

# Globális optimalizálási alkalmazások és szemi-on-line ládapakolás

„Doktori értekezés tézisei”

Balogh János

Témavezető:  
Dr. Csendes Tibor

Szegedi Tudományegyetem  
Szeged, 2007

# Bevezetés

A doktori értekezés a szerzőnek a globális optimalizálás és alkalmazásai területén, és egy diszkrét optimalizálási feladaton elért néhány eredményét tartalmazza. A dolgozat négy részből áll: az első három fejezet témája a globális optimalizálás és alkalmazásainak körébe tartozik, a negyedik egy diszkrét optimalizálási problémát tárgyal, azonban itt is alkalmazunk folytonos optimalizálási módszereket.

## A kutatási feladatokról

Az 1. fejezetben egy Stiefel–sokaságokon adott kvadratikus optimalizálási feladatot vizsgáltunk. A probléma és speciális eseteinek globális optimalizálási megközelítéseit tanulmányoztuk elméletileg és numerikusan, különböző globális optimalizálási módszerekkel és technikákkal. Először egyszerű példákon keresztül, majd a sík egységkörén elemeztük a problémát. Ezután globális optimalizálási szoftverekkel numerikus vizsgálatokat folytattunk. Majd a hasonló módszerek, numerikus eszközök tesztelésére szolgáló adekvát globális optimalizálási tesztfeladatokat definiáltunk. Végül, ezen rész zárásaként az általunk tárgyalt folytonos probléma lehetséges megoldásai halmazának megszorításával kapott feladatot, az eredeti feladat egy diszkrétizálását vetettük fel és oldottuk meg.

A 2. fejezet egy gyakorlati alkalmazás: egy heurisztikus globális optimalizálási módszer párhuzamosíthatóságát vizsgáltuk. Megadtuk és numerikusan teszteltük a javasolt párhuzamos változatot.

A 3. fejezet témája szintén egy gyakorlati alkalmazás: egy sztochasztikus klaszterező globális optimalizálási módszer alkalmazása kémiai fázis-stabilitási problémák megoldására, az irodalomból vett konkrét példákon végzett tesztekkel illusztrálva.

A dolgozat 4. fejezetében a [2, 3, 8] munkák alapján alsó és felső korlátokat adtunk meg a  $c$ -átpakolásos szemi-on-line ládapakolási feladatra. A tárgyalt feladat annyiban tér el a klasszikus on-line ládapakolási feladattól, hogy minden egyes lépésben (egy lépésnek az input lista egy új elemének érkezése számít) egy előre rögzített  $c$  konstanssal korlátozott számú, korábban elpakolt elem átpakolása is megengedett. Az alsó korlátok érvényesek rokon feladatokra és 1-nél nagyobb dimenzióban is. A kapott optimalizálási feladat konkrét eseteinek megoldásai mindezek legfeljebb  $p$  elemméretet használó feladatára szolgáltatnak eredményeket. Az utolsó, felső korlátokat tárgyáló részben egydimenziós,  $c$ -átpakolásos szemi-on-line ládapakolási algoritmusokat adtunk meg. Az algoritmuscsalád minden  $c$ -re tartalmaz egy

algoritmust. Legrosszabb eset elemzésük során bizonyítottuk, hogy az on-line esethez képest rendelkezésre álló átpakolási lehetőség jól használható, és már kis  $c$  értékeknél is az on-line algoritmusoknál versenyképesebb algoritmusok is nyerhetők.

## Az alkalmazott módszerekről

Az egész dolgozaton végigvonul a problémák (akár több eszköztárat igénylő) numerikus vizsgálata. Az egyik eszköztár éppen a különböző, globális optimalizálási módszerek, szoftverek alkalmazása – akár sztochasztikus, akár garantált megbízhatóságú intervallumos módszerekről legyen is szó. Ezt illetve ezek alkalmazásait vizsgáltuk az első három fejezetben. A nemlineáris optimalizálási eszközökön kívül és a fentebb említett technikák mellett felhasználunk más lineáris programozási (LP) eredményeket és technikákat is a dolgozat 1. és 4. fejezetében (az 1. fejezetben a feladat diszkretizálása során).

A 4. fejezetben a szemi-on-line ládapakolási feladat alsó korlátokat tárgyaló részében szintén használtunk globális optimalizálási módszereket. Itt is nemlineáris optimalizálási problémához vezetett a megkonstruált alsó korlát modellünk. Ennek a vizsgálata lineáris algebrai módszerek használatát igényli. A diszkusszió, egy szélsőértékfeladat megoldása a Lambert-féle  $W$  függvényhez vezet, azaz analitikus eszközök alkalmazását igényli. Ezután a tárgyalt feladat konkrét eseteinek vizsgálatára (azaz amikor a megengedett elemméretek száma legfeljebb  $p$ ) is használtunk globális optimalizálási eszközöket. Végül, az utolsó alfejezetben tisztán diszkrét optimalizálási módszerekkel adunk felső korlátokat ugyanezen problémára.

Azaz, bár a folytonos és diszkrét optimalizálási problémák alapfeladata különböző, a kettő között mégis létezik „átjárás”. Az 1. és a 4. fejezetben egy folytonos és egy diszkrét optimalizálási feladat vizsgálatánál is különböző, akár éppen a másik területről származó módszereket is alkalmaztunk, a különböző területekről származó módszerek összeforrasztásával érdekes elemzéseket és ezáltal érdekes eredményeket nyerve.

## A fejezetek alapját adó publikációkról

Az egyes fejezetek a szerző következő, legtöbbször társszerzőkkel közös publikációira épülnek: a Stiefel-sokaságok feletti optimalizálási problémákat vizsgáló 1. fejezet az [1, 4, 5, 9] közlemények alapján készült. A globális optimalizálás két gyakorlati alkalmazását tárgyaló 2. és 3. feje-

zetből az előbbi, párhuzamos módszert tárgyaló rész a [35] munkára, míg a fázisstabilitási problémával foglalkozó 3. rész a [6, 7] cikkekre épül. A szemi-on-line ládapakolási feladatokat tárgyaló 4. fejezet alapját a [2, 3, 8] dolgozatok, illetve ezek előzetes verziói adták, utóbbiak többségükben konferenciaelőadások voltak.

A következőkben részletesebben kifejtjük, majd összefoglaljuk az egyes fejezetek eredményeit.

## 1. Globális optimalizálási problémák Stiefel-sokaságokon

A dolgozat 1. fejezetében a statisztikában (faktoranalízis), a dinamikus rendszereknél (közgazdasági, tőzsdei idősorok) és a környezetvédelmi problémákban is számos alkalmazással bíró, az  $n$ -dimenziós egységgömb ortogonális vektorrendszerain, az ún. Stiefel-sokaságokon [47] értelmezett nemlineáris optimalizálási feladatokat vizsgáltunk az [1, 4, 5, 9] cikkekben publikált eredményeink alapján.

Stiefel-sokaságok fölötti optimalizálást tárgyalt és elemzett Rapcsák néhány korábbi dolgozatában [38, 39, 40]. Az általa, valamint Bolla és szerzőtársai által [11] is tanulmányozott kvadratikus feladatot vizsgáljuk itt, a Stiefel-sokaságokon adott probléma globális optimalizálási megközelítéseit vizsgálva, és ezek támogatásait szolgáltatva.

Tekintsük a következő optimalizálási problémát:

$$\min \sum_{i=1}^k \mathbf{x}_i^T A_i \mathbf{x}_i \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j &= \delta_{ij}, & 1 \leq i, j \leq k, \\ \mathbf{x}_i &\in \mathbb{R}^n, & i = 1, \dots, k, & n \geq 2, \end{aligned} \tag{2}$$

ahol  $A_i$ ,  $i = 1, \dots, k$ , szimmetrikus mátrixok, és  $\delta_{ij}$  a Kronecker-féle delta. A továbbiakban  $M_{n,k}$  jelöli azt a halmazt, amely az  $n$ -dimenziós euklidészi tér összes  $k$  elemű ortonormált vektorrendszeréből áll.

Az(1)-(2) optimalizálási probléma speciális típusú, kvadratikus egyenlőségfeltételekkel adott kvadratikus célfüggvényű feladat. Az optimalizálási irodalom szerint nehéz erre általános esetben jó közelítő megoldást adó hatékony módszert adni [28]. A feladat nehézsége miatt érdemes ennek speciális eseteit is tekinteni.

A dolgozatban a bevezetés, a feladat definíciója és motivációja után először egyszerű példákon keresztül, majd a sík egységkörén tanulmányoz-

tuk a problémát. Az  $n = 2$ ,  $k = 2$  esetben megadtuk az optimumpontokat, illetve kritériumot adtunk az optimumpontok számának végeességére. A diagonális együttthatómátrixú esetben az optimumpontok koordinátái a  $\{-1, 0, +1\}$  halmazból kerülnek ki (kivéve azt az elfajuló esetet, amikor az összes lehetséges megoldás egyben optimális is). Ennek során néhány redukciós ötlet adódott.

A feladatot ezután numerikus szempontból vizsgáltuk meg ([9] alapján) különböző technikákat használó numerikus optimalizálási eszközökkel. A számítógépes tesztfuttatások eredményeit az 1.3. alfejezetben foglaltuk össze. Motivációként, illetve a probléma numerikus nehézségeinek megvilágítása céljából elemezzük a numerikus vizsgálatok tapasztalatait.

Egy intervallumos globális optimalizálási eszközzel, a Baker Kearfott által tervezett GlobSol szoftver [14, 31], megbízható eljárására építve célnk ellenőrzött, matematikai szigorral garantált eredmények nyérése volt. Ezen kívül hagyományos sztochasztikus globális optimalizálási módszerrel [15] is végeztünk számítógépes tesztek. A tapasztalati eredmények azt mutatják, hogy a feladat megoldása megbízható módon nagy számításigényű az előbbi eszközzel, már  $M_{2,2}$ -n és  $M_{3,3}$ -n is. Egy egyszerű,  $M_{3,3}$ -n definiált optimalizálási probléma megoldása több napnyi CPU-időt jelentett egy átlagos számítógépen, megbízható megoldást megkövetelve. A numerikus tanulmány megvilágítja, hogy a probléma numerikus nehézségei abban az esetben, ha a célunk garantált megbízhatóságú eredmények elérése nagyrészt a korlátozó feltételek ellenőrzésében rejlenek. Ez az oka annak, hogy a felgyorsítási lehetőségeket érdemes elméletileg vizsgálni, akár geometriai redukciókkal akár numerikus módszerekkel. Ehhez továbbá megfelelő tesztfeladatok szükségesek.

Numerikus vizsgálataink eredményei, a tapasztalati nehézségek tanulságai szolgálhatnak motivációul is. Ez volt a kiindulópontja annak, hogy a dolgozatban ismert globális minimumhelyekkel és minimumértékekkel rendelkező speciális eseteket vizsgáltunk. A fejezet egyik fő elméleti eredménye, hogy ennek kiterjesztéseként (lásd még [4]-ben) globális optimalizálási tesztfüggvényeket adtunk meg. A globális optimalizálásban nagy jelentőséggel bír, hogy adekvát tesztfeladatok álljanak rendelkezésre [18, 19]. Ezek a numerikus globális optimalizálási eszközök megbízhatóságának, hatékonyságának tesztelésére alkalmazhatók. Kiemeljük, hogy tesztproblémáink minden  $2 \leq k \leq n$  esetre definiálhatóak  $M_{n,k}$ -n. A megadott tesztproblémáink előzetes kézi számítással könnyen meghatározható minimumhelyekkel és minimumértékekkel rendelkeznek.

A fejezet másik fő tudományos eredményeként ezután a lehetséges megoldások halmazának megszorításával a tárgyalt folytonos feladat egy diszk-

retizálását vetettük fel és elemeztük. A lehetséges megoldásokra a (2) korlátozó feltételeken felül azt is előírva, hogy koordinátáik a  $\{-1, 0, +1\}$  halmazból kerüljenek ki, bizonyítottuk, hogy az így kapott feladat a (standard) hozzárendelési feladattal ekvivalens. Itt a minimumpontok száma véges, bár exponenciális az input méretében.

## 2. Az RPCRS: egy párhuzamos, sztochasztikus klaszterező globális optimalizálási algoritmus

A 2. fejezet témája gyakorlati alkalmazás. Egy heurisztikus, klaszterező globális optimalizálási módszer egy párhuzamos változatát adtuk meg, és elemeztük numerikusan. Tapasztalati módszerekkel, standard tesztfeladatokon végrehajtott futtatássorokkal vizsgáltuk ennek gyakorlati viselkedését.

A globális optimalizálás hagyományos determinisztikus és sztochasztikus direkt keresőket alkalmazó algoritmusain kívül léteznek megbízható intervallum-matematikán alapuló módszerek, illetve az előzőek kevert, adaptív, illetve heurisztikus változatai is. Nagy számításigényű feladatok esetén indokolt ezek párhuzamos változatainak használata.

W.L. Price 1978-ban [36] javasolt egy, az akkori számítógépeken, PC-ken kiváló futási eredményekkel bíró klaszterező sztochasztikus algoritmust, a CRS-t (Controlled Random Search). A CRS néhány változata ma is használt, főleg nagy számításigényű feladatoknál. Ennek egy ilyen párhuzamos változata a PCRS (Parallel CRS) – amit García és munkatársai adtak meg 1995-ben [23, 24] – hatékonyan alkalmazható képfeldolgozási területről származó globális optimalizálási problémák megoldására.

A 2. fejezet az utóbbi egy új változatának leírása, és gyakorlati teljesítményének tapasztalati tesztelése, elemzése. Az RPCRS módszer – amint a teszteredmények mutatják – hatékonyan alkalmazható olyan feladatok esetén, amelyeknél a célfüggvény kiértékelése költségigényes.

A tárgyalt aszinkron párhuzamos megvalósítás lényege, hogy a szolgaprocesszorok egy buffert használnak a kiértékelendő pontok tárolására. Ez a stratégia azt eredményezi, hogy a szolgaprocesszorok várakozási ideje csökkenthető, hiszen a kommunikációs pluszköltség („overhead”) csökken, mivel a kommunikáció és az effektív számítás ideje átlapolódik az aszinkronitásnak köszönhetően. Az RPCRS viselkedése alapvetően két fontos paramétertől függ, az alkalmazott buffer méretétől ( $b$ ), és a processzorok  $p$

számától. Egy konkrét algoritmusváltozat megkülönböztetésére bevezettük az RPCRS( $b,p$ ) jelölést. Ha a buffer mérete 1, akkor az RPCRS(1, $p$ ) algoritmus visszaadja a PCRS-t, és amikor ezen felül a processzorok száma is 1, azaz az algoritmus RPCRS(1,1) változatának esete pedig a CRS-t.

Itt a szekvenciális RPCRS( $b,1$ ) és a több processzoros gépeken alkalmazható, párhuzamos RPCRS( $b,p$ ) gépfüggetlen implementációját adtuk meg. A globális optimalizálás szokásos módszerével, a szakirodalom klasszikus, standard tesztfüggvényein végeztük ezek gyakorlati teljesítményének tesztelését, az utóbbi, általánosabb RPCRS( $b,p$ ) gyakorlati eredményeit egy CRAY T3D párhuzamos számítógépen vizsgálva.

Először az RPCRS( $b,1$ ) szekvenciális algoritmus gyakorlati viselkedését teszteltük, elemezve az általa a CRS-hez viszonyítva elért sebességnövelés mértékét. Tapasztalataink szerint az RPCRS( $b,1$ ) nagy — a klaszterméretnél nagyobb — bufferméreteknél hatékony.

Az RPCRS hatékonyságát, a párhuzamos implementáció sikerességét igazolja az RPCRS( $b,p$ )-vel – szintén CRS-sel összehasonlítva – kapott sebességnövelés. Ez a lineárisnál is jobb (szuperlineáris) lehet ( $b = 16, 64$ ). Az RPCRS( $b,p$ )-vel az egyprocesszoros RPCRS( $b,1$ ) implementációhoz képest elért sebességnövelés mértéke is majdnem lineáris, viszont ebben az esetben (már) nem szuperlineáris.

### 3. Fázisstabilitási problémák

A disszertáció 3. fejezete szintén egy gyakorlati alkalmazást tárgyal: egy sztochasztikus, klaszterező globális optimalizálási módszer alkalmazását vizsgáltuk meg a kémiai fázisstabilitási problémák megoldására. Az irodalomból vett konkrét példákon végzett tesztekkel illusztráltuk és elemeztük azt.

Az utóbbi időben nagy érdeklődés övezi új megoldási módszerek kifejlesztését vegyipari műveletek tervezési és optimalizálási feladataira. Ennek az utóbbi évtizedben intenzíven kutatott részterülete – számos publikációval – a fázisstabilitás elemzésének problémája.

Ennek szokásos megoldási módszere közvetlenül a szabadenergia, vagy az érintősík-távolsági függvény minimalizálása (érintősík-kritérium). Mindkettő megbízható numerikus technikákat igényel a globális megoldás meghatározásához. Lényegében ez a két megközelítés használható annak igazolására, hogy egy egyensúlyi megoldás megfelel a szabadenergia minimumának. McDonald és Floudas voltak az elsők, akik 1994-95-ös munkáikban [32, 33] átfogalmazták az alapproblémát a fázis- és kémiai reakcióegyen-

súlyt egy globális optimalizálási problémaként fölfogva. Rámutattak, hogy második megközelítés nagyon hatékony lehet, valódi egyensúlyi megoldás megtalálási esélyének növelésében.

A [6, 7] munkákban mi egy új megközelítést alkalmaztunk a fázisstabilitási probléma megoldására. Egy, Stateva és Tsvetkov által bevezetett új célfüggvény [44, 45, 46], az érintősík-távolsági függvény egy módosításának optimalizálását használtuk fel ezen feladat megoldására, és egy ezen hatékonynak bizonyult globális optimalizálási módszert vizsgáltunk. Bár a módszer általános célú, mi köbös állapotegyenletekre (CEOS) koncentráltunk [41, 49], nevezetesen a Soave-Redlich-Kwong-féle állapotegyenletekre [43]. A leglényegesebb lépés technikánkban a módosított érintősík-távolsági függvény, mint célfüggvény összes zérushelyének meghatározása. A függvény olyan, hogy ennek zérushelyei pontosan a minimumhelyei is egyben. Lényeges az összes ilyen pont meghatározása, hiszen csak ebben az esetben adódik korrekt válasz a fázis stabil, illetve nem stabil voltára. Optimalizálási szempontból ez azt jelenti, hogy olyan módszert kell használni, amely erre képes ilyen, multimodális függvényeknél. Erre C.G.E. Boender és szerzőtársai klaszterező, sztochasztikus algoritmusának [10] a hasonló, ismert módszerek között legjobbnak talált [34], Csendes Tibor nevéhez fűződő implementációját [15] használtuk, illetve adaptáltuk, hangoltuk a feladatra megbízhatóbbá téve a megadott beállításokkal.

A dolgozatban először a célfüggvényt és a módszert írtuk le röviden; majd alkalmazott globális optimalizálási eljárásunk robusztusságát és hatékonyságát demonstráltuk termodinamikai rendszerek stabilitáselemzésének példáján keresztül; a kénhidrogén + metán rendszer illetve a nitrogén + metán + etán rendszereken.

A megbízhatóság mértékének, a sikerességi rátának a magas foka tűnik ki az eredményekből. Megadtuk a nyert eredmények elemzését. Ezek más, eltérő technikákat használó szerzők eredményeivel összehasonlítva ugyan kedvezőnek tűnnek, explicit összehasonlítást azonban nem adtunk meg, éppen a módszerek eltérő jellege miatt.

## 4. Korlátok szemi-on-line ládapakolási feladatokhoz

A dolgozat 4. fejezetében a szemi-on-line ládapakolási feladatok területén elért eredményeinket tárgyaltuk. A [2, 3, 8] munkák alapján a kapcsolódó szakirodalombeli korábbi eredményeket javító alsó, valamint új felső korlátokat adtunk meg.



A klasszikus ládapakolási feladat az egyik legismertebb, NP-nehéz [25] kombinatorikus optimalizálási probléma. Ebben adott tárgyak (a továbbiakban elemek) egy  $L = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  listája, minden  $x_i$  elem mérete (erre szintén  $x_i$ -vel hivatkozunk) a  $(0, 1]$  intervallumba esik; a feladat elpakolni ezeket a lehető legkevesebb, egység kapacitású ládába. Jól ismert az a tény, hogy a feladat NP-nehéz [25]. Emiatt közelítő algoritmusok fejlesztésére és elemzésére irányultak a kutatások.

A feladat off-line és on-line esetének elemzéséhez az utóbbi évtizedekben számos publikáció járult hozzá (lásd pl. a [12, 16] áttekintő tanulmányokat). A szemi-on-line algoritmusok esetén a következő műveletek legalább egyike megengedett pluszban az on-line esethez képest: elemek átpakolása [21, 22, 29, 30], néhány következő elem megvizsgálása [26, 27], vagy néhány elem rendezése elpakolásuk előtt [20].

Vizsgálatainkban aszimptotikus legrosszabb eset vizsgálatra szorítkoztunk, a szakirodalomban definiált és szokásos módon használt aszimptotikus legrosszabb eset hányadossal (= aszimptotikus versenyképességi hányados).

A 4. fejezetben először alsó korlátot adtunk a  $c$ -átpakolásos szemi-on-line feladatra. Ez a feladat az on-line feladat azon meglazítása, amikor minden új elem érkezésekor legfeljebb  $c$  darab, korábban elpakolt elem átpakolása is megengedett. Eredményünk, a nyert 1,3871-es alsó korlát minden pozitív egész  $c$ -re érvényes. Ez javítja a problémára az Ivkovič-Lloyd szerzőpáros által 1996-ban [29] megadott  $\frac{4}{3}$ -os alsó korlátot. Ezt ők az úgynevezett teljesen dinamikus ládapakolási feladat esetére bizonyították, de könnyen átvihető a  $c$ -átpakolásos szemi-on-line feladatra is [16]. A teljesen dinamikus ládapakolási feladat a dinamikus ládapakolási feladat azon — Ivkovič és Lloyd által definiált — esete, amikor az algoritmusnak elemek átpakolása is megengedett. A dinamikus feladat (lásd [13]) pedig a ládapakolási feladat azon esete, amikor az inputszolgáltatónak a korábban érkezett elemek törlése megengedett. Megmutattuk, hogy az általunk adott alsó korlát szintén érvényes a teljesen dinamikus ládapakolási feladat megfelelő, lépésenként korlátozott számú,  $c$  darab elem átpakolását megengedő esetére ( $c$ -átpakolásos teljesen dinamikus ládapakolási feladat).

A modell felírása után eredményünket az adódó speciális nemlineáris optimalizálási probléma elemzése és megoldása révén nyertük. Ennek megoldását a Lambert-féle  $W$  függvény segítségével határoztuk meg pontosan. Megmutattuk, hogy alsó korlát konstrukciónk a [27]-beli és az [29]-beli modellek általánosításának is tekinthető.

A 4.3. alfejezetben ugyanezen probléma azon speciális esetével foglalkoztunk, amikor a feladatban még egy feltételt kirovunk; a megen-

gedett különböző elemméretek maximális számát egy előre rögzített  $p$  ( $p \geq 2$ ) konstanssal korlátozzuk. Az itt nyert alsó korlátok szintén érvényesek mindkét fentebb említett ládapakolási feladat, azaz a  $c$ -átpakolásos szemi-on-line és a  $c$ -átpakolásos teljesen dinamikus ládapakolási feladat ezen speciális esetére, bármely pozitív egész  $c$ -re. Érvényesek továbbá egy harmadik, a [27]-ben definiált, szintén a szemi-on-line ládapakolási feladatok körébe sorolható, úgynevezett „batched” ládapakolási feladat hasonló esetére. Ezen feladat esetén az input részekre, batchekre tagolt, egy-egy batch elpakolása önmagában történhet *off-line* módon, azonban egy-egy batch elpakolása után a batch elemei már nem mozgathatók a további batchek feldolgozása során. A problémának a [27]-ben vizsgált esetével foglalkoztunk: amikor a megengedett batchek száma 2 (2-BBP, a feladat angol „*2-batched bin packing*” elnevezésének rövidítéséből).

A nyert nemlineáris optimalizálási problémát a konkrét  $p$  értékekre globális optimalizálási eszközökkel megoldva, az adódó alsó korlátok megválaszolnak egy, Gutin és szerzőtársai által ugyanezen 2005-ös cikkükben [27] felvetett kérdést is. A kérdés az volt, hogy a 2-BBP problémára az általuk megadott korlátok  $p \geq 3$  esetén optimálisak-e. A válaszunk az, hogy nem. A bizonyítás lényege, hogy konstrukciónk általánosítja az általuk alkalmazottat, azaz a mi listáinknál alkalmazott elemméretekre nincs előírva, hogy egy intervallum ekvidisztáns beosztásából származzanak.

A 4.2. és a 4.3. alfejezetekben megadott alsó korlátok érdekessége, hogy habár a feladat tisztán diszkrét optimalizálási, a megoldáshoz speciális, folytonos nemlineáris optimalizálási problémák megoldása szükséges, és ehhez globális optimalizálási eszközöket használunk. Bizonyítottuk, hogy bár alsó korlátainkat egy dimenzióban fogalmaztuk meg, a konstrukció és az eredmények minden  $d$  ( $d \geq 2$ ) dimenzióban is érvényesek.

A fejezet záró, 4.4. alfejezetében felső korlátokat adtunk meg a  $c$ -átpakolásos szemi-on-line ládapakolási feladat egydimenziós esetére. A megkonstruált algoritmusok elemzését diszkrét optimalizálási, azaz a ládapakolás irodalmában klasszikusnak számító algoritmuselemzési módszerekkel (pl. súlyfüggvény-technika [48]) végeztük. Míg az alsó korlátok bármely, pozitív egész  $c$  értékre érvényesek, addig itt, az algoritmuscsaládban minden  $c$  értékhez egy-egy, a  $c$  paraméterhez tartozó HFR- $c$  nevű algoritmus definiált. Az algoritmusok aszimptotikus versenyképessége is függ a  $c$  értéktől, és az ezekből képzett sorozat monoton csökkenve tart 1,5-hez, ha  $c$  tart végtelenbe. Az algoritmusok közül kiemelendők a  $c = 2$  és a  $c = 4$  esetre megadott algoritmusok, azaz a HFR-2 és a HFR-4. Az algoritmus sorozatban a HFR-2 az első olyan, amelynek aszimptotikus versenyképessége jobb, mint bármely on-line, Super Harmonic Fit típusú [42]

algoritmusé, miután ezekre 1, 5833-as alsó korlát érvényes [37]. Megjegyezzük, hogy az utóbbi 20 évben az összes „aktuálisan legjobb” algoritmus mind ilyen típusú volt, és jelenleg is az. A  $c = 4$ -hez tartozó, A HFR-4 nevű algoritmus pedig az első olyan, amelynek aszimptotikus versenyképessége az on-line algoritmusokra bizonyított legjobb alsó korlát, 1, 5401 [50] alatt van, azaz versenyképesebb, mint bármely, „tisztán” on-line algoritmus.

Így az algoritmusok aszimptotikus versenyképességére megadott felső korlátok bizonyítják, hogy az on-line feladat meglazításával kapott szemi-on-line feladatban jól kihasználható a lépésenként  $c$  elem átpakolhatóságának lehetősége, már kis  $c$  értékeknél is.

## 5. Összefoglalás

Összefoglalva tehát a dolgozatban tárgyalt elméleti és numerikus–alkalmazási eredményeket, elmondhatjuk, hogy

1. A Stiefel-sokaságokon megadott (1)-(2) típusú, kvadratikus célfüggvényű és kvadratikus egyenlőségfeltételekkel megadott probléma globális optimalizálásának numerikus, számítógépes megközelítéseit, illetve annak támogatásait adtuk meg, és speciális eseteinek vizsgálatát végeztük el. Ezen belül
  - 1.1.  $M_{2,2}$ -n megadtuk a feladat megoldásait,
  - 1.2. A csatolt numerikus tanulmány globális optimalizálási szoftve-ekkel végzett vizsgálata motivációkat adott és egyszerűsítési lehetőségeket tárgyalt a feladat numerikus vizsgálataihoz,
  - 1.3. Numerikus eszközök tesztelésére szolgáló globális optimalizálási tesztfeladatokat adtunk meg, melyek ismert  $-2^k$  számú – megoldással rendelkeznek,
  - 1.4. Bizonyítottuk a feladat egy diszkretizálásának a hozzárendelési feladattal való ekvivalenciáját.
2. Megadtuk és elemeztük egy heurisztikus, klaszterező globális optimalizálási módszer (CRS) egy párhuzamos változatát (RPCRS), egy-illetve többprocesszoros környezetben tesztelve annak gyakorlati teljesítményét. A szakirodalom standard tesztfüggvényein végrehajtott tesztekkel tapasztalatilag igazoltuk az RPCRS hatékonyságát.
3. A fázisstabilitási feladat megoldására egy sztochasztikus globális optimalizálási módszer alkalmazását vizsgáltuk, konkrét tesztpéldákon

bizonyítva az alkalmazás hatékonyságát. A módszer a feladatra adaptált, az erre hangolt paraméterbeállításokkal növelve a megbízhatóságát és robusztusságát ezen.

4. Az on-line ládapakolási feladat lépésenként legfeljebb  $c$  ( $c$  rögzített pozitív egész) elem átpakolását megengedve definiált úgynevezett  $c$ -átpakolásos szemi-on-line ládapakolási feladatot vizsgálva aszimptotikus legrosszabb-eset versenyképesség alapján:

- 4.1. A megadott konstrukció alapján felírt optimalizálási feladat megoldásából adódó 1,3871-es alsó korlát javítja Ivkovič és Lloyd 1996-ban publikált  $4/3$ -os alsó korlátját.

- 4.2. Elemeztük és megoldottuk a feladat speciális eseteit, a legfeljebb  $p$  különböző elemméretet használó változatát, ahol  $p$  rögzített pozitív egész, megválaszolva ezzel egy Gutin és szerzőtársai által egy 2005-ben felvetett kérdést.

- 4.3. Az alsó korlátokat kiterjesztettük minden  $d$  dimenzióra, és igazoltuk, hogy érvényesek két rokon feladatra.

- 4.4.  $c$ -átpakolásos szemi-on-line algoritmusok egy családját adtuk meg, azaz minden  $c$ -hez egy algoritmust. Az algoritmusokat elemezve bizonyítottuk, hogy az ezek aszimptotikus versenyképességi sorozatából álló sorozat tart  $1,5$ -hez, ha  $c$  tart végtelenbe. Az algoritmusok között a  $c = 2$ -höz és a  $c = 4$ -hez tartozó az első olyan, amelynek aszimptotikus versenyképessége rendre jobb, mint az on-line algoritmusok aktuálisan legjobb 1,58889-es felső [42], illetve 1,5401-es alsó korlátja [50]. Ez azt is jelenti, hogy a HFR-4 biztosan versenyképesebb minden, tisztán on-line algoritmusnál.

A pályázattal kapcsolatos valamennyi anyag on-line elérhető a

<http://www.jgytf.u-szeged.hu/~balogh/Disszertacio>

internetes címen.

## Hivatkozások

- [1] Balogh, J., Global optimization on Stiefel manifolds – some particular problem instances, *Proceedings of the 6th International Conference on Applied Informatics*, Eger, 2004, 259–268.

- [2] Balogh, J., J. Békési, G. Galambos, and M.Cs. Markót, Improved lower bounds for semi-on-line bin packing problems. Közlésre benyújtva, 2007. Elérhető: <http://www.jgytf.u-szeged.hu/~balogh/babegama.ps>.
- [3] Balogh, J., J. Békési, G. Galambos and G. Reinelt, Lower bound for the on-line bin packing problem with restricted repacking, *SIAM Journal on Computing*, megjelenés alatt, 2007. Elérhető: <http://www.jgytf.u-szeged.hu/~balogh/crestbinp15.pdf>.
- [4] Balogh, J., T. Csendes, and T. Rapcsák, Some global optimization problems on Stiefel manifolds, *Journal of Global Optimization*, **30**(2004):91–101.
- [5] Balogh J., Csendes T. és Rapcsák T., Globális optimalizálás Stiefel-sokaságokon – egy érdekes diszkretizálási eredmény, *Alkalmazott Matematikai Lapok*, **22**(2005):163–176.
- [6] Balogh J., Csendes T. és R.P. Stateva, A fázisstabilitás elemzése egy új célfüggvény és egy globális optimalizálási módszer fölhasználásával, *Magyar Kémiai Folyóirat*, **107**(2001):82–90.
- [7] Balogh, J., T. Csendes, and R.P. Stateva, Application of a stochastic method to the solution of the phase stability problem: cubic equations of state, *Fluid Phase Equilibria*, **212**(2003):257–267.
- [8] Balogh J. és Galambos G., Átpakolást használó szemi-on-line ládapakolási algoritmusok, *Alkalmazott Matematikai Lapok*, **24**(2007):117–130.
- [9] Balogh, J. and B. Tóth, Global optimization on Stiefel manifolds: a computational approach, *Central European Journal of Operations Research*, **13**(2005):213–232.
- [10] Boender, C.G.E., A.H.G. Rinnooy Kan, G.T. Timmer, and L. Stougie: A stochastic method for global optimization, *Mathematical Programming*, **22**(1982):125–140.
- [11] Bolla, M., G. Michaletzky, G. Tusnády, and M. Ziermann, Extrema of sums of heterogeneous quadratic forms, *Linear Algebra and its Applications*, **269**(1998):331–365.
- [12] Coffman, E.G., G. Galambos, S. Martello, and D. Vigo, Bin packing approximation algorithms: Combinatorial analysis, in *Handbook of*

- [13] Coffmann, E.G., M.R. Garey, and D.S. Johnson, Dynamic bin packing, *SIAM Journal on Computing*, **12**(2):227–260, 1983.
- [14] Corliss, G.F. and R.B. Kearfott, Rigorous global search: Industrial applications. In T. Csendes (editor): *Developments in Reliable Computing*, Kluwer, Dordrecht, 1999, 1–16.
- [15] Csendes, T., Nonlinear parameter estimation by global optimization – efficiency and reliability, *Acta Cybernetica*, **8**(1988):361–370.
- [16] Csirik, J. and G.J. Woeginger, On-line packing and covering problems, in: *On-line algorithms, Lecture Notes in Computer Science*, eds.: Fiat, A. and G. Woeginger, Vol. 1442, Springer-Verlag, Berlin, 1998, 147–177.
- [17] Dixon L.C.W. and G.P. Szegő, *Towards Global Optimisation*, North-Holland, Amsterdam, 1975.
- [18] Floudas, C.A. and P.M. Pardalos, *A Collection of Test Problems for Constrained Global Optimization Algorithms*, Lecture Notes in Computer Science 455, Springer-Verlag, Berlin, 1990.
- [19] Floudas, C.A., P.M. Pardalos, C.S. Adjiman, W.R. Esposito, Z.H. Gumus, S.T. Harding, J.L. Klepeis, C.A. Meyer, and C.A. Schweiger, *Handbook of Test Problems for Local and Global Optimization*, Kluwer, Dordrecht, 1999.
- [20] Galambos, G., *A new heuristic for the classical bin packing problem*, Technical Report 82, Institute für Mathematik, Universität Augsburg, 1985.
- [21] Galambos, G. and G.J. Woeginger, Repacking helps in bounded space on-line bin packing, *Computing*, **49**(1993):329–338.
- [22] Gambosi, G., A. Postiglione, and M. Talamo, Algorithms for the relaxed on-line bin-packing model, *SIAM Journal on Computing*, **30**(5):1532–1551, 2000.
- [23] García, I. and G.T. Herman, Global optimization by parallel constrained biased random search, in *State of Art in Global Optimization: Computational Methods and Applications*, eds.: Floudas, C.A. and P.M. Pardalos, Kluwer, Dordrecht, 1996, 433–455.

- [24] García, I., P.M. Ortigosa, L.G. Casado, G.T. Herman, and S. Matej, Multidimensional optimization in image reconstruction from projections, in *Developments in Global Optimization*, eds.: Bomze L.M., T. Csendes, R. Horst, and P.M. Pardalos, Kluwer, Dordrecht, 1997, 289–300.
- [25] Garey, M.R. and D.S. Johnson, *Computers and Intractability (A Guide to the theory of NP-Completeness)*. W.H. Freeman and Company, San Francisco, 1979.
- [26] Grove, E.F., On-line bin packing with lookahead, *Proceedings of the Sixth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA)*, ACM, New York, SIAM, Philadelphia, 1995, 430–436.
- [27] Gutin, G., T. Jensen, and A. Yeo, Batched bin packing, *Discrete Optimization*, **2**(1): 71–82, 2005.
- [28] Horst, R. and P.M. Pardalos, *Handbook of Global Optimization*, Kluwer, Dordrecht, 1995.
- [29] Ivkovič, Z. and E.L. Lloyd, A fundamental restriction on fully dynamic maintenance of bin packing, *Information Processing Letters*, **59**(4):229–232, 1996.
- [30] Ivkovič, Z. and E.L. Lloyd, Fully dynamic algorithms for bin packing: being (mostly) myopic helps, *SIAM Journal on Computing*, **28**(2): 574–611, 1998.
- [31] Kearfott, R.B., *Rigorous Global Search: Continuous Problems*. Kluwer, Dordrecht, 1996.
- [32] McDonald, C.M. and C.A. Floudas, Decomposition based branch and bound global optimization approaches for the phase equilibrium problem, *J. Global Optimization*, **5**(1994):205–251.
- [33] McDonald, C.M. and C.A. Floudas, Global optimization for the phase and chemical equilibrium problem: application to the NRTL equation, *Comput. Chem. Engng.*, **19**(1995):1111–1141.
- [34] Neumaier, A., A comparison of stochastic global optimization programs, Elérhető: [http://solon.cma.univie.ac.at/~neum/glopt/test\\_results.html](http://solon.cma.univie.ac.at/~neum/glopt/test_results.html).
- [35] Ortigosa, P.M., J. Balogh, and I. García, A parallelized random search global optimization algorithm, *Acta Cybernetica* **14**(1999):403–418.

- [36] Price, W. L., A controlled random search procedure for global optimization, in *Towards Global Optimization 2*, eds.: Dixon, L.C.W. and G.P. Szegő, North-Holland, Amsterdam, 1978, 71–84.
- [37] Ramanan, P., D.J. Brown, C.C. Lee, and D.T. Lee, On-line bin packing in linear time, *Journal of Algorithms*, **10**(3):305–326, 1989.
- [38] Rapcsák, T., On minimization of sums of heterogeneous quadratic functions on Stiefel manifolds, in *From local to global optimization*, eds.: Pardalos, P.M., A. Migdalas, and P. Varbrand, Kluwer, Dordrecht, 2001, 277–290.
- [39] Rapcsák, T., On minimization on Stiefel manifolds, *European Journal of Operational Research*, **143**(2002):365–376.
- [40] Rapcsák, T., Optimization problems in statistics, *Journal of Global Optimization*, **28**(2004):217–228.
- [41] Redlich, O. and J.N.S. Kwong, On the thermodynamics of solutions V: an equation of state. Fugacities of gaseous solutions, *Chemical Reviews*, **44**(1949):233–244.
- [42] Seiden, S.S., On the on-line bin packing problem, *Journal of the ACM*, **49**(5):640–671, 2002.
- [43] Soave, G., Equilibrium constants from a modified Redlich-Kwong equation of state, *Chemical Engineering Science*, **27**(5):1197–1203, 1972.
- [44] Stateva, R.P. and St.G. Tsvetkov, A new method for thermodynamic stability analysis in multicomponent systems, *Hung. J. Ind. Chem.*, **19**(1991):179–188.
- [45] Stateva R.P. and St.G. Tsvetkov, A rigorous approach to stability analysis as a first step when solving the isothermal multiphase flash problem, *Technology Today*, **4**(1991):223–240.
- [46] Stateva, R.P. and St.G. Tsvetkov, A diverse approach for the solution of the isothermal multiphase flash problem. Application to vapor-liquid-liquid systems, *Can. J. Chem. Eng.*, **72**(1994):722–734.
- [47] Stiefel, E., Richtungsfelder und Fernparallelismus in  $n$ -dimensionalen Mannigfaltigkeiten, *Commentarii Math. Helvetici*, **8**(1935-36):305–353.



- [48] Ullman, J.D., *The performance of a memory allocation algorithm*, Technical Report 100, Princeton University, Princeton, NJ, 1971.
- [49] van der Waals, J.D., *On the Continuity of the Gaseous and Liquid States (doctoral dissertation)*, Universiteit Leiden, 1873.
- [50] van Vliet, A., An improved lower bound for on-line bin packing algorithms, *Information Processing Letters*, **43**(5): 277–284, 1992.



Társszerzői nyilatkozatok

# Társszerzői nyilatkozat

(Dr. Békési József)

Kijelentem, hogy ismerem

Balogh János: *Globális optimalizálási alkalmazások és szemi-on-line ládapakolás*

című disszertációját. A disszertációban szereplő közös eredményekre vonatkozóan kijelentem, hogy a

- [1] Balogh, J., J. Békési, G. Galambos, and G. Reinelt, Lower bound for the on-line bin packing problem with restricted repacking, *SIAM Journal on Computing*, megjelenés alatt, 2007.
- [2] Balogh, J., J. Békési, G. Galambos, and G. Reinelt, On-line Bin Packing with Restricted Repacking, közlésre benyújtva, 2006.
- [3] Balogh, J., J. Békési, G. Galambos, and M.Cs. Markót, Improved lower bounds for semi-on-line bin packing problems, közlésre benyújtva, 2007.

közlemények tartalmazznak a jelölttel közös munkát.

Az [1] publikáció (a disszertáció 4.2. alfejezetéhez kapcsolódik) alsó korlátot ad korlátos átpakolású szemi-on-line ládapakolási feladatokra. Az 1., 2. Lemmák és a 3. Tétel (a disszertáció 2. és 3. Lemmája, valamint 2. Tétele) a pályázó munkája. Az ezután következő rész (a disszertáció 4.2. alfejezetében) nagyrészt pályázó és saját magam oszthatatlan eredménye. Az eredmény számítógépes tesztekkel történő megsejtését, és annak első bizonyítását a pályázó végezte, bár a végső megformálását és a leírását én készítettem. Ez alól kivétel a 6. Lemma (a disszertáció 6. Lemmája), amelyben Galambos Gábor hozzájárulása a döntő, illetve a 7. Lemma (a disszertáció 7. Lemmája), amely a pályázó, Markót Mihály Csaba és jómagam oszthatatlan eredménye: ez Markót Mihály Csaba alapötlete nyomán

készült, a pontosságát a pályázó és én készítettem el.

A [2] közlemény (a disszertáció 4.4. alfejezetéhez kapcsolódik) felső korlátokat (algoritmusokat) ad a tárgyalt problémára. Az ebben megadott algoritmusok, állítások és bizonyítások a pályázó munkái. Ezeknél a matematikailag korrekt közlésben (megfogalmazásban és tömör leírásban) volt részem.

A [3] cikk (főleg a disszertáció 4.3. alfejezetéhez, és részben a 4.2. alfejezetéhez kapcsolódik) is a pályázó ötletéből született, a globális optimalizáló eljárás bevonásának gondolata is tőle származott. A pályázó eredménye a [3]-beli 2.1., 2.2. és 3.2. Lemma (a disszertáció 10., 9. és 12. Lemmái); a pályázó ötlete alapján készült a 3.1. Lemma (a disszertáció 11. Lemmája), bár a bizonyítás és a leírás tőlem származik. A számítógépes futtatásokat Markót Mihály Csaba végezte, csakúgy, mint a B&B technikát használó intervallumos globális optimalizálási módszer leírását. A 4.1. Lemma (a disszertáció 7. Lemmája és annak 1. Következménye), amely az [1]-beli 4.1. Lemma alkalmazása az itteni speciális esetre, felhasználva a 4. lemmabeli megfigyelést Markót Mihály Csaba alapötletéből származott, a pontosítását a pályázó és én végeztük.

Valamennyi cikk a különböző fázisokban a társszerzők rendszeres párbeszédét, a különböző technikák összehangolásának és az eredmények leírásának állandó finomítását igényelte. A munka ezen fázisaiban elért eredmények oszthatatlanok.

Végül kijelentem, hogy a pályázó doktori értekezésében szereplő eredményeket semmilyen fokozatszerző eljárásban nem használtam fel és ez a jövőben sincs szándékomban.

2007. december 21.

.....  
Dr. Békési József

# Csendes Tibor társszerzői nyilatkozata

Kijelentem, hogy ismerem

Balogh János: *Globális optimalizálási alkalmazások és szemi-on-line ládapakolás*

című disszertációját. A disszertációban szereplő közös eredményekre vonatkozóan kijelentem, hogy a

- [1] Balogh, J., T. Csendes, and T. Rapcsák, Some global optimization problems on Stiefel manifolds, *Journal of Global Optimization*, **30** (2004), 91–101.
- [2] Balogh, J., Csendes T. és Rapcsák T., Globális optimalizálás Stiefel-sokaságokon – egy érdekes diszkretizálási eredmény, *Alkalmazott Matematikai Lapok*, **22**(2005), 163–176.
- [3] Balogh, J., T. Csendes, and R.P. Stateva, Application of a Stochastic Method to the Solution of the Phase Stability Problem: Cubic Equations of State, *Fluid Phase Equilibria*, **212**(2003), 257–267.
- [4] Balogh J., Csendes T. és R.P. Stateva, A fázisstabilitás elemzése egy új célfüggvény és egy globális optimalizálási módszer fölhasználásával, *Magyar Kémiai Folyóirat*, **107**(2001), 82–90.

közlemények tartalmazznak a jelölttel közös munkát.

Az [1] és [2] publikációk (a disszertáció 1. fejezetéhez kapcsolódnak) Stiefel-sokaságokon megadott optimalizálási feladatokat vizsgálnak. Az ezekben megadott állítások és bizonyítások a pályázó munkái. A problémafelvetésben és a prezentációban volt részem.

A [3] és [4] cikkek (a disszertáció 3. fejezetéhez kapcsolódnak) kémiai fázisstabilitási problémákat vizsgálnak. A globális optimalizálási feladat megoldása módszertani felügyelete volt a hozzájárulásom ezekhez.

Valamennyi cikk a társszerzők rendszeres konzultációját igényelte. A munka ilyen fázisaiban elért eredmények oszthatatlanok. A fentiekén kívül jelentős, a pályázó értékelését befolyásoló hozzájárulásom nincsen.

Végül kijelentem, hogy a pályázó doktori értekezésében szereplő eredményeket semmilyen fokozatszerző eljárásban nem használtam fel és ez a jövőben sincs szándékomban.

2007. október 2.

.....  
Dr. Csendes Tibor

# Társszerzői nyilatkozat

(Dr. Galambos Gábor)

Kijelentem, hogy ismerem

Balogh János: *Globális optimalizálási alkalmazások és szemi-on-line ládapakolás*

című disszertációját. A disszertációban szereplő közös eredményekre vonatkozóan kijelentem, hogy a

- [1] Balogh, J., J. Békési, G. Galambos, and G. Reinelt, Lower bound for the on-line bin packing problem with restricted repacking, *SIAM Journal on Computing*, megjelenés alatt, 2007.
- [2] Balogh J. és Galambos G., Átpakolást használó szemi-on-line ládapakolási algoritmusok, *Alkalmazott Matematikai Lapok*, **25**(2007), 1-13.
- [3] Balogh, J., J. Békési, G. Galambos, and G. Reinelt, On-line Bin Packing with Restricted Repacking, közlésre benyújtva, 2006.
- [4] Balogh, J., J. Békési, G. Galambos, and M.Cs. Markót, Improved lower bounds for semi-on-line bin packing problems, közlésre benyújtva, 2007.

közlemények tartalmazznak a jelölttel közös munkát.

Az [1] publikáció (a disszertáció 4.2. alfejezetéhez kapcsolódik) alsó korlátot ad korlátos átpakolású szemi-on-line ládapakolási feladatokra. Az 1., 2. Lemmák és a 3. Tétel (a disszertáció 2. és 3. Lemmája, valamint 2. Tétele) a pályázó munkája. Az ezután következő rész (a disszertáció 4.2. alfejezetében) Békési József és a pályázó oszthatatlan eredménye. Ez alól kivétel a 6. Lemma (a disszertáció 6. Lemmája), amelyben az én hozzájárulásom a döntő, illetve a 7. Lemma (a disszertáció 7. Lemmája), amely Markót Mihály Csaba alapötlete nyomán készült, a pontosítását a pályázó és Békési József készítette el.



A [2] és [3] publikációk (a disszertáció 4.4. alfejezetéhez kapcsolódnak) felső korlátokat (algoritmusokat) adnak a tárgyalt problémára. A [3]-beli eredmények a [2]-beliek továbbfejlesztésének tekinthetők. Az ezekben megadott algoritmusok, állítások és bizonyítások a pályázó munkái. Ezeknél a matematikailag korrekt közlésben (megfogalmazásban és tömör leírásban) volt részem.

Valamennyi cikk a különböző fázisokban a társszerzők rendszeres párbeszédét, a különböző technikák összehangolásának és az eredmények leírásának állandó finomítását igényelte. A munka ezen fázisaiban elért eredmények oszthatatlanok. Ezen kívül a [4] publikációban jelentős, a pályázó értékelését befolyásoló hozzájárulásom nincsen.

Végül kijelentem, hogy a pályázó doktori értekezésében szereplő eredményeket semmilyen fokozatszerző eljárásban nem használtam fel és ez a jövőben sincs szándékomban.

2007. december 21.

.....  
Dr. Galambos Gábor

# Coauthor's declaration

(Prof. Dr. Inmaculada García)

The undersigned Inmaculada García, certify that I am familiar with the thesis of the applicant

János Balogh

entitled: "Some applications of global optimization and semi-on-line bin packing" (in Hungarian: Globális optimalizálási alkalmazások és szemi-on-line ládapakolás).

Regarding our joint results referred to in this thesis, which were published in the following paper:

[1] Ortigosa, P.M., J. Balogh, and I. García, A parallelized random search global optimization algorithm, *Acta Cybernetica*, **14**(1999), 403–418.

I certify that the results of [1] are undividable, however, the main idea of the paper is due to me, the design and implementation of the algorithm is mostly the work of the applicant, as well as the sequential numerical tests, while the executions in the parallel Cray T3D environment were made by Pilar M. Ortigosa.

The article required the usual consultation of the authors. The results of these phases are also undividable.

I have no other contribution which would influence the evaluation of the dissertation of the applicant.

November 27, 2007

.....  
Prof. Dr. Inmaculada García Fernandez

# Társszerzői nyilatkozat

(Dr. Markót Mihály Csaba)

Kijelentem, hogy ismerem

Balogh János: *Globális optimalizálási alkalmazások és semi-on-line ládapakolás*

című disszertációját. A disszertációban szereplő közös eredményekre vonatkozóan kijelentem, hogy a

- [1] J. Balogh, J. Békési, G. Galambos, and M.Cs. Markót, Improved lower bounds for semi-on-line bin packing problems, közlésre benyújtva, 2007.

közlemény tartalmaz a jelölttel közös munkát. Ez főleg a disszertáció 4.3. alfejezetéhez, és részben a 4.2. alfejezetéhez kapcsolódik.

A pályázó eredménye az [1]-beli 2.1., 2.2. és 3.2. Lemma (a disszertáció 10., 9. és 12. Lemmái); a pályázó ötlete alapján készült a 3.1. Lemma (a disszertáció 11. Lemmája), bár a bizonyítás és a leírás Békési Józseftől származik. A 4.1. Lemma (a disszertáció 7. Lemmája és annak 1. Következménye) a pályázó, Békési József és jómagam oszthatatlan eredménye: a bizonyítás alapötlete tőlem származott, bár pontosítását a pályázó és Békési József végezte. A számítógépes futtatásokat jómagam végeztem, csakúgy, mint a B&B technikát használó intervallumos globális optimalizálási módszer leírását. Az eredmények mindennemű elemzése és értékelése a pályázó munkája.

A cikk a különböző fázisokban a társszerzők rendszeres párbeszédét, a különböző technikák összehangolásának és az eredmények leírásának állandó finomítását igényelte. A munka ezen fázisaiban elért eredmények oszthatatlanok.

Végül kijelentem, hogy a pályázó doktori értekezésében szereplő eredményeket semmilyen fokozatszerző eljárásban nem használtam fel és ez a

jövőben sincs szándékomban.

2007. november 28.

.....  
Dr. Markót Mihály Csaba

## Coauthor's declaration

(Dr. Pilar Martínez Ortigosa)

The undersigned Pilar M. Ortigosa, certify that I am familiar with the thesis of the applicant

János Balogh

entitled: "Some applications of global optimization and semi-on-line bin packing" (in Hungarian: Globális optimalizálási alkalmazások és szemi-on-line ládapakolás).

Regarding our joint results referred to in this thesis, which were published in the following paper:

[1] Ortigosa, P.M., J. Balogh, and I. García, A parallelized random search global optimization algorithm, *Acta Cybernetica*, **14**(1999), 403–418.

I certify that the results of [1] are undividable, however, the design and implementation of the algorithm is mostly the work of the applicant, as well as the sequential numerical tests, while the executions in the parallel Cray T3D environment were made by me.

The article required the usual consultation of the authors. The results of these phases are also undividable.

I have no other contribution which would influence the evaluation of the dissertation of the applicant.

December 10, 2007

.....

Dr. Pilar Martínez Ortigosa

# Rapcsák Tamás társszerzői nyilatkozata

Kijelentem, hogy ismerem

Balogh János: *Globális optimalizálási alkalmazások és szemion-line ládapakolás*

című disszertációját. A disszertációban szereplő közös eredményekre vonatkozóan kijelentem, hogy a

- [1] Balogh, J., T. Csentes, and T. Rapcsák, Some global optimization problems on Stiefel manifolds, *Journal of Global Optimization*, **30** (2004), 91-101.
- [2] Balogh, J., Csentes T. és Rapcsák T., Globális optimalizálás Stiefel-sokaságokon – egy érdekes diszkretizálási eredmény, *Alkalmazott Matematikai Lapok*, **22** (2005), 163-176.

közlemények tartalmazznak a jelölttel közös munkát.

Az [1] és [2] publikációk (a disszertáció 1. fejezetéhez kapcsolódnak) Stiefel-sokaságokon megadott optimalizálási feladatokat vizsgálnak. Az ezekben megadott állítások és bizonyítások a pályázó munkái. A problémafelvetésben és a prezentációban volt részem.

Mindkét cikk a társszerzők rendszeres konzultációját igényelte. A munka ilyen fázisaiban elért eredmények oszthatatlanok. A fentiekén kívül jelentős, a pályázó értékelését befolyásoló hozzájárulásom nincsen.

Végül kijelentem, hogy a pályázó doktori értekezésében szereplő eredményeket semmilyen fokozatszerző eljárásban nem használtam fel és ez a jövőben sincs szándékomban.

2007. október 5.

.....

Dr. Rapcsák Tamás  
egyetemi tanár

## Coauthor's declaration

(Prof. Dr. Gerhard Reinelt)

I certify that I am familiar with the thesis of the applicant János Balogh entitled "Some applications of global optimization and semi-on-line bin packing" (in Hungarian: Globális optimalizálási alkalmazások és szemi-on-line ládapakolás).

Regarding our joint results referred to in this thesis, which were published in the papers

- [1] Balogh, J., J. Békési, G. Galambos, and G. Reinelt, Lower bound for the on-line bin packing problem with restricted repacking, *SIAM Journal on Computing*, to appear, 2007.
- [2] Balogh, J., J. Békési, G. Galambos, and G. Reinelt, On-line Bin Packing with Restricted Repacking, submitted for publication, 2006.

I certify that in the published results the applicants contributions were the most substantial part. The statements and proofs in these articles are the work of the applicant. My main contribution lies in the presentation and problem setting.

Both articles required the usual consultations of the authors. I have no other contribution which would influence the evaluation of the dissertation of the applicant.

Finally, I certify that I have not used and I do not plan to use the results contained in this dissertation in any title-reaching procedure like dissertation or doctoral defense.

Heidelberg, October 9, 2007

.....  
Prof. Dr. Gerhard Reinelt

## Coauthor's declaration

(Prof. Roumiana P. Stateva, PhD)

The undersigned Roumiana P. Stateva, certify that I am familiar with the thesis of the applicant

János Balogh

entitled: "Some applications of global optimization and semi-on-line bin packing" (in Hungarian: Globális optimalizálási alkalmazások és szemi-on-line ládapakolás).

Regarding our joint results referred to in this thesis, which were published in the papers

[1] Balogh, J., T. Csendes, and R.P. Stateva, Application of a Stochastic Method to the Solution of the Phase Stability Problem: Cubic Equations of State, *Fluid Phase Equilibria*, **212**(2003), 257-267.

[2] Balogh J., Csendes T. és R.P. Stateva, A fázisstabilitás elemzése egy új célfüggvény és egy globális optimalizálási módszer fölhasználásával, *Magyar Kémiai Folyóirat*, **107**(2001),

I certify that I have participated with providing the new formulation of the tangent-plane distance function, with suggesting relevant bench-mark examples to test the capabilities of the stochastic method, and with discussions on the results obtained, and with comment on the drafts of the manuscript.

The contribution of Prof. Dr. Csendes was to outline a method for combining his numerical approach with the original analytical reasoning.

Together with important ideas and suggestion of Mr. Balogh, and his computer implementation of the algorithms devised, this finally lead to a proof of the results stated in the paper.



In the published result the applicant's contribution was the most substantial part.

Finally, I would like to point out that with the most valuable participation of Mr. Balogh, we have already published a new paper, pertaining to the area of the dissertation but its findings and results were not included in the dissertation so it is outside the scope of the present declaration.

- [3] Balogh, J., R.J.B. Craven, and R.P. Stateva, The Area Method for Phase Stability Analysis Revisited: Further Developments. Formulation in Terms of the Convex Envelope of Thermodynamic Surfaces, *Ind. Eng. Chem. Res.*, **46**(2007), 1611-1631.

September 27, 2007

.....  
Prof. Roumiana P. Stateva, PhD

# Társszerzői nyilatkozat

(Tóth Boglárka)

Kijelentem, hogy ismerem

Balogh János: *Globális optimalizálási alkalmazások és szemion-line ládapakolás*

című disszertációját. A disszertációban szereplő közös eredményekre vonatkozóan kijelentem, hogy a

- [1] Balogh, J. and B. Tóth, Global optimization on Stiefel manifolds: a computational approach, *Central European Journal of Operations Research*, **13**(2005), 213–232.

közlemény tartalmaz a jelölttel közös munkát.

Az [1] publikációban, a Stiefel-sokaságokon megadott optimalizálási feladatok számítógépes-numerikus vizsgálataiban a hozzájárulásom a Glob-Sol tesztek elvégzése és ebben a polárkoordinátás alakra való áttérés diszkussziója.

Ezen kívül a cikkben megadott állítások és bizonyítások a pályázó eredményei. Ezeknél a matematikailag korrekt közlésben (megfogalmazásban és tömör leírásban) volt részem.

A cikk a különböző fázisokban a társszerzők rendszeres párbeszédét, a különböző technikák összehangolásának és az eredmények leírásának állandó finomítását igényelte. A munka ezen fázisaiban elért eredmények oszthatatlanok. A fentiekén kívül jelentős, a pályázó értékelését befolyásoló hozzájárulásom nincsen.

Végül kijelentem, hogy a pályázó doktori értekezésében szereplő eredményeket semmilyen fokozatszerző eljárásban nem használtam fel és ez a jövőben sincs szándékomban.

2007. december 21.

.....

Tóth Boglárka