SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM

TERMÉSZETTUDOMÁNYI ÉS INFORMATIKAI KAR

ELMÉLETI FIZIKAI TANSZÉK

FIZIKA DOKTORI ISKOLA

Gravitációs lencsézés alternatív gravitációelméletekben

Ph.D. értekezés tézisei

Szerző:

Horváth Zsolt

Témavezető:

Dr. Gergely Árpád László

egyetemi docens

SZEGED

2013

1. Bevezetés

Az általános relativitáselmélet szerint az energia-impulzus görbíti a téridőt és a fény pályája ennek megfelelően elhajlik. Ezt veszi figyelembe a gravitációs lencsézés, mely a gravitációs mező tulajdonságainak vizsgálatában hasznos eszköznek bizonyult. Kezdetben a megfigyeléseket az elmélet jóslatainak igazolására használták. Az utóbbi években a világegyetem nagy léptékű szerkezetének tanulmányozására alkalmazzák, feltérképezve a sötét anyag eloszlását.

A fény terjedése a görbült téridőben megfigyelhető jelenségeket okoz. Ezek mérhetők a jelenlegi távcsövekkel. A legfontosabb a többszörös képek keletkezése és azok szögtávolságai. A lencsézés a képek fényességeiben változást okoz. Ha a forrás vagy a lencse időfüggő, akkor a fényjelek érkezési idejében történő változások mérhetők. A kiterjedt források képének alakja és orientációja eltér a forrásétól.

Ha a forrásból kiinduló fénysugarak közül egy vagy több eléri a megfigyelőt, akkor ezt a tényt valamilyen lencseegyenlet fejezi ki. Az általános relativitáselmélet szerint a fény null geodetikusokon terjed. Gyenge tér közelítésben a geodetikusok nulladrendben egyenesek, ezért használunk egyeneseket a fénypályák leírására. Ez a közelítő leírás szakaszok és euklideszi trigonometria alkalmazásából áll. A lencse környezetében meggörbült fénysugarat két szakasszal helyettesítjük, amelyek a lencse közelében kapcsolódnak össze. A fény irányváltását a fényelhajlási szög jellemzi, amely a lencse tömegeloszlásától és a fény ütközési paraméterétől függ.

A gyenge lencsézés során a kis szög közelítés teljesül a forrás és a képek helyzetére, továbbá az elhajlási szögre. Az erős lencsézés során az elhajlási szög közel van π egész számú többszöröséhez. Ez általában páros többszörös, ekkor relativisztikus lencsézésről beszélünk. A keletkező képeket relativisztikus vagy magasabbrendű képeknek nevezzük.

Ha a lencse pontszerű, akkor a lencsézés geometriája tengelyszimmetrikussá válik [9]. Erre az esetre többféle lencseegyenlet vezettek le [10]. Különösen gyakori az irodalomban a Virbhadra-Ellis egyenletet [11] alkalmazása.

Ha a lencse egy Schwarzschild fekete lyuk, akkor két kép keletkezik (ill. egy Einstein gyűrű, ha a forrás, a lencse és a megfigyelő kollineáris). Az értekezésben fontos szerepet játszik a következő, klasszikus eredmény: a Schwarzschild téridőben, ha a képek távolsága meghaladja az Einstein szög kb. 2.5-szörösét, akkor a fluxusok aránya hatványtörvénynek engedelmeskedik [9].

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} \propto \left(\frac{\Delta\theta}{\theta_E}\right)^{\kappa} . \tag{1.1}$$

A kitevő értéke $\kappa_{Sch} = 6.22 \pm 0.15$. Általában a lencsét nem látjuk, így a látszó szögek nem mérhetők külön-külön. A forrás fényességét sem ismerjük, így a nagyítások sem mérhetők külön-külön. A képek szögtávolságát azonban mérni tudjuk, ezért a nagyítások aránya és a képek szögtávolsága függvényszerű kapcsolatba hozható, amit az (1.1) törvénnyel össze tudunk vetni. Ez lehetővé teszi, hogy megállapítsuk, hogy a lencse Schwarzschild fekete lyuk-e.

Az értekezésben gravitációs lencsézést vizsgálok három kiválasztott alternatív gravitációelméletben. A gravitációs lencsézés alkalmazható annak meghatározására, hogy a különböző gravitációelméletek közül melyik a helyes. A megfigyelésekben ugyanis nem csak ismeretlen anyagfajták gravitációs hatása tükröződik, hanem megjelenik bennük a gravitációs dinamika eltérése is az általános relativitáselmélettől. A megfigyelések magyarázatához az Einstein egyenlet módosítandó. Ez vagy nem-sztenderd anyagnak az energia-impulzus tenzorhoz adását vagy a gravitációs dinamika lecserélését jelenti. Mindhárom vizsgált elméletben vezettek le $ds^2 = g_{tt}(r)\,dt^2 + g_{rr}(r)dr^2 + r^2\left(d\Theta^2 + \sin^2\Theta d\varphi^2\right)$ alakú gömbszimmetrikus fekete lyuk megoldásokat.

A brán világ elméletekben a standard modellből ismert anyag egy 3+1 dimenziós hiperfelületre (brán) korlátozódik, és a gravitáció egy nagyobb dimenziós téridőben hat [12]. A bránon az Einstein egyenlet helyett az ún. effektív Einstein egyenlet [13] érvényes, melynek vannak fekete lyuk megoldásai is. Az árapálytöltésű fekete lyuk sztatikus, gömbszimmetrikus, vákuum megoldás [14]:

$$g_{tt}(r) = -\frac{1}{g_{rr}(r)} = -1 + \frac{2m}{r} - \frac{q}{r^2} \ . \tag{1.2}$$

Két paraméter jellemzi, az m tömeg és a q árapálytöltés. Az árapálytöltés annak az 5 dimenziós téridőnek a Weyl görbületéből származik, amelybe a brán be van ágyazva. Bár az árapálytöltés hasonló szerepet játszik mint az általános relativitáselméletben a Reissner-Nordström fekete lyuk elektromos töltésének négyzete, a negatív árapálytöltésnek nincs klasszikus megfelelője.

A Hořava-Lifshitz elmélet olyan térelméletek családja, amelyekben a téridőn egy kitüntetett fóliázást választunk, ezzel sértve a Lorentz invarianciát [15]. Az Einstein–Hilbert hatást felbontjuk a $\mathcal{T} = K^{ij}K_{ij} - (\xi - 1)\, K^2$ kinetikus tag és egy potenciális tag összegére, majd ezekhez az összetevőkhöz külön-külön hozzáadunk extra tagokat [16]. Olyan térelméletet kapunk, ami gravitációelméletként értelmezhető. A $\xi \to 1$ határesetben az általános relativitáselmélet adódik. A hatásból levezethető egy 0 spinű mező megjelenése a dinamikában, amelyet skaláris graviton módusnak neveznek.

Az alkalmazások közé tartozik a kozmológia, a sötét anyag, a sötét energia és a gömbszimmetrikus téridők tanulmányozása. Az elméletnek sok változata van. A jelenlegi megfigyelési adatokkal az infravörös-módosított Hořava-Lifshitz elmélet konzisztens [17]. Az alábbi sztatikus, gömbszimmetrikus, vákuum téridőt vezették le a [18] cikkben:

$$g_{tt}(r) = -\frac{1}{g_{rr}(r)} = -1 - \omega r^2 \left[1 - \left(1 + \frac{4m}{\omega r^3} \right)^{1/2} \right] . \tag{1.3}$$

ω a Hořava-Lifshitz paraméter és m a fekete lyuk tömege. Az $\omega \to \infty$ határeset a Schwarzschild metrika, a $\omega \to 0$ határeset pedig a sík téridő.

Az $f(R)$ gravitációelméletekben az Einstein egyenlet geometriai oldalát módosítják ahelyett, hogy egzotikus energia-impulzus tenzorokkal dolgoznának [19]-[20]. (Ahhoz, hogy a megfigyeléseket az általános relativitáselmélet keretein belül értelmezzék, bevezették a sötét anyagot és a sötét energiát.) Az Einstein-Hilbert hatást kicseréljük a Ricci skalár valamilyen függvényére. A hatásból származó téregyenleteket az alábbi alakba lehet átírni:

$$R_{\mu\nu} - \frac{R}{2}\, g_{\mu\nu} = \frac{1}{f'(R)} \left\{ \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \left[f(R) - R f'(R) \right] + \nabla_v \nabla_\mu f'(R) - g_{\mu\nu} g^{cd} \nabla_c \nabla_d f'(R) \right\} + \frac{T^{(m)}_{\mu\nu}}{f'(R)}. \tag{1.4}$$

Az (1.4) egyenlet első tagja egy geometriai eredetű effektív energia-impulzusként értelmezhető. Ha $f(R) \propto R^n$ alakú, akkor az így adódó speciális elméletet R^n elméletnek nevezzük. Ebben az elméletben a téregyenletek sztatikus, gömbszimmetrikus, vákuum megoldása [21]

$$\begin{aligned} g_{tt}(r) &= -\frac{1}{g_{rr}(r)} = -1 - \frac{2\Phi(r)}{c^2}\ , \\ \Phi\left(r; \sigma, r_c\right) &= -\frac{Gm}{2r} \left[1 + \left(\frac{r}{r_c} \right)^{\sigma} \right]\ . \end{aligned} \tag{1.5}$$

$\Phi(r)$ a gravitációs potenciál az m tömegű ponttól r távolságban. σ a gravitáció erősségét jellemző paraméter és r_c egy karakterisztikus sugár. A pontszerű tömeg potenciáljának módosulása megjelenik a galaktikus dinamikában. Az effektív energia-impulzus tenzor egy anizotróp görbületi folyadékot ír le, amely sérti a szokásos energiafeltételeket.

2. Új tudományos eredmények

1. Trigonometriai megfontolásokkal levezettem egy új lencseegyenletet [1], amely pontszerű ill. gömbszimmetrikus lencsékre érvényes. Az egyenlet levezetése során a szögfüggvényeket nem fejtettem sorba, ebben az értelemben ez egy egzakt lencseegyenlet. Az egyenlet pontosabb a Virbhadra-Ellis egyenletnél. Ugyanakkor megfelelő határesetben a Virbhadra-Ellis egyenletre egyszerűsödik. A megoldásokat illetően jelentős eltérés akkor várható, ha a forrás és a megfigyelő aszimmetrikusan helyezkedik el a lencséhez képest.

Az új lencseegyenletből kiindulva a tömeggel és az árapálytöltéssel arányos kis paraméterekben, majd a forrás és a képek helyzetét jellemző kis szögekben sorfejtéseket végeztem. Ezáltal algebrai lencseegyenleteket kaptam [1]. A cikkben tárgyalt esetek közül az árapálytöltés dominált lencsézés esetében az új és a Virbhadra-Ellis lencseegyenlet jóslatai különböznek. Ennek oka, hogy a magasabb rendű tagok közül néhányat nem ad, vagy más együtthatóval ad a Virbhadra-Ellis egyenlet.

Elemeztem, hogy hogyan módosul a képek távolsága és a fluxusok aránya a Schwarzschild lencsézéshez képest, azoknak a perturbációknak a hatására, amelyek a fényelhajlási szög másodrendű tömeg- és első rendű árapálytöltés járulékából származnak. A legfeltűnőbb módosulás a fluxusok arányában jelenik meg, ezt a [1] cikk 3. ábrája mutatja be. A $q - 5m^2$ mennyiség előjelétől függően a fluxusok aránya nagyobb vagy kisebb, mint a Schwarzschild esetben.

A tömeg dominált gyenge lencsézés esetében a képek helyzete hasonló [1], mint a Reissner-Nordström fekete lyuk lencsézésekor [22]. Az árapálytöltés dominált lencsézés esetében a pozitív árapálytöltésű lencse hatása a negatív tömegű Schwarzschild lencse lencsézési tulajdonságaira [23] hasonlít [1]. A negatív árapálytöltés dominált esetben, a pozitív tömegű Schwarzschild lencse esetéhez hasonlóan, egy pozitív és egy negatív kép keletkezik. A képek helyzete azonban eltérő, ezt az [1] cikk 4. ábrája mutatja be.

2. Kimutattam, hogy a képek szögtávolsága és a nagyítások aránya az (1.1) hatványtörvénynek engedelmeskedik, amikor a képek távolsága meghaladja az Einstein szög kb. 2.5-szörösét. A [1] cikk 6. ábrája a nagyítások arányának logaritmusát ábrázolja az Einstein szöggel normált kép távolság logaritmusának függvényében. Az ábrán szereplő karakterisztika alapján az (1.2) téridőben a kitevő $\kappa_q = 2.85 \pm 0.25$. Mivel ez különbözik a Schwarzschild értéktől, a képek fényességeinek és szögtávolságainak mérése lehetővé teszi, hogy különbséget tegyünk a Schwarzschild téridő és az (1.2) téridő között.

3. Képletet vezettem le az első relativisztikus Einstein gyűrű sugarára az árapálytöltésű fekete lyuk téridőben [2]. Az Einstein szög a lencse tömeg, az árapálytöltés és az ütközési paraméter függvénye. Az árapálytöltés a fekete lyuk lencsézési tulajdonságait nem csak a gyenge lencsézés során módosítja a Schwarzschild lencséhez képest, hanem az erős lencsézés során is. Még akkor is, ha az erős lencsézéssel kapcsolatos mérések a Schwarzschild lencse modellt támogatják, a mérőműszer (a tervezett GRAVITY interferométer [24]) hibája megengedi, hogy a lencsének árapálytöltése legyen. Az első relativisztikus Einstein gyűrű sugarának vizsgálatával a Galaxis magjában található szupermasszív fekete lyuk árapálytöltésére a $q \in [-1.815,\ 0.524] \times 10^{20}\ \mathrm{m}^2$ kényszert határoztam meg [2].

4a. Kimutattam, hogy a Hořava-Lifshitz paraméter minden értékéhez létezik egy maximális $\delta_{\max}$ elhajlási szög, amely egy megfelelő r_{crit} megközelítési távolsághoz tartozik. Minden sugár, amely r_{crit}-nél közelebb vagy távolabb közelíti meg a lencsét, kevésbé térül el, mint az r_{crit} távolságban megtörő sugár. Ezt az effektust a [3] cikk 4. és 6. ábrái magyarázzák meg.

A maximális $\delta_{\max}$ elhajlási szög létezésének következménye, hogy minden tömeg és lencsézési geometria esetén valamilyen ω-ra csak a pozitív kép jön létre. Ugyanis a negatív képeket létrehozó sugarakra az elhajlási szög nagyobb, mint a pozitív képekért felelős sugarakra. Minden tömeg és lencsézési geometria esetén valamilyen ω-ra még a hozzá tartozó $\delta_{\max}$ sem elegendően nagy, hogy az optikai tengely alatt r_{crit} távolságban elhaladó fénysugár eljusson a megfigyelőhöz. Ezért negatív kép nem jön létre. Ennek a jelenségnek nincs megfelelője a Schwarzschild lencsézésben.

4b. Meghatároztam a Hořava-Lifshitz paraméternek a megfigyelésekkel kompatibilis nagyságrendjét gyenge lencsézésből. A tömeg négyzetével normált dimenziótlan Hořava-Lifshitz paraméter a 10^{-16} nagyságrendbe esik. Az eredményeket a [3] cikk I. és II. táblázatai tartalmazzák.

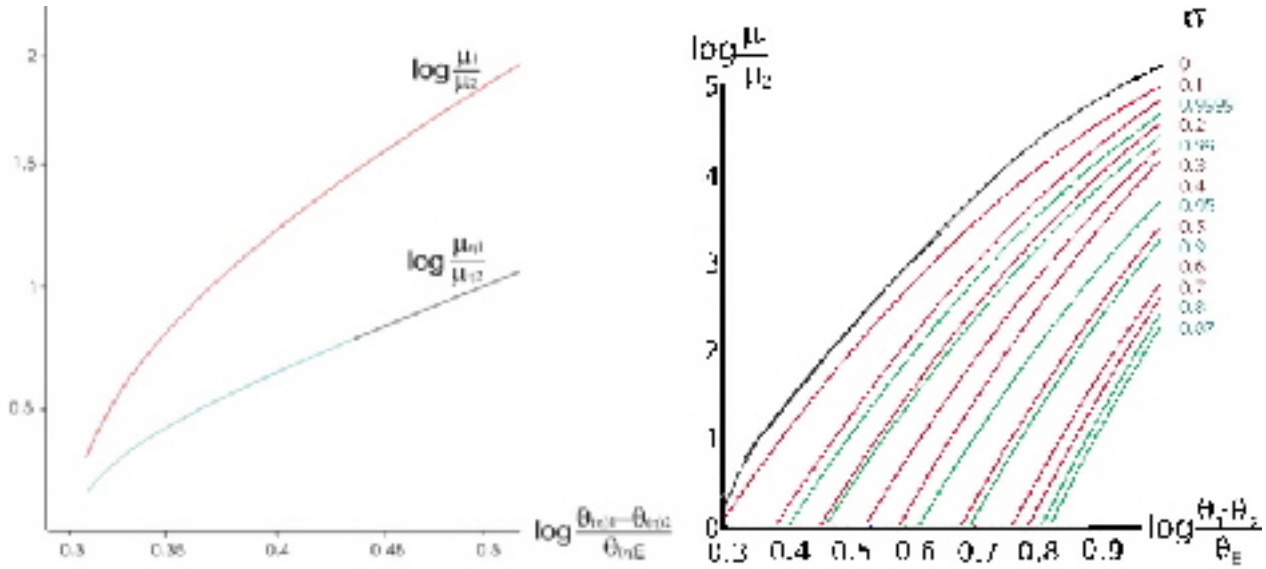
A Hořava-Lifshitz elméletben az első és a második relativisztikus Einstein gyűrűt is vizsgáltam, amelyek erős lencsézés során keletkeznek. Az irodalomból ismert kényszerekkel [25] való összehasonlítás alapján a [3] cikk III. táblázatában a Hořava-Lifshitz paraméterre megadott, erős lencsézésből származó kényszer a legerősebb jelenleg.

5. Megállapítottam, hogy az (1.5) metrikájú kompakt objektumot jellemző r_c karakterisztikus sugár a téridőt két tartományra osztja a gravitációs potenciál nagysága szerint [4]. Az $r < r_c$ tartományban a gravitáció gyengébb, az $r_c < r$ tartományban erősebb, mint ami a newtoni potenciálból következik.

A képek helyzetét a $\sigma = 0.25$ és $\sigma = 0.75$ értékhez számoltam ki [4]. A nagyobbik σ-ra a képek távolsága gyorsabban nő a tömeg növelésével, és lassabban nő, ahogy a forrást távolítjuk az optikai tengelytől. Rögzített β-ra σ növekedésével a pozitív kép fényessége jelentősen növekszik, a negatív képé kevésbé. A növekedés a legszembetűnőbb a μ_1/μ_2 fluxusok arányában.

6. Kimutattam, hogy a képek szögtávolsága és a nagyítások aránya az (1.1) hatványtörvénynek engedelmeskedik, amikor a képek távolsága meghaladja az Einstein szög kb. 2.5-szörösét. A [4] cikk 8. ábrájának bal panelje a nagyítások arányának logaritmusát ábrázolja az Einstein szöggel normált kép távolság logaritmusának függvényében. Az ábrán szereplő görbék alapján az (1.5) téridőben a κ kitevő függését σ-tól a [4] cikk I. táblázata mutatja be. A $\kappa(\sigma)$ függvénynek kettős degenerációja van, kivéve a $\sigma = 0$ általános relativitáselmélet határeset kis környezetét. Következésképpen a nagyítások arányát jellemző görbék κ meredekségének mérésével a jövőbeli megfigyelések kényszereket adnak a σ paraméterre, megerősítve vagy cáfolva az R^n elméletet.

Közös jellegzetessége az árapálytöltésű fekete lyuknak és az R^n elmélet lencséjének, hogy a képek fényességének aránya a képek szögtávolságának függvényében olyan hatványtörvény, amely eltér a Schwarzschild fekete lyuk hatványtörvényétől. Az árapálytöltésű fekete lyuk esetében a κ kitevő kisebb, mint Schwarzschild lencsére. Az R^n elmélet lencséje esetében pedig κ nagyobb (minden nemnulla σ-ra), mint Schwarzschild esetben.



A képek nagyításainak aránya a normált kép távolság függvényében, log–log skálán. Az árapálytöltés dominált lencsét a bal ábra alsó görbéje jellemzi. A jobb ábrán az R^n fekete lyuk esete látható, σ értékek egy sorozatára. Mindkét ábrán a felső görbe tartozik a Schwarzschild lencsézéshez.

Publikációk

[1] Zs. Horváth, L. Á. Gergely, D. Hobill, *Image formation in weak gravitational lensing by tidal charged black holes,* Class. Quant. Grav. **27,** 235006 (2010).

[2] Zs. Horváth, L. Á. Gergely, *Black hole tidal charge constrained by strong gravitational lensing,* Astron. Nachr. **334,** 9, 1047 (2013).

[3] Zs. Horváth, L. Á. Gergely, Z. Keresztes, T. Harko, F. S. N. Lobo, *Constraining Hořava-Lifshitz gravity by weak and strong gravitational lensing,* Phys. Rev. D **84,** 083006 (2011).

[4] Zs. Horváth, L. Á. Gergely, D. Hobill, S. Capozziello, M. De Laurentis, *Weak gravitational lensing by compact objects in fourth order gravity,* Phys. Rev. D **88,** 063009 (2013).

[5] Zs. Horváth, Z. Kovács, L. Á. Gergely, *Geometrodynamics in a spherically symmetric, static crossflow of null dust,* Phys. Rev. D **74,** 084034 (2006).

[6] M. Dwornik, Zs. Horváth, L. Á. Gergely, *Weak and strong field approximations and circular orbits of the Kehagias-Sfetsos space-time,* Astron. Nachr. **334**, 9, 1039 (2013).

[7] Z. Kovács, Zs. Horváth, L. Á. Gergely, *Canonical analysis of equilibrium stellar atmospheres*, Proceedings of the 11th Marcel Grossmann Meeting (2007).

[8] Zs. Horváth, Z. Kovács, *Canonical theory of the Kantowski-Sachs cosmological models*, Proceedings of the 4th Meeting of Young Astronomers and Astrophysicists (2006).

Hivatkozások

[9] P. Schneider, J. Ehlers, E. E. Falco, *Gravitational Lenses* (Springer, 1992).

[10] V. Bozza, *Phys. Rev. D* **78,** 103005 (2008).

[11] K. S. Virbhadra, G. F. R. Ellis, *Phys. Rev. D* **62,** 084003 (2000); K. S. Virbhadra, *Phys. Rev. D* **79,** 083004 (2009).

[12] R. Maartens, *Living Rev. Rel.* **7**, 1 (2004); R. Maartens, K. Koyama, *Living Rev. Rel.* **13**, 5 (2010).

[13] L. Á. Gergely, *Phys. Rev. D* **68**, 124011 (2003).

[14] N. Dadhich, R. Maartens, P. Papadopoulos, V. Rezania, *Phys. Lett. B* **487,** 1 (2000).

[15] P. Hořava, *JHEP* **0903**, 020 (2009); P. Hořava, *Phys. Rev. D* **79**, 084008 (2009).

[16] M. Visser, *Journal of Physics: Conference Series* **314**, 012002 (2011).

[17] S. Chen, J. Jing, *Phys. Rev. D* **80**, 024036 (2009); R. A. Konoplya, *Phys. Lett. B* **679**, 499 (2009); J. Chen, Y. Wang, *Int. J. Mod. Phys.* **A25**, 1439 (2010).

[18] A. Kehagias, K. Sfetsos, *Phys. Lett. B* **678**, 123 (2009).

[19] S. Carloni, P. K. S. Dunsby, S. Capozziello, A. Troisi, *Class. Quant. Grav.* **22**, 4839 (2005); S. Capozziello, V.F. Cardone, A. Trosi, *Phys. Rev. D*, **71**, 043503 (2005); S. Capozziello, *Int. J. Mod. Phys. D* **11**, 483 (2002); S. Capozziello, M. Francaviglia, *Gen. Rel. Grav.* **40**, 357 (2008); S. Capozziello, M. De Laurentis, V. Faraoni, *Open Astron. J.* **3,** 49 (2010).

[20] S. Nojiri, S. D. Odintsov, *Phys. Lett. B* **576**, 5 (2003); *Mod. Phys. Lett. A* **19**, 627 (2003); *Phys. Rev. D* **68**, 12352 (2003); *Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys.* **4**, 115 (2007).

[21] S. Capozziello, V. F. Cardone, A. Troisi, *MNRAS* **375,** 1423 (2007).

[22] M. Sereno, *Phys. Rev. D* **69,** 023002 (2004).

[23] J. G. Cramer et al., *Phys. Rev. D* **51,** 3117 (1995).

[24] S. Gillessen et al., *Proceedings of SPIE Astronomical Telescopes and Instrumentation Conference* (2010).

[25] F. S. N. Lobo, T. Harko, Z. Kovács, *Class. Quant. Grav.* **28**, 165001 (2011); L. Iorio, M. L. Ruggiero, *Int. J. Mod. Phys.* **D20**, 1079 (2011); M. Liu, J. Lu, B. Yu, J. Lu, *Gen. Rel. Grav.* **43**, 1401 (2010); L. Iorio, M. L. Ruggiero, *Open Astron. J.* **3**, 167 (2010).