

Szegedi Tudományegyetem, Bölcsészettudományi Kar,  
Neveléstudományi Doktori Iskola

KELEMEN RITA

**A MATEMATIKAI SZÖVEGESFELADAT-MEGOLDÓ  
KÉPESSÉG VIZSGÁLATA  
TÖBBSÉGI ÉS TANULÁSBAN AKADÁLYOZOTT  
9-13 ÉVES TANULÓK KÖRÉBEN**

PhD értekezés tézisei

Témavezető: Csíkos Csaba



Oktatáselmélet  
doktori program

Szeged, 2010



## ELMÉLETI HÁTTÉR

Jelentős törekvések figyelhetők meg nemzetközi és hazai viszonylatban is a világ változásaival lépést tartó matematikaoktatás kialakítására (Csapó, 2005; OECD, 1999, 2004, 2007, 2009). A *Nemzeti Alaptanterv* (OKM, 2007) a matematikaoktatás céljai és feladatai közül elsősorban a megszerzett matematikatudás iskolán kívüli használhatóságát, valamint az önálló gondolkodás, a problémalátás fejlesztésének, a problémamegoldói stratégiák elsajátításának fontosságát, valamint a nagy mennyiségű ismeretanyag átadása helyett a produktív képességek fejlesztését hangsúlyozza. A matematikára vonatkoztatva ez azzal a következménnyel jár, hogy az egyenletek, az algoritmikus, szimbólumokat használó, számolós feladatok mellett jobban előtérbe kerülnek a valós környezetbe ágyazott problémák, melyek egyaránt eleget tesznek a „valóság-modellező” és a „problémamegoldó” elvárásoknak (Felvégi, 2005; Molnár, 2006).

A szöveges feladatok megoldása egyike a matematika azon területeinek, ahol az absztrakt fogalmak kézzel fogható haszna megmutatható, alkalmazásokra, valós problémák vizsgálatára kerülhet sor. A szöveges feladatok megoldásának kutatása a matematikai nevelés terén folytatott vizsgálatok között napjaink egyik legintenzívebb irányvonalának tekinthető (Csíkos, 2002, 2003; Csíkos és Dobi, 2001; De Corte, 1997; Józsa és Székely, 2004; Kelemen, 2006, 2007; Kelemen és Csíkos, 2008; Kelemen, Csíkos és Steklács, 2005; Sternberg és Ben-Zeev, 1998; Vidákovich és Csapó, 1998; Wyndhamn és Säljö, 1997).

Matematikai szöveges feladatnak tekintendő minden olyan probléma, mely megfogalmazása szöveges, és a megoldásához elengedhetetlen a matematika valamely területének alkalmazása. Ily módon megfogalmazhatók a matematika legkülönbözőbb területeit érintő szöveges feladatok. Elképzelhető, hogy a matematikai szöveges feladat mélystruktúrája a számelméleten, magasabb algebrán, vagy akár a függvényanalízisen alapszik, de az általános iskolai és középszintű oktatás matematika óráinak témái közül is említhető a kombinatorika, a valószínűségszámítás, vagy a geometria. A következőkben a matematikai szöveges feladatok körét mégis leszűkíttem azokra a problémákra, melyek mélystruktúrájukban aritmetikaiak, alpműveletekre épülnek. Ezeknek köre számtani szöveges feladatoknak is nevezhető (Csíkos, 2003).

Matematikai szövegesfeladat-megoldó képességnek azt az összetett képességet nevezem, mely szükséges a különféle matematikai szöveges feladatok megoldásához. A személyiség Nagy József-i pszichikus komponensrendszerében (2000) a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség a kognitív kompetencia egyik összetett képességeként helyezhető el. Vidákovich és Csíkos (2009) a matematikai tudást gyűjtőfogalomként használja és érti alatta mindazon pszichikus komponensek halmazát, melyek fontosak a matematika iskolai tanulása, valamint a matematikai tanulmányok iskolai és iskolán kívüli alkalmazása szempontjából. Bár ezen gyűjtőfogalmon belül a komponensek helyzetét, relációit és csoportjait nem definiálják, feltételezhető, hogy a matematikai szöveges feladatok megoldásához szükséges komponensek által alkotott részhalmaznak kiemelt szerepet tulajdonítanak. Ezt igazolja, hogy a matematikai tudás kognitív összetevőire irányuló kutatások leírásának egyik pilléréként a matematika problémamegoldást célzó matematikai szöveges feladatok vizsgálatait választották.

A „realisztikus” jelző bizonyos matematikai szöveges feladatok előtt *Verschaffel, De Corte és Lasure* 1994-es publikációja óta az érintett szakirodalomban azt jelenti, hogy bizonyos feladatok helyes megoldásához a diákoknak a valós, hétköznapi helyzetekben szerzett tapasztalataikat, ismereteiket feltétlenül aktivizálniuk kell. Tehát a „realisztikus” jelleg a feladat tartalmára, azaz a megoldáshoz szükséges tudáselemre és annak alkalmazására vonatkozik.

A realisztikus matematikai szöveges feladatok kutatásával kapcsolatos eredmények – melyeket számos nemzetközi és hazai (Csíkos, 2003; Kelemen, 2004) kutatások erősítenek

meg – azt mutatják, hogy a realiztikus feladatokra – feladattól függően – a diákok maximum 20-50 százaléka ad realiztikus reakciót. Ezen nemzetközi kutatások együtt véve széleskörűnek mondhatók, az eredmények pedig egybehangzóak ahhoz, hogy a tézist, miszerint a diákok matematikai szöveges feladatok megoldása közben erős tendenciát mutatnak a realiztikus megfontolások, illetve a valós világgal kapcsolatos ismeretek figyelmen kívül hagyására, bizonyítottnak és elfogadottnak tekintsük.

A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség bonyolultsága, összetettsége nem vitás, a képesség működéséhez szükséges összetevők, készségek, ismeretek, képességek elkülönítése annál bonyolultabb. Bár a pedagógiai szempontú képességvizsgálatok egyik nagy kérdése az, hogy az összetettebb képességek visszavezethetők-e egyszerűbb (elemi) képességekre, készségekre, és ha igen, milyen módon. *Csíkos és Dobi* (2001) szerint nem áll rendelkezésre olyan komplex rendszer, mely a matematikai képességek explicit leírására vállalkozna, mely a matematikai készséges és képességek összetevőit rendszerbe foglalja.

A matematikai szöveges feladat esetében azon jellemzők megragadására törekszem, melyek befolyásolják a megoldás sikerességét. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség vizsgálatához a feladatok szerkezetében három szintet különböztetek meg: a feladat mélystruktúráját, mely a feladatban rejlő általában aritmetikai műveleteket jelent, a feladat tartalmi szintjét, mely a vázolt szituációval kapcsolatos, és a feladatmegoldás kontextusát, ami azon környezeti tényezőket írja le, melyek a feladatmegoldás folyamata alatt a feladatmegoldót és a feladat körülményeit jellemzik.

Matematikai mély struktúra alatt azokat a matematikai elemeket értem, melyet adott esetben matematikai nyelvre lefordítva egy algebrai, aritmetikai matematikai jelekből álló példát kaphatunk. A mai matematikaoktatás a matematika órán alkalmazott szöveges feladatokat azok mélystruktúrája szerint csoportosítja, és egy-egy művelet (összeadás, kivonás, szorzás, osztás) megtanulása után a műveletvégzés begyakoroltatására használja. Annak ellenére, hogy a diákok az iskolában a szöveges feladatoknak a mélystruktúra szerinti felosztásával találkoznak, ők maguk ezt a csoportosítást igen nehezen tudják elvégezni (*Kercood, Zentall és Lee, 2004*). Az alsó tagozat végére a diákok többségének nem okoz nehézséget az aritmetikai műveleteket elvégzése, ha a művelet számokkal és szimbólumokkal van kitérve. Ezzel ugyanazon műveletek szöveges feladatokba ágyazva már sokkal alacsonyabb megoldottsági szintet hoznak. Ezt a tényt igazolják azok a kutatások, melyek a realiztikus feladatok mellett egy vagy két aritmetikai művelettel megoldható hagyományos feladatokat is alkalmaztak vizsgálataik során (*Verschaffel, De Corte és Lasure, 1994; Csíkos, 2002, 2003; Russer és Stebler, 1997; Kelemen, 2004*).

Egy feladat tartalmi megjelenése a feladat szövegére vonatkozó tulajdonság. A gondolkodás – de bármilyen más kognitív működés – tanítása sok esetben egy elvont tartalmi síkon történik annak reményében, hogy ezáltal a megtanult folyamatok nem kötődnek egy konkrét tartalomhoz, hanem könnyen transzferálható tudást eredményeznek, bár kevés bizonyíték van arra vonatkozólag, hogy ezek a programok hosszú távon valóban eredményesek lennének (*Csapó, 1999a*). Ezzel szemben köztudott, hogy a mélystruktúrájukat tekintve izomorf feladatok közül azt tudjuk sikeresebben megoldani, amelyik familiárisabb témába van ágyazva (*Eysenck és Keane, 1997*).

A szöveges feladatok kontextusán a feladatok prezentálásának körülményeit értjük, azaz a feladathelyzetre vonatkozó verbális és nem verbális kommunikációt. *Butterworth* (1993) szerint a kontextusnak nincs széles körben elfogadott definíciója, de a kontextus alatt általában egy feladat megjelenésének fizikai, szociális és kulturális jellemzőit értjük.

Számos olyan nemzetközi (japán, flamand, ír és német) vizsgálat ismert (*Verschaffel, Greer és De Corte, 2000*), amelyekben kísérletet tettek a diákok realiztikus válaszainak növelésére a papír-ceruza tesztelés keretein belül azáltal, hogy a feladatmegoldás kontextusát változtatták. Ezek, a papír ceruza tesztelés keretein belül maradó kontextus-változtatások

lényegében hatástalannak bizonyultak, nem eredményeztek jelentős növekedést a diákok realiztikus reakciói terén (Reusser és Stebler, 1997; Verschaffel, De Corte és Lasure, 1999; Verschaffel és De Corte, 2000).

A szöveges feladatok megoldására irányuló első és mind a mai napig legnagyobb volumenű hazai vizsgálat Nagy József nevéhez kötődik. Kutatásában elvégezte az egyszerűbb, egy vagy két alpművelettel megoldható szöveges feladatok rendszerezését, a megoldási módok struktúrájának feltárását. A kutatás eredményeként tesztelméleti paraméterekkel ellátott szöveges feladatbank jött létre, ismertté vált a képesség fejlődési folyamata (Nagy, 1973).

A matematikai szöveges feladatok megoldásához szükséges kognitív tudáselemek empirikus vizsgálatának következő mérföldkövét az ezredforduló előtti években a szegedi neveléstudományi műhelyben folyó, a településtípus és az iskolatípus szerint országosan reprezentatív mintán végzett felmérések adják (Vidákovich és Csapó, 1998), amik az 1972-ben végzett vizsgálat adaptált, az eltelt 15 év társadalmi és pedagógiai változásaihoz igazított megújításaként tekinthetők.

A hazai matematikai szöveges feladatokra vonatkozó kutatások következő állomása Csíkos Csaba (2002) nevéhez köthető. Az ezredforduló után a nemzetközi kutatási irányhoz (Greer 1993; Verschaffel, De Corte és Lasure, 1994; Reusser és Stebler, 1997) csatlakozva a diákok realiztikus matematikai szöveges feladatokon mutatott teljesítményét és realiztikus reakcióit vizsgálta. Az eredmények – melyeket számos nemzetközi és hazai (Csíkos, 2003; Kelemen, 2004) kutatások erősítenek meg – azt mutatják, hogy a realiztikus feladatokra – feladattól függően – a diákok maximum 20-50 százaléka ad realiztikus reakciót.

A szöveges feladatok sikeres megoldásához számos készség és képesség megfelelő szintű fejlettsége szükséges. Elengedhetetlen a matematikai alapkészségek, mint például a számolási készség optimális begyakorlottsága (Nagy, 2007), de emellett a problémareprezentáció is nagy szerepet kap (De Corte, 2001, Mayer és Hegarty, 1998). A szövegeként közölt információk felvétele nyilvánvalóan megkívánja az szóolvasás készségének, a szöveg értelmezése és megértése pedig a szövegértés megfelelő szintű fejlettségét (Józsa, 2006).

A matematikai szöveges feladatok megoldásának sikerességében egyáltalán nem elhanyagolható szerep hárul a tanulók feladatmegoldással kapcsolatos motívumaira, énképére, attitűdjeire (Dobi, 2002). Sok esetben a tanulók már a feladat látványa alapján azt mondják, hogy ezt ők úgy sem fogják tudni megcsinálni, és neki sem kezdenek a probléma végiggondolásának. Ez az averzív motívum – mely a tanulók sokaságában kialakul – gátját képezi a szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődésének. Az eredményes matematikatanítás egyik, és talán legfontosabb eleme ezeknek az elkerülő motívumoknak, negatív attitűdnek a megszüntetése (Józsa, 2007).

A többségi populáció kognitív fejlődését, az iskolai tanulást érintő egyéni problémák legátfogóbb halmazát Gaál (2000) tanulási korlátoknak nevezi. Ezen igen széles spektrumot átölelő fogalomnak három jól elkülöníthető csoportját nevezi meg.

A tanulásban akadályozottak – Mesterházi (1997) meghatározása alapján – azok a gyermekek és fiatalok, akik a tanulási képesség fejlődési zavara miatt tartósan és feltűnően nehezen tanulnak. A tanulásban akadályozottság több képességterületre kiterjedő, tartós tanulási korlát. A fogalmat a tanulási problémák megfigyelési tapasztalatai alapján vezette be a szaktudomány (Mesterházi, 2008), ami érthetővé teszi a tanulásban akadályozottság gyűjtőfogalom jellegét. Egy részhalmazát a szakértői és rehabilitációs bizottságok által enyhe értelmi fogyatékosnak ítélt gyermekek alkotják. Bár hátrányuk nem csupán az intellektus területén jelentkezhetnek, az enyhe értelmi fogyatékos gyermekekre a kognitív funkciók lassúbb fejlődése és az 50-69 közötti IQ jellemző (Mesterházi és Gerebenné, 1998). Napjainkban a biológiai kritériumok hangsúlyozása helyett a szakma figyelme a tanulási képesség felé fordult (Papp, 2004). Ennek következtében a tanulásban akadályozottság

fogalmába integrálódnak azokat a tanulók is, akikre bár az enyhe értelmi fogyatékoság kritériumai nem igazak, de tartósan és feltűnően nehezen tanulnak. Köztük igen nagy arányban fordulnak elő hátrányos helyzetű és kedvezőtlen szociokulturális változókkal leírható családokból származó gyermekek (Gaál, 2000). A következő fejezetekben áttekintem a matematikát érintő gyógypedagógiai területeket. Bár egyre erőteljesebb törekvések figyelhetők meg a hazai és a nemzetközi szakirodalom terminológiák azonosítására (Fejes és Szenczi, 2009; Gordosné, 2004; Kelemen, Szenczi és Fejes, 2009; Mesterházi, 1998) a fogalmak megfeleltetése nem egyértelmű.

A matematika gyógypedagógiai vonatkozásaival kapcsolatban több kutatási terület és terminológiai megközelítés található. A témához kapcsolódik a matematikából gyengén teljesítők csoportja, a diszkalkulia témaköre, a nemzetközi mathematics learning disabilities (MLD) gyűjtőfogalom és a tanulásban akadályozottak kognitív fejlődése is. A hazai szakirodalomban az említett területek közül a diszkalkuliával találkozhatunk legtöbbször. Az MLD nemzetközileg felkapott megnevezés, a hazai szakirodalomban még nincsen egyértelmű megfelelője. A tanulásban akadályozottak matematikateljesítményét, matematikai fejlődését vizsgáló hazai nagymintás empirikus kutatás nem került publikálásra.

## KUTATÁSI CÉLOK ÉS MÓDSZEREK

Dolgozatomban a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség jellemzőit járom körbe. Kvantitatív és kvalitatív kutatási módszereket alkalmazok. Céлом, hogy a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődésének, jellemzőinek feltárásával a neveléstudományi alapkutatásokat gazdagítsam. Ismereteim szerint Magyarországon még nem zajlott olyan kutatási program, amely a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség átfogó vizsgálatát, a képesség működését befolyásoló külső, illetve mentális tényezők spektrumának feltárását valósította volna meg.

A matematikai szöveges feladat megoldásának tárgyalását három szempont köré építem fel. (1) Elemzem, hogy a matematikai szöveges feladatok szerkezetének három szintje, a mélystruktúra, a tartalom és a kontextus hogyan befolyásolja a feladatmegoldást. (2) Vizsgálom a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség összefüggéseit más matematikai készségekkel, a szóolvasással, a szövegértéssel, az intelligenciával, valamint affektív tényezőkkel, motívumokkal és szociális háttérváltozókkal. (3) Feltárom a tanulásban akadályozott gyermekek matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének jellegzetességeit, és eredményeiket összehasonlítom a többségi társaikkal.

Munkám csatlakozik azokhoz – a nemzetközi trendnek megfelelő – törekvésekhez, melyek hidat emelnek a gyógypedagógia és a többségi pedagógia között, a lehetőségekhez mérten egységesen alkalmazott módszerekkel és eszközökkel megvalósított empirikus vizsgálat által. Kutatásommal a matematikai szöveges feladatok közoktatásban való sikeres alkalmazását is segíteni kívánom. Ennek egyik feltétele, hogy ismerjük a tanulók matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének jellemzőit, életkori sajátosságait, összefüggéseit más kognitív és affektív területekkel.

## Hipotézisek

A dolgozat empirikus kutatási kérdései elsősorban alapkutatás jellegűek. A vizsgálatok eredményeivel kapcsolatos hipotéziseimet hat téma köré rendezem.

1. *A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség vizsgálata*
  - a) A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettsége papír-ceruza teszttel a többségi és tanulásban akadályozott 3-7. osztályos tanulók körében vizsgálható.
  - b) Készíthető olyan mérőeszköz, mely alkalmas a 3-7. évfolyamon a többségi és a tanulásban akadályozott diákok matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének összehasonlító vizsgálatára.
2. *A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődése*
  - a) 3-7. osztályos korban a többségi diákok matematikai szövegesfeladat-megoldó képessége intenzíven fejlődik.
  - b) 3-7. osztályos korban a tanulásban akadályozott diákok matematikai szövegesfeladat-megoldó képessége intenzíven fejlődik.
  - c) A tanulásban akadályozott tanulók matematikai szövegesfeladat-megoldó képességét a többségi társaikhoz viszonyított megkésettség jellemzi.
3. *A matematikai szöveges feladat szerkezetének befolyása a megoldottságra*
  - a) A matematikai szöveges feladat mélystruktúrája befolyásolja a feladatmegoldást.
  - b) A matematikai szöveges feladat tartalma befolyásolja a feladatmegoldást.
  - c) Egy matematikai szöveges feladat realiztikus tartalma csökkenti a feladatmegoldás sikerességét.
  - d) A feladatmegoldás kontextusa matematikai szöveges feladat esetén befolyásolja a feladatmegoldást.
4. *A Kritériumrendszer-modell*
  - a) Felállítható és empirikusan igazolható egy olyan modell, mely a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség megfelelő működéséhez elengedhetetlen kognitív összetevőket írja le.
  - b) A szóolvasás, a szövegértés és a számolási készség a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség elengedhetetlen feltételei.
  - c) A szóolvasás, a szövegértés és a számolási készség esetén megadható egy olyan kritikus fejlettségi szint, mely megléte nélkül a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség nem tud megfelelően funkcionálni.
  - d) A Kritériumrendszer-modell a tanulásban akadályozott tanulók populációján is helytálló.
5. *A matematikai szöveges feladatok megoldását befolyásoló affektív változók, motívumok és meggyőződések*
  - a) A matematika attitűd 3-7. osztályos korban jelentős mértékben csökken.
  - b) A matematika attitűd 3-7. osztályos korban összefügg a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel és a számolási készséggel.
  - c) A matematikai énkép 3-7. osztályos korban jelentős mértékben csökken.
  - d) A matematika énkép 3-7. osztályos korban összefügg a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel és a számolási készséggel.
  - e) Az 5. és a 7. osztályos korosztályban kimutathatók olyan matematikai szöveges feladatokkal kapcsolatos tanulói meggyőződések, melyek a matematikai szöveges feladatok megoldása során a realiztikus megfontolásokra gátlón hatnak.
  - f) Az 5. osztályos tanulók megbízhatóan össze tudják hasonlítani az azonos mélystruktúrájú matematikai szöveges feladatok nehézségét.

- g) Az 5. osztályos tanulók az azonos mélystruktúrájú matematikai szöveges feladatok közül legkevésbé érdekesnek a csupán számokkal és matematikai jelekkel leírt feladatváltozatot tartják.
6. *A háttérváltozók hatása a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességre*
- A szülők iskolázottsága befolyással van a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére.
  - A hátrányos helyzet befolyással van a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére.
  - A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségében a nemek közötti különbségek nem szignifikánsak.
  - A családi háttérváltozók közül a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességre legerősebb befolyása az anya legmagasabb iskolai végzettségének van.

## Vizsgálatok

Dolgozatom központi vizsgálata egy igen sok változót feldolgozó, nagymintás vizsgálat, mely egyrésztől lehetőséget ad más kognitív terület (szóolvasás, szövegértés, számolási készség, IQ) és a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség, összefüggéseiknek az elemzésére. Másrésztől pedig a minta összetételéből fakadóan összehasonlítható a tanulásban akadályozott tanulók teljesítménye többségi társaikkal, elemezhetőek a két részmintára jellemző megoldásmenet sajátosságai. A vizsgálat egy nagy volumenű kutatáshoz csatlakozott, mely az *Eötvös Loránd Tudományegyetem Bárczi Gusztáv Gyógypedagógia Kar* szervezésében, *Józsa Krisztián* témavezetésével zajlott.

A kutatási projekt általános célja a tanulásban akadályozott gyermekek kognitív és szociális készségfejlődésének és tanulási motivációjának feltárása, valamint a tanulásban akadályozott és a többségi gyermekek fejlődési folyamatának összehasonlítása. A mérőeszközök bősége lehetőséget ad a készségek, IQ, tanulási motiváció összefüggésrendszerének feltárása, a háttérváltozók hatásának vizsgálata (családi háttér, hátrányos helyzet, kisebbségi lét). A több mint nyolcszáz felvett változó között helyet kapott a matematikai szöveges feladatok teszt is, mely egyrészt lehetőséget ad a többségi gyermekek esetében számos más kognitív és nem kognitív területtel való összefüggés-vizsgálatra, másrészt a többségi és a tanulásban akadályozott gyermekek fejlődési különbségeinek mérésére.

A nagymintás vizsgálat keresztmetszeti adatfelvétele 3., 5. és 7. évfolyamos tanulókra terjedt ki. A kutatásban 730 tanulásban akadályozott és 940 többségi gyermek vett részt, összesen 1670 tanuló.

Elemzéseim egy részében a tanulásban akadályozott diákokat leválasztva a csupán többségi részmintát vizsgálom. A 940 többségi tanuló eleget tesz a mintára vonatkozó olyan fontos követelményeknek, melyek az eredmények általánosításához szükségesek. Elsőként a minta méretét említeném, mely lehetőséget ad arra, hogy az évfolyamonkénti bontásban is a részminták nagysága ideális legyen, és eleget tegyen a neveléstudományi kutatásokhoz ajánlottaknak (*Csikos, 2009*). Emellett a többségi minta az anya iskolai végzettsége szerint országosan reprezentatív, a tanulásban akadályozott gyermekek részmintája az anya iskolai végzettsége szerint feltételezhetően reprezentatív.

A tanulásban akadályozott tanulók matematikatudásáról nincsenek nagymintás hazai empirikus eredmények. Elemzéseim által ismertté válik a tanulásban akadályozottság szerepe a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség, valamint a számolási készség esetében. A vizsgálati elrendezés előnye, hogy ugyanazon mérőeszközökkel történt a többségi és a



tanulásban akadályozott diákok esetében az adatfelvétel, így összehasonlító adatokat közlök a többségi és a tanulásban akadályozott gyermekek matematikai szövegesfeladat-megoldó képességéről, számolási készségéről.

Munkám empirikus részét a nagymintás mérés mellett három kiegészítő vizsgálat elemzése is támogatja, melyek mindegyike a matematikai szöveges feladatok megoldására fókuszál, de azt különböző szempontokból világítja meg.

A „Realisztikus matematika” nevet viselő kutatás, mely a tartalmi szinten módosított, realiztikus matematikai szöveges feladatok megoldásának sikerességét vizsgálta 126 7. osztályos tanuló bevonásával. A hagyományos és a realiztikus matematikai szöveges feladatokon nyújtott teljesítmény összehasonlítása mellett lehetőséget ad a matematikai szöveges feladatok megoldását kísérő tanulói meggyőződések vizsgálatára is.

A „Gondolkodási stratégiák – tanulói interjúk” vizsgálat módszertani szempontból eltér a többitől, mert amíg azok papír-ceruza tesztek és kérdőíveket felhasználó kvantitatív jellegű kutatások, ez a vizsgálat az interjú módszerrel kvalitatív jellegű mérést is lehetővé tett. A interjúk alatt a diákok feladata az volt, hogy egy összetett, valóságközeli feladatot oldjanak meg hangosan gondolkodással. A 15 perces interjúk 20 4. osztályos tanulóval készültek, melyeket videokamera rögzített a későbbi részletes elemezhetőség céljából. A vizsgálat a feladatok tartalmi és kontextuális szintjeinek vizsgálatához szolgálnak eredményül.

A harmadik kiegészítő vizsgálat, mely a „Tanulói meggyőződések” nevet viseli, a tanulók matematikai szöveges feladatokra vonatkozó meggyőződéseire fókuszál a feladat nehézségével és a feladat érdekességével kapcsolatban. Tartalmi szinten módosított, különböző szövegezésű, de azonos matematikai művelettel megoldható feladatok esetén kértünk 5. osztályos tanulókat arra, hogy véleményezzék azokat a feladat érdekessége, és a feladatmegoldás nehézsége szerint. Az elemzésben 3650 kitöltött kérdőív adatai szerepelnek.

A matematikai szöveges feladatok megoldásának több szempontú vizsgálata a diákok kognitív fejlődését, a különböző készségek, képességek sajátosságait feltáró neveléstudományi kutatásokhoz csatlakozik. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képességet befolyásoló kognitív készségek, képességek és a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség összefüggései alapján egy modellben foglalom össze a matematikai szöveges feladat megoldásához elengedhetetlen tudáselemeket. A modell neve, *Kritériumrendszer-modell*, ami arra utal, hogy a matematikai szöveges feladatok megoldásához szükséges tudáselemek, hipotézisem szerint, kritériumokat jelentenek, melyek rendszerben írhatók le. A *Kritériumrendszer-modell*t empirikus módszerekkel tesztelem és igazolom.

A többségi tanulók mellett a tanulásban akadályozott gyermekek vizsgálata a gyógypedagógia és a többségi pedagógia közötti kapcsolat, az összehasonlítható kutatási eredmények gazdagítását szolgálja (*Józsa és Fazekasné, 2006a, 2006b, 2009*).

Munkámmal céloim továbbá, hogy a matematikai szöveges feladatok közoktatásban való sikeres alkalmazását segítsem. A matematikai szöveges feladatok a mai közoktatás céljainak szolgálatában egyre kiemelkedőbb szerepet kapnak, ezért elengedhetetlen a kutatás alapú oktatásirányítás számára a téma sok szempontú elemzése, átfogó vizsgálata. Ennek egyik feltétele, hogy ismerjük a tanulók matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének jellemzőit. A vizsgálatból származó következtetések rámutathatnak a közoktatási gyakorlat és a kutatási eredmények közti disszonanciális pontokra, a produktív irányváltás lehetőségeire.

## AZ EREDMÉNYEK ÖSSZEGZÉSE

Dolgozatomban a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség elméleti háttéréről adtam áttekintést, valamint empirikus vizsgálatokkal több szempontból elemeztem a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség természetét 9-13 éves diákok körében. Egy központi és három kiegészítő vizsgálat tette lehetővé a problémakör alapos körüljárását. A dolgozat gerincét adó központi vizsgálat a szülők iskolai végzettsége szerint reprezentatív mintán, 940 többségi és 730 tanulásban akadályozott diák bevonásával valósult meg. A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődése, életkori sajátosságai mellett vizsgáltam a képesség más kognitív készségekkel, képességekkel, intelligenciával, affektív tényezőkkel, motívumokkal, meggyőződésekkel, háttérváltozókkal való összefüggését. Az empirikus eredmények alapján egy modellt állítottam fel, mely a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség megfelelő működéséhez elengedhetetlen tudáselemeket foglalja össze. Munkámban kitértem a tanulásban akadályozott diákok matematikai szövegesfeladat-megoldó képességének vizsgálatára, az eredményeket a többségi társaikkal való összevetés mentén elemeztem. A következőkben a dolgozat empirikus vizsgálatainak kiindulópontjául szolgáló hipotézisek mentén tekintem át munkám főbb eredményeit.

(1a) Dolgozatom nagymintás vizsgálatában 3., 5. és 7. osztályos diákok alkotta mintán vizsgáltam papír-ceruza tesztekkel a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségét. A mérőeszköz évfolyamonkénti reliabilitás mutatói szerint a teszt mindhárom korosztályban megbízhatóan mért. A kutatási projekt kiterjedt a tanulásban akadályozott diákokra is, akiknél a reliabilitás mutatók szintén megfelelőnek mondhatók mindhárom évfolyamon.

(1b) Ugyanazon mérőeszközökkel történt az adatfelvétel tanulásban akadályozott és a többségi részmintán. A két részmintára számított jó reliabilitás mutatók, illetve a teszteredmények szerinti eloszlások azt mutatják, hogy sikerült egy olyan mérőeszközt fejleszteni, mely a vizsgált korosztályokban megfelelően becslést ad a tanulásban akadályozott és a többségi diákok esetében is a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségére, lehetőséget ad a két rész minta jellemzőinek összehasonlítására.

(2a) A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődését keresztmetszeti vizsgálattal mértem 9-13 évesek körében. Az adatfelvétel 3., 5. és 7. évfolyamon történt. A többségi részmintán kapott eredmények szerint a vizsgált életkorban ezen képesség intenzíven fejlődik. A teszttel mért eredmények szerint jelentős különbségek vannak az évfolyamok között.

(2b) A képesség fejlődése a tanulásban akadályozott diákok esetében is nyilvánvaló. A vizsgált évfolyamok között a képesség fejlettségében szignifikáns javulás tapasztalható. Megállapítható tehát, hogy a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség 3. és 7. osztály között a tanulásban akadályozott gyermekek esetében is intenzív fejlődésen megy át.

(2c) A tanulásban akadályozott diákok mindhárom évfolyamon jelentősen gyengébb teljesítményt mutattak, mint azonos korú többségi társaik. A tanulásban akadályozott diákok eredménye még 7. osztályra sem érte el a 3. osztályos többségi gyermekek fejlettségi szintjét. A többségi diákok esetében a fejlődés intenzívebb szakasz a 3. és az 5. osztály közé esik. Az 5. és 7. osztály között a fejlődés lassabbá válik. Ezzel szemben a tanulásban akadályozott diákok részmintáján mért eredmények szerint az ő esetükben a fejlődésének intenzívebb szakasza felső tagozatra tehető. A kisebb mértékű, 3. és 5. osztály között tapasztalt változás az 5. és 7. osztály közötti időszakban megháromszorozódik.

Vizsgálataim szerint feltételezhető, hogy a két rész minta fejlődése eltér egymástól, időben máskor történnek meg a fejlődésbeli változások. A tanulásban akadályozott gyermekek matematikai szövegesfeladat-megoldó képessége a többségi társaikhoz viszonyítva átlagosan minimum négyévnnyi megkésettiséget mutat.

(3a) A matematikai szöveges feladatok szerkezetében három szintet különböztettem meg: a feladat mélystruktúráját, a feladat tartalmát és a feladatmegoldás kontextusát. A feladat mélystruktúrája a probléma vázát adó absztrakt matematikára vonatkozik. A különböző mélystruktúrával rendelkező feladatok esetében igen különböző tanulói teljesítmények mutatkoztak. Bizonyos mélystruktúrák mellett az évfolyamok közötti különbségek számottevőek voltak, mások mellett pedig jelentéktelenek. A mélystruktúra feltételezhetően oly annyira befolyásolja a megoldás sikerességét, hogy a mélystruktúrára jellemző fejlődési útvonal is kimutatható.

(3b) A dolgozat vizsgálataiban a matematikai szöveges feladatok tartalmi szintjének egyik szempontja, a feladat realiztikus volta szerinti különbségek kerültek elemzésre. A tartalmi szint jellemzésére több dimenzió is elképzelhető. A szöveges feladatok esetében ilyen tartalmi jellemzőnek tekinthető a feladat szövege által felvázolt szituáció jellege, az iskola falain belül a különböző tantárgyak tartalmi, szintűgy, mint az iskolán belüli és az iskolán kívüli tartalmak különbségei.

(3c) A tartalmi szint realiztikussággal való módosításának a feladatmegoldásra gyakorolt hatását egyik kiegészítő vizsgálatomban mértem 7. osztályos diákok körében. A diákok azonos feladatmegoldási kontextusban azonos mélystruktúrájú, de realiztikus és hagyományos tartalmú matematikai szöveges feladatokból álló tesztet oldottak meg. A realiztikus feladatok helyes megoldásához minden esetben szükséges volt a való világ szabályszerűségeinek figyelembevétele. Az ebben az értelemben realiztikus feladatok megoldottsági szintjét minden esetben jelentősen alacsonyabbnak találtam, mint az azonos mélystruktúrájú hagyományos feladatokét. A tartalmi szint azon speciális esetére, amikor a tartalom változtatása a realiztikusság mentén történik, elmondható, hogy az jelentősen befolyásolja a feladatmegoldást, méghozzá a realiztikus tartalom rontja a sikeresség esélyét.

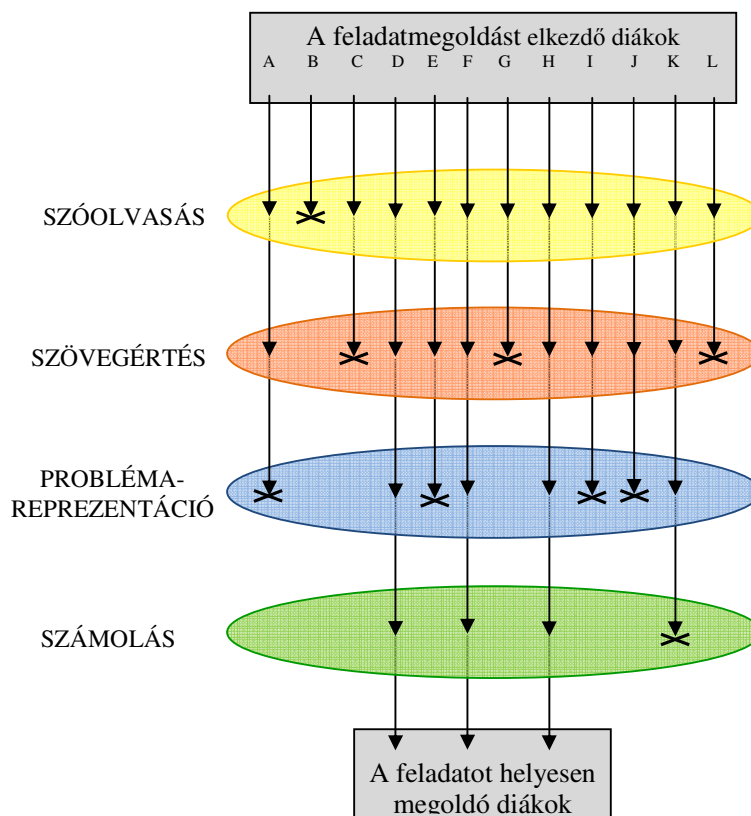
(3d) A kontextuális szint módosulatai közül az iskolai és az iskolán kívüli környezet hatásait, szabályszerűségeit vizsgáltam. Bár az iskola falain belül nem lehet iskolán kívüli környezetet teremteni, az egyéni interjú módszerét alkalmazva, a hangosan gondolkodtatás technikájával 5. osztályos diákoknak a problémamegoldást kísérő gondolatait, az iskolai és az iskolán kívüli matematikai jellegű feladatokra vonatkozó meggyőződéseit vizsgáltam. A hangosan gondolkodtatás eszközével az iskolai és az iskolán kívüli feladatmegoldás jellemzőinek deklarálására készítettem őket. Az interjúk által feltárt jelenségek azt igazolták, hogy a diákok ismerik az iskolai kontextusban történő feladatmegoldás kimondatlan szabályait. Emellett tisztában vannak az iskolán kívüli kontextus, a mindennapi életben történő problémamegoldás lehetőségeivel is. A két világot viszont éles határ választja el, és a diákok számára zavaró és frusztráló, ha a két szabályrendszer közötti határ átlépésére kéri őket, azaz ha iskolai kontextusban a valóságban történő problémamegoldás sajátosságai jelennek meg.

(4a) A matematikai szövegesfeladat-megoldó képességet befolyásoló kognitív területek összegzéseként felállítottam a Kritériumrendszer-modellt (*1. ábra*), mely a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség működéséhez elengedhetetlen kognitív feltételeket modellezi. A modellben szűrőknek neveztem azokat a készségeket és képességeket, melyek a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség feltételeként szerepelnek. A modellben négy szűrőt azonosítottam, a szóolvasást, a szövegértést, a problémareprezentációt és a számolási készséget. Empirikus úton három szűrő, a szóolvasás, a szövegértés és a számolási készség bevonásával bizonyítottam a modell jellemzőit.

(4b) Igazoltam, hogy a szóolvasás, a szövegértés és a számolási készség befolyásolja a matematikai szöveges feladatok megoldásának sikerességét, méghozzá a modellben definiált szűrők tulajdonságainak megfelelően.

(4c) A szűrő legfőbb jellemzője a kritérium jellege. Ez egyrészt azt jelenti, hogy a készség, képesség esetében megadható egy olyan kritikus fejlettségi szint, mely megléte

nélkül a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség nem tud sikeresen funkcionálni. A szóolvasás, a szövegértés, és a számolási készség matematikai szöveges feladatok megoldására gyakorolt hatásának természetét vizsgálva azt találtam, hogy eleget tesznek ennek a definíciónak. Mindhárom tudásterület esetében kirajzolódott egy olyan kritériumszint, mely felett a diákok jóval nagyobb eséllyel teljesítettek jól a matematikai szöveges feladatok teszten, mint a kritériumszint alatt.



1. ábra

A Kritériumrendszer-modell

A kritérium tulajdonság másfelől azt jelenti, hogy a kritérium teljesítése felett a szűrő hatása nem mérvadó, azaz azok között a diákok között, akik elérik a kritériumszintet ugyanúgy találhatók a matematikai szöveges feladat teszten jól, közepesen és gyengén teljesítők egyaránt. Az empirikus eredmények alapján a szóolvasás, a szövegértés és a számolási készség ezen feltételnek is eleget tettek, tehát a Kritériumrendszer-modellben szűrőként való szerepük bizonyítottá vált. A szűrők kritérium tulajdonságából fakadóan következik, hogy az összes szűrőkritérium együttes megléte ad lehetőséget a matematikai szöveges feladat sikeres megoldására. Igazoltam, hogy mindhárom szűrőn a kritériumszint felett teljesítő diákok matematikai szöveges feladatok teszten elért teljesítménye szignifikánsan különböző azoknak a tanulóknak a teljesítményétől, akik valamely szűrőn nem feleltek meg. A matematikai szöveges feladat megoldásának sikeressége szempontjából irreleváns, hogy egy vagy több kritérium megléte hiányzik.

A szűrők szerepét különböző életkorokban és különböző feladattípusok esetén is vizsgáltam. Azt találtam, hogy az életkor előre haladtával a szóolvasás és a szövegértés szerepe állandó, de a számolási készség szerepe csökken. A feladattípusok szerinti elemzés eredményei is azt mutatják, hogy különböző feladatoknál a szűrők dominanciaaránya más és

más. Mindez azt jelenti, hogy a szűrők szerepe, az egyes szűrőkre vonatkozó kritériumszintek függnek a vizsgált mintától és a matematikai szöveges feladat jellemzőitől.

(4d) A Kritérium-rendszer modellt a tanulásban akadályozott diákok részmintáján is teszteltem. A modell ezen a tanulócsoporton is igazolást nyert, bár a szűrők meghatározó szerepe gyengébbnek mutatkozott, mint a többségi részmintán. Feltételezhető, hogy a tanulásban akadályozott gyermekek esetében a kognitív funkciókat, azok egymást befolyásoló hatását körültekintőbben, több változó bevonásával érdemes vizsgálni.

(5a) A matematikai szövegesfeladat-megoldó képességet befolyásoló affektív tényezők közül elsőként a matematikára vonatkozó tanulói attitűdök eredményeit mutattam be. Kimutattam a vizsgált korosztályban a matematika attitűd jelentős csökkenését. A 3. és az 5., valamint az 5. és a 7. évfolyamok között nagyjából azonos mértékű csökkenő tendencia rajzolódott ki.

(5b) A matematika attitűdnek a matematikai szövegesfeladat-megoldó képességgel gyenge, de szignifikáns a kapcsolata. Az összefüggés a magasabb évfolyamok irányába erősödik. Ennek ellenére – a két szélső attitűdértéket leszámítva – a matematika attitűd szerinti mintabontásban a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségében még 7. osztályban sem találtam szignifikáns különbségeket. A matematika attitűdnek a számolási készséggel vett korrelációja mindhárom évfolyamon nagyobb, mint a matematikai szöveges feladatok teszt eredményével.

(5c) A matematikai énkép esetében is csökkenő tendenciát mutattam ki a vizsgált korosztályban. Az évfolyamok közötti negatív irányú változás szignifikáns eltéréseket eredményez. A csökkenés az 5. és a 7. osztály között markánsabbá válik, mint 3. és 5. osztály között.

(5d) A matematikai énkép és a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség való kapcsolata évfolyamonként eltérő, az idősebb korosztályok felé az összefüggés erősödik. Az összefüggés mindhárom évfolyamon szignifikáns, a 3. osztályosok körében gyengének, a 7. osztályosok esetében már közepesnek mondható. A számolási készség esetében a korrelációs együttható az egyes évfolyamokon lényegesen nem különbözik, az összefüggés gyenge.

(5e) A matematikára vonatkozó tanulói meggyőződések indirekt módon realiztikus matematikai szöveges feladatokból álló teszttel vizsgáltam 7. osztályosok körében. A feladatok jellegéhez a feladat realiztikus megoldását gátló meggyőződést társítottam. Ily módon a feladatra adott realiztikus reakciók aránya információval szolgált a társított meggyőződés működéséről, annak erősségéről. Az eredmények szerint mindegyik azonosított meggyőződés feladatmegoldást kísérő jelenléte igazolást nyert.

(5f) A matematikai szöveges feladatok nehézségének megítélésére irányuló vizsgálat 5. osztályosok körében elemezte az azonos mély struktúrájú matematikai szöveges feladatokkal kapcsolatos vélekedéseket. Mindegyik feladat a 8+4 egyszerű matematika műveletre épült. A legkönnyebbnek a csupán számokkal és szimbólumokkal leírt aritmetikai feladatot tartották a diákok. Ezt követi a szöveggel leírt, de tartalomba nem ágyazott aritmetikai kifejezés. Ennél nehezebbnek ítélték a tanulók a valósszituációba ágyazott szöveges feladatot, és legnehezebbnek a fölösleges adatokkal is teletűzdelt, valós szituációba foglalt szöveges feladat tűnt. A feladat szövegének karakterszáma is a feladatoknak ugyanezen sorrendjét eredményezi, ami rámutatott arra, hogy a diákok a szöveg hosszát is figyelembe vehetik, amikor egy matematikai szöveges feladat nehézségét ítélik meg.

(5g) A matematikai szöveges feladatok érdekességének megítélésére vonatkozó vizsgálat szintén 5. osztályosok körében zajlott. A tanulók négy azonos mélystruktúrájú, de különböző tartalmú szöveges feladatról döntöttek el, hogy melyik mennyire érdekes számukra. A feladatok a  $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$  műveletsorra épültek. A diákok a legkevésbé érdekesnek a csupán számokkal és műveleti jelekkel kitűzött példát találták. Az érdekesség szempontjából ezt

követte a mindennapi szituációba ágyazott feladat. A számokat egy mesebeli világban megszemélyesítő feladat volt a következő a sorban, és legérdekesebbnek a geometriai tartalommal felöltötött példát találták a diákok. Az legérdekesebbnek ítélt geometria tartalmú feladat esetében fontos megjegyezni, hogy ezt a feladatot géppel és kézzel rajzolt ábra kísérte, valamint a feladatváltozatok közül egyedül ennél a feladatnál nem szerepelt a feladat szövegében szám.

(6a) A nagymintás vizsgálat egy nagyobb kutatási projekt részét képezte, ez lehetőséget adott arra, hogy számos háttérváltozónak elemezzem a matematikai szöveges feladatok megoldására gyakorolt hatását. Dolgozatomban kitértem a szülők iskolai végzettségének, a roma származásnak a hátrányos helyzetnek, a nemek közötti különbségeknek, a matematika osztályzatnak és az intelligenciának a szerepére. Az eredmények közül elsőként az anya legmagasabb iskolai végzettségére vonatkozókat emelem ki.

A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettsége mindhárom évfolyamon szignifikáns összefüggést mutat az anya legmagasabb iskolai végzettségével. Az összefüggés mértéke különböző, az életkor előre haladtával egyre erősebbé válik. A 7. osztályosok körében az anya legmagasabb iskolai végzettsége szerinti alsó kettő, középső kettő és legfelső kategóriákba tartozó diákok matematikai szöveges feladatok teszten nyújtott teljesítménye szignifikáns különbséget mutat.

(6b) A hátrányos helyzetű diákok matematikai szövegesfeladatok-megoldó képessége mindhárom évfolyamon szignifikánsan gyengébb, mint a nem hátrányos helyzetű társaiké. A két részminta közötti különbség az egyes életkorokban azonos. A hátrányos helyzetű diákok eredményei nagyjából két évnyi lemaradással érik el a nem hátrányos diákok képességfejlettségét.

Az adatok lehetőséget adtak arra, hogy a kulturális szempontjából is megvizsgáljam az eredményeket. A gyermek roma származására vonatkozóan a pedagógusok által kitöltött kérdőív tartalmaz információkat. A roma származású diákok mindhárom évfolyamon szignifikánsan gyengébb teljesítményt mutattak, mint a nem roma származású társaik. A hátrányos helyzettel ellentétben a roma származásnál az életkor előre haladtával a különbségek növekednek. 7. osztályra a roma tanulóknak a nem roma társaiktól való lemaradása a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségében kétszer akkora, mint a 3. osztályban. A két részminta görbéi a nyíló olló jelenségét mutatják. Kétszemponos variancia-analízissel vizsgáltam a hátrányos helyzet és a roma származás változók együttes hatását a matematikai szöveges feladatok megoldottságára. Megállapítottam, hogy a két változó nem független egymástól, és felső tagozatra a hátrányos helyzet válik meghatározóbb befolyásoló tényezővé a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségében.

(6c) A fiúk és a lányok teljesítménye között sem a matematikai szöveges feladatok, sem a számolási készség teszten nem mutatkozott egyik évfolyamon sem szignifikáns különbség.

(6d) A gyermek családi és szociális háttérváltozói együttes vizsgálatával kerestem a választ arra a kérdésre, hogy a háttérváltozók közül melyik mennyire erősen befolyásolja a matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlettségét. A 3. osztályosok körében az anya legmagasabb iskolai végzettsége a legmeghatározóbb a vizsgált háttérváltozók közül. Az életkor változásával az anya legmagasabb iskolai végzettségének gyengülő befolyása mutatkozott, aminek helyét az egyre dominánsabb hátrányos helyzet vette át. Mindhárom évfolyamon a matematikai szöveges feladatok teszten nyújtott teljesítmény 20 százaléka az anya legmagasabb iskolai végzettsége, a roma származás és a hátrányos helyzet változók együttes hatása szerint meghatározott.

További kutatási feladatnak látom a matematikai szöveges feladatok hármas szintű szerkezeti tagolásában (mélystruktúra, tartalom és kontextus) a szintek lehetséges módosulatainak leírását, rendszerbe foglalását. Ezután szükség lenne olyan vizsgálatokra,

melyek szigorúan rögzített két szint mellett vizsgálják a harmadik szinten módosított feladatok megoldottságát, jellemzőit.

A Kritériumrendszer-modell igazolása további empirikus bizonyítékokat igényel. Fontos kutatói feladatnak és egyben nagy kihívásnak tartom a problémareprezentációra fókuszáló vizsgálatok megtervezését, lefolytatását. A modell általánosítása, kiterjesztése megkívánja a matematikai szöveges feladatok megoldásához szükséges további kognitív területek feltárását, modellbe illesztését.

A legtöbb kutatási feladat a tanulásban akadályozott diákok matematikai fejlettsége terén látom. Az elmúlt években új lendületet vett hazánkban a tanulásban akadályozott diákok körében a különböző kognitív készségek és képességek fejlettségének empirikus adatok alapján történő leírása. A készségekre lebontott diagnosztikus vizsgálati módszerek elengedhetetlenek a sikeres integrációhoz. Mindezek előtt szükségesek azok a nagymintás feltáró alapkutatások, melyek az egyes területek, így a matematikai tudásra vonatkozóan is meghatározzák a populációra jellemző sztenderdeket és a lehetőségekhez mérten összehasonlítási alapot adnak a tanulásban akadályozott és a többségi gyermekek fejlettségének összevetésére.

A dolgozat központi vizsgálatát az OTKA 68798 (témavezető: Józsa Krisztián), a kiegészítő vizsgálatokat az OTKA 81538 (témavezető: Csíkos Csaba) támogatta.

## IRODALOMJEGYZÉK

- Butterworth, G. (1993): Context and cognition in models of cognitive growth In: Light, P. és Butterworth, G. (szerk.): *Context and cognition*. Lawrence Erlbaum Associated, Publishers, Hillsdale - New Jersey - Hove - London.
- Csapó, B. (1999): Improving thinking through the content of teaching In: Hammers, J. H. M., Van Luit, J. E. H. és Csapó, B. (szerk.): *Teaching and learning thinking skills*. Swets és Zeitlinger, Lisse - Abindon – Exton - Tokyo. 37–62.
- Csapó Benő (2005): A komplex problémamegoldás a PISA 2003 vizsgálatban. *Új Pedagógiai Szemle*, 3. sz. 43–52.
- Csikós Csaba (2002): Hány éves a kapitány? Matematikai szöveges feladatok megértése. *Iskolakultúra*, 12. 12. sz. 10–15.
- Csikós Csaba (2003): Matematikai szöveges feladatok megértésének problémái 10–11. éves tanulók körében. *Magyar Pedagógia*, 103. 35–55.
- Csikós Csaba (2009): *Mintavétel a kvantitatív pedagógiai kutatásban*. Gondolat Kiadó, Budapest.
- De Corte, E. (2001): Az iskolai tanulás: A legfrissebb eredmények és a legfontosabb tennivalók. *Magyar Pedagógia*, 101. sz. 413–434.
- Dobi János (2002): Megtanult és megértett matematikai tudás. In: Csapó Benő (szerk.): *Az iskolai tudás*. Osiris Kiadó, Budapest. 177–199.
- Eysenck, M. W. és Keane, M. T. (1997): *Kognitív pszichológia*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.
- Fejes József Balázs és Szenczi Beáta (2009): Tanulási korlátok a magyar és az amerikai szakirodalomban. Kézirat. SZTE, Neveléstudományi Intézet.
- Felvégi Emese (2005): Gyorsjelentés a PISA 2003 összehasonlító tanulói teljesítménymérés nemzetközi eredményeiről. *Új Pedagógiai Szemle* 1. sz. 63–85.
- Gaál Éva (2000): A tanulásban akadályozott gyermekek az óvodában és az iskolában. In: Illyés Sándor (szerk.): *Gyógypedagógiai alapismeretek*. ELTE BGGYFK, Budapest. 429–461.
- Gordosné Szabó Anna (2004): *Bevezető általános gyógypedagógiai ismeretek*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.
- Greer, B. (1993): The modeling perspective on wor(l)d problems. *Journal of Mathematical Behavior*, 12. sz. 239–250.
- Józsa Krisztián (2006, szerk.): *Az olvasási képesség fejlődése és fejlesztése*, Dinasztia Tankönyvkiadó, Budapest.
- Józsa Krisztián (2007): *Az elsajátítási motiváció*. Műszaki Kiadó, Budapest.
- Józsa Krisztián és Fazekasné Fenyvesi Margit (2006a): A DIFER Programcsomag alkalmazási lehetősége tanulásban akadályozott gyermekeknél – I. rész, *Gyógypedagógiai Szemle* 2. sz. 133–141.
- Józsa Krisztián és Fazekasné Fenyvesi Margit (2006b): A DIFER Programcsomag alkalmazási lehetősége tanulásban akadályozott gyermekeknél – II. rész, *Gyógypedagógiai Szemle* 3. sz. 161–176.
- Józsa Krisztián és Székely Györgyi (2004): Kísérlet a kooperatív tanulás alkalmazására a matematika tanítása során. *Magyar Pedagógia*, 3. sz. 339–362.
- Kelemen Rita (2004): Egyes háttérváltozók szerepe „szokatlan” matematikai szöveges feladatok megoldásában. *Iskolakultúra*, 11. sz. 28–38.
- Kelemen Rita (2006) Nemzetközi tendenciák a matematikai szöveges feladatok elméletében. *Iskolakultúra*. 1. sz. 56–65.



- Kelemen Rita (2007): Fejlesztő kísérletek a realisztikus matematikai problémák megoldása terén. *Iskolakultúra*, 6-7. sz. 36–46.
- Kelemen Rita és Csíkos Csaba (2008): A 3. osztályos tanulók körében, a matematikai szöveges feladatok körében végzett fejlesztő kísérlet eredményei. (Előadás) VIII. Országos Neveléstudományi Konferencia. Tartalmi összefoglalók. 179.
- Kelemen Rita, Csíkos Csaba és Steklács János (2005): A matematikai problémamegoldást kísérő metakognitív stratégiák vizsgálata a hangosan gondolkodtatás és a videomegfigyelés eszközeivel. *Magyar Pedagógia*, **105**. 343–358.
- Kelemen Rita, Szenczi Beáta és Fejes József Balázs (2009): Tanulásban akadályozott gyermekek matematikai fejlődése: terminológiai és fogalmi keretek. (Előadás) IX. Országos Neveléstudományi Konferencia: Neveléstudomány Tartalmi összefoglalók. 62.
- Kercood, S., Zentall, S. S., és Lee, D. L. (2004): Focusing attention to deep structure in math problems: Effects on elementary education students with and without attentional deficits. *Learning and Individual Differences*, 14, 91–105.
- Mayer, R. E. és Hegarty, M. (1998): A matematikai problémák megértésének folyamata. In: Sternberg, R. J. és Ben-Zeev, T. (szerk.): *A matematikai gondolkodás természete*. Vince Kiadó, Budapest. 41–63.
- Mesterházi Zsuzsa (1997): Tanulásban akadályozottak. In: Báthory Zoltán és Falus Iván (szerk.): *Pedagógiai Lexikon*. Keraban Kiadó, Budapest. 484–485.
- Mesterházi Zsuzsa (2008): Szabad asszociációk a tanulási akadályozottságról. In Szabó Ákosné (szerk.): *Tanulmányok a tanulásban akadályozottak pedagógiája és határtudományai köréből*. Educatio/Sulinova, Budapest, 37–45.
- Mesterházi Zsuzsa és Gereben Ferencné (1998): Tanulási nehézségek – a nehezen tanuló gyermekek. In: Báthory Zoltán és Falus Iván (szerk.): *Tanulmányok a neveléstudomány köréből 2001*. Osiris Kiadó, Budapest. 314–333.
- Molnár Gyöngyvér (2006): *Tudástranszfer és komplex problémamegoldás*. Műszaki Kiadó. Budapest.
- Nagy József (1973): *Alapműveleti számolási készségek*. JATE Acta Paedagogica, Szeged.
- Nagy József (2000): *XXI. századi nevelés*. Osiris Kiadó, Budapest.
- OECD (1999): *Measuring Student Knowledge and Skills. A New Framework for Assessment*. OECD Publishing, Paris.
- OECD (2004): *Learning for Tomorrow's World – First Results from PISA 2003*. OECD Publishing, Paris.
- OECD (2007): *PISA 2006 Science Competencies for Tomorrow's World. Volume 1: Analysis*. OECD Publishing, Paris.
- OECD (2009): *PISA 2009 – Assessment Framework. Key competencies in reading, mathematics and science*. OECD Publishing, Paris.
- Oktatási és Kulturális Minisztérium (2007): *Nemzeti Alaptanterv*. 2010. május 28-i megtekintés [www.okm.hu](http://www.okm.hu)
- Papp Gabriella (2004): *Tanulásban akadályozottak gyermekek a többségi általános iskolákban*. Comenius Bt., Pécs.
- Reusser, K. és Stebler, R. (1997): Every word problem has a solution: The suspension of reality and sense-making in the culture of school mathematics. *Learning and Instruction*, 7. sz. 309–328.
- Sternberg, R. J. és Ben-Zeev, T. (1998, szerk.): *A matematikai gondolkodás természete*. Vince Kiadó, Budapest.
- Verschaffel, L. De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. és Ratinckx, E. (1999): Design and evaluation of a learning environment for mathematical

- modeling and problem solving in upper elementary school children. *Mathematical Thinking and Learning*, **1**. 195–229.
- Verschaffel, L., De Corte, E. és Lasure, S. (1994): Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, **7**. 339–359.
- Verschaffel, L., Greer, B. és De Corte, E. (2000): *Making sense of word problems*. Swets és Zeitlinger, Lisse.
- Vidákovich Tibor és Csapó Benő (1998): A szövegesfeladat-megoldó készségek fejlődése. In: Varga Lajos (szerk.): *Közoktatás-kutatás 1996-1997*. Művelődési és Közoktatási Minisztérium, Budapest, 247–273.
- Vidákovich Tibor és Csíkó Csaba (2009): A tanulók matematikai tudásának alakulása – nemzetközi és hazai vizsgálatok. In: Fazekas Károly (szerk.): *Oktatás és foglalkoztatás*. MTA Közgazdaságtudományi Intézet, Budapest, 150–160.
- Wyndhamn, J. és Säljö, R. (1997): A szöveges feladatok és a matematikai megértés. *Iskolakultúra*, 12. sz. 30–46.

## A SZERZŐ TÉMÁBAN MEGJELENT PUBLIKÁCIÓI

- Csíkos Csaba és Kelemen Rita (2008): Implicit matematikai meggyőződések vizsgálata 5. osztályos tanulók körében (Előadás). VIII. Országos Neveléstudományi Konferencia: Program - Tartalmi összefoglalók. 242.
- Csíkos Csaba és Kelemen Rita (2009): Matematikai szöveges feladatok nehézségének és érdekességének megítélése 5. osztályos tanulók körében. *Iskolakultúra*, 3-4. sz., 14-25.
- Csíkos Csaba, Kelemen Rita és Lieven Verschaffel (2009): Fifth-grade students' approaches to and beliefs on mathematics word problem solving: A large sample Hungarian study. Paper presented at the 13th European Conference for Research on Learning and Instruction held in Amsterdam, The Netherlands, August 25 – August 29.
- Csíkos Csaba, Kelemen Rita és Steklács János (2008): Kéttényezős pedagógiai kísérletek eredményességének és hatásvizsgálatának kvantitatív elemzése egy magyarországi kéttényezős kísérlet példáján (Előadás). PÉK 2008 – VI. Pedagógiai Értékelési Konferencia: Program – Tartalmi összefoglalók. 86.
- Csíkos Csaba, Szitányi Judit és Kelemen Rita (2009): Promoting 3<sup>rd</sup> grade children's mathematical problem solving through learning about the role of visual representations. Paper presented at the 13th European Conference for Research on Learning and Instruction held in Amsterdam, The Netherlands, August 25 – August 29.
- Csíkos Csaba, Szitányi Judit és Kelemen Rita (2010): Vizuális reprezentációk szerepe a matematikai problémamegoldásban. Egy 3. osztályos tanulók körében végzett fejlesztő kísérlet eredményei. *Magyar Pedagógia* (közlésre benyújtva).
- Józsa Krisztián és Kelemen Rita (2007): A százalékszámítási készség alkalmazása különféle tantárgyi tartalmakon (Előadás). PÉK 2007 – V. Pedagógiai Értékelési Konferencia: Program – Tartalmi összefoglalók. 49.
- Józsa Krisztián és Kelemen Rita (2007): The development of elementary math: Results from a large scale longitudinal study. Paper presentation at the 12th Biennial Conference of the European Association for Research on Learning and Instruction. Budapest, 28 August - 1 September, 2007.
- Józsa Krisztián és Kelemen Rita (2009): Matematikai szöveges feladatok megoldásának jellemzői tanulásban akadályozott és többségi gyermekek esetében. PÉK 2009 – VII. Pedagógiai Értékelési Konferencia: Program – Tartalmi összefoglalók. 77.
- Kelemen Rita (2004): Egyes háttérváltozók szerepe „szokatlan” matematikai szöveges feladatok megoldásában. *Iskolakultúra*, 11. sz. 28–38.
- Kelemen Rita (2005): 5th grade students' achievement on different types of realistic word problems. Poster presented at the 11th Biennial Conference of the European Association for Research on Learning and Instruction, Nicosia, Cyprus, 23-27, August, 2005.
- Kelemen Rita (2006): A szöveges feladatok szerepe a jelen és a jövő matematika oktatásában (Előadás). PÉK 2006 – IV. Pedagógiai Értékelési Konferencia: Program – Tartalmi összefoglalók. 62.
- Kelemen Rita (2006): Nemzetközi tendenciák a matematikai szöveges feladatok elméletében *Iskolakultúra*, 1. sz. 56–65.

- Kelemen Rita (2006): Realistic considerations in the process of mathematical problem solving – think-aloud interviews with 5th grade students. Paper presented at the Varga Tamás Days on Mathematics Education, English Language Section, Budapest, 11-12 November 2005.
- Kelemen Rita (2007): Fejlesztő kísérletek a realisztikus matematikai problémák megoldása terén. *Iskolakultúra*, 6-7. sz. 36–46.
- Kelemen Rita (2009): A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség fejlődése tanulásban akadályozott és többségi gyermekek esetében. IX. Országos Neveléstudományi Konferencia: Neveléstudomány. Tartalmi összefoglalók. 65.
- Kelemen Rita és Csíkos Csaba (2008): A 3. osztályos tanulók körében, a matematikai szöveges feladatok területén végzett fejlesztő kísérlet eredményei (Előadás). VIII. Országos Neveléstudományi Konferencia: Program - Tartalmi összefoglalók. 179.
- Kelemen Rita, Csíkos Csaba és Steklács János (2005): A matematikai problémamegoldást kísérő metakognitív stratégiák vizsgálata a hangosan gondolkodtatás és a videomegfigyelés eszközeivel. *Magyar Pedagógia* 4. sz. 343–358.
- Kelemen Rita, Csíkos Csaba és Steklács János (2005): Matematikai problémamegoldást kísérő metakognitív stratégiák vizsgálata a hangosan gondolkodtatás és a videomegfigyelés eszközeivel (Előadás). V. Országos Neveléstudományi Konferencia: Program - Tartalmi összefoglalók. 205.
- Kelemen Rita, Csíkos Csaba és Steklács János (2006): Patterns of metacognitive strategies in the process of mathematical problem solving – think-aloud interviews with 5th grade students. Paper presented at the 2nd Metacognition SIG Conference, Cambridge, United Kingdom.
- Kelemen Rita, Szenczi Beáta és Fejes József Balázs (2009): Tanulásban akadályozott gyermekek matematikai fejlődése: terminológiai és fogalmi keretek. IX. Országos Neveléstudományi Konferencia. Tartalmi összefoglalók. 62.