**Egydimenziós kvantumrendszerek nem egyensúlyi dinamikája**

Doktori (Ph.D.) értekezés tézisei

Roósz Gergő
Témavezető: Prof. Dr. Iglói Ferenc

Elméleti Fizikai Tanszék, Szegedi Tudományegyetem
Fizika Doktori Iskola
Wigner Fizikai kuatóközpont

Szeged
2017

# 1. fejezet

# Bevezetés

A zárt kvantumrendszerek külső paraméterek megváltoztatását követő dinamikája aktívan kutatott terület, mind kísérleti, mind elméleti tekintetben. A paraméter megváltoztatásának sebessége szerint két szélsőséges esetről beszélhetünk. A külső paraméter hirtelen megváltoztatását "kvencs"-nek nevezzük. A változtatás utáni dinamikát *kvencs utáni dinamikának* Kísérletileg a kvencs utáni dinamika a Feshbach rezonancia segítségével valósítható meg [1, 2, 3, 4].

A kvencsekkel kapcsolatban az egyik kérdéskör az, hogy a fizikai mennyiségek hogyan változnak röviddel a paraméter megváltoztatása után. A másik kérdéskör azt vizsgálja, hogy a kvencs után nagyon hosszú idő elteltével milyen állandósult állapot alakul ki, mi a kapcsolata a kialakult állandósult állapotnak a rendszerben létező megmaradó mennyiségekkel. [5, 6, 32, 33, 18, 37, 19, 20, 38, 39, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 34, 35, 36]. A másik határeset a paraméter nagyon lassú változtatása, a *közel adiabatikus dinamika.* A külső paramétert a legtöbbször időben lineárisan változtatják $\sim 1/\tau \times t$ módon, és a változtatás során átvisszük a rendszert egy fázisátalakulási ponton. A folyamat elején a rendszer a pillanatnyi Hamilton-operátor alapállapotában van. Ha a paraméter változtatásának sebessége $(1/\tau)$ sokkal kisebb mint a rendszerben található legkisebb energia különbséghez tartozó időskála, a rendszert jellemző állapotvektor mindvégig exponenciálisan közel marad a pillanatnyi alapállapothoz. Azonban a legkisebb energia különbség (legkisebb gap) nullához tart, ahogy a rendszer közelít a fázisátalakulási ponthoz, így a külső paraméter változása nem lesz a folyamat egész ideje alatt "elég lassú".
A kérdés, hogy milyen messze lesz a lassú dinamikával kapott állapot az alapállapottól a fázisátalakulási pont keresztezése után, intenzív vizsgálatok tárgyát képezte [40, 41, 42, 38, 32, 44]. Kibble és Zurek [40] [41] megadott egy összefüggést, amely a két állapot "távolságát" a $P(\tau) \sim$ (hibahelyek sűrűsége) $\sim \frac{1}{\xi^d} \sim \tau^{-\frac{d\nu}{\nu z+1}}$ módon jellemzi, ahol $d$ a rendszer dinamikája, $\nu$ a korrelációs hossz kritikus exponense, $z$ a dinamikai exponens. A formula eredeti indoklása heurisztikus, azóta perturbatív és numerikus módszerekkel vizsgálták az érvényességét különböző rendszerekben.
Az itt kiemelt kétféle folyamat mellett az irodalomban más nem egyensúlyi dinamikával kapcsolatos kérdéseket is vizsgáltak, ilyen például egy izolált rendszer időfejlődése időben periodikusan[45] [46], kvázi-periodikusan vagy véletlenszerűen [47] változó külső potenciálban.
A kvencs dinamikával kapcsolatban kiterjedt irodalom létezik, amelyben azonban leginkább a homogén (transzláció invariáns) rendszerek dinamikáját vizsgálták [5, 32, 33, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 37, 20]. A homogén rendszerekkel kapcsolatban az egyik legszebb eredmény a kvencs utáni dinamika kvázi-klasszikus leírása. A kvencs során a rendszer minden pontjában kvázirészecske párok keletkeznek, az egy párt alkotó részecskék impulzusa ellentétes. Ezek a részecskék a későbbiek során állandó sebességgel haladnak, a rendszert határoló felületekről visszaverődnek [38, 33, 23]. A kváziklasszikus leírás segítségével a homogén rendszerekre aszimptotikusan egzakt eredmények kaphatóak.
Az inhomogén rendszerek kvencs utáni dinamikájával kapcsolatban csak néhány speciális esetet vizsgáltak az irodalomban, például az összefonódási entrópia viselkedését rendezetlen spinláncokban[48, 49, 50], vagy a soktest-lokalizáció modelljeiben [51] [52]. Az inhomogenitás egy speciális típusa a kvázi-periodikus rend, ami a homogén és a rendezetlen rendszerek "között" helyezkedik el: bonyolultabb az előbbinél, hiszen nem transzláció invariáns, de egyszerűbb az utóbbinál, mert rendezett, determinisztikus [53, 54, 55]. A kváziperiodikus rendszerek szokatlan transzporttulajdonságokkal bírnak, bennük a hullámcsomag kiterjedése nem "ballisztikus", mint a homogén rendszerekben, hanem anomális diffúziót követ [56, 57].
A disszertáció az alábbi négy cikken alapul:

1. Iglói Ferenc, Roósz Gergő, Yu-Cheng Lin *Nonequilibrium quench dynamics in quantum quasicrystals* New J. Phys. 15, 023036 (2013)

2. Iglói Ferenc, Roósz Gergp, Loïc Turban *Evolution of the magnetization after a local quench in the critical transverse-field Ising chain* J. Stat. Mech. (2014) P03023

3. Roósz Gergő, Uma Divakaran, Heiko Rieger, Iglói Ferenc *Non-equilibrium quantum relaxation across*

*a localization-delocalization transition* Phys. Rev. B 90, 184202 (2014)

4. Roósz Gergő, Yu-Cheng Lin, Iglói Ferenc *Critical quench dynamics of random quantum spin chains: Ultra-slow relaxation from initial order and delayed ordering from initial disorder* New J. Phys. 19, 023055 (2017)

# 2. fejezet

# Módszerek

## 2.1. Általánosított lokális kvencs

Ebben a bekezdésben a [70] cikkben publikált eredményeket foglalom össze. Az irodalomban a legtöbbet vizsgált kérdéskör az un. globális kvencs: Ekkor a rendszer egy paramétere globálisan, az egész rendszerre kiterjedő homogén módon változik meg: Ilyen például egy külső mágneses tér bekapcsolása, amelynek értéke az egész rendszer területén homogén. Egy másik érdekes kérdéskör a lokális kvencsek területe, amikor a Hamilton operátor egy rácshely környezetében változik meg pillanatszerűen. Kísérletekben a lokális kvencset valósít meg például a röntgensugarak fémbeli elnyelődése [62].
Az elméleti vizsgálatok többsége kritikus egydimenziós rendszerekkel foglalkozik, amelyekre vonatkozóan a konform térelmélet segítségével egzakt eredményeket lehet megfogalmazni. A konform térelmélet a modell folytonos határesetét írja le, ahol a rendszer egy kétdimenziós $(x,t)$ téridőben él. Ebben a bekezdésben egy kritikus transzverzális terű kvantum Ising láncot vizsgálunk, amelyben egy általánosított hibahely paramétereit pillanatszerűen megváltoztatjuk. Az általánosított jelző arra vonatkozik, hogy egy csatolás és a két szomszédos mágneses tér értéke is különbözik a kritikus láncra jellemző tömbi értéktől.

Az általunk vizsgált rendszer Hamilton-operátora:

$$\mathcal{H}_i=-\frac{1}{2}\left[\sum_{n=1}^{L-1}\sigma_n^x\sigma_{n+1}^x+(J_i-1)\sigma_{L/2}^x\sigma_{L/2+1}^x+\sum_{n=1}^{L}\sigma_n^z+(h_{i1}-1)\sigma_{L/2}^z+(h_{i2}-1)\sigma_{L/2+1}^z\right], \tag{2.1}$$

ahol $\sigma_n^x$, $\sigma_n^y$, $\sigma_n^z$ a pauli mátrixok. A hibahely a lánc közepén található, és a kvencs előtt $(t<0)$ $J_1$ csatolás, attól balra $h_1 1$ mágneses tér, a $J_1$ csatolástól jobbra $h_{12}$ mágneses tér jellemzi. A kvencs utáni paraméterek $J_2$, $h_{21}$, $h_{22}$. A kvencs után a hibahelyen mért lokális mágnesezettség időbeli fejlődését vizsgáljuk. A lokális mágnesezettséget a $\sigma^x$ operátor alapállapot és első gerjesztett állapot közötti mátrixelemeként számíthatjuk [64] $m_n(t)\langle\Phi_0|\sigma_n^x(t)|\Phi_1\rangle$ egy tetszőleges rácsponton. A mágnesezettség a hibahelyen: $m_d(t)=m_{n=L/2}(t)$. A rendszer megfeleltethető egy kétdimenziós klasszikus spin modell extrém-anizotrop esete transzfermátrixának. A megfeleltetés segítségével levezethető a lokális mágnesezettség imaginárius időbeli dinamikája a termodinamikai határesetben ($L\to\infty$ határesetben). Az eredmények a következőképen foglalhatók össze: A dinamika a $\kappa_i=\frac{J_i}{h_{i1}\,h_{i2}}$ $(i=1,2)$ effektív kölcsönhatások függvénye, a mágnesezettség imaginárius időbeli változása hatványfüggvényt követ a

$$m_d(\tau)\sim\tau^{x_{12}-x_2}\,,\quad 0<\tau\ll L \tag{2.2}$$

alakban, ahol az exponensek értékei: $x_i=\frac{\sqrt{2}}{\pi}\arctan(\frac{1}{\kappa_i})$ és $x_{12}=\sqrt{x_1x_2}$. A valós idejű dinamikára ismertek az irodalomból eredmények ha $h_{11}=h_{12}=h_{21}=h_{22}=1$, és a $J_1=\infty$ (a kezdeti állapotban a hibahely spinjei rögzítettek) vagy $J_1=1$ és $J_2=0$ (egy homogén lánc szétvágása).

A rögzített spinű esetre [63] konform térelmélet segítségével meghatározták hogy a mágnesezettség relaxációja:

$$m_d^{(+)}(t)\sim t^{-2x_m}\quad 0<t\ll L\,. \tag{2.3}$$

ami numerikus szimulációkkal is tesztelve lett a transzverzális terű kvantum Ising láncban [58]. Egy nyílt láncban [58] eredményei a következő formulával összegezhetőek:

$$m_d^{(+)}(t,L)\sim\left[L\sin\left(\pi\frac{t}{L}\right)\right]^{-2x_m},\quad 0<t<L\,. \tag{2.4}$$

Abban az esetben, amikor a két félrendszer a kvencs után nincs összekapcsolva [58] numerikus eredményeit az alábbi formulával lehet összefoglalni:

$$m_d^{(fb)}(t,L)\sim L^{-1/2}\left[L\sin\left(\pi\frac{t}{L}\right)\right]^{1/4},\quad 0<t<L\,. \tag{2.5}$$

ami rövid időkre a következő alakot veszi fel:

$$m_d^{(fb)}(t) \sim m_0(L)\, t^{1/4}, \quad 0 \leq t \ll L\,, \tag{2.6}$$

ahol $m_0(L) \sim L^{-x_{ms}}$ az egyensúlyi értéke a mágnesezettségnek a kiindulási állapotban a hibahelyen. Az exponens a (2.6) egyenletben megegyezik $1/4 = 2(x_{ms}/2 - x_m)$ -vel, ahol $x_2 = x_m$ and $x_{12} = x_{ms}/2$. A rögzített spinű kezdőállapotra ( (2.4) egyenlet) ugyanez teljesül $x_{12} = 0$-el. Ha $t^2$-et helyettesítünk $\tau$ helyére az imaginárius időre vonatkozó egyenletekbe akkor a (2.2) egyenletből megkaphatjuk a valós időre vonatkozó eredményeket ((2.4) és (2.6) egyenleteket). Ezért megfogalmazhatjuk a hibahelyi mágnesezettség kvencs utáni viselkedésére (az $L \gg 1$ határesetben) az alábbi sejtést:

$$m_d(t) \sim m_0(L)\, t^{2(x_{12}-x_2)}, \quad 0 < t \ll L\,, \tag{2.7}$$

ahol $m_0(L) \sim L^{-x_1}$. Egy véges rendszerben sejtésünk szerint a mágnesezettség a következő (periodikus) módon változik a kvencs után:

$$m_d(t,L) \sim L^{-x_1} \left[ L \sin\left(\pi \frac{t}{L}\right)\right]^{2(x_{12}-x_2)}, \; 0 < t < L\,. \tag{2.8}$$

A fenti két egyenlet a fejezet fő eredménye. A sejtésként megfogalmazott formulákat numerikus szimulációval ellenőriztem.

## 2.2. A Finonacci Ising kvázikristály nem egyensúlyi dinamikája

Ebben a bekezdésben a kvantum Ising lánc egy kváziperiodikus változatának dinamikáját vizsgáljuk. A modellt definiáló Hamilton-operátor a következő:

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2}\left[\sum_i J_i \sigma_i^x \sigma_{i+1}^x + h \sum_i \sigma_i^z\right]\,, \tag{2.9}$$

( $\sigma_i^x$, $\sigma_i^z$ a Pauli mátrixok az $i$. helyen) A $J_i$ csatolások helyfüggőek, és az alábbi módon vannak paraméterezve:

$$J_i = J r^{f_i}\,, \tag{2.10}$$

itt $r > 0$ az inhomogenitás erősségét jellemzi, $r = 1$ megfelel a homogén rendszernek, minél kisebb $r$ annál erősebb az inhomogenitás. Az $f_i$ számok 0 vagy 1 értéket vehetnek fel, és kváziperiodikusan váltakoznak az un. Fibonacci sorozatnak megfelelően.

A $J$ kölcsönhatás erősség a (2.10) egyenletben $J = r^{-\rho}$, ahol

$$\rho = \lim_{L\to\infty} \frac{\sum_{i=1}^{L} f_i}{L} = 1 - \frac{1}{\omega}\,, \tag{2.11}$$

az 1 számok aránya egy nagyon hosszú (végtelen sorozatban).

A Fibonacci sorozatot a következő algebrai kifejezés definiálja:

$$f_i = 1 + \left[\frac{i}{\omega}\right] - \left[\frac{i+1}{\omega}\right]\,, \tag{2.12}$$

ahol $[x]$ az $x$ szám egészrésze, és $\omega = (\sqrt{5}+1)/2$. A fenti definícióval a modell kritikus pontja $h = 1$-ben van, $h < 1$ a ferromágneses fázis, $h > 1$ a paramágneses fázis. A Fibonacci sorozat a Harris-Luck kritérium szerint [71] irreleváns perturbáció.

A kvencset a mágneses tér hirtelen változtatásával valósítottam meg. A kvencs előtt a mágneses tér $h_0$ a kvencs után a mágnese tér értéke $h$. Vizsgáltam a lokális mágnesezettség viselkedését a határfelületektől távol, a tömbi részben, az összefonódási entrópia időbeli változását, és az un. hullámcsomag kiszélesedését. Az összefonódási entrópia definíciója a következő. A rendszer a $|\Psi\rangle$ tiszta állapotban van, amit a $\rho = |\Psi\rangle\langle\Psi|$ diadikus sűrűségmátrixszal is jellemezhetünk. A rendszert térben két részre osztjuk ($A$ és $B$). Definiáljuk a redukált sűrűség mátrixokat $\rho_A = \mathrm{Tr}_B \rho$ és $\rho_B = \mathrm{Tr}_A \rho$. Az összefonódási entrópia a redukált sűrűségmátrixok von Neumann entrópiája: $S = -\mathrm{Tr}_B \rho_B \ln \rho_B = -\mathrm{Tr}_A \rho_A \ln \rho_A$ Az összefonódási entrópia a két rész közötti összefonódást jellemzi.

Numerikus szimulációk segítségével a következő eredményekre jutottunk: A mágnesezettség kvencs utáni dinamikája nyújtott exponenciális viselkedést mutat:

$$m_\mathrm{b}(t) \sim A(t) \exp\left(-Ct^{\mu}\right)\,. \tag{2.13}$$

az $A(t)$ prefaktor egységnyi nagyságrendű. Az $A(t)$ prefaktor viselkedésében két tartományt különíthetünk el $h < h^*(r)$, akkor $A(t) > 0$ ha $h < h^*(r)$ akkor $A(t)$ oszcillál. A $h^*(r)$ dinamikai fázisátalakulási pont az $r$

paraméternek hatványfüggvénye: $h^*(r) \sim r^\omega$ ahol $\omega \approx 0.24$. A mágnesezettség akkor marad pozitív, ha a vizsgált rácshely környezete lokálisan ferromágneses, és akkor csökken oszcillálva, ha a környezet lokálisan paramágneses. Az összefonódási entrópia a kvencs után az idő hatványfüggvényeként nő:

$$\mathcal{S}(t) \sim t^\sigma \ , \tag{2.14}$$

(Az entrópiával kapcsolatos szimulációkat Dr. Prof. Yu-Cheng Lin végezte.) a $\sigma$ exponens közel megegyezik a mágnesezettségnél bevezetett $\mu$ exponenssel abban a tartományban, ahol a mágnesezettség oszcilláció nélkül tart 0-hoz. Ezt a numerikus megfigyelést kvalitatíven a kvázi-klasszikus elmélettel értelmeztem. Ha feltételezzük, hogy a kvázi-klasszikus leírás érvényes, a homogén rendszerben látott leíráshoz képest azzal a módosítással, hogy a kvázi-részecskék nem egyenletes sebességgel, hanem anomális diffúziót követve mozognak, akkor a mágnesezettség és az összefonódási entrópia kifejezéseiben természetes módon megjelenik a diffúziós exponens.

## 2.3. A Harper-modell nem egyensúlyi dinamikája

A Harper-modellt definiáló Hamilton-operátor:

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{L}(\sigma_n^x\sigma_{n+1}^x + \sigma_n^y\sigma_{n+1}^y) - \sum_{n=1}^{L} h_n\sigma_n^z \ . \tag{2.15}$$

ahol $\sigma_n^{x,y,z}$ a Pauli-mátrixok az $n$. rácshelyen és $h_n$ egy kváziperiodikus potenciál:

$$h_n = h\cos(2\pi\beta n) \ , \tag{2.16}$$

ahol $\beta = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ az aranymetszés inverze. A Harper-modell lokalizációs fázisátalakulást mutat[59], $|h| < 1$-re a modell saját állapotai kiterjedtek, a spektrum abszolút folytonos, $|h| > 1$-re a saját állapotok lokalizáltak, a modell pontspektrummal bír. A kritikus pontban ($|h| = 1$) a modell spektruma fraktál-szerű, szinguláris-folytonos [61]. A kvenccsel kapcsolatos numerikus eredményeket aszerint írom le, hogy a kvencs utáni mágneses tér ($h$) melyik fázisban van.
Ha a kvencs a kiterjedt fázisban végződött, a Harper-modell dinamikája a homogén rendszerekére emlékeztet: A lokális mágnesezettség exponenciálisan csökken, az összefonódási entrópia az idővel lineárisan nő, a hullámcsomag ballisztikusan szélesedik. Ha a kvencs a lokalizált fázisban végződik, a lokális mágnesezettség és az entrópia is véges értékű marad. Ha a kvencs a kritikus pontban végződik, a lokális mágnesezettség nyújtott exponenciális viselkedést mutat $m_{\mathrm{b}}(t) \sim A(t)\exp\left(-Ct^\mu\right)$ ahol $\mu \approx 0.43(5)$, az entrópia $S(t) \sim t\sigma$ viselkedést mutat, ahol $\sigma \approx 0.47(5)$. Mind a $\sigma$ mind a $\nu$ exponens közel esik a hullámcsomag kiszélesedésére meghatározott 0.477 értékhez, a kvázi-klasszikus leírással összhangban.

## 2.4. Közel adiabatikus dinamika a Harper modellben

Ebben a bekezdésben a Harper-modell közel adiabatikus dinamikájával kapcsolatos eredményeket összegzem. Az adiabatikus dinamikával kapcsolatban kétféle "protokollt" használtam: Az első során a $h$ mágneses tér értéke $-\infty$-ből indul, és $h = t/\tau$ módon növekszik $\infty$ értékig. A második protokoll során a mágneses tér szintén $-\infty$-ből indul, és $h = t/\tau$ módon növekszik, de csak $h = 0$-ig. Az első protokoll során a fázisátalakulási pontot kétszer keresztezzük, a második protokoll során egyszer.
A fázisátalakulási pontokon való áthaladás során a rendszerben gerjesztések keletkeznek. Annak valószínűségére, hogy a rendszer gerjesztett állapotban lesz, a hagyományos Kibble-Zurek skálázás $P \sim 1/\tau^{1/2}$-et jósol [40]. A numerikus adataim $P \sim 1/\tau^{0.45}$-el kompatibilisek. A Kibble-Zurek skálázás egy módosított formáját alkottam meg, ami jól illeszkedik a numerikus eredményeimhez.

## 2.5. A rendezetlen kvantumos Ising modell nem egyensúlyi dinamikája

Ebben a bekezdésben a mágnesezettség kvencs utáni dinamikáját vizsgáljuk a rendezetlen Ising láncban. Az összefonódási entrópia kvencs utáni dinamikájával kapcsolatban részletes vizsgálatokat olvashatunk az irodalomban [48, 49, 50, 51, 66]. A rendezetlen kritikus Ising láncban a dinamikus összefonódási entrópia az idő második logaritmusával arányosan, rendkívül lassan növekszik[49]:

$$\mathcal{S}(t) \sim a\ln\ln t \,, \tag{2.17}$$

és hosszú idő eltelte után szaturálódik egy aszimptotikus értékhez:

$$\mathcal{S}(\ell) \sim b\ln\ell \,, \tag{2.18}$$

ahol $\ell$ a blokkméret a kétfelé vágott rendszerben, amit a teljes $L$ hosszal arányosnak választottak a vizsgálatokban [49, 66]. Ezek az összefüggések értelmezhetőek az erős rendezetlenség renormálási csoport (strong disorder renormalization-group, SDRG) segítségével [60] Az erős rendezetlenség renormálási csoport (SDRG), ami eredetileg az alapállapot tulajdonságainak leírására lett megalkotva, a közelmúltban megjelent munkákban [67, 68, 69] általánosítva lett a gerjesztett állapotokra is, erre az általánosított verzióra gyakran hivatkoznak RSRG-X -ként [67].

Az RSRG-X módszer jóslata a (2.17) és (2.18) egyenletekben szereplő prefaktorok arányáról $b/a = \psi_{\rm ne}$, ahol $\psi_{\rm ne} = 1/2$. A nem egyensúlyi folyamatban a hossz és időskála összefüggése:

$$\ln t \sim L^{\psi_{\rm ne}} \; . \tag{2.19}$$

Az általam vizsgált modlet definiáló Hamilton-operátor:

$$\mathcal{H} = -\sum_{i=1}^{L-1} J_i \sigma_i^x \sigma_{i+1}^x - \sum_{i=1}^{L} h_i \sigma_i^z \; , \tag{2.20}$$

ahol $J_i$ a $[0,1]$ intervallumból kerül kiválasztásra egyenletes eloszlás szerint; $h_i$ a $[0,h]$ intervallumból kerül kiválasztásra egyenletes eloszlás szerint.

A vizsgálatok során kétféle kezdőállapotot használtam. Az egyik a teljesen ferromágneses állapot, ami a $h \to 0$ határesetnek felel meg, a másik a teljesen paramágneses állapot, ami a az összes csatolás kikapcsolásának felel meg $J_i = 0$. Ha a kvencs a teljesen ferromágneses ($h = 0$) állapotból indult a ferromágneses fázis "belsejébe" ($0 < h < 1$) vezetett, a mágnesezettség véges maradt a hosszú idők határesetében.

Ha a kvencs előtt a rendszer a teljesen paramágneses állapotban volt és a kritikus pontba vittük a kvenccsel, akkor a mágnesezettség egy gyors *növekedés* után ért el egy állandósult értéket. Az állandósult érték a rendszermérettől a $[m_p]_{av}(L) \sim L^{-b'}$, $\quad b' = 1.4$ módon függ.

Ha a kvencs a teljesen ferromágneses állapotból indult, és a kvencs utáni Hamilton operátor kritikus volt, a mágnesezettség egy nagyon lassú relaxációt mutatott:

$$m(t) \sim (\log(t))^{-a} \; , \tag{2.21}$$

ahol $a \approx 0.14$. A csökkenő tartomány után a mágnesezettség egy állandósut értéket vett fel, aminek a véges méret függése:

$$m_p(L) \sim L^{-b} \; , \tag{2.22}$$

ahol $b \approx 0.068(5)$. A két exponens aránya $b/a = 0.48(5) \approx 1/2$ összhangban az RSRG-X eredményekkel.

# 3. fejezet

# Tézispontok

A disszertációmban egydimenziós inhomogén kvantum rendszerek nem egyensúlyi dinamikáját vizsgáltam szabad fermionos módszerek segítségével. Különböző típusú inhomogenitásokat vizsgáltam (lokális hibahely, kétféle kváziperiodikus rendszer, rendezetlen rendszer.) Az elért eredmények a következőek:

1. Általánosított lokális kvencs.Az általánosított arra vonatkozik, hogy nem csak egy csatolás, hanem a csatolással szomszédos mágnese terek is megváltoznak a kvencs időpontjában. Precíz numerikus szimulációk segítségével ellenőriztem a lokális mágnesezettség kvencs utáni dinamikájára vonatkozó sejtést. A mágnesezettség kvencs utáni viselkedése a következő:
   A dinamika a $\kappa_i$ kvencs paraméter függvénye, ami a hibahelyet jellemző csatolás és mágneses terek kombinációja: $\kappa_i = \frac{J_i}{h_{1i}h_{2i}}$. A $\kappa_1$ paraméter a kvencs előtti, a $\kappa_2$ paraméter a kvencs utáni rendszerre vonatkozik. A mágnesezettség időfejlődése egy véges, $L$ spinből álló rendszerben:

   $$m_d(t,L) \sim L^{-x_1}\left[L\sin\left(\pi\frac{t}{L}\right)\right]^{2(x_{12}-x_2)},\ 0<t<L\,.$$

   ahol az exponensek $x_i = \frac{\sqrt{2}}{\pi}\arctan(\frac{1}{\kappa_i})$ és $x_{12} = \sqrt{x_1 x_2}$.
   A numerikus adataim precízen illeszkednek az analitikus formulákra.

   A tézispontban kimondott eredmények az alábbi cikkben jelentek meg:
   Iglói Ferenc, Roósz Gergp, Loïc Turban *Evolution of the magnetization after a local quench in the critical transverse-field Ising chain* J. Stat. Mech. (2014) P03023

2. Fibonacci Ising kvázi kristályban a mágnesezettség, az összefonódási entrópia és a propagátor kvencs utáni dinamikáját vizsgáltam. A lokális mágnesezettség a kvencs után nyújtott exponenciális függvény szerint csökken:

   $$m_{\rm b}(t) \sim A(t)\exp\left(-Ct^{\mu}\right)\ .$$

   Itt $A(t)$ egy $O(1)$ nagyságrendű prefaktor. Az $A(t)$ prefaktoral kapcsolatban egy dinamikai fázisátalakulást találtam. Van egy kritikus mágneses tér érték $h^*$, ha a kvencs utáni mágneses tér kisebb mint $h^*$ az $A(t)$ prefaktor pozitív minden $t$-re, ha nagyobb akkor oszcillálva pozitív és negatív értékeket is felvesz. A homogén rendszerben ez a fázishatár egybeesik a (statikus) kritikus ponttal. Az inhomogén rendszerben $h^*$ a ferromágneses fázisban van, és folytonos függvénye az inhomogenitás erősségének. Az összefonódási entrópia a kvencs után kezdetben hatványfüggvény módon növekszik $S \sim t^{\sigma}$, majd (véges rendszerben) beáll egy aszimptotikus értékre, ami a rendszerméret függvénye. A propagátorból készített "hullámcsomag" kezdetben szintén hatványfüggvény módon szélesedik,$d(t) \sim t^D$. A három exponens ($\mu$, $\sigma$, $D$) numerikusan megállapított értéke (a számítások pontosságát figyelembe véve) megegyezik abban a tartományban, ahol a mágnesezettség előjel nélkül csökken. Ezt az egyezést kvázi-klasszikus leírás segítségével értelmeztem.

   A tézispontban kimondott eredmények az alábbi cikkben jelentek meg:
   Iglói Ferenc, Roósz Gergő, Yu-Cheng Lin *Nonequilibrium quench dynamics in quantum quasicrystals* New J. Phys. 15, 023036 (2013)

3. Vizsgáltam a Harper-modell kvencs utáni dinamikáját. Ebben a modellben lokalizáció-delokalizáció átalakulás figyelhető meg. Numerikus számolással követtem az összefonódási entrópia és a lokális mágnesezettség dinamikáját. Ha a kvencs utáni Hamilton-operátor a delokalizált fázisban van, a dinamika hasonló egy homogén rendszer dinamikájához: A mágnesezettség exponenciálisan csökken, az összefonódási entrópia lineárisan nő az idővel. Ha a kvencs a lokalizált fázisban végződik, a mágnesezettség és az entrópia is véges marad.

Ha kvencs a kritikus pontban végződik, a mágnesezettség nyújtott exponenciális függvény szerint csökken: $m_{\mathrm{b}}(t) \sim A(t) \exp\left(-Ct^{\mu}\right)$, és az entrópia hatványfüggvényként nő $S \sim t^{\sigma}$. A hullámcsomag szélessége szintén hatványfüggvény szerint növekszik $d(t) \sim t^{0.477}$, összhangban az irodalomban fellelhető eredményekkel [59]. A $\mu$ és $\sigma$ exponensek értéke közel esik a hullámcsomag exponenséhez, amit a kvázi-klasszikus kép segítségével értelmeztem

A tézispontban kimondott eredmények az alábbi cikkben jelentek meg:
Roósz Gergő, Uma Divakaran, Heiko Rieger, Iglói Ferenc *Non-equilibrium quantum relaxation across a localization-delocalization transition* Phys. Rev. B 90, 184202 (2014)

4. Vizsgáltam egy közel adiabatikus folyamatot a Harper-modellben. A folyamat során a rendszert lassan visszük át a lokalizációs-delokalizációs kritikus ponton, a mágneses tér időfüggése $h(t) = t/\tau$ ahol $\tau \gg 1$ a folyamat sebessége. Azt vizsgáltam, a rendszer milyen közel lesz a pillanatnyi Hamilton-operátor alapállapotához a kritikus ponton való áthaladás után- A Kibble-Zurek skálázás jóslata az, hogy pillanatnyi Hamilton-operátor alapállapotától vett távolság $P \sim 1/\tau^{\kappa}$ módon függ a folyamat sebességétől, ahol $\kappa = 1/2$. A numerikus adataim $\kappa \approx 0.45$-el kompatibilisek. Megadtam a Kibble-Zurek skálázás a Harper-modellre vonatkozó, speciálisan módosított változatát, ami jól illeszkedik a numerikus adatokhoz is.

   A tézispontban kimondott eredmények az alábbi cikkben jelentek meg:
   Roósz Gergő, Uma Divakaran, Heiko Rieger, Iglói Ferenc *Non-equilibrium quantum relaxation across a localization-delocalization transition* Phys. Rev. B 90, 184202 (2014)

5. Vizsgáltam a rendezetlen egydimenziós kvantum Ising lánc globális kvencs utáni dinamikáját. A transzverzális tér a kvencs előtti $h_0$ értékről hirtelen $h$-ra változik. Kétféle kezdőállapotot vizsgáltam, a ferromágneses kezdőállapotban mindegyik spin az X irányba mutat (ami a kölcsönhatás iránya), a paramágneses kezdőállapotban mindegyik spin a Z irányba (a transzverzális tér irányába) mutat. A két kezdőállapot segítségével háromféle kvencset vizsgáltam: A ferromágneses ($h_0 = 0$) állapotból a ferromágneses fázis belsejébe ($0 < h < 1$), a ferromágneses kezdőállapotból a ($h = 1$) kritikus pontba, illetve a paramágneses kezdőállapotból a kritikus pontba vittem a rendszert a kvencs során. Ha a ferromágneses kezdőállapotból a ferromágneses fázis belsejébe vezetett a kvencs, a mágnesezettség konstans maradt az $L \to \infty$, $t \to \infty$ határesetben is.
   Ha a paramágneses állapotból a kritikus pontba vezetett a kvencs, akkor egy véges rendszerben a mágnesezettség átlagértéke növekedett, majd egy aszimptotikus ($t \to \infty$) értékre állt be. A homogén és kvázi-periodikus rendszerekben minden kvencs után csökkent a mágnesezettség értéke, a növekedés ennek a speciális kvencsnek a sajátossága. Az aszimptotikus ($t \to \infty$) mágnesezettség érték a rendszermérettől hatványfüggvény módon függ: $[m_p]_{av}(L) \sim L^{-b'}, \quad b' = 1.4$.
   Ha a kvencs a ferromágneses állapotból indul, és a kritikus pontban végződik, a mágnesezettség átlaga rendkívül lassan csökken:
   $$m(t) \sim (\log(t))^{-a}$$
   ahol $a \approx 0.14$. A csökkenő tartomány után a mágnesezettség egy állandósut értéket vett fel, aminek a véges méret függése:
   $$m_p(L) \sim L^{-b} \; , \tag{3.1}$$
   ahol $b \approx 0.068(5)$. A két exponens aránya $b/a = 0.48(5) \approx 1/2$ összhangban az RSRG-X eredményekkel.

   A tézispontban kimondott eredmények az alábbi cikkben jelentek meg:
   Roósz Gergő, Yu-Cheng Lin, Iglói Ferenc *Critical quench dynamics of random quantum spin chains: Ultra-slow relaxation from initial order and delayed ordering from initial disorder* New J. Phys. 19, 023055 (2017)

# Irodalomjegyzék


[1] I. Bloch, J. Dalibard and W. Zwerger *Rev. Mod. Phys.***80** 885 (2008)

[2] S. Trotzky, Y.-A. Chen, A. Flesch, I.P. McCulloch, U. Schollwöck, J. Eisert, and I. Bloch Nature Phys. **8** 325 (2012)

[3] M. Cheneau, P. Barmettler, D. Poletti, M. Endres, P. Schauss, T. Fukuhara, C. Gross, I. Bloch, C. Kollath, and S. Kuhr Nature **481**, 484 (2012)

[4] M. Gring, M. Kuhnert, T. Langen, T. Kitagawa, B. Rauer, M. Schreitl, I. Mazets, D.A. Smith, E. Demler and J. Schmiedmayer Science **337** 1318 (2012)

[5] A. Polkovnikov, K. Sengupta, A. Silva and M. Vengalattore *Rev. Mod. Phys.***83** 863 (2011)

[6] Iglói F and Rieger H, 2000 *Phys. Rev. Lett.***85** 3233

[7] M.A. Cazalilla, *Phys. Rev. Lett.***97** 156403 (2006)
A. Iucci and M.A. Cazalilla , *Phys. Rev. A* **80** 063619 (2009)
A. Iucci and M.A: Cazalilla , *New J. Phys.* **12** 055019 (2010)

[8] S.R. Manmana, S. Wessel, R.M. Noack and A. Muramatsu *Phys. Rev. Lett.***98** 210405 (2007)

[9] M. Cramer, C. M. Dawson, J. Eisert and T. J. Osborne *Phys. Rev. Lett.***100** 030602 (2008)
M. Cramer and J. Eisert, 2010 *New J. Phys.* **12** 055020
M. Cramer, A. Flesch, I. P. McCulloch, U. Schollwöck and J. Eisert *Phys. Rev. Lett.***101** 063001 (2008)
A. Flesch, M. Cramer, I.P. McCulloch, U. Schollwöck and J. Eisert *Phys. Rev. A* **78** 033608 (2008)

[10] T. Barthel and U. Schollwöck *Phys. Rev. Lett.***100** 100601 (2008)

[11] M. Kollar and M. Eckstein *Phys. Rev. A* **78** 013626 (2008)

[12] S. Sotiriadis, P. Calabrese and J. Cardy *Europhys. Lett.* **87** 20002 (2009)

[13] G. Roux *Phys. Rev. A* **79** 021608 (2009)
G. Roux *Phys. Rev. A* **81** 053604 (2010)

[14] S. Sotiriadis, D. Fioretto and G. Mussardo *J. Stat. Mech.* P02017 (2012)
D. Fioretto and G. Mussardo *New J. Phys.* **12** 055015 (2010)
G. P. Brandino, A. De Luca, R. M. Konik and G. Mussardo *Phys. Rev. B* **85** 214435 (2012)

[15] M. Rigol and M. Fitzpatrick *Phys. Rev. A* **84** 033640 (2011)

[16] T. Caneva, E. Canovi, D. Rossini, G. E. Santoro and A. Silva *J. Stat. Mech.* P07015 (2011)

[17] M. A. Cazalilla, A. Iucci and M. C. Chung *Phys. Rev. E* **85** 011133 (2012)

[18] M. Rigol and M. Srednicki *Phys. Rev. Lett.***108** 110601 (2012)

[19] P. Grisins and I.E. Mazets *Phys. Rev. A* **84** 053635 (2011)

[20] E. Canovi, D. Rossini, R. Fazio, G. E. Santoro and A. Silva *Phys. Rev. B* **83** 094431 (2011)

[21] A. Silva *Phys. Rev. Lett.***101** 120603 (2008)
A. Gambassi and A. Silva arXiv:1106.2671 (2011)

[22] F. Iglói and H. Rieger *Phys. Rev. Lett.***106** 035701 (2011)

[23] H. Rieger and F. Iglói *Phys. Rev. B* **84** 165117 (2011)

[24] P. Calabrese, F.H.L. Essler and M. Fagotti *J. Stat. Mech.* P07016 (2012)
P. Calabrese, F.H.L. Essler and M. Fagotti *J. Stat. Mech.* P07022 (2012)

[25] B. Blaß , H. Rieger and F. Iglói *Europhys. Lett.* **99** 30004 (2012)

[26] F.H.L. Essler, S. Evangelisti, M. Fagotti *Phys. Rev. Lett.***109** 247206 (2012)

[27] S. Evangelisti *J. Stat. Mech.* P04003 (2013)

[28] M. Fagotti *Phys. Rev. B* **87** 165106 (2013)

[29] B. Pozsgay *J. Stat. Mech.* P07003 (2013)
B. Pozsgay *J. Stat. Mech.* P10028 (2013)

[30] M. Fagotti, F.H.L. Essler *J. Stat. Mech.* P07012 (2013)

[31] M. Collura, S. Sotiriadis and P. Calabrese *J. Stat. Mech.* P09025 (2013)

[32] P. Calabrese and J. Cardy *Phys. Rev. Lett.***96** 136801 (2006)

[33] P. Calabrese and J. Cardy *J. Stat. Mech.* P06008 (2007)

[34] L. Bucciantini, M. Kormos, P. Calabrese, J. Phys. A: Math. Theor. **47** 175002 (2014).

[35] M. Fagotti, M. Collura, F. H.L. Essler, P. Calabrese, Phys. Rev. B **89**, 125101 (2014).

[36] J. Cardy Phys. Rev. Lett. **112**, 220401 (2014)

[37] L.F. Santos, A. Polkovnikov and M. Rigol *Phys. Rev. Lett.***107** 040601 (2011)

[38] P. Calabrese and J. Cardy *J. Stat. Mech.* P04010 (2005)

[39] M. Fagotti and P. Calabrese *Phys. Rev. A* **78** 010306 (2008)

[40] T. W. B. Kibble, J. Phys. A **9**, 1387 (1976), and Phys. Rep. **67**, 183 (1980);
W. H. Zurek, Nature (London) **317**, 505 (1985), and Phys. Rep. **276**, 177 (1996).

[41] W. H. Zurek, U. Dorner, and P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **95**, 105701 (2005)
J. Dziarmaga, Phys. Rev. Lett. **95**, 245701 (2005)
B. Damski, Phys. Rev. Lett. **95**, 035701 (2005)

[42] A. Polkovnikov, Phys. Rev. B **72**, 161201(R) (2005)
A. Polkovnikov and V. Gritsev, Nature Phys. **4**, 477 (2008)

[43] R. W. Cherng and L. S. Levitov, Phys. Rev. A **73**, 043614 (2006)

[44] V. Mukherjee, U. Divakaran, A. Dutta, and D. Sen, Phys. Rev. B **76**, 174303 (2007)
U. Divakaran, A. Dutta, and D. Sen, Phys. Rev. B **78**, 144301 (2008)
S. Deng, G. Ortiz, and L. Viola, EPL **84**, 67008 (2008)
U. Divakaran, V. Mukherjee, A. Dutta, and D. Sen, J. Stat. Mech: Theory Exp. P02007 (2009)
V. Mukherjee and A. Dutta, EPL **92**, 37004 (2010)

[45] P. Bordia *et al.* Nature Physics doi:10.1038/nphys4020 (2017)

[46] L. D'Alessio, M. Rigol Phys. Rev. X **4** , 041048

[47] G. Roósz, R. Juhász, F. Iglói Phys. Rev. B **93**, 134305 (2016)

[48] G. De Chiara, S. Montangero, P. Calabrese, R. Fazio J. Stat. Mech., L03001 (2006)

[49] F. Iglói, Zs. Szatmári and Y.-C. Lin *Phys. Rev. B* **85** 094417 (2012)

[50] G.C. Levine, M.J. Bantegui and J.A. Burg *Phys. Rev. B* **86** 174202 (2012)

[51] J. H. Bardarson, F. Pollmann, and J. E. Moore Phys. Rev. Lett. **109**, 017202 (2012)

[52] R. Vosk and E. Altman *Phys. Rev. Lett.***110** 067204 (2013)

[53] D. Shechtman, I. Blech, D. Gratias and J.W.Cahn Phys. Rev. Lett. **53** 1951 (1984)

[54] J.-M. Dubois *Useful Quasicrystals* (World Scientific, Singapore London) (2005)

[55] R. Penrose Bull. Inst. Math. Appl. **10** 266 (1974)

[56] Z. M. Stadnik *Physical Properties of Quasicrystals* (Springer, Berlin Heidelberg New York) (1999)

[57] S. Roche, T. de Laissardiére G and Mayou D J. Math. Phys. **38** 1794 (1997)
D. Mayou, C. Berger, F. Cyrot-Lackmann, T. Klein and P. Lanco Phys. Rev. Lett. **70** 3915 (1993)

[58] U. Divakaran, F. Iglói and H. Rieger *J. Stat. Mech.* P10027 (2011)

[59] M. Wilkinson and J. Austin, Phys. Rev. B **50**, 1420 (1994)

[60] F. Iglói and C. Monthus *Physics Reports* **412** 277 (2005)

[61] A. Sütő, Beyond Quasicrystals, ed F. Axel and D. Gratias (Springer-Verlag & Les Editions de Physique) p. 481 (1995)

[62] G. D. Mahan *Many-Particle Physics* (New-York: Plenum) (1990)

[63] P. Calabrese and J. Cardy *J. Stat. Mech.* P10004 (2007)

[64] C.N. Yang *Phys. Rev.***85** 808 (1952)

[65] F. Iglói, G. Roósz, Y.-C. Lin, New J. Phys. **15**, 023036 (2013)

[66] Y. Zhao, F. Andraschko and J. Sirker Phys. Rev. B **93** 205146 (2016)

[67] D. Pekker, G. Refael, E. Altman, E. Demler and V. Oganesyan Phys. Rev. X **4** 011052 (2014)

[68] R. Vosk and E. Altman Phys. Rev. Lett. **110** 067204 (2013)

[69] R. Vosk and E. Altman Phys. Rev. Lett. **112** 217204 (2014)

[70] F. Iglói, G. Roósz, L. Turban J. Stat. Mech. P03023 (2014)

[71] A. B. Harris J. Phys. C **7**, 1671 (1974)
J. M. Luck, Europhys. Lett. **24**, 359 (1993)