

SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM
Természettudományi- és Informatikai Kar
Informatika Doktori Iskola
Képfeldolgozás és Számítógépes Grafika Tanszék

Topológia-megőrző képműveletek és a vékonyítás új módszerei

Doktori értekezés tézisei

Kardos Péter

Témavezető

Dr. Palágyi Kálmán
egyetemi docens

Szeged, 2013.



1. Bevezetés

A digitális topológia a bináris digitális képek topológiai tulajdonságaival foglalkozik [18, 20]. A bináris képműveleteket az alábbi három kategóriába soroljuk [3]:

- redukciók, amelyek csak („1” értékű) objektumpontokat változtathatnak („0” értékű) háttérponttá,
- addíciók, amelyek csak („0” értékű) háttérpontokat színezhettek át („1” értékű) objektumponttá, valamint
- vegyes műveletek (amelyek se nem redukciók, se nem addíciók).

A digitális topológia legfontosabb kérdése az, hogy az egyes képműveletek megőrzik-e a topológiát. Korábban kizárólag a hagyományos, négyzet- és kocka-mozaikon mintavételezett bináris képekre értelmezett redukciók topológia-megőrzésére javasoltak elegendő feltételeket [19, 21, 24, 26].

A vékonyítás a bináris objektumok vázszerű alakjellemzőit (2D-ben középvonal és topológiai mag, 3D-ben ezeken kívül a középfelszín) határozza meg az objektum iteratív redukciójával [2, 28]. Más vázkijelölő technikákkal szemben a vékonyítás előnyei között említhető a gyorsaság, a hatékony párhuzamosíthatóság, valamint az, hogy garantálható a topológia megőrzése.

A vékonyító algoritmusok párhuzamosak vagy szekvenciálisak [2, 28]. Párhuzamos esetben az algoritmus egy fázisában egyidejűleg változtatható meg az aktuális kép valamennyi törölhetőnek minősített objektumpontja. A szekvenciális eljárások a kontúrkövetés technikáját alkalmazzák, és egyenként távolítják el a törlési feltételeket teljesítő határpontokat. Mivel a párhuzamos vékonyító algoritmusok egyszerre egynél több pontot is törölhetnek, így a topológiai korrektségük biztosítása és igazolása jóval bonyolultabb feladat, mint szekvenciális eljárások esetében. Az utóbbiak hátránya azonban az, hogy eredményük függhet az objektumpontok bejárési sorrendjétől.

A vékonyító módszerek további általános problémája az, hogy vázközelítéseik számos hamis vonal- ill. felszínszegmenst is tartalmazhatnak, amelyeket általában egy utófeldolgozó lépésben távolítanak el [27]. Az utólagos váztisztítás hátránya az, hogy egyrészt nehéz olyan fontossági mértéket találni, amellyel megkülönböztethetők a lényeges és az eltávolítandó részletek, másrészt pedig megmaradnak az „értékes” részletek torzulásai is.

Disszertációmban az alábbi kutatási eredményeimet foglalom össze:

- Olyan általános elegendő feltételeket adok topológia-megőrző redukciókra, amelyek egyaránt érvényesek a négyzet-, a hatszög- és a háromszög-mozaikokon mintavételezett 2D képekre. Az új feltételeket a párhuzamos vékonyító stratégiákkal és geometriai kényszerfeltételekkel kombinálva olyan hexagonális és trianguláris zsugorító és vékonyító algoritmusokat konstruáltam, amelyek garantáltan megőrzik a topológiát. Megfogalmazok továbbá egy dualitási tételt

is addíciók és redukciók között, amelynek segítségével a topológia-megőrző redukciókra adott eredményekből elegendő feltételek származtathatók topológia-megőrző addíciókra is.

- Bemutatok egy topológia-megőrző 3D kontúrsimító eljárást és ismertetek egy új megközelítést, a vékonyítás kombinálását iterációnkénti kontúrsimítással. A javasolt módszer előnyeit az új 3D kontúrsimító algoritmussal igazolom számos párhuzamos vékonyító eljárásra.
- Ismertetek olyan szükséges ill. elegendő feltételeket, amelyekkel ellenőrizhető, hogy egy adott szekvenciális vékonyító algoritmus bejárás-független-e, azaz érzékeny-e a határpontok bejárásának sorrendjére. Ezt követően bemutatok olyan 2D és 3D szekvenciális eljárásokat, melyek bejárás-függetlensége az említett feltételekre támaszkodva bizonyított. A tárgyalt algoritmusok egyaránt alkalmasak 2D és 3D objektumok középvezetési vonalának, valamint 3D objektumok középfelületének kinyerésére. A módszerek egyike tetszőleges dimenzióra megoldja a bejárás-függetlenség problémáját.

2. Fogalmak és előzmények

A dolgozatomban a háromszög-, a négyzet-, a hatszög- és a kocka-mozaik topológiai tulajdonságait vizsgálom, melyek jelölése rendre $\mathcal{T}$, $\mathcal{S}$, $\mathcal{H}$ és $\mathcal{C}$. A 2D mozaikokon mintavételezett képeken két poligon (pixel) 1-*szomszédos* ill. 2-*szomszédos*, ha azok rendre élen ill. élen vagy csúcson érintkeznek. A $\mathcal{C}$ kocka-mozaik két képeleme 1-, 2-, ill. 3-*szomszédos*, ha két egységkocka lapon, lapon vagy élen, illetve lapon, élen vagy csúcson osztozik. A $p \in V$ képelemmel m -szomszédos elemek halmazára az $N_m^V(p)$ jelöléssel utalok, továbbá legyen $N_m^{*V}(p) = N_m^V(p) \setminus \{p\}$.

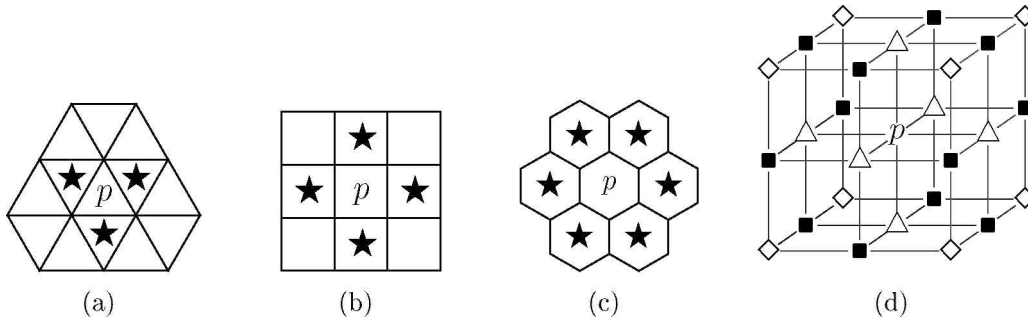
Egy n -dimenziós *digitális bináris képet* a $\mathcal{P} = (V, k, \bar{k}, B)$ rendezett négyessel adunk meg [18], ahol:

- V a képelemek halmaza,
- $B \subseteq V$ a fekete képelemek halmaza, melynek a $\bar{B} = V \setminus B$ komplementere pedig a fehér képelemek halmaza,
- k a fekete elemekhez rendelt szomszédsági reláció.
- $\bar{k}$ a fehér elemekhez rendelt szomszédsági reláció.

Egy $(V, k, \bar{k}, B)$ képet röviden $(V, k, \bar{k})$ képnek is nevezünk.

A dolgozatban főképpen $(\mathcal{S}, 2, 1)$, $(\mathcal{H}, 1, 1)$, $(\mathcal{T}, 2, 1)$ és $(\mathcal{C}, 3, 1)$ képekkel foglalkozom, amelyek szomszédsági relációit az 1. ábra szemlélteti.

A k és a $\bar{k}$ szomszédsági relációk reflexívek és szimmetrikusak, tehát a tranzitív lezártjaik ekvivalencia-relációk, azaz particionálják a B ill. a $V \setminus B$ halmazokat fekete k - ill. fehér $\bar{k}$ komponensekre. A fekete k -komponensek az *objektumok*, a véges képeken levő egyetlen végtelen fehér $\bar{k}$ -komponenset *háttérnek* nevezzük, a véges



1. ábra. Szomszédsági relációk a háromszög-mozaikon (a), négyzet-mozaikon (b), hatszög-mozaikon (c), és a kocka-mozaikkal duális kocka-rácson (d). Az (a)-(c) ábrákon a p pixel 1-szomszédai a „★” szimbólumokkal jelölt képelemek, a többi pixel a p -nek 2- de nem 1-szomszédja. A (d) ábrán a p pont 1-szomszédai a „△” szimbólumokkal jelölt pontok. A p 2-, de nem 1-szomszédai a „■” jelölésű pontok, továbbá p 3-, de nem 2-szomszédai a „◇” szimbólummal ellátott pontok.

fehér $\bar{k}$ -komponenseket pedig az *üreg* névvel illetjük. A $p \in B$ képelem *határelem* a $(V, k, \bar{k}, B)$ képen, ha p $\bar{k}$ -szomszédos legalább egy fehér képelemmel. A fentiek mellett 3D képeken új topológiai fogalom a *lyuk* (vagy alagút) [18].

Egy 2D redukció *topológia-megőrző*, ha a bemeneti kép bármely objektuma a kimeneti képnek pontosan egy objektumát tartalmazza, és az eredménykép valamennyi fehér komponense az input kép pontosan egy fehér komponensét tartalmazza [18].

Egy 2D addíció topológia-megőrző, ha az eredeti kép bármely fehér komponense a kapott képnek pontosan egy fehér komponensét tartalmazza, és az eredménykép valamennyi objektuma az input kép pontosan egy objektumát tartalmazza.

A 3D képeken objektumok és üregek mellett a lyukak „megőrzését” is biztosítani kell [18].

Egy (fekete vagy fehér) képelem *egyszerű* a $(V, k, \bar{k}, B)$ képen, ha az átszínezése egy topológia-megőrző művelet (redukció ill. addíció) [18]. Az $(\mathcal{S}, 2, 1)$ és a $(\mathcal{C}, 3, 1)$ képeken az egyszerűség lokális tulajdonság, amely eldönthető a kérdéses képelem 3×3 -as ill. $3 \times 3 \times 3$ -as lokális környezetének vizsgálatával.

A *vékonyítás*, mint a vázkijelölés módszere iteratív objektumredukció, amely alkalmas mindhárom vázszerű jellemző (topológiai mag, középvonal, középfelszín) előállítására [2, 28].

Egy vékonyító algoritmus topológia-megőrző, valamennyi fázisának redukciója topológia-megőrző. Az $(\mathcal{S}, 2, 1)$ és a $(\mathcal{C}, 3, 1)$ képek topológia-megőrző redukcióira már kidolgoztak elegendő feltételeket [19, 21, 24, 26], azonban a $(\mathcal{H}, 1, 1)$ és a $(\mathcal{T}, 2, 1)$ esetekre még nem adtak meg ilyen kritériumokat, továbbá feltáratlan terület az addíciók és vegyes képműveletek topológia-megőrzésének kérdése is.

Az ismert vázkijelölő eljárásokkal kapott középvonalak és középfelszínek számos esetben nemkívánatos ágakat ill. felszín-szegmenseket tartalmaznak, amelyek eltávolítására szolgál a *váztisztítás* [27]. Ezen módszerek fő hátránya az, hogy az iteratív objektum-redukción alapuló vázkijelölés során a kiindulási objektum határán meglévő vagy a menetközben keletkező „egyenetlenségekből” kiinduló nemkívánatos

vázszegmensek torzítják a váz „értékes” részeit is, mely deformációkat megőrzi a tisztító utófeldolgozás.

A tisztítás hátrányainak elkerülésére egy új megközelítést dolgoztunk ki. Módszerünk kontúr simítást javasol a (létező algoritmusok) minden egyes fázisa előtt. Görbék ill. felszínek simítására számos stratégia létezik [1, 4, 29, 30]. Sajnos közülük csak Couprie és Bertrand módszere alkalmas 3D bináris képek simítására, viszont az eljárás összetettsége miatt az nem kombinálható 3D vékonyító algoritmusokkal.

A szekvenciális vékonyítás központi problémája az ún. *bejárás-függetlenség* kérdése: miként adhatóak meg olyan szekvenciális vékonyító eljárások, amelyek a határpontok tetszőleges sorrendben történő bejárása mellett ugyanazt a vázszerű jellemzőt adják. Bejárás-független eljárásokat először Ranwez és Soille, majd Iwanowski és Soille javasoltak 2D képekre [5, 25]. Középvonalakat csak úgy tudnak előállítani, hogy nem alkalmaznak geometriai kényszerfeltételeket, így önmagukban csupán zsugorító eljárásként funkcionálnak. Alakmegőrző vékonyításra csak úgy alkalmazhatóak, ha egy előfeldolgozó lépésben kijelölünk bizonyos horgonypontokat, amelyek nem törölhetők a későbbiekben.

3. A disszertáció új tudományos eredményei

A dolgozat három tézispontjához tartozó eredményeket az alábbi három alfejezetben foglalom össze.

3.1. Új elegendő feltételek topológia-megőrző képműveletekre, hexagonális és trianguláris topológia-megőrző vékonyító algoritmusok

Dolgozatom 3. fejezetében először a fekete pontok egyszerűségének jellemzésére ismertetem a $\mathcal{H}$ és $\mathcal{T}$ mozaikok esetén érvényes szükséges és elegendő feltételeket, majd megadom ezen kritériumok általános alakját, érvényes mindhárom 2D szabályos mozaikra fennáll. Itt csak utóbbira térek ki.

1. tétel. (a dolgozat 3.1.6. tétele)

A $(V, k, \bar{k}, B)$ képnek $(V \in \{\mathcal{S}, \mathcal{H}, \mathcal{T}\}, (k, \bar{k}) = (2, 1), (1, 2))$ egy $p \in B$ pontja egyszerű akkor és csak akkor, ha az alábbi feltételek teljesülnek:

1. p pontosan egy $N_k^{*V}(p) \cap B$ halmazbeli k -komponenssel k -szomszédos.
2. p pontosan egy $N_k^V(p) \setminus B$ halmazbeli $\bar{k}$ -komponenssel $\bar{k}$ -szomszédos.

A dolgozatban az egyszerűség vizsgálatára egy másik általános tételt is felírok, amely a Kong által javasolt ún. csatolt halmazok modelljén alapszik [17]. Ennek ismertetésére azonban itt nem térek ki, mivel több további fogalom részletezését igényelné.

Ezt követően a $(\mathcal{H}, 1, 1)$, a $(\mathcal{T}, 2, 1)$ és a $(\mathcal{T}, 1, 2)$ képek topológia-megőrző redukcióira mutatok be elegendő feltételeket. A feltételek általános alakját is megadom,

amely a három vizsgált 2D rács típusra egyaránt érvényes. Ismét csak ezen általánosított eredményeket részletezem. Az alábbi, mindhárom szabályos 2D mozaikra érvényes tétel feltételei nem egyedi pixelek törlésére vonatkoznak, hanem bizonyos pixel-konfigurációk vizsgálatát írják elő.

2. tétel. (a dolgozat 3.2.4. tétele)

Az $\mathcal{R}$ redukció topológia-megőrző, ha valamennyi $(V, k, \bar{k}, B)$ képre $(V \in \{\mathcal{S}, \mathcal{H}, \mathcal{T}\}; (k, \bar{k}) = (2, 1), (1, 2))$, teljesülnek az alábbi feltételek:

1. Valamennyi $\mathcal{R}$ által törölt pixel egyszerű.
2. Valamennyi $\mathcal{R}$ által törölt, egymással k -szomszédos p, q pixelpár esetén p egyszerű a $(V, k, \bar{k}, B \setminus \{q\})$ képen.
3. Ha $(k, \bar{k}) = (2, 1)$ vagy $V = \mathcal{H}$, akkor $\mathcal{R}$ nem töröl teljesen egyetlen kis objektumot sem (lásd a dolgozat 1.6.-1.8. ábráit).

A következő feltételek már egyedi pixelek törölhetőségéről szólnak. Megkülönböztetünk szimmetrikus és aszimmetrikus feltételeket: a szimmetrikusak nem tüntetik ki bizonyos pixelkonfigurációk valamely elemét (lásd 3. tétel), míg az aszimmetrikusak igen (lásd 4. tétel).

3. tétel. (a dolgozat 3.2.5. tétele)

Az $\mathcal{R}$ redukció topológia-megőrző, ha tetszőleges $(V, k, \bar{k}, B)$ képre $(V \in \{\mathcal{S}, \mathcal{H}, \mathcal{T}\}; (k, \bar{k}) = (2, 1), (1, 2))$ és annak bármely $\mathcal{R}$ által törölt $p \in B$ pixelére teljesül az alábbi három feltétel:

1. p egyszerű pixel a $(V, k, \bar{k}, B)$ képen.
2. Valamennyi $q \in N_k^{*V}(p) \cap B$ egyszerű pixelre p egyszerű a $(V, k, \bar{k}, B \setminus \{q\})$ képen.
3. Ha $(k, \bar{k}) = (2, 1)$, akkor a p pixel nem eleme egyetlen kis objektumnak sem. (lásd a dolgozat 1.6.-1.8. ábráit).

4. tétel. (a dolgozat 3.2.6. tétele)

Az $\mathcal{R}$ redukció topológia-megőrző, ha tetszőleges $(V, k, \bar{k}, B)$ képre $(V \in \{\mathcal{S}, \mathcal{H}, \mathcal{T}\}; (k, \bar{k}) = (2, 1), (1, 2))$, és annak bármely $\mathcal{R}$ által törölt $p \in B$ pixelére teljesül az alábbi három feltétel:

1. p egyszerű pixel a $(V, k, \bar{k}, B)$ képen.
2. Valamennyi $q \in N_k^{*V}(p) \cap B$ egyszerű pixelre p egyszerű a $(V, k, \bar{k}, B \setminus \{q\})$ képen vagy a következő teljesül:
 - Ha $(k, \bar{k}) = (2, 1)$, akkor q a dolgozat 1.4. ábrájának valamely konfigurációjában a kitüntetett elem.

- Ha $(k, \bar{k}) = (1, 2)$, akkor q a dolgozat 1.5. ábrájának valamely konfigurációjában a kitüntetett elem.
3. Ha $(k, \bar{k}) = (2, 1)$, akkor a p pixel nem kitüntetett eleme egyetlen kis objektumnak sem (lásd a dolgozat 1.6.-1.8. ábráit).

Az addíciók topológiai korrektségének ellenőrzéséhez a dolgozatom a 3.3. alfejezetében megfogalmazok egy, az addíciók és redukciók között fennálló dualitási szabályt. Ennek felhasználásával a redukciókra érvényes kritériumokból levezethetők az addíciók topológia-megőrzésére vonatkozó alábbi általános elegendő feltételek is.

5. tétel. (a dolgozat 3.3.2. tétele)

Az $\mathcal{A}$ addíció topológia-megőrző, ha valamennyi $(V, k, \bar{k}, B)$ képre ($V \in \{\mathcal{S}, \mathcal{H}, \mathcal{T}\}$; $(k, \bar{k}) = (2, 1), (1, 2)$) teljesülnek az alábbi feltételek:

1. Valamennyi $\mathcal{A}$ által módosított fehér pixel egyszerű.
2. Valamennyi $\mathcal{A}$ által módosított, egymással k -szomszédos fehér p és q pixelre p egyszerű a $(V, k, \bar{k}, B \cup \{q\})$ képen.
3. Ha $(k, \bar{k}) = (2, 1)$, akkor $\mathcal{A}$ nem tölt fel egyetlen kis üreget sem (lásd a dolgozat 1.6.-1.8. ábráit).

Az új elegendő feltételeink segítségével könnyen ellenőrizhető a négyszög-, hatszög- és háromszög-mozaikon dolgozó vékonyító algoritmusok topológiai korrektsége. A tézispontban olyan hexagonális és trianguláris algoritmusokat is bemutatam, amelyek törlési feltételei az egyedi pixelek törölhetőségére adott elegendő feltételeket kombinálják párhuzamos vékonyító stratégiákkal és változatos geometriai kényszerfeltételekkel, így a topológia-megőrzésük garantált.

3.2. Iterációnkénti simítással kombinált vékonyítás 3D bináris képeken

Dolgozatom 5. fejezetében egy olyan párhuzamos 3D kontúrsimító algoritmust ismertetek, amely amellett, hogy megőrzi a képek topológiáját, könnyen beépíthető vékonyító algoritmusokba is. Az algoritmus két párhuzamos redukcióból áll (lásd az 1. algoritmust), melyeket R_1 -gyel és R_2 -vel jelölünk. Az R_1 által törölhető pontokat $3 \times 3 \times 3$ -as törlőmaszkokkal adjuk meg (lásd a dolgozat 5.1.-5.5. ábráit), ahol az R_2 operátor az R_1 maszkjainak p -re való tükrözöttjeit veszi figyelembe.

Simító algoritmusunkat a hagyományos vékonyító eljárásokkal kombináltuk abból a célból, hogy csökkentsük a vékonyító algoritmusok által produkált nemkívánatos szegmensek számát. Tetszőleges A vékonyító algoritmus iterációnkénti simítással kombinált sémáját a 2. algoritmus mutatja be.

A simító operátor implementációjára egy hatékony módszert javasoltunk. Ez egy előzetesen generált keresőtáblát használ a törölhető pontok kódolására, mely mindössze 8 MB-nyi tárolóhelyet igényel. Az eljárás további gyorsításához egy-egy lista használata célszerű az aktuális határpontok ill. az aktuális törölhető pontok tárolására.

1. algoritmus. Párhuzamos simító algoritmus.

```

1: Input:  $(\mathcal{C}, 3, 1, X)$  kép
2: Output: a  $(\mathcal{C}, 3, 1, Y)$  kép
3:  $Y = X$ 
4: // 1. fázis
5:  $Y = Y \setminus \{ p \mid p \text{ törölhető } R_1 \text{ által a } (\mathcal{C}, 3, 1, Y) \text{ képen} \}$ 
6: // 2. fázis
7:  $Y = Y \setminus \{ p \mid p \text{ törölhető } R_2 \text{ által a } (\mathcal{C}, 3, 1, Y) \text{ képen} \}$ 

```

2. algoritmus. Iterációnkénti simítással kombinált vékonyítás.

```

1:  $Y = X$ 
2: repeat
3:   Input:  $(\mathcal{C}, 3, 1, X)$  kép
4:   Output:  $(\mathcal{C}, 3, 1, Y)$  kép
5:    $Y = X$ 
6:   // kétfázisú simítás
7:    $Y = Y \setminus \{ p \mid p \text{ törölhető } R_1 \text{ által a } (\mathcal{C}, 3, 1, Y) \text{ képen} \}$ 
8:    $Y = Y \setminus \{ p \mid p \text{ törölhető } R_2 \text{ által a } (\mathcal{C}, 3, 1, Y) \text{ képen} \}$ 
9:   // a vékonyítás egy iterációs lépése
10:   $D = \{ p \mid p \text{ törölhető } A \text{ által a } (\mathcal{C}, 3, 1, Y) \text{ képen} \}$ 
11:   $Y = Y \setminus D$ 
12: until  $D = \emptyset$ 

```

3.3. Bejárás-független szekvenciális vékonyítás

Harmadik fő kutatási témám olyan szekvenciális vékonyító algoritmusok kidolgozása volt, amelyek nem érzékenyek a határpontok bejárasi sorrendjére.

A konkrét algoritmusok közlése előtt, a dolgozat 6.1. alfejezetében ismertetek néhány szükséges és elegendő feltételt, amelyek garantálják a bejárás-függetlenség teljesülését. Az első erre vonatkozó tételben a törlőmaszkokon alapuló szekvenciális vékonyító algoritmusokra fogalmazok meg elegendő kritériumokat (sémájukat a 3.3. algoritmus mutatja be). Ezen feltételek azt írják elő, hogy amennyiben az $SM(\mathcal{M})$ algoritmus illesztőmintáit egy-egy „képszeletnek” tekintjük, akkor egy $M \in \mathcal{M}$ maszk a középső elemén kívül nem tartalmazhat más olyan elemet, amelyre illeszthető az algoritmus valamely maszkja. A [6]-ban bizonyított tétel pontos kimondása további fogalmak definiálását igényelné.

Ezeket kívül olyan általánosabb kritériumokat is javaslok, amelyek nem szorítkoznak törlőmaszkokkal megadott algoritmusokra, és amelyek egyben szükséges és elegendő feltételek is. Utóbbiak az alábbi fogalmon alapulnak: Legyen ST egy szekvenciális vékonyító algoritmus, ST^* pedig egy párhuzamos vékonyító algoritmus, amelynek második fázisa ugyanazt a törlési feltételt tartalmazza, mint az ST azzal az eltéréssel, hogy ST^* a feltételnek megfelelő objektumpontokat egyszerre törli. ST^* algoritmust az ST párhuzamos változatának nevezzük.

3. algoritmus. $ST(\mathcal{M})$

```

1: Input: a  $(\mathcal{C}^n, n, 1, X, \emptyset)$  kép és a törlőmaszkok  $\mathcal{M}$  halmaza
2: Output: a  $(\mathcal{C}^n, n, 1, Y, Y^+)$  kép
3:  $Y = X$ 
4:  $Y^+ = \emptyset$ 
5: repeat
6:   // első fázis: kontúr-követés
7:   for all  $p$  in  $Y$  do
8:     if  $p$  határpixel then
9:        $Y^+ = Y^+ \cup \{p\}$ 
10:  // második fázis: redukció
11:  modified=false
12:  for all  $p \in Y^+$  do
13:    if  $p$   $\mathcal{M}$ -törölhető then
14:       $Y = Y \setminus \{p\}$ 
15:      modified=true
16: until modified=false

```

6. tétel. (a dolgozat 6.1.2. tétele)

[15] Legyen ST egy szekvenciális vékonyító algoritmus, és legyen ST^* az ST párhuzamos változata. Tekintsük ST és ST^* adott iterációs lépését, továbbá legyen $\mathcal{P} = (\mathcal{C}^n, n, 1, B)$ egy tetszőleges kép ($n = 2, 3$), és legyen $D \subseteq B$ az ST^* által a bemeneti $\mathcal{P}$ képen a vizsgált iterációban törölt pontok halmaza. ST bejárás-független akkor és csak akkor ha bármely $p \in B$ pontra az alábbi feltételek valamelyike teljesül:

1. $p \in D$, és bármely $Q \subseteq D \setminus \{p\}$ halmazra ST^* a p pontot törli a bemeneti $(\mathcal{C}^n, n, 1, B \setminus Q)$ képen, vagy
2. $p \notin D$, és bármely $Q \subseteq D \setminus \{p\}$ halmzra ST^* nem törli p -t a bemeneti $(\mathcal{C}^n, n, 1, B \setminus Q)$ képen.

A 6.2. alfejezetben először megadtam olyan 2D $\mathcal{M}^1$ és $\mathcal{M}^2$ maszk-halmazokat, amelyekre teljesülnek a [6]-ben megadott elegendő feltételek, vagyis az $ST(\mathcal{M}^1)$ és $ST(\mathcal{M}^2)$ algoritmusok bejárás-függetlenek. A kétféle algoritmus-variáns két különböző, 2D középvonal kinyerésére szolgáló végpont-feltételt vizsgál.

Ezekon kívül ismertettem négy további bejárás-független algoritmust is az $(\mathcal{S}, 2, 1)$ és a $(\mathcal{C}, 3, 1)$ képekre, melyek az előzőek törlési feltételeinél bonyolultabb szabályokat alkalmaznak a képelemek törölhetőségére. Közülük az egyik tetszőleges n -dimenziós $(\mathcal{C}^n, n, 1)$ képre, a másik csak $(\mathcal{S}, 2, 1)$ képekre, a többi pedig $(\mathcal{C}, 3, 1)$ képekre alkalmazható. A négy utóbbi algoritmus törlési szabályai hasonló elven alapulnak: a p határpont akkor és csak akkor törölhető, ha egyrészt teljesít bizonyos geometriai kényszerfeltételt, másrészt egyszerű marad minden olyan esetben, amikor a p ugyanezen kényszerfeltételnek eleget tevő egyszerű 2- ill. 3-szomszédai tetszőleges részhalmazát törölnénk. Ezen algoritmusok főként az általuk alkalmazott geometriai kényszerfeltételekben különböznek.

4. Tézispontok

4.1. Új elegendő feltételek topológia-megőrző képműveletekre, hexagonális és trianguláris topológia-megőrző vékonyító algoritmusok

Az 1. tézispontban az alábbi eredmények szerepelnek:

- Megadtuk az egyszerű pontok olyan jellemzéseit, amelyek érvényesek az $(\mathcal{S}, 2, 1)$, a $(\mathcal{H}, 1, 1)$, és a $(\mathcal{T}, 2, 1)$ képekre.
- Elegendő feltételeket javasoltunk topológia-megőrző redukciókra $(\mathcal{H}, 1, 1)$, $(\mathcal{T}, 2, 1)$ és $(\mathcal{T}, 1, 2)$ képeken.
- Az addíciókra megfogalmaztam egy olyan dualitási szabályt, amellyel redukciók topológia-megőrzésének elegendő feltételeiből addíciók topológiai korrektségét garantáló elegendő kritériumokhoz jutunk. Ennek segítségével a $(V, k, \bar{k})$ képekre $(V \in \{\mathcal{S}, \mathcal{H}, \mathcal{T}\}; (k, \bar{k}) = (2, 1), (1, 2))$ és a $(\mathcal{C}, 3, 1)$ topológia-megőrző redukcióira adtam elegendő feltételeket.
- Kidolgoztam számos teljesen párhuzamos, irány- ill. almező-alapú hexagonális és trianguláris vékonyító algoritmust, amelyek a redukciókra adott új elegendő feltételeket kombinálják párhuzamos vékonyító stratégiákkal és változatos geometriai kényszerfeltételekkel. A garantáltan topológia-megőrző algoritmusok tartalmaznak egyaránt topológiai mag ill. középvonal kinyerésére alkalmazhatók.

A topológia-megőrzés feltételeinek vizsgálatával kapcsolatos eredményeinket egy hatástényezős folyóiratcikkben [9] és három konferencia kiadványában [10, 14, 16] közzétettük, továbbá hexagonális algoritmusainkat egy további konferencia-kötetben [12] publikáltuk.

4.2. Iterációnkénti simítással kombinált vékonyítás 3D bináris képeken

Az 2. tézispontban tartozó eredmények:

- 3D bináris képekre egy olyan topológia-megőrző kontúrsimító algoritmust javasoltunk, amely bizonyos extremitások eltávolítására képes.
- Bemutattunk egy új vékonyító sémát, amely kontúrsimítást javasol a vékonyító eljárások valamennyi iterációs lépése előtt.
- A 3D kontúrsimító algoritmusnak olyan hatékony implementációját adtuk, ami általánosan alkalmazható vékonyító eljárásokra is.

- Az új séma hatékonyságát számos párhuzamos vékonyító algoritmusra teszteltük. Az eredmények alátámasztják azt, hogy a javasolt módszerrel jelentősen kevesebb nemkívánatos felszín- ill. vonal-szegmenst tartalmazó vázszerű jellemzőhöz jutunk.

Kontúrsimító algoritmusunk első változatát egy konferencia kiadványban [22], a fejezetben bemutatott továbbfejlesztett algoritmust és az iterációnkénti simítással kombinált vékonyító sémát pedig egy hatástényezős folyóiratcikkben [23] publikáltuk.

4.3. Bejárás-független szekvenciális vékonyítás

A 3. tézispontához tartozó eredmények:

- Olyan szükséges és elegendő feltételeket ismertettem, amelyekkel a szekvenciális vékonyító algoritmusok bejárás-függetlensége ellenőrizhető.
- Az elegendőségre vonatkozóan a feltételek olyan speciális változatát is megadtam, amely törlőmaszkokkal dolgozó algoritmusokra alkalmazható.
- Javasoltam két törlőmaszkokkal megadott 2D bejárás-független szekvenciális vékonyító algoritmust középvonalak előállítására.
- Publikáltunk további négy bejárás-független szekvenciális algoritmust is, amelyek speciális (nem törlőmaszkokkal megadott) törlési feltételeket alkalmaznak. Ezek közül az egyik tetszőleges dimenziójú képekre alkalmazható, de 3D-ben csak középfelszín kinyerésére alkalmas. A további három a szűkületi pontok megtartásán alapul, és alkalmasak 2D középvonal, 3D középfelszín és 3D középvonal kinyerésére.

Eredményeink két folyóiratcikkben [6, 8] és négy nemzetközi konferencia kiadványban [7, 11, 13, 15] jelentek meg.

A tézispontokhoz tartozó közlemények

A szerző közleményeinek és az értekezés tézispontjainak kapcsolatát az alábbi táblázat adja meg, amelyben csak a Doktori Iskola által elfogadott publikációk szerepelnek.

Publikációk	Tézispontok			Jelleg	Szerzők száma	Pont
	1.	2.	3.			
[9] ¹	•			Folyóirat cikk	2	0,75
[10]	•			Konferencia cikk	2	0,75
[14]	•			Konferencia cikk	2	0,75
[16]	•			Konferencia cikk	2	0,75
[12]	•			Konferencia cikk	2	0,75
[23] ²		•		Folyóirat cikk	3	0,60
[22]		•		Konferencia cikk	3	0,60
[6]			•	Folyóirat cikk	1	1,00
[8]			•	Folyóirat cikk	3	0,60
[11]			•	Konferencia cikk	2	0,75
[13]			•	Konferencia cikk	2	0,75
[15]			•	Konferencia cikk	2	0,75
[7]			•	Konferencia cikk	3	0,60

Összpontszám:

9,40

¹Hatástényező: 0,499 (2011)²Hatástényező: 1,00 (2011)

Irodalomjegyzék

- [1] M. Couprie and G. Bertrand. Topology preserving alternating sequential filter for smoothing two-dimensional and three-dimensional objects. *J. Electronic Imaging*, 13(4):720–730, 2004.
- [2] R. W. Hall. *Parallel Connectivity-Preserving Thinning Algorithms*, pages 145–179. Elsevier Science Inc., 1996.
- [3] R. W. Hall, T. Y. Kong, and A. Rosenfeld. *Shrinking Binary Images*, pages 31–98. Elsevier Science Inc., 1996.
- [4] J. Hu, D. Yu, and H. Yan. A multiple point boundary smoothing algorithm. *Pattern Recognition Letters*, 19(8):657–668, 1998.
- [5] M. Iwanowski and P. Soille. Fast algorithm for order independent binary homotopic thinning. In *Proceedings of the 8th International Conference on Adaptive and Natural Computing Algorithms, Part II*, ICANNGA '07, ICANNGA '07, pages 606–615, Springer-Verlag, 2007.
- [6] P. Kardos. Sufficient conditions for order-independency in sequential thinning. *Acta Cybernetica*, 20:87–100, 2011.
- [7] P. Kardos, G. Németh, and K. Palágyi. An order-independent sequential thinning algorithm. In *Proceedings of the 13th International Workshop on Combinatorial Image Analysis*, IWCIA '09, IWCIA '09, pages 162–175, Springer-Verlag, 2009.
- [8] P. Kardos, G. Németh, and K. Palágyi. 2D parallel thinning and shrinking based on sufficient conditions for topology preservation. *Alkalmazott Matematikai Lapok*, 27:17–40, 2010.
- [9] P. Kardos and K. Palágyi. Topology-preserving hexagonal thinning. *International Journal of Computer Mathematics*, in press.
- [10] P. Kardos and K. Palágyi. On topology preservation for hexagonal parallel thinning algorithms. In *IWCIA 2011*, pages 31–42, 2011.
- [11] P. Kardos and K. Palágyi. Order-independent sequential thinning in arbitrary dimensions. In *Proceedings of the IASTED International Conference Signal and Image Processing and Applications*, pages 129–134, IASTED, 2011.

- [12] P. Kardos and K. Palágyi. Hexagonal parallel thinning algorithms based on sufficient conditions for topology preservation. In *Proceedings of International Symposium on Computational Modeling of Objects Represented in Images*, pages 63–68, 2012.
- [13] P. Kardos and K. Palágyi. Isthmus-based order-independent sequential thinning. In *Proceedings of the IASTED International Conference on Signal Processing, Pattern Recognition and Application*, IASTED, 2012.
- [14] P. Kardos and K. Palágyi. On topology preservation for triangular thinning algorithms. In *Proceedings of the International Workshop on Combinatorial Image Analysis*, pages 128–142, 2012.
- [15] P. Kardos and K. Palágyi. On order-independent sequential thinning. In *Proceedings of the 3rd IEEE International Conference on Cognitive Infocommunications (CogInfoCom) 2012*, pages 149–154, IEEE, 2013.
- [16] P. Kardos and K. Palágyi. Sufficient conditions for topology preserving additions and general operators. In *Proceedings of the IASTED International Conference Computer Graphics and Imaging*, pages 107–114, IASTED, 2013.
- [17] T. Y. Kong. On topology preservation in 2-d and 3-d thinning. *IJPRAI*, 9(5):813–844, 1995.
- [18] T. Y. Kong and A. Rosenfeld. Digital topology: introduction and survey. *Comput. Vision Graph. Image Process.*, 48:357–393, 1989.
- [19] C. M. Ma. On topology preservation in 3D thinning. *CVGIP: Image Understanding*, 59(3):328 – 339, 1994.
- [20] S. Marchand-Maillet and Y. M. Sharaiha. *Binary digital image processing - a discrete approach*. Academic Press, 2000.
- [21] G. Németh. *Topológia-megőrző vékonyító algoritmusok tervezése és vázkijelölő algoritmusok kvantitatív összehasonlítása. Doktori Értekezés*. Szegedi Tudományegyetem, 2012.
- [22] G. Németh, P. Kardos, and K. Palágyi. Topology preserving parallel smoothing for 3D binary images. In *CompIMAGE*, pages 287–298, 2010.
- [23] G. Németh, P. Kardos, and K. Palágyi. Thinning combined with iteration-by-iteration smoothing for 3D binary images. *Graphical Models*, 73(6):335–345, 2011.
- [24] K. Palágyi and A. Kuba. A parallel 3D 12-subiteration thinning algorithm. *Graphical Models and Image Processing*, 61:199–221, 1999.
- [25] V. Ranwez and P. Soille. Order independent homotopic thinning for binary and grey tone anchored skeletons. *Pattern Recognition Letters*, 23:687–702, 2002.

- [26] C. Ronse. Minimal test patterns for connectivity preservation in parallel thinning algorithms for binary digital images. *Discrete Applied Mathematics*, 21(1):67 – 79, 1988.
- [27] D. Shaked and A.M. Bruckstein. Pruning medial axes. *Computer Vision and Image Understanding*, 69(2):156–169, 1998.
- [28] C.Y. Suen and P.S.P. Wang. *Thinning Methodologies for Pattern Recognition*. World Scientific Publishing Co., Inc., 1994.
- [29] G. Taubin. Curve and surface smoothing without shrinkage. In *ICCV*, pages 852–857, 1995.
- [30] D. Yu and H. Yan. An efficient algorithm for smoothing, linearization and detection of structural feature points of binary image contours. *Pattern Recognition*, 30(1):57–69, 1997.

Társszerzői nyilatkozat

Alulírott kijelentem, hogy ismerem Kardos Péter PhD fokozatra pályázó *Topológia-megőrző képműveletek és a vékonyítás új módszerei* című disszertációját.

A disszertációban szereplő és a

- P. Kardos, K. Palágyi: Order-independent sequential thinning in arbitrary dimensions, in *Proc. IASTED International Conference on Signal and Image Processing and Applications, SIPA 2011*, pp. 129–134, IASTED, 2011.
- P. Kardos, K. Palágyi: Isthmus-Based Order-Independent Sequential Thinning, in *Proc. 9th IASTED International Conference on Signal Processing, Pattern Recognition and Applications, SPPRA 2012*, pp. 28–34, IASTED, 2012.
- P. Kardos, K. Palágyi: On Order-Independent Sequential Thinning, in *Proc. 3rd IEEE International Conference on Cognitive Infocommunications, Cog-InfoCom 2012*, pp. 149–154, IEEE, 2012.

cikkekben közölt eredményekre vonatkozóan kijelentem, hogy a következő eredményekben a pályázó hozzájárulása volt a meghatározó:

- Szükséges és elegendő feltételek kidolgozása szekvenciális vékonyító algoritmusok bejárás-függetlenségére.
- Az algoritmusok bejárás-függetlenségének bizonyítása.
- Az algoritmusok implementálása és tesztelése.

A következő eredményekre vonatkozóan a szerzők hozzájárulása oszthatatlan:

- A bejárás-független algoritmusok kidolgozása.

Palágyi: Károly

Szeged, 2013. április 24.

aláírás

Társszerzői nyilatkozat

Alulírott kijelentem, hogy ismerem Kardos Péter PhD fokozatra pályázó *Topológia-megőrző képműveletek és a vékonyítás új módszerei* című disszertációját.

A disszertációban szereplő és a

- P. Kardos, K. Palágyi: On topology preservation for hexagonal parallel thinning algorithms, in *Proc. 14th International Workshop on Combinatorial Image Analysis, IWCIA '2011*, Lecture Notes in Computer Science 6636, pp. 31–42, Springer, 2011.
- P. Kardos, K. Palágyi: Hexagonal parallel thinning algorithms based on sufficient conditions for topology preservation, in *Proc. International Symposium of Computational Modeling of Objects Presented in Images: Fundamentals, Methods, and Applications, CompIMAGE 2012*, pp. 63–68, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2012.
- P. Kardos, K. Palágyi: On Topology Preservation for Triangular Thinning Algorithms, in *Proc. 15th International Workshop on Combinatorial Image Analysis, IWCIA 2012*, Lecture Notes in Computer Science 7655, Springer, 2012.
- P. Kardos, K. Palágyi: Sufficient Conditions for Topology Preserving Additions and General Operators, in *Proceedings of 14th IASTED International Conference on Computer Graphics and Imaging, CGIM 2013*, Innsbruck, Austria, pp. 107–114, IASTED, 2013.
- P. Kardos, K. Palágyi: Topology-preserving hexagonal thinning, *International Journal of Computer Mathematics*, to appear

cikkekben közölt eredményekre vonatkozóan kijelentem, hogy a következő eredményekben a pályázó hozzájárulása volt a meghatározó:

- Egyszerűség jellemzése a $(\mathcal{H}, 1, 1)$, a $(\mathcal{T}, 2, 1)$ és a $(\mathcal{T}, 1, 2)$ képeken.
- Elegendő feltételek kidolgozása a $(\mathcal{H}, 1, 1)$ képekre értelmezett redukciók topológia-megőrzésére.
- Elegendő feltételek kidolgozása az $(\mathcal{S}, 2, 1)$ és $(\mathcal{C}, 3, 1)$ képekre értelmezett addíciók topológia-megőrzésére.
- Az algoritmusok implementálása és tesztelése.

Szeged, 2013. április 24.



aláírás

Társszerzői nyilatkozat

Alulírott kijelentem, hogy ismerem Kardos Péter PhD fokozatra pályázó *Topológia-megőrző képműveletek és a vékonyítás új módszerei* című disszertációját.

A disszertációban szereplő közös eredményekre vonatkozóan kijelentem, hogy a következő eredményekhez való hozzájárulásunk oszthatatlan:

- G. Németh, P. Kardos, K. Palágyi: Topology Preserving Parallel Smoothing for 3D Binary Images, in *Proceedings of the International Symposium of Computational Modeling of Objects Presented in Images: Fundamentals, Methods, and Applications, CompIMAGE'10*, Lecture Notes in Computer Science 6026, pp. 287–298, Springer, 2010.
- G. Németh, P. Kardos, K. Palágyi: Thinning combined with iteration-by-iteration smoothing for 3D binary images, *Graphical Models* 73, pp. 335–345., 2011.



Szeged, 2013. április 24.

aláírás

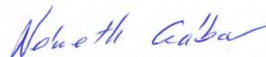
Társszerzői nyilatkozat

Alulírott kijelentem, hogy ismerem Kardos Péter PhD fokozatra pályázó *Topológia-megőrző képműveletek és a vékonyítás új módszerei* című disszertációját.

A disszertációban szereplő közös eredményekre vonatkozóan kijelentem, hogy a következő eredményekhez való hozzájárulásunk oszthatatlan:

- G. Németh, P. Kardos, K. Palágyi: Topology Preserving Parallel Smoothing for 3D Binary Images, in *Proceedings of the International Symposium of Computational Modeling of Objects Presented in Images: Fundamentals, Methods, and Applications, CompIMAGE'10*, Lecture Notes in Computer Science 6026, pp. 287–298, Springer, 2010.
- G. Németh, P. Kardos, K. Palágyi: Thinning combined with iteration-by-iteration smoothing for 3D binary images, *Graphical Models* 73, pp. 335–345., 2011.

Szeged, 2013. április 24.



aláírás

Társszerzői nyilatkozat

Alulírott kijelentem, hogy ismerem Kardos Péter PhD fokozatra pályázó *Topológia-megőrző képműveletek és a vékonyítás új módszerei* című disszertációját.

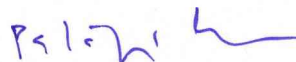
A disszertációban szereplő és a

- P. Kardos, G. Németh, K. Palágyi: An Order-Independent Sequential Thinning Algorithm, in *Proc. 13th International Workshop on Combinatorial Image Analysis, IWCIA 2009*, Lecture Notes in Computer Science 5852, pp. 162–175, Springer, 2009.
- P. Kardos, G. Németh, K. Palágyi: Bejárásfüggetlen szekvenciális vékonyítás *Alkalmazott Matematikai Lapok* 27, pp. 17–40, Akadémiai Kiadó, 2010.

cikkekben közölt eredményekre vonatkozóan kijelentem, hogy a következő eredményekben a pályázó hozzájárulása volt a meghatározó:

- Az algoritmusok kidolgozása, és bejárás-függetlenségének bizonyítása.

Szeged, 2013. április 24.



aláírás

Társszerzői nyilatkozat

Alulírott kijelentem, hogy ismerem Kardos Péter PhD fokozatra pályázó *Topológia-megőrző képműveletek és a vékonyítás új módszerei* című disszertációját.

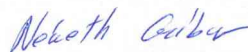
A disszertációban szereplő és a

- P. Kardos, G. Németh, K. Palágyi: An Order-Independent Sequential Thinning Algorithm, in *Proc. 13th International Workshop on Combinatorial Image Analysis, IWCIA 2009*, Lecture Notes in Computer Science 5852, pp. 162–175, Springer, 2009.
- P. Kardos, G. Németh, K. Palágyi: Bejárásfüggetlen szekvenciális vékonyítás *Alkalmazott Matematikai Lapok* 27, pp. 17–40, Akadémiai Kiadó, 2010.

cikkekben közölt eredményekre vonatkozóan kijelentem, hogy a következő eredményekben a pályázó hozzájárulása volt a meghatározó:

- Az algoritmusok kidolgozása, és bejárás-függetlenségének bizonyítása.

Szeged, 2013. április 24.



aláírás