lépést. 4 tanuló gyengébb eredménnyel dolgozott, igy a 012. lépés táblázatának kitöltésére nem jutott ideje.

Két segitő tartozott ismét az órán kidolgozott lépésekhez.

Segit 3.

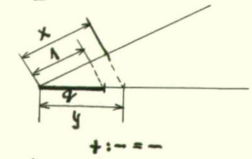
Pl.



$\sin 130^{\circ} = \frac{y}{r} = \frac{y}{1} = y$ +

$\cos 130^{\circ} = \frac{x}{r} = \frac{x}{1} = x$ −

$\text{tg}\ 130^{\circ} = \frac{y}{x}$



$q = \frac{y}{x}$ +:− = −

Segit 4.

Pl.	$\sin 130^{o}$	+ y /tengely/	r > 0 mindig!
	$\cos 130^{o}$	- x /tengely/	
	$\text{tg } 130^{o}$	$\frac{+y}{-x} = -\frac{y}{x}$	

A tg előjelét az előjeles számok osztásának szabálya szerint számold!

A 3-as segitőt 14 tanuló, a 4-es segitőt 7 tanuló használta. A 3-as segitőt a tapasztaltak alapján inkább csak kiváncsiságból nézték meg, mert előzőleg is ehhez hasonló feladatot oldottak meg csak nem konkrét adatokkal.

A feldolgozás során a 009. lépésnél merült fel az a probléma, hogy az egységszakaszt a tanulók különböző nagyságuaknak vették. Az ellenőrzéshez a 275^{o}-hoz tartozó tangens értéket is meg kellett határozni, s a szakaszok osztásánál igy különböző eredmények jöttek ki. Ezért menetközben a tangens érték ellenőrzését töröltük.

A 010. lépéshez pedig egy szót kell beszurni, illetve a kérdést ugy helyesbiteni, hogy "A szögfüggvényeknek megfelelő vonaldarabokat milyen előjelü tengelyszakaszon mérted le."

A 3. órán befejeztük a programanyag első részének feldolgozását.

Ez a rész a következő lépésekből állt:

013. Ezután általánosságban, az egyes negyedekbe eső szöghatárok figyelembevételével készits összefoglaló táblázatot!

/Segit 5/

	I.	II.	III.	IV.
sinus				
cosinus				
tangens				

Ellenőrizd a tangesnál előforduló pozitiv, negativ előjelek számának különbségét!

---

014. Rajzolj egy ujabb koordináta rendszert, bele egy 148^{o}-os szöget nyugvó szárral a pozitiv X tengelyen!

---

015. A 008. lépésben rajzolt egységsugaru kör sugarával rajzolj a koordináta rendszerben egységsugaru kört, mérd és rajzold ki a 148^{o}-os szöghöz tartozó szögfüggvények értékeit!

/Segit 3/

---

016. A 008. lépésben szereplő szögek közül keresd meg azt a szöget, amely szögfüggvényeihez ugyanolyan hosszu vonaldarabok tartoznak, mint a 148^{o}-oshoz!

ELLENŐRIZD a fokszámot!

---

017. Rajzolj ujra két koordináta rendszert és a 008. lépésben szereplő sugárral egységsugaru kört.

Az egyik koordináta rendszerbe egy 212^{o}-os, a másikba egy 328^{o}-os szöget, nyugvó szárral a pozitiv X-en!

Határozd meg a szögek szögfüggvény értékeit kirajzolással!

---

018. A 008. lépésből keresd meg azt a szöget, amelyhez ugyanolyan nagyságu vonaldarabok tartoznak, mint a 212^{o}-os, és 328^{o}-os szögekhez!

ELLENŐRIZD a fokszámot!

---

019. Megállapitottuk azt, hogy 32^{o} sinusa = 148^{o} sinusával, 212^{o} sinusa = 32^{o} sinusával, és 328^{o} sinusa = 32^{o} sinusával. Ugyanezek az összefüggések igazak cosinusra és tangensre is.

Ha képezed a

II. negyedben a	180^{o}	$-\ 32^{o}$	=	148^{o}	
III. negyedben a	180^{o}	$+\ 32^{o}$	=	212^{o}	
IV. negyedben a	360^{o}	$-\ 32^{o}$	=	328^{o}-ot,	

ennek, és a szögek szögfüggvényeinek egyenlősége alapján felirható, hogy $\sin 148^\circ = \sin /180^\circ - 32^\circ/$ a II. negyedben.

Ird fel az egyenlőséget a III. - IV.-ben is, és cosinus, tangens szögfüggvényre is!

/Segit 6/

---

020. Töltsd ki az alábbi táblázatot, ha

II. negyedben $\varphi = 180^\circ - \alpha$

III. negyedben $\varphi = 180^\circ + \alpha$

IV. negyedben $\varphi = 360^\circ - \alpha$ jelölést alkalmazod, és α a 008. 019. lépésben szereplő 32°-ot jelöli!

φ	II. $180^\circ - \alpha$	III. $180^\circ + \alpha$	IV. $360^\circ - \alpha$
$\sin \varphi$			
$\cos \varphi$			
$\mathrm{tg}\, \varphi$			

Vedd figyelembe a 13. lépés előjeltáblázatát!

---

021. Határozzuk meg a következő szögfüggvényeket!

$\sin 190^\circ$

$\cos 105^\circ$

$\mathrm{tg}\ 325^\circ$

/Segit 7/

ELLENŐRIZD az eredményeket!

---

022. Határozd meg a következő szögfüggvényértékeket!

$\sin 340^\circ$

$\cos 198^\circ$

$\mathrm{tg}\ 280^\circ$

ELLENŐRIZD az eredményeket!

---

023. N.K. Határozzuk meg a következő szögfüggvényeket!

sin $21o^{o}$	cos $31o^{o}$	tg $33o^{o}$
cos $21o^{o}$	sin $31o^{o}$	sin $33o^{o}$
tg $21o^{o}$	tg $31o^{o}$	cos $33o^{o}$

Az első részt sikerült terv szerint elvégezni. A 3. óra végére az első rész kötelező lépéseit 35 tanuló /97,2 %/ elvégezte, 1 tanuló - elégséges osztályzatu - 3 lépéssel elmaradt. Lemaradását otthon pótolta. A kötelező lépések elvégzésén kivül 16 tanuló teljesen, vagy csak részben elvégezte a 023. nemkötelező lépést is.

Ehhez a részhez tartozó segitő:

5. III. negyedben tg előjele: +

6. A cosinust, illetve tangenst adó vonaldarabok is egyenlőek.

7. cos $2oo^{o}$ = cos /$18o^{o}$ + $2o^{o}$/ = - cos $2o^{o}$ = - o,9397

Mindig vedd figyelembe az előjeleket is!

A 3. segitőt már az előzőekben is használták, s az nem tünik ki a jelölésekből, hogy az illető tanuló a 009. vagy a 015. lépésnél használta-e.

Az 5. segitőt 4-en, a 6. segitőt 6-an, a 7-es segitőt pedig senki nem vette igénybe.

Igy ennek a segitőnek a tapasztalatok alapján nem volt indokolt a megadása.

A 020. lépés táblázatának kitöltése az elégtelen tanulóknak, s néhány elégséges tanulónak problémát jelentett. A kérdéses tanulóknak együttesen segitettem, mivel ezt az ülésrend is lehetővé tette.

Itt jegyzem meg, hogy a kontrol osztályban - ahol hagyományosan tanitottam - is voltak ezzel a kérdéssel kapcsolatosan problémák. Az anyag tárgyalása utáni órán egyesek kérésére mégegyszer átvettük az egyes negyedekben a szögekhez tartozó szögfüggvények kikeresését.

A programos osztályban, mivel a 3. órán elvégeztük az anyag első részét, az óra végén közösen, szóban összefoglaltuk az eddig tanultakat.

A 4. órán elkezdtük a sinus tétel feldolgozását. Erre az órára 024 - 037-ig terveztem a lépések elvégzését.

024. Egészitsd ki az alábbi mondatot!

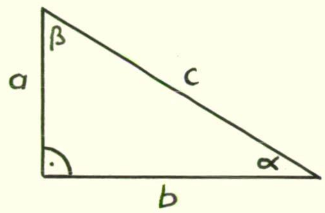
Eddigi ismereteink alapján szögfüggvények segitségével ....

háromszög adatait tudtuk kiszámitani.

ELLENŐRIZD a beirt szó helyességét!

---

025. Oldd meg a következő feladatot!



$c = 8$ cm

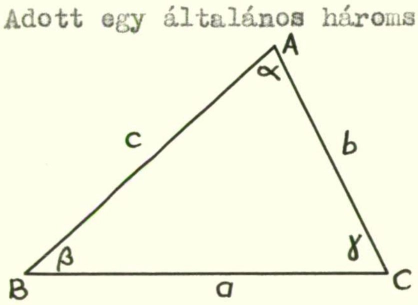
$\beta = 50^\circ$

$b = ?$

ELLENŐRIZD!

---

026. Adott egy általános háromszög.



Ismert: $c = 8$ dm

$\beta = 50^\circ$

$\gamma = 70^\circ$

$b = ?$

A megoldáshoz bontsd fel a háromszöget az a oldalhoz tartozó magassággal $/m_a/$ derékszögü háromszögekre és jelöld I. és II.-vel!

---

027. Számold ki m_a-t I.-ből sinus összefüggés segitségével!

---

028. A kiszámolt magassággal a II.-ből számitsd ki b-t sinus segitségével!

ELLENŐRIZD b értékét!

---

029. Olvasd el a következőt!

A következőkben megvizsgáljuk azt, hogy a 26. lépés feladatában b kiszámitásához szükséges-e az m_a számszerü ismerete.

FOLYTASD a következő lépéssel!

---

030. Ird fel m_a-t I.-ből sinus segitségével, de ugy, hogy számadatok ne szerepeljenek benne.

---

031. A II. háromszögből sin γ segitségével ird fel b-t!

---

032. Fejezd ki ebből az összefüggésből is az m_a-t.

---

033. Hogyan irható fel a 030. 032. lépés két egyenlősége?

/Segit 8/

---

034. Ird át az egyenlőséget ugy, hogy az egyik oldalon csak az oldalak, a másik oldalon a szögfüggvények szerepeljenek!

/Segit 9/

ELLENŐRIZD az eredményt!

JAVITS a 030. lépéstől kezdve!

---

035. Ha más oldalhoz tartozó magasságot huzunk meg, és a számitásokat ugyanugy elvégezzük, a következő eredményeket kapjuk.

$$a : c = \sin\alpha : \sin\gamma$$

$$a : b = \sin\alpha : \sin\beta$$

---

036. A 034. lépésben kapott összefüggés alapján számitsd ki a 026. lépés feladatát!

/Segit lo/

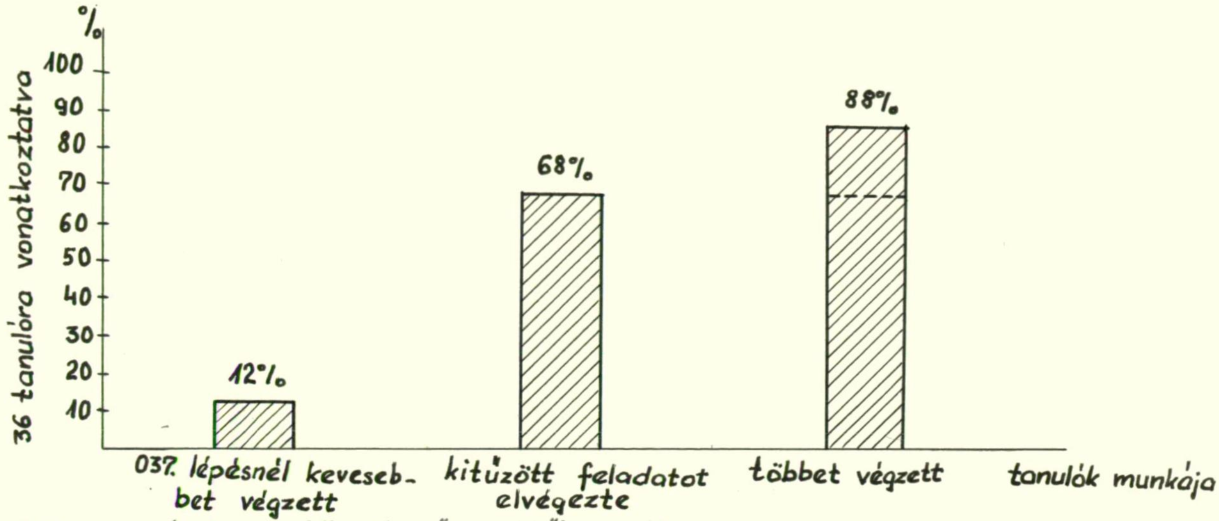
---

037. Az eredményt hasonlitsd össze a 028. lépésben kapottal, és egészitsd ki az alábbi mondatot!

A két eredmény ....

ELLENŐRIZD a kiegészités helyességét!

A tanulók órai munkáját következő grafikon szemlélteti:



Ehhez a részhez a következő segitőket adtam meg.

8. Ha két algebrai kifejezés egyik oldala megegyezik egymással, a másik oldalak egyenlősége is fennáll!

9. a . x = b . y

Az egyik oldalon csak y és ~~y~~x szerepeljen!

a : b = y : x

lo. A táblázatból keresd ki sinus 5o° és sinus 7o° értékeit és helyettesitsd be.

A 8. számu segitőt 4, a 9-est 5, a lo-est pedig 2 tanuló használta.

A lépésekben foglalt utasitások eléggé rövidek és konkrétak voltak, igy különösebb probléma nem merült fel.

Ez a része a programnak talán már azért sem okozott nagymértékü nehézséget a tanulóknak, mert első évtől kezdve minden bizonyitást lépésről lépésre igen precizen vezettünk le, s igy már ismerős volt nekik a módszer.

Ezen óra után jutottak el a tanulók az első házi-feladathoz.

038. HÁZI FELADAT

a = 45,3 m	α = ?
b = 6o,5 m	γ = ?
β = 65,4°	c = ?

/Segit 11/

ELLENŐRIZD!

039. $a = 2{,}654$ km

$\alpha = 52{,}94^\circ$

$\gamma = 6o{,}24^\circ$

$b = ?$

$c = ?$

$\beta = ?$

ELLENŐRIZD!

Az első feladathoz segitőt is kaptak:

11. A 35. lépést is vedd figyelembe!

Ha ismerjük egy háromszög két belső szögét, a harmadikat egyszerüen számithatjuk:

$$\gamma = 18o^\circ - /\alpha + \beta /$$

Ezt a segitőt a jelölések alapján 9 tanuló használta.

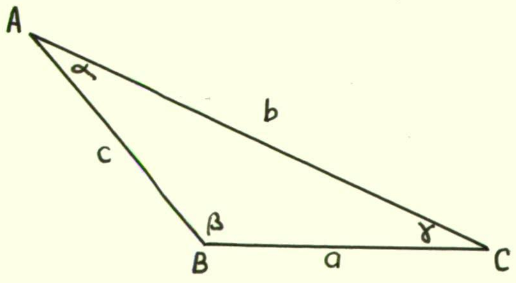
Az 5. óra kezdésekor ellenőriztem a házi-feladatot, 2 tanuló kivételével mindenki elkészitette. Az egyik az elmaradást azzal indokolta, hogy mivel ő az órán csak a 035. lépést fejezte be, ugy gondolta, hogy csak a hiányzó lépéseket kell otthon pótolnia. A másik tanuló pedig egyszerüen elfelejtette elkésziteni.

Ezen az órán a terv szerint 048. lépéssel bezárólag kellett a programot feldolgozni.

040. Adott egy tompaszögü háromszög.

/Másold át a füzetbe!/

Huzd meg a tompaszög nyugvószárához tartozó magasságot!



---

041. Betüzd meg a tompaszög mellékszögét is!

/Segit 12/

---

042. Fejezd ki abból a derékszögü háromszögből a magasságot sinus segitségével, melyet a tompaszögü háromszöghöz, mint kiegészitő háromszöget kaptál a magasság meghuzásával!

---

043. Mivel helyettesitheted a sinus /18o^{o} - β / -t?

/Rögzitettük a 020. lépésben/

Helyettesitsd be!

---

044. Tekintsd azt a derékszögü háromszöget, melyet a kiegészitő derékszögü háromszög és a tompaszögü háromszög alkot!

Ebben az uj derékszögü háromszögben ird fel sinus γ segitségével ugyanazt a magasságot, melyet a 042. lépésben is kifejeztél!

---

045. Mivel ugyanarról a magasságról van szó, itt is felirhatod az egyenlőséget.

---

046. A kapott eredményt hasonlitsd össze a 034. alatt kapottal!

---

047. Egészitsd ki az alábbi mondatot!

A kapott összefüggés ....tompaszögü háromszögre is.

ELLENŐRIZD a kiegészités helyességét!

---

048. A 034. 035. 045. lépésben kapott összefüggések alapján próbáld az oldalak és szögek sinusai közti összefüggést megfogalmazni!

Ird le a füzetbe!

HASONLITSD össze a /Segit 13/-al!

JAVITS a /Segit 13/ alapján.

Lépésekhez tartozó segitők:

12. A mellékszögek $18o^{o}$-ra egészitik ki egymást.

Ha az egyik szög β , hogyan irható fel a másik?

13. Az általános háromszög oldalai ugy aránylanak egymáshoz, mint a velük szemben fekvő szögek sinusai. Az összefüggést sinustételnek nevezzük.

A 12. segitőt 4, a 13-ast 7 tanuló használta.

Ezen az órán a hiányzó 1 tanuló kivételével mindenki eljutott a 048. lépésig.

A jeles és jó érdemjegyü tanulók közül 6 tanuló az osztály 17,5 %-a már elkezdte a gyakorló példák megoldását is.

049. Oldd meg a következő feladatokat!

c = 3o8.7 m	b = 237,4 mm	a = 56,2 cm
α = $44,18^{o}$	β = $148,36^{o}$	c = 47,5 cm
β = $79,67^{o}$	γ = $22,62^{o}$	α = $127,8^{o}$
γ = ?	α = ?	γ = ?
a = ?	a = ?	β = ?
b = ?	c = ?	b = ?

/Segit 14/

ELLENŐRIZD!

---

050. N.K. Oldd meg a következő feladatokat!

b = 1o6.7 m

α = $39,74^{o}$

γ = $98,48^{o}$

β = ?

a = ?

c = ?

Számitsuk ki a háromszög többi alkotórészét, ha

a = 52,4 m b = 4o,7 m β = $39,8^{o}$

ELLENŐRIZD!

A betervezett lépésszám kevés, de a feladatok számszerü megoldása sok időt igényelt a tanulóktól. Az 5o. lépés, mint nem kötelező szerepelt.

Ehhez a részhez a 14. számu segitő adtam meg, s mivel ezt egy tanuló használta, ez el is hagyható.

Ezen az órán kb. 35 perc eltelte után közöltem a tanulókkal, hogy aki befejezte a 049-es lépés feladatainak megoldását, de idő hiányában nem tudja az 5o. lépés feladatait megoldani, az csak irja fel a feladat megoldás menetét, a numerikus számolást ne végezze el. Ebből kifolyólag változott az ellenőrzés módja is - mivel a számszerü eredmény volt az ellenőrzőlapon megadva. Óra végén végignéztem a tanulók füzeteit, a nem kötelező feladatait 9 tanuló, /25 %/ megoldotta részben teljesen, részben a feladat megoldási tervének felirásával.

Az előző órán hiányzó tanuló annak az órának az anyagát dolgozta fel ezen az órán, és a feladatok megoldását otthon pótolta.

Óra végén 2-3 perc alatt ismét összefoglaltuk a tapasztaltakat, és megbeszéltük közösen, hogy milyen adatok ismeretében lehet alkalmazni a sinus-tételt.

A 7. órán a program harmadik részéhez,a cosinus-tétel feldolgozásához jutottunk el.

O51. Keressünk más összefüggést a háromszög szögei és oldalai között!

Rajzolj egy általános háromszöget, betüzd meg, és a c oldalhoz tartozó magassággal bontsd két derékszögü háromszögre!

O52. A magasság a c oldalt is két részre osztja. Jelöld x-szel azt a részét, mely a b oldalhoz közelebb van!

A c másik szeletét hogyan tudod jelölni?

/Segit 15/

---

053. Ird fel arra a derékszögü háromszögre Pythagorás tételét, amelynek átfogóját b-vel jelölted!

ELLENŐRIZD!

---

054. Ugyanebből a háromszögből fejezd ki az x befogót cosinus α segitségével!

ELLENŐRIZD!

---

055. A másik derékszögü háromszögre is ird fel Pythagorás tételét és végezd el a négyzetre-emelést!

---

056. Az 53, 54. lépésben kapott eredményeket helyettesitsd be az 55. egyenlőségébe!

ELLENŐRIZD!

JAVITS 55 lépéstől!

---

057. Oldd meg a következő feladatot, az 56. lépésben kapott összefüggés segitségével!

a = 34,8 cm

b = 46,2 cm

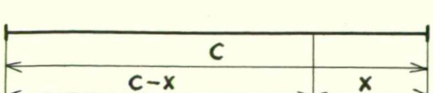
γ = $43{,}7^{\circ}$

c = ?

ELLENŐRIZD!

A 15. segitőt egy tanuló használta.

Segit 15.



Ennél a résznél is célszerübb lett volna egy feladat kapcsán bevezetni a tételt, hasonlóan a sinus-tételhez.

A tervezett 7 lépést óra végére 25 tanuló végezte el, 5 tanulónak, akik a 7 lépéssel előbb végeztek megengedtem, hogy az órán elkezdje a házifeladat példáinak megoldását, ugyanis itt következett a program második házi-feladata.

A lemaradt 6 tanuló pedig a házi-feladattal együtt otthon pótolta az elmaradást.

A házi-feladat a következő volt:

058. HÁZI FELADAT

b = 38o mm

c = 6o4 mm

α = 69,52°

---

a = ?

/Segit 16/

ELLENŐRIZD!

---

059. a = 312 m

c = 5o6 m

β = 73,5°

---

b = ?

ELLENŐIRZD!

A házi-feladathoz a 16. segitő szolgál, melyet 4 tanuló vett igénybe.

Segit 16. Az 56. lépés összefüggése a következő két alakban is felirható:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

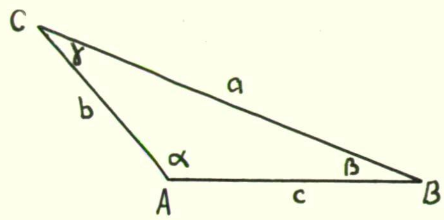
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

A 8. órára lo lépést terveztem be, a lo. már feladatokat tartalmaz, de közben 3 lépés együttes megoldása nem kiván maximálisan 2 percnél többet.

Ezen az órán is ellenőriztem a házi-feladatot, semmi hiányosság nem volt tapasztalható.

A megoldásra váró programlépések a következők voltak:

060. Rajzolj egy tompaszögü háromszöget az ábra szerint



Huzd meg a tompaszögü mozgó szárához tartozó magasságot, és az alap meghosszabbitását jelöld x-szel!

---

061. Ird fel a négy derékszögü háromszögre Pythagorás tételét, és végezd el a négyzetreemelést!

---

062. Arra a derékszögü háromszögre is ird fel Pythagorás tételét, mely a tompaszögü háromszöget egésziti ki derékszögü háromszöggé!

---

063. Ebből a háromszögből az x-szel jelölt befogót fejezd ki cosinus /18o° - α / segitségével!

---

064. Mivel tudod helyettesiteni a cosinus /18o° - α /-t?

Helyettesitsd be! /A 020. lépésben rögzitettük/

ELLENŐRIZD!

---

065. Helyettesitsd be 062. 064. lépésben kapott eredményeket a 061. lépés egyenlőségébe, és végezd el a beszorzást a tényezők előjelének figyelembevételével.

---

066. Hasonlitsd össze az eredményt a 056. lépésben kapottal!

---

067. Egészitsd ki az alábbi mondatot!

A kapott összefüggés .... háromszögre is érvényes.

ELLENŐRIZD!

---

068. OLVASD EL!

Az összefüggést COSINUS-TÉTELNEK nevezzük, mely igy fogalmazható meg: Az általános háromszög egyik oldalának négyzetét ugy számitjuk ki, hogy a másik két oldal négyzetének összegéből kivonjuk a két oldal és az általuk bezárt szög cosinusának kétszeres szorzatát!

---

069. Oldd meg a következő feladatokat!

ELLENŐRIZD a végső eredményeket!

$a = 34{,}8$ cm

$b = 46{,}2$ cm

$\gamma = 43{,}7^{\circ}$

$c = ?$

$a = 617$ m

$c = 506$ m

$\beta = 128{,}25^{\circ}$

$b = ?$

$b = 380$ mm

$c = 604$ mm

$\alpha = 69{,}52^{\circ}$

$a = ?$

Segitőt ehhez a részhez nem állitottam össze.

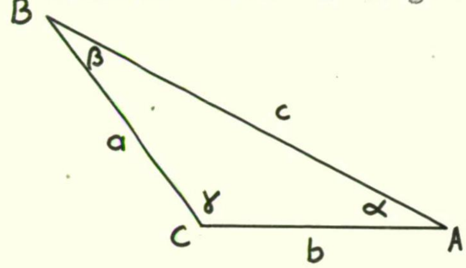
A gyengébb tanulóknak probléma volt a 064. lépés, ugy, hogy itt tanári segitséget is kértek. Ez kicsit meglepő volt, mivel lényegében ugyanezt az utasitást a 34. lépésben minden segitség nélkül végrehajtották. Az óra folyamán a 069. lépésbe minden tanuló belekezdett. 23 tanuló teljesen megoldotta, 7 tanuló 2 feladatot, 6 pedig egy feladatot oldott meg.

Érdekes megjegyezni, hogy ezen az órán a legjobbak nem tartották az előző órák ütemét, nem igyekeztek többet elvégezni a kijelöltnél.

A 9. egyben az utolsó óra anyaga 4 feladat elvégzése volt. Másik 2 feladat nem kötelezőként szerepelt.

070. Oldd meg a következő feladatokat!

Számitsuk ki, hogy az A pont milyen messze van a B ponttól, ha az AB távolság közvetlenül nem mérhető, de ismerjük az AC = b távolságot, valamint α és γ szögeket!



$b = 523$ m

$\alpha = 37{,}8^\circ$

$\gamma = 121{,}6^\circ$

$c = ?$

ELLENŐRIZD!

---

071. Oldd meg a következő feladatot, és ábrát is rajzolj!

Két erő, P_1 és P_2 hat egy anyagi pontra. Az általuk bezárt szög $68{,}9^\circ$. Határozzuk meg az eredőt és az eredő és P_2 szögét!

$P_1 = 25$ kg

$P_2 = 45$ kg

$\alpha = 68{,}9^\circ$

$R = ?$

$\beta = ?$

ELLENŐRIZD!

---

072. Csónakkal akarunk a folyó tulsó partjára jutni, és a cél iránya a folyó partjával 35°-os szöget zár be. Milyen irányba kell evezni 2,5 m/sec sebességgel, ha a viz sodra 1,2 m/sec?

V_1 = 2,5 m/sec

V_2 = 1,2 m/sec

α = 35^o

β = ?

/Segit 17/

ELLENŐRIZD!

---

073. Oldd meg a következő feladatot!

Adott: b = 537,5 m

α = $122,18^o$

γ = $17,54^o$

Számold ki a háromszög hiányzó adatait!

ELLENŐRIZD!

---

074. N.K. Oldd meg a következő feladatot!

Mekkora a C helynek az országuttól való távolsága?

Mivel a távolság közvetlenül nem mérhető meg, az ut mentén lemérjük az AB távolságot, megmérjük α és β szögeket. Ezekkel az adatokkal a feladat már megoldható.

AB = 26o m

α = $48,2^o$

β = $67,3^o$

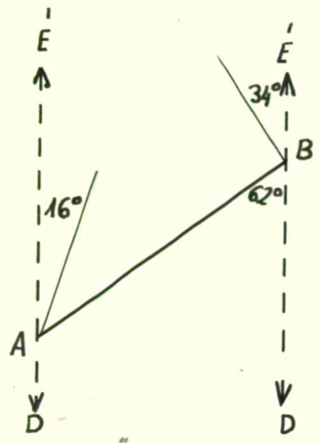
/Segit 14/

ELLENŐRIZD!

---

075. Oldd meg a következő feladatot!

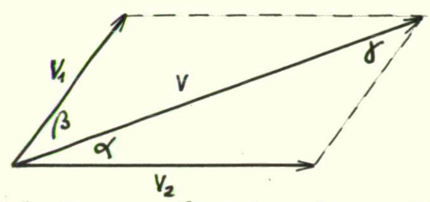
Számitsuk ki, hogy milyen messze van a repülőgép az A és B irányitó állomástól, ha a rádiómérésből és a térképről az ábrán megadott adatok állnak rendelkezésünkre!



ELLENŐRIZD!

Az utolsó részhez két segitő szerepel:

17.



Először a v_2 oldallal szemben fekvő szöget, majd ennek ismeretében β-t határozzuk meg.

18. Először a β szöggel szemközti b oldalt határozzuk meg, majd ennek ismeretében egyszerü szögfüggvény segitségével x-t.

A 072. lépés feladatait az egész osztály kiszámitotta. A 073. lépést 11, a nem kötelező lépéseket 4 tanuló végezte el, kettőnek pedig egy-egy plusz feladatot adtam.

Házi-feladatként mindenki kiszámitotta a nem kötelező lépés feladatait.

A program feldolgozása után következő órán került sor a felmérő dolgozat irására.

III. A KISÉRLET EREDMÉNYÉNEK ÉRTÉKELÉSE

Az értékelés három tényezőn alapszik:

A tanulók munkafüzete

A program feldolgozása után iratott felmérő dolgozat

A tanulókkal és a szülőkkel folytatott beszélgetés.

1. A munkafüzetek értékelése

A tanulók munkafüzetét több alkalommal a feldolgozás során is átnéztem. Általában megfelelően, rendesen, pontosan dolgoztak a tanulók, természetesen akadtak kivételek is. Abban is megegyeztünk a munka kezdése előtt, hogyha javitani kell, a hibás eredményt nem törlik ki, nem irják át, hanem egyszer áthuzzák és ujra elkezdenek dolgozni.

Ez lehetőséget adott arra, hogy a munka befejezésével a füzetek átnézése után lássam, milyen hibák fordultak elő.

A 002-es lépésnél adódott a legelső probléma. Nem volt konkrét a lépés megfogalmazása, igy 17 tanuló a siknegyedeket elválasztó szögfajtákat is felirta.

A 005. lépésben a sinus értelmezését rosszul irta föl 3 tanuló, összekeverte azt a cosinus és tangens fogalmával. Két esetben pedig a következő megoldást láttam:

$$\sin \alpha = \frac{\text{szöggel szemközti befogó}}{\text{átfogó}}$$

Szakasz osztásából keletkezett hibás megoldás a 007. és 009. lépéseknél, összesen 21 füzetben.

Előjel hiba fordult elő a 010. és 012. lépésben 3-3 tanulónál.

A 019. lépés hibáját 2 tanulónál - $\sin 148^\circ = 18o^\circ - 32^\circ$ - figyelmetlenség is okozhatta.

Öt tanuló a 020. lépés táblázatában bejelölt rövidítést nem vette figyelembe és $\sin \varphi$ helyébe beirta a $\sin /18o^\circ - \alpha/$ kifejezést. Ez azonban nem tekinthető loo %-os hibának.

A 021. lépésben cos, tg kiirása 4 tanulónál lemaradt - pl. $\cos 1o5^\circ = 18o^\circ - 75^\circ =$

de a továbbiakban a kikeresésnél közülük csak egy vétett hibát.

Numerikus számolási hiba fordult elő a 022. és a 025. lépésben 14 tanuló füzetében.

Egyenletrendezésnél is volt tévedés a 027, 028, 031, 032, 034. lépésben, összesen 19 alkalommal.

A megtanult uj tételt kellett alkalmazni a 036. lépésben. Egy tanuló nem a szögek sinusaival, hanem csak a megadott szögek fokszámával számolt. Számolási hibásak voltak a 038, 039. lépés feladatai 8 tanuló megoldásában.

A 043. lépés utasitása $\sin /180^0 - \beta/$ egyszerübb felirása. Az előzőkben a táblázatban a hegyesszöget α-val jelöltük, valószinü, hogy egy tanuló füzetében ezért találtam a következő hibát: $\sin /180^0 - \beta/ = \sin \alpha$

A levezetések, és kapott összefüggések alapján a 048. lépésben meg kellett fogalmazni a sinus tételt. 14 tanuló az "általános" szót, 8 tanuló pedig a szögekre vonatkozó "szembenfekvő" jelzőt hagyta el. Három tanuló csak képletben irta le a tételt.

A 054. lépésnél két helyen a cos szögfüggvény rossz felirását találtam. Szorzási, összeadási, gyökvonási hiba volt a 057. és a 058. lépés megoldásában 12 tanulónál, a 061. lépés négyzetreemelését pedig öten végezték rosszul.

Feladatmegoldásnál a 069., 070., 072., 073. lépésekben elszorzást, visszakeresésben hibát, cosinus tételnél kettővel való szorzás elhagyását tapasztaltam 11 tanulónál.

A program 33 lépését hibátlanul oldották meg a tanulók. Ezek a következők: 001., 003., 004., 006., 008., 011., 013., 014., 015., 016., 017., 018., 024., 026., 030., 033., 037., 040., 041., 042., 044., 045., 047., 052., 053., 055., 059., 060., 062., 063., 064., 067., 071. lépések.

Sajnos sok tanuló füzetében előfordult numerikus számolási tévedés, s ennek következtében egy-egy feladat megoldásnál az egész kidolgozást ujra kellett kezdeni, s ez elég sok időt elrabolt. Ezen menetközben ugy próbáltam segiteni,

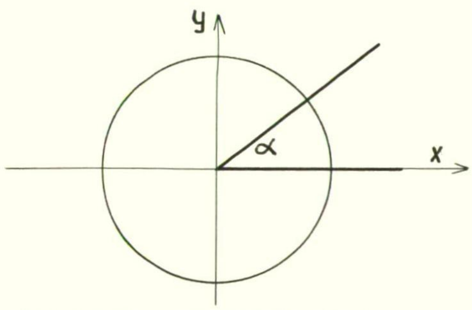
hogy az egyes részeredményeket ellenőriztem a tanulók munkájának zavarása nélkül, s ha láttam, hogy eltérés mutatkozik annak ellenére, hogy a megoldásmenet jó, figyelmeztettem, hogy számolását ellenőrizze.
Arra is figyelmeztetni kellett egy-két tanulót, hogy ne külön papiron végezze el előbb a számitásokat, mert ha csak a végeredményt irja be, - esetleg rosszul - nem lehet látni, hogy hol követett el hibát.

Érdemes végignézni konkrétan egy tanuló munkafüzetét, hogy képet nyerjünk arról, hogy milyen munkát végzett a tanuló egy-egy órán és a 9 órán egészében véve. Nagy András közepes matematika érdemjegyü II.a. osztályos tanuló munkafüzetén keresztül mutatom be a végzett munkát. Egyedül a feladatok mellékszámitásait nem közlöm, de a tanuló füzetében minden számitás megtalálható. Az áthuzott, hibás válaszokat is leirtam, hogy az előforduló hibák is láthatók legyenek.

92. óra március 8.

Szögfüggvények általánositása.

OO1.



OO2.

~~hegyesszög~~, ~~derékszög~~, ~~tompaszög~~,

~~egyenesszög~~, ~~domboruszög~~, ~~derékszög~~

hegyesszög, tompaszög, domboruszög

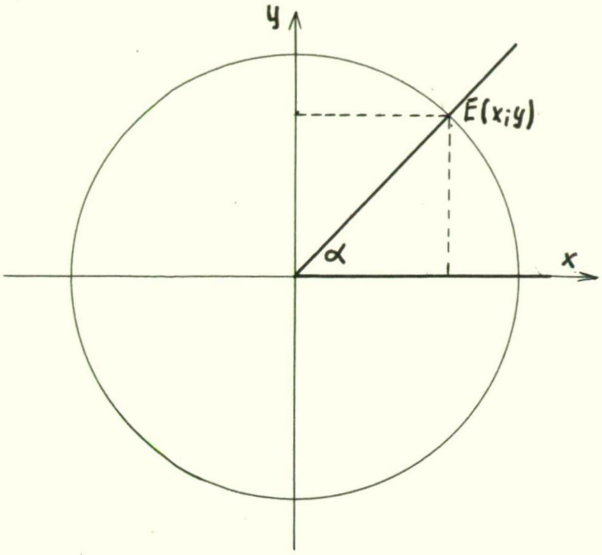
Tanári segitséget kért a tanuló. Nem teljesen pontos a kérdés megfogalmazása.

OO3.

$0^\circ - 90^\circ$ $90^\circ - 180^\circ$ $180^\circ - 270^\circ - 360^\circ$

hegyes tompa domboru

004.



Ismét megrajzolta a tanuló a koordinátarendszert, és benne a szöget. Az utasitás a 001. lépésben megrajzoltra szólt.

005.

$\sin \alpha = \frac{y}{r} = \frac{y}{I} = y$

$\cos \alpha = \frac{x}{I} = x$

~~$\mathrm{tg}\, \alpha = \frac{x}{y}$~~

$\mathrm{tg}\, \alpha = \frac{y}{x}$

006.

A felvett szög sinusát az egységpont ordinátája, cosinusát az egységpont abszcisszája adja, a tangens a két koordináta hányadosa.

007.

$\sin \alpha =$

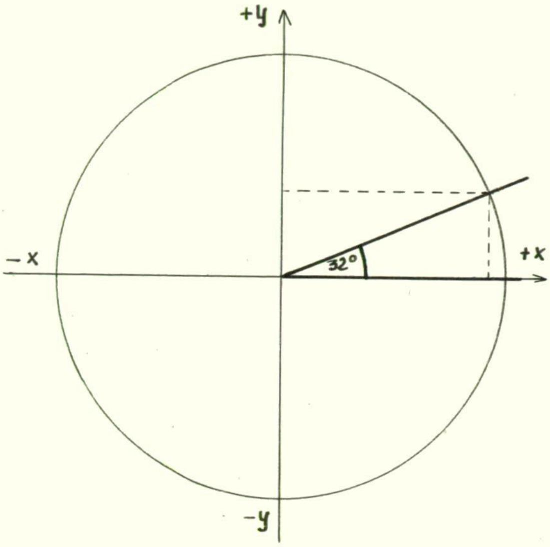
$\cos \alpha =$

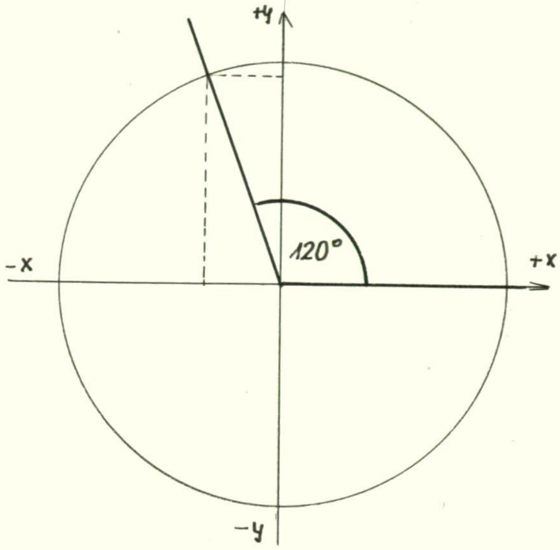
$\mathrm{tg}\, \alpha =$

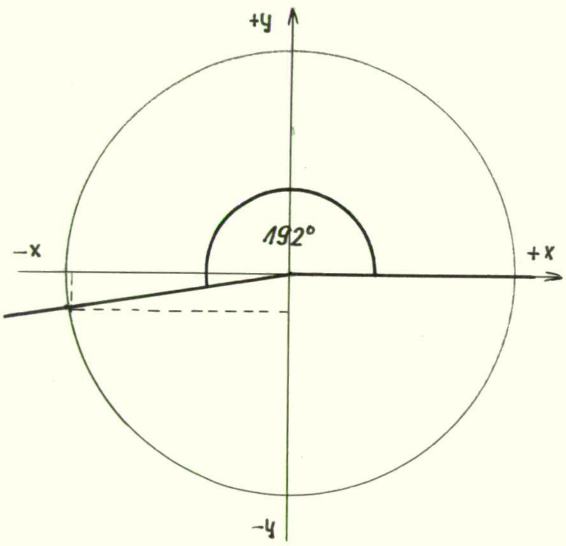
A lépéshez megadott 2-es segitőt használta a tanuló.

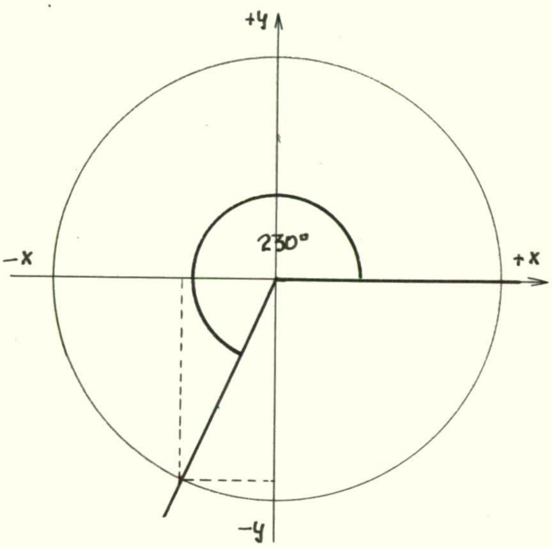
---

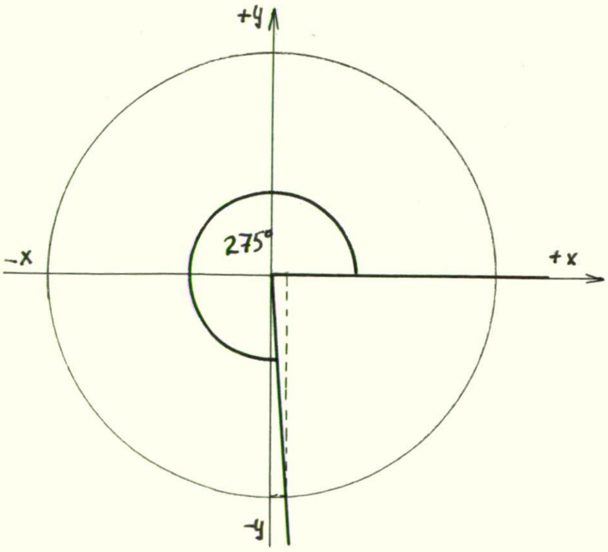
008. <u>93. óra</u> <u>március 9.</u>

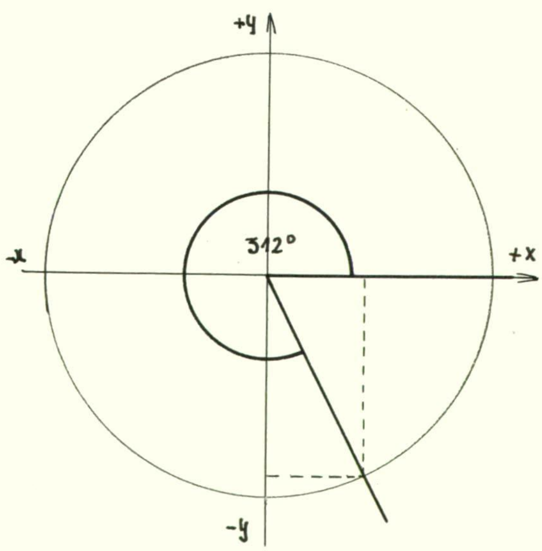












009.

$\sin 32^\circ =$
$\cos 32^\circ =$
$\text{tg } 32^\circ =$

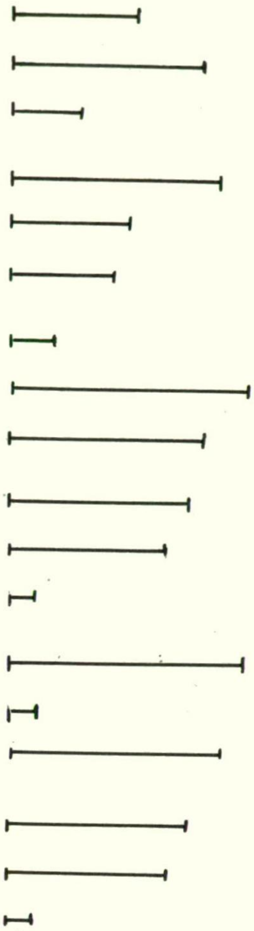
$\sin 12o^\circ =$
$\cos 12o^\circ =$
$\text{tg } 12o^\circ =$

$\sin 192^\circ =$
$\cos 192^\circ =$
$\text{tg } 192^\circ =$

$\sin 23o^\circ =$
$\cos 23o^\circ =$
$\text{tg } 23o^\circ =$

$\sin 275^\circ =$
$\cos 275^\circ =$
$\text{tg } 275^\circ =$

$\sin 312^\circ =$
$\cos 312^\circ =$
$\text{tg } 312^\circ =$



A lépés megoldása közben a megadott 3-as segitőt használta a tanuló.

010.

$\sin 32^\circ$	: $+y$	$\sin 12o^\circ$	: $+y$		
$\cos 32^\circ$	: $+x$	$\cos 12o^\circ$	: $-x$		
$\text{tg } 32^\circ$	: $+\frac{y}{x}$	$\text{tg } 12o^\circ$	: $-\frac{y}{x}$		
$\sin 192^\circ$	: $-y$	$\sin 275^\circ$	: $-y$		
$\cos 192^\circ$	: $-x$	$\cos 275^\circ$	: $+x$		
$\text{tg } 192^\circ$	: $+\frac{y}{x}$	$\text{tg } 275^\circ$	: $-\frac{y}{x}$		
$\sin 312^\circ$	: $-y$				
$\cos 312^\circ$	: $+x$				
$\text{tg } 312^\circ$	: $-\frac{y}{x}$				

Az utasitás szerint ezeket az értékeket az előző lépésben kirajzolt vonaldarabok mellé kellett volna irni, de az ujra kiirással sem követett el hibát a tanuló.

011.

Az értékeket adó vonaldarabok előjellel birnak.

Egy lépés megoldásával lemaradt a többiekhez viszonyitva. Hazavitte a programot, és pótolta.

O12.

	32°	12o°	192°	23o°	275°	312°
sin	+	+	-	-	-	-
cos	+	-	-	-	+	+
tg	+	-	+	+	-	-

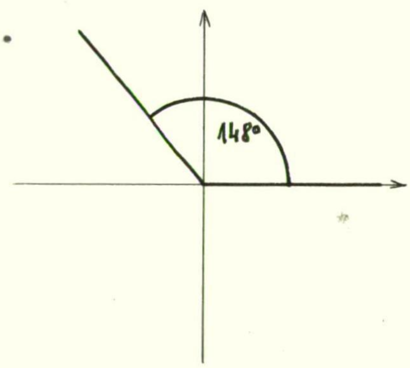
Ezt a lépést a tanuló otthon pótlólag dolgozta ki.

O13. <u>94. óra</u> <u>március lo.</u>

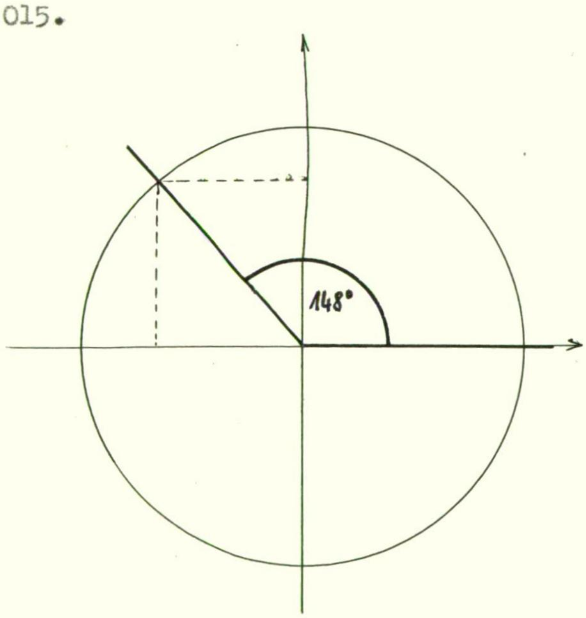
	I.	II.	III.	IV.
sin	+	+	-	-
cos	+	-	-	+
tg	+	-	+	-

A lépéshez megadott 5-ös számu segitőt használta a tanuló.

O14.



O15.



Ismét megrajzolta a koordinátarendszert, s benne a tompaszöget. Itt felesleges munkát végzett.

sin 148° : y   + 1,6 cm

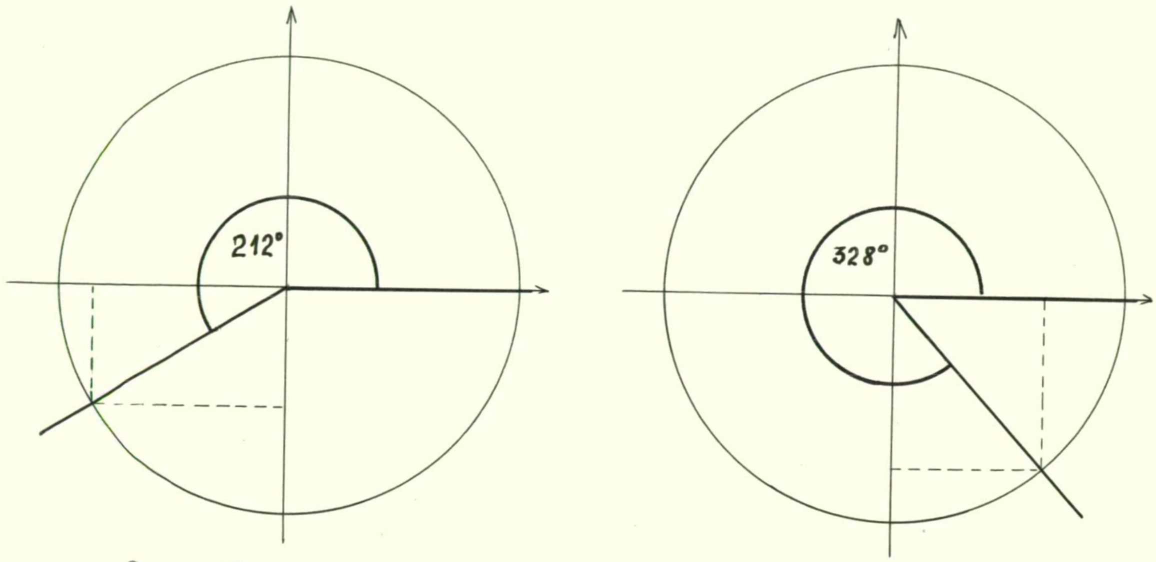
cos 148° : -x   - 2,5 cm

tg 148° : $-\frac{y}{x}$ - o,9 cm

016.

A 32°-os szögnél van olyan hosszu vonaldarab, mint a 148°-os szögnél.

017.



sin 212° : − |——|

cos 212° : − |——|

tg 212° : + |——|

sin 328° : ~~− |——|~~ − |——|

cos 328° : ~~−~~ + |——|

tg 328° : ~~+~~ − |——|

018.

A 32°-os szöghöz ugyanolyan hosszu vonaldarab tartozik, mint 212°-os, és a 328°-os szögekhez.

019.

~~sin 32° = 148°~~
~~sin 32° = 212°~~
~~sin 32° = 328°~~

~~cos 32° = 148°~~
~~cos 32° = 212°~~
~~cos 32° = 328°~~

18o°-32° = 148°

18o°+32° = 212°

36o° - 32° = 328°

sin 148° = sin /18o° - 32°/ = sin 32°

sin 212° = sin /18o° + 32°/ = - sin 32°

sin 328° = sin /36o° - 32°/ = - sin 32°

Kézfelnyujtással tanári segitséget kért.

$\cos 148^o = \cos /18o^o - 32^o/ = \cos 32^o$

$\cos 218^o = \cos /18o^o - 32^o/ = - \cos 32^o$

$\cos 328^o = \cos /36o^o - 32^o/ = - \cos 32^o$

$\cancel{tg\ 148^o = \cos /18o^o - 32^o}$

$tg\ 148^o = tg\ /18o^o - 32^o/ = tg\ 32^o$

$tg\ 212^o = tg\ /18o^o + 32^o/ = - tg\ 32^o$

$tg\ 328^o = tg\ /36o^o - 32^o/ = - tg\ 32^o$

O2O.

II. $\varphi = 18o - \alpha$

III. $\varphi = 18o + \alpha$

IV. $\varphi = 36o - \alpha$

φ	II.	III.	IV.
	$18o^o - \alpha$	$18o^o + \alpha$	$36o^o - \alpha$
$\sin\varphi$	$\sin\alpha$	$- \sin\alpha$	$- \sin\alpha$
$\cos\varphi$	$- \cos\alpha$	$- \cos\alpha$	$\cos\alpha$
$tg\ \varphi$	$- tg\ \alpha$	$tg\ \alpha$	$- tg\ \alpha$

O21.

$\sin 19o^o = \sin /18o^o + 1o^o/ = o{,}1736$

$\cos 1o5^o = \cancel{18o^o - 75^o} = \cos /18o^o - 75^o/ = - \cos 75^o = - o{,}2588$

$tg\ 325^o = tg\ /36o^o - 35^o/ = - tg\ 35^o = - o{,}7oo2$

O22.

$\sin 34o^o = \sin /36o^o - 2o^o/ = - \sin 2o^o = - o{,}342o$

$\cos 198^o = \cos /18o^o + 18^o/ = \cancel{- 18^o} = - \cos 18^o = - o{,}9511$

$tg\ 28o^o = tg\ /36o^o - 8o^o/ = - tg\ 8o^o = - 5{,}671$

A O23-as lépés nem kötelezőként szerepelt, azt nem készitette el a tanuló, nem volt rá ideje az órán.

---

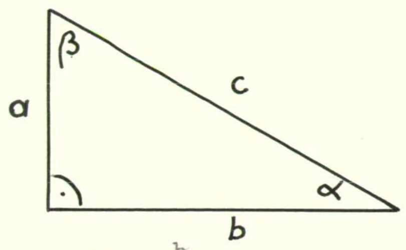
95. óra március 11.

SINUSTÉTEL

024.

Eddigi ismereteink alapján szögfüggvények segitségével derékszögü háromszögek hiányzó adatait tudjuk kiszámitani.

025.



$c = 8$ dm

$\beta = 50^\circ$

$b = ?$

$$\sin\beta = \frac{b}{8}$$

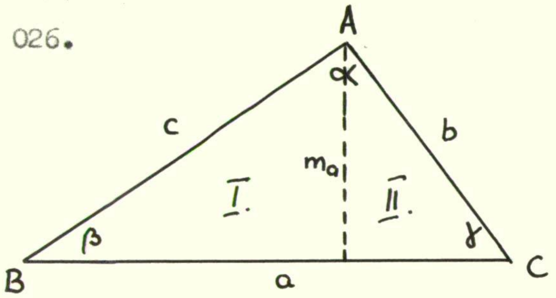
$$0{,}7660 = \sin 50^\circ$$

$$\sin 50^\circ = \frac{b}{8}$$

$$b = 8 \cdot 0{,}7660$$

$$b = 6{,}128 = 6{,}13 \text{ dm}$$

026.



$c = 8$ dm

$\beta = 50^\circ$

$\gamma = 70^\circ$

$b = ?$

027.

$c = 8$ dm

$\beta = 50^\circ$

$\gamma = 70^\circ$

$b = ?$

Az adatok ismételt felirása felesleges.

I. $\sin\beta = \cancel{\frac{c}{m_a}} = \frac{m_a}{c}$ $\qquad m_a = c \cdot \sin\beta$

$$m_a = c \cdot \sin\beta = \sin 50^\circ \cdot 8 = 0{,}7660 \cdot 8 = 6{,}13 \text{ dm}$$

028.

$$\sin \gamma = \frac{m_a}{b}$$

$$b = \frac{m_a}{\sin \gamma} = \frac{6,13}{0,9397} = 6,58 \text{ dm}$$

029.

Elolvastam.

030.

$$\sin \beta = \frac{m_a}{c} \qquad m_a = c \cdot \sin \beta$$

031.

$$\sin \gamma = \frac{m_a}{b}$$

$$\cancel{b = \frac{m_a}{\sin \gamma}}$$

032.

$$m_a = b \cdot \sin \gamma$$

033.

$$c \cdot \sin \beta = b \cdot \sin \gamma$$

034.

$$b : c = \sin \beta : \sin \gamma$$

035.

$$a : c = \sin \alpha : \sin \gamma$$

$$a : b = \sin \alpha : \sin \beta$$

036.

$c = 8$ dm

$\beta = 50^\circ$

$\gamma = 70^\circ$

$b = ?$

$$m_a = c \cdot \sin \beta = \sin 50^\circ \cdot 8 = 6,13$$

$$m_a = b \cdot \sin \gamma = b \cdot 0,9797$$

$$6,13 = b \cdot 0,9797$$

$$b = \frac{6,13}{0,9797} = \underline{\underline{6,58 \text{ dm}}}$$

Fölöslegesen, és nem a tanult tétellel számolt a tanuló. Érdekes, hogy azt a menetet követte a feladat megoldásánál is, mint amin a tétel bizonyitásakor végig kellett haladnia. Annak ellenére, hogy jó az eredménye figyelmeztettem, hogy otthon ismét oldja meg.

037.

A két eredmény egyenlő!

Házi feladat

A 036. lépés pótlása:

$$c : b = \sin\gamma : \sin\beta$$

$$8 : b = \sin 70^\circ : \sin 50^\circ$$

$$b = \frac{8 \,.\, 0{,}7660}{0{,}9797} = \underline{\underline{6{,}58 \text{ dm}}}$$

038.

$a = 45{,}3$ m

$b = 65{,}4$ m

$\beta = 65{,}4^\circ$

$\alpha = ?$

$\gamma = ?$

$c = ?$

A 11-es segitőt használta.

039.

$a = 2{,}654$ km

$\alpha = 52{,}94^\circ$

$\gamma = 60{,}24^\circ$

$b = ?$

$c = ?$

$\beta = ?$

$$\beta = 180^\circ - /52{,}94^\circ + 60{,}24^\circ/ = \underline{\underline{66{,}82^\circ}}$$

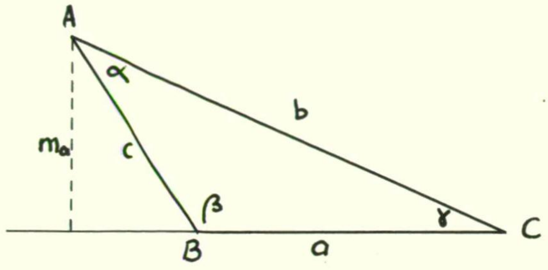
$$\frac{a}{c} = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} \qquad c = \frac{\sin\gamma \,.\, a}{\sin\alpha} = \frac{0{,}8681 \,.\, 2{,}654}{0{,}7980} = \underline{\underline{3{,}05 \text{ km}}}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \qquad b = \frac{a \,.\, \sin\beta}{\sin\alpha} = \underline{\underline{2{,}89 \text{ km}}}$$

---

96. óra   március 12.

040.



041.

$180^{\circ} - \beta$

A mellékszög jelölését leirta a tanuló, de az ábrába nem jelölte be.

042.

$\sin /180^{\circ} - \beta/ = \frac{m_a}{c}$

Az m_a értéket elfelejtette kifejezni, de a későbbiek során enélkül is jól alkalmazta.

043.

$\sin /180^{\circ} - \beta/ = \sin \beta$

$m_a = c \cdot \sin \beta$

044.

$\sin \gamma = \frac{m_a}{b}$ $\qquad \sin \gamma \cdot b = m_a$

045.

$\sin \beta \cdot c = \sin \gamma \cdot b$

046.

$c : b = \sin \gamma : \sin \beta$

047.

A kapott összefüggés érvényes tompaszögü háromszögre is.

048.

$\sin \beta : \sin \cancel{\gamma}\alpha = b : a$

$\sin \alpha : \sin \gamma = a : c$

$\sin \gamma : \sin \beta = c : b$

A tételt szavakban kellett volna megfogalmazni!

97. óra   március 17.

049.

$c = 3o8,7$ m

$\alpha = 44,18^\circ$

$\beta = 79,67^\circ$

$\gamma = ? = 18o^\circ - /44,18^\circ + 79,67^\circ/ = 56,16^\circ$

$a = ?$

$b = ?$

$$a = \frac{c \cdot \sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{3o8,7 \cdot \sin 44,18^\circ}{\sin 56,15^\circ} = \underline{\underline{256,2 \text{ m}}}$$

$$b = \frac{\sin\beta \cdot a}{\sin\alpha} = \frac{256,2 \cdot o,993o}{o,8422} = \underline{\underline{364,3 \text{ m}}}$$

$a = 56,2$ cm

$c = 47,5$ cm

$\alpha = 127,8^\circ$

$b = ?$

$\beta = ?$

$\gamma = ?$

$a : c = \sin\alpha : \sin\gamma$

$$\sin\gamma = \frac{c \cdot \sin\alpha}{a} = \frac{47,5 \cdot \sin o,79o2}{56,2}$$

$$= \frac{47,5 \cdot o,79o2}{56,2} = o,6679 \quad \underline{\underline{41,59^\circ}}$$

$$b = \frac{a \cdot \sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{56,2 \cdot o,184o}{o,79o2} = 13 \text{ cm}$$

$b = 237,7$ m

$\beta = 148,36^\circ$

$\gamma = 22,62^\circ$

$\alpha = ?$

$a = ?$

$c = ?$

$\alpha = 9,o2^\circ$

$a : c = \sin\alpha : \sin\gamma$

$$c = \frac{a \cdot \sin\gamma}{\sin\alpha} =$$

$$a = \frac{b \cdot \sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{237,4 \cdot o,1567}{o,5246}$$

$a = 7o,o7$ m

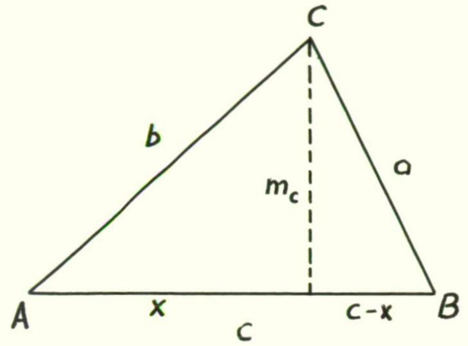
$$c = \frac{7o,o7 \cdot o,3847}{o,1367} = 172 \text{ m}$$

Az órán csak a kijelölt anyagot végezte el a tanuló, nem jutott ideje a nem kötelező lépés feladatainak megoldására. Nem teljesen pontos a "c" meghatározása. Számolási hibát követett el a tanuló.

98. óra március 18.

A COSINUS-TÉTEL

051.



052.

Az előző lépésben felrajzolt ábrában hajtotta végre az utasitást.

053.

$$b^2 = m_c^2 + x^2$$

054.

$$x = b \cdot \cos \alpha$$

055.

$$a^2 = m_c^2 + (c - x)^2$$

$$a^2 = m_c^2 + c^2 - 2cx + x^2$$

056.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

057.

Nem tudta a tanuló a feladatmegoldást az órán elvégezni, ezért a házi feladattal otthon csinálta meg.

$a = 34{,}8$ cm

$b = 46{,}2$ cm

$\gamma = 43{,}7^\circ$

$c = ?$

$\cancel{c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos \gamma}$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

$$c^2 = 34{,}8^2 + 46{,}2^2 - 2 \cdot 34{,}8 \cdot 46{,}2 \cdot 0{,}7230$$

$$c^2 = 1020{,}60$$

$$c \approx 32$$

Házi feladat

058.

$b = 380$ mm

$c = 604$ mm

$\alpha = 69,52^\circ$

$a = ?$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos\alpha$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha} =$$

$$= \sqrt{380^2 + 604^2 - 2 \cdot 380 \cdot 604 \cdot \cos 69,52^\circ} = \underline{\underline{590,7 \text{ m}}}$$

059.

$a = 312$ m

$c = 506$ m

$\beta = 73,5^\circ$

$b = ?$

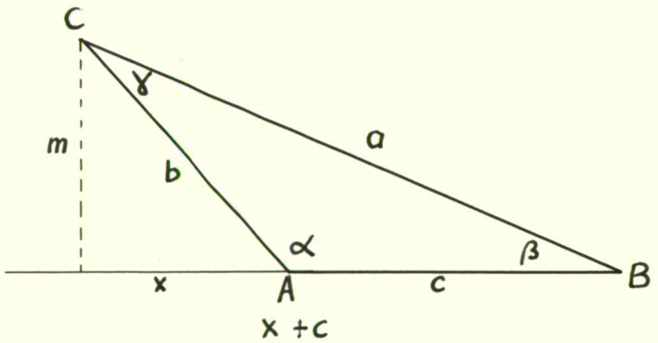
$$b = \cancel{\sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta}} = \sqrt{a^2 + c^2 - 2a\cancel{b}c \cdot \cos\beta} =$$

$$= \sqrt{312^2 + 506^2 - 2 \cdot 312 \cdot 506 \cdot \cos 73,5^\circ} = \underline{\underline{513,5 \text{ m}}}$$

---

99. óra   március 19.

060.



061.

$$a^2 = /c + x/^2 + m^2$$

$$a^2 = c^2 + 2cx + x^2 + m^2$$

---

062. $b^2 = m^2 + x^2$

063.

$$x = b \cdot \cos /180^\circ - \alpha /$$

064.

a $\cos /180^\circ - \alpha /$-t $- \cos \alpha$ -val helyettesithetem.

065.

$$a^2 = m^2 + c^2 - 2cx \cdot \cos \alpha$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

066.

A 65. lépésben kapott eredmény egyenlő az 56. lépésben kapottal.

067.

A kapott összefüggés tompaszögü háromszögre is érvényes.

068.

COSINUS-TÉTEL.

Az általános háromszög egyik oldalának négyzetét megkapom, ha a másik két oldal négyzet-összegéből kivonom ugyanazon két oldal és az általuk közbezárt szög cosinusának kétszeres szorzatát.

Le is irta a tanuló a füzetébe a tételt, holott az utasitás ugy szól, hogy olvassa el. Ez egyáltalán nem mondható hibának, legalább jobban bevésődött.

069.

$a = 617$ m

$c = 506$ m

$\angle\beta = 128{,}25^\circ$

$b = ?$

$\alpha = ?$

$\gamma = ?$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2c \cdot a \cdot \cos \beta$$

$$b^2 = 506^2 + 617^2 - 2 \cdot 506 \cdot 617 \cdot 0{,}6199$$

$$\cos \beta = \cos /180^\circ - \beta / = \begin{array}{r} 180 \\ \underline{-128{,}25} \\ 51{,}75^\circ \end{array}$$

$\underline{\underline{b = 590 \text{ m}}}$

Nem jutott el teljesen a lépésben lévő összes feladat megoldásáig. A hiányzó részt következő órán pótolta, mivel ez az óra teljes egészében feladatmegoldó óra volt. Az elmaradás lényegesen kicsi volt, a következő:

$\gamma = 180 - /\alpha + \beta / = 50{,}24^\circ$

$a : b = \sin\alpha : \sin\beta$

$617 : 590 = \sin\alpha : \sin 128{,}25^\circ$

070.

$b = 523$ m

$\alpha = 37{,}8^\circ$

$\gamma = 121{,}6^\circ$

$c = ?$

$\beta = 20{,}6^\circ$

$c : b = \sin\gamma : \sin\beta$

$c = 1266$ m

072.

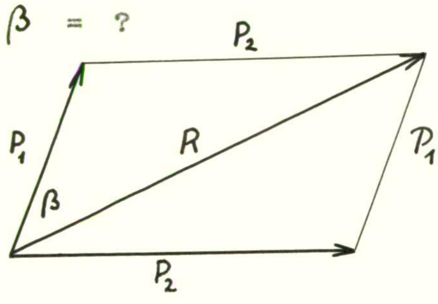
$P_1 = 25$ kg

$P_2 = 45$ kg

$\alpha = 69{,}9^\circ$

$R = ?$

$\beta = ?$



A lépéshez megadott 17. számu segitőt használta.

073.

$b = 342$ m

$\alpha = 32{,}4^\circ$

$\gamma = 73{,}5^\circ$

$c = ?$

$\beta = 74{,}1^\circ$

$$\frac{c}{b} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$$

$$c = \frac{\sin\gamma \cdot b}{\sin\beta}$$

$c = \underline{\underline{247{,}25 \text{ m}}}$

Akadt olyan tanuló is, aki nem tartotta be az utasitásokat. Egy elégséges tanuló füzetében találtam olyan feladatokat, melyek hibásan voltak megoldva és semmi javitást nem eszközölt. A gyakorló feladatok számszerüleg nem feltétlenül egymásra épülnek, igy nem jelentett különösebb problémát, ha egyiket vagy másikat nem jól oldotta meg.

Ebből is látszik, hogy a programozott oktatásnál szükség van a tanár irányitó, ellenőrző szerepére.

Sajnos, a fent emlitett tanulónál az sem tünik ki, hogy ellenőrzött-e, észrevette-e, hogy hibás az eredménye, vagy egyáltalán nem volt kiváncsi arra, hogy jól dolgozott-e, vagy sem.

Hogy mennyire rosszul dolgozott, azt megmutatta a felmérődolgozata, az egész kisérleti osztályból egyedül az ő dolgozata volt teljes egészében elfogadhatatlan.

2. A felmérő dolgozat és értékelése.

A program feldolgozásával egyidőben azonos óraszámmal ugyanezt az anyagrészt tanitottam a II.D. osztályban, mely a kontrol osztály volt. Ennek az osztálynak a létszáma 37, félévi matematika átlaga pedig 3,59. 7 jeles tanuló, 15 jó, 8 közepes és 7 elégséges tanuló volt az osztályban.

A felmérő dolgozatot azonos feladatokkal, egyidőben irta meg mind a két osztály.

A dolgozat 3 feladatból állt "A", "B" csoportra osztva, de azonos jellegü és nehézségü feladatokból.

"A" változat feladatai:

I. Egy bányában két tárna menetének iránya $82,6^{o}$-os szöget zár be. Az egyik 145,8 m, a másik 243 m hosszu. Végpontjaikat egy ujabb tárnával kell összekötni. Mekkora lesz ennek a hossza, s hány fokos szöget zár be a rövidebb tárnával?

II. Hogyan szól a sinus-tétel?

III. Határozd meg a következő szögek szögfüggvényeit!

$\sin 115° = ?$ $\sin 32o° = ?$

$\cos 193° = ?$ $tg\ 214° = ?$

$tg\ 298° = ?$

"B" változat feladatai:

I. Három közös támadáspontu erő egyensulyban van. Mekkora szöget zárnak be a hatásvonalak egymással, ha a három erő: 45 kp, 38 kp és 35 kp.

II. Hogyan szól a cosinus/tétel?

III. Határozzuk meg a szögfüggvények értékeit!

$\sin 132° = ?$ $\sin 318° = ?$

$\cos 2o3° = ?$ $tg\ 257° = ?$

$tg\ 345° = ?$

A tanulók a feladat elvégzése után ráirták a papirjukra, hogy hány percig dolgoztak.

A felmérődolgozatot először pontozásos módszerrel értékeltem. Az egyes feladatoknál maximális pontszám 5,3, illetve 5 pont volt. A dolgozatok érdemjegyét a következő pont értékek alapján döntöttem el:

1 - 3 elégtelen

4 - 6 elégséges

7 - 9 közepes

1o - 11 jó

12 - 13 pontszámos dolgozat jeles osztályzatot kapott.

Ezen értékelés alapján a dolgozatok átlaga:

II.a. /kisérleti osztály/	II.d. /kontrol osztály/
3,o98	3,1o

Ha figyelembe vesszük azt, hogy a kontrol osztály félévi matematika átlaga o,42 %-kal jobb volt, igy jó eredményt ért el a programos osztály.

Romlási különbség az egyes osztályokban a félévi átlaghoz viszonyitva:

II.a. osztály.	II.d. osztály
3,17	3,59
- 3,o98	- 3,1
o,o72	o,49

Az érdemjegyeket adó pontszámok között nem nagy az eltérés, s az osztályzásból nem lehet teljes mértékig kizárni a szubjektivizmust sem, ezért a felmérő dolgozatokat egy ujabb vizsgálat alá vetettem.

Dr. Ágoston György: "A statisztikai módszerek alkalmazása a pedagógiai kutatásban" cimü cikke nyomán statisztikai elemzést végeztem.

A kisérleti és kontrol osztályban iratott felmérő dolgozat rögziti egy-egy tanuló teljesitményét.

Ezeket a teljesitményeket statisztikai sokaságként közelitettem meg. Mivel mindenegyes teljesitmény - jelen esetben a felmérő dolgozat egészében és minden feladata külön-külön - összetett teljesitmény, igy ezeket elemi teljesitményekre, ugynevezett alternativ egységekre bontottam.

Ezen eljáráshoz segitségül felhasználtam dr. Nagy József "A pedagógiai jelenségek kvantifikálása, mint a statisztikai elemzés előfeltétele" cimü tanulmányát.

Ismeretes, hogy a felmérő dolgozat két változatban, azonos jellegü három feladat megoldásából állt. A pontozásos rendszerben történő értékelésnél egy-egy feladatról csak nagyvonalakban lehetett eldönteni, hogy jól végezte-e el a tanuló, vagy sem. Ha rögtön a kezdeti lépésnél követett el hibát, esetleg két számot rosszul adott össze, ez a hiba végigkisérte az egész megoldását, s természetes, hogy rossz eredményt kapott, ami aztán az értékelésnél sem adhatott jó pontszámot.

Az alternativ egységekre bontásnál és azok értékelésénél más a helyzet.

Pl. Az első feladat megoldásánál először cosinus-tétellel kellett egy oldalt kiszámitani. Tételezzük fel, hogy a tanuló jól felismerte, hogy ezt a tételt kell alkalmazni, jól irta fel, helyettesitett be, de a négyzetreemelésnél kettővel rosszul szorzott.

A továbbiakban jó a feladat megoldási menete, de a hibás eredménnyel számolt, igy nem lehet jó a feladat végső értéke.

Ha a feladat megoldását ugy nézzük végig, hogy az egyes alternativ egységek jó, illetve rossz voltát döntjük el, egy ilyen megoldás során csak a numerikus számolásban elkövetett hibát vesszük figyelembe az emlitett példánál.

A felmérő dolgozat feladatait a következő alternativ egységekre bontottam:

I. feladat:

1./ A szöveg alapján az ábra felrajzolása

2./ Az alkalmazandó tétel felismerése

3./ A tétel felirása

4./ Egyenletrendezés

5./ Az ismert értékek behelyettesitése

6./ Numerikus számolás

7./ Második szög kiszámitása

8./ Visszakeresés

II. feladat:

1./ Fogalmi hiba

2./ Tartalmi hiba

3./ Szabatos fogalmazás

III. feladat:

1./ Az adott szögek felirása a megfelelő negyedekben

2./ Számolása

3./ Előjel kijelölése

4./ A szögekhez tartozó szögfüggvény értékek kikeresése.

Az alternativ egységek értékelése az egyes tanulóknál.

A táblázat kitöltése ugy történt, hogy az el nem végzett vagy hibás alternativ egység sorszámát áthuztam. Egy-egy tanuló teljesitménye egy-egy vizszintes számsorra kerül. A tanulókat érdemjegyük szerint csoportositottam, s a különböző csoportokat egy vastagabb vizszintes vonal választja el egymástól.

II/a. /Programos osztály/

	Alternativ egységek														
	I.								II.			III.			
Bulyáki K.	1	2	3	4	5	~~6~~	7	8	1	2	3	~~1~~	~~2~~	3	4
Kovácsik G.	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	~~1~~	2	3	4
Csonka T.	1	2	3	4	5	~~6~~	7	8	1	2	3	~~1~~	2	3	4
Jurinyi K.	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	1	2	~~3~~	4
Kiss I.	1	2	3	4	5	~~6~~	7	8	1	2	3	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~
Mares L.	1	2	3	4	5	6	~~7~~	8	1	~~2~~	3	1	2	3	4
Pacza M.	1	2	3	4	5	~~6~~	7	8	1	2	3	1	2	3	~~4~~
Stefán E.	1	2	3	4	5	~~6~~	7	8	1	2	3	1	2	~~3~~	4
Czirbusz M.	1	2	3	~~4~~	5	6	7	8	1	2	3	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~
Homolya G.	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	~~3~~	~~1~~	2	~~3~~	~~4~~
Lajtos M.	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	1	2	3	~~4~~
Majoros M.	1	2	3	4	5	~~6~~	7	8	1	2	~~3~~	~~1~~	2	3	4
Szomoru Zs.	1	2	3	4	~~5~~	6	~~7~~	~~8~~	1	~~2~~	3	~~1~~	2	~~3~~	~~4~~
Vojko Á.	1	2	3	4	5	~~6~~	~~7~~	~~8~~	~~1~~	~~2~~	~~3~~	1	2	~~3~~	4
Barta J.	1	2	3	~~4~~	5	6	7	8	1	2	3	1	2	~~3~~	~~4~~
Hévizi M.	1	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	6	~~7~~	~~8~~	~~1~~	~~2~~	~~3~~	1	2	~~3~~	4
Iván G.	1	2	3	4	5	6	~~7~~	8	1	2	3	1	2	~~3~~	~~4~~
Kőhalmi K.	1	2	3	4	5	~~6~~	~~7~~	8	1	2	3	1	2	~~3~~	4
Mikó M.	1	2	3	4	5	~~6~~	7	8	1	2	3	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~
Nagy A.	~~1~~	2	3	4	5	6	7	~~8~~	1	2	3	1	2	3	~~4~~
Nagy J.	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~1~~	2	~~3~~	4
Pásztor I.	1	2	3	4	5	~~6~~	7	8	1	2	3	1	2	3	4
Varga Z.	1	2	3	~~4~~	5	6	7	8	1	~~2~~	3	~~1~~	2	3	4
Juhász I.	1	2	3	~~4~~	5	6	~~7~~	~~8~~	1	~~2~~	3	1	2	3	~~4~~
Juhász M.	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	1	2	~~3~~	4
Korbély Zs.	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~
Szentgyörgyi K.	1	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	6	7	8	1	2	3	1	2	~~3~~	4
Trajter M.	1	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~
Urszin J.	1	2	3	4	~~5~~	6	7	~~8~~	~~1~~	~~2~~	~~3~~	1	2	3	~~4~~
Varga P.	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~	1	~~2~~	~~3~~	1	2	3	~~4~~
Vincze E.	1	2	3	4	5	6	~~7~~	8	1	2	3	1	2	3	4
Vingendorf G.	1	2	3	4	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~	~~1~~	~~2~~	~~3~~	1	2	3	~~4~~
Hajdu M.	1	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~	1	2	3	1	2	3	4
Lázár Gy.	1	2	3	~~4~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~	1	2	3	1	2	3	4
Olmos E.	1	2	3	4	5	~~6~~	~~7~~	~~8~~	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~
Tóth A.	1	2	3	4	5	~~6~~	7	8	~~1~~	~~2~~	~~3~~	1	2	~~3~~	~~4~~

II/d. /Kontrol osztály/

	Alternativ egységek														
	I.								II.			III.			
Csuka B.	1	2	3	4	5	6	7	8	1	~~2~~	3	~~1~~	2	~~3~~	4
Czimer I.	1	2	3	4	5	~~6~~	~~7~~	8	1	2	3	~~1~~	2	3	4
Farkas J.	1	2	3	4	5	~~6~~	7	~~8~~	1	2	3	1	2	3	4
Fazekas I.	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	~~1~~	2	3	4
Gáti Gy.	1	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	1	2	~~3~~	1	2	3	4
Sike P.	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	~~3~~	~~1~~	2	3	~~4~~
Várkonyi B.	1	2	3	4	5	~~6~~	7	~~8~~	1	2	3	~~1~~	2	3	4
Biczó L.	1	2	3	4	5	~~6~~	7	8	1	~~2~~	3	~~1~~	2	3	4
Drótár L.	1	2	3	4	5	~~6~~	7	~~8~~	1	~~2~~	3	1	2	~~3~~	4
Földi J.	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~	1	~~2~~	3	~~1~~	2	3	4
Fütyü A.	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~1~~	2	3	~~4~~
Hangonyi D.	1	2	3	4	5	~~6~~	7	8	1	2	3	~~1~~	2	3	4
Kaposvári Gy.	1	2	3	4	5	6	7	8	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~
Kolozsy L.	1	2	3	4	5	6	7	~~8~~	1	~~2~~	3	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~
Korsoveczki Gy.	1	2	3	4	5	~~6~~	~~7~~	~~8~~	1	~~2~~	~~3~~	~~1~~	2	3	~~4~~
Kömőczi I.	1	2	~~3~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~	1	~~2~~	3	~~1~~	2	~~3~~	4
Molnár J.	1	2	3	4	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~	1	~~2~~	3	1	2	~~3~~	~~4~~
Száki L.	1	2	3	4	5	6	7	8	1	~~2~~	3	1	2	3	4
Szögedi J.	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	~~1~~	2	3	4
Tamásfalvi A.	1	2	3	4	5	6	7	8	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~1~~	2	~~3~~	4
Török J.	1	2	3	4	5	6	7	8	1	~~2~~	3	1	2	3	4
Vörös J.	1	2	3	4	5	~~6~~	7	8	1	2	~~3~~	1	2	3	~~4~~
Bedécs A.	1	2	3	4	5	6	~~7~~	8	1	~~2~~	3	1	2	3	~~4~~
Bogdán M.	1	2	~~3~~	4	5	6	7	~~8~~	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~
Csoma Gy.	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~	1	~~2~~	3	~~1~~	2	~~3~~	~~4~~
Gordoni Gy.	1	2	3	4	5	~~6~~	7	~~8~~	1	~~2~~	3	~~1~~	~~2~~	~~3~~	4
Incze L.	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~	1	2	3	1	~~2~~	3	~~4~~
Lálóczki L.	1	2	3	4	5	~~6~~	7	8	1	2	3	1	2	~~3~~	~~4~~
Tóth I.	1	2	3	4	5	~~6~~	7	~~8~~	1	2	3	1	2	~~3~~	4
Treit L.	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~	1	~~2~~	3	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~
Katona J.	1	2	3	4	~~5~~	~~6~~	7	8	1	2	3	~~1~~	2	~~3~~	~~4~~
Munkácsi J.	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~	1	2	3	1	2	3	4
Nagy B.	1	2	3	4	5	~~6~~	7	~~8~~	1	2	3	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~
Papp L.	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~	1	~~2~~	3	1	2	~~3~~	4
Varga J.	1	2	3	4	5	6	7	~~8~~	1	2	~~3~~	~~1~~	2	~~3~~	4
Váraljai L.	1	2	3	~~4~~	5	6	~~7~~	~~8~~	1	~~2~~	~~3~~	~~1~~	2	~~3~~	~~4~~
Zsigri J.	1	2	3	4	5	6	~~7~~	8	1	~~2~~	~~3~~	~~1~~	2	~~3~~	~~4~~

Egy-egy heterogén alternativ egység mutatószámát

$$m = \frac{\sum a_o}{\sum a} \cdot loo = loo - \frac{\sum a_I}{\sum a} \cdot loo$$

képlet alapján számoltam ki, ahol a_o hibás vagy el nem végzett alternativ egység, a = alternativ egység, a_I = hibátlan homogén alternativ egység.

A következő értékeket kaptam:

Heterogén egység sorszáma	$\sum a_I$	$\sum a_o$	$\sum a$	m
I. 1.	62	11	73	15
2.	59	14	73	19
3.	57	16	73	21
4.	51	22	73	3o
5.	52	21	73	28
6.	31	42	73	57
7.	43	3o	73	41
8.	38	35	73	47
			$\sum m_{I.} = 258$	
II. 1.	6o	13	73	17
2.	38	35	73	47
3.	5o	23	73	31
			$\sum m_{II.} = 95$	
III. 1.	35	38	73	52
2.	59	14	73	19
3.	35	38	73	52
4.	38	35	73	47
			$\sum m_{III.} = 17o$	
$\sum_{i=I}^{III.} m_i = 523$				

A kisérletben résztvevő tanulók száma 77 volt, egy kisérleti és egy kontrol osztály tanulóinak száma.

Nem állt módomban több tanulót bevonni a kisérletbe, mivel egyetlen ilyen tipusu középfoku iskola van az országban. A felmérő dolgozatot pedig csak 73 tanulóval irattam - többi betegség miatt hiányzott - igy természetes, hogy az értékelés nem ad általános képet. Az értékelési módszer kipróbálása mégis azt a következtetést eredményezi, hogy sokkal reálisabb eredményeket kaptam, igy és sokkal jobb összehasonlitási alapot, mint bármely pontozásos rendszernél.

A tanulói teljesitmény minőségének vizsgálata.

A tanulók teljesitményének "m" értékei:

II/a. /Programos osztály/

	Az alternativ egységek mutatószáma															Σm
	I.								II.			III.				
Bulyáki K.	15	19	21	3o	28	o	41	47	17	47	31	o	o	52	47	395
Kovácsik G.	15	19	21	3o	28	57	41	47	17	47	31	o	19	52	47	471
Csonka T.	15	19	21	3o	28	o	41	47	17	47	31	o	19	52	47	414
Jurinyi K.	15	19	21	3o	28	57	41	47	17	47	31	52	19	o	47	471
Kiss I.	15	19	21	3o	28	o	41	47	17	47	31	o	o	o	o	296
Mares L.	15	19	21	3o	28	57	o	47	17	o	31	52	19	52	47	435
Pacza M.	15	19	21	3o	28	o	41	47	17	47	31	52	19	52	o	419
Stefán E.	15	19	21	3o	28	o	41	47	17	47	31	52	19	o	47	43o
Czirbusz M.	15	19	21	o	28	57	41	47	17	47	31	o	o	o	o	323
Homolya G.	15	19	21	3o	28	57	41	47	17	47	o	o	19	o	o	374
Lajtos M.	15	19	21	3o	28	57	41	47	17	47	31	52	19	52	o	476
Majoros M.	15	19	21	3o	28	o	41	47	17	47	o	o	19	52	47	383
Szomoru Zs.	15	19	21	3o	o	57	o	o	17	o	31	o	19	o	o	2o9
Vojkó Á.	15	19	21	3o	28	o	o	o	o	o	o	52	19	o	47	231
Barta J.	15	19	21	o	28	57	41	47	17	47	31	52	19	o	o	394
Hévizi M.	15	o	o	o	o	57	o	o	o	o	o	52	19	o	47	19o
Iván G.	15	19	21	3o	28	57	o	47	17	47	31	52	19	o	o	383
Kőhalmi K.	15	19	21	3o	28	o	o	47	17	47	31	52	19	o	47	394
Mikó M.	15	19	21	3o	28	o	41	47	17	47	31	o	o	o	o	296
Nagy A.	o	19	21	3o	28	57	41	o	17	47	31	52	19	52	o	414
Nagy J.	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	19	o	47	66
Pásztor I.	15	19	21	3o	28	o	41	47	17	47	31	53	19	52	47	476
Varga Z.	15	19	21	o	28	57	41	47	17	o	31	o	19	52	47	394
Juhász I.	15	19	21	o	28	57	o	o	17	o	31	53	19	52	o	311
Juhász M.	15	19	21	3o	28	57	41	47	17	47	31	53	19	o	47	471
Korbély Zs.	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
Szentgyörgyi K.	15	o	o	o	o	57	41	47	17	47	31	52	19	o	47	373
Trajter M.	15	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	15
Urszin J.	15	19	21	3o	o	57	41	o	o	o	o	52	19	52	o	3o6
Varga P.	o	o	o	o	o	o	o	o	17	o	o	52	19	52	o	14o
Vincze E.	15	19	21	3o	28	57	o	47	17	47	31	52	19	52	47	482
Vingendorf Gy.	15	19	21	3o	o	o	o	o	o	o	o	52	19	52	o	132
Hajdu M.	15	o	o	o	o	o	o	o	17	47	31	52	19	52	47	265
Lázár Gy.	15	19	21	o	o	o	o	o	17	47	31	52	19	52	47	32o
Olmos E.	15	19	21	3o	28	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	113
Tóth A.	15	19	21	3o	28	o	41	47	o	o	o	52	19	o	o	272

II/d. /Kontrol osztály/

	Az altennativ egységek mutatószáma															$\Sigma_1 m$
	I.								II.			III.				
Csuka B.	15	19	21	3o	28	57	41	47	17	o	31	o	19	o	47	393
Czimer I.	15	19	2o	3o	28	o	o	47	17	47	31	o	19	52	47	394
Farkas J.	15	19	21	3o	28	o	41	o	17	47	31	52	19	52	47	419
Fazekas I.	15	19	21	3o	28	57	41	47	17	47	31	o	19	52	47	471
Gáti Gy.	15	19	21	o	28	o	41	o	17	47	o	52	19	52	47	358
Sike P.	15	19	21	3o	28	57	41	47	17	47	o	o	19	52	o	393
Várkonyi B.	15	19	21	3o	28	o	41	o	17	47	31	o	19	52	47	367
Biczó L.	15	19	21	3o	28	o	41	47	17	o	31	o	19	52	47	32o
Drótár L.	15	19	21	3o	28	o	41	o	17	o	31	52	19	o	47	32o
Földi J.	o	o	o	o	o	o	o	o	17	o	31	o	19	52	47	166
Fütyü A.	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	19	52	o	71
Hangonyi D.	15	19	21	3o	28	o	41	47	17	47	31	o	19	52	47	414
Kaposvári Gy.	15	19	21	3o	28	57	41	47	o	o	o	o	o	o	o	258
Kolozsy L.	15	19	21	3o	28	57	41	o	17	o	31	o	o	o	o	259
Korsoveczky Gy.	15	19	21	3o	28	o	o	o	17	o	o	o	19	52	o	2o1
Kömöczi I.	15	19	o	o	o	o	o	o	17	o	31	o	19	o	47	169
Molnár J.	15	19	21	3o	o	o	o	o	17	o	31	52	19	o	o	2o4
Száki L.	15	19	21	3o	28	57	41	47	17	o	31	52	19	52	47	476
Szögedi J.	15	19	21	3o	28	57	41	47	17	47	31	o	19	52	47	471
Tamásfalvi A.	15	19	21	3o	28	57	41	47	o	o	o	o	19	o	47	324
Török J.	15	19	21	3o	28	57	41	47	17	o	31	52	19	52	47	476
Vörös J.	15	19	21	3o	28	o	41	47	17	41	o	52	19	52	o	388
Bedécs A.	15	19	21	3o	28	57	o	47	17	o	31	52	19	52	o	388
Bogdán M.	15	19	o	3o	28	57	41	o	o	o	o	o	o	o	o	19o
Csoma Gy.	o	o	o	o	o	o	o	o	17	o	31	o	19	o	o	67
Gordoni Gy.	15	19	21	3o	28	o	41	o	17	o	31	o	o	o	47	249
Incze L.	o	o	o	o	o	o	o	o	17	41	31	52	o	52	o	199
Lálóczki L.	15	19	21	3o	28	o	41	47	17	41	31	52	19	o	o	32o
Tóth I.	15	19	21	3o	28	o	41	o	17	41	31	52	19	o	47	367
Treit L.	o	o	o	o	o	o	o	o	17	o	31	o	o	o	o	48
Katona I.	15	19	21	3o	o	o	41	47	17	41	31	o	19	o	o	268
Munkácsi J.	o	o	o	o	o	o	o	o	17	41	31	52	19	52	47	265
Nagy B.	15	19	21	3o	28	o	41	o	17	47	31	o	o	o	o	249
Papp L.	o	o	o	o	o	o	o	o	17	o	31	52	19	o	47	166
Varga J.	15	19	21	3o	28	57	41	o	17	47	o	o	19	o	47	341
Váraljai L.	15	19	21	o	28	57	o	o	17	o	o	o	19	o	o	176
Zsigri J.	15	19	21	3o	28	57	o	47	17	o	o	o	19	o	o	253

A táblázatot ugy töltöttem ki, hogy az illető tanuló a hibás alternativ egységekre 0-át kapott, a hibátlan alternativ egységekre pedig az egység sulyát kifejező "m" mutatószám értékét.

A kapott "m" értékeket összegezve a táblázat utolsó oszlopában összehasonlitási alapot kapunk a tanulók teljesitményéhez.

A teljesitmények minőségét %-ban az

$$N_{he} = \frac{\sum m_I}{\sum m} \cdot 100$$

képlet alapján számitottam ki, ahol m_I a hibátlan alternativ egység megfelelő mutatószámát jelöli.

Az eredmények a következők:

II/a. /Programos osztály/

N É V	$\sum m_I$	$\sum m$	N_{he} %-ban
Bulyáki K.	395	523	75
Kovácsik G.	471	523	90
Csonka T.	414	523	79
Jurinyi K.	471	523	90
Kiss I.	296	523	55
Mares L.	435	523	83
Pacza M.	419	523	80
Stefán E.	430	523	82
Czirbusz M.	323	523	61
Homolya G.	374	523	71
Lajtos M.	476	523	91
Majoros M.	383	523	73
Szomoru Zs.	209	523	39
Vojkó Á.	231	523	44
Barta J.	394	523	75
Hévizi M.	190	523	36
Iván G.	383	523	73
Kőhalmi K.	394	523	75
Mikó M.	296	523	56
Nagy A.	414	523	79
Nagy J.	66	523	12
Pásztor J.	476	523	91
Varga Z.	394	523	75
Juhász I.	311	523	59
Juhász M.	471	523	90
Korbély Zs.	0	523	0
Szentgyörgyi K.	373	523	71
Trajter M.	15	523	2
Urszin J.	306	523	58
Varga P.	140	523	26
Vincze E.	482	523	92
Vingendorf Gy.	132	523	25
Hajdu M.	265	523	50
Lázár Gy.	320	523	61
Olmos E.	113	523	21
Tóth A.	272	523	52

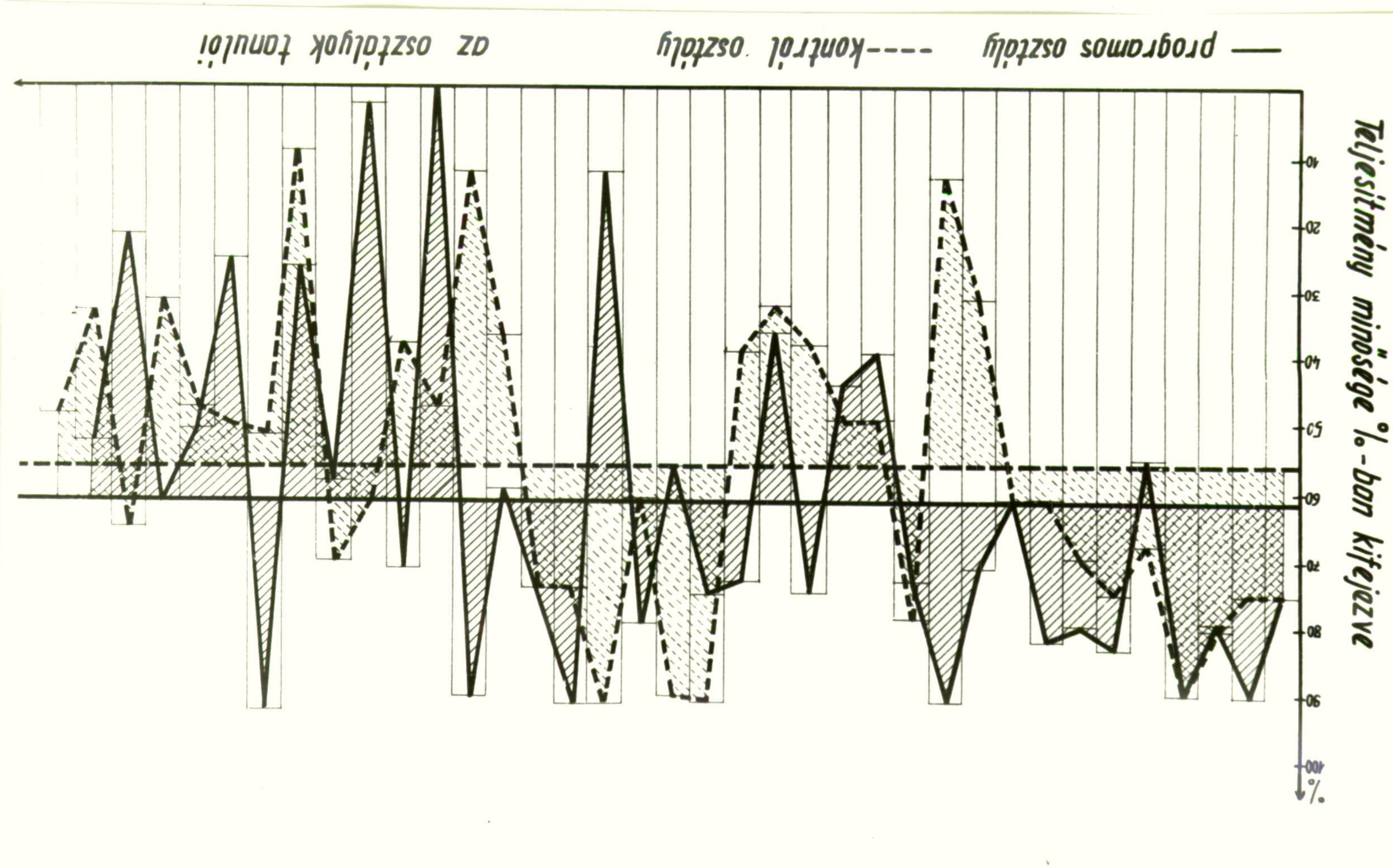
II/d. /Kontrol osztály/

N É V	$\sum m_I$	$\sum m$	N_{he} %-ban
Csuka B.	393	523	75
Czimer I.	394	523	75
Farkas J.	419	523	8o
Fazekas I.	471	523	9o
Gáti Gy.	358	523	68
Sike P.	393	523	75
Várkonyi B.	367	523	7o
Biczó L.	32o	523	61
Drótár L.	32o	523	61
Földi J.	166	523	31
Fütyü A.	71	523	13
Hangonyi D.	414	523	79
Kaposvári Gy.	258	523	49
Kolozsy L.	259	523	49
Korsoveczky Gy.	2ol	523	38
Kömőczi I.	169	523	32
Molnár J.	2o4	523	39
Száki L.	476	523	91
Szögedi J.	471	523	9o
Tamásfalvi A.	324	523	61
Török J.	476	523	91
Vörös J.	388	523	74
Bedécs A.	388	523	74
Bogdán M.	19o	523	36
Csoma Gy.	67	523	12
Gordoni Gy.	249	523	47
Incze L.	199	523	38
Lálóczki L.	32o	523	61
Tóth I.	367	523	7o
Treit L.	48	523	9
Katona I.	268	523	51
Munkácsi I.	265	523	5o
Nagy B.	249	523	47
Papp L.	166	523	31
Varga J.	341	523	65
Váraljai L.	176	523	33
Zsigri J.	253	523	48

Ezen eljárással a tanulók teljesitményének minőségére sokkal tágabb mérési, illetve összehasonlitási alapot kaptam. Az igy kapott százalékos teljesitmények minőségi sort alkotnak, melyeket statisztikai elemzésnek vetettem alá. Ehhez dr. Laky Dezső"Statisztikai módszerek" cimü könyvének ide vonatkozó részét tanulmányoztam át.

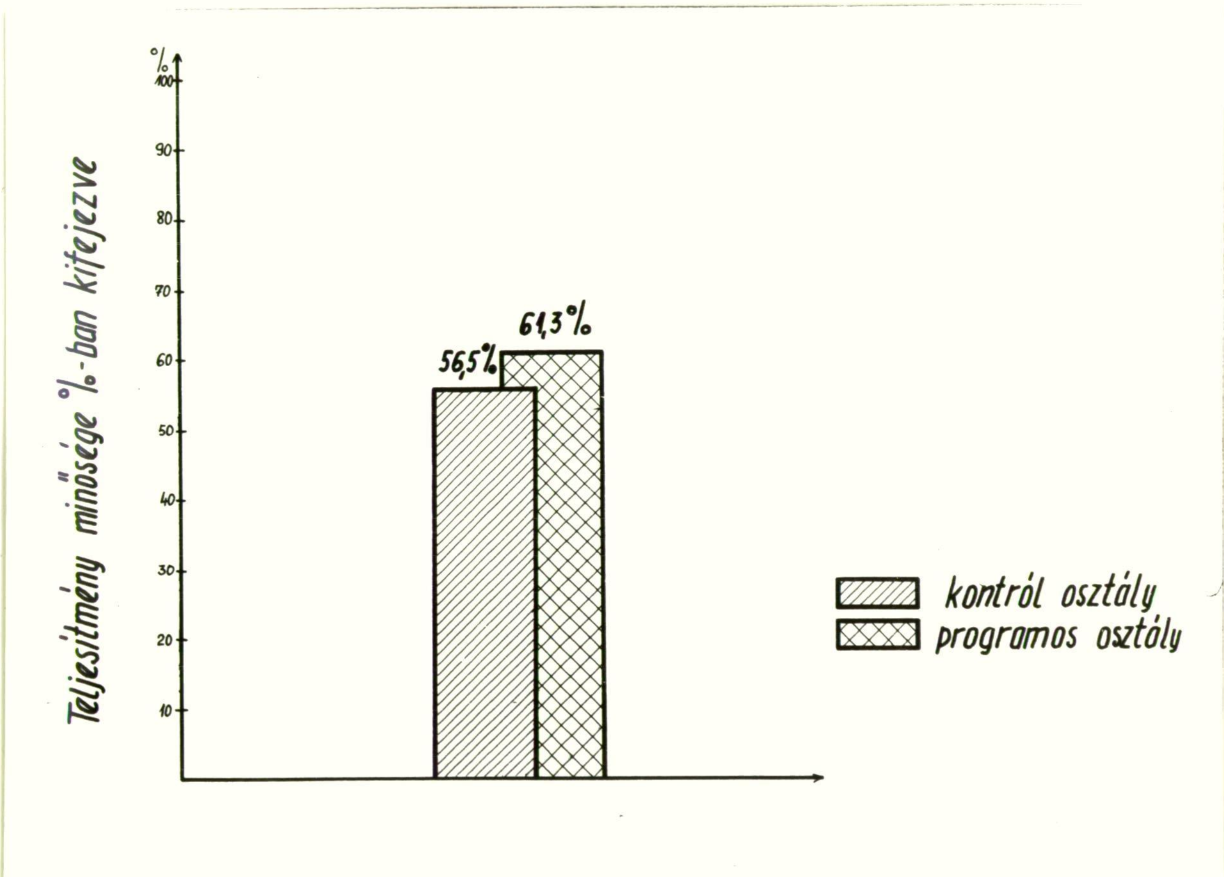
A sorok összehasonlitásának három módja közül a felmérő dolgozatok összehasonlitására legalkalmasabbnak a grafikus módszert találtam.

A teljesitmények minőségével kapcsolatosan a következő grafikonokat készitettem:



Az egyéni teljesitmények minősége %-ban kifejezve a programos és a kontrol osztályban.

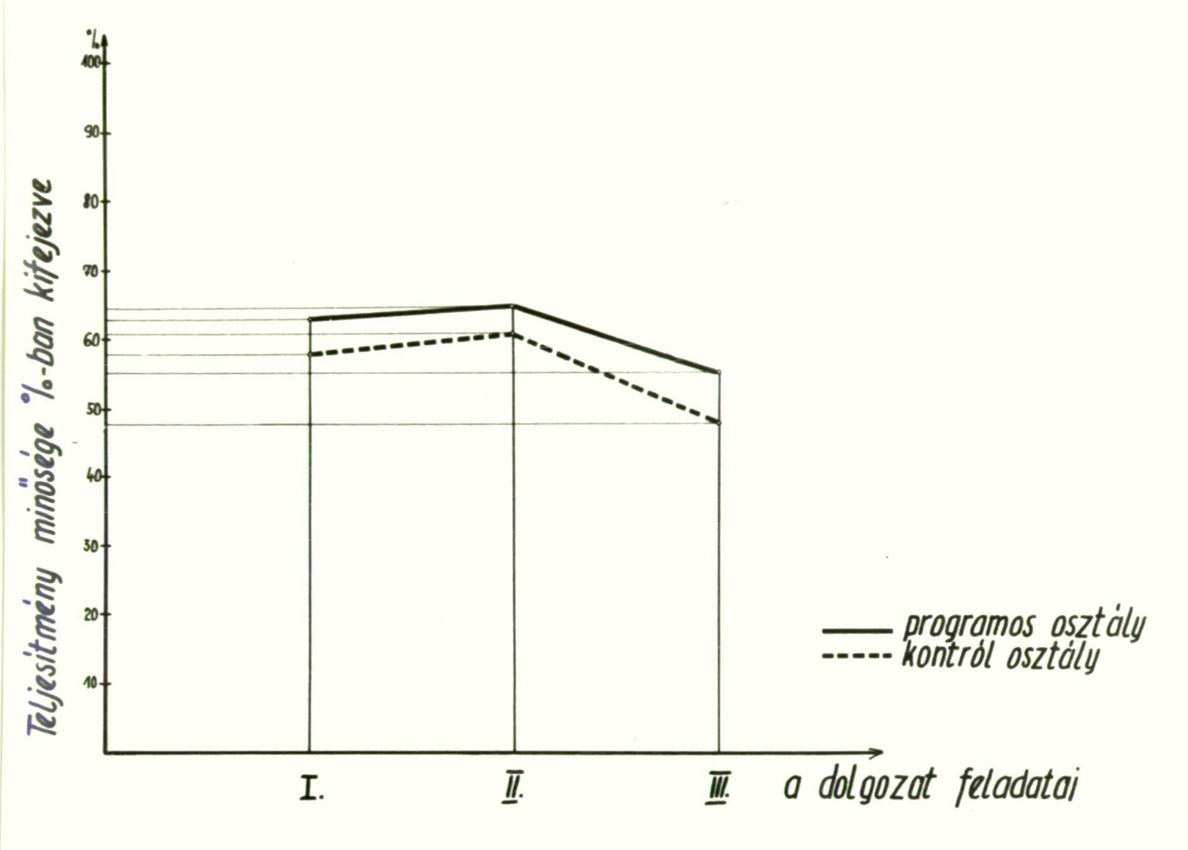
Az $y_1 = f/X/$ függvény pontjait a programos osztály tanulói teljesitményének különböző minőségi értékei adják, az $y_2 = f/X/$ függvény pontjait pedig a kontrol osztály egyes tanulói által nyujtott teljesitmény minősége határozza meg. Ezen diagrammak az értékeit használtam fel a két osztály által irt fölmérő dolgozat minőségének összehasonlitásánál.



A felmérő dolgozat minőségének összehasonlitása

A felmérő dolgozatok minőségének összehasonlitásához az előbbi grafikonból az abszolut területi integrál $T_1 = \int_0^{36} f/X/\,dx$ és $T_2 = \int_0^{37} f/X/\,dx$ alapján kaptam a $T_1 = 61,3$ és $T_2 = 56,5$ értékeket.

Az összehasonlitásból látszik, hogy a programos osztály egészében jobb eredményt ért el.

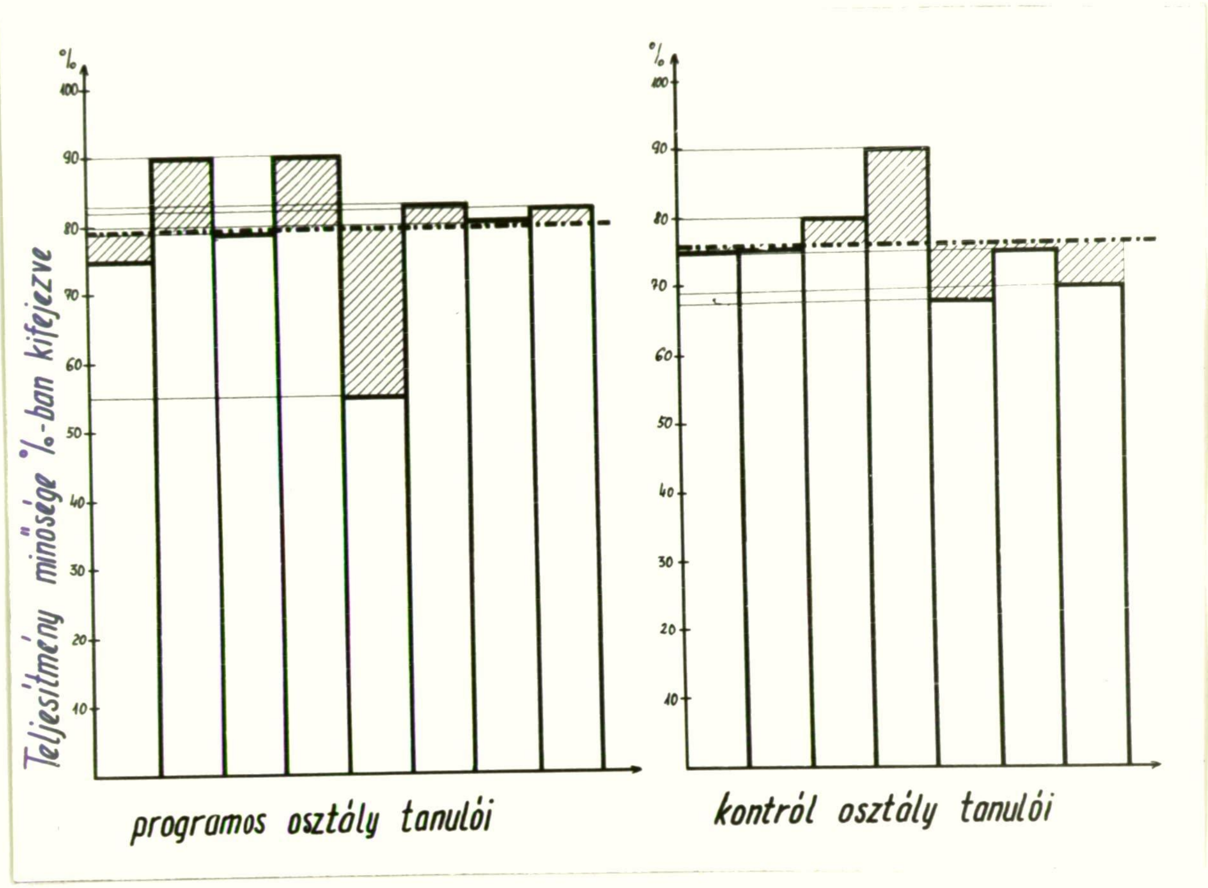


Osztályonkénti feladatmegoldás teljesitményének minősége

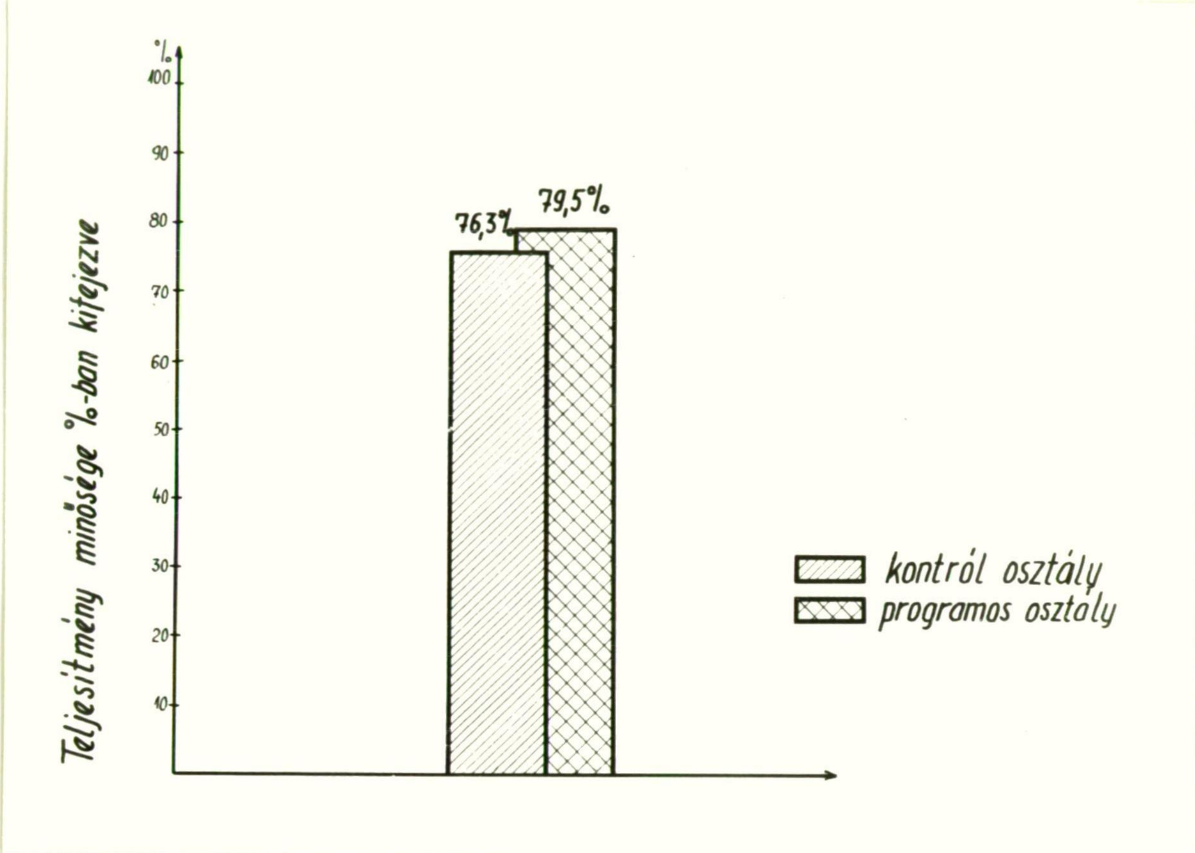
Mindkét osztályban kiszámoltam az egyes feladatok megoldásának minőségét, ezek közti különbség olvasható le az ábrán.

Az egyéni teljesitményeket osztályonként külön csoportositottam a félévi matematika érdemjegy szerint.

Az egyéni teljesitmény minőségéből területkiegyenlitéses módszerrel meghatároztam az egyforma érdemjegyü tanulók által nyujtott teljesitmény minőségének átlagát, és ezt összehasonlitottam.



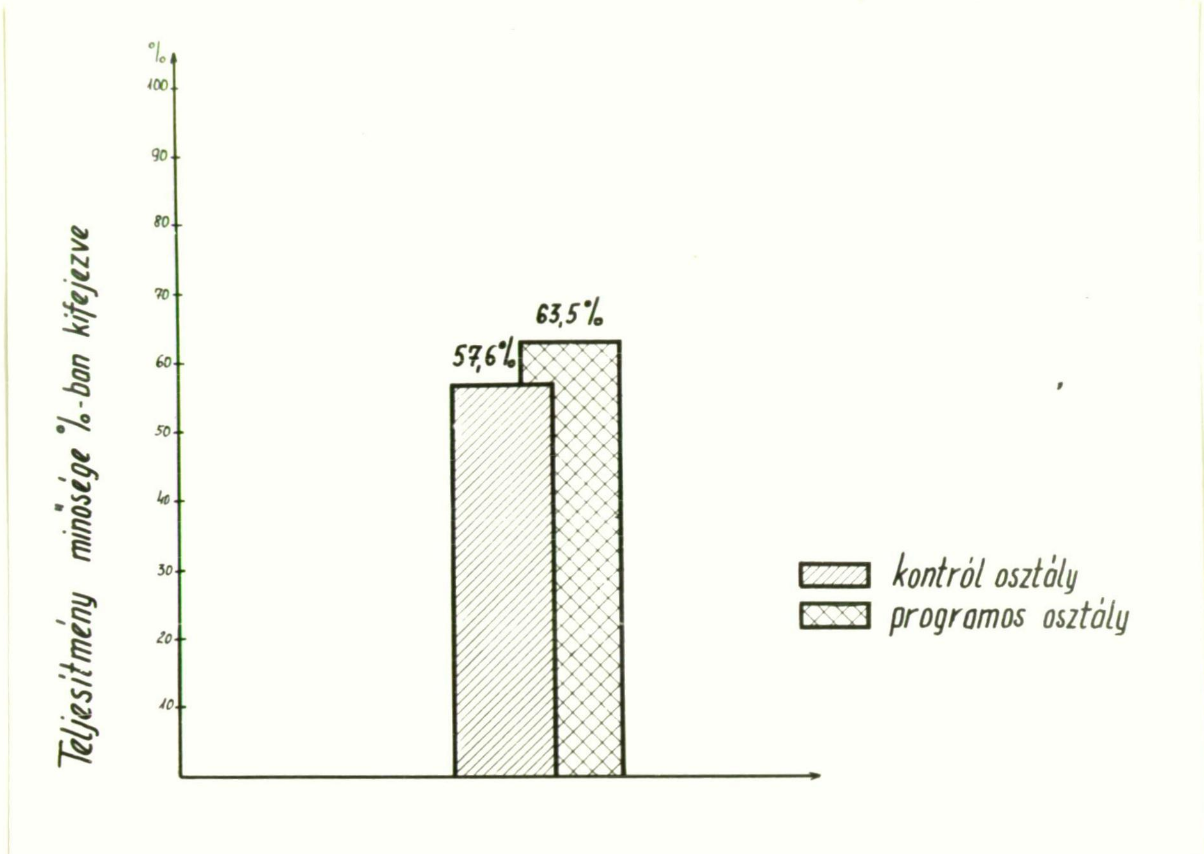
A jeles érdemjegyü tanulók teljesitményének minősége



A jeles érdemjegyü tanulók átlagteljesitményének összehasonlitása

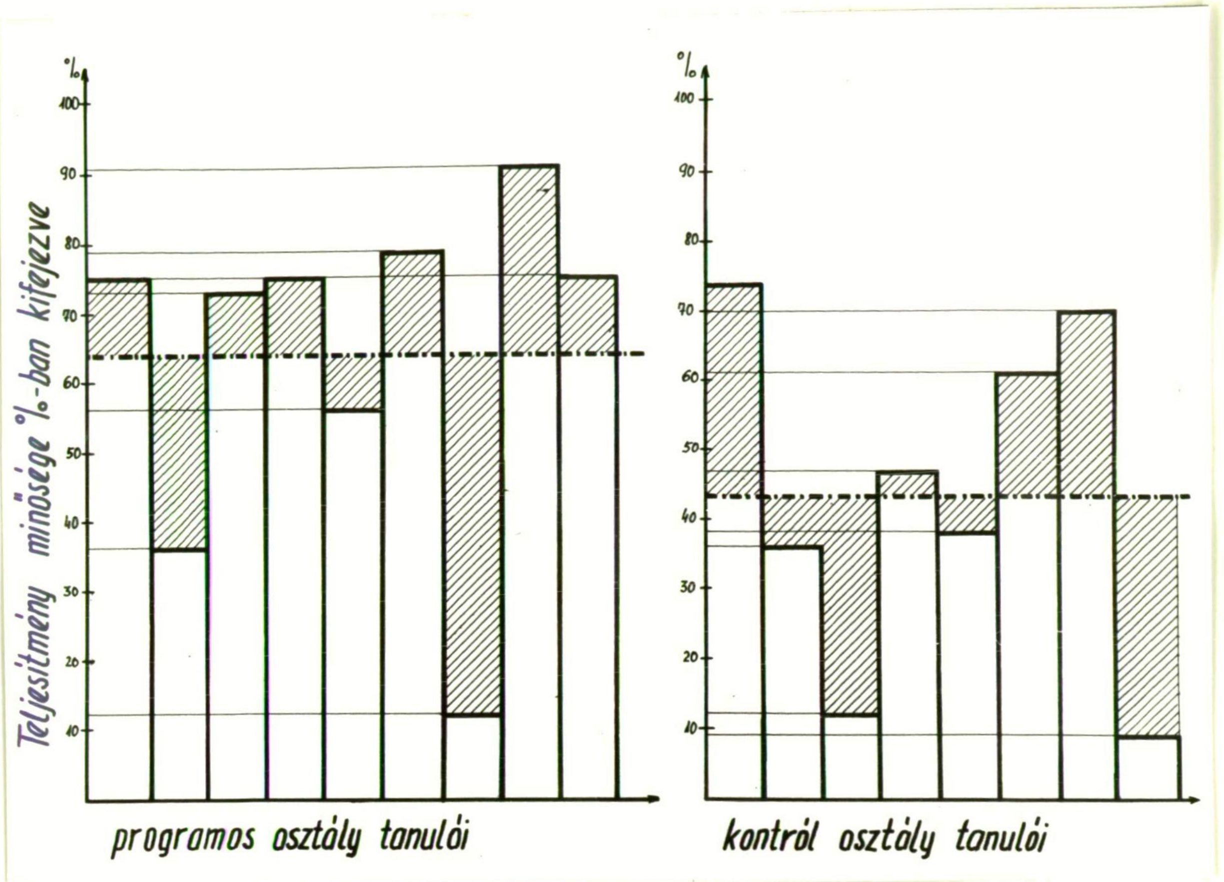
A jeles érdemjegyü tanulók a programos osztályban 3,2 %-al jobb eredményt értek el.

Jó érdemjegyü tanulók teljesitményének minősége

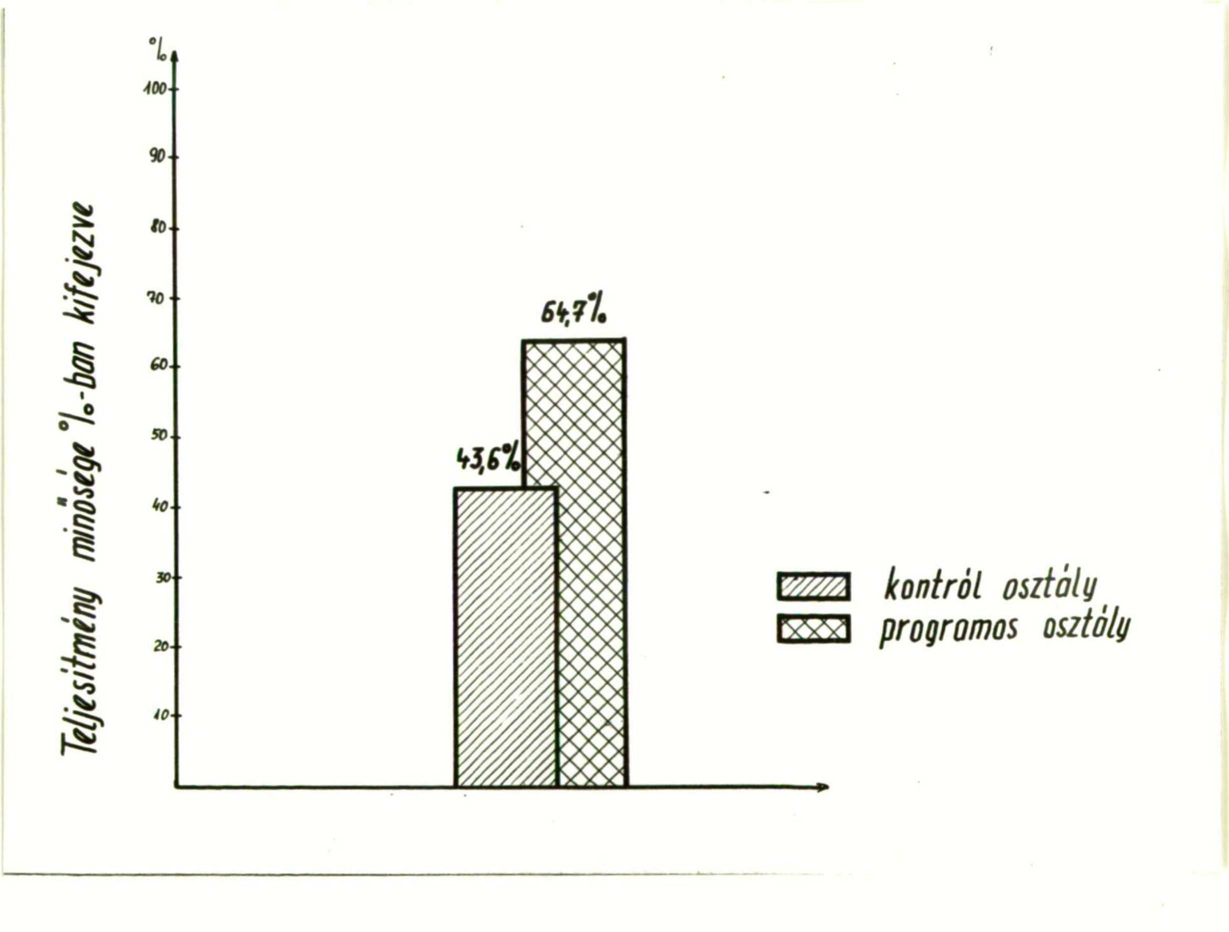


Jó érdemjegyü tanulók átlagteljesitményének összehasonlitása

A jó érdemjegyü tanulóknál a programos osztály és a kontrol osztály tanulói között 5,9 % a különbség a teljesitmény minőségében.

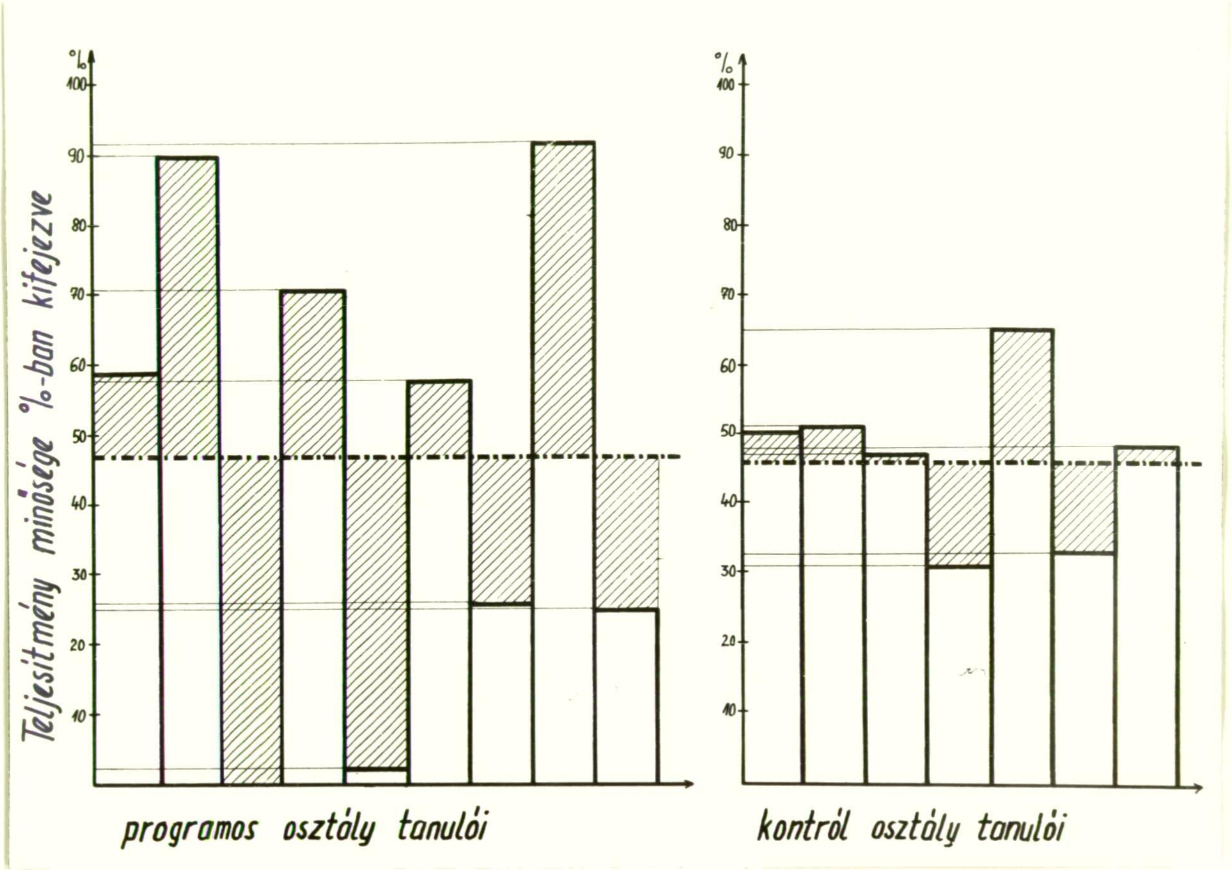


Közepes érdemjegyü tanulók teljesitményének minősége

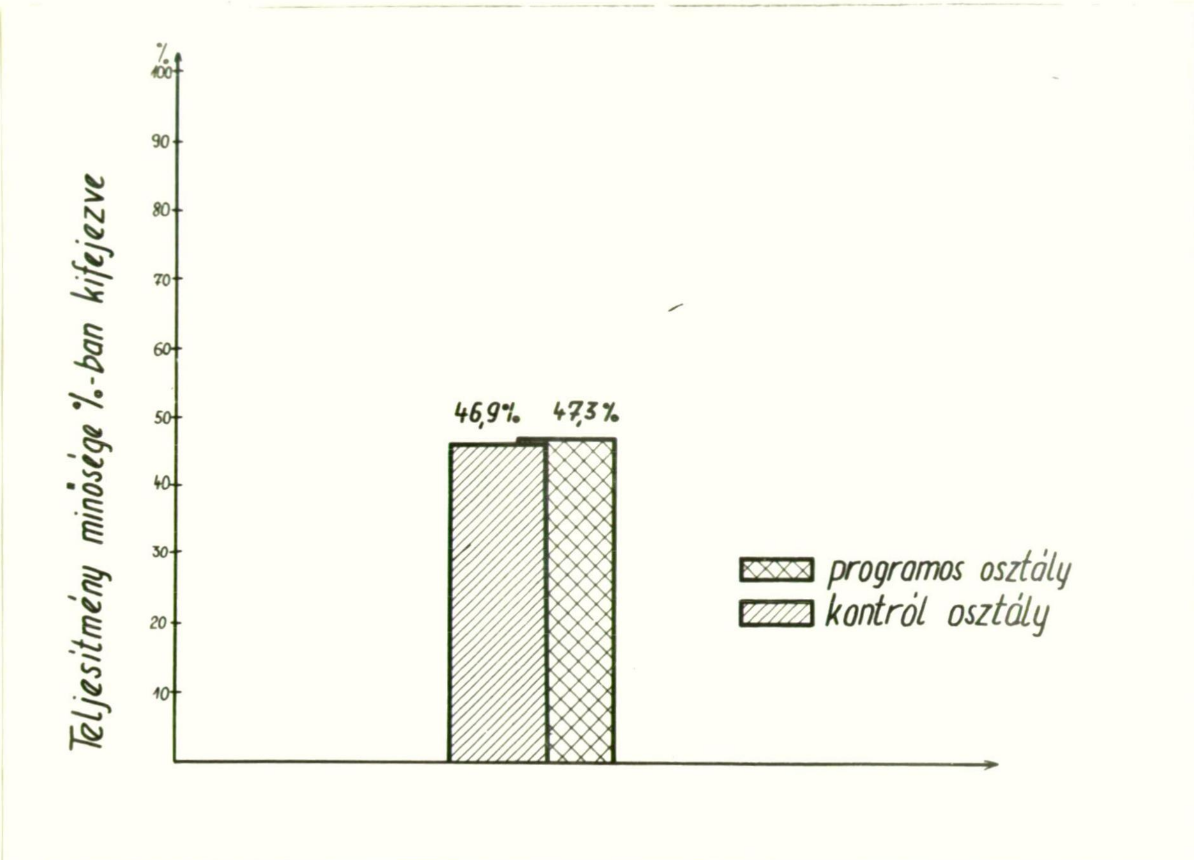


Közepes érdemjegyü tanulók átlagteljesitményének összehasonlitása

A közepes érdemjegyü tanulóknál a legszembetünőbb a különbség 2o,9 %. Levonható az a következtetés, hogy ezeknek a tanulóknak a tanulását segitette legjobban a program.



Elégséges érdemjegyü tanulók teljesitményének minősége



Elégséges érdemjegyü tanulók átlagteljesitményének összehasonlitása

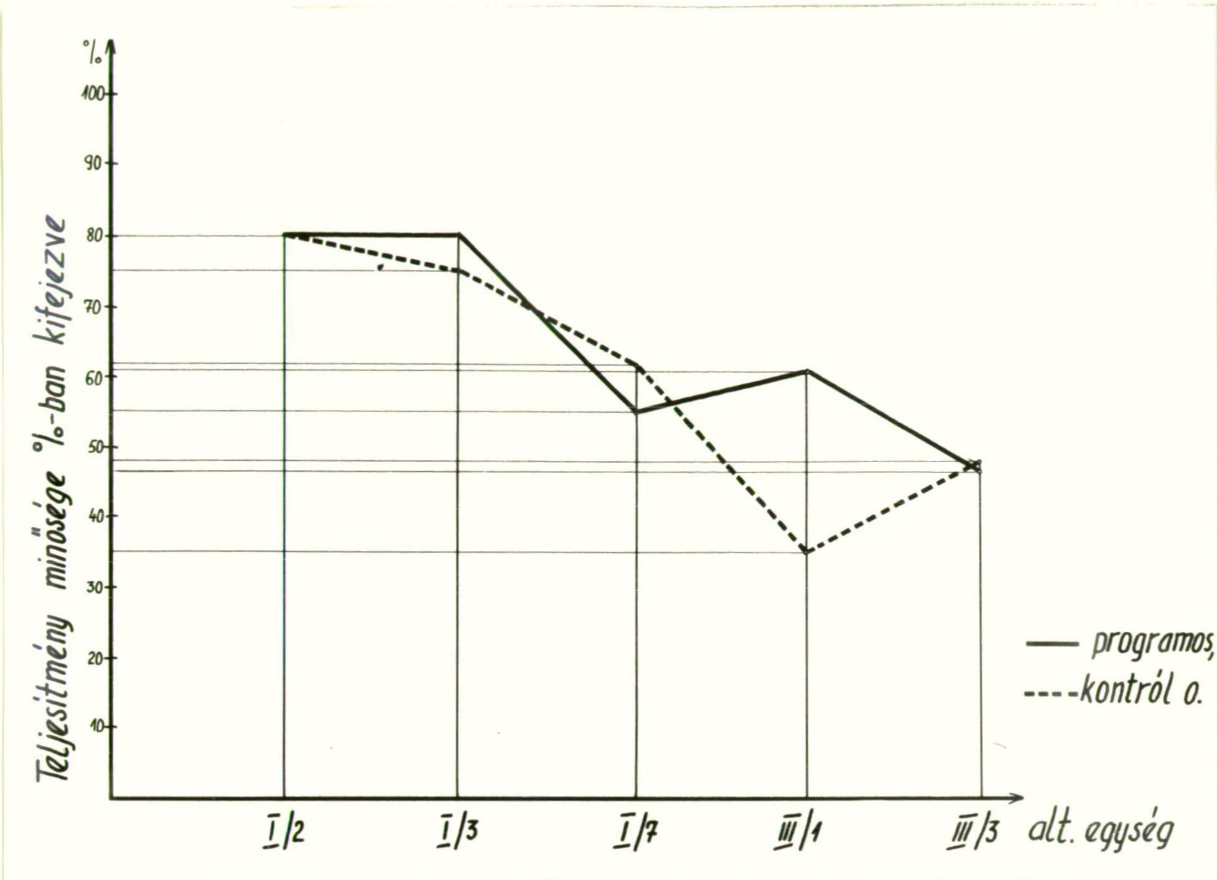
Az elégséges érdemjegyü tanulók teljesitményének minősége egyformának vehető, mivel az eltérés csak o.4 %.

A felmérő dolgozat I. és III. feladatainak alternativ egységeit két csoportra osztottam. Az egyik csoportba kerültek azok, melyek a tanulók által ezen anyagrész előtt tanult ismeretet jelentenek. Másik csoportba pedig azok, melyek az általános háromszög megoldásával kapcsolatosak.

Uj ismeretet tartalmaz: I/2, I/3, I/7, III/1, III/3 alternativ egység.

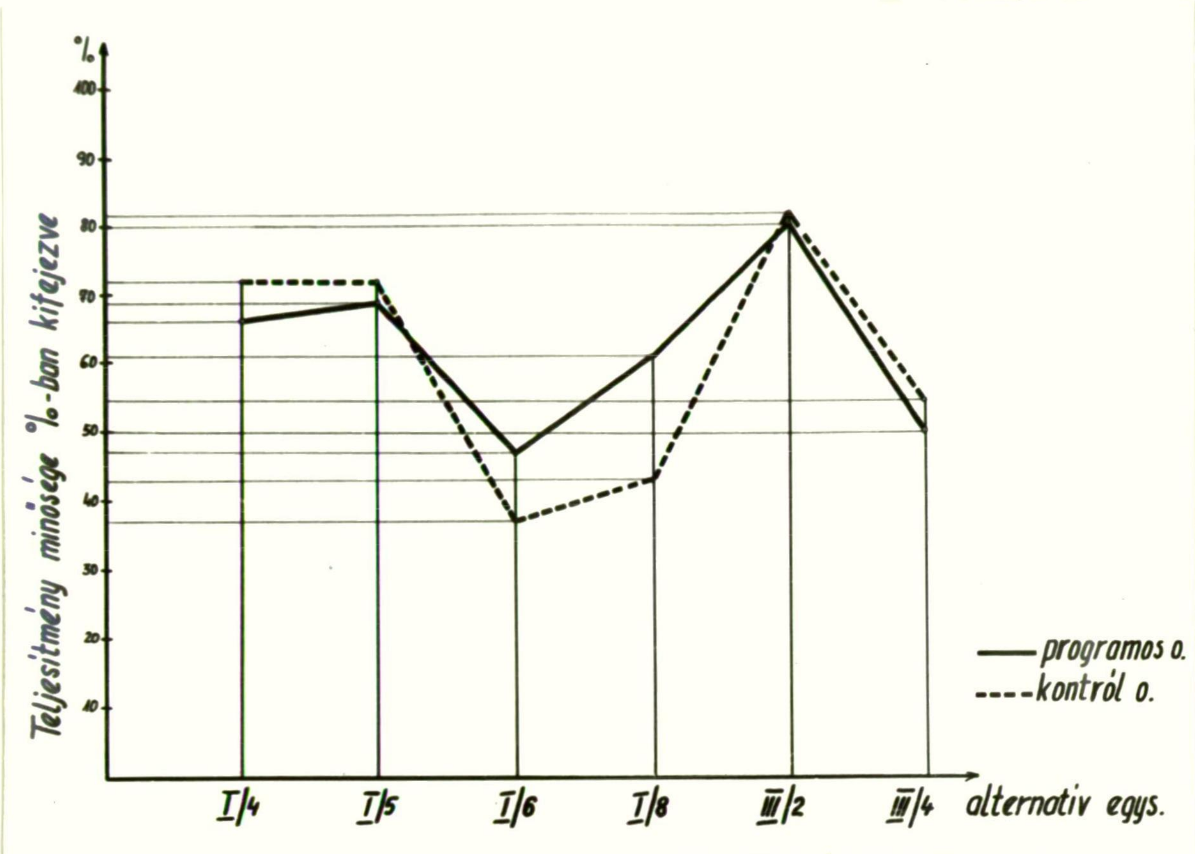
Régi ismeretet tartalmaz: I/4, I/5, I/6, I/8, III/2, III/4 alternativ egység.

Kiszámoltam ezen alternativ egységeknél a tanulói teljesitmény minőségét osztályonként, s ezeket az eredményeket foglaltam a következő két grafikonba.



A teljesitmények minőségének összehasonlitása az uj ismeretet tartalmazó alternativ egységeknél

Általánosságban jobb a programos osztály eredménye. Különösen szembetünő a különbség a III/1 alternativ egységnél. Ebből az állapitható meg, hogy a program segitségével jól elsajátitották a tanulók a szögfüggvények általánositását.



A teljesitmények minőségének összehasonlitása a régi ismeretet tartalmazó alternativ egységeknél

Mivel a kontrol osztály félévi matematika átlaga jobb volt, igy a régi anyagot tartalmazó alternativ egységeknél a kontrol osztály tanulóinak kellett volna jobb teljesitményt nyujtani. Ezen következtetés és a grafikon között ellentmondás van, mert az I/6, I/8 alternativ egység elvégzésénél jobb eredményt értek el a programos osztály tanulói.

Ez az ellentmondás csak látszólagos. Ugyanis az emlitett két alternativ egység numerikus számolást és szögfüggvénytáblázat használatát jelenti. Ezek jobb eredménye azzal magyarázható, hogy a program feldolgozása során a tanulók - mivel állandóan ellenőrizni kellett eredményeiket - hozzászoktak a pontos számoláshoz. A többi alternativ egység - behelyettesités, egyenletrendezés, stb - könnyebb feladat volt a kontrol osztály tanulói számára.

A tanulói teljesitmény mennyiségének értékelése.

A mennyiségi értékelést is elvégeztem. A felmérő dolgozat irásakor a feladatok ismertetése után beindítottunk egy órát, mely minden helyről jól láthatóan a tanári asztalra volt helyezve. A tanulók munkájuk befejezése után felirták, hogy a kezdéstől a befejezésig hány perc telt el. A részidők mérése már bonyolultabb lett volna, igy azt mellőztük.

A tanulói teljesitmény mennyiségének vizsgálatához egy maximális viszonyitási alapra is szükség van.

A felmérő dolgozat példáit matematika szakos kollégákkal és a müszaki tárgyakat tanitó mérnök kollégákkal is megirattam. Magamat is beleszámitva 14-ünk idejét mértem meg, összesen 153 percet.

Ezen adatokból maximális viszonyitási alap:

$$T_{hemax} = \frac{\sum t}{n} = \frac{153}{14} \approx 11$$

Ezen megoldási idő reális is, kb. középiskolában dolgozat irásoknál négyszeresnek szokták venni a tanuló munkaidejét a tanáréhoz viszonyitva.

Időben kiugró teljesitmények nemigen voltak, megoldási idő 38-45 perc között mozgott.

A viszonyitási alap és a tanulók munkaideje segitségével

$$T_{he} = \frac{T_{hemax}}{t} \cdot 100$$

képlet alapján kiszámoltam az egyes tanulói teljesitmények mennyiségi mutatóit.

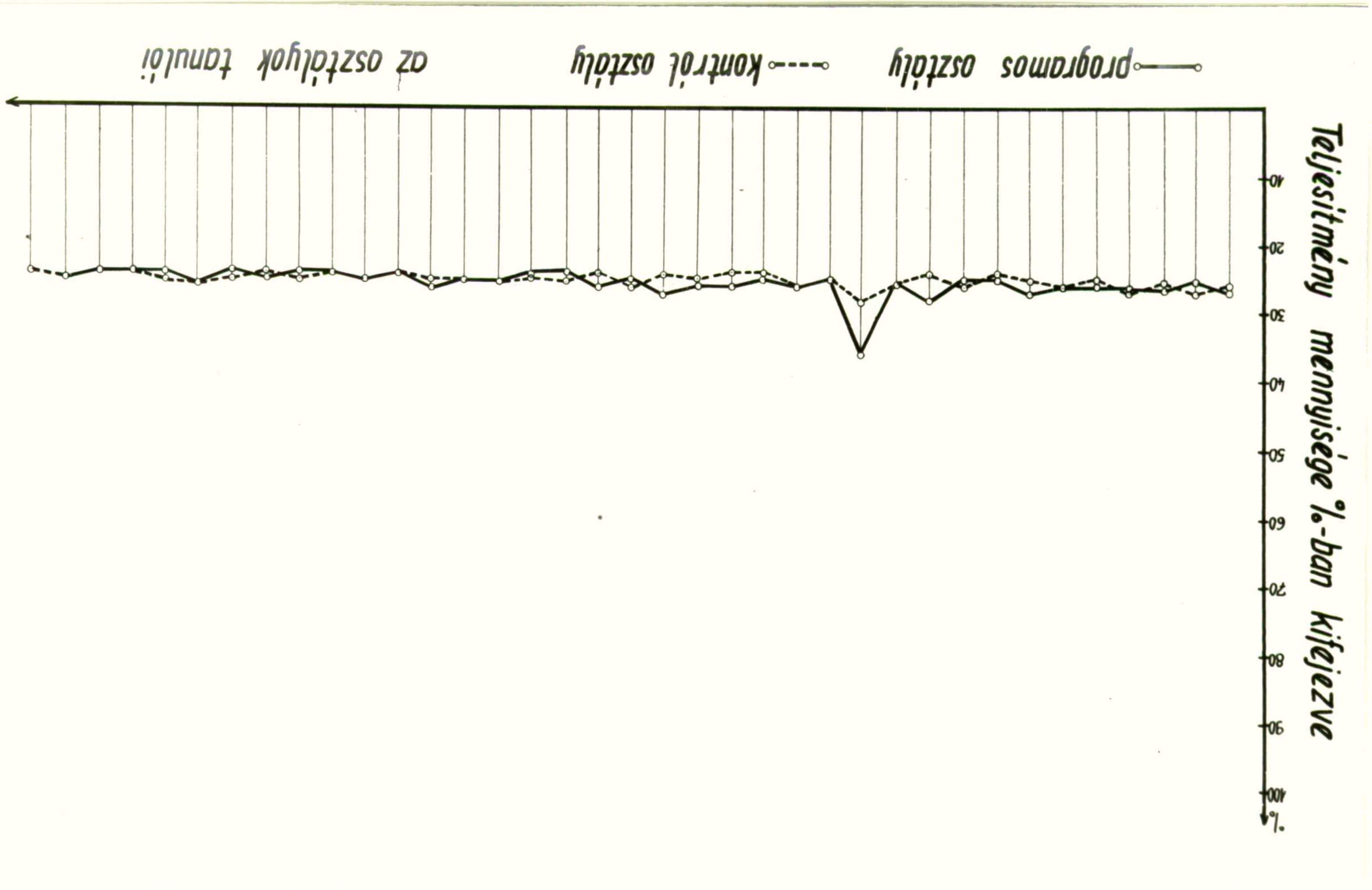
Következő eredményeket kaptam:

II/a. /Programos osztály/

N É V	A tanuló munkaideje percben	Teljesitmény mennyisége %-ban
Bulyáki	4o	27
Kovácsik	44	25
Csonka	41	26
Jurinyi	42	26
Kiss	41	26
Mares	42	26
Pacza	4o	27
Stefán	44	25
Czirbusz	44	25
Homolya	39	28
Lajtos	42	26
Majoros	3o	36
Szomoru	43	25
Vojkó	42	26
Barta	44	25
Hévizi	42	26
Iván	42	26
Kőhalmi	4o	27
Mikó	44	25
Nagy	42	26
Nagy	45	24
Pásztor	45	24
Varga	44	25
Juhász	43	25
Juhász	42	26
Korbély	45	24
Szentgyörgyi	44	25
Trajter	45	24
Urszin	45	24
Varga	44	25
Vincze	45	24
Vingendorf	42	26
Hajdu	45	24
Lázár	46	24
Olmos	45	24
Tóth	44	25

II/d. /Kontrol osztály/

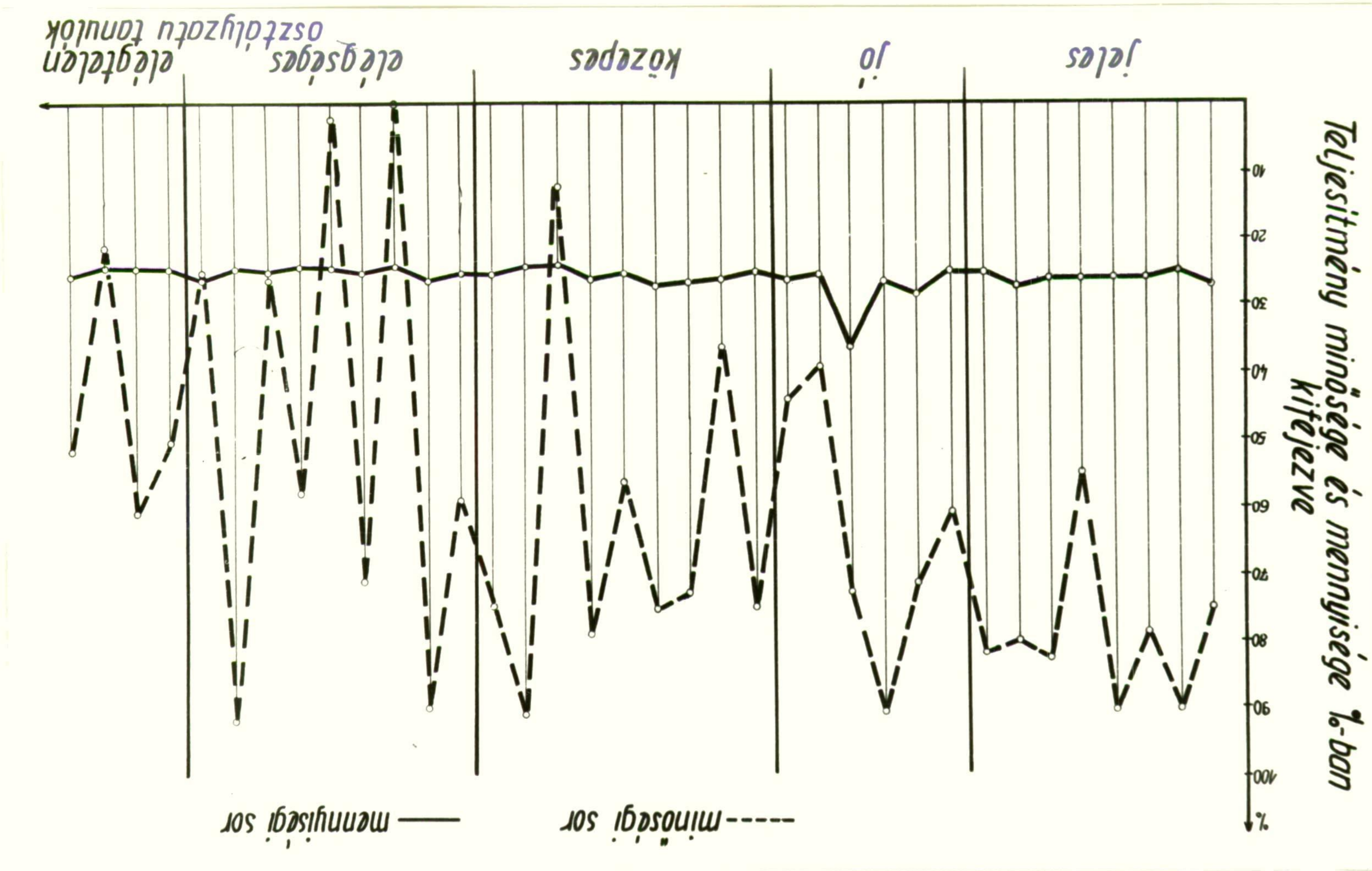
N É V	A tanuló munkaideje percben	Teljesitmény mennyisége %-ban
Csuka	42	26
Czimer	4o	27
Farkas	43	25
Fazekas	4o	27
Gáti	44	25
Sike	42	26
Várkonyi	44	25
Biczó	45	24
Drótár	41	26
Földi	45	24
Fütyü	44	25
Hangonyi	38	28
Kaposvári	43	25
Kolozsy	42	26
Korsoveczky	45	24
Kömőczi	45	24
Molnár	44	25
Száki	45	24
Szögedi	42	26
Tamásfalvi	45	24
Török	43	25
Vörös	43	25
Bedécs	44	25
Bogdán	44	25
Csoma	43	25
Gordoni	45	24
Incze	44	25
Lálóczki	45	24
Tóth	43	25
Treit	45	24
Katona	43	25
Munkácsi	42	26
Nagy	44	25
Papp	45	24
Varga	45	24
Váraljai	44	25
Zsigri	45	24



A tanulói teljesitmény mennyiségének összehasonlítása a két osztályban

A grafikonból látható, hogy a teljesitmények mennyisége között lényeges eltérések nem mutatkoznak sem egyénenként, sem osztályonként. Ennek oka lehet az is, hogy csak 73 tanuló teljesitménye nyert összehasonlitást.

Az ábrán az egyes tanulók teljesitményének mennyisége ugyanolyan sorrendben van felmérve, mint az egyéni teljesitmény minőségének vizsgálatánál.



A tanulói teljesitmény mennyiségének és minőségének összehasonlitása a programos osztályban

A grafikonból leolvasható, hogy mig a tanulók teljesitményének mennyisége majdnem azonos szintü, addig a minőségnél sokkal eltérőbbek az eredmények.

3./ Tanulók, szülők véleménye

A program feldolgozása közben az utolsó előtti órán "házi" bemutató tanitást tartottunk. A kollegák kérésére az óra utáni szünetben megkérdeztük a tanulóktól, mi a véleményük a programozott oktatásról.

Ők irásban név nélkül válaszoltak, csak azt kértük, hogy a félévi matematika érdemjegyüket irják fel.

Általában kedvező volt a vélemény, a tanulóknak csak kis százaléka tett ellenvetést.

Néhány vélemény az osztályból:

Jeles tanulók: "Nagyon tetszett ez az uj módszer, minden fejlődik körülöttünk, a technika, a tudomány, igy a tanitási módnak is haladni kell a korral."

"Érdekes és ujszerü ez a tanulási módszer. Ez azért is jó, hogyha esetleg hiányzom az iskolából, otthon saját erőmből is tudom pótolni a lemaradást. Jó érzés volt, hogy szinte teljesen önállóan vezettem le az uj tételeket. Kicsit ugy érzem, mintha én is részese lennék a tétel feltalálásának."

"Ha jobban megismernénk ezt a tanulási módot, jobb eredményeket tudnánk elérni."

Jó érdemjegyü tanulók:

"Fárasztóbb volt ez a tanulási mód, de érdekes is. Igy nem volt lehetőség az óra alatti lazsálásra, ábrándozásra. Ha a régi módszeres órán elkalandoztam, magyarázat közben 2-3 percet kihagytam, ujra bekapcsolódás után sokszor nem értettem az anyagot. Itt végig figyelni kell."

"Elég drukkolós vagyok, s a programozott oktatás azért tetszett, mert a gyakorló példákat is magamnak csendben kellett megoldani. Igy nem féltem attól, hogy mi lesz, ha kihivnak a táblához és esetleg nem jut eszembe a megoldás."

"Az egyik órán lustaságom miatt egy lépéssel lemaradtam. Hazavittem a programot pótolni a lemaradást. Testvéremet is, aki gimnáziumba jár, megismertettem a programozott oktatással. Neki nem tetszett ugy, mint nekem."

"Néha gyors volt az ütem, sokat kellett egyfolytában gondolkozni."

Közepes tanulók:

"Érdekes igy tanulni, habár kényelmesebb, ha a tanárok tálalják az anyagot."

"Nagyon élveztem a programos órákat, jó lenne máskor is igy tanulni."

"......... az is jó volt, hogyha az órán rendesen dolgoztam, nem igen volt házi-feladat."

Elégséges tanulók:

"Nehéz program szerint tanulni, de talán azért jó, mert igy kényszeritett, hogy egyedül találjak ki mindent. Máskor nem fontos a nagy buzgalom, a jó tanulók elvégzik ezt helyettem."

"Ujfajta volt ez a tanulási mód, elég jó is volt, de nagyon elfáradnék, ha mindennap minden óra programos lenne."

"Jól megértettem az anyagot, de elég lett volna 3-4 ilyen óra is."

Elégtelen tanulók:

"Nekem jobb, ha a tanár magyaráz."

"Nem nagyon értem a matematikát, meg félek is, hogy rosszat mondok. Itt jó volt, mert mindenki csendben dolgozott. Igaz, hogy sokat használtam a segitőt, meg a tanárnőt is kértem, hogy segitsen, mégis szivesen tanulnék igy."

Nem tartom szükségesnek minden vélemény felsorolását, a jellegzeteseket ragadtam csak ki.

Március végén szülői értekezlet volt az iskolában. Alkalmam nyilt, hogy 4-5 szülőt megkérdezzek, tudnak-e egyáltalán arról, hogy programot dolgoznak fel a gyerekek matematika órán, s ha igen, akkor mi a véleményük.

Volt, aki csak annyit mondott: "igen, igen halottam, hogy valami uj módon tanulnak a gyerekek." s még azt is hozzátette: "Velünk nem kisérleteztek soha, mégis megtanultuk azt, amit kellett."

Sokkal kedvezőbb válaszokat is kaptam.

Egy édesapa mondta, hogy a gyermek készitette a házi-feladatát otthon és feltünt, hogy nem a könyvet használja. Megnézte miből készül, s a végén ő is átböngészte az egész programot. Egész lelkesen beszélt róla.

Egy másik szülő azt mondta, hogy kénytelen lesz komolyabban utána nézni a programozott oktatásnak, mivel a fiától annyit hallott róla, hogy őt is érdekli már.

Sajnos, teljes képet a szülők véleményéről nem kaptam, mivel a mi iskolánkban igen kevés a helybeli tanuló, igy kevés szülő az, aki nap, mint nap látja, hogy a gyermeke mit és hogyan tanul.

4./ Utómérés

A program befejezése és a felmérő dolgozat megirása után mindkét osztályban a hagyományos módszerrel tanulták a további anyagrészeket a tanulók. Kb egy hónap eltelte után hetenként egy-egy villámdolgozatot irattam ugy a programos, mint a kontrol osztállyal, egy és ugyanazon feladatokkal.

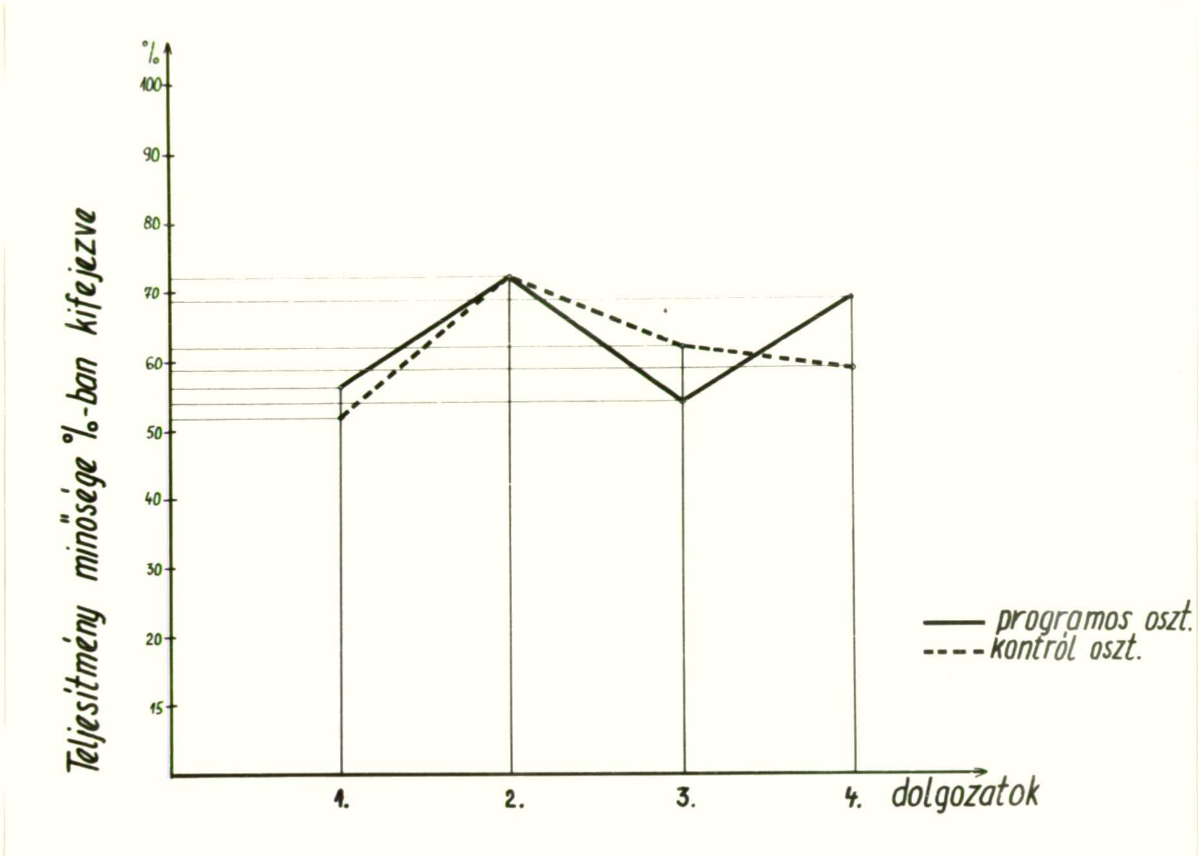
Első dolgozat egy olyan feladatot tartalmazott, melyet sinus tétel segitségével lehetett megoldani.

Második dolgozat egy tompa és egy domboru szög szögfüggvény értékeinek kikeresése volt.

Harmadik alkalommal meg kellett fogalmazni a cosinus-tételt és megjelölni, hogy mely esetekben használható.

Negyedik esetben pedig egy összetettebb feladatot kaptak a tanulók, melyben sinus,- és cosinus-tételt is kellett alkalmazni a megoldás során.

Az eredmények pontossági százalékban kiszámitva:



/Pontossági %: Az elért pontszám százszorosa osztva a maximálisan elérhető pontszámmal./

Az eredményekből látszik, hogy - bizonyos idő elteltével is - a programos osztály a logikai összefüggések felismerését követelő feladatokat jobban megoldotta, mint a kontrol osztály.

IV. A KISÉRLET TAPASZTALATAI

A program feldolgozása alatt én is vezettem magamnak külön füzetet, amibe feljegyeztem mindent, ami az órán történt, a tanulók kérdéseit, a felmerülő problémákat.

Egy kivülálló szemlélő, ha elolvassa a tanulók önellenőrzésének módját, szinte kifogástalannak találja azt.

Ennek ellenére adott csalásra, "munkakerülésre" alkalmat.

Egyes tanulók ugy ellenőrizték az eredményüket, illetve ugy próbálták a feladatból a helyes eredményt kihozni, hogy az ellenőrző lap harmadik oszlopában - ahol a lépésszámok szerepelnek - keresték rögtön az általuk megoldásra kerülő lépés számát.

Logikusan csinálták a csalást, mert például egy ilyen módszerrel dolgozó tanulót megkértem, hogy a nála következő lépés eredményét keresse ki. Ő azt válaszolta, hogy először el kell olvasni a lépésben foglaltakat, mert igy tudja, hogy milyen fogalomról, dimenzióról van szó. Ugyanis a numerikus sorrendbe szedett eredményeknél a dimenzió is fel volt tüntetve.

Igy tehát már ha a dimenziót tudta, egy csomó eredményt ki tudott szürni. A megmaradt eredmények soraiban lévő kérdőjelekre addig állitgatta keresőkartonja kérdőjelét, mig a megoldott lépés száma között nem találta meg az általa megoldásra váró lépés számát.

Az ilyen "munkakönnyités" elkerülése végett a továbbiakban feltétlen el kell hagyni az eredmények mellől mértékegységüket. Ezenkivül ha nem tul sok az ellenőrizendő eredmények száma, az eredmények közé hamis számok beirását is célszerünek tartom, hogy ezzel megnövelve az eredmények számát, elvegyük a tanulók kedvét a keresgéléstől.

A munkafüzetek elején rögzitettük, hogy az eredmények két tizedes jegyig vannak megadva, ugy, hogy a harmadik tizedes jegyet kerekitettük.

Egyes tanulók a feladatok megoldása közben logaritmussal is számoltak, s előfordult, hogy tized, vagy század jegy eltérés mutatkozott az eredménynél. Célszerü lenne olyan feladatokat adni, melynél csak egész számok szerepelnének az eredményben, de az ilyen jellegü feladatok kidolgozása rengeteg időt venne igénybe.

A munkafüzetek végignézése során azt is tapasztaltam, hogy a tanulók sok esetben fölöslegesen dolgoztak. Pl. a 008. lépésben azt az utasitást kapták, hogy rajzoljanak 6 db koordináta rendszert és bele egy-egy megadott fokszámu szöget. A 009. lépés szövege: Rajzolj minden koordináta rendszer origója körül azonos sugaru egységsugaru kört, ... Volt olyan - nem is egy - tanuló, aki miután felirta a füzet szélére a 009. lépés számát, ujra felrajzolta a 6 db koordináta rendszert, s bele a megadott szögeket.
A program javitásánál ezt figyelembe kell venni, mert a fölösleges rajzolgatás időveszteséget jelent.

Jónak bizonyult a szögfüggvények általánositásánál a rajzos, méregetős megoldás.

A metamatika inkább vizuális lehetőséget nyujt, s ennek elősegitése érdekében a példákat nem agyonmagyarázni, inkább egyszerü vonalas ábrákkal kell megadni és a megoldás menetét irányitani.
Az ilyen jellegü igény müszaki iskolákban sokkal nagyobb mértékben jelentkezik, mert a szaktárgyak is inkább rajzolnak, mint magyaráznak.

Tapasztalatom szerint egy program kipróbálásánál igen fontos a tanár - diák megfelelő kapcsolata. A diákok nagymértékben segithetnek a tanárnak azzal, hogy teljes mértékig betartanak minden utasitást, s ezzel könnyebbé teszik a végzett munka ellenőrzését.

A programos órán nagyobb lehetőség nyilik az egyénnel való foglalkozásra is. Egy-egy tanulónál felmerülő kérdést meg lehet beszélni, a többség munkájának zavarása nélkül, mig sokszor hagyományos órán a tanuló elhallgatja egyéni problémáját.

Egész éven keresztül fárasztó lenne program segitségével tanulni a diákoknak mindamellett, hogy egy tantárgynak nem minden részét lehet programozni.
Az általános háromszög megoldásának feldolgozása csak 9 órát vett igénybe, mégis - mint már emlitettem - észrevehető volt időközben bizonyos lankadás.
Ellenben a hagyományos és programos módszerrel megfelelő arányban keverve az oktatást, igen jó eredményt lehetne elérni.

Iskolánkban felnőtt oktatás is folyik, esti és levelező tagozaton. Kiváncsiságból egy kis létszámu, aránylag jó képességü esti tagozatos osztályban is kipróbáltam a programot.
A felnőttekkel - akik nem tulságosan vannak elragadtatva attól, ha házi-feladatot kapnak - változás történt. Ők maguk kérték, hogy vihessék haza a programot, hogy otthon több idővel rendelkezve jobban nekifoghassanak.
Véleményem szerint a felnőtt oktatásban is be lehetne vezetni s be is kellene vezetni az ilyen jellegü oktatást ugy az esti, mint talán mégjobban a levelező tagozaton. Sokszor tapasztalható az esti tagozaton, hogy egy-egy gyakorló óra eredménye azért nem teljes, mert a hallgatók bizonyos félszegséggel rendelkeznek, ha a táblánál kell feladatot megoldani.
Ez a fellépő drukk nagymértékben befolyásolja a feladat megoldását.
Ez teljesen feloldódik akkor, ha a programon belül saját maga végzi a begyakorlást, s mikor később esetleg a táblához kerül, már bizonyos készséggel rendelkezik.

V. A PROGRAM ÁTDOLGOZÁSA A TAPASZTALATOK ALAPJÁN

1./ A program javitása

Egy program csak akkor válik programmá, ha többször ki van próbálva és minden kipróbálás után javitást eszközölnek rajta.
Javitási alapot adott a tanulók munkafüzete, az általam vezetett füzet és a segitők végignézése.

Az általam feljegyzett problémák majdnem teljes mértékig megegyeznek azokkal, melyeknél a tanulók tanári segitséget kértek, s ezt a füzetük szélén jelöltem. Ezek a problémák többnyire a kezdeti lépéseknél jelentkeztek, ezért ott teljes lépéseket is átfogalmaztam. Pl. 002.
A 005. lépés után pedig még egy ujabb lépést iktattam be a jobb érthetőség kedvéért.

Az előbbiek során emlitettem, hogy probléma volt a tangens érték meghatározása a szakaszok osztása miatt. Ennek elvégzését - mint a kisérlet közben is - töröltem, mivel a tangens és cotangens értékeket a sinus és cosinus értékekből lehet meghatározni. Ha ezek egyenlőségét a tanulók megállapitják, már tudnak következtetni a tangens és cotangens egyenlőségére is.

A sinus-tétel levezetésénél célszerünek tartottam egyes lépések konkrétabb megfogalmazását, annak ellenére, hogy itt nem merült fel komolyabb probléma.

A cosinus-tétel levezetése előtt egy feladatot adtam meg, melyről megállapitjuk, hogy hiába tanultuk meg a sinus-tételt, mégsem tudjuk azzal megoldani.
Ezzel igyekeztem motiválni a tanulókat az ujabb tétel levezetésével kapcsolatosan. Miután a programban a tétel - legalább is egy része - megfogalmazódik, a tanulóknak a kérdéses feladatot kell legelőször megoldani a tanultak alapján.

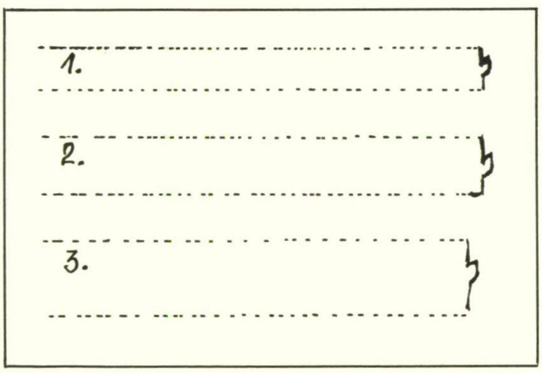
A tanulók munkafüzetében - példának felhozottban is - látszik, hogy sokszor fölöslegesen rajzoltak, egy-egy ábrát többször is elkészitettek. Ezért azokban a lépésekben, melyekben az az utasitás, hogy a már kész ábrába rajzoljon, irjon be valamit a tanuló, utalok arra, hogy az X lépésben már fölrajzolt ábrát használja.

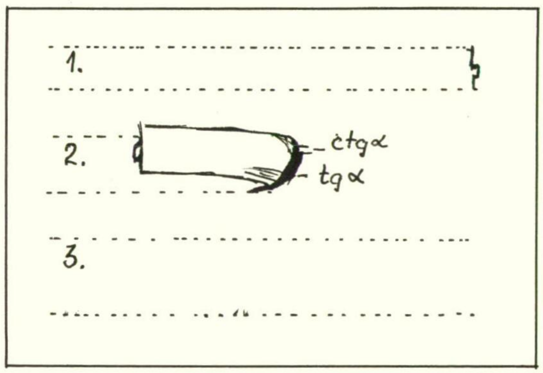
A feldolgozás során figyelmeztetni kellett a tanulókat, hogy "használtad a segitőt, tehát karikázd be a sorszámát!" Az, hogy melyik segitőt hány tanuló használta, fontos a program javitásánál, a bekarikázást a tanulók pedig sokszor minden rossz indulat nélkül elhagyják.

Ezért célszerü lenne a segitőnek a következő megoldása:

A segitő szélein összeragasztott két lapból állna. Az alsóra rá lenne irva a segitő egy-egy pontjainak szövege bizonyos távolságokban. A felső lap pedig ezeknek a távolságoknak megfelelően lenne perforálva, s a perforált részek a megfelelő segitő sorszámával lennének ellátva.

Ha a tanulónak szüksége van az illető számu segitőre, a perforált részt egy kis fül segitségével felszakitja és alatta el tudja olvasni a kivánt szöveget.





Igy teljesen biztositva lenne az, hogy átnézve a segitőt, a tanár tudná, hogy melyiket használta a tanuló, illetve a program mely lépése kiván módositást. Ezzel azt is ki lehetne még küszöbölni, hogy egy segitő megnézésekor a tanuló csupán kiváncsiságból elolvassa a következőt is, és igy esetleg a következő lépés megoldásánál ne gondolkozzon.

A bekarikázással megjelölt segitőket átnézve azt tapasztaltam, hogy a 7-est egy tanuló sem, a 14-es, 15-ös segitőt pedig csak egy-egy tanuló használta. Ezért ezek megadását a továbbiakban elhagytam.

Az 1-es segitőt 24 tanuló használta, ezt a lépést, melyhez ez a segitő tartozott átfogalmaztam.

A 2-es és 3-as segitőt összevontam, mivel a hozzájuk tartozó lépések között csak az a különbség, hogy az egyiknél az általánosan megadott szög szögfüggvény értékeit kell kimásolni, a másik lépésben pedig egy konkrétan, fokokban megadott szögét. Valószinü, a továbbiakban nem lesz ilyen mértékü - 14-14 - a segitő használata sem, mivel az előző lépések át lettek javitva, s igy a további lépések megoldása könnyebb lesz.

A többi segitőket 2, 4, 6, 7, tanuló használta, ezért ezek megadását a továbbiakban is indokoltnak tartom.

2./ <u>Az átdolgozott program:</u>

AZ ÁLTALÁNOS HÁROMSZÖG MEGOLDÁSA

I. <u>SZÖGFÜGGVÉNYEK ÁLTALÁNOSITÁSA</u>

001\. Rajzolj egy derékszögü x, y koordináta rendszert, és benne egy hegyesszöget ugy, hogy csucsa az origóban legyen, nyugvó szára pedig az X tengely pozitiv része!

002\. Az egyes siknegyedeken belül milyen szögtipusok lehetségesek, ha a szög nyugvó szára a pozitiv X tengelyen van, csucsa pedig az origóban?

/A negyedeket elválasztó szögeket nem kell figyelembe venni!/

Irdd le!

ELLENŐRIZD a számukat!

003\. Irdd fel az egyes siknegyedek szöghatárait, és a bennük előforduló szögtipusokat!

ELLENŐRIZD!

---

004. A 001. lépésben megrajzolt koordináta rendszerben az origó körül rajzolj egy tetszés szerinti "r" sugaru kört, ugy, hogy a kör a felvett szög mindkét szárát messe!

<u>Az "r" sugaru kört egységsugaru körnek, a szög mozgószárán lévő metszéspont ëgységpontnak nevezzük.</u>

A továbbiakban a tetszés szerinti r sugárral, mint egységgel számolunk. /r = +1-nek vesszük/

---

005. A 004. lépésben kapott egységpontból /E/ huzz egy merőlegest az α szög nyugvó szárára. A szögszár és a merőleges metszéspontját betüzd D-vel, az origót pedig O-val.

A kapott derékszögü háromszögben ird föl α szögfüggvényeit!

/Az oldalakat a végpontjaikkal betüzd!/

---

006. Egy pont sikbeli helyzetét a koordináta rendszerben a hozzátartozó x, y koordináták határozzák meg.

A 005. lépés ábrájából leolvasható:

E koordinátái: x = OD

y = ED nagyságuak.

Ezek figyelembevételével ird át az α szög szögfüggvényeit! Ne feledd azt sem, hogy OE = r = 1.

/Segit 1/

---

007. Egészitsd ki az alábbi mondatot a 006. lépés alapján! A felvett szög sinusát az egységpont .... adja, a cosinusát az egységpont .... , a tangens értéke a kettő hányadosa.

ELLENŐRIZD a beirt szavak helyességét!

Javits a 006. és a segit 1 alapján!

---

008. Rajzold ki külön a füzetedbe a 007. lépésben tanultak alapján a 005. lépésből a sinus és cosinus szögfüggvény értékeknek megfelelő vonaldarabokat!

/Segit 2/

---

009. Rajzolj ismét a füzetedbe 6 db koordináta rendszert! Egyenként mérd bele a 32^0, $12o^0$, 192^0, $23o^0$, 275^0 és 312^0-os szögeket, ugy, hogy mindenegyes szög nyugvó szára az X tengely pozitiv része legyen!

---

010. Rajzolj az előbb megrajzolt koordináta rendszerek origója körül azonos, /3 cm/ sugaru egységsugaru kört. Mérd és rajzold ki a sinus és cosinus szögfüggvény értékeknek megfelelő vonaldarabokat!

/Segit 2/

ELLENŐRIZD a 275^0-hoz tartozó értékeket cm-ben!

JAVITS 007. és /Segit 2/ alapján!

---

011. A szögfüggvényeknek megfelelő vonaldarabokat melyik és milyen előjelü tengelyszakaszokon mérted le a 009. lépésben szereplő szögeknél?

Ird ezeket az egyes szögek szögfüggvényeit adó vonaldarabok mellé!

/Segit 3/

ELLENŐRIZD 275^0-nál!

---

012. Egészitsd ki az alábbi mondatot a 011. lépés alapján!

Az értékeket adó vonaldarabok .... birnak.

ELLENŐRIZD a beirt szó helyességét!

---

013. Ezen megfontolások alapján a 009. lépésben felvett szögek szögfüggvényeinek előjelét foglald táblázatba! A táblázatot másold át a füzetedbe!

A kitöltésnél vedd figyelembe, hogy a 006. és 007. lépésben megtanultad, hogy a tangens értékét a sinus és cosinus hányadosa adja. Az előjelét ezért az előjeles számok osztásánál fönálló szabály szerint állapitjuk meg.

	32°	120°	192°	230°	275°	312°
sin						
cos						
tg						

ELLENŐRIZD a sinusnál előforduló negativ és pozitiv előjelek számának különbségét. Hasonlóképpen a cosinusnál előfordulókét is!

---

014. Ezután általánosságban, az egyes negyedekbe eső szögek figyelembevételével készits összefoglaló táblázatot!

	I.	II.	III.	IV.
sin				
cos				
tg				

ELLENŐRIZD a tangensnél előforduló pozitiv, negativ előjelek számának különbségét!

/Segit 4/

---

015. Rajzolj egy ujabb koordináta rendszert, bele egy 148°-os szöget nyugvó szárával a pozitiv X tengelyen!

---

016. A 009. lépésben rajzolt egységsugaru kör sugarával rajzolj a koordináta rendszerben egységsugaru kört, mérd le, rajzold ki a 148°-os szöghöz tartozó sinus és cosinus szögfüggvények értékeit!

/Segit 2/

---

017. A 009. lépésben szereplő szögek közül keresd meg azt a szöget, amelynek sinus és cosinus szögfüggvényeihez ugyanilyen hosszu vonaldarabok tartoznak, mint a 148°-oshoz!

ELLENŐRIZD a fokszámot!

Ha a sinus és cosinus értékek a két szögnél egyenlőek, akkor ez igaz a tangens és cotangens értékére is, mivel ezeket a sinus és cosinus megfelelő hányadosa adja.

---

018. Rajzolj ujra két koordináta rendszert, és a 009. lépésben szereplő sugárral egységsugaru kört.

Az egyik koordináta rendszerbe egy 212°-os, a másikba egy 328°-os szöget, nyugvó szárral a pozitiv X tengelyen. Határozd meg a szögek sinus és cosinus szögfüggvény értékeit kirajzolással!

---

019. A 009. lépésből keresd meg azt a szöget, amelyhez ugyanolyan nagyságu vonaldarabok tartoznak, mint a most rajzoltakhoz.

ELLENŐRIZD a fokszámot!

---

020. Megállapitottuk azt, hogy:

$\sin 148^{\circ} = \text{sinus } 32^{\circ}$

$\sin 212^{\circ} = \text{sinus } 32^{\circ}$

$\sin 328^{\circ} = \text{sinus } 32^{\circ}$

Ugyanezek az összefüggések igazak a szögek cosinusaira, tangenseire és cotangenseire.

Ha képezed a

II. negyedben a $180^{\circ} - 32^{\circ} = 148^{\circ}$

III. negyedben a $180^{\circ} + 32^{\circ} = 212^{\circ}$

IV. negyedben a $360^{\circ} - 32^{\circ} = 328^{\circ}$-ot, ennek és a szögfüggvényeik egyenlősége alapján felirható, hogy

$$\sin 148^{\circ} = \sin /180^{\circ} - 32^{\circ}/ = \sin 32^{\circ} \text{ a II. negyedben.}$$

Ird fel az egyenlőségeket a többi negyedekre is és a cosinus és tangens szögfüggvényekre is, az előjeltáblázat figyelembevételével.

/Segit 5/

---

021. Töltsd ki az alábbi táblázatot, ha

II. negyedben $\varphi = 180^{\circ} - \alpha$

III. negyedben $\varphi = 180^{\circ} + \alpha$

IV. negyedben $\varphi = 360^{\circ} - \alpha$ általánositást alkalmazod, és α a 009. és 020. lépésben szereplő 32° szerepét tölti be.

φ =	II. $180° - \alpha$	III. $180° + \alpha$	IV. $360° - \alpha$
$\sin \varphi$			
$\cos \varphi$			
$\mathrm{tg}\ \varphi$			

Vedd figyelembe a 014. lépés előjel táblázatát is!

---

022. A tanultak alapján határozd meg a következő szögfüggvényértékeket!

sin 19o°

cos 1o5°

tg 325°

ELLENŐRIZD az eredményeket!

---

023. Határozd meg a következő szögfüggvényértékeket!

sin 34o°

cos 198°

tg 28o°

ELLENŐRIZD az eredményeket!

---

024. N.K. Határozd meg a következő szögfüggvényértékeket!

sin 21o°	cos 31o°	tg 33o°
cos 21o°	tg 31o°	sin 33o°
tg 21o°	sin 31o°	cos 33o°

ELLENŐRIZD az eredményeket!

A SINUSTÉTEL

025. Egészitsd ki az alábbi mondatot!

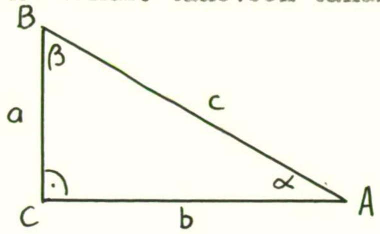
Eddigi ismereteink alapján szögfüggvények segitségével ....

háromszög adatait tudjuk kiszámitani.

ELLENŐRIZD a beirt szó helyességét!

---

026. Az elmult tanévben tanultak alapján old meg a következő feladatot!



$c = 8$ dm

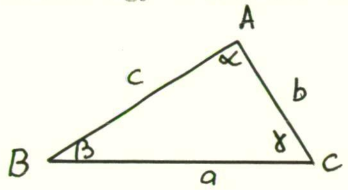
$\beta = 50$

$b = ?$

ELLENŐRIZD a kapott b értéket!

---

027. Adott egy általános háromszög, melyből a következő adatokat ismerjük:



$c = 8$ dm

$\beta = 50$

$\gamma = 70$

Az ismert adatok segitségével számoljuk ki b értékét!

A megoldáshoz bontsd fel a háromszöget az a oldalhoz tartozó magassággal /m_a/ háromszögekre, és jelöld I. II.-vel.

I. legyen az, melynek átfogója: c.

---

028. Számold ki m_a értékét az I. háromszögből sinus összefüggés segitségével!

---

029. A kiszámolt magassággal a II. derékszögü háromszögből γ szög ismeretében b-t ki tudjuk számolni.

Számold ki!

ELLENŐRIZD b értékét!

---

030. Olvasd el a következőt!

A következőkben megvizsgáljuk azt, hogy a 027. lépés feladatában b kiszámitásához szükséges-e az m_a számszerü ismerete.

Folytasd a következő lépéssel!

---

031. A 027. lépésben felrajzolt ábrából ird föl m_a -t az I. háromszögből sinus segitségével ugy, hogy a fölirásban csak betük és nem a megadott számadatok szerepeljenek!

---

032. A II.háromszögből sinus γ segitségével ird fel b-t, szintén csak betükkel!

---

033. Fejezd ki ebből az összefüggésből az m_a-t!

---

034. Nézd meg a 031, 033. lépés egyenlőségeit!

Hogyan irható fel a két egyenlőség?

Ird fel!

/Segit 6/

---

035. Ird át az egyenlőséget ugy, hogy az egyik oldalon csak a háromszög oldalai, a másik oldalon a szögfüggvények szerepeljenek.

/Segit 7/

ELLENŐRIZD az eredményt!

JAVITS a 031. lépéstől kezdve!

---

036. Ha más oldalhoz tartozó magasságot huzunk meg, és a számitásokat ugyanugy elvégezzük, a következő eredményeket kapjuk:

$$a : c = \sin\alpha : \sin\gamma$$

$$a : b = \sin\alpha : \sin\beta$$

---

037. A 035. lépésben kapott összefüggés /képlet/ segitségével számold ki a 027. lépés feladatát!

/Segit 8/

---

038. A kapott b értéket hasonlitsd össze a 029. lépésben kapott értékkel és egészitsd ki az alábbi mondatot!

A két eredmény ....

ELLENŐRIZD a kiegészités helyességét!

---

039. HÁZI FELADAT

Számold ki a háromszög hiányzó adatait!

$a = 45{,}3$ m

$b = 6o{,}5$ m

$\beta = 65{,}4^\circ$

$\alpha = ?$

$\gamma = ?$

$c = ?$

/Segit 9/

ELLENŐRIZD!

---

040. Oldd meg a következő feladatot! /Ez is Hf./

$a = 2{,}645$ km

$\alpha = 52{,}94^\circ$

$\gamma = 6o{,}24^\circ$

$b = ?$

$c = ?$

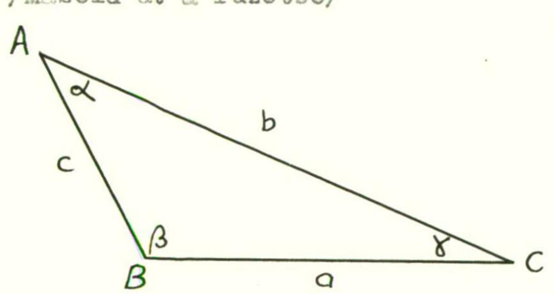
$\beta = ?$

ELLENŐRIZD!

---

041. Adott egy tompaszögü háromszög.

/Másold át a füzetbe/



Huzd meg a tompaszög nyugvószárához tartozó magasságot!

---

042. Betüzd meg a tompaszög mellékszögét is az ábrában!

/Segit lo/

---

043. Fejezd ki abból a derékszögü háromszögből a magasságot sinus segitségével, melyet a tompaszögü háromszöghöz, mint kiegészitő háromszöget kaptál a magasság meghuzásával!

---

044. Mivel helyettesitheted a sin /18o° - β /-át?

/Rögzitettük a 021. lépésben!

Helyettesitsd be!

---

045. Tekintsd azt a derékszögü háromszöget, melyet a kiegészitő derékszögü háromszög és a tompaszögü háromszög alkot! Ebben az uj derékszögü háromszögben ird fel sin γ segitségével ugyanazt a magasságot, melyet a 043. lépésben is kifejeztél!

---

046. Mivel ugyanarról a magasságról van szó a 043. és 045. lépésben, itt is felirhatod az egyenlőséget a magasság két kifejezett értéke között. Ird fel!

---

047. A kapott eredményt hasonlitsd össze a 035. lépésben kapottal!

---

048. Egészitsd ki az alábbi mondatot!

A kapott összefüggés .... tompaszögü háromszögre is.

ELLENŐRIZD a kiegészités helyességét!

---

049. A 035., 036., 046. lépésben kapott összefüggések alapján próbáld az oldalak és szögek sinusai közötti összefüggést szavakban megfogalmazni.

Ird le a füzetbe!

HASONLITSD össze a /Segit 11/-el!

JAVITS a /Segit 11/ alapján!

---

050. Oldd meg a következő feladatokat a tanult tétel segitségével!

$c = 3o8{,}7$ m
$\alpha = 44{,}18^\circ$
$\beta = 79{,}67^\circ$

$a = ?$
$b = ?$
$\gamma = ?$

$a = 56{,}2$ cm
$c = 47{,}5$ cm
$\alpha = 127{,}8o$

$\gamma = ?$
$\beta = ?$
$b = ?$

$b = 237{,}4$ mm
$\beta = 148{,}36^\circ$
$\gamma = 22{,}62^\circ$

$\alpha = ?$
$c = ?$
$a = ?$

ELLENŐRIZD az eredményeket!

---

051. N.K. Oldd meg a következő feladatokat!

$b = 1o6{,}7$ m
$\alpha = 39{,}74^\circ$
$\gamma = 98{,}48^\circ$

$\beta = ?$
$a = ?$
$c = ?$

Számitsuk ki a háromszög többi alkotórészét, ha

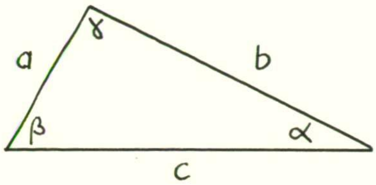
$a = 52{,}4$ m; $b = 47o{,}7$ m; $\beta = 39{,}8^\circ$

ELLENŐRIZD!

A COSINUSTÉTEL

O52. OLVASD el!

Adott egy általános háromszög.



Ismerjük: a = 34,8 cm
b = 46,2 cm
γ = 43,7°

Számitsuk ki a c oldal hosszát!

A sinus-tétel alapján nem lehet megoldani ezt a feladatot. Nem lehet megoldani azért, mert a sinus-tétel a háromszög szembenfekvő oldalai és szögei között létesit összefüggést. Ebben a feladatban pedig az ismert a és b oldalakkal szemközti szögeket nem ismerjük, csak az általuk közbezártat.

Ezért keressünk más összefüggést a háromszög oldalai és szögei között!

O53. Rajzolj egy általános háromszöget, betüzd meg, és a c oldalhoz tartozó magassággal bontsd két derékszögü háromszögre.

O54. A meghuzott magasság a c oldalt is két részre osztja. Jelöld x-szel azt a részét, mely a b oldalhoz közelebb van!

A c másik szeletét hogy tudod jelölni?

O55. Ird fel arra a derékszögü háromszögre Pythagorás tételét, amelynek átfogóját b-vel jelölted!

ELLENŐRIZD!

O56. Ugyanebből a háromszögből fejezd ki az x befogót cos α segitségével!

ELLENŐRIZD!

O57. A másik derékszögü háromszögre ird fel Pythagorás tételét és végezd el a négyzetreemelést!

---

058. A 055. és 056. lépésben kapott eredményeket helyettesitsd be a 057. lépés egyenlőségébe!

ELLENŐRIZD!

JAVITS a 055. lépéstől!

---

059. Az előző lépésben megkapott összefüggés alapján már ki tudjuk számolni a 052. lépésben felirt feladatot.

Helyettesitsd be a megfelelő értékeket a betük helyébe és számold ki a keresett oldal hosszát!

$a = 34{,}8$ cm

$b = 46{,}2$ cm

$\gamma = 43{,}7^\circ$

$c = ?$

ELLENŐRIZD az oldal hosszát!

---

060. HÁZI FELADAT

Számold ki a háromszög harmadik oldalát, ha ismered

$b = 38o$ mm

$c = 6o4$ mm

$\alpha = 69{,}52^\circ$

$a = ?$

/Segit 12/

ELLENŐRIZD!

---

061. Mennyi a b oldal értéke, ha

$a = 312$ m

$c = 5o6$ m

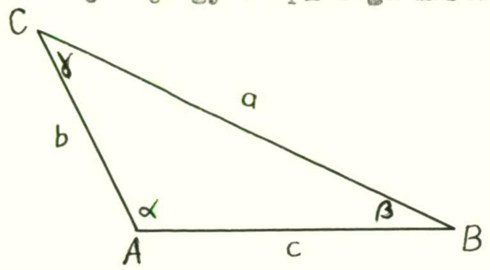
$\beta = 73{,}5^\circ$

$b = ?$

ELLENŐRIZD!

---

062. Rajzolj egy tompaszögü háromszöget az ábra szerint!



Huzd meg a tompaszög nyugvószárához tartozó magasságot, és az alap meghosszabitását jelöld x-szel!

---

063. Ird fel a nagy derékszögü háromszögre Pythagorás tételét, és végezd el a négyzetreemelést!

---

064. Arra a derékszögü háromszögre is ird fel Pythagorás tételét, mely a tompaszögü háromszöget egésziti ki derékszögü háromszögre!

---

065. Ebből a derékszögü háromszögből az x-szel jelölt befogót fejezd ki cos $/18o^{0} - \alpha/$ segitségével!

---

066. Mivel tudod helyettesiteni a cos $/18o^{0} - \alpha/$-t?

Helyettesitsd be! A 021. lépésben rögzitettük.

ELLENŐRIZD!

---

067. Helyettesitsd be a 064. és 066. lépésben kapott eredményeket a 063. lépés egyenlőségébe, és végezd el a beszorzást a tényezők előjelének figyelembevételével!

---

068. Hasonlitsd össze az eredményt a 058. lépésben kapottal!

---

069. Egészitsd ki az alábbi mondatot!

A kapott összefüggés ....háromszögre is igaz.

ELLENŐRIZD!

---

070. OLVASD EL!

Az összefüggést COSINUS/TÉTEL-nek nevezzük, mely szavakban igy fogalmazható meg:

Az általános háromszög egyik oldalának négyzetét ugy számitjuk ki, hogy
négyzetének összegéből kivonjuk ugyanezen két oldal
a másik oldal és az általuk közbezárt szög cosinusának kétszeres szorzatát.

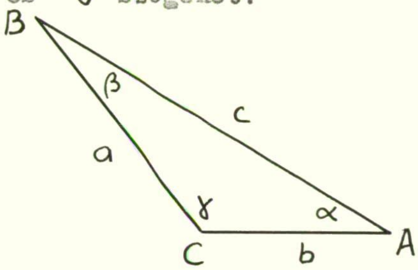
O71. A megtanult tételt alkalmazd a következő feladatok megoldásánál!

a = 34,8 cm;	b = 46,2 cm;	γ = 43,7°.
a = 617 m;	c = 5o6 m;	β = 128,25°.
b = 38o mm;	c = 6o4 mm;	α = 69,52°.

ELLENŐRIZD!

O72. Oldd meg a következő szöveges feladatot!

Számitsuk ki, hogy az A pont milyen messze van a B ponttól, ha az AB távolság közvetlenül nem mérhető, de ismerjük AC = b távolságot, valamint az α és γ szögeket!



b = 523 m

α = 37,8°

γ = 121,6°

c = ?

Vigyázz, összetett feladat!

ELLENŐRIZD!

O73. Oldd meg a következő feladatot, és rajzolj ábrát is!

Két erő P_1 és P_2 hat egy anyagi pontra. Az általuk bezárt szög 68,9°.

Határozzuk meg az eredőt, és az eredő és a P_2 szögét!

P_1 = 25 kg

P_2 = 45 kg

α = 68,9°

R = ?

β = ?

ELLENŐRIZD!

---

074. Csónakkal akarunk a folyó tulsó partjára jutni, és a cél iránya a folyó partjával 35^o-os szöget zár be. Milyen irányba kell evezni, 2,5 m/sec sebességgel, ha a viz sodra 1,2 m/sec?

$v_1 = 2{,}5$ m/sec

$v_2 = 1{,}2$ m/sec

$\alpha = 35^o$

$\beta = ?$

ELLENŐRIZD! /Segit 13/

---

075. Oldd meg a következő feladatot!

Adott: $b = 537{,}5$ m

$\alpha = 122{,}18^o$

$\gamma = 17{,}54^o$

Számold ki a háromszög hiányzó adatait!

ELLENŐRIZD!

---

076. N.K. Oldd meg a következő feladatot!

Mekkora a C helynek az országuttól való távolsága? Mivel a távolság közvetlenül nem mérhető meg, az ut mentén lemérjük az AB távolságot, megmérjük α és β szögeket. Ezekkel az adatokkal a feladat már megoldható.

AB = 26o m

$\alpha = 48{,}2^o$

$\beta = 67{,}3^o$

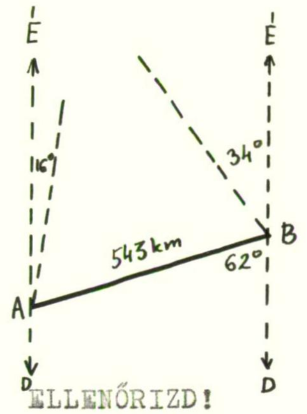
/Segit 14/

ELLENŐRIZD!

---

077. Oldd meg a következő feladatot!

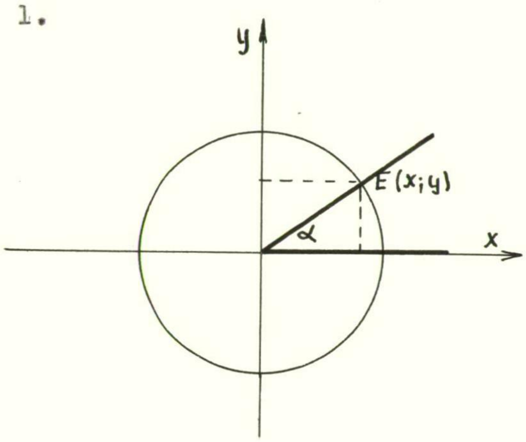
Számitsuk ki, hogy milyen messze van a repülőgép az A és B irányitó állomástól, ha a rádiómérésből és a térképről az ábrán megadott adatok állnak rendelkezésünkre?



ELLENŐRIZD!

3./ SEGITŐK

1\.

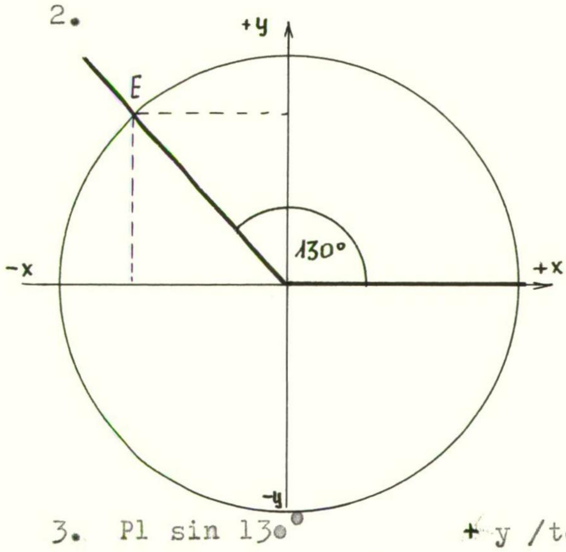


E pont ardinátája: y

E pont abszcisszája: x

Pl. sin $= \frac{y}{r} = \frac{y}{1} = y$, mivel $r = +1$

2\.



$\sin 130^\circ = \frac{y}{r} = \frac{y}{1} = y$

$\cos 130^\circ = \frac{x}{r} = \frac{x}{1} = x$

3\. Pl sin 130° + y /tengely/

cos 130° − x /tengely/

tg 130° $\frac{+y}{-x} = -\frac{y}{x}$

$r > 0$ mindig!!!

A tg előjelét az előjeles számok osztásának szabálya szerint számold!

4. A III. siknegyedben tg előjele: +

5. A cosinust, illetve tangenst adó vonaldarabok is egyenlőek.

Pl. cos 2oo° = cos /18o° + 2o°/ = - cos 2o° = - o,9397

Mindig vedd figyelembe az előjeleket is!

6. Ha két algebrai kifejezés egyik oldala megegyezik egymással, a másik oldalak egyenlősége is fennáll.

7./ Pl. a . x = b . y irjuk ugy át, hogy az egyik oldalon csak a és b szerepeljen:

a : b = y : x

8. A táblázatból keresd ki sin 5o° és sin 7o° értékeit és helyettesitsd be!

9. A 036. lépést is vedd figyelembe!

Ha ismerjük egy háromszög két belső szögét, a harmadikat egyszerüen számithatjuk:

$$\gamma = 18o^{\circ} - /\alpha + \beta/$$

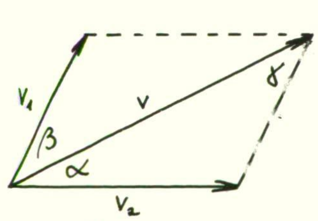
1o. A mellékszögek 18o°-ra egészitik ki egymást.

11. Az általános háromszög oldalai ugy aránylanak egymáshoz, mint a velük szembenfekvő szögek sinusai. Az összefüggést SINUSTÉTELNEK nevezzük.

12. A 058. lépés összefüggése a következő két alakban is felirható:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$
$$b^2 = a^2 + b^2 - 2ac \cos \beta$$

13.



Először a v_2 oldallal szembenfekvő γ szöget, majd ennek ismeretében β-t határozzuk meg.

14. Először a β szöggel szemközti b oldalt határozzuk meg, majd ennek ismeretében egyszerü szögfüggvény segitségével az x-et.

4. ELLENŐRZŐ LAP

-5,671	?	0236597883645
-1,192	?	2402485763287
-0,9511	?	9023968809583
-0,8660	?	7024888570032
-0,7660	?	1280240908372
-0,7002	?	3202197808579
-0,5774	?	4024758894882
-0,5	?	0247589307362
-0,3420	?	8702365749012
-0,2588	?	3980227593800
-0,1736	?	5022849043628
0,00	?	0138592756390
0,00	?	0014968372659
0,5774	?	9024590637497
0,6428	?	5430246385968
0,8660	?	1102466970958
2,00	?	0137730958037
2,89	?	0402280968472
3,00	?	7300245893096
3,05	?	0040083903208
6,13	?	2340266485093
6,58	?	8902912940589
$9,02^{0}$	?	0509308574023
$10,61^{0}$	?	9050158394758
12,93	?	5605078940736
$23,36^{0}$	?	0731243096844
32^{0}	?	6017849277309
32^{0}	?	8701908572633
33,86	?	3210710857339
33,86	?	3059830849948
$41,59^{0}$	?	8905098677362
$41,78^{0}$	?	6540513800968
$42,22^{0}$	?	0391157294086
51^{0}	?	5074950937280
$56,15^{0}$	?	0501212547396
58,82	?	1307349085722
64,33	?	7570398500857

$66,82^{0}$	?	7604086859382
68,85	?	2050960264758
$72,38^{0}$	?	8403950263748
101,37	?	2528051094856
157,92	?	8780519785900
173,3	?	3205094820857
197,7	?	6076961839288
247,25	?	1320758694003
256,22	?	7890050958372
265,27	?	2307656738495
338,56	?	8075912384759
364,27	?	8760505493820
513,52	?	9061123948560
590,73	?	5607178397485
590,73	?	9870606573844
1011,58	?	4307109384756
1266,0	?	1072234567890

abszcissza	?	0075739485
$a^{2}=b^{2}+c^{2}-2bc\cdot\cos\alpha$	?	7058938475
$b:c=\sin\beta:\sin\gamma$	?	0803509584
$\cos\alpha=x$	?	6090050938
$\cos 275^{0}=0,3$	?	5601058934
$\cos 275^{0}$ +x	?	3210113948
derékszögü	?	1025374888
domboruszög: $180^{0}-270^{0}$	?	2800398475
domboruszög: $270^{0}-360^{0}$	?	0036758939
egyenlő	?	1038475966
előjellel	?	4401224534
érvényes	?	9410486544
hegyesszög: $0^{0}-90^{0}$	?	6003555353
$m_{c}^{2}+x^{2}=b^{2}$	?	0551983722
ordináta	?	0077564899
$\sin\alpha=y$	?	2005282733
$\sin 275^{0}=3,8$	?	0000109586
$\sin 275^{0}$ -y	?	7554011382

$tg\,\alpha = \frac{y}{x}$	?	3005273909
$tg\ 275^0 = 12{,}66$	?	8540101138
$tg\ 275^0\ -\frac{y}{x}$	?	6011958345
tompaszög: 90^0-180^0	?	7102003194
tompaszögü	?	7980694263
$x = b \cdot \cos\alpha$	?	3305629786
$x = b \cdot / - \cos\alpha /$	?	6150664839

I R O D A L O M

Dr. Ágoston György: A statisztikai módszerek alkalmazása a pedagógiai kutatásban.

Dr. Nagy József: A pedagógiai jelenségek kvantifikálása, mint a statisztikai elemzés előfeltétele.

Dr. Laky Dezső: Statisztikai módszerek.

Köszönetet mondok dr. Ágoston György professzor urnak és dr. Nagy József adjunktus urnak a program összeállitása, a kisérlet lefolytatása, valamint a kisérlet értékelésével kapcsolatos igen hasznos tanácsaiért, utmutatásaiért.

Köszönetet mondok a Gábor Áron Kohó-, és Öntőipari Technikum Igazgatóságának, hogy a kisérlet lefolytatását és a technikai részek megvalósitását lehetővé tette és elősegitette.

38-19/1966-67.
........bksz.

Tárgy: Parajdi Ilona doktori szigorlata
Mell.sz.: 1 db. disszertáció

Dr. Ágoston György elvtársnak
tanszékvezető egyetemi tanár

H e l y b e n

Professzor Elvtárs !

Mellékelve Parajdi Ilona /Borsos Lajosné/ "Programozott oktatási kisérlet matematikából"
cimü doktori értekezését tisztelettel felkérem, hogy azt megbirálni sziveskedjék. Legyen szabad Professzor Elvtárs szives figyelmét felhivnom tanácsülésünk ama határozatára, amely a birálat elkészitésének és benyujtásának legkésőbbi határidejét a kézhezvételtől számitott harmadik hónap utolsó napjában állapitotta meg.

A mellékelt értekezést a birálat elkészitése után

Szeged, 1967. április 19.

dékán

A kiadmány hiteles :

József Attila Tudományegyetem
Bölcsészettudományi Kar
Dékáni Hiv.
SZEGED

dékáni hiv. vezető

Kaptták : Dr. Ágoston György prof.

Dr. Tandori Károly prof. társbíráló

Dr. Jónás Antal tanszéki könyvtáros

Dr. Horváth Jánosné tanszéki könyvtáros

Sorsz. 224/1966. psz. 400 db.